

**Fundação Universidade Federal de Pelotas**  
**Curso de Licenciatura em Matemática**  
**Disciplina de Trigonometria - Prof. Dr. Maurício Zahn**  
**Lista Extra de Exercícios**

1. Duas pessoas estão em lados opostos de uma árvore, distantes 20 m um do outro. Se um deles avista o topo da árvore sob um ângulo de  $75^\circ$  e o outro avista o mesmo topo sob um ângulo de  $30^\circ$ , determine a altura da árvore. Obs.: Despreze a altura dos olhos dos observadores em relação ao solo.

2. Mostre que  $\frac{1 - 2 \cos^2 \varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = \tan \varphi - \cot \varphi$ .

3. Seja  $n$  um número inteiro positivo tal que  $\sin \frac{\pi}{2n} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}$

(a) Determine  $n$ .

(b) Determine o valor de  $\sin \frac{\pi}{24}$

4. Sabendo que  $\tan \alpha = \frac{4}{15}$ , onde  $\alpha$  é um arco do terceiro quadrante, calcule o valor de

$$y = \frac{5 \sin \alpha + 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}.$$

5. Denotando  $\tan \frac{x}{2} = z$ , mostre que

$$\sin x = \frac{2z}{1 + z^2}, \quad \cos x = \frac{1 - z^2}{1 + z^2} \quad \text{e} \quad \tan x = \frac{2z}{1 - z^2}.$$

**Nota.** Este tipo de mudança de variável é útil para resolver certos tipos integrais trigonométricas.

6. Dados  $x \in 2^\circ \text{Q}$ . e  $y \in 3^\circ \text{Q}$ . tais que  $x + y = 345^\circ$ . Se  $\sec y = -2$ , determine o valor de  $\cot x$ .

7. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $\tan 2x + 2 \sin x = 0$ .

8. Calcule o valor de  $y = \sin 15^\circ \cdot \sin 292,5^\circ$ .

9. Prove que

$$\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\tan \frac{\alpha + \beta}{2} + \cot \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{2 \cos \beta}.$$