



Imagem de conceito e definição de conceito: um olhar sobre o ensino de Geometria Analítica no ensino superior

Leide M^a Leão Lopes¹

GDn° 04– Educação Matemática no Ensino Superior

Este artigo tem por objetivo apresentar os principais elementos da pesquisa em andamento, a ser desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduados em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). A pesquisa visa investigar as possibilidades que a teoria do Pensamento Matemático Avançado, fundamentada na noção de Imagem de Conceito e Definição de Conceito, oferece para o ensino de Geometria Analítica no curso superior. A presente pesquisa se enquadra na modalidade de experimento de ensino e para tanto será desenvolvidas atividades que versam sobre Geometria Analítica para analisar-se a compreensão sobre as imagens e definições produzidas. Diante deste aporte teórico, acredita-se que a abordagem desta pesquisa é de cunho qualitativo. Apoiados em um quadro teórico do Pensamento Matemático Avançado, desenvolvido por David Tall, articulado com as pesquisas que se debruçaram sobre conhecimento e saberes de professores pesquisadores, propõe-se caracterizar os níveis de complexidade das imagens e definições de conceito identificados a partir dos dados empíricos e atividades pré-elaboradas recolhidos junto dos sujeitos da pesquisa.

Palavras-chave: Educação Matemática; Imagem de Conceito; Definição de Conceito; Pensamento Matemático Avançado.

1 Introdução

Questões relacionadas às inquietações, questões que nos desafiam, ou algo que nos instigue, nos remete ao mundo científico da pesquisa com a finalidade de respostas a tais questões. É o que nos remete Barros (2012), quando diz que:

Se qualquer viagem traz consigo uma sensação de novidade e de confronto com o desconhecido, a viagem do conhecimento depara-se adicionalmente com a inédita realidade de que o caminho da Pesquisa deve ser construído a cada momento pelo próprio pesquisador (BARROS, 2012. p. 9).

Então, se qualquer viagem necessita de um cuidadoso planejamento, a viagem da Pesquisa, necessita também de instrumentos de planejamento para que o pesquisador possa se sentir auxiliado na busca do conhecimento. E, devido minha pouca experiência enquanto

¹ Universidade Federal de Juiz de Fora, e-mail: lleide.lopes@hotmail.com.br, orientador: Dr. Orestes Piermartei Filho.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

docente, confesso que não são poucas as questões no ramo da Educação, principalmente na Educação Matemática que nos instigam à uma viagem desafiadora.

Uma das preocupações da Educação Matemática se refere à maneira que os estudantes pensam os objetos matemáticos e, em especial, o pensamento matemático desenvolvido pelos mesmos, seja de modo elementar, seja de modo avançado.

Segundo pesquisas realizadas por Cristina Filber Gonçalves (2007) que trata das dificuldades em Matemática ao ingressar no ensino superior, a autora nos revela que

Há artigos sobre estudos realizados com alunos que iniciam o Ensino Superior, que mostram, que os alunos em geral possuem deficiências em conhecimentos de Matemática Básica, na leitura, na interpretação e resolução de problemas e na capacidade de argumentação (GONÇALVES, 2007. p. 41).

Sendo assim, a autora confirma diante de muitos estudos que o processo de aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Matemática sempre foi uma dificuldade para inúmeros discentes em disciplinas elementares nos cursos de ciências exatas. Portanto, o fator dificuldade para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, repercute em uma série de pontos negativos para o ensino da disciplina, tais como: elevado índice de reprovação, evasão escolar e a falta de domínio nas demais disciplinas, gerando dificuldades interdisciplinares dos conteúdos da grade curricular desses cursos.

Atualmente, dentre as inúmeras dificuldades de aprendizagem dos conteúdos, nota-se a inabilidade com cálculos entre os discentes. É neste campo que podemos encontrar no ensino superior um número significativo de reprovação nas disciplinas de Matemática de conteúdos básicos dos cursos de ciências exatas. A exemplo disso, descreve-se especificamente as complicações em ensinar Geometria Analítica e suas aplicações.

Destarte que o conhecimento da teoria do PMA fundamentada na noção de imagem de conceito e definição de conceito, por exemplo, fundamentada por David Tall e Shlomo Vinner (1981) é um importante aporte de investigação para o trabalho com a disciplina de Matemática, como para as demais disciplinas escolares. Para os autores, o aluno deve primeiro se apropriar de vários conceitos imagens para, a partir daí, criar o seu próprio conceito definição. Pois, somente o conhecimento teórico não é suficiente para a



transmissão dos conteúdos. Desta maneira, nosso suporte será a imagens e definições de conceito para promover o ensino de Geometria Analítica no ensino superior.

Para explicitar o que se pretende alcançar com este trabalho e quais aspectos serão possíveis atingir, assim como demonstrar nosso campo de interesse dentro das especificações e dos limites propostos, pretendemos analisar as possibilidades que a teoria do PMA, fundamentada na noção de imagem de conceito e definição de conceito, oferece para a ensino de Geometria Analítica no ensino superior.

Partiremos do pressuposto de que a maneira que o conteúdo é explanado pode representar um rico potencial de investigação sobre as Imagens e Definições de Conceitos, por parte dos estudantes.

Ao iniciarmos o texto falávamos sobre inquietações que nos desafiam no campo educacional, pois neste trabalho apresentamos algumas perguntas investigativas: *Qual a Imagem de Conceito ou Definição de Conceito deve ser esperados ao ensinar conteúdos de Geometria Analítica aos alunos do primeiro semestre no curso de Matemática? Como os estudantes interpretam os conceitos de Geometria Analítica sob o entendimento geométrico e analítico? Como é formulada as imagens em suas mentes? Como exteriorizam seus entendimentos (definições de conceito)?*

Diante do contexto apresentado, o projeto de pesquisa, através de atividades pré-estabelecidas viabilizará o ensino de Geometria Analítica, considerando inicialmente que o estudante tem entendimento geométrico, mas não compreende o significado analítico (as “fórmulas”) de alguns conteúdos.

A justificativa acima foi convertida neste trabalho que, antes de mais nada, é resultado de uma das minhas inquietações devido minha experiência pessoal com o ensino de Matemática nos cursos de ciências exatas no Instituto de Natureza e Cultura, da Universidade Federal do Amazonas. No entanto, a continuidade da investigação depende de um embasamento teórico adequado, que será descrito na próxima sessão.

2 Discussão teórica



2.1 Sobre o Pensamento Matemático Avançado

Segundo CARMO et al (2016 *apud* TALL,1998, p.5) o pensar em Matemática avançada nem sempre é um processo lógico para a criação de ideias matemáticas, envolve associação de ressonâncias entre ideias previamente desconectadas.

No texto de (CARMO, et al., 2016), os autores traduzem e reafirmam o que TALL (1981) discorre sobre os processos mentais, que ao recordar e manipular um conceito, muitos processos associados são colocados em jogo, consciente e inconscientemente afetando seu significado e uso.

A pesquisa bibliográfica em Pensamento Matemático Avançado levou-me a um aprofundamento no trabalho de David Tall, por mim em outrora desconhecido.

Parafraseando Tall e Vinner (1981), a teoria de imagens de conceito sugere que o desenvolvimento cognitivo de um conceito matemático se dá através do enriquecimento de uma diversidade de ideias associadas ao conceito, e que a compreensão da própria definição do conceito só é possível quando a gama de ideias associadas é rica o suficiente. Sendo assim, a aprendizagem de Matemática é favorecida pela multiplicidade de representações presente na abordagem pedagógica, é o que vai de encontro com minha vivência diante do insucesso dos alunos ao ensinar Geometria Analítica.

2.1.1 *O que difere o pensamento matemático avançado do elementar*

Corroborando com Tall (1991), muita das atividades que ocorrem no ciclo completo de atividade em Pensamento Matemático Avançado também ocorre na resolução de problemas da Matemática Elementar, mas a possibilidade de definição formal e dedução é um fator que distingue o pensamento matemático avançado.

Gray (1999), referindo-se aos conceitos matemáticos elementares, diz que estes têm propriedades que podem ser determinadas atuando sobre eles, ou seja, o autor quer dizer que as propriedades são manipulações dos objetos, enquanto que os objetos em pensamento matemático avançado são criados de propriedades (axiomas).



2.1.2 *Transição do pensamento matemático elementar para o avançado*

David Tall (1991) em sua teoria apresenta-nos quando ocorre o processo dessa transição de pensamentos, o autor distingue dois níveis de Matemática: o nível elementar e o nível avançado.

Nos diz que o movimentar do pensamento matemático elementar para o pensamento matemático avançado envolve uma transição significativa: a passagem do descrever para o definir, do convencer para o provar de uma maneira lógica baseada em definições. É a transição da coerência da Matemática elementar para a consequência da Matemática avançada, baseada em entidades abstratas que o indivíduo deve construir através das deduções das definições formais (TALL, 1991. p. 17).

O autor, ainda acrescenta que a linha separadora entre o pensamento matemático avançado e o pensamento matemático elementar é aquela que localiza a mudança cognitiva ocorrida com a introdução do método axiomático, onde os objetos têm um estado cognitivo novo como conceitos definidos construídos de definições verbais.

Também Gray (1999) referencia a transição para o pensamento matemático avançado, dizendo que o mover da construção objeto \rightarrow definição para a construção definição \rightarrow objeto é considerado uma parte essencial da transição do pensamento matemático elementar para o pensamento matemático avançado. Esta construção definição \rightarrow objeto envolve selecionar e usar critérios para as definições de objetos e isto pode inverter as experiências anteriores de relações e envolve uma transposição da estrutura do conhecimento.

2.2 **Imagens de conceito e definições de conceito**

Na teoria desenvolvida por Tall e Vinner (1981 *apud* GIRALDO, 2004), imagem de conceito é definida como sendo:

[...] a estrutura cognitiva total associada ao conceito, que inclui todas as figuras mentais, processos e propriedades associados. Ela é construída ao longo dos anos, através de experiências de todos os tipos, mudando enquanto o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece (TALL e VINNER, 1981, p.152).

Além disso, os autores afirmam que um indivíduo pode ou não utilizar sentença de palavras para especificar um dado conceito, denominada definição de conceito (TALL e



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

VINNER, 1981). Esta pode ser uma simples memorização por um indivíduo, bem como a expressão da compreensão do significado matemático do conceito ou ainda uma reconstrução pessoal da definição formal. Seja ela construída pelo próprio indivíduo ou simplesmente memorizada por ele, uma definição de conceito pode mudar ao longo do tempo, da mesma forma que a imagem de conceito. Desta forma, a imagem de conceito pode (ou não) incluir uma definição de conceito pessoal, que, por sua vez, pode (ou não) ser consistente com a definição formal.

Outros autores chamam atenção para a importância da distinção entre definição de conceito e imagem de conceito do ponto de vista pedagógico.

Baseado no texto de Vinner (1991 *apud* GIRALDO, 2004):

[...] muitas palavras em linguagem diária não têm definições (apesar de serem “definidas” de alguma forma em dicionários). Pense em “carro”, “casa”, “verde”, “bonito”, etc., e você imediatamente percebe que para entender, por exemplo, a sentença: “meu bonito carro verde está estacionado em frente à minha casa” você não consulta definições. [...] Entretanto, é necessário consultar definições ao tentar entender a sentença: “dentro todos os retângulos com o mesmo perímetro, o quadrado é o que têm área máxima” (VINNER, 1991, p.67).

Corroborando com o que diz Giraldo (2004), certamente um aluno de uma disciplina de Matemática no ensino superior deve ter clareza de que a definição de um conceito é o critério decisivo em um desenvolvimento teórico que o envolva, entretanto, para que este objetivo seja atingido, é necessário que no estágio inicial este aluno trave contato com mais do que simplesmente a definição formal.

Tall, ressalta que a própria ideia de *definir um conceito* no sentido matemático – em oposição a de *descrevê-lo* – é particularmente difícil de compreender (TALL, 1992, p.496).

O termo conceito de imagem descreve, então, uma estrutura cognitiva total associada ao conceito (matemático). Essa estrutura total representa o conjunto de todas as imagens, propriedades e ou processos que alguma vez, na mente do indivíduo, foram associadas ao conceito. Daí pode-se perceber que à medida que o indivíduo tem novas experiências ao longo do tempo, referentes a um conceito, essas imagens vão sendo enriquecidas e dessa forma ocorre certa ampliação do conceito de imagem.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Mas, a descrição dessa estrutura que se espera do indivíduo, pode acontecer de maneira equivocada, ou seja, ao se deparar com um novo conceito matemático, este pode não progredir em seus estudos, pois nada fará sentido algum se formar uma imagem (entendimento) errôneo de tal conceito.

2.3 O ensino de Geometria e aspectos relacionados no ensino de Geometria Analítica

A Geometria nos auxilia como uma ferramenta para a compreensão, descrição e relação com nosso dia-a-dia. Os parâmetros curriculares descrevem a importância de ensinar Geometria na escola.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática nos mostram algumas propriedades que a Geometria deve tratar, como por exemplo a propriedade de associar à posição relativa das formas com as medidas. Porém, a realidade em sala de aula nos mostra claramente as inabilidades dos alunos em expor seu pensamento geométrico e raciocínio visual, assim como as habilidades básicas em resolver situações problemas que envolvam visualização, quantificação, áreas e volumes, etc.

É o que nos remete Lorenzato (1995) ao destacar a importância da Geometria para o nosso cotidiano ao afirmar que ela está em toda parte, mas é preciso enxergá-la:

mesmo não querendo, lidamos, em nosso cotidiano, com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENATO, 1995, p.5).

Sendo assim, a Geometria está presente ao nosso redor, cabe a nós sabermos utilizá-la como ferramenta para nos auxiliar.

Devemos buscar meios ou metodologias que nos auxiliem no ensino de Geometria para que os alunos sejam capazes de realizar diferentes interpretações. O ensino de Geometria deve ser capaz de desenvolver no aluno a capacidade para interpretar geométrica e algebricamente um dado problema (RICHIT, 2005, p. 42).



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

São muitos os aspectos envolvidos no ensino de Geometria Analítica que nos levam a fazer reflexões sobre nossas práticas com base ainda no texto de Richit (2005), o autor disserta sobre a prática docente da disciplina Geometria Analítica que:

[...] precisa priorizar alguns aspectos que podem levar o aluno a uma maior compreensão dos conteúdos desta disciplina, entre eles, a ampliação das possibilidades de visualização de conceitos e propriedades, a realização de experimentação, ênfase na interpretação de construções geométricas e gráficas, bem como a exploração das representações tabulares e gráficas, as quais podem ser privilegiadas com o uso de softwares. (RICHIT, 2005, p.43)

Que possamos estar sempre em busca dessas possibilidades citadas acima, porém isso depende da realidade de cada um, de cada meio nos quais estamos inseridos tanto o professor como os alunos, principalmente quando o autor nos fala de privilégios com o uso de software, isso fica muito distante de alguns aspectos.

3 Percursos metodológicos da Pesquisa

Este item tem por objetivo descrever e justificar as opções metodológicas subjacentes a esta investigação, como o tipo e abordagem da pesquisa, as técnicas, instrumentos e os procedimentos a serem utilizados para coleta de informações.

Apoiados em Borba (2004) o qual afirma que, ao aplicarmos tarefas o professor pode “ouvir” os estudantes, e acompanhar o processo e a Matemática desenvolvida por eles durante a realização das tarefas, a presente pesquisa se enquadra na modalidade de *Experimento de Ensino* com o objetivo de analisar as possibilidades que a noção de Imagem de Conceito e Definição de Conceito oferece para a construção de conceitos (matemáticos) no ensino de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática.

O Experimento de Ensino é um procedimento metodológico de coleta dos dados, que consiste em uma série de encontros entre os estudantes e o pesquisador por um determinado período de tempo. Nesses encontros, o pesquisador promove uma investigação sobre o modo como os estudantes produzem seus conhecimentos no processo de exploração de atividades pré-elaboradas Barbosa (2009).



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Diante deste aporte teórico, acreditamos que a abordagem desta pesquisa é de cunho qualitativo, pois segundo Borba “[...] é inegável que o experimento de ensino expressa de forma eloquente ao menos um dos princípios da pesquisa qualitativa: fazer com que o humano apareça e não se esconda atrás de estatísticas” (BORBA, 2004, p. 10).

Ludke e André reforçam ainda mais sobre as características de uma pesquisa de análise qualitativa, que segundo as autoras, “[...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (LUDKE E ANDRÉ, 1986, p. 13).

Mascarenhas (2012) diz sobre pesquisa qualitativa, que é quando o pesquisador e os indivíduos estudados se envolvem num processo interativo. Sabe-se que esse tipo de abordagem o conhecimento é de interação social e influência da cultura.

Para a coleta de dados da pesquisa utilizaremos como instrumentos, o questionário e observação. O pesquisador, ao elaborar os seus questionários, deve ter a preocupação de determinar o tamanho, o conteúdo, a organização e a clareza de apresentação das questões, a fim de estimular o informante de responder (BARROS, 2012, p. 73). A forma de apresentação do questionário facilitará muito a pesquisa. O pesquisado se sentirá muito mais seguro se entender diretamente as questões perguntadas. Quanto a observação, é importante que seja sistemática e obedeça um roteiro.

A observação é uma das técnicas de coleta de dados imprescindível em toda pesquisa científica. Observar significa aplicar atentamente os sentidos a um objeto para dele adquirir um conhecimento claro e preciso. (BARROS, 2012, p. 76). A observação leva o pesquisador a conhecer profundamente o seu objeto de estudo, pois o observador pode perceber elementos não claros antes de a observação ser realizada.

A opção por esses instrumentos se deu pela facilidade da aplicação e também como uma maneira mais eficaz para obtenção das respostas para a pesquisa.

Esses instrumentos oferecerão material de análise qualitativa dos discursos dos alunos que serão fundamentais para tentar responder questões norteadoras desta pesquisa.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

4 Resultados preliminares

Inicialmente, realizamos um estudo teórico acerca dos conhecimentos sob à luz da teoria adotada. Neste estudo inicial, apoiamo-nos em David Tall e Shlomo Vinner (1981). Nessa perspectiva, destacamos o Pensamento Matemático Avançado embasados na noção de imagem de conceito e definição de conceito como teoria de ensino.

É necessário repensar as formas com as quais o ensino de Matemática, em especial, o de Geometria Analítica, vem sendo tratado por muitos professores e por sequências didáticas presentes em vários livros. Torna-se urgente equacionar as formas de ensino para que a prioridade seja estabelecer espaços de aprendizagens onde os estudantes não tenham que recorrer à memorização por não conseguirem dar significado a teoria formal que lhes é apresentada.

Nesse sentido acredita-se que uma proposta de ensino de Geometria Analítica baseada na teoria de imagem de conceito e definição de conceito propostas por Tall e Vinner, possam contribuir para a formação de indivíduos críticos e reflexivos no curso de Matemática.

Referências

BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia** – 2009, 199 f. Tese (doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2009.

BARROS, J. A. **O projeto de Pesquisa em História: da escolha do tema ao quadro teórico**. 10. Ed.- Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

BORBA, M. **A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. In: Reunião anual da ANPED, 2004. Caxambu-MG. Anais....Disponível em:http://www.moodle.ufba.br/file.php/11739/A_pesquisa_qualitativa_em_Educacao_Matematica.pdf Acesso em: 4 ago. 2017.

CARMO, P.S., et al. O pensamento matemático avançado em pesquisas. In **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, 7, 2016, São Paulo. *Anais eletrônicos...*: São Paulo, UCSUL, 2016. Disponível em: < <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/13/MR02.pdf>>. Acesso em 04 de jul 2017.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

- GIRALDO, V. **Descrições e Conflitos Computacionais: O Caso da Derivada**. Tese (Doutorado em Ciências) – COPPE. Rio de Janeiro: UFRJ, 2004.
- GONÇALVES, Cristina Filber. **Dificuldades em matemática ao ingressar no ensino superior**. 2007. 74 f. Trabalho de Conclusão (Matemática) - Centro Universitário La Salle.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.
- LUDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU. 1986
- MASCARENHAS, S. A. (Org.) **Metodologia científica**. São Paulo: Pearson, 2012.
- RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro, SP: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2005.
- TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169, 1981.
- Tall, D. (1991). **The psychology of advanced mathematical thinking**. In D. Tall (Org.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 3-21). Dordrecht: Kluwer.