



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Geometria Espacial sob a ótica dos Registros de Representações Semióticas: um estudo com futuros professores de Matemática

Dienifer da Luz Ferner¹

GD4 – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo do trabalho: Este projeto de pesquisa tem como objetivo analisar uma proposta para o ensino de Geometria Espacial, na formação inicial de professores de Matemática, com ênfase na articulação dos Registros de Representação Semiótica (RRS) e operações figurais, considerando aspectos cognitivos, epistemológicos e metodológicos. Tendo em vista que o encaminhamento dado pelo professor pode contribuir para uma melhor compreensão da Geometria e no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, Duval (2012) destaca para a aprendizagem desse campo da Matemática operações figurais denominadas de apreensões, a saber: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória. Nesta perspectiva, pretende-se verificar as ementas dos componentes curriculares de licenciatura em Matemática que tratam de Geometria, em especial, a Geometria Espacial, buscando identificar as referências básicas utilizadas e analisar as que são comuns aos cursos. A partir desta primeira análise, serão (re)organizadas e dinamizadas atividades propostas nessas obras com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), matriculados no componente curricular de MTM1062-Educação Matemática II, no primeiro semestre de 2019, buscando estabelecer articulações de representações semióticas e operações figurais.

Palavras-chave: Apreensões em Geometria; Transformações Cognitivas; Análise de Livros.

Introdução

O presente texto expõe o projeto de pesquisa que será desenvolvido no Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), iniciado em agosto de 2017. Este projeto emerge de experiências vivenciadas no período da graduação no curso de Matemática – Licenciatura, realizado na Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), *Campus Itaqui*, durante a participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) e nos grupos de pesquisa matE² (Educação e Educação Matemática) e GEPEMAT (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática).

¹Universidade Federal de Santa Maria, e-mail: dieniferlferner@gmail.com, orientador: Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

No Pibid foram desenvolvidas atividades como: leituras sobre Educação Matemática, elaboração de planejamentos, monitorias e interaulas². Nestas últimas, destaca-se que foi possível acompanhar, durante um ano letivo, uma turma de 3º ano do Ensino Médio, em especial, no estudo de Geometria Espacial (GE). Constatou-se que esses conceitos foram tratados com ênfase na utilização de fórmulas em detrimento as demonstrações, aos tratamentos figurais e a mobilização de diferentes representações matemáticas. Ressalta-se que outras pesquisas (LEIVAS, 2009; CARVALHO, 2013; KLUPPEL, 2012) confirmam esta prática.

Nos grupos de pesquisa foram realizadas problematizações acerca das temáticas: currículo, políticas públicas e formação de professores de Matemática. Dentre estas atividades, sublinha-se os estudos da teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS), desenvolvida por Raymond Duval e análises de livros didáticos. Entende-se que essa teoria permite (re)pensar sobre os saberes ensinados na escola numa perspectiva cognitiva e epistemológica, pois possibilita refletir sobre os fundamentos da Matemática e de sua aprendizagem (SOARES, 2016). As investigações de livros didáticos têm sido realizadas com o propósito de auxiliar professores a formular critérios para analisar este recurso quanto aos limites/lacunas e potencialidades.

É importante registrar, também, que as experiências vivenciadas nesses espaços-tempos contribuíram para definir a problemática de meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). A pesquisa desenvolvida teve por objetivo analisar se e como são abordados os elementos fundamentais ao desenvolvimento do pensamento geométrico nas propostas de coleções de livros didáticos. Para tal, realizou-se um mapeamento, tendo como descritores “Pensamento Geométrico”, “Geometria Espacial” e “Volume”. Identificando-se 6 produções publicadas em periódicos da área da Educação Matemática e 10 em programas de Pós-Graduação. Verificando-se que apenas 3 pesquisas utilizaram como aporte teórico o modelo de Van Hiele e 1 utilizou a teoria dos RRS.

² Espaço-tempo de produção do conhecimento no contraturno escolar, o qual estabelece intermediações conceituais dos conteúdos trabalhados na escola e universidade.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

É importante mencionar que a escolha pelo campo da Geometria justifica-se por esta se fazer presente em diversas situações e aplicações do cotidiano, sendo fundamental “à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços” (BRASIL, 2002, p.123). Além disso, o pensamento geométrico potencializa o

[...] desenvolvimento de abstrações e representações do espaço, é uma poderosa via de generalização da própria álgebra e, ainda, está em estreita ligação com o desenvolvimento do pensamento combinatório, estatístico-probabilístico, na medida em que esquemas, tabelas e gráficos de diferentes tipos são representações, tanto do tratamento da informação, como das funções que expressam relações especiais, que modelam fenômenos da ciência, da tecnologia e da sociedade. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38)

A análise das coleções de livros didáticos permitiu concluir que a maioria das atividades propostas nas unidades/capítulos de GE abordam questões relacionadas as grandezas área e volume, em detrimento ao estudo das propriedades das figuras geométricas espaciais e das operações figurais. Quanto ao modelo de Van Hiele³, verificou-se que há ênfase aos níveis Visualização e Análise, sendo raras as atividades que requerem a Dedução Informal, além disso, não foram identificadas atividades envolvendo a Dedução Formal e o Rigor.

Em relação a teoria dos RRS, percebeu-se que a conversão⁴ é a transformação cognitiva mais explorada. Esta transformação é fundamental para a aprendizagem matemática, desde que seja abordada em vários sentidos. Contudo, nas coleções, mais de 90% das atividades partem do registro da língua natural⁵ para o algébrico. Salienta-se que o registro geométrico⁶ é utilizado na maioria das vezes, nas coleções, como um registro intermediário, pois o foco das atividades refere-se a determinação da área ou do volume de figuras espaciais. Entende-se que, por se tratar de conteúdos/conceitos relacionados a GE,

³ Maiores detalhes sobre os níveis de Van Hiele podem ser encontrados no livro de Lindquist e Shulte (1994), *Aprendendo e ensinando geometria*.

⁴ Segundo Duval (2011) a conversão é uma transformação que faz passar de um registro para outro, propondo assim a coordenação de dois ou mais registros.

⁵ Geralmente, este registro apenas informa os dados para utilização do procedimento explicado em um item anterior do livro.

⁶ Ao falar de registro geométrico estamos tratando das figuras geométricas.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

o registro geométrico deveria ser abordado, também, como registro de chegada em atividades envolvendo construções geométricas, pois estas “formam imagens passíveis de comunicar uma ideia, um conceito ou um pensamento” (MORAN, FRANCO, 2015, p. 65), essenciais à argumentação e realização de demonstrações.

Para Duval (2011, p. 84-85), as figuras, na geometria, “apresentam três características que lhes conferem um poder cognitivo particular”: possuem um valor intuitivo; possibilitam um reconhecimento praticamente imediato dos objetos; e, podem ser construídas instrumentalmente (régua, compasso, *software*). Para o pesquisador há operações puramente figurais que “permitem transformar qualquer figura em outra com a finalidade de fazer aparecer uma solução ou de produzir um contraexemplo ou ainda de modelar uma situação”. A tomada de consciência dessas operações figurais possibilita “entrar na maneira matemática de ver em geometria”. Em outras palavras, “operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura fixada no monitor ou constituída no papel” (DUVAL, 2011, p. 87).

Destaca-se que, esta investigação propõe uma continuidade do estudo realizado por Arcego (2017), uma vez que a pesquisadora constatou aumento no número de produções brasileiras sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria, no âmbito da Educação Matemática, mas não tinha como objetivo analisar se e como esse campo é enfatizado nas propostas curriculares de cursos de formação de professores de Matemática. Sendo assim, não analisou as referências dos componentes curriculares expostas nos Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC), um dos propósitos desta investigação.

Breve mapeamento das pesquisas brasileiras acerca da Geometria

As pesquisas relacionadas a Geometria, conforme Duval (2011, p. 85), geralmente, não problematizam as “operações de reorganização puramente visuais das figuras que seriam próprias da maneira matemática de ver”. Devido a importância dessa afirmação e a intenção de definir uma problemática para continuar investigando sobre Geometria, optou-



se por (re)organizar o mapeamento realizado para o TCC, citado na introdução deste trabalho.

Assim, selecionaram-se periódicos⁷ da área da Educação Matemática que possuíam *Qualis*, igual ou maior, a B1; e nestes buscou-se identificar produções que apresentavam, no título, os seguintes descritores: “Geometria Espacial” e “Pensamento Geométrico”. Os dados do mapeamento indicaram que, havia 10 produções com os descritores selecionados.

Percebeu-se que o foco principal das produções estava em investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico de um determinado grupo de alunos da Educação Básica. Quanto a metodologia utilizada, 80% das pesquisas eram de cunho qualitativo (teste de sondagem, análise de questionários).

Em relação ao referencial teórico, a resolução de problemas foi mencionada com maior destaque. Também, pôde-se constatar que nenhum dos trabalhos mapeados utilizou os RRS em seu referencial teórico. Além disso, não havia nenhum trabalho que discutia esse tema vinculado a formação inicial do professor de Matemática, evidenciando a importância da análise das referências dos componentes curriculares relacionados à Geometria propostos nos PPC, com base nos pressupostos da teoria dos RRS, em especial, nas apreensões em Geometria.

Importância do registro figural na aprendizagem de Geometria

Os problemas em Geometria, conforme Duval (2012, p.119), possuem grande originalidade comparados a outros problemas propostos em Matemática, pois exigem “uma forma de expressão que não repousa na oposição geralmente feita entre a língua natural e as línguas formalizadas”, entendendo que na Geometria a visualização é um intermédio natural entre essas duas línguas.

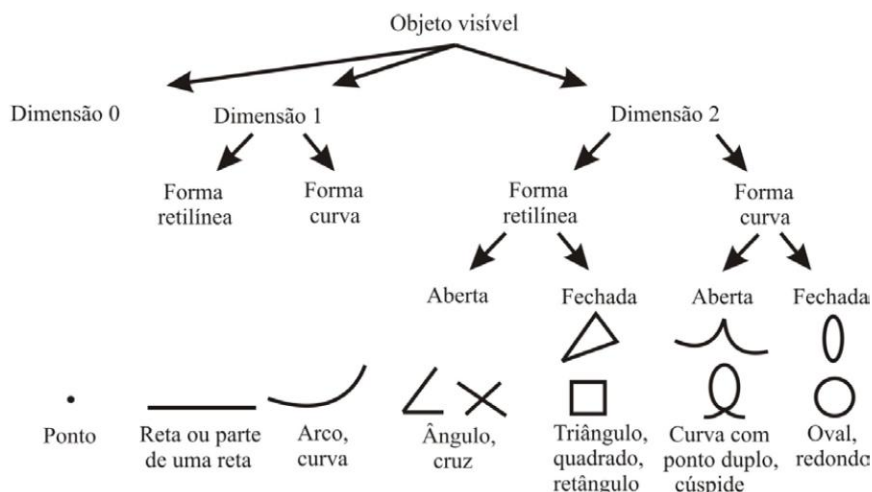
De acordo com o autor, a visão é o que proporciona acesso direto ao objeto/figura, já a visualização está relacionada a identificação de unidades figurais de representação que são

⁷ Bolema, Educação Matemática Pesquisa, Educação Matemática em Revista, Perspectivas em Educação Matemática, Revemat, Revista Brasileira de História da Matemática, Boletim GEPEN, Zetetiké e Em Teia.



classificadas visualmente do tipo dimensional e qualitativa (Figura 1). Pode-se dizer que só é uma figura, em Matemática, aquela que consiga ser configurada através de unidades figurais de uma dimensão menor que a sua. Por exemplo, um cubo possui dimensão 3, esta figura geométrica é formada por faces quadradas de dimensão 2, estas faces contém segmentos de reta de dimensão 1 e os pontos que unem os segmentos de reta das faces possuem dimensão 0.

Figura 1: Classificação das unidades figurais



Fonte: DUVAL, 1995, p.177

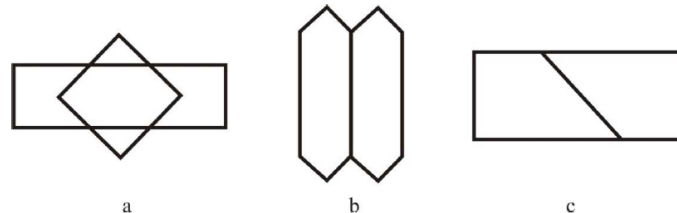
Por meio da visualização podem ser exploradas propriedades heurísticas das figuras. Os objetos/figuras podem ter diferentes compreensões dependendo de cada sujeito, ou seja, interpretações autônomas. Estas interpretações autônomas são classificadas por Duval (2012) em quatro tipos de apreensões: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória.

A apreensão sequencial está relacionada as atividades de descrição ou construção com o objetivo de reproduzir uma figura.

A apreensão perceptiva refere-se a organização de elementos de uma figura. Conforme Duval (2012), pode ocorrer de três formas de organização perceptivas das figuras (Figura 2):



Figura 2: Organizações perceptivas de figuras



Fonte: DUVAL, 2012, p.121

- Superposição de duas formas que podem ser reconhecidas como um retângulo e um quadrado; um retângulo, um hexágono e dois triângulos;
- Agrupamento de duas formas iguais que possuem um lado em comum e podem ser descritas como dois hexágonos;
- Repartição de uma forma que pode ser descrita como um retângulo com uma partição.

A apreensão discursiva relaciona, principalmente, o registro figural e o da língua natural, ou seja, figura/objeto e enunciado do problema de Geometria. Esta apreensão refere-se a compreensão das unidades figurais apresentadas no enunciado do problema a respeito da figura. Ressalta-se que o enunciado pode, ou não, ter congruência semântica com a figura. Em outras palavras, em um problema de Geometria cuja representação figural seja exposta, as propriedades da figura podem ser mais pertinentes para a resolução do que as propriedades apresentadas no enunciado do problema.

Na busca de solucionar alguns problemas de Geometria podem ser feitas modificações e reorganizações nas figuras, estas entendidas como tratamentos figurais. Conforme Duval (2012), estes tratamentos figurais constituem a apreensão operatória. As modificações e reorganizações figurais podem ser classificadas da seguinte forma (Tabela 1):



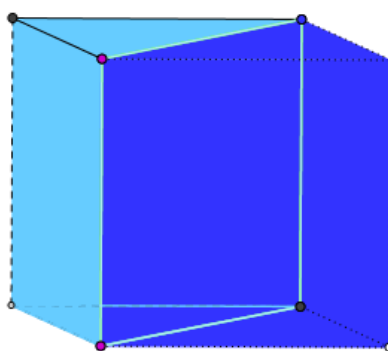
Quadro 1: Classificação das modificações da apreensão operatória

Tipo de modificação figural	Operações que constituem a produtividade heurística	Fatores que interferem na visibilidade
Modificações mereológicas	- Reconfiguração intermediária - Mergulhamento	- Característica convexa ou não convexa das partes elementares
Modificações óticas	- Superposibilidade - Anamorfose	- Recobrimento parcial - Orientação
Modificações posicionais	- Rotação - Translação	- Estabilidade das referências do campo perceptivo para o suporte das figuras.

Fonte: DUVAL, 2012, p.127

Dentre as modificações e reorganizações exposta no Quadro 1, destaca-se as operações de reconfigurações, operações estas que ocorrem por meio de uma modificação mereológica. A modificação mereológica esta relacionada a divisão de uma figura em outras de mesma dimensão. A Figura 3 é um cubo que foi fracionado em partes iguais resultando em dois primas de base triangular, está divisão pode auxiliar os sujeitos, por exemplo, a determinarem o volume do sólido por meio da soma dos volumes dos dois prismas.

Figura 3: Exemplo modificação mereológica



Fonte: Produzido pela autora

Considerando a necessidade do desenvolvimento do pensamento geométrico para o ensino e aprendizagem em GE, é indispensável o encaminhamento dado pelo professor e uma das possíveis formas para uma melhor compreensão do modo com acontece essa aprendizagem, conforme Duval (2012), seria partir dos entendimentos acerca das apreensões.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Problemática e objetivos da pesquisa

Considerando as dificuldades apresentadas no ensino de GE e sua relevância e que o desenvolvimento do pensamento geométrico, também, depende do encaminhamento dado pelo professor, este projeto de pesquisa tem como problemática as contribuições da teoria dos RRS no estudo de conceitos da GE na formação inicial de professores de Matemática.

Para tanto, o objetivo geral é analisar uma proposta para o ensino de GE, na formação inicial de professores de Matemática, com ênfase na articulação dos RRS e operações figurais, considerando aspectos cognitivos, epistemológicos e metodológicos. Para tal, alguns objetivos específicos são elencados: a) verificar, no Projeto Pedagógico dos Cursos de Licenciatura em Matemática, as ementas dos componentes curriculares que tratam de Geometria, em especial, GE, com intuito de identificar as referências básicas utilizadas; b) analisar as referências básicas que são comuns aos cursos de Licenciatura em Matemática quanto a GE, no que tange aos aspectos da teoria dos RRS; c) (re)organizar e dinamizar atividades propostas nas obras de modo que envolvam as articulações de representações e operações figurais.

Aspectos metodológicos

A pesquisa terá uma abordagem qualitativa, conforme propõem Lüdke e André (1986). Adota-se a abordagem qualitativa por ser considerada a mais adequada para a área da Educação. Quanto aos procedimentos, a pesquisa terá inspirações na Análise de Conteúdo. Para Bardin (2011, p.48), a Análise de Conteúdo é

“ Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores [...] que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção [...] destas mensagens”.

Para atender os objetivos, elencados para o desenvolvimento desta pesquisa, supõe-se que serão necessárias duas fases. A primeira fase da pesquisa refere-se ao mapeamento de ementas dos cursos de Licenciatura em Matemática, com o intuito de identificar os



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

componentes curriculares que tratam de GE e, posteriormente, verificar e analisar as referências básicas comuns aos cursos. Nesta fase, tem-se o desafio de analisar se as atividades propostas nessas obras destacam a mobilização e articulação de vários RRS, bem como as operações figurais. Além disso, (re)organizar essas atividades para desenvolvê-las com um grupo de futuros professores de Matemática. Para isso, segue-se as três etapas da Análise de Conteúdo: pré-análise; exploração do material e tratamentos dos resultados e interpretações.

Na pré-análise serão definidas as obras a serem analisadas e, após a realização de uma leitura flutuante serão elaboradas categorias de análise. Ressalta-se que algumas categorias serão definidas *a priori*, pois envolvem conceitos da teoria dos RRS, por exemplo, operações figurais, tratamento e conversão. Após a definição das categorias de análise, será realizada a segunda etapa da Análise de Conteúdo, exploração do material. Etapa em que as atividades, propostas pelas obras mapeadas nas ementas dos cursos de Licenciatura em Matemática, serão organizadas em tabelas, conforme as categorias, com intuito de elencar as semelhanças e diferenças entre os conteúdos apresentados. Na última etapa da Análise de Conteúdo, serão interpretados os dados com base na fundamentação teórica produzida.

A segunda fase da pesquisa tratará das atividades que serão desenvolvidas com um grupo de futuros professores de Matemática. Ressalta-se que essas atividades emergem da fase anterior da pesquisa e terão como foco a discussão formal e didático-pedagógica da GE, buscando explicar o processo de construção do pensamento geométrico com base na teoria dos RRS, mais precisamente, nas apreensões figurais sequencial, perceptiva, discursiva e operatória.

Para desenvolver esta fase, pretende-se trabalhar com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFSM no componente curricular de MTM1062-Educação Matemática II. Este componente curricular tem como um de seus objetivos identificar diferentes formas de organização e apresentação curricular de conteúdos de Matemática do Ensino Médio. Os dados produzidos, nesta fase, serão analisados na terceira etapa da Análise de Conteúdo, ou seja, o tratamento dos resultados e interpretações obtidas por



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

meio dos protocolos dos futuros professores. A seguir, expõe-se o cronograma organizado para o desenvolvimento desta pesquisa.

Cronograma

Tabela 2: Cronograma da pesquisa

Período	Atividade	Revisão de literatura	Mapeamento das ementas dos cursos	Análise e definição das obras básicas comuns aos cursos	Exploração e interpretação do material obtido	Organização das atividades	Escrita do texto para a Qualificação	Qualificação	Reorganização do texto com as sugestões da banca examinadora	Desenvolvimento das atividades	Análise dos Dados	Escrita do texto referente a pesquisa realizada	Defesa da Dissertação
2017	Ago	X	X										
	Set	X	X										
	Out	X	X	X									
	Nov	X		X									
	Dez	X		X	X								
2018	Jan	X			X		X						
	Fev	X			X		X						
	Mar	X				X	X						
	Abr	X				X	X						
	Mai	X				X	X						
	Jun	X				X	X						
	Jul	X					X						
	Ago	X						X					
	Set	X							X				
	Out	X							X				
	Nov	X							X				
	Dez	X							X			X	
	2019	Jan	X										X
Fev		X										X	
Mar		X							X			X	
Abr		X							X	X		X	
Mai		X								X	X	X	
Jun		X									X	X	
Jul		X										X	
Ago													X

Fonte: Produção da autora

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, área de concentração em Educação Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, 2017.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio** - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciência da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

CARVALHO, D. S. **Uma aplicação no ensino dos poliedros e corpos redondos para turmas do 3º ano do ensino médio usando dobraduras e softwares livres**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Tocantins. Palmas, 2013.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Org.: Tânia M. M. Campos. 1º Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 1, p. 118-138, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n1p118>> Acesso em abril de 2017.

KLUPPEL, G. T. **Reflexões sobre o ensino de geometria em livros didáticos à Luz da Teoria das Representações Semióticas segundo Raymond Duval**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2012.

LEIVAS, J.C.P. **Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MORAN, M., FRANCO, V. S. Tratamentos Figurais e Mobilizações de Registros para a Resolução de Problemas de Geometria. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 61-75, 2015. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.../31147>> Acesso em abril de 2017.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática / Secretaria de Estado da Educação**. Porto Alegre, SE/DP, 2009.

SOARES, M.A.S. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da Educação Básica**. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2016.