**Fundação Universidade Federal de Pelotas**
**Curso de Licenciatura em Matemática**
**Disciplina de Cálculo I - Prof. Dr. Maurício Zahn**
**Lista 08 de Exercícios**

1. Sejam $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas, respectivamente, por $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = e^x$ e $h(x) = \operatorname{sen} x$, calcule cada derivada a seguir, usando a regra da cadeia.

   (a) $(g \circ f)'(x)$ (b) $(f \circ g)'(x)$ (c) $(g \circ h)'(x)$ (d) $(h \circ f)'(x)$

2. Sejam $f : \mathbb{R} \to (1, +\infty)$ e $g : (1, +\infty) \to (2, +\infty)$ dadas, respectivamente, por

$$f(x) = 1 + e^{1-x} \text{ e } g(x) = x^2 + 1.$$

   Determine $(g \circ f)'$, usando a regra da cadeia.

3. A força $F$, em Newtons, entre duas cargas é $F = \frac{100}{r^2}$, onde $r$ é a distância, em metros, entre elas. Determine $F'(t)$ em $t = 10$ segundos, se a distância $r$ é dada por $r = 1 + 0,4t^2$.

4. Usando as regras de derivação estudadas em aula, calcule a derivada de cada função abaixo, simplificando a resposta ao máximo.

   (a) $y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{x}{x-4} + 3$ (b) $y = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \ln \dfrac{2x + 3 - \sqrt{5}}{2x + 3 + \sqrt{5}}$

   (c) $y = \dfrac{x}{4}\sqrt{x^2 - 4} - \ln(x + \sqrt{x^2 - 4})$ (d) $y = \dfrac{x}{2}\sqrt{25 - 9x^2} + \dfrac{25}{6} \operatorname{arcsen} \dfrac{3x}{5}$

5. Calcule a derivada $f'(x)$ de cada função abaixo, dada parametricamente.

   (a) $\begin{cases} x = \operatorname{sen} t \\ y = \cos t \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[3]{t} \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1} \\ y = \dfrac{t - 1}{\sqrt{t^2 + 1}} \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = b \operatorname{sen}^2 t \end{cases}$ (e) $\begin{cases} x = \dfrac{\cos^3 t}{\sqrt{\cos 2t}} \\ y = \dfrac{\operatorname{sen}^3 t}{\sqrt{\cos 2t}} \end{cases}$ (f) $\begin{cases} x = e^{2t-1} \\ y = te^{2t-1} \end{cases}$

6. Demonstre que a função dada pelas equações paramétricas $\begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$ satisfaz a equação

$$y = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3.$$

7. Calcule a derivada de cada função dada abaixo:

   (a) $f(x) = \arccos(2 - 3x^2)$ (b) $f(x) = \arctan \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

   (c) $f(x) = \operatorname{arcsec}(\ln(1 - 2x))$ (d) $f(x) = x \cdot (\operatorname{arcsen} \sqrt{x} - \ln \arctan(-x))$