Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Cálculo I
Prof. Maurício Zahn
Lista 1 de Exercícios - Revisão de Pré-Cálculo

1. Dados os intervalos $A = [-3, 2]$, $B = (-1, 6)$ e $C = (-\infty, -1)$, obtenha o resultado de cada operação abaixo:

   (a) $A \cup B$ (b) $A \setminus B$ (c) $A \cap C$ (d) $A \setminus C$ (e) $B \setminus A$ (f) $B^{\complement} \setminus (B \cap C)$

2. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Prove que se para todo $\varepsilon > 0$ tivermos $a < b + \varepsilon$, então $a \leq b$.

3. Dados a, b, ε no corpo dos reais, onde $\varepsilon > 0$, mostre que
$$|a - b| < \varepsilon \Rightarrow |b| - \varepsilon < |a| < |b| + \varepsilon.$$

4. Mostre que no corpo dos reais vale a desigualdade:
$$|xy - ab| \leq |x||y - b| + |b||x - a|.$$

5. Encontre os valores de $x \in \mathbb{R}$ que verifique a desigualdade: $\left|\dfrac{2x-4}{2-3x}\right| \leq \dfrac{1}{4}$.

6. As funções f e g cujas leis são
$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$$
são iguais? Justifique.

7. Sejam $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$, $g : \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$, dadas respectivamente por
$$f(x) = -\frac{1+x}{2}; \;\; g(x) = 2x - 5 \;\; \text{e} \;\; h(x) = \frac{1}{x}.$$
Justifique por que é possível montar a composição $u = f \circ h \circ g$. Em seguida, determine a função $u : A \to B$ exibindo quem é o domínio A e quem é o contradomínio B.

8. Escoçar o gráfico de cada função abaixo, indicando o domínio e a imagem:

   (a) $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ (b) $f(x) = |2x - 2| + |x + 3|$

   (c) $f(x) = 1 + \log_2(x - 3)$ (d) $f(x) = \left|1 - 2 \cdot \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)\right|$

   (e) $f(x) = 1 - 2\sec\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (f) $f(x) = \dfrac{\pi}{3} + \arccos(1 - x)$

9. Sejam $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 2x - \dfrac{4\pi}{3}$ e $g(x) = 1 + 2\operatorname{sen} x$. Esboçar o gráfico de $g \circ f$, indicando domínio e imagem.

10. Seja $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}$ dada por $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

    (a) Obtenha os zeros de f, se houverem.
    (b) Encontre os valores reais de x para os quais $|f(x)| \leq \frac{2}{3}$.
    (c) Mostre que f é inversível e calcule a sua inversa.