**PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ESTUDO DE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL COM APOIO DO GEOGEBRA**

José Ronaldo Alves Araújo[[1]](#footnote-2)

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Este artigo resulta de uma pesquisa de mestrado em andamento de caráter qualitativo, que a partir de uma proposta de atividades, tem por objetivo identificar como o GeoGebra pode potencializar o estudo das Medidas de Tendência Central. A pesquisa parte de uma análise nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), no Currículo do Estado de São Paulo (2010), na Base Nacional Curricular Comum (2017) e em pesquisas que tiveram como objeto de estudo, elementos que colaboram para a fundamentação desta investigação, buscando compreender como se insere o ensino de estatística na sociedade atual. O processo de elaboração, aplicação e análise das atividades, tem como referencial teórico, a Teoria das Situações Didáticas TSD (1986). Os participantes da pesquisa são alunos egressos do Ensino Fundamental II, de uma escola pública estadual de São Paulo, as analises encontram-se em andamento, buscando evidenciar influências do GeoGebra para a solução das atividades propostas na perspectiva das dialéticas de *ação, formulação, validação* e *institucionalização* oriundas da TSD.

**Palavras-chave**: Proposta de Atividades; GeoGebra; Medidas de Tendência Central; Teoria das Situações Didáticas; Engenharia Didática.

Introdução

É relevante refletir acerca do conteúdo estatístico, que permeia toda a educação básica, pois, é perceptível que para a compreensão da quantidade de informações que nos chegam cotidianamente, sejamos preparados para compreendê-las, de modo a agir a partir desta compreensão.

O artigo ora apresentado é parte de uma investigação em andamento, que traz como objeto de pesquisa, uma proposta de atividades para o estudo das Medidas de Tendência Central, média, mediana e moda. Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p.222) essas medidas são pontos em torno dos quais os valores de uma distribuição tendem a se agrupar.

Será introduzido como apoio, o *software* GeoGebra[[2]](#footnote-3)*,* sob a perspectiva de que a utilização de uma interface dinâmica, possa ser útil para a construção de significados para as Medidas de Tendência Central*.*

 Pretendemos responder a seguinte questão:

“*como a utilização do software GeoGebra em uma proposta de atividades pode potencializar a construção de significados para as Medidas de Tendência Central?”*

**Estudos Preliminares**

 Através dos Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental (PCN), identificamos que a demanda social é que leva a destacar a Estatística como um bloco de conteúdo (BRASIL, 1998, p. 52). [...] introduzidos no ensino fundamental, métodos para calcular algumas medidas como, média, mediana e moda, entram como objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos.

A Base Nacional Comum Curricular de 2017 (BNCC) indica que:

... os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da Estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. (BRASIL, 2017, p.230).

O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (2010) traz para o ensino médioorientações quanto ao ensino de Estatística, os seguintes conteúdos:

• Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos

• Medidas de tendência central: média, mediana e moda

• Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão

• Elementos de amostragem (SÃO PAULO, 2011, p.70).

Quanto ao uso de tecnologias para a resolução de situações-problema envolvendo Estatística, encontramos nos (PCN) que destacam:

Os alunos podem dedicar mais tempo à construção de estratégias e se sentirem estimulados a testar suas hipóteses e interpretar resultados de resolução, se dispuserem de calculadoras para efetuar cálculos, geralmente muito trabalhosos. Para isso também há softwares interessantes, como os de planilhas eletrônicas, os que permitem construir diferentes tipos de gráfico **(**BRASIL, 1998, p. 85).

 A pesquisa apresentada insere-se na perspectiva de promover a inserção de uma tecnologia digital, para que os participantes possam interpretar os dados e a partir das representações, percebam os significados dos valores extraídos a partir deles.

Viali e Sebastiani (2010) destacam que, o computador está presente no cotidiano de muitas jovens que já têm um domínio razoável de vários recursos por ele oferecidos. Entendemos que, possibilitar aos alunos utilização dos recursos computacionais, pode potencializar o desenvolvimento destes sujeitos, quanto aos significados dos objetos, trabalhados nesta pesquisa.

**Referencial Teórico**

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau (1986) é o referencial teórico para a elaboração, aplicação e análise das atividades propostas, nessa investigação.

Conforme destaca Almouloud (2010, p.31), Brousseau define:

Um processo de aprendizagem pode ser caracterizado (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos de alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1975, p.6, *apud*, ALMOULOUD, 2010, p.31).

O objetivo central de estudo nesta teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber (ALMOULOUD, 2010, p.32).

 Diante das considerações feitas acerca da TSD, utilizou-se como referência para desenvolver a pesquisa, as dialéticas *ação, formulação, validação* e *institucionalização*, que compõem uma situação didática.

A dialética de *ação* conforme Pommer (2013, P.18), caracteriza-se quando ocorrem interações do aluno com o *milieu* (meio) onde o aluno reflete e simula tentativas para resolver o jogo ou problema, de modo a eleger um procedimento de resolução, dentro de um esquema de adaptação.

A dialética de *formulação* consiste no momento em que o aluno, interage com uma ou várias pessoas, de modo que há troca de informações. De acordo com Almouloud (2010, p.38):

O aluno nesta interação pode ser emissor ou receptor de informações, passadas de forma escrita ou oral, podendo ser apresentadas em língua natural ou matemática, permitindo criar um modelo explícito que pode ser formulado com sinais e regras comuns conhecidas ou novas (ALMOULOUD, 2010, p.38).

Assim, a tentativa do aluno em elaborar uma resposta adequada a partir da troca de informações evidencia o objetivo desta fase, na situação didática.

Para Almouloud (2010, p.40), o objetivo principal da dialética de *validação* é a comunicação lingüística. Nessa dialética, o aluno busca o debate sobre a certeza das asserções, o que para este autor, permite organizar as interações com o *milieu.*

A dialética de *institucionalização* visa estabelecer o caráter de objetividade e de universalidade do conhecimento (FREITAS, 2008, p.101).

Conforme Almouloud (2010, p.40), uma vez constituído e validado, o novo conhecimento, vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, podendo em outros problemas matemáticos, ser usado por estes alunos.

**As Medidas de Tendência Central**

As Medidas de Tendência Central, que conforme pontua Fiorentini e Lorenzato (2012, p.222), são pontos em torno dos quais os valores de uma distribuição tendem a se agrupar. Incluem a média, a mediana e moda.

A média é a Medida de Tendência Central que corresponde à soma de todos os valores de uma distribuição, dividida pela frequência total de casos. BUSSAB e MORETTIN (1987), LAVINE, BERENSON e STEPHAN (2010), indicam que é, em geral, o tipo de Medida de Tendência Central mais utilizada.

A mediana é a Medida de Tendência Central que corresponde ao ponto de uma distribuição de valores que separa 50% de casos superiores dos 50% de casos inferiores (FIORENTINI e LORENZATO, 2012, p.222). A mediana corresponde a uma medida posicional, supondo uma distribuição ordenada, é o valor que divide esta distribuição em duas partes iguais, e indica que a mediana é o termo central de uma distribuição (FRIOLANI, 2007, p.31).

 A moda é uma Medida de Tendência Central que corresponde ao valor de maior frequência numa distribuição (FIORENTINI e LORENZATO, 2012, p.223). De acordo com Friolani (2007, p.30) a moda é o valor que se repete com maior frequência. Para distribuições simples (sem agrupamento de classes), a moda é facilitada pela simples observação do elemento que se apresenta com maior frequência (MARTINS e DONAIRE, 1987, p.147).

 Em alguns casos pode haver mais de uma moda, ou seja, a distribuição dos valores pode ser bimodal, trimodal, etc. (BUSSAB e MORETTIN, 1987, p.27).

**Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa tem como proposta uma sequência de atividades, cuja metodologia parte de pressupostos de uma Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988).

Almouloud e Coutinho (2008) citam Artigue (1988), que aponta esta metodologia como:

Uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apóia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência. (ALMOULOUD e COUTINHO 2008, p. 65-66).

Quanto ao GeoGebra, trata-se de um *software* gratuito desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário) (BORTOLOSSI, 2016, p.430).

A utilização do GeoGebra nessa investigação, leva em conta alguns apontamentos de Bortolossi (2016):

Por meio de suas múltiplas janelas, o GeoGebra reúne, em um único ambiente, recursos gráficos, numéricos, simbólicos e de programação em Geometria, Aritmética, Álgebra, Funções, Estatística e Probabilidade. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si (BORTOLOSSI, 2016, p.430).

Entendemos que o *software* atende ao que propomos em nossas atividades, podendo ser útil no auxílio para organização, tratamento e consequentemente facilitando a interpretação de dados, considerando a vantagem didática colocada por Bortolossi (2016), que justifica o auxílio do GeoGebra na construção significativa do conhecimento.

Esta investigação se realizou em três encontros ocorridos, todos no mês de junho de 2017, período correspondente ao segundo bimestre do ano letivo, que teve como participantes da investigação alunos egressos do Ensino Fundamental II, hoje cursando a primeira série do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de educação de São Paulo, na região sul da capital do estado.

A coleta de dados constitui-se nos elementos provenientes das produções dos alunos, ou seja, as respostas por meio falas ou escritas, referente às questões apresentadas em cada sessão, telas de resolução das atividades no GeoGebra, filmagens e fotos obtidas durante todas as seções.

**Propostas das Atividades**

Ao elaborar as atividades e o material de apoio, tivemos a intenção de apresentar problemas que possibilitassem aos alunos trabalharem com a planilha do GeoGebra.

# Segue dados de uma das atividades:

**Atividade:**Um estudo acerca do peso de crianças foi solicitado pela Secretaria da Saúde de uma cidade. A tabela a seguir mostra pesos em Kg de 19 crianças de 3 anos, coletados no primeiro dia de trabalho por um agente de saúde com a população de uma comunidade.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16 | 13,8 | 12,9 | 14,5 | 14,3 | 13,4 | 14,5 |
| 14,3 | 16 | 14 | 13,6 | 14,5 | 13,9 |

De acordo com os dados coletados determine:

1. Qual a valor da média do peso das crianças? O que o número encontrado representa com relação aos dados?
2. Qual a valor da mediana em relação ao peso das crianças? O valor encontrado evidencia alguma informação ao olhar para os dados apresentados?
3. Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças? Se existe o que ela representa?

# **Análise *a priori* da Atividade**

Esperamos frente aos valores encontrados a partir de uma situação de *ação*, que o aluno consiga responder as indagações, tal como, o que o valor da média representa em relação ao conjunto de dados? E é neste momento da atividade onde o participante terá um valor encontrado a partir de um conjunto de dados, podendo formular por meio de uma explicação o significado para este valor, em relação aos dados, atitude característica de uma dialética de *formulação*

As indagações que a atividade apresenta exigem do aluno expor o significado dos valores extraídos do conjunto de dados e esperamos identificar a contribuição do GeoGebra, indo além do processo de cálculo do valor das Medidas de Tendência Central, objeto de estudo desta proposta, uma vez que, a partir da utilização da planilha para a construção de uma tabela, com os dados do problema, ou criação de listas, ou a construção de uma representação gráfica, podemos esperar que o aluno tenha a percepção quanto ao comportamento dos dados.

Nesse sentido, as representações no GeoGebra podem, por exemplo, auxiliar o participante a indicar o significado do valor encontrado para a moda, através da representação gráfica, eventualmente conjecturar propriedades e significado de outras medidas, que podem ser mais facilmente percebidas a partir dos dados representados no gráfico, na tabela, ou nas listas criadas, podendo revelar a potencialidade do GeoGebra em uma dialética de *validação.* E nesse processo, o professor pode identificar elementos que possam ser úteis levando-o para uma dialética de *institucionalização* do saber em jogo na atividade proposta.

**Desenvolvimento e análise *a posteriori* das atividades**

Em função dos dados coletados, as análises dos resultados desta investigação levam em conta apenas dados de dois participantes, os alunos **d1**e **d2**, pois estes foram os que compareceram em todos os encontros.

Para a aplicação das atividades o pesquisador solicitou aos alunos que ligassem o computador e acessassem o GeoGebra e ao entregar as atividades, leu junto com eles e ressaltou, quanto à utilização do material de apoio.

Quanto aos questionamentos da atividade, segue alguns dados:

Qual o valor da média do peso das crianças?

Para este questionamento o próprio GeoGebra apresentou o valor 14.28 e neste caso os alunos, por terem seguido os passos do material de apoio, encontraram valores semelhantes.

O que representa número encontrado para a média em relação aos dados?

Para responder a este item, os alunos ficaram por alguns minutos discutindo associações, quanto ao número encontrado e os dados de onde este número foi extraído, tentando formular uma explicação para descrever o que o número representa.

O aluno **d1** dirige-se ao professor: *A média pode ser um valor que representa o peso de todas as crianças.*

Ao ouvir esta fala o professor questiona: *Como este número se associa aos dados da atividade?*

O aluno **d1**justifica dizendo: *o número é um valor próximo aos da tabela.*

O aluno **d2** indicou em sua fala: *o número encontrado para a média é um valor que é o peso que cada criança tem mais ou menos.*

O professor então indagou: *O que este “mais ou menos” representa?*

O aluno **d2** respondeu: *É a média do peso das crianças.*

Figura 1: Registro na atividade impressa do aluno d2 acerca do que representa valor encontrado para a média do peso das crianças

 **Fonte: dados da pesquisa**

Qual o valor encontrado para a mediana em relação ao peso das crianças?

Neste item, os alunos apresentaram respostas semelhantes, e isso ocorreu porque ao seguir os passos do material da atividade, esta resposta, assim como as listas criadas a partir dos dados, apareciam na janela de álgebra do GeoGebra.

Figura 2: Registro da atividade impressa pelo aluno d2 para o valor encontrado para a mediana

 **Fonte: dados da pesquisa**

O valor encontrado evidencia alguma informação ao olhar para os dados apresentados?

Para responder a esta pergunta os alunos ficaram por um tempo articulando ideias, o aluno **d2**afirma ao professor:

Aluno **d2**: *O valor da mediana é um número que aparece na lista de peso.*

Professor: *Qual relação este número tem com a lista de peso?*

Professor: *E com a lista de pesos ordenados?*

O aluno **d1** não conseguiu perceber esta relação, e mesmo quando o professor ao direcioná-lo a olhar para a lista de pesos ordenados, ele não tem resposta para descrever o que pensa acerca da relação do valor encontrado com os dados apresentados.

O aluno **d2**,após a intervenção do professor junto ao aluno **d1** tem uma percepção da relação, em que o valor encontrado é coincidente com o valor centralizado na lista de pesos ordenados.

Aluno **d2**: *o número do meio da lista é o mesmo da mediana.*

Existe o valor da moda quanto ao peso das crianças?

O valor encontrado para a moda foi 14,5.

Figura 3: Resposta do aluno d1acerca da existência da moda para o peso das crianças

 **Fonte: dados da pesquisa**

Se existe o que ela representa?

O material de apoio sugeria ao aluno, fazer uma análise univariada dos dados, de modo que ele construísse a representação gráfica dos dados em um diagrama de barras, em que era possível perceber a relação do peso com a frequência de crianças, possibilitando visualizar a frequência de crianças com o mesmo peso.

Após construírem o diagrama de barras, os alunos foram questionados sobre o que significava a barra maior presente na representação gráfica e se ela tinha alguma relação com o valor encontrado para a moda.Neste item, os alunos perceberam que a barra maior estava relacionada com o peso e com a frequência dos pesos das crianças.

O aluno **d2** indica: O *gráfico se refere ao peso das crianças, a barra maior representa a moda do peso das crianças.*

O aluno **d1** em relação à barra maior do gráfico, em sua fala, indica: *Este número que a barra representa é o numero que mais se repete.*

**Considerações**

Foi possível identificar, que componentes de nosso referencial teórico, as dialéticas de *ação, formulação e validação* estiveram presentes. Ressaltamos que, conforme o próprio referencial teórico destaca estas dialéticas não ocorrem de forma isolada, mas que os sujeitos podem estar em vias de construção do conhecimento, podendo estar indo e voltando, sempre que precisar redefinir o caminho a seguir, para solucionar um problema e assim absorver o saber matemático ali contido.

 Durante a aplicação das atividades, foi possível perceber o potencial do GeoGebra em todas as fases de resolução como, por exemplo no uso das planilhas, de listas de dados e nas representações gráficas. Ao relacionarmos com o referencial que norteou esta pesquisa pudemos identificar em todas as dialéticas da situação didática, que os participantes tiveram facilidades ao tratar e representar os dados e dificuldades na apresentação do significado das Medidas de Tendência Central.

Neste sentido, estamos analisando as influências do GeoGebra nas dialéticas de *ação, formulação, validação* e *institucionalização* das atividades propostas. Ressaltamos que as análises desta investigação estão em andamento, e que possivelmente, outros resultados poderão ser identificados.

**Referências Bibliográficas**

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Editora: UFPR, 2010.

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd 1.**REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p.62-77, 2008.

BORTOLOSSI, H. J. O Uso do Software gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 429-440, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasil, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar**. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>Acesso em: 23 mar. 2017.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 4 ed. São Paulo. Atual, 1987.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**. Autores Associados, 2012.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2008. p. 77-112.

FRIOLANI, L. C. **O Pensamento Estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP), São Paulo.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STHEPHAN, D. **Estatística: Teoria e Aplicações Usando Microsoft® Excel em Português**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

MARTINS, G. A.; DONAIRE, D**. Princípios de estatística**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1987.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**. São Paulo: [sn], 2013.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação** – 1. Ed. atual. – São Paulo: SE, 2011. 72 p.

VIALI, L.; SEBASTIANI, R. G. D. Ensino de Estatística na escola básica com recurso da planilha. In: LOPES, C. A. E; COUTINHO, C. Q. S; ALMOULOUD, S. A. (Org.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística.** Campinas: Mercado de Letras, 2010. Cap. 8, p. 193-212.

1. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e-mail: jronaldoaaraujo@gmail.com, orientadora: Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar. [↑](#footnote-ref-2)
2. Disponível em (<http://www.geogebra.org>). [↑](#footnote-ref-3)