

**Universidade Federal de Pelotas**  
**Departamento de Matemática e Estatística**  
**Primeira Prova de Cálculo I**  
**Prof. Maurício Zahn**

Nome:

Data: 07/05/2010.

**Questão 01.** Resolver, no corpo dos reais, a desigualdade  $\left| \frac{2-x}{2x-5} \right| \leq 1$ .

**Questão 02.** Determine o domínio  $\Omega$  da função  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}} - (3x-1) \ln \frac{x-1}{4-x} - \frac{4}{3x-5}$$

**Questão 03.** Sejam os conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{2}\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$  e as funções  $f : A \rightarrow (-\infty, 0]$ ,  $f(x) = 2x - 1$ ;  $g : (-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty)$ ,  $g(x) = x^2$  e  $h : [0, +\infty) \rightarrow B$ ,  $h(x) = 4x - 1$ . Determine a função  $w = h \circ g \circ f$  e também a sua inversa  $w^{-1}$ .

**Questão 04.** Esboçar o gráfico de cada função abaixo, indicando domínio e imagem.

(a)  $f(x) = x^2 - 2|x+1| + 2$

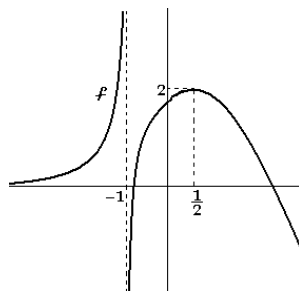
(b)  $f(x) = 1 - 2^{1-3x}$

(c)  $f(x) = 2 - 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$

(d)  $f(x) = \left| -2 + 3 \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \right|$

**Questão 05.** O professor Willard Libby da Universidade da Califórnia em Los Angeles recebeu o Prêmio Nobel de Química por uma descoberta de um método para determinar a data da morte de um fóssil. Ele usou o fato de que no tecido de um organismo vivo estão presentes dois tipos de átomos de carbono: um carbono radioativo, notado por  $C^{14}$  e um carbono estável,  $C^{12}$ , sendo que a razão entre a quantidade de  $C^{14}$  e a de  $C^{12}$  é praticamente constante. Quando o organismo morre, a lei de decaimento natural aplica-se somente ao  $C^{14}$ . Se for determinado que a quantidade de  $C^{14}$  presente em um certo fóssil é de 12,7% da quantidade original e a meia-vida do  $C^{14}$  é de 5730 anos, quando morreu o organismo?

**Questão 06.** Considere o gráfico abaixo de uma função  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$



De acordo com o gráfico acima,

(a) Determine o domínio e a imagem da função  $f$ .

(b) A função  $f$  é injetiva? É sobrejetiva? Justifique suas respostas.

(c) Encontre  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(d) Existe  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ? Justifique sua resposta.

**Questão 07.** Calcule cada limite abaixo, se existir:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{x^3 - 8}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{1-3x}}{x^2 - 6x - 7}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x^3 + 2}{7x^2 - 10x^3 + 3x^4}$