**Fundação Universidade Federal de Pelotas**
**Departamento de Matemática e Estatística**
**Cursos de Lic. em Matemática e Lic. em Física**
**Primeira Prova e Álgebra Linear I**
**Prof. Dr. Maurício Zahn**

**Nome:** **Data:** 22/06/2017

**Questão 01.** Obtenha a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

de duas formas:

(a) usando operações elementares sobre linhas;

(b) através da matriz adjunta.

**Questão 02** Resolva o sistema linear

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ 2x + 2y - 3z = 2 \\ 3x - y + 2z = 12 \end{cases}$$

pela regra de Cramer ou via operações elementares sobre linhas.

**Questã0 03.** Se $A$ e $B$ são matrizes $n \times n$, prove que

(a) $\det(A \cdot A^T) = (\det A)^2$.

(b) Se $A$ for inversível, então $\det(ABA^{-1}) = \det B^T$.

**Questão 04.** Seja $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \ : 2x + y - t = 0 \text{ e } \ z = 0\}$ um subconjunto do espaço vetorial $\mathbb{R}^4$. Mostre que $W$ é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$.

**Questão 05.** Os vetores $\vec{u} = (1, 1, -1)$, $\vec{v} = (2, -3, 5)$ e $\vec{w} = (-2, 1, 4)$ do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ são L.I. ou L.D.? Justifique mediante cálculos.

**Questão 06.** Mostre que $\mathbb{R}^3 = [(1, 1, 1); (1, 1, 0); (0, 1, 1)]$. Em seguida, represente o vetor $\vec{u} = (2, -3, 1)$ como uma combinação linear dos vetores acima.

**Questão 07.** Dizemos que uma função $f : A \to \mathbb{R}$ é limitada em $A$ se existir $M > 0$ tal que, para todo $x \in A$, implique em $|f(x)| \leq M$ (tal $M$ depende da $f$). Seja $V$ o espaço vetorial de todas as funções reais de $A$ em $\mathbb{R}$. Mostre que o conjunto

$$W = \{f : A \to \mathbb{R} \text{ tal que } \exists M > 0, \text{ tal que } |f(x)| \leq M, \forall x \in A\}$$

de todas as funções reais de $A$ em $\mathbb{R}$ limitadas é um subespaço vetorial de $V$.