



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Early Algebra: Uma análise de livros didáticos

Daiane Venancio Bitencourt¹

GD1 – Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

O presente estudo é uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida, que tem por objetivo analisar como os livros didáticos têm abordado o raciocínio algébrico sob três pontos de vista: (i) da sequência; (ii) da equivalência; e (iii) da relação. Foi adotado como critério de escolha coleções de livros didáticos aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) (2016). Trata-se de um estudo qualitativo e de caráter documental já que utilizaremos não apenas documentos da literatura de rigor científico, e como aporte teórico são os estudos feitos por pesquisadores a respeito da *Early Algebra*. É tido como hipótese de resultado identificar nos livros didáticos atividades relacionadas as três vertentes da *Early Algebra* no caso, a sequência, a equivalência e a relação funcional.

Palavras-chave: Anos iniciais; *Early Algebra*; livros didáticos; raciocínio algébrico.

Introdução

O interesse em realizar esta pesquisa surgiu durante discussões no Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática – RePARE, da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC. Dentro desse Grupo está sendo desenvolvido o Projeto A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento e diagnóstico, que tem dois estudos com objetivos distintos. O primeiro estudo, (denominado por α) tem por objetivo realizar um mapeamento das pesquisas nacionais que investigaram sobre o ensino ou a aprendizagem da introdução da álgebra (comumente chamada por *Early Algebra*) na última década. Quanto ao segundo (denominado por β), esse tem por objetivo diagnosticar as competências, concepções e estratégias de estudantes do Ensino Fundamental ao lidarem com situações que envolvem o raciocínio algébrico, a partir da aplicação de um questionário. A presente pesquisa está relacionada ao primeiro estudo.

¹ Universidade Estadual de Santa Cruz, e-mail: daianevenancio7@gmail.com, orientadora: Dr. Vera Lúcia Merlini.



Ao me deparar com essas discussões busquei leituras sobre o que seria a *Early Algebra* e comecei a refletir de como foi a álgebra na minha vida escolar. Buscando na memória, hoje posso argumentar que meus conhecimentos foram construídos de forma mecânica, ou seja, o que eu sabia era aplicar as fórmulas, obedecendo as regras para resolver algumas questões algébricas e, na maioria das vezes, não relacionadas a qualquer contexto da realidade. Faltando uma compreensão dos caminhos tomados para a resolução e também criando uma falsa percepção como, por exemplo, acreditar que a manipulação correta entre os símbolos, garante o entendimento dos conceitos algébricos.

Essa argumentação tomou corpo a partir da leitura de algumas pesquisas nacionais e internacionais no campo da *Early Algebra*, desenvolvidas nos últimos anos (CANAVARRO, 2007; CARRAHER, SCHLIEMANN, 2016; CERCA 2014; TEIXEIRA, 2017; YAMANAKA, MAGINA, 2008). Esses autores defendem a introdução da álgebra já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, contudo essa inserção não é necessariamente a manipulação de símbolos, mas sim, como afirma Kaput (1998 apud. CARRAHER e SCHLIEMANN, 2016), no ensino de princípios algébricos.

Além das pesquisas, é possível perceber que os documentos oficiais (PCN (BRASIL, 1997, 1998; BNCC (BRASIL), 2017) também sugerem trabalhar com a álgebra, evocando a necessidade de desenvolver o raciocínio algébrico dos alunos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017).

Uma vez que pesquisas defendem a introdução de Álgebra já nos anos iniciais, paralelamente aos documentos oficiais, fui instigada a procurar saber o que o professor dos anos iniciais estão fazendo a respeito disso. Para tanto, um caminho possível seria ir até a sala de aula e ver se o professor dos anos iniciais está trabalhando conceitos algébricos. Um outro caminho, o qual eu optei, foi o de investigar uma das principais ferramentas utilizadas pelos professores para direcionar suas aulas, que é o livro didático.

O interesse em olhar como os livros didáticos abordam a álgebra já nos anos iniciais, surgiu pelo fato que é um instrumento que está presente tanto na vida do professor como na



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

do aluno. Mesmo tendo todo acesso as novas tendências e tecnologias, o livro ainda é um elemento que influi, sobremaneira, no ensino e na aprendizagem.

Partindo do pressuposto que pesquisas a respeito do tema de *Early Algebra* estão sendo feitas desde a década de 90, Usiskin(1995), Thompson(1995), os PCN (BRASIL, 1997, 1998) que fazem parte do contexto nacional há vinte anos, é conveniente saber como o livro didático lida com esse conceito. Para isso, a partir das leituras, o grupo de estudo (RePARE) sugere que se tenha a *Early Algebra* sob três pontos de vista: (i) da sequência; (ii) da equivalência; (iii) e da relação funcional.

Daí vieram os questionamos: Os livros didáticos que estão sendo utilizados nas escolas, abordam a *Early Algebra*? Se sim, de que forma eles trabalham com essas três vertentes?

Diante disso, o objetivo dessa pesquisa é *analisar como os livros didáticos têm abordado o raciocínio algébrico do ponto de vista da sequência, da equivalência e da relação funcional.*

E nos proporemos responder a seguinte questão de pesquisa: *Como os livros didáticos têm abordado o raciocínio algébrico do ponto de vista da sequência, da equivalência e da relação funcional?*

Assim, para alcançar esse objetivo e responder a questão de pesquisa nos apoiamos nas pesquisas realizadas em *Early Algebra*, concomitantemente com os documentos oficiais que orientam o processo educativo nacional.

Aporte Teórico

A preocupação de como o ensino da álgebra vem sendo abordado nas salas de aula, e de certa forma vista como um conjunto de manipulações de símbolos, ao invés de olhar os símbolos como um recurso de expressar as ideias do raciocínio com compreensão e isso precisa de tempo. Kieran(2007) vem afirmar que álgebra é mais do isso.

Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 - Pelotas - RS

generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. (Kieran, 2007a, p. 5)

Como já mencionado o olhar dessa pesquisa está voltado para a álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que para Carraher & Schliemann (2007) o termo usado para se referir à abordagem da Álgebra no ensino da Matemática na escola elementar é a *Early Algebra*.

Uns dos primeiros pesquisadores que se debruçaram a respeito de *Early Algebra* foram Maria Blanton e James Kaput, ao conduzir um projeto visando introduzir o raciocínio algébrico nas salas de aula que valorize a aprendizagem de construção e compreensão. A partir daí foi aumentando o número de pesquisadores com interesse de mostrar que é possível e fundamental a álgebra nos anos iniciais isso poderá contribuir na aprendizagem da álgebra em anos finais em todo currículo escolar.

De acordo com Luna e Souza (2013) que o raciocínio algébrico pode ser desenvolvido pelas atividades que possibilite criar situações que os estudantes possam generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas e resolver problemas com os diferentes termos desconhecidos das operações.

Cabe ressaltar, que apesar da importância da estrutura da atividade, que propõe explicitamente a construção de um caminho que poderá conduzir à generalização, partindo de uma sequência e de uma equivalência, Canavaro (2007) afirma que o fundamental é que o professor incentive a discussão de cada tarefa.

Corroborando com essa ideia, a exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação, por exemplo, permite desenvolver a capacidade dos alunos de generalizar regras a partir de situações concretas, ou seja, ajuda os alunos a pensar algebricamente (Luna, Souza, 2013).

A *Early Algebra* na Escola e na Educação Matemática



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Nessa seção, apresentamos, resumidamente, uma tabela que aponta o objeto de conhecimento da álgebra e as habilidades adquiridas em cada um dos cinco primeiros anos escolar.

Em seguida trouxemos alguns estudos relacionados à *Early Algebra*, no que diz respeito à sua aprendizagem.

Base Nacional Comum Curricular

O documento oficial mais recente, finalizado agora no ano de 2017, foi a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) a qual fizemos uso para esse estudo. Ela traz em seu bojo orientações explícitas a respeito da necessidade de se trabalhar com o raciocínio algébrico desde o primeiro ano escolar do Ensino Fundamental. Inclusive, ela traz alguns exemplos de como poderia ser essa abordagem.

No quadro 1, trouxemos orientações ao professor trabalhar em sala de aula, por ano escolar, que é chamada de objeto de conhecimento e suas respectivas habilidades adquiridas.

Quadro1: Unidade temática - Álgebra

Ano	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES ADQUIRIDAS
1º ANO	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em seqüências. Seqüências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em seqüências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º ANO	Construção de seqüências repetitivas e de seqüências recursivas. Identificação de regularidade de seqüências e determinação de elementos ausentes na seqüência	Construir seqüências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. Descrever um padrão (ou regularidade) de seqüências repetitivas e de seqüências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. Descrever os elementos ausentes em seqüências repetitivas e em seqüências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ANO	Identificação e descrição de regularidades em	Identificar regularidades em seqüências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

	<p>seqüências numéricas recursivas.</p> <p>Relação de igualdade</p>	<p>seqüência e determinar elementos faltantes ou seguintes.</p> <p>Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.</p>
4º ANO	<p>Seqüência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.</p> <p>Seqüência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.</p> <p>Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão.</p> <p>Propriedades da igualdade.</p>	<p>Identificar regularidades em seqüências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.</p> <p>Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.</p> <p>Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.</p> <p>Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a seus dois termos.</p> <p>Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.</p>
5º ano	<p>Propriedades da igualdade e noção de Equivalência.</p> <p>Grandezas diretamente proporcionais.</p> <p>Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais.</p>	<p>Concluir, por meio de investigações, que uma igualdade não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir seus dois membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.</p> <p>Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.</p> <p>Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.</p> <p>Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.</p>

Fonte – BNCC, 2017, p. (236 – 253).

Diante desse quadro, é possível perceber que a orientação da BNCC (BRASIL, 2017) é de trabalhar padrões, seqüências e igualdade ao longo dos anos escolares. Em outras palavras,



que esses objetos de conhecimento não sejam pontuais, mas que sejam abordados e desenvolvidos de forma contínua.

Procedimentos Metodológicos

Buscando alcançar o objetivo que é analisar como os livros didáticos têm abordado o raciocínio algébrico do ponto de vista da sequência, da equivalência e da relação funcional, essa pesquisa será de abordagem qualitativa e de caráter documental já que os dados que serão produzidos e apresentados serão além de uma análise de documentos da literatura com rigor, nesse caso, livros didáticos de Matemática. Pois segundo Gil (2008), esse tipo de pesquisa se vale de materiais que não receberam um tratamento analítico ou que por hora podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa.

Utilizando os livros didáticos nessa pesquisa, acreditamos que eles vão além dos fins institucionais, não é apenas fonte de conhecimentos por área, esse documento trás consigo marcas do processo de transformações sociais da educação. E Flick (2009) reforça a importância do olhar do pesquisador ao escolher um documento como dados, enxergá-lo como meios de comunicação.

Para poder analisar coleções de livros didáticos precisou criar critério de escolha. O primeiro deles se deu pelo fato de que como o nosso interesse são coleções utilizadas nas escolas públicas, daí a necessidade de recorrer ao PNLD (2016).

Perante a quantidade de coleções analisadas e aprovadas pelo PNLD (2016), no total de 23, criamos outros critérios para selecionar duas dessas coleções. Inicialmente optamos escolher coleções inteiras, do 1º ao 5º ano, porque dessa forma poderíamos compreender como o pensamento algébrico é abordado pelo(s) autor(es) no livro em cada ano escolar e ao longo dos anos iniciais, em cada coleção. Em seguida, pela pontuação que os livros didáticos obtiveram a partir da sua distribuição segundo o PNLD. Saliento que essa pontuação não significa que a coleção mais distribuída seja a melhor, da mesma forma que a coleção que obteve a menor distribuição não implica que seja a pior coleção.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

Diante do exposto, a primeira coleção a ser analisada foi Projeto Ápis-Matemática, pois foi a mais distribuída do 1º ao 5º ano, cujo autor é o professor doutor Luiz Roberto Dante. Enquanto que a coleção menos distribuída ficou entre duas coleções, a Matemática em seu tempo cujos autores são Regina Célia Grandó, Marília Cecília Grandó Razzé, Eloísa Helena Grandó de Oliveria, Maria Zoraide Martins Costa Soares, Celi Aparecida Espasandin Lopes; e Matemática no cotidiano seus autores são Antônio José Lopes Bigode e Joaquim Gimenes.

Feita a escolha das coleções de livros didáticos, foi necessário criar as categorias de análise para realizar a produção dos dados. De imediato já temos três delas que são as três vertentes: (i) sequência, (ii) equivalência e (iii) relação funcional, que poderão se expandir na medida que iniciarmos a análise das referidas coleções.

Resultados Esperados

Esperamos que essa pesquisa venha contribuir com o trabalho do professor dos anos iniciais no sentido de que ele possa perceber que o foco não, necessariamente, são as atividades propostas nos livros, pois ela já existem, mas sim trabalhar com outro olhar, proporcionando discussões que possam desenvolver o raciocínio algébrico em seus estudantes.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática**: ensino fundamental anos iniciais. Brasília: MEC/SEB, 2015.



XXI EBRAPEM

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De 2 a 4 de novembro de 2017 – Pelotas – RS

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, Vol. XVI, Nº 2, 2007. p. 1-38.

CARRAHER, D. W.; SCHILIMANN, A. D. O lugar da álgebra no Ensino Fundamental. In: MARTINS, E.; LAUTERT, S. **Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: Contribuições da Psicologia da Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Autografia, 2016. 1ª edição. p.34 -73

CARRAHER, D., & Schliemann, A. Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, 2007. p. 669-705.

CERCA, M. R. L. O. O Desenvolvimento do raciocínio relacional através das relações de igualdade e desigualdade: uma experiência de ensino no 3ºano. 2014. 227fl. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, 2014.

FLICK, U. **Introdução a pesquisa qualitativa**. Tradução Joice Elias Costa. 3ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª edição. São Paulo: Atlas S.A., 2008.

KIERAN, C.. **Developing algebraic reasoning: e role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels**. *Quadrante*, XVI(1), (2007a), p. 5-26.

LUNA, A.V de A.; SOUZA, C.C.F. **Discussões sobre o ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo, v.15, Número Especial, p. (817-835), 2013.

TEIXEIRA, A. C. N. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção**. 2016. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

THOMPSON, F. M. O ensino de álgebra para a criança mais nova. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra**. (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 79-103.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra**. (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 9-21.

YAMANAKA, O.; MAGINA, S. **Um estudo da “Early Algebra” sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud**. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9. 2008, Bauru. **Anais...** São Paulo: SBEM/SBEM-SP, 2008.