Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Trigonometria - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 04 de Exercícios

1. Escreva cada número trigonométrico a seguir em termos dos seu simétrico no primeiro quadrante:

   (a) $\tan 325°$ (b) $\csc 865°$ (c) $\cos(-680°)$ (d) $\cot(-290°)$

2. Sendo x um arco do 1º quadrante, simplifique as expressões:
   (a) $y = \dfrac{\cos\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) \cdot \operatorname{sen}(15\pi - x)}{\cos(9\pi + x) \cdot \operatorname{sen}(8\pi - x)}$ (b) $y = \dfrac{\sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sec\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \csc\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$

3. Sendo θ um ângulo do segundo quadrante para o qual $\tan\theta = -\frac{2}{3}$, calcule o valor de
$$\frac{\operatorname{sen}(90° - \theta) - \cos(180° - \theta)}{\tan(270° + \theta) + \cot(360° - \theta)}.$$

4. Achar $\operatorname{sen}(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{sen}(\alpha - \beta)$ e $\cos(\alpha - \beta)$ sendo dados:

   (a) $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{4}{5}$, $\cos\beta = \dfrac{5}{13}$ e α, β do I quadrante.

   (b) $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{2}{3}$, $\cos\beta = \dfrac{3}{4}$, com α do III quadrante e β do IV quadrante.

5. Sabendo que $x + y = 120^{\text{o}}$ e que $\tan x = \dfrac{3}{2}$, onde x é um arco do primeiro quadrante, calcule $\csc y$.

6. Se $\tan(x + y) = 33$ e $\tan x = 3$, obtenha $\tan y$.

7. Sendo $\tan y = 2$ e $x + y = 135°$, calcule o valor de $\tan x$.

8. Demonstre que $(\operatorname{sen} x + \cos x)^2 = 1 + \operatorname{sen} 2x$.

9. Sabendo que $\sec x = -\dfrac{13}{5}$ e que $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcule o valor de $\operatorname{sen} 2x$.

10. (UFCE) Se $\sin x + \cos x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, então o valor de $\operatorname{sen} 2x$ é

    (a) $-\dfrac{1}{2}$. (b) $-\dfrac{1}{3}$. (c) $\dfrac{1}{3}$. (d) $\dfrac{2}{3}$. (e) $-\dfrac{2}{3}$.

11. Achar os valores do seno, cosseno e tangente de $\dfrac{x}{2}$, sendo dados $\operatorname{sen} x = \dfrac{5}{13}$ e $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$.

12. Determine o valor de $\cos 37,5°$.

13. Prove que $\operatorname{sen}^4 x = \dfrac{3}{8} - \dfrac{1}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{8}\cos 4x$.

14. Mostre que $\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{a}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1 - \operatorname{sen} a}{1 + \operatorname{sen} a}}$

15. Provar que $\cos x = \dfrac{1 - \tan^2\frac{x}{2}}{1 + \tan^2\frac{x}{2}}$.

16. Calcule o valor de $y = \cos 112,5° \cdot \cot 165°$.

17. Sabendo que $\sec x = \frac{25}{24}$ e $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, calcule $\tan 2x$.

18. Se $\cos x = \frac{3}{5}$ e $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, calcule $\operatorname{sen} 3x$.

19. Sejam $x, y \in 1^{\underline{o}}$ quadrante tais que $x + y = 75°$, onde $\cot y = \frac{1}{4}$, calcule o valor de $\tan x$.

20. Calcule $\operatorname{sen} 2\alpha$, sabendo que $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$.

21. Calcule o valor de $\cos 15°$ de duas formas:

    (a) escrevendo $\cos 15° = \cos(45° - 30°)$;
    (b) escrevendo $\cos 15° = \cos\left(\frac{30°}{2}\right)$.

    Aparentemente, os resultados obtidos em (a) e em (b) parecem ser diferentes. No entanto, representam o mesmo valor, ou seja, são iguais. Como você mostraria isso?

22. Mostre que

    (a) $\operatorname{sen} 40° + \operatorname{sen} 20° = \cos 10°$.
    (b) $\operatorname{sen} 105° + \operatorname{sen} 15° = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
    (c) $\cos 130° + \cos 110° + \cos 10° = 0$.
    (d) $\cos 220^0 + \cos 100° + \cos 20° = 0$.

23. Prove que $\dfrac{\operatorname{sen}(x+y)}{\cos(x-y)} = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$.

24. Sejam α, β e γ, com $\alpha, \beta, \gamma > 0$ e tais que $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$. Mostre que

$$\tan \alpha \cdot \tan \beta + \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \gamma \cdot \tan \alpha = 1.$$

25. Se $0 < \alpha < \pi$, mostre que

$$\sqrt{\frac{1}{1+\cos\alpha} + \frac{1}{1-\cos\alpha}} \cdot \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{2}.$$

26. Para que valores de $t \in \mathbb{R}$ o sistema

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \log_{10} t^2 \end{cases}$$

    admite solução?

27. Obtenha todos os pares (x, y), com $x, y \in [0, 2\pi]$, tais que

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x+y) + \operatorname{sen}(x-y) = \frac{1}{2} \\ \operatorname{sen} x + \cos y = 1 \end{cases}.$$

28. Resolva as equações trigonométricas em cada caso: (a) em $x \in [0, 2\pi]$; (b) em $x \in \mathbb{R}$.

    (a) $2 \operatorname{sen} x - 1 = 0$
    (b) $2 \tan^2 x + \sec^2 x = 2$
    (c) $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 2$
    (d) $2 \operatorname{sen} x - \csc x = 1$
    (e) $2 \sec x = \tan x + \cot x$
    (f) $\operatorname{sen} 2x + \cos x = 0$
    (g) $\tan 2x + 2 \cot \operatorname{sen} x = 0$
    (h) $\operatorname{sen} 3x = \cos 2x$
    (i) $1 + 3 \tan^2 x = 5 \sec x$
    (j) $2 - 2 \cos x = \operatorname{sen} x \cdot \tan x$