Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Sequências e Séries - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 02 de Exercícios

1. Mostre com um exemplo que o Teorema dos intervalos fechados encaixados é falso se os intervalos encaixados I_n não forem fechados. Mostre também que se os intervalos I_n não forem limitados o Teorema também é falso.

2. Mostre que a sequência (x_n) dada por $x_n = (-1)^n \dfrac{1}{n}$ é limitada. Extraia, em seguida, uma subsequência convergente.

3. Mostre que a sequência (x_n) definida por
$$x_n = \frac{(n^2 + 20n + 35)\operatorname{sen} n^3}{n^2 + n + 1}$$
possui uma subsequência convergente.

4. Prove que a sequência (x_n) dada por $x_n = \dfrac{\cos n\pi}{n}$ é de Cauchy.

5. Sejam $0 < r < 1$ e (x_n) uma sequência tais que $|x_{n+1} - x_n| < r^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Mostre que a sequência (x_n) é de Cauchy.

6. Seja (x_n) sequência dada por $x_n = \sqrt{n}$. Mostre que (x_n) satisfaz
$$\lim_{n\to\infty} |x_{n+1} - x_n| = 0,$$
mas que a sequência não é de Cauchy.

7. Seja (a_n) uma sequência definida recursivamente pela fórmula
$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \frac{2 + a_n}{1 + a_n} \quad \text{para} \quad n \in \mathbb{N}.$$
Mostre que a sequência é de Cauchy e encontre o seu limite.

8. Mostre que a sequência (x_n) definida por
$$x_n = \int_1^n \frac{\cos t}{t^2} dt$$
é de Cauchy.

9. Sejam (x_n) uma sequência e seja $s = \sup\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$. Mostre que se $s \notin \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$, então existe uma subsequência de (x_n) convergente para s.