

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática - Noturno
Segunda Prova Trigonometria
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome:

Data: 30/06/2015.

“Tanquam ex ungue leonem.” - (Reconheço o leão pela marca da sua pata)
Jean Bernoulli¹

Questão 01. Determine os valores de $x \in \mathbb{R}$ tais que

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \operatorname{sen} 4x < \frac{1}{2}.$$

Questão 02. Deseja-se medir a distância entre dois pontos A e B . No entanto, como a medida entre eles é inacessível, tomou-se um terceiro ponto C , distante 6 m de A e distante 12 m de B , formando um triângulo ABC , com $\hat{A}CB = 60^\circ$. Dessa forma:

- (a) calcule a distância entre A e B ;
- (b) calcule a medida dos ângulos internos \hat{B} e \hat{C} do triângulo ABC ;
- (c) calcule a área do triângulo ABC formado.

Questão 03. Mostre que valem as igualdades entre arcos dadas abaixo:

$$(a) 2 \cdot \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}. \quad (b) \operatorname{arcsen} \frac{2}{\sqrt{5}} + \operatorname{arcsen} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{2}.$$

Questão 04. Esboce o gráfico de cada função abaixo, indicando domínio, imagem e período:

$$(a) f(x) = 1 - 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \quad (b) f(x) = -2 + \operatorname{csc}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Questão 05. Determine domínio e imagem da função f dada por

$$f(x) = \frac{\pi}{3} + 2 \cdot \operatorname{arcsen}(1 - x).$$

Em seguida, esboce o seu gráfico, usando a técnica estudada em aula.

Questão 06. Considere o número complexo $z = 1 - i$.

- (a) Determine $\frac{1}{z}$ nas formas algébrica e trigonométrica.
- (b) Calcule a potência z^{20} e as raízes $\sqrt[3]{z}$.

Questão 07. Desenhe a região Ω do plano complexo \mathbb{C} definida por

$$\Omega = \left\{ z = x + yi \in \mathbb{C} : \Re(2z) + |z| < 0 \text{ e } \Im\left(\frac{1}{z}\right) \geq \frac{1}{4} \right\}.$$

¹Em 1697 Jean Bernoulli havia proposto um problema matemático e tinha recebido várias soluções, algumas de matemáticos famosos, e uma anônima; mas ele reconheceu esta solução como sendo de Isaac Newton.