



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

O que $f'(x)$ diz sobre $f(x)$

Gisele Scremin¹

GD₄ – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo

A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, é exploratória e tem como público alvo alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, de uma instituição de ensino superior do RS. O objetivo desse trabalho será desenvolver e aplicar uma Unidade de Aprendizagem para o ensino do conceito de derivadas e sua interpretação gráfica, com auxílio do aplicativo Desmos, com a pretensão de responder à questão de pesquisa: Como o uso de aplicativos gráficos poderá auxiliar os alunos na compreensão do conceito da derivada e sua interpretação gráfica? As dificuldades observadas por outras pesquisas estão centradas na compreensão gráfica e geométrica do conceito de derivada, o que nos leva elaborar e propor uma Unidade voltada ao ensino e aprendizagem da derivada, com enfoque gráfico deste conceito, utilizando um recurso computacional e atividades exploratórias. Busca-se através deste trabalho contribuir para a aprendizagem da derivada, proporcionando aos alunos um ambiente de descoberta, tornando o ensino mais dinâmico e significativo.

Palavras-chave: Derivada. Desmos. Gráfico da função.

1 Introdução

O conceito de derivada é fundamental para a compreensão do Cálculo Diferencial e Integral, doravante denominado de Cálculo, nos diversos cursos de graduação, sendo um pré-requisito para a construção de outros conceitos, como a integral e as equações diferenciais, além de ser uma ferramenta para a resolução de problemas de variação, otimização e de outros modelos advindos da matemática aplicada e de outras áreas de conhecimento.

No Cálculo, a derivada em um ponto de uma função $y = f(x)$ representa a **taxa de variação instantânea** de y em relação a x neste ponto. Um exemplo típico é a função Velocidade que representa a taxa de variação instantânea (derivada) da função espaço. Do mesmo modo a função aceleração é a derivada da função velocidade. Agora

¹Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, gisele23scremin@gmail.com, orientadora: Dr. Maria Madalena Dullius.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

geometricamente, a derivada no ponto $x = a$ de $y = f(x)$ representa a **inclinação da reta tangente ao gráfico desta função no ponto $(a, f(a))$** . A função que a cada ponto x associa a derivada neste ponto de $f(x)$ é chamada de **função derivada de $f(x)$** .

A taxa de variação instantânea, a inclinação da reta tangente, a derivada como limite e a função derivada, são as diversas interpretações deste conceito. Mas o que atualmente vem sendo questionado pelos pesquisadores é se os universitários e também futuros professores têm conseguido compreender e aplicar este conceito em suas diversas interpretações, (Pino-Fan, Godino e Font, 2015) e o que se tem diagnosticado tanto a nível nacional quanto internacional é a falta de compreensão e conexão entre estas interpretações e suas aplicações.

No que se refere especificamente a derivada, alguns trabalhos mais recentes desenvolvidos destacam que: tem-se um ensino que prioriza, em geral, processos de construção e avaliação formal, onde os alunos derivam, integram e calculam limites, sem ser capazes de dar um sentido mais amplo as noções envolvidas, pois priorizam somente o aspecto algébrico do conceito (Junqueira, 2014; Vrancken; Engler, 2014); os alunos apresentam dificuldade em relacionar os aspectos analíticos aos gráficos da função e suas derivadas (Pinto; Vianna, 2012; Sánchez-Matamoros; García; Linares, 2013).

Ainda segundo Rezende (2003) a principal fonte de obstáculos de aprendizagem é a carência de algumas ideias e problemas construtores de Cálculo, por isso faz necessário voltar o ensino de Cálculo para o próprio Cálculo, os seus significados, seus problemas construtores e suas potencialidades.

Os trabalhos levantados na revisão de literatura, evidenciam a necessidade de novas pesquisas que investiguem novas estratégias e alternativas para o ensino de Cálculo, de maneira que o aluno possa compreender e dar sentido aos conceitos e procedimentos, de modo a contribuir para a construção do conhecimento matemático.

Os aspectos que propomos desenvolver neste trabalho estão relacionadas a compreensão do conceito de derivada e sua interpretação gráfica, com auxílio do aplicativo



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Desmos. Nosso interesse, nesta pesquisa, centra-se em compreender como a visualização poderá contribuir para a aprendizagem deste conceito e sua interpretação gráfica.

Objetivos

Objetivo Geral: Desenvolver uma metodologia de trabalho, para o ensino e aprendizagem de derivadas, com auxílio do aplicativo Desmos. (<https://www.desmos.com/>).

Objetivos específicos:

- Desenvolver uma Unidade de Aprendizagem para o ensino de Derivadas, com auxílio do *aplicativo* Desmos, para promover a articulação dos aspectos algébricos, gráficos e geométricos deste conceito;
- Aplicar a Unidade de aprendizagem e verificar o nível de aprendizagem e motivação despertada nos alunos;
- Averiguar, as percepções dos discentes quanto à utilização de ferramenta tecnológica na resolução de atividades vinculadas ao conteúdo de derivadas;
- Propor aos alunos vivências diversificadas, para que possam explorar, testar, investigar, argumentar e raciocinar logicamente.

2 Referencial Teórico

2.1 O ensino de Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias

Na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ministrada em cursos superiores, os conteúdos trabalhados muitas vezes são um tanto abstratos. A metodologia utilizada pelos professores tem um enfoque mais algébrico do que analítico, baseada na resolução de



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

exercícios repetitivos, para que o aluno compreenda o processo e o conteúdo abordado, como destacou Guimarães (2002).

Usualmente a metodologia utilizada pela maioria dos professores é a tradicional, que se caracteriza pelo ensino a partir de definições, seguida de enunciados, teoremas e demonstrações, finalizando com exercícios, conforme aponta Almeida (2007),

De forma geral, nas aulas de Cálculo os conteúdos são apresentados aos alunos como um saber já construído, sem lugar para a intuição, experimentação ou descoberta e perante o qual não é possível a argumentação. Os conceitos são apresentados aos alunos, na maioria das vezes, já formalizados, não decorrentes das suas ações e da reflexão sobre eles, dando-se quase nenhum tempo aos alunos para sentirem a formalização como algo natural e necessário à comunicação de processos e resultados. (ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2007, p.4)

Alguns autores fazem críticas a esse tipo de metodologia, como Barbosa (2004) que expressa da seguinte forma:

[...] no modelo tradicional do ensino da matemática, que valoriza, em excesso, a função de memorização e o rigor de regras, fórmulas, teoremas, demonstrações, situados no campo da abstração, que o aluno não está acostumado, gerando um certo tipo de contaminação científica tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica do professor. (BARBOSA, 2004, p. 39)

Desta maneira, pode-se afirmar que a metodologia tradicional faz com que grande parte dos alunos aprenda de maneira mecânica, pois apenas resolvem questões aplicando fórmulas e regras, sem ter compreensão dos conceitos envolvidos na resolução destas. O que muitas vezes acontece é que o aluno decora regras de derivação e integração, mas não consegue utilizar tais ferramentas matemáticas para resolver uma situação-problema.

Propostas pedagógicas têm surgido na tentativa de minimizar as dificuldades encontradas nesse processo de ensino e aprendizagem, como a utilização do computador, o ensino na perspectiva da Modelagem Matemática, o ensino através da Resolução de Problemas, dentre outros.

Silva (1994, p. 6), também aponta que

Um dos caminhos que pode ensejar maior produtividade no processo de ensino e aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral I pode estar na diversificação das formas de abordagem de cada tema a ser apresentado, a partir do que se adapta a cada um destes, da condição intrapessoal e interpessoal de cada docente, do nível



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

de aprofundamento desejado, etc. Assim, algumas opções viáveis podem ser encontradas, além da resolução de problemas que constituem a própria essência da Matemática, por meio da explicitação dos seus conceitos e de suas teorias através da história; e estas podem tornar-se um meio bastante estimulador, tanto para o professor como para o aluno, criando-se uma atmosfera que facilite a compreensão do saber matemático pelo contato com sua gênese e etapas de seu desenvolvimento; além disso, fazer uso da experimentação, das aplicações e do uso da computação.

Tendo como alternativa diversas metodologias e ferramentas, apontadas por Silva (1994) que poderão ser utilizadas para promover o ensino e aprendizagem de conceitos, cabe ao professor traçar e estabelecer as relações entre os conteúdos a serem trabalhados e os recursos a serem empregados, de modo a contribuir para a aprendizagem de conceitos e seu devido aproveitamento pelo aluno.

Uma destas alternativas é o uso de recursos tecnológicos, como o computador, que poderá proporcionar um ambiente de descobertas, interativo e dinâmico aos alunos. O termo Construcionismo, refere-se à construção do conhecimento através do computador como ferramenta de aprendizagem e foi introduzido por Papert (1994), segundo ele os indivíduos terão a oportunidade de descobrir por si mesmos o conhecimento específico de que precisam, salientando a necessidade de orientação do professor neste processo.

A capacidade técnica das máquinas possibilita planejar atividades de ensino antes impensáveis com o uso de lousa e giz. Para o ensino de Matemática, por exemplo, há vários *softwares* livres que permitem explorar os conceitos de matemática de uma forma mais dinâmica e detalhada, bem como aplicativos da *web* que podem contribuir para a aprendizagem significativa dos conteúdos.

Palis (1995, p. 25),

Destaca a importância das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de Cálculo apontando que [...] tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem simplesmente porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais.

Várias pesquisas sobre sua utilização vêm sendo realizadas, dentre as quais destacam-se os trabalhos de Allevato (2005; 2010), Borba & Villareal (2005), Jesus (2005)



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

e Borba & Penteadó (2001). Esses autores concordam que o uso de *softwares* computacionais possibilita uma inovação no ensino, pois, são considerados uma ferramenta auxiliar na construção de conceitos e aplicações relacionados ao ensino de matemática.

Já de acordo com a pesquisa realizada por Paranhos (2009), ambientes informatizados podem contribuir para que os alunos se tornem mais participativos e exploradores, e ajudam na criação de conjecturas e negociação de significados, facilitando a compreensão dos aspectos conceituais também do Cálculo.

Marin (2009) em sua pesquisa junto a um grupo de professores universitários sobre o uso de TIC nas aulas de Cálculo, levantou algumas potencialidades deste recurso:

No que diz respeito ao desenvolvimento das aulas, identifica-se que a TIC permite realizar atividades que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel, proporcionando a organização de situações pedagógicas com maior potencial para aprendizagem. É claro que isso aumenta o tempo de dedicação do professor. (MARIN, 2009, p.136)

Alguns trabalhos relatam o uso do computador nas aulas de Cálculo, como Costa e Souza Júnior (2007), que destacam o uso de *softwares* gráficos como ferramentas eficientes para o ensino de funções, gráficos, limites, derivadas, integrais, áreas e volumes, pois permitem a visualização e exploração gráfica, possibilitando ao aluno construir conceitos ou ainda ressignificar conceitos já estudados. Silva (1994, p. 7), ressalta que

O Cálculo, por sua própria natureza de trabalhar com aproximações, é um dos mais adequados para a utilização de computador em experimentação, propiciando uma (re) descoberta dos seus conceitos. Infelizmente, esta ferramenta de trabalho atualmente não é utilizada pelos professores. Uns, por não a aceitarem como método de validação de uma verdade matemática, outros por desconhecerem a sua utilidade.

O uso de *softwares* apresenta-se como uma opção favorável para a aprendizagem de Cálculo, pois oportuniza a exploração e visualização gráfica. A visualização gráfica proporcionada pelo *software* é parte importante no processo de ensino e aprendizagem, principalmente na área de matemática, pois permite engajar conceitos e significados que podem ser facilmente incorporados a solução simbólica de problemas ou conteúdo.

A visualização tem um poderoso papel complementar, onde se pode destacar três aspectos: a visualização como apoio a resultados essencialmente simbólicos;



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

uma maneira possível para resolver conflitos entre soluções simbólicas (corretas) e (incorretas) com intuições; como ajuda a reengajar e recuperar os fundamentos conceituais que podem ser facilmente contornados por soluções formais. (ARCAVI, 2003, p. 222-223, tradução nossa).

A visualização pode ser vista como um objeto a ser manipulado pelo aluno, a fim de explorá-lo e incorporá-lo como parte de um conceito. O uso de gráficos além de possibilitar este manuseio, pode proporcionar apoio a resolução de problemas, a resolução de conflitos e o significado a conceitos muitas vezes abstratos aos olhos dos alunos.

O papel do professor frente ao uso de tecnologias em sala de aula é muito importante. Segundo Costa e Salvador (2004), o professor tem o papel de mediador e orientador para que o aluno seja capaz de realizar uma análise crítica e construir o conhecimento ou ressignificá-lo, e não somente contemplar a beleza gráfica e o mundo colorido que o computador oferece.

A gama de *softwares* existentes atualmente é considerada relevante, principalmente aqueles que exploram o gráfico de funções, possibilitando um trabalho diferenciado que integre os conceitos algébricos e numéricos aos aspectos gráficos e geométricos. Para a seleção de um determinado aplicativo ou *software*, faz-se necessário que o professor realize um breve estudo e análise destes, para poder escolher o mais adequado frente ao contexto de sala de aula, considerando o público alvo, seu domínio de tecnologias, acessibilidade e contexto de aplicação.

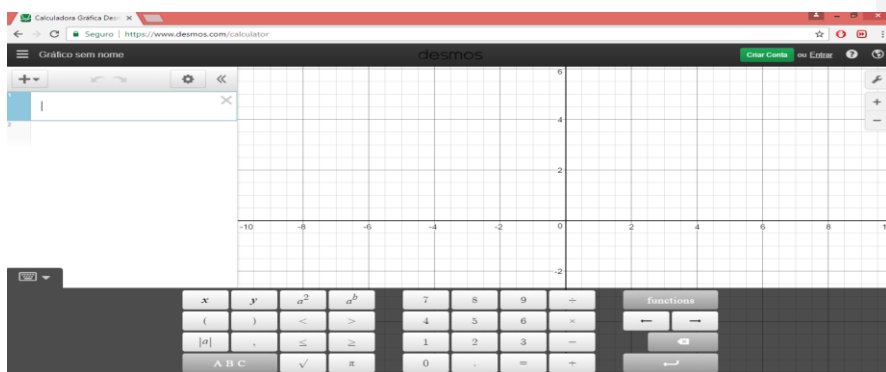
2.2 APLICATIVO DESMOS

O *software* ou aplicativo Desmos (<https://www.desmos.com/>), destina-se a construção de gráficos; apresenta basicamente duas colunas: uma algébrica (pode-se inserir uma expressão, nota, tabela, pasta e imagem, à esquerda); e outra de visualização gráfica, com malha quadriculada (à direita). Além disso, pode-se dispor de uma calculadora na própria tela.

Formatado: Normal, À esquerda,
Recuo: Primeira linha: 1,23 cm



Imagem 1: Tela inicial do Aplicativo Desmos



Fonte: Disponível em: <https://www.desmos.com/>, acesso em 19 Mar. 2017

As funções deste aplicativo são semelhantes a uma calculadora gráfica. Podemos destacar algumas de suas potencialidades como: construir pontos, inserir tabelas, anotações, controle deslizante, gráficos de funções (com ou sem restrições de domínio), cônicas e regiões do plano através de equações cartesianas, paramétricas ou polares, além de calcular expressões numéricas, resolver equações de primeiro e segundo grau com uma incógnita, derivadas e integrais de uma função.

Em relação as possíveis contribuições do uso do aplicativo para o ensino de Derivadas e suas aplicações, está relacionado a visualização gráfica, comandos básicos acessíveis e de fácil compreensão, a possibilidade de exploração de pontos isolados e domínios fechados, além da animação que pode ser visualizada e trabalhada no ambiente, possibilitando ao aluno a construção do conhecimento por meio da visualização e interação com as atividades propostas.

Como principais características deste recurso podemos apontar: ser uma ferramenta *online* e de acesso gratuito; ser acessado por qualquer navegador de internet e por qualquer



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

aparelho, seja, computador, *tablet*, *smartphone*; não precisa ser instalado no dispositivo, desde que esteja conectado; não requer cadastro de usuário para ser utilizado, mas possui a opção de cadastro de usuário do *Google*, o que possibilita salvar e compartilhar as atividades realizadas; é multi-idioma; funciona como uma plataforma de trabalho colaborativo, ou seja, permite compartilhar as atividades que podem ser utilizadas por outros usuários.

Para a digitação das funções utiliza-se a coluna da esquerda que apresenta uma sequência de linhas numeradas. O lado direito da tela é destinado ao traçado das curvas, apresenta o plano cartesiano com suas coordenadas. Abaixo está o teclado com números e letras, sinais matemáticos e os comandos para potência, raiz e módulo. E ainda na tecla “*functions*”, é possível calcular as funções trigonométricas, suas inversas e hiperbólicas, estatística, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum entre outras.

Frente ao conceito de derivada e a análise do comportamento de uma função, é possível demonstrar e construir com o Desmos, tanto a função original quanto a sua derivada primeira e segunda, possibilitando o comparativo e análise dos gráficos construídos, ou se necessário a ocultação de um deles para um trabalho mais isolado.

3 Metodologia

A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, trata-se de uma pesquisa exploratória, de acordo com Creswell (2014), na pesquisa qualitativa, a coleta de dados ocorre no contexto natural dos participantes, sendo que os próprios pesquisadores criam seus instrumentos de pesquisa e coletam pessoalmente os dados; a análise dos dados estabelece padrões; e o relatório final inclui as vozes dos participantes, a reflexão, descrição e interpretação do problema pelo pesquisador, além de sua contribuição para a literatura. O presente estudo se realizará, em duas etapas: **primeiramente** a elaboração da Unidade de Aprendizagem de derivadas e a exploração gráfica do conceito. Na **segunda etapa**, será



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

aplicada a Unidade de Aprendizagem, onde serão desenvolvidas atividades exploratórias para a construção do conceito de Derivada e sua exploração gráfica.

Os participantes desta pesquisa serão alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma Instituição de Ensino Superior do estado do RS. Como instrumento de coleta de dados serão utilizados o diário de campo, as atividades exploratórias desenvolvidas no decorrer da aplicação da Unidade de Aprendizagem, uma atividade de Avaliação Final e um questionário aberto considerando o recursos e metodologia empregados.

4 Considerações Finais

Esta pesquisa está em fase de desenvolvimento. Até o presente momento foram realizadas as seguintes etapas:

- Revisão de literatura com vista a delinear, descrever e analisar pesquisas que tratam do ensino e aprendizagem da derivada.
- Estudo do referencial teórico em que destacamos fundamentos teóricos sobre a utilização de tecnologias no ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

5 Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: Análise de uma experiência**. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. UNESP: Rio Claro/SP, 2005.

ALLEVATO, N. S. G. Utilizando animação computacional no estudo de funções. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 1, n. 2, p. 111-125, 2010. Disponível em <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/viewFile/13/15>. Acesso em: 20 Mar. 2017

ALMEIDA, L. M. W; FATORI, L. H; SOUZA, L. G. S. Ensino de cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia**, São Paulo, v.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

10, 2007. Disponível em: <
<http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/17/31>>. Acesso em: 23 fev. 2017.

Formatado: Inglês (Estados Unidos)

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. In: **Educational Studies in Mathematics**, n. 52, p. 215-241, 2003.

BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. 100 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Curitiba, 102 pág., 2004. Disponível em: http://www.biblioteca.pucpr.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=291. Acesso em: 12 fev. 2017.

Formatado: Inglês (Estados Unidos)

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**. EUA: Springer, 2005, 226p.

COSTA, P. O.; SOUZA JÚNIOR, A. J. Tecnologia de Informação e Comunicação no ensino de Cálculo. **FAMAT em Revista**, n. 9, p. 431-440, 2007. Disponível em: http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat_revista_09_sala_09.pdf. Acesso em: 01 mar. 2017.

GUIMARÃES, Oswaldo.L.C. **Cálculo Diferencial e Integral uma mudança de foco: do algebrismo às representações múltiplas, através de atividades de modelagem matemática e ambientes informatizados**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Florianópolis, 272 p., 2002. Disponível em: <
<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/83263/189555.pdf?sequence=1>> . Acesso em 23 fev. 2017.

JESUS, A. R. Gráficos animados no Winplot. **Revista do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, n. 56, p. 34-44, 2005.

JUNQUEIRA, S. M. S. **Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de Cálculo 1**. 2014. 213 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, 164 p., 2009. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91117/marin_d_me_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em: 20 fev. 2017.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

PARANHOS, Marcos. M. **Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral**. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11408#preview-link0>. Acesso em 19 fev. 2017.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era digital**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PINO-FAN, L. R.; GODINO, J. D; FONT, V. Uma propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 60-89, 2015.

PINTO, G. M. F.; VIANNA, C. C. S. Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de Cálculo semipresencial. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro (RJ), v. 2, n. 3, p. 74-90, 2012.

SÁNCHEZ-MATAMOROS, G.; GARCÍA, M.; LLINARES, S. Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 45, p. 281-302, 2013.

SILVA, J. F. Questões metodológicas do ensino de Cálculo Diferencial e Integral I. In: Encontro Nacional de Educação Matemática: **Educação Matemática, Cultura e Diversidade: X ENEM**, Salvador/BH. Anais...Salvador, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T9_CC979.pdf>. Acesso em: 12 fev. 2017.