

ANÁLISE COMBINATÓRIA: UM ESTUDO DE INVESTIGAÇÃO COM O AUXÍLIO DE JOGOS

Gabriel de Souza Pinheiro¹

GD10 – Modelagem Matemática

Resumo do trabalho. Este projeto apresenta uma proposta de pesquisa baseada em Cenários para Investigação, tendo como objetivo experimentar uma proposta de sequência didática para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio, utilizando os jogos em sala de aula como suporte para a construção dos conceitos. O referencial teórico-metodológico baseia-se nas ideias de Skovsmose sobre Ambientes de Aprendizagem e Educação Matemática Crítica, assim como Modelagem Matemática Crítica de Barbosa. O estudo pretende investigar a presença de conceitos matemáticos dos conteúdos de Permutação simples e com repetição, Arranjo simples e Combinação simples em jogos, de maneira que facilite a compreensão e construção destes conceitos por parte dos alunos. A pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso, sendo, portanto, de cunho qualitativo, buscando compreender o processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória a partir da proposta de sequência didática elaborada.

Palavras-chave: Análise Combinatória, Cenários para Investigação, Jogos, Modelagem Matemática.

INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Este projeto tem como tema o ensino e aprendizagem da Análise Combinatória no Ensino Médio. O objetivo deste estudo é experimentar uma proposta de sequência didática para o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória no Ensino Médio, utilizando jogos em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática constituindo cenários para investigação de forma que possa contribuir para o desenvolvimento dos educandos diante deste conteúdo que, muitas vezes, é temido pelos professores e alunos. Utilizaremos como referencial teórico-metodológico a proposta de Skovsmose de Cenários para Investigação, Modelagem Matemática Crítica de Barbosa e Jogos em sala de aula de Macedo.

A sequência didática utilizará jogos para auxiliar os estudos e as análises referentes ao conteúdo de Análise Combinatória, com ênfase nos sub-conteúdos: Permutação simples e com repetições, Arranjos simples e Combinações simples. Em geral, este projeto pretende buscar e

¹Estudante de mestrado do PPG em Ensino de Matemática, UFRGS.

investigar jogos com o intuito de conceituar e dar significados para os conteúdos de Análise Combinatória. Em seu estudo, Carvalho (2009) notou que os alunos se tornavam mais participativos e colaborativos nas aulas que envolviam jogos, percebendo mudanças em relação à colaboração e ao trabalho em equipe quando proporcionava a possibilidade de estudar utilizando como ferramenta a curiosidade, a investigação e a colaboração em grupo.

Pretendemos elaborar uma sequência didática que facilite a aprendizagem e aproxime o aluno do estudo da Análise Combinatória, um conteúdo que muitas vezes é temido, inclusive pelos professores. Utilizaremos os jogos como uma ferramenta para atrair a atenção dos alunos e estimular o interesse pelas atividades. Os jogos servirão como objetos de investigação para conceituar e dar significados aos sub-conteúdos de Análise Combinatória que serão abordados.

O interesse pelo estudo da Análise Combinatória surgiu após a realização do Estágio Supervisionado do Ensino Médio durante o curso de Licenciatura em Matemática, realizado no Centro Universitário Cenecista de Osório (UNICNEC), em Osório no Rio Grande do Sul. O curso de graduação não contempla uma disciplina direcionada para este conteúdo, fazendo-se necessário estudar Análise Combinatória em período extraclasse. Além disso, este tema também não fez parte da nossa formação no Ensino Médio. Notamos a carência deste estudo nos vestibulares prestados, assim como no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), onde se fez presente.

Durante a realização do estágio obrigatório, no qual trabalhamos com Análise Combinatória, percebemos dificuldades por parte dos alunos na aprendizagem deste tema. Muitos não compreendiam os cálculos realizados, assim como o porquê estavam multiplicando “*opções de bermudas por opções de camisetas*”², quando eram realizados exercícios de permutação de objetos. Essas observações motivaram a escolha do tema para este estudo, e a partir disso, foram elaboradas as seguintes questões que nortearam este projeto de pesquisa: De que forma a exploração de jogos pode auxiliar no ensino aprendizagem de análise combinatória? Como os resultados de uma aula que utiliza Modelagem Matemática constituindo cenários para investigação contribuem para o ensino aprendizagem de Análise Combinatória? De que forma pode-se trabalhar o ensino da Análise Combinatória com a utilização de jogos em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática Crítica?

² Um exemplo de resolução de um problema clássico no ensino de Combinatória, o professor pergunta de quantas maneiras o aluno pode se vestir de maneira distinta, dispondo de x peças de bermudas e y peças de camisetas. Aplicando o princípio multiplicativo, obtemos $x.y$.

Para muitos professores, ensinar Análise Combinatória é um desafio, visto que este é um conteúdo que necessita de interpretação de texto, rompendo a concepção que os alunos têm da Matemática como sendo um conteúdo exato e repleto de fórmulas, sem a necessidade de ler, abstrair e formular respostas com base na interpretação de problemas. Em algumas observações e conversas informais com professores do Ensino Médio, muitos relataram que este conteúdo é ensinado com fórmulas pré-definidas e sem dedução.

Chilela (2013) afirma que muitos problemas de Análise combinatória não podem ser resolvidos com o apoio de formulários, fazendo-se necessário a análise das questões e compreensão do conteúdo, porém, é comum o uso listas de exercícios com a finalidade de fixar as fórmulas e os conceitos que também são passados para os alunos decorarem. Um exemplo disso seria o discurso de alguns professores que adotam como regra que “*Se utiliza arranjo quando a ordem importa³*”, tornando o ensino decorado e praticando uma Educação Matemática não crítica, considerando o ensino como uma série de comandos, fazendo com que o aluno se aproxime de uma máquina, onde recebe funções e executa comandos.

Visando estas dificuldades frente ao ensino da Análise Combinatória, propomos este projeto de pesquisa para suprir as necessidades dos alunos, visto que este é um conteúdo importante para o desenvolvimento intelectual e acadêmico do mesmo.

OBJETIVOS

O objetivo deste projeto é experimentar uma proposta de sequência didática para o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória no Ensino Médio, que utilize jogos em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática constituindo cenários para investigação e que possa contribuir para o desenvolvimento dos educandos diante deste conteúdo que, muitas vezes, é temido pelos professores e alunos.

Objetivos específicos:

- Investigar a presença de conceitos de Análise Combinatória em jogos que serão desenvolvidos e/ou resgatados pelo autor.

³ Maneira que alguns professores abordam a questão de quando utilizar arranjo.

- Identificar concepções e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas de Análise Combinatória.
- Elaborar e validar uma sequência didática para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio com auxílio de jogos.

REFERENCIAL TEÓRICO

Em geral, as aulas de matemática acontecem, na maioria dos casos, com o mesmo padrão: o professor apresenta o conteúdo no quadro com o auxílio de livros ou slides e expõe algumas técnicas matemáticas, posteriormente os alunos resolvem listas de exercícios que, em grande parte, são longas com variações de um mesmo problema. Cotton (1998 apud Skovsmose, 2008) notou que há algumas variações nesse mesmo padrão quanto à relação professor e aluno, onde há aulas em que o professor ocupa a maior parte do tempo com explicação e exposição do conteúdo e outras quando o maior período da aula é ocupado com resolução de exercícios pelos alunos.

Segundo Skovsmose (2008) a sala de aula é um ambiente democrático, e a Educação Matemática crítica inclui o interesse pelo desenvolvimento da Educação Matemática como suporte à democracia, isso implica que a sala de aula, como micro-sociedade, também deve exercer e mostrar aspectos democráticos. A matemática não é somente um conteúdo a ser ensinado e aprendido, mas sim, um conteúdo a ser debatido, pois a mesma faz parte da cultura tecnológica que nos rodeia.

Concordamos com o fato de que a sala de aula seja um ambiente de debate, embora saibamos que frequentemente a Matemática é vista como uma área exata, sem necessidade de debater um tema e chegar a algum conceito, visto que muitos já estão previamente estabelecidos. O debate e a democracia são essenciais no ambiente escolar, principalmente no sentido de ceder espaço aos alunos, e a estes possibilitar que possam opinar sobre respostas, resoluções e problemas.

Nesse ponto de vista, a Modelagem Matemática, descrita por Bassanezi (2002) como um processo que alia teoria e prática, motivando o aluno na procura pelo entendimento da realidade

que o cerca e na busca por meios para agir e transformar a mesma. Entendemos que esta, é uma boa estratégia para gerar debates e proporcionar ao aluno, um ambiente democrático em sala de aula.

A Modelagem Matemática, quando aplicada sob um viés sócio-crítico, propõe que as atividades em sala de aula podem e devem agregar as reflexões sobre a Matemática. Nesse viés, Barbosa (2001) ressalta que diferente de outras correntes da Modelagem, a sócio-crítica, não pretende fazer a separação do que é útil ou não, proporcionando ao aluno uma metodologia em que o mesmo pode modelar situações que, não necessariamente, tenham aplicações na atualidade, mas que podem ter posteriormente. Segundo Barbosa (2001), a corrente sócio-crítica destaca que as atividades devem gerar reflexões, inclusive, sobre a própria Modelagem e seu significado social, tendo também, o papel de gerar algum nível de crítica.

Skovsmose (2008) apresenta a ideia de ambientes de aprendizagem para se referir às condições nas quais os alunos são submetidos a desenvolverem algumas atividades a partir deste conceito, podemos entender a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem pautado pelo paradigma dos cenários para investigação, já que o mesmo estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática.

Para Skovsmose (2008) cenário para investigação é um ambiente de aprendizagem que pode dar suporte a um trabalho de investigação, e que possibilita ao aluno e ao professor aprender e ensinar com o auxílio de uma investigação em um determinado sistema, possibilitando ao aluno produzir significados aos conceitos estudados. Conforme afirma Skovsmose (2008):

As práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercícios. A distinção entre elas tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzir significados para atividades e conceitos matemáticos. (Skovsmose, 2008, p21.)

As referências têm o significado de variações nos conceitos de matemática, um exemplo claro é no ensino de frações, de modo que o significado pode ser desenvolvido, inicialmente, através da ideia de divisão de pizzas, e mais tarde pode ser abordado utilizando outra referência, como por exemplo, medidas em copos. O estudo sobre as referências mostra que através delas é possível que o aluno produza diferentes significados para as atividades. Nesse contexto, a suspeita de que há somente uma resposta certa não faz mais sentido, como o autor descreve.

O professor tem o papel de orientar. Novas discussões baseadas em investigação surgem: Como calcular a área frontal de um ciclista? O problema agora é a montagem de modelos de “input-output”, o que torna importante refletir sobre os

resultados dos cálculos. Eles são confiáveis? Consideramos os fatores relevantes? Bem, podemos comparar com as estatísticas oficiais? Mas qual desses resultados é o correto? A reflexão crítica sobre a matemática e modelagem matemática ganha um novo significado. (Skovsmose, 2008, p30.)

Macedo (2007) aponta que existem métodos para criar situações prazerosas e interessantes para os alunos, incluindo as atividades mais formais, trazendo a descoberta de novos aprendizados, assim como a investigação para dentro da sala de aula. O autor afirma que os jogos podem ter a função instigadora, e portanto, utilizando-os como um ambiente de Modelagem Matemática baseado no paradigma de Cenários para Investigação. Neste sentido, o jogo em sala de aula tem o papel de investigar de modo crítico situações problemas, de maneira que o aluno tente descobrir o “porquê” da situação em questão, seja ela uma jogada, um modo de raciocínio, ou até mesmo uma estratégia de vitória.

Segundo Skovsmose (2008) a Educação Matemática deve permear diversos ambientes, não abandonando por completo as listas de exercícios da Educação Matemática, o mesmo acredita ser importante, após um trabalho de investigação, utilizar exercícios para consolidar a compreensão do conteúdo.

METODOLOGIA

Este estudo se caracteriza como pesquisa qualitativa em virtude da forma como será realizada a coleta e análise dos dados. Segundo Bogdan & Biklen (1994, p.16), a investigação qualitativa agrupa diversas estratégias de pesquisa e as questões são formuladas com objetivo de investigar fenômenos em toda a sua complexidade, além disso, o foco principal é a compreensão de comportamentos a partir das perspectivas dos sujeitos da investigação.

Esta proposta busca compreender o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Análise Combinatória com estudantes do Ensino Médio, a partir da análise dos resultados de uma sequência didática. A análise será realizada a partir de dados recolhidos por meio de dispositivos de áudio, assim como materiais dos alunos, anotações realizadas pelos estudantes e registros de observações do professor em sala de aula. Dessa forma, esta pesquisa tem um caráter qualitativo e configura-se como um estudo de caso, conforme a concepção de LÜDKE e ANDRÉ (1986):

“Os estudos de caso enfatizam a “interpretação em contexto”. Um princípio básico desse tipo de estudo é que, para uma apreensão mais completa do objeto, é preciso levar em conta o contexto em que ela se situa. Assim, para compreender melhor uma manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas devem ser relacionadas à situação específica onde ocorrem ou a problemática a determinada a que estão ligadas.” (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p.18)

A proposta de sequência didática será aplicada com uma turma de alunos do Ensino Médio. Para que possamos avaliar e analisar a sequência e a validade dos jogos que serão desenvolvidos, a turma escolhida deve ter o seu primeiro contato com a Análise Combinatória na aplicação da sequência didática aqui proposta. Na primeira aula será aplicado um questionário com questões de Análise Combinatória que servirá para avaliarmos as concepções e estratégias dos alunos para resolver as questões. No último encontro, o mesmo questionário será reaplicado com a finalidade de verificarmos a evolução dos alunos após a realização da sequência didática.

A proposta desta dissertação se divide em quatro fases. Em um primeiro momento será realizada uma revisão de literatura e um aprofundamento do referencial teórico-metodológico, visto que a revisão de literatura é um processo vital para a realização de uma dissertação. Também serão elaborados o questionário e a proposta de sequência didática para o ensino de Análise Combinatória.

Na segunda fase, será determinado o espaço de aplicação da sequência didática, assim como a turma que o projeto será aplicado, tendo em vista que buscamos alunos que ainda não tiveram contato com a Análise Combinatória. A aplicação da sequência didática será feita a partir de jogos e exercícios dinâmicos que serão desenvolvidos e/ou resgatados para a sequência didática. Estes jogos servirão como objetos de investigação para os estudantes e terão o objetivo de auxiliar as aulas de matemática com a finalidade de conceituarmos e darmos significados aos conteúdos de Análise Combinatória que serão abordados.

Na terceira fase, será realizada a análise da sequência didática a partir de dados recolhidos por meio de dispositivos de áudio, assim como materiais dos alunos e anotações do professor e dos estudantes realizadas nos encontros. A análise da proposta terá caráter qualitativo, configurado em um estudo de caso. E a última fase será dedicada à elaboração das considerações finais, redação e formatação do trabalho.

CRONOGRAMA

| Atividades | 2017/1 | 2017/2 | 2018/1 | 2018/2 |
|--|--------|--------|--------|--------|
| Matricula em disciplinas | X | X | X | |
| Revisão Bibliográfica | X | X | | |
| Elaboração da proposta de sequência didática | | X | | |
| Aplicação da sequência didática | | | X | |
| Análise de dados | | | X | X |
| Considerações | | | | X |
| Redação final | | | | X |
| Defesa da dissertação | | | | X |

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução M.J. Alvarez, S.B. Santos e T.M. Baptista. Porto: Porto editora, 1994.

CARVALHO, C. V. **O USO DE JOGOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM: Um Estudo de Caso em uma turma do 8º ano do Colégio Militar de Porto Alegre**. Porto Alegre: UFRGS, 2009. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Instituto de Matemática e Estatística - Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática, 2009.

CHILELA, R. R. **O JOGO DE PÔQUER: Uma situação real para dar sentido aos conceitos de Combinatória**. Porto Alegre: UFRGS, 2013. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal

do Rio Grande do Sul – Instituto de Matemática e Estatística - Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ. M. E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, Lino de, PETTY, Ana L. S., PASSOS, Norimar C. **Aprender com jogos e situações-problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

BARBOSA, J, C. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu. Anais. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.