Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática
Primeira Prova de Cálculo I
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome: **Data:** 08/06/2017.

"Tanquam ex ungue leonem." - (Reconheço o leão pela marca da sua pata)
Jean Bernoulli[1]

Questão 01. Seja $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \to \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ dada por $f(x) = \dfrac{1-3x}{x+2}$.

(a) Mostre que f é inversível e obtenha a inversa f^{-1}.

(b) Com ajuda de limites laterais e limites no infinito, esboce os gráfico de f, indicando as assíntotas horizontais e verticais, caso existam.

(c) Esboce o gráfico de $|f| - 1$, indicando domínio e imagem.

Questão 02.

(a) Represente $x = \operatorname{arccoth} y$ em termos de logaritmos.

(b) Use a representação encontrada em (a) para resolver a equação $2 \cdot \operatorname{arccoth} y = \ln 2$.

(c) Com a representação obtida em (a), calcule o limite $\displaystyle\lim_{y\to-\infty} \frac{y-2y^2}{3y-1} \operatorname{arccoth}(3-2y)$.

Questão 03. Tendo em vista que para qualquer arco θ vale a desigualdade $-1 \leq \operatorname{sen}\theta \leq 1$, usando o Teorema do Sanduíche, calcule

$$\lim_{x\to 0} \sqrt[3]{x} \operatorname{sen}\frac{1}{x^2}.$$

Questão 04. Calcule cada limite a seguir, se existir:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{3x^2-5x-2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{3x^2-3x-2}-\sqrt{x+2}}{4x^2-7x-2}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{5x^4-3x^3-x+1}{x-x^2-2x^3}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x^2-3x+1}{2x^2+x-1}\right)^{\frac{x^2-x}{2-4x}}$ (e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \operatorname{sen} 2x}{x + 2\operatorname{arcsen} 4x}$ (f) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} \frac{1-2x}{x^3-x}$

Questão 05. Existe o limite $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{|x-1|}$? Justifique mediante cálculos. Esboce o gráfico dessa função.

Questão 06. Usando a definição formal de limite, prove que $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{3}{1-2x} = -3$.

Questão 07. Escreva a definição para $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$. Em seguida, usando tal definição, prove que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \operatorname{sech} x = 0$. Construa também o esboço gráfico dessa função.

[1] Em 1697 Jean Bernoulli havia proposto um problema matemático e tinha recebido várias soluções, algumas de matemáticos famosos, e uma anônima; mas ele reconheceu esta solução como sendo de Isaac Newton, devido à maneira que resolveu.