Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Cálculo I - Prof. Maurício Zahn
Lista 10 de Exercícios

1. Encontre todos os pontos críticos de cada função a seguir.

   (a) $f(x) = x^2 - 2x + 4$ (b) $f(x) = 8x^3 - x^2$ (c) $f(x) = 4x - \sqrt{x^2+1}$

   (d) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (e) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ (f) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$

2. Se r metros for o alcance de um projétil, então

$$r = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}, \ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

   onde v_0 m/s é a velocidade inicial, g m/s^2 é a aceleração da gravidade e θ é a medida em radianos do ângulo que a arma faz com a horizontal. Ache o valor de θ para que o alcance seja máximo. (Resp. $\frac{\pi}{4}$).

3. Um pedaço de arame com 10 m de comprimento é cortado em duas partes. Uma delas é curvada na forma circular e a outra, na forma de um quadrado. Como dividir o fio de tal modo que a área combinada das duas figuras seja a menor possível?
   (Resp. raio da circunferência: $\frac{5}{\pi+4}$ m; lado do quadrado: $\frac{10}{\pi+4}$m).

4. Um fazendeiro dispõe de 600 m de material para cercar um pasto retangular adjacente a um muro já existente. Ele planeja construir uma cerca paralela ao muro, duas cercas formando as extremidades laterais e uma quarta cerca (paralela às duas últimas) para dividir o cercado em duas partes iguais. Qual é a área máxima que pode ser cercada?

5. Ache o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio.

6. Se 1200 cm^2 de material estiverem disponíveis para fazer uma caixa com base quadrada e sem tampa, encontre o maior volume possível para fazer tal caixa (considere o material sendo um quadrado de área 1200 cm^2).
   (Resp. altura da caixa: $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm; lado: $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ cm).

7. Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um triângulo retângulo com catetos de comprimentos 3 cm e 4 cm, se dois lados do retângulo estiveres sobre os catetos.
   (Resp. A área máxima será 3 cm^2).

8. A taxa (em mg de carbono/m^3/h) na qual a fotossíntese ocorre para uma espécie de fitoplâncton é modelada pela função

$$p = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

   onde I é a intensidade de luz (medida em milhares de velas). Para qual intensidade de luz p é máximo? (Resp. $I = 2$).

9. Duas torres têm respectivamente 50 e 30 pés de altura, e estão separadas por uma distância de 150 pés. Um cabo-guia deve ser estendido de um ponto A no solo entre os postes, até o topo de cada torre. Localize o ponto A de modo que o comprimento total do cabo seja mínimo.

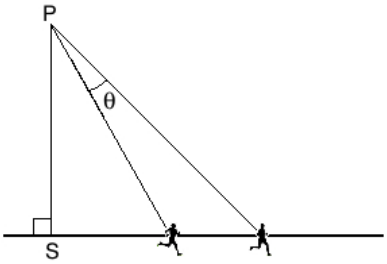
10. Encontre o número positivo tal que a soma dele com o seu inverso seja tão pequena quanto possível.

11. Os pontos A e B estão em lados opostos de um rio reto com 3 km de largura. O ponto C está na mesma margem que B, mas 2 km rio abaixo. Uma companhia telefônica deseja estender um cabo de A até C. Se o custo por quilômetro do cabo 25% maior sob a água do que em terra, como deve ser estendido o cabo, de forma que o custo seja o menor para a companhia?

12. Uma lata cilíndrica sem tampa é feita para receber V cm^3 de líquido. Encontre as dimensões que minimizarão o custo de metal para fabricá-la. (Resp. altura = raio = $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$).

13. Ache as dimensões do maior cilíndro reto que se pode inscrever em uma esfera de raio 12 cm. (Resp. raio $4\sqrt{6}$ e altura $8\sqrt{3}$).

14. Ache as dimensões do cilindro circular reto de maior área de superfície lateral que possa ser inscrito numa esfera de raio 6 cm. (Resp. raio $3\sqrt{2}$ cm e altura $6\sqrt{2}$ cm).

15. A resistência de uma viga retangular é conjuntamente proporcional à sua largura e ao quadrado da sua profundidade. Ache as dimensões da viga mais resistenteque possa ser cortada de uma tora na forma de um cilindro circular reto com 72 cm de raio.
(Resp. $48\sqrt{3}$ cm de largura e $48\sqrt{6}$ cm de profundidade).

16. Um observador permanece em um ponto P, distante uma unidade de uma pista. Dois corredores iniciam no ponto S da figura e correm ao longo da pista. Um corredor corre três vezes mais rápido que o outro. Encontre o valor máximo do ângulo θ de visão do observador entre os corredores. (Resp. $\theta = \frac{\pi}{6}$).