

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Curso de Licenciatura em Matemática - Noturno
Primeira Prova de Álgebra Linear I
Prof. Dr. Maurício Zahn

Nome:

Data: 11/05/2015.

Questão 01. Considere o sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + y + z = 0 \\ -2x + 2y - z = 2 \end{cases} \quad (1)$$

(a) Resolva-o aplicando operações elementares sobre linhas.

(b) Reescrevendo o sistema (1) na notação matricial

$$A \cdot X = b \quad (2)$$

podemos encontrar o valor da matriz-solução X , multiplicando (2) à esquerda por A^{-1} , se esta inversa existir. Encontre A^{-1} e obtenha o valor de X dessa forma.

Questão 02. Calcule a inversa da matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, através da matriz adjunta.

Questão 03. Seja A uma matriz inversível com inversa A^{-1} . Mostre que $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$.

Questão 04. Uma matriz A chama-se *idempotente* se $A^2 = A$. Supondo A idempotente, mostre que $I - A$ também é idempotente. Nesse caso, quanto vale $\det(I - A)$?

Questão 05. Mostre que o subconjunto

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y = 0 \text{ e } y + z = 0\}$$

do \mathbb{R}^3 é um subespaço vetorial do \mathbb{R}^3 .

Questão 06. Sejam W_1, W_2, \dots, W_n n subespaços vetoriais de um espaço vetorial V tais que $W_1 \subset W_2 \subset \dots \subset W_n$. Defina o conjunto

$$W = \bigcup_{k=1}^n W_k.$$

Mostre que W está bem definido e que W também é um subespaço vetorial de V .

Questão 07. Mostre que o conjunto de vetores

$$\beta = \{(1, 0, 0); (1, 1, 0); (2, 1, 3)\}$$

é uma base para o espaço vetorial \mathbb{R}^3 . Em seguida, escreva o vetor $\vec{u} = (2, -1, 4)$ como uma combinação linear dos vetores dessa base β .

Questão	01	02	03	04	05	06	07
Valor	3,0	1,5	1,0	1,5	1,0	1,5	1,5