



ANÁLISE DE SITUAÇÕES DE ENSINO QUE ENVOLVAM RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Daniela da Rosa Teza¹

GD2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo

No ensino de análise combinatória, considera-se que a partir da dedução de fórmulas, um aluno ingressante no ensino médio tenha condições para solucionar problemas através da aplicação das mesmas. Mas isso nem sempre acontece, pois os estudantes não conseguem deduzir e compreender o significado dos elementos de cada uma das fórmulas. Por isso é necessária uma análise de como o raciocínio combinatório vem sendo trabalhado nos anos anteriores ao ensino médio. Neste contexto, esta pesquisa tem por objetivo analisar a influência do processo de organização do ensino sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes nos anos finais do ensino fundamental. Serão considerados para análise documentos como: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2016), Diretrizes Curriculares do Paraná (PARANÁ, 2008). Serão adotados, como base teórica, os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, considerando como ocorre o processo de formação de conceitos a partir de Vygotsky, a partir da leitura de Oliveira (2000) e Vygotsky (2001) e da teoria da atividade segundo Leontiev (1988) e da Atividade Orientadora de Ensino a partir de Moura et al. (2010). Metodologicamente será filtrado o conceito de raciocínio combinatório em propostas curriculares e demais publicações oficiais e, materiais didáticos. Da posse destes materiais devidamente filtrados, as análises serão iniciadas procurando reconhecer a forma que o ensino deste conteúdo está sendo proposto e organizado. Estes dados obtidos e analisados servirão de base para a organização de ensino do jogo Senha e a verificação do quanto este jogo proporciona o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural; Raciocínio combinatório; Combinatória.

Introdução

Nas Diretrizes Curriculares do Paraná (2008) tem-se proposto o ensino de noções básicas de análise combinatória para o ensino fundamental. O conteúdo aprofundado de análise combinatória está indicado para o ensino médio. Tanto no ensino médio quanto para o ensino fundamental a análise combinatória é componente do Conteúdo Estruturante *Tratamento da Informação*.

¹ Universidade Federal do Paraná, e-mail: daniela_teza@hotmail.com, orientadora: Dr. Maria Lucia Panossian.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

Segundo Souza (2010, p. 60):

Combinatória é o ramo da matemática preocupado com contagem, arranjo e ordem. Embora contemplado pela riqueza dos primeiros contribuintes, já que há referências para problemas combinatórios no Velho Testamento, sua emergência como uma disciplina separada é frequentemente creditada ao matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), em cujo tratado de 1666, "*Dissertatio*", de arte combinatória, foi talvez a primeira monografia escrita sobre o assunto. (SOUZA, 2010, p. 60).

O desenvolvimento do raciocínio combinatório torna-se importante, pois influencia positivamente na compreensão de outros conteúdos matemáticos que os alunos passam a aprender. "Isso porque na Combinatória há uma rica variedade de situações que podem levar o aluno a pensar em formas diversas de resolução de problemas" (BORBA, 2010, p. 114).

Parece-nos que hoje o ensino de análise combinatória está de mãos atadas a mera aplicação de fórmulas. Os alunos do ensino médio não conseguem diferenciar os tipos de problemas propostos e assim sendo, aplicam a fórmula (que para eles é algo recheado de fatoriais e quocientes) que julgam mais cabível ao problema proposto. Segundo Souza (2010, p. 77),

"Este (conteúdo) lhes é, geralmente, ensinado através de "fórmula-aplicação", tornando-se um ensino mecanizado onde não são desenvolvidos os conceitos primitivos da Análise Combinatória, como o Princípio Multiplicativo, também chamado Princípio Fundamental da Contagem" (SOUZA, 2010, p. 77).

Esse desconforto frente à problemas de análise combinatória, não ocorre apenas com os alunos mas também com os professores. Muitas vezes, essa dificuldade no aprendizado provém de falhas no ensino; seja pela formação do docente, seja pelo curto tempo que os profissionais possuem para cumprir o cronograma proposto pela instituição de ensino.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Nos anos finais do ensino fundamental, em particular no oitavo ano, os alunos ainda não aprenderam formalmente os conceitos de fatorial e as fórmulas de permutação, combinação, arranjo. Conforme Azevedo e Borba (2013, p. 117):

Inhelder e Piaget (1976)² chegaram à conclusão que o desenvolvimento do raciocínio combinatório está ligado ao desenvolvimento do pensamento lógico-matemático. Estes autores observaram que problemas de *combinação* são resolvidos, de modo sistemático, apenas quando se atinge a faixa dos 11-12 a 14-15 anos e que *permutações* e *arranjos* são resolvidos sistematicamente apenas a partir de 15 anos. Verificou-se, portanto, que situações combinatórias são dominadas após um longo período de desenvolvimento. (AZEVEDO, BORBA, 2013, p. 117).

E também, a partir das leituras de Vygotsky (2001), pode-se considerar que a formação dos conceitos formais realmente será concretizada na adolescência, mas no período anterior à adolescência, durante o processo de aprendizagem escolar, o aluno já pode ir desenvolvendo familiaridade com estes conceitos.

Mesmo não tendo aprendido formalmente o conteúdo de combinatória na escola, alunos do oitavo ano se deparam com situações cotidianas em que a combinatória está inserida como por exemplo, em simples combinações de roupas e conseguem resolver esse tipo de situação sem delongas, como característica da formação de conceitos espontâneos ele consegue resolver determinadas situações mas isso não caracteriza que ele consiga desenvolver este raciocínio até atingir a dedução das fórmulas de arranjo, permutação, combinação e nos conceitos de fatorial.

Com essa inserção da combinatória no cotidiano dos alunos, pode-se dizer que há várias situações que possibilitam a construção de significados, sendo que “são os significados que vão propiciar a mediação simbólica entre o indivíduo e o mundo real, constituindo-se no “filtro” através do qual o indivíduo é capaz de compreender o mundo e agir sobre ele.” (OLIVEIRA, 2000, p. 48). Isso quer dizer que algumas situações podem

² INHELDER, B.; PIAGET, J. **Da lógica da criança à lógica do adolescente**. São Paulo: Livraria Pioneira Editora. 1976.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

aparecer ao aluno e que através destas situações a construção dos significados vai ocorrendo paralelamente ao modo de como o indivíduo irá resolver a situação mesmo ele não se dando conta de todo esse movimento de aprendizagem que está acontecendo, não agindo intencionalmente. Nesse sentido, os significados são generalizações que sofrem constantes transformações conforme o indivíduo se apropria de mais elementos pertencentes à cultura.

Considerando tal contexto, o objetivo desta pesquisa é analisar a influência do processo de organização do ensino sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes, pois “o *raciocínio combinatório* é um tipo de pensamento que leva um longo período para ser desenvolvido por envolver diferentes aspectos” (SILVA, PESSOA, 2015, p. 02). Assim é necessária preparação para que os alunos consigam e tenham capacidade de dedução e desenvolvam intencionalmente a noção de que o raciocínio combinatório está presente em situações simples que possa se deparar e assim, aprender formalmente o conteúdo de análise combinatória.

A seguir, será apresentada a fundamentação teórica que servirá como base para o estudo da combinatória à luz da Teoria Histórico-Cultural e na Atividade Orientadora de Ensino.

1. Fundamentação teórica

A fundamentação teórica dessa pesquisa apoia-se na Teoria Histórico-Cultural com pressupostos de Vygotsky a partir de Oliveira (2000) e Vygotsky (2001) e nos elementos da Atividade Orientadora de Ensino de Moura (2000).

1.1 Teoria Histórico-Cultural

É possível reconhecer os elementos da Teoria Histórico-Cultural no ensino do raciocínio combinatório considerando a necessidade da formação de conceitos nos indivíduos, uma vez que para compreender a combinatória, é preciso que o aluno já tenha previamente alguns conceitos para que consiga construir mais conceitos e relacioná-los.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

A partir de Vygotsky (2001), os conceitos são entendidos como uma generalização, como atos de pensamento, como significado de uma palavra e que a formação de conceitos possui três fases; há uma fase denominada de sincrética, quando a criança associa os objetos aos “montes”; tudo se relaciona a tudo e a nada ao mesmo tempo. A fase denominada do “pensamento por complexos” onde todas as qualidades dos objetos são funcionalmente equivalentes, ou seja, a criança consegue associar os objetos como os adultos relacionam as pessoas pelo sobrenome da família. Essa fase é um salto muito grande com relação à primeira fase.

Na segunda fase tem-se a presença dos cinco complexos (estágios do pensamento da criança), que são aqueles em que não há unidade lógica. Durante o quinto complexo, por exemplo, a criança desenvolve o pseudo-conceito que é um elo entre o pensamento por complexos (pensamento das crianças) e o pensamento por conceitos (pensamento dos adultos). Essa transição do pensamento por complexos para o pensamento por conceitos é imperceptível no desenvolvimento da criança e é ele quem caracteriza o desenvolvimento intelectual da criança.

Porém, muito antes da compreensão dos conceitos, há o desenvolvimento do pensamento e da linguagem que seguem seus próprios caminhos. Oliveira (2000) faz uma reflexão acerca, por exemplo, da comunicação entre os primatas, e nota que o intelectual deles independe da linguagem e o caminho inverso da linguagem independente do pensamento também existe. Na espécie humana a linguagem e o pensamento andam em linhas paralelas mas, em determinados momentos se interceptam e é nesse momento que a comunicação é desenvolvida de acordo com a cultura em que o indivíduo está inserido. Conforme Oliveira (2000), no âmbito escolar é necessária a conexão entre o pensamento e a linguagem para a comunicação acontecer uns com os outros e conseguir de maneira clara, compreender o que o outro diz para que se aprenda/ensine algo.

A partir da formação do pensamento e da linguagem e da apropriação de novos conceitos a partir dos conceitos já existentes, a mediação aparece como um elo entre pai/



filho, entre professor/aluno, pois o professor é quem potencializa relações com o aluno e para o aluno, as quais ele não alcançaria de maneira espontânea e, de acordo com Oliveira (2000, p. 64)

Do mesmo modo, quando um aluno recorre ao professor (ou aos pais, em casa) como fonte de informação para ajudá-lo a resolver algum tipo de problema escolar, não está burlando as regras do aprendizado mas, ao contrário, utilizando-se de recursos legítimos para promover seu próprio desenvolvimento. (OLIVEIRA, 2000, p. 64).

1.2 *Atividade Orientadora de Ensino*

Uma atividade surge quando a criança precisa orientar-se por meio de ações traçadas e só poderá ter origem a partir de uma necessidade interior que a motiva. Para Leontiev, toda ação para ser realizada precisa de um objetivo. Assim, precisa-se diferenciar dois conceitos: atividade e ação. De acordo com Leontiev (1988, p. 68)

Por atividade designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com seu objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 1988, p. 68).

Por exemplo, quando um sujeito está lendo um livro para realizar uma prova e descobre que a leitura de tal livro será dispensável para a prova, e ainda assim continua com a leitura por interesse pessoal que vai muito além da prova caracteriza-se que o motivo coincide com a ação, e segundo Leontiev (1988), denomina-se de motivos realmente eficazes.

Já o conceito de ação é, de acordo com Leontiev (1988, p. 69) “um ato ou ação é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo, (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na atividade da qual ele faz parte.”. Neste caso, o sujeito está fazendo a leitura de determinado livro apenas para realizar a prova; quando descobre que tal leitura é dispensável para a prova, o sujeito deixa de fazê-la, pois seu interesse na leitura era apenas



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

para realizar a prova, este é um tipo de motivo segundo Leontiev que denomina-se de motivos apenas compreensíveis.

Na procura de se obter um ensino organizado, a Atividade Orientadora de Ensino propõe relações entre teoria e prática envolvendo um determinado conteúdo, conceitos e objetivos. De acordo com Moura (2000) o papel do professor se torna indispensável nesta atividade, uma vez que ele, através da organização de ações, consiga fazer com que os alunos se apropriem de conhecimentos teóricos e das experiências histórico-culturais.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) é um elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Considerando o contexto adotado, há a preocupação acerca da atividade de aprendizagem do estudante sobre a combinatória. Conforme Moura (2010, p. 222) “em outras palavras, os sujeitos, mobilizados a partir da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo as suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento.”.

A situação desencadeadora de aprendizagem pode ser considerada como um jogo, uma história virtual ou uma situação do cotidiano. De acordo com Moura et. al. (2010, p. 222)

De forma mais específica, podemos entender como ações do professor em atividade de ensino eger e estudar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes; organizá-los e recriá-los para que possam ser apropriados; organizar o grupo de estudantes de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e sentido pessoal na divisão de trabalho do coletivo; e refletir sobre a eficiência das ações se realmente conduziu aos resultados inicialmente idealizados.(MOURA de et al., 2010, p. 222).

Nesta pesquisa o objeto de estudo é o raciocínio combinatório e, o objetivo é analisar a influência do processo de organização do ensino sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes. Para tanto, a partir dos estudos realizados durante a pesquisa, será organizada uma sequência de ações de ensino tomando como situação desencadeadora de aprendizagem o jogo Senha. O jogo senha inicialmente conhecido como *Mastermind*, teve origem nos anos 70 e consiste em uma proposta bem simples: um jogador escolhe



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

uma combinação de quatro cores entre oito possíveis. O adversário precisa descobrir exatamente qual a sequência e, para isso, conta com dez tentativas.

Pretende-se que a partir deste jogo seja gerada a necessidade dos estudantes de compreenderem a diferença entre combinação, arranjo e permutação e o quanto tais conteúdos fazem parte de situações que eles ainda não haviam se deparado. A pretensão do professor ao aplicar este jogo, é que o aluno possua um motivo realmente eficaz para aprender estes conteúdos, e não apenas que participe do jogo pelo motivo simplesmente compreensível, o que faria do aluno um participante no movimento do ensino de combinatória sem interesse algum em levar o aprendizado para além daquele momento em sala de aula.

A situação desencadeadora de aprendizagem faz com que mesmo que inicialmente o aluno seja atraído pelo jogo, não pelo conteúdo em si (motivo simplesmente compreensível), o aluno se interesse e aprenda, pois dentro do jogo está o processo de aprendizagem (motivo realmente eficaz). Essa transformação de motivo, segundo Leontiev (1988, p. 70) “é uma questão de o resultado da ação ser mais significativo, em certas condições, que o motivo que realmente a induziu”.

2. Metodologia

O objetivo deste projeto de mestrado é analisar a influência do processo de organização do ensino sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes.

Para tanto pretende-se investigar à luz da Teoria Histórico-Cultural o processo de formação de conceitos através de Vygotsky (2001) e de como o movimento do desenvolvimento do raciocínio combinatório está sendo proposto e ensinado.

Primeiramente está sendo feito um levantamento de artigos e dissertações que envolvem pesquisas sobre o ensino do raciocínio combinatório para uma melhor compreensão do tema.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Para ficar a par das possibilidades que estão sendo exploradas em sala de aula para potencializar o ensino, serão analisados os documentos oficiais, como PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), DCE (Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná) e BNCC (Base Nacional Comum Curricular), com o intuito de verificar o que esses documentos trazem a respeito do conceito de análise combinatória. Paralelamente serão analisados os livros didáticos aprovados no PNLD (Plano Nacional do Livro Didático) 2017 e que serão utilizados no ano de 2017, 2018 e 2019, com a finalidade de verificar que situações de ensino envolvendo raciocínio combinatório são apresentadas.

Na sequência haverá a elaboração de uma situação desencadeadora de aprendizagem através do jogo Senha para que sejam ensinados os conceitos de combinatória nos anos finais do ensino fundamental.

Assim, esta pesquisa será executada através das seguintes fases:

Fase A: Leitura dos textos e pesquisas do ensino de combinatória como Batanero, Godino e Pelayo (1996), Evangelista (2010), Borba, Azevedo e Rocha (2015), Azevedo e Borba (2013), Souza (2010), Borba (2010), Silva, Dos Santos Pessoa (2015), entre outros.

Fase B: Leitura dos textos sobre currículo, documentos oficiais como PCN, DCE e, levantamento das situações de ensino de análise combinatória em livros didáticos aprovados no PNLD e que serão utilizados em 2017, 2018 e 2019.

Fase C: Elaboração da situação do jogo Senha procurando reconhecer de que maneira poderá ser englobado os conceitos de combinatória em um mesmo jogo.

Fase D: Aplicação do jogo Senha à alunos dos anos finais do ensino fundamental e assim, fazer a captação de dados.

Fase E: Análise dos dados e considerações finais.

3. Cronograma de desenvolvimento das atividades

ANO	2017	2018
-----	------	------



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

MÊS	08	09	10	11	12	
FASE A	■					
FASE B		■	■			
FASE C				■	■	
FASES D e E						■

Considerações Finais

Ao final dessa pesquisa espera-se que com os dados coletados a partir dos estudos bibliográficos (artigos, revistas e publicações em congressos, etc.) e documentais (DCE, PCN, material didático oficial), explicitar e analisar as situações de ensino que envolvam raciocínio combinatório no ensino fundamental bem como propor uma situação desencadeadora de aprendizagem da qual, a partir dela os alunos consigam deduzir as fórmulas de combinatória. Algumas dificuldades que podem ser enfrentadas é com relação aos trabalhos já realizados voltados à combinatória. O ensino de análise combinatória é um tema que vem sendo estudado recentemente devido justamente a preocupação da mera aplicação de fórmulas. Sendo assim, há poucos trabalhos na área que podem nos auxiliar e também, uma outra dificuldade que pode aparecer é durante a elaboração do jogo Senha, de como aliar todos os conceitos de combinatória; as regras terão que ser muito bem formuladas para que se tenha a abrangência de todos os conceitos e que, a partir do jogo de fato, o conceito consiga ser aprendido. Ao término da pesquisa há expectativa de contribuir para o ensino e a aprendizagem de análise combinatória, através da análise de documentos oficiais, análise de dados e um jogo bem formulado.

Referências



AZEVEDO, J.; BORBA, R. **Combinatória: a construção de árvores de possibilidades por alunos dos anos iniciais com e sem uso de software.** ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.6, n.2, p. 113-140, junho 2013.

BATANERO, C.; GODINO, J. D. NAVARRO-PELAYO, V.; **Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria.** Educación Matemática, 8(1), 26-39., 1996.

BORBA, R. **O Raciocínio Combinatório na Educação Básica.** In: Anais... 10º Encontro Nacional de Educação Matemática (10 ENEM). Bahia, 2010.

BORBA, R.; ROCHA, C. A.; AZEVEDO, J. **Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica.** Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 29, p. 1348-1368, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: <www.basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 07 Set. 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

EVANGELISTA, F. S. **O raciocínio combinatório e probabilístico de alunos do 6º. ano do ensino fundamental.** 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKI, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone Editora, 1988.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública.** 2000. 131f. Tese (Livre Docência) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M.; RIBEIRO, F., **Atividade Orientadora de Ensino**: unidade entre ensino e aprendizagem, Rev. Diálogo Educ. Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

OLIVEIRA, M. K. DE. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 2000.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Secretaria de Estado da Educação. Curitiba, 2008.

SILVA, M. C.; DOS SANTOS PESSOA, C. A., **A combinatória: estado da arte em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil de 2009 a 2013**. Educação Matemática Pesquisa . 2015, Vol. 17 Issue 4, p670-693. 24p.

SOUZA, ANALUCIA C. P. DE. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. Rio Claro : [s.n.], 2010, 343 f.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Disponível em: <www.jahr.org>. 2001. Acesso em: 25 Ago. 2016.