Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Sequências e Séries
Prof. Dr. Maurício Zahn

Trabalho II - Valor: 5,0 - Data de entrega: 16/08/2017.

Nome: **Matrícula:**

Instruções

(a) Este trabalho deve ser entregue na aula do dia 16/08/2017.

(b) As questões devem ser resolvidas em folha de ofício tamanho A4, onde a capa do mesmo deve ser esta folha de questões. Pode ser resolvido à lápis.

(c) Vocês podem procurar resolver este trabalho conjuntamente, quanto a isso não há problemas e até mesmo é salutar que assim o façam. Porém, lembrem-se de que cada um deve resolver as questões da sua maneira e com as suas palavras. Sendo assim, procurem não "copiar" um do outro, pois se for constatada cópia, a referida questão será devidamente descontada.

Questão 01. Seja a sequência (f_n) de funções $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}$$

(a) Mostre que (f_n) converge simplesmente mas não uniformemente.

(b) Faça um esboço gráfico de algumas f_n e da função limite f.

(c) Justifique que para todo $a \in (0,1)$ a convergência é uniforme em $[0,a]$.

(d) Calcule $\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^{\frac{1}{2}} f_n(x)dx$.

Questão 02. Seja $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x}{x^2+n^2}$. Justifique formalmente a igualdade:

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1+\frac{1}{n^2}).$$

Questão 03. Desenvolva a série de potências da função

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

em $x = 0$. Usando tal série, obtenha em seguida uma representação em série para $\ln(x+\sqrt{1+x^2})$, $|x| < 1$.