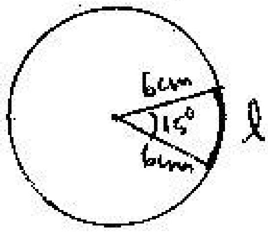
RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

LISTA 01 - TRIGONOMETRIA.

PROF. MAURÍCIO ZAHN.

01)



$l = ?$ Usando regra de três simples:

$$2\pi R \;\text{———}\; 360^\circ$$
$$l \;\text{———}\; 15^\circ$$

Usando a aproximação $\pi = 3{,}14$, vamos obter: $(R = 6\text{ cm})$

$$2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 \;\text{———}\; 360^\circ$$
$$l \;\text{———}\; 15^\circ$$

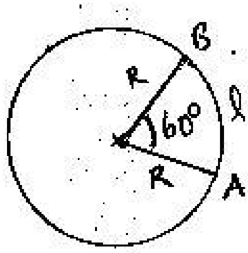
$$360^\circ \cdot l = 37{,}68 \times 15^\circ$$

$$l = \frac{37{,}68 \times 15}{360} = 1{,}57 \text{ cm}$$

(letra (c))

---

02)



$\widehat{AB} = l = ?$ $R = 10\text{cm}$. Use $\pi = 3{,}14$.

Por regra de três simples, vem:

$$2\pi R \;\text{———}\; 360^\circ$$
$$l \;\text{———}\; 60^\circ$$

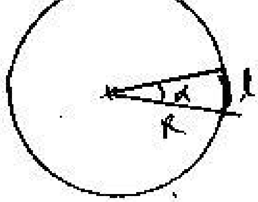
$$2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \;\text{———}\; 360^\circ$$
$$l \;\text{———}\; 60^\circ$$

$$360^\circ \cdot l = 60^\circ \cdot 62{,}8$$

$$\Rightarrow l = \frac{60 \times 62{,}8}{360}$$

$$\boxed{l \cong 10{,}47 \text{ cm}}$$

03)



$l = 6\,cm$

$R = 30\,cm$

$\alpha_{(rad)} = ?$ e em graus $= ?$

O ângulo α, em radianos, é dado por:

$$\alpha = \frac{l}{R} = \frac{6\,cm}{30\,cm} = \frac{1}{5}\ rad.$$

Para saber quanto vale α em graus, basta usar a regra de três simples; como segue:

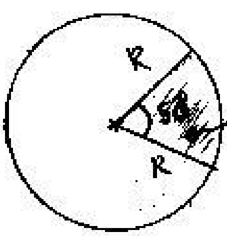
$$\begin{array}{lcl} 180^\circ & \text{———} & \pi\ rad. \\ x & \text{———} & \frac{1}{5}\ rad \end{array}$$

[onde; $x = \alpha_{(graus)}$]

$$\frac{1}{5}\cdot 180^\circ = \pi \cdot x \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{5\pi} = \frac{1}{\pi}\cdot 36^\circ$$

---

04)



ÁREA DESSE SETOR: $605\,cm^2$.

$R = ?$

Por regra de três simples, temos:

$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{———} & \text{ÁREA DO CÍRCULO} \\ 50^\circ & \text{———} & 605\,cm^2 \end{array};$$

onde ÁREA DO CÍRCULO é: $A = \pi \cdot R^2$, e daí:

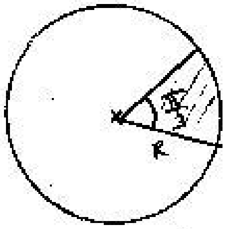
$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{———} & \pi \cdot R^2 \\ 50^\circ & \text{———} & 605 \end{array}$$

$$50\pi R^2 = 605 \cdot 360$$

$$R^2 = \frac{605 \cdot 360}{50\pi}$$

$$R^2 = \frac{4356}{\pi} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{4356}{\pi}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{66}{\sqrt{\pi}}\ cm}$$

06) 

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ rad.

$R = \frac{32}{2}$ cm $= 16$ cm

Seja A a área do setor circular desejado. Assim:

πR^2 —— $360^\circ = 2\pi$ rad

A —— $\frac{\pi}{3}$ rad.

$2\pi \cdot A = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\pi}{3}$

$A = \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi \cdot (16)^2}{6}$

$\Rightarrow A = \frac{\pi \cdot \overset{8}{\cancel{16}} \cdot 16}{\cancel{6}_3}$

$A = \frac{128\pi}{3}$ cm^2

---

07) (b) 180° —— π rad

184° —— x

$184^\circ \cdot \pi \text{ rad} = 180^\circ \cdot x$

$\Rightarrow x = \frac{184}{180} \cdot \pi \text{ rad} = \frac{92\pi}{90} \text{ rad} = \frac{46\pi}{45} \text{ rad}$

(d) $59^\circ 30''$ em rad:

Note que: $59^\circ 30'' = 59 \times 60 \times 60'' + 30'' = 212430''$

e que: $180^\circ = 180 \times 60 \times 60 = 648000''$

Assim, obtemos:

$648000''$ —— π rad.

$212430''$ —— x

$\Rightarrow$

$$648000\,x = 212430\,.\,\pi\,\text{rad}$$

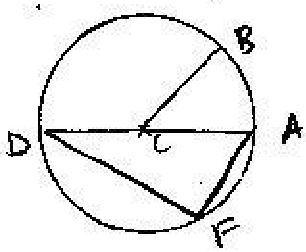
$$\Rightarrow x = \frac{21243\cancel{0}\,.\,\pi}{64800\cancel{0}}\,\text{rad}$$

$$x = \frac{7081}{21600}\,\pi\,\text{rad}$$

---

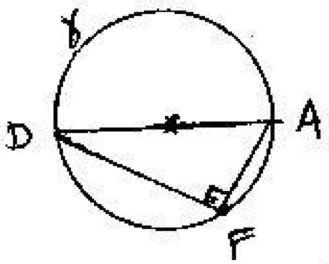
09) (a) PROBLEMA: Conhecida uma corda AF de um arco qualquer, encontrar a corda suplementar DF no semi-círculo.

RESOLUÇÃO: Como um ângulo num semicírculo é reto será $\overline{AF}^2 + \overline{DF}^2 = \overline{AD}^2$, então se for posta uma divisão do raio em 100.000 partes iguais, o valor do diâmetro será 200.000; daí, se um quadrado do diâmetro AD subtrairmos o quadrado da corda AF, restará então o quadrado da corda DF; cuja raiz quadrada dará parte do número, à qual contém a corda DF desejada. c.q.d.



(b) PROBLEMA: Dada uma corda $\overline{AF}$ qualquer de um arco, obter a corda $\overline{DF}$ que completa um triângulo inscrito num círculo de raio R, onde $\overline{DA}$ é seu diâmetro.

PROVA: Seja γ uma circunferência de raio R, e considere $\overline{AD}$ um diâmetro dessa circunferência. Tome um ponto F qualquer entre A e D e suponha conhecido $\overline{AD} = a$. Vamos obter $\overline{DF}$ em função de a. Como da geometria um triângulo cujo lado maior é um diâmetro (triângulo inscrito na circunferência), segue que tal triângulo é reto no vértice oposto ao diâmetro. Observe o esquema:



$\overline{AF} = a$

$\overline{AD} = 2R$ (diâmetro)

Escrevendo $\overline{DF} = x$, pelo Teor. de Pitágoras, temos:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{DF}^2$$, ou seja,

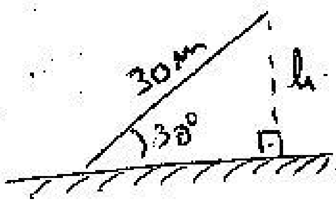
$$(2R)^2 = a^2 + x^2 \implies x^2 = 4R^2 - a^2$$

$$\implies x = \sqrt{4R^2 - a^2}$$

□.

---

10)

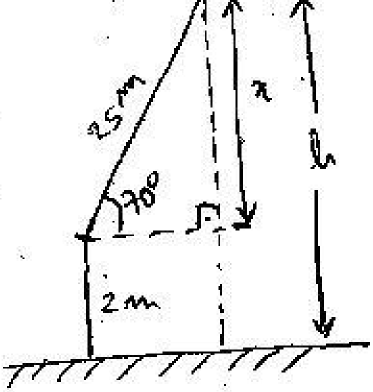


$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h}{30m}$$

$$\implies h = 30m \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$h = 30m \cdot \frac{1}{2} \implies \boxed{h = 15m}$$

11)



$h = ?$

$h = x + 2\,m$, onde

$$\operatorname{sen} 70^\circ = \frac{x}{25\,m}$$

$$\Longrightarrow x = 25\,m \cdot \operatorname{sen} 70^\circ$$

Como $\operatorname{sen} 70^\circ = \cos 20^\circ$, (c.c.f. a tabela dada),

temos que

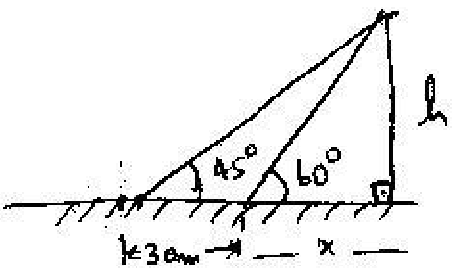
$$x = 25\,m \cdot \cos 20^\circ = 25\,m \times 0{,}939692621$$

$$\Longrightarrow x \doteq 23{,}49231552 5\,m$$, logo,

$$h = 23{,}492315525\,m + 2\,m \cong \underline{25{,}49\,m}$$

---

12)



$h = ?$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \tan 60^\circ$$

$$\boxed{h = \sqrt{3} \cdot x} \quad (I)$$

Por outro lado;

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x+30} \Rightarrow h = (x+30) \cdot \tan 45^\circ$$

$$\Rightarrow \underline{h} = (x+30) \cdot 1 = \underline{x+30}$$

$$\Longrightarrow \boxed{h = x+30} \quad (II)$$

juntando (I) e (II) vamos obter:

$$\begin{cases} h = \sqrt{3}\,x \\ h = x + 30 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3}\,x = x + 30$$

$$\sqrt{3}\,x - x = 30$$

$$x(\sqrt{3} - 1) = 30$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{30(1+\sqrt{3})}{3-1}$$

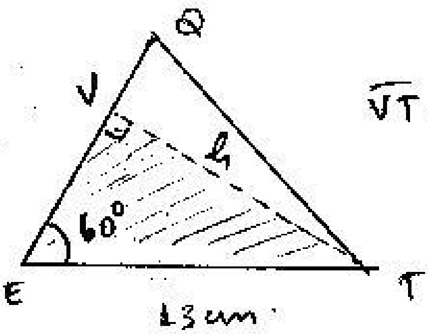
$$\Rightarrow x = 15 \cdot (\sqrt{3}+1) \text{ m}.$$

Assim:

$$h = x + 30 = 15(\sqrt{3}+1) + 30 = 15\sqrt{3} + 15 + 30$$

$$= 15\sqrt{3} + 45 = 15(\sqrt{3}+3) \text{ m}.$$

---

13) 

$\overline{VT} = h = ?$

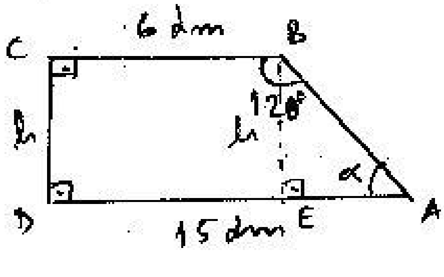
obs.: NOTE QUE O TRIÂNGULO EVT É RETO EM V.

$$\text{sen}\,60^\circ = \frac{h}{13\text{ cm}}$$

$$\Rightarrow h = 13\text{ cm} \cdot \text{sen}\,60^\circ$$

$$h = 13 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{13\sqrt{3}}{2} \text{ cm}.$$

---

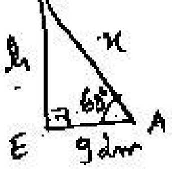
14) 

Como a soma dos ângulos internos de um quadrilátero vale 360°, temos que

$$90^\circ + 90^\circ + 120^\circ + \alpha = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Considerando o triângulo AEB, reto em E; temos; $\overline{EA} = 15\text{ dm} - 6\text{ dm} = 9\text{ dm}$, e daí:



- $\cos 60^\circ = \dfrac{9\ dm}{x}$

$$\frac{1}{2} = \frac{9\ dm}{x} \Rightarrow x = 18\ dm.$$

- $\tan 60^\circ = \dfrac{h}{9\ dm}$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{9\ dm} \Rightarrow h = 9\sqrt{3}\ dm.$$

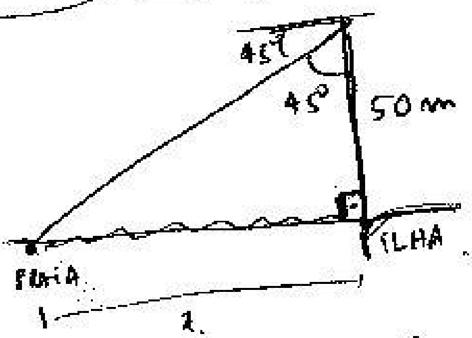
Assim, o perímetro do trapézio será:

$$2p := 15\ dm + 9\sqrt{3}\ dm + 6\ dm + 18\ dm = (39 + 9\sqrt{3})\ dm;$$

e a área será:

$$A = \frac{(D+d).h}{2} = \frac{(15+6).9\sqrt{3}}{2} = \frac{189}{2}\sqrt{3}\ dm^2.$$

16)



CUSTO: R$ 0,20 × x.

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{50 m}$$

$$1 = \frac{x}{50 m} \Rightarrow x = 50 m$$

Logo: CUSTO = 0,20 × 50 m = 10,00 "pila".