

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Cursos de Licenciatura em Física e Bacharelado em Física**  
**Disciplina de Cálculo 1 - Prof. Dr. Maurício Zahn**  
**Lista 09 de Exercícios**  
**Taxas Relacionadas**

1. Uma bola de neve está se formando de tal modo que seu volume cresça a uma taxa de  $8 \text{ cm}^3/\text{min}$ . Ache a taxa segundo a qual o raio está crescendo quando a bola de neve tiver  $4 \text{ cm}$  de diâmetro. (Resp.  $\frac{1}{2\pi} \text{ cm}/\text{min}$ ).
2. Uma escada com  $25 \text{ m}$  está apoiada numa parede vertical. Se o pé da escada for puxado horizontalmente, afastando-se da parede a  $3 \text{ metros}$  por segundo, qual a velocidade com que a escada está deslizando, quando o seu pé está a  $15 \text{ m}$  da parede? (Resp.  $-\frac{9}{4} \text{ m/s}$ ).
3. Uma certa quantidade de areia é despejada a uma taxa de  $10 \text{ m}^3/\text{min}$ , formando um monte cônico. Se a altura do monte for sempre o dobro do raio da base, com que taxa a altura está crescendo quando o monte tiver  $8 \text{ m}$  de altura? (Resp.  $\frac{5}{8\pi} \text{ m}/\text{min}$ ).
4. Suponha que o tumor no corpo de uma pessoa tenha a forma esférica. Se, quando o raio do tumor for  $0,5 \text{ cm}$ , o raio estiver crescendo a uma taxa de  $0,001 \text{ cm}$  por dia, qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante? (Resp.  $\frac{\pi}{1000} \text{ cm}^3/\text{dia}$ ).
5. A lei de Boyle para a expansão de um gás é  $PV = c$ , onde  $P$  é o número de quilos por unidade quadrada de pressão,  $V$  é o número de unidades cúbicas do volume de gás e  $c$  é uma constante. Num certo instante, a pressão é  $150 \text{ kg}/\text{m}^2$ , o volume do gás é  $1,5 \text{ m}^3$  e está crescendo a uma taxa de  $1 \text{ m}^3/\text{min}$ . Ache a taxa de variação da pressão nesse instante. (Resp.  $-100 \text{ kg}/\text{m}^2/\text{min}$ ).
6. Uma pedra cai livremente em um lago parado. Ondas circulares se espalham e o raio da região afetada aumenta a uma taxa de  $16 \text{ cm}/\text{s}$ . Qual a taxa segundo a qual a região está aumentando quando o raio for de  $4 \text{ cm}$ ? (Resp.  $128 \pi \text{ cm}^2$ ).
7. Um homem de  $1,8 \text{ m}$  de altura se afasta a uma velocidade de  $3 \text{ km}/\text{h}$  de uma luz que está a  $4,5 \text{ m}$  sobre o nível do piso. Qual é a velocidade de crescimento de sua sombra? (Resp.  $2 \text{ km}/\text{h}$ ).
8. Se em um certo tempo as dimensões de um retângulo são  $a$  e  $b$ , e sua rapidez de variação é  $m$  e  $n$ , respectivamente, demonstre que a rapidez de variação da área é  $an + bm$ .
9. O raio da base de um certo cone aumenta na razão de  $3 \text{ cm}/\text{h}$  e a altura diminui na razão de  $4 \text{ cm}/\text{h}$ . Calcule como varia a sua área total quando o raio medir  $7 \text{ cm}$  e a altura medir  $24 \text{ centímetros}$ . (Resp. aumenta  $96 \pi \text{ cm}^2/\text{h}$ ).
10. Em um circuito elétrico, se  $E$  volts é a força eletromotriz,  $R$  ohms é a resistência e  $I$  ampères é a corrente, a lei de Ohm afirma que  $I \cdot R = E$ . Admitindo que  $E$  seja constante, mostre que  $R$  decresce a uma taxa proporcional ao inverso do quadrado de  $I$ .
11. A dilatação pelo calor de um prato circular de metal é tal que o raio cresce com a velocidade de  $0,01 \text{ centímetro}$  por segundo. Com que velocidade de variação cresce a área do prato quando o raio tem  $2 \text{ centímetros}$ ? (Resp.  $\frac{\pi}{25} \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

12. A lei adiabática para a expansão do ar é  $PV^{1,4} = c$ , onde  $c$  é uma constante. Se o volume observado num determinado instante é igual a 10 pés cúbicos e a pressão é de 50 libras por polegada quadrada, como variará a pressão se o volume decrescer 1 pé cúbico por segundo? (Resp. crescerá 7 libras por polegada quadrada por segundo).
13. Um ponto move-se sobre a parábola  $6y = x^2$  de modo tal que quando  $x = 6$  a abscissa cresce com a velocidade de 2cm/s. Com que velocidade cresce a ordenada nesse instante? (Resp. 4cm/s).
14. Cada lado de um triângulo equilátero está aumentando à razão de 2cm/s. A que taxa a área do triângulo está aumentando quando cada lado mede 10cm? (Resp.  $10\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>/s).
15. Se dois resistores com resistências  $R_1$  e  $R_2$  estão conectados em paralelo, então a resistência total  $R$ , medida em ohms ( $\Omega$ ), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Se  $R_1$  e  $R_2$  estão crescendo a taxas de  $0,3\Omega/s$  e  $0,2\Omega/s$ , respectivamente, quão rápido estará variando  $R$  quando  $R_1 = 80\Omega$  e  $R_2 = 100\Omega$ ? (Resp.  $\frac{107}{810}\Omega/s$ ).

16. Um avião voando a uma velocidade constante de 300 km/h passa sobre uma estação de radar no solo a uma altitude de 1 km e subindo em um ângulo de  $30^\circ$ . A que taxa está crescendo a distância do avião em relação ao radar após ter passado 1 minuto por ele? (Resp.  $\frac{1650}{\sqrt{31}}$  km/h).
17. Dois carros iniciam o movimento partindo de um mesmo ponto. Um viaja para o sul a 30 km/h e o outro para o oeste a 72 km/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois? (Resp. 78 km/h).
18. Uma esteira transportadora está descarregando cascalho a uma taxa de  $3 \text{ m}^3/\text{min}$ , constituindo uma pilha na forma de um cone com o diâmetro da base e altura sempre igual. Quão rápido cresce a altura da pilha quando está a 3 m de altura? (Resp.  $\frac{4}{3\pi}$  m/min).
19. Uma partícula move-se ao longo da curva  $y = \sqrt{1+x^3}$ . Quando ela atinge o ponto (2, 3), a coordenada  $y$  está crescendo a uma taxa de 4 cm/s. Quão rápido está variando a coordenada  $x$  do ponto naquele instante?
20. Um tanque de água tem a forma de um cone circular reto invertido, com base de raio de 2 m e altura igual a 4 m. Se a água está sendo bombeada para dentro do tanque a uma taxa de  $2 \text{ m}^3/\text{min}$ , encontre a taxa pela qual o nível da água estará se elevando quando a água tiver 3 m de profundidade. (Resp.  $\frac{8}{9\pi}$  m/min).
21. Um tanque cilíndrico com raio 5 m está sendo enchido com água a uma taxa de  $3 \text{ m}^3/\text{min}$ . Quão rápido estará aumentando a altura da água? (Resp.  $\frac{3}{25\pi}$  m/min).
22. Um bote é puxado em direção ao ancoradouro por uma corda que está atada na proa do bote e que passa por uma polia sobre o ancoradouro (colocada a 1 m mais alto que a proa). Se a corda está sendo puxada a uma taxa de 1 m/s, quão rápido se aproxima o bote do ancoradouro, quando ele estiver a 8 m dele? (Resp. se aproximará a  $\frac{\sqrt{65}}{8}$  m/s).