

Fundação Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura em Matemática
Disciplina de Trigonometria - Prof. Dr. Maurício Zahn
Lista 05 de Exercícios

1. Sabendo que $\sec x = \frac{25}{24}$ e $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, calcule $\tan 2x$.
2. Se $\cos x = \frac{3}{5}$ e $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, calcule $\sin 3x$.
3. Sejam $x, y \in 1^{\circ}$ quadrante tais que $x + y = 75^{\circ}$, onde $\cot y = \frac{1}{4}$, calcule o valor de $\tan x$.
4. Calcule $\sin 2\alpha$, sabendo que $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$.
5. Calcule o valor de $\cos 15^{\circ}$ de duas formas:
 - (a) escrevendo $\cos 15^{\circ} = \cos(45^{\circ} - 30^{\circ})$;
 - (b) escrevendo $\cos 15^{\circ} = \cos\left(\frac{30^{\circ}}{2}\right)$.

Aparentemente, os resultados obtidos em (a) e em (b) parecem ser diferentes. No entanto, representam o mesmo valor, ou seja, são iguais. Como você mostraria isso?

6. Mostre que
 - (a) $\sin 40^{\circ} + \sin 20^{\circ} = \cos 10^{\circ}$.
 - (b) $\sin 105^{\circ} + \sin 15^{\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
 - (c) $\cos 130^{\circ} + \cos 110^{\circ} + \cos 10^{\circ} = 0$.
 - (d) $\cos 220^{\circ} + \cos 100^{\circ} + \cos 20^{\circ} = 0$.
7. Prove que $\frac{\sin(x+y)}{\cos(x-y)} = \frac{\tan x + \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$.
8. Sejam α, β e γ , com $\alpha, \beta, \gamma > 0$ e tais que $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$. Mostre que
$$\tan \alpha \cdot \tan \beta + \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \gamma \cdot \tan \alpha = 1.$$
9. Se $0 < \alpha < \pi$, mostre que

$$\sqrt{\frac{1}{1 + \cos \alpha} + \frac{1}{1 - \cos \alpha}} \cdot \sin \alpha = \sqrt{2}.$$

10. Para que valores de $t \in \mathbb{R}$ o sistema

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = \log_{10} t^2 \end{cases}$$

admite solução?

11. Obtenha todos os pares (x, y) , com $x, y \in [0, 2\pi]$, tais que

$$\begin{cases} \sin(x+y) + \sin(x-y) = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = 1 \end{cases}.$$

12. Resolva as equações trigonométricas em cada caso: (a) em $x \in [0, 2\pi]$; (b) em $x \in \mathbb{R}$.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| (a) $2 \sin x - 1 = 0$ | (b) $2 \tan^2 x + \sec^2 x = 2$ |
| (c) $\sin^2 x + \sin x = 2$ | (d) $2 \sin x - \csc x = 1$ |
| (e) $2 \sec x = \tan x + \cot x$ | (f) $\sin 2x + \cos x = 0$ |
| (g) $\tan 2x + 2 \cot \sin x = 0$ | (h) $\sin 3x = \cos 2x$ |
| (i) $1 + 3 \tan^2 x = 5 \sec x$ | (j) $2 - 2 \cos x = \sin x \cdot \tan x$ |