

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Departamento de Matemática e Estatística**  
**Cursos de Licenciatura em Física e Bacharelado em Física**  
**Segunda Prova de Cálculo 1**  
**Prof. Dr. Maurício Zahn**

Nome:

Data: 21/03/2017.

*“A natureza era para ele como um livro aberto, cujas letras ele podia ler sem esforço”*  
Albert Einstein, ao mencionar Isaac Newton.

**Questão 01.** Calcule a derivada de  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  pela definição e confirme o resultado pelas regras de derivação.

**Questão 02.** Obtenha a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \ln(1-x) + \sqrt{1+x^2} + 1$  no ponto  $P(0, 2)$ .

**Questão 03.** Verifique se a função real  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x \cdot |x|$  é derivável em  $x = 0$ .

**Questão 04.** Calcule a derivada de cada função abaixo:

(a)  $y = \sec(x - \sqrt{x})$       (b)  $y = \ln \frac{x-1}{\sqrt{x}}$       (c)  $y = e^{\tan(x-2x^2)}$

**Questão 05.** Calcule  $y'$  por derivação implícita:  $x + \cos(xy) = \arctan(x - y)$ .

**Questão 06.** Determine a derivada  $f'(x)$  da função definida parametricamente por

$$\begin{cases} x = t \cdot e^{1-t} \\ y = \ln(1-t) \end{cases}$$

**Questão 07.** Um tanque com a forma de um cone invertido está sendo esvaziado a uma taxa de  $6\text{m}^3/\text{min}$ . A altura do cone é de 20m e a base possui um raio de 5m. Ache a velocidade com que o nível de água está baixando, quando mesma tiver uma profundidade de 12m.

**Questão 08.** Uma lata cilíndrica sem tampa é feita para receber  $216\pi \text{ cm}^3$  de líquido. Encontre as dimensões que minimizarão o custo de metal para fabricá-la.

**Questão 09.** Considere a função real de variável real  $f$  cuja lei é dada por  $f(x) = \frac{8x}{x^2 + 4}$ .

- (a) Determine o domínio dessa função, os seus zeros e assíntotas (horizontais e verticais), se houverem.
- (b) Determine os intervalos onde  $f$  é crescente e decrescente e encontre os pontos de máximo e de mínimo locais, se existirem.
- (c) Determine os intervalos onde o gráfico de  $f$  possui concavidade para cima e onde  $f$  possui concavidade para baixo, determinando pontos de inflexão, se existirem.
- (d) Com os resultados acima obtidos, esboce o gráfico de  $f$ .