Fundação Universidade Federal de Pelotas
Cursos de Licenciatura em Física e Bacharelado em Física
Disciplina de Cálculo 1 - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 06 de Exercícios

1. Em cada item a seguir, usando a definição de derivada, obtenha a função derivada f' e obtenha a equação da reta tangente no ponto x_0 indicado.

   (a) $f(x) = x^3 - 1$; $x_0 = 2$.
   (b) $f(x) = \sqrt{3-2x}$; $x_0 = 1$.
   (c) $f(x) = \cos(2\pi x - \frac{\pi}{3})$; $x_0 = \frac{1}{6}$.
   (d) $f(x) = \ln(1-x)$; $x_0 = 0$.

2. Calcule a derivada de cada função abaixo, usando a definição de derivada:

   (a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$
   (b) $f(x) = \sqrt{3-4x}$
   (c) $f(x) = \operatorname{sen}(2x-3)$
   (d) $f(x) = \ln(3-2x)$
   (e) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$
   (f) $f(x) = \ln \dfrac{2}{x-1}$

3. A lei do movimento de um objeto é $s = 5t^2$, onde a distância s é dada em metros e o tempo t, em segundos. Achar a velocidade de movimento no instante $t = 3$ segundos.

4. Uma bola de bilhar é atingida e movimenta-se em linha reta. Se s cm for a distância da bola de sua posição inicial após t segundos, então $s = 100t^2 + 100t$. Com qual velocidade a bola atingirá a tabela da posição inicial que está a 39 cm?

5. O deslocamento, em metros, de uma partícula movendo-se ao longo de uma reta é dado pela equação o do movimento $s = \frac{1}{t^2}$, onde t é medido em segundos. Encontre a velocidade da partícula nos instantes $t = 1\,s$, $t = 2\,s$ e $t = 3\,s$.

6. Uma carga de dinamite lança uma pedra pesada para cima com uma velocidade de lançamento de 160 pés/s. A pedra atinge uma altura de $S(t) = 160t - 16t^2$ pés após t segundos.

   (a) Qual a altura máxima atingida pela pedra?
   (b) Quais são a velocidade e o módulo da velocidade da pedra quando ela está a 256 pés do solo na subida? E na descida?
   (c) Quando a pedra atingirá o solo novamente?

7. Uma bola desce rodando por um plano inclinado de maneira que a distância (em centímetros) ao longo de 3 segundos é dada pela equação $s(t) = 2t^3 + 3t^2 + 4$, onde $0 \leq t \leq 3$.

   (a) Qual é a velocidade da bola em $t = 2$?
   (b) Em que momento a bola alcança uma velocidade de 30 cm/s ?

8. A lei de Dulong estabelece que se P atmosferas for a pressão absoluta de um vapor saturado a uma temperatura de T graus Celcius, então

$$P = \left(\frac{40+T}{140}\right)^5, \; T > 80.$$

   Calcule a taxa instantânea de variação de P com respeito a T quando $T = 100$.

9. Se aos t segundos, q coulombs é a carga em um capacitor e i ampéres é a corrente no capactor, então i é a taxa de variação de q com respeito a t. Suponha que para certo capacitor
$$q = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega t + \phi),$$
onde A, ω e ϕ são constantes. Expresse i em termos de t.

10. Use as regras de derivação estudadas em aula para calcular a derivada de cada função do exercício 2.

11. Usando as regras de derivação estudadas em aula, calcule a derivada de cada função abaixo.

   (a) $f(x) = \ln(-3x^4 - 5x^3 + 1)$
   (b) $f(x) = (3x^2 - 5x + 2)^2(1 - x - x^2)$
   (c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x} - x\ln(x-1)$
   (d) $f(x) = \ln(4x^2 - 5x + 3)$
   (e) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1-2x}{1+2x}}$
   (f) $f(x) = \tan(4x-3)^5 - 2\ln(1-x)$
   (g) $f(x) = \dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$
   (h) $f(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$
   (i) $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$
   (j) $f(x) = 2x + \ln(\cos(1-2x))$
   (k) $f(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$
   (l) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}\sqrt{x}}{1 - \tan\sqrt{x}}$

12. Achar $f(0) + x \cdot f'(0)$ para a função $f(x) = e^{-x}$.

13. Achar $f(3) + (x-3)\cdot f'(3)$ para a função $f(x) = \sqrt{1+x}$.

14. Dadas as funções $f(x) = \tan x$ e $g(x) = \ln(1-x)$, calcule $\dfrac{f'(0)}{g'(0)}$.

15. Mostre que a função $y = x \cdot e^{-x}$ satisfaz a equação $xy' = (1-x)y$.

16. Mostre que a função $y = \dfrac{1}{1 + x + \ln x}$ satisfaz a equação $xy' = y(y\ln x - 1)$.