



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Geometria Fractal com o uso do *software Geogebra*: uma possibilidade de estudo no Ensino Médio em Institutos Federais do Rio Grande do Sul

Mauricio Ramos Lutz¹

GD3 – Educação Matemática no Ensino Médio

A presente pesquisa faz parte de um projeto de tese de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências do Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) e tem por objetivo analisar possibilidades de inserir Geometria Fractal, com a utilização do software GeoGebra, em Cursos Técnicos em Informática Integrados ao Ensino Médio, ofertados nos Institutos Federais do estado do Rio Grande do Sul. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, fundamentada em estudos dos currículos da disciplina de Matemática dos referidos cursos técnicos. Tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, participativas e instigadoras, é um desafio para os professores e acreditamos que uma forma para isso ocorrer é com o uso de softwares educacionais como ferramenta, sendo uma delas o software Geogebra. Porém, salientamos que esse vem sendo empregado, principalmente, no ensino de Geometria Euclidiana e, por isso, propomos utilizá-lo no ensino de Geometria Fractal, tema pouco utilizado nos currículos, segundo nossa experiência profissional. Assim, é possível aperfeiçoar e estimular o processo de ensino e aprendizagem dessa área de estudo, aliando conhecimentos algébricos e geométricos a partir da construção de fractais. Desse modo, acreditamos estar propondo inovação na introdução do tema o que pode possibilitar o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, interação entre conceitos matemáticos e elementos do cotidiano, em que o professor assume o papel de mediador do processo de ensino e aprendizagem, podendo favorecer uma postura reflexiva e investigativa do aluno.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Geometria não Euclidiana; Geometria Fractal; Geogebra; Ensino Médio.

Introdução

O professor deve constantemente reavaliar e refletir sobre o seu fazer pedagógico, de forma que possa verificar a importância de outras metodologias e, assim, adequar-se às necessidades e aos perfis de seus alunos.

Como docente, atuo em torno de 12 anos, sendo que, nos últimos 7 anos, tenho me dedicado ao Ensino Básico, Técnico e Tecnológico, como professor efetivo no Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete/RS. Durante todo esse tempo, percebi que

¹ Centro Universitário Franciscano, e-mail: mauricio.lutz@iffarroupilha.edu.br, orientador: Dr. José Carlos Pinto Leivas.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

inúmeros alunos têm dificuldades no aprendizado de Matemática, o que acaba causando desgosto ou desinteresse pela disciplina por parte desses discentes. Diante dessa situação, surgiram inquietações que me fizeram estar, constantemente, pensando e repensando o meu fazer pedagógico. Exatamente por ser inquieto, por querer e sentir a necessidade de buscar outras formas de trabalhar os conteúdos da disciplina, na busca de contribuir e melhorar o processo de ensino e aprendizagem, realizei o mestrado em Ensino de Matemática (2012) e especialização em Matemática, Didática e Mídias Digitais (2015) junto à Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Como educador, intensifiquei e priorizei, nos últimos anos, a minha formação e estudo na área de Educação Matemática, participando de eventos nacionais e internacionais. Tais eventos têm trazido trocas de experiências e reflexões entre colegas de área. Um exemplo disso foi o meu contato com o professor José Carlos Pinto Leivas em 2013, no VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, ocorrido na Universidade Luterana do Brasil, em Canoas/RS, no qual ele abordou as Geometrias Não Euclidianas. Acredito que foi, nesse momento, que comecei a refletir mais sobre os programas escolares que desenvolvem somente a Geometria Euclidiana. Em 2016, novamente tive a oportunidade de participar da Aula Magna do Curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete/RS, no qual novamente ele retoma o tema Geometrias Não Euclidianas. Foi essa motivação que me levou a construção de um projeto de tese com essa temática.

A Geometria pode se relacionar diretamente com a rotina e com o cotidiano do sujeito. É um dos ramos dos estudos matemáticos que instiga a interpretação e o entendimento, possibilitando que tanto quem ensina quanto quem aprende veja com outros olhos o mundo que os rodeia. Essa área de estudo trata das formas, do espaço, das grandezas e das medidas, tudo que é ligado às rotinas das pessoas.

Durante séculos, conceitos relacionados à Geometria Euclidiana foram empregados para representar objetos matemáticos e modelar elementos da natureza. A Geometria Euclidiana, muitas vezes, representa de forma satisfatória os objetos criados pelo homem, entretanto, há casos em que não se tem uma boa representação desses objetos, ou ela é



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

muito complexa. A partir dessa inquietação da não representação de vários objetos da natureza pela Geometria Euclidiana, foi desenvolvida a Geometria Fractal pelo matemático Benoit B. Mandelbrot.

Segundo Alves (2007) e Maldelbrot (1977), o estudo dos fractais, atualmente, tem inúmeras aplicações em diversas áreas, por exemplo, na área das tecnologias, em um misturador de fluídos, otimizando o consumo de energia; na agricultura, em movimentos dos rios e análise de solos; na medicina, em um estudo da fisiologia animal analisando as ramificações pulmonares, veias e artérias. Também se aplica ao diagnóstico precoce, por meio da análise de imagens, do Mal de Alzheimer e do câncer, por meio de modelagem, fazendo o uso dos fractais; na biologia, pode-se encontrar inúmeras estruturas fractais em plantas e micro-organismos; na computação gráfica é utilizado pelo cinema quando se necessita criar um cenário com rios, montanhas e plantas, pois possui uma boa aproximação da representação dessas por meio dos fractais.

Além disso, na atualidade, as transformações sociais requerem mudanças também nos contextos escolares, porque as informações estão, cada vez mais, acessíveis aos estudantes, seja por meio do computador, do celular e do *tablet*, dentre outros meios de comunicação. Nesse universo, não há fronteiras, nem portas fechadas, tudo acontece na mesma hora, em qualquer lugar, basta passar o dedo na tela. Vale tudo, isto é, até pesquisar instantaneamente para mostrar que é fácil.

Dessa forma, a popularização das mídias digitais oferece ao educador a possibilidade de procurar recursos e maneiras diferenciadas de ensinar, que forneçam auxílio em sua prática pedagógica, como a inserção do uso do computador em sala de aula. Segundo Valente (1998, p.24), “o advento do computador na educação provocou o questionamento dos métodos e da prática educacional”.

Um dos desafios, para os educadores, é tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, participativas e instigadoras. Para que isso ocorra, se pode utilizar outras ferramentas como é o caso do *software GeoGebra*. Entretanto, observa-se que ele vem sendo priorizado no ensino da Geometria Euclidiana. Desse modo, a utilização dessa ferramenta é limitada para o ensino de Geometrias Não Euclidianas. Além disso, ele é gratuito e funciona com o



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

sistema operacional Linux, presente na maioria dos laboratórios das escolas públicas; também é compatível com o Windows e possui versão em português, sendo esse um facilitador para os estudantes que não possuem domínio em outra língua.

A Geometria Fractal, uma das não euclidianas, é uma opção para essa aplicação, pois ela permite ir além das dimensões inteiras, objeto da Geometria Euclidiana. Ela permite ir além dos estudos de quadrados, retângulos, círculos e outras formas geométricas, dificilmente encontradas na natureza, ou seja, em vegetais, rochas e rios, quando a dimensão não é mais inteira.

Segundo Goldenberg (1991, p. 50), a Geometria Fractal,

[...] tem sido reconhecida como uma ferramenta de modelagem altamente valorizada, aplicável em grande variedade de ciências.

[...] Essas grandes aplicações em ciências atestam a importância da geometria fractal como uma ferramenta para além do domínio da matemática acadêmica e sua posição potencialmente crucial no currículo como uma organização e forma unificadora para ciência e matemática.

Considerando a História da Matemática, a Geometria Fractal é um estudo recente, desenvolvido pelo matemático Benoit B. Mandelbrot, nos meados da década de cinquenta, com a publicação do livro “Os objetos fractais: forma, acaso e dimensão”, em 1975.

Segundo Janos (2008, p. 17), a Geometria Fractal “é uma linguagem matemática que descreve, analisa e modela as formas encontradas na natureza”.

É preciso esclarecer que não estou dizendo que não é importante desenvolver os conceitos da Geometria Euclidiana na Educação Básica. Ao contrário, afirmo que é um estudo essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico e matemático, porém existem outras possibilidades de descrever objetos naturais que podem ser exploradas em sala de aula.

Portanto, a escolha do tema Geometria Fractal justifica-se a partir do que foi apresentado, pois vai ao encontro dessas questões e fascina pela beleza da construção e dos resultados. Ela é de fácil compreensão na sua essência, porque é comumente reconhecível na natureza e traz conhecimentos matemáticos (por exemplo: noções intuitivas de limites, áreas e perímetros de figuras geométricas; Triângulo de Pascal; Teoria dos Conjuntos; expressões algébricas por meio de padrões e sequências; distância entre a origem e um ponto qualquer



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

no plano complexo; entre tantos outros que poderíamos citar), além de estimular o uso de tecnologias digitais em sala de aula. Também, possibilita uma outra postura do professor em sala de aula, em que ele se torna um mediador do conhecimento e o aluno em um sujeito ativo de sua aprendizagem.

Assim sendo, proponho o ensino de Geometria Fractal, com a utilização das tecnologias digitais, aperfeiçoando e estimulando o processo de ensino e aprendizagem dessa área de estudo, explorando os conhecimentos algébricos e geométricos a partir da construção de fractais. Dessa maneira, possibilita aos alunos o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e a interação entre conceitos matemáticos e elementos do cotidiano.

Para tanto, decidi ter, como público para realizar a pesquisa, os alunos dos Cursos Técnicos em Informática, Integrados ao Ensino Médio, dos Institutos Federais do Rio Grande do Sul. Isso porque eles já estão familiarizados com o uso da informática na sala de aula, considerando que a Geometria Fractal é um tema explorado superficialmente no Ensino Médio, quando é ensinada, apesar da sua utilidade na descrição das formas construídas pela natureza.

Diante do que foi exposto, a pesquisa buscará responder ao seguinte questionamento: é possível inserir a Geometria Fractal, com a utilização do *software GeoGebra*, nos Cursos Técnicos em Informática Integrados ao Ensino Médio, ofertados pelos Institutos Federais do Estado do Rio Grande do Sul?

Objetivos

O objetivo geral para este trabalho é analisar possibilidades de inserir Geometria Fractal, com a utilização do *software GeoGebra* em Cursos Técnicos em Informática Integrados ao Ensino Médio, ofertados nos Institutos Federais do estado do Rio Grande do Sul.

Afim de cumprir com o objetivo geral, defini os objetivos específicos a seguir:

- mapear nos currículos escolares e livros do Ensino Médio, adotados pelos Institutos Federais do Rio Grande do Sul, qual tipo de Geometria é desenvolvida na sala de aula.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

- realizar um estudo de conteúdos algébricos e geométricos que possam ser desenvolvidos a partir do estudo da Geometria Fractal no Ensino Médio nos Institutos Federais do Rio Grande do Sul;
- estimular o ensino e aprendizagem da Geometria Fractal, por meio da utilização do *software GeoGebra*;
- desenvolver e aplicar uma proposta didática para uso em sala de aula com base em conhecimentos algébricos e geométricos (a partir da Geometria Fractal) que incluam o uso do *software GeoGebra*.

Referencial teórico

Nos currículos escolares, geralmente, o aluno tem contato somente com a Geometria Euclidiana no Ensino Fundamental, dando continuidade no Ensino Médio. Porém, existem as Geometrias Não Euclidianas, por exemplo, a Geometria Elíptica, a Geometria Hiperbólica e a Geometria Fractal, as quais são, muitas vezes, deixadas de lado pelos educadores.

Entretanto, mesmo não estando nos currículos escolares, a Geometria Fractal, uma das Geometrias Não Euclidianas, pode ser explorada na sala de aula, aliada ao uso do computador, desenvolvendo uma geometria mais próxima da rotina dos educandos.

Esse estudo da Geometria Fractal será apoiado no conceito de intuição, no qual possui diversos enfoques e autores, tais como Fischbein (1987), Bishop (1989), Tall (1991), Nasser (1992), Hilbert (2003), entre outros.

Segundo Fischbein (1987), intuição é um tipo de saber que se refere às afirmações evidenciadas subjetivamente (auto-evidentes), as quais vão além dos fatos observados. Isso a diferencia de percepção, que é algo como um conhecimento imediato, o qual não requer demonstração para comprovar sua existência. Fischbein (1987, p.21) define intuição com sendo:

[...] uma ideia que possui as duas propriedades fundamentais de uma realidade concreta, dada objetivamente; imediatez - isto é, evidência intrínseca - e certeza (não certeza formal convencional, mas praticamente significativa, certeza imanente).



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Não existe uma única definição sobre o conceito de intuição, pois Tall (1991, p. 108) define “Intuição como uma ressonância global no cérebro e depende da estrutura cognitiva do indivíduo o que, por sua vez, depende da experiência do indivíduo”.

O termo intuição, assumido nessa proposta, é a construção de estruturas mentais cognitivas para a formação do conhecimento matemático, com base em vivências do sujeito com um determinado objeto. O conhecimento poderá ser construído de forma consciente e reflexiva, a partir da auto-evidência.

Para Fischbein (1987, p. 21):

[...]as aquisições científicas têm sido influenciadas pela tendência de produzir dispositivos mentais que lhe permitam acreditar na validade de suas concepções mesmo antes de serem demonstradas (conhecimentos auto evidentes, evidências ou intuição) é essencial para o raciocínio produtivo.

Ainda, colaborando com essa ideia, Fischbein (1987) retrata que o raciocínio matemático pode ser trabalhado por meio de visualização, imaginação e, até mesmo, por características biológicas, segundo estudos de psicólogos, sociólogos e matemáticos.

Para Leivas (2009, p. 136-137),

a imaginação se encontra muito ligada à abstração, assim como à intuição, e essas podem ser complementadas pela visualização, entendendo aqui visualização não como uma forma de representação em termos de uma figura ou representação de um objeto e sim como um processo capaz de auxiliar na construção do fazer matemático, bem como na comunicação dos conceitos nas diversas áreas desse conhecimento matemático.

Aliado a esse estudo, aponto para a necessidade de os professores utilizarem as tecnologias disponíveis, para a introdução do estudo da Geometria Fractal com o auxílio do conceito de intuição. Para tanto, a utilização do *software* escolhido traz uma visão mais próxima da realidade do que o desenho feito manualmente no quadro.

Metodologia

A metodologia de pesquisa adotada para este estudo é a qualitativa. Segundo Goldenberg (1999), a preocupação do pesquisador em uma pesquisa qualitativa é com o aprofundamento da compreensão do fenômeno, e não com sua representatividade numérica. Desse modo, ao se empregar a abordagem qualitativa, se almeja compreender os



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

modos como os alunos, numa situação específica, pensam, agem e buscam a generalização de conteúdos matemáticos.

A primeira parte da proposta caracteriza-se por uma pesquisa bibliográfica nos programas do Ensino Médio dos Institutos Federais do Rio Grande do Sul, bem como nos livros adotado no Ensino Médio, dos Institutos Federais do Rio Grande do Sul, disponibilizados pelo Governo Federal no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), com o intuito de verificar o que está sendo trabalhado em relação ao desenvolvimento dos conhecimentos algébricos e geométricos por meio da Geometria Fractal.

Segundo Andrade (1997), a pesquisa bibliográfica faz o levantamento do conhecimento disponível na área, identificando as teorias produzidas, analisando-as e avaliando as suas contribuições para compreender ou explicar o problema objeto da investigação.

Com base na pesquisa realizada da primeira etapa deste trabalho e por meio do conceito de intuição, desenvolverei e aplicarei uma proposta didática, envolvendo conhecimentos algébricos e geométricos, para o estudo da Geometria Fractal, apoiado no uso das tecnologias digitais, que nesse caso será o *software* matemático *GeoGebra*.

Referências

- ANDRADE, M. M. de. **Introdução à Metodologia do trabalho científico**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1997.
- ALVES, C. M. F. S. J. **Fractais: Conceitos Básicos, Representações Gráficas e Aplicações ao Ensino não Universitário**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2007.
- BISHOP, A. J. Review of research on visualization in mathematics education. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, v. 11, n. 1-2, p. 7-16, 1989.
- FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics: an educational approach**. Dordrecht: Reidel, 1987.
- GOLDENBERG, E. P. Seeing beauty in mathematics: Using Fractal Geometry to Build a Spirit of Mathematical Inquiry. In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (ed.). **Visualization in teaching an learning mathematics**. Washington, USA: Mathematical Association of America, 1991. p. 67-76.
- GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar**. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.
- HILBERT, D. **Fundamentos da geometria**. Lisboa: Gradiva, 2003.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

JANOS, M. **Geometria Fractal**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman, 1977.

NASSER, L. **Using the van Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil**. 1992. 143 f. Tese (Doutorado em Educação) – King's College London, Centre for Education Studies, University of London, London, 1992.

TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: UNICAMP, 1998.