Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Licenciatura em Física e Bacharelado em Física
Disciplina de Cálculo 1 - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 08 de Exercícios

1. Sejam $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas, respectivamente, por $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = e^x$ e $h(x) = \operatorname{sen} x$, calcule cada derivada a seguir, usando a regra da cadeia.

   (a) $(g \circ f)'(x)$ (b) $(f \circ g)'(x)$ (c) $(g \circ h)'(x)$ (d) $(h \circ f)'(x)$

2. Sejam $f : \mathbb{R} \to (1, +\infty)$ e $g : (1, +\infty) \to (2, +\infty)$ dadas, respectivamente, por

$$f(x) = 1 + e^{1-x} \text{ e } g(x) = x^2 + 1.$$

   Determine $(g \circ f)'$, usando a regra da cadeia.

3. A força F, em Newtons, entre duas cargas é $F = \frac{100}{r^2}$, onde r é a distância, em metros, entre elas. Determine $F'(t)$ em $t = 10$ segundos, se a distância r é dada por $r = 1 + 0,4t^2$.

4. Usando as regras de derivação estudadas em aula, calcule a derivada de cada função abaixo, simplificando a resposta ao máximo.

   (a) $y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{x}{x-4} + 3$ (b) $y = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \ln \dfrac{2x+3-\sqrt{5}}{2x+3+\sqrt{5}}$

   (c) $y = \dfrac{x}{4}\sqrt{x^2-4} - \ln(x + \sqrt{x^2-4})$ (d) $y = \dfrac{x}{2}\sqrt{25-9x^2} + \dfrac{25}{6} \operatorname{arcsen} \dfrac{3x}{5}$

5. Calcule a derivada de cada função implícita abaixo.

   (a) $y^3 - 3y + 2ax = 0$ (b) $\cos(xy) = x$ (c) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$

   (d) $y = \cos(x+y)$ (e) $\sqrt{xy} + 2y = \sqrt{x}$ (f) $\ln(x^2+y^2) - 3x^2y^3 = \sqrt{x+y}$

6. Ache a equação da reta tangente à curva de equação $x^3 + y^3 = 2xy + 5$ em $P(2, 1)$.

7. Encontre a equação da reta tangente à curva de equação $y = \dfrac{2x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ em $P(3, 3)$.

8. Mostre que a tangente à curva $\left(\dfrac{x}{a}\right)^n + \left(\dfrac{y}{b}\right)^n = 2$ no ponto $P(a, b)$ é dada pela equação $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 2$.

9. O *folium de Descartes* é o gráfico da equação $x^3 + y^3 = 3xy$. Esta curva foi proposta inicialmente René Descartes como um desafio a Pierre de Fermat(1601-1665) para achar sua reta tangente em um ponto arbitrário. Ache a equação da reta tangente ao folium no ponto $A(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$.

10. (**Conc. Docente IF-Sul Pelotas 2008**) A equação da reta tangente, y como função de x, à curva $x^2 = \dfrac{x+2y}{x-2y}$ no ponto $P(1, 0)$ é

    (a) $x + 2y - 1 = 0$. (b) $x - 2y - 1 = 0$.

    (c) $x - 4y + 1 = 0$. (d) $x + 4y - 1 = 0$.

11. Calcule a derivada $f'(x)$ de cada função abaixo, dada parametricamente.

(a) $\begin{cases} x = \operatorname{sen} t \\ y = \cos t \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[3]{t} \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2+1} \\ y = \dfrac{t-1}{\sqrt{t^2+1}} \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x = a\cos^2 t \\ y = b\operatorname{sen}^2 t \end{cases}$ (e) $\begin{cases} x = \dfrac{\cos^3 t}{\sqrt{\cos 2t}} \\ y = \dfrac{\operatorname{sen}^3 t}{\sqrt{\cos 2t}} \end{cases}$ (f) $\begin{cases} x = e^{2t-1} \\ y = te^{2t-1} \end{cases}$

12. Demonstre que a função dada pelas equações paramétricas $\begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$ satisfaz a equação

$$y = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3.$$