

1. Uma partícula move-se a  $20 \text{ m/s}$  sobre um círculo de  $100 \text{ m}$  de raio. a) Qual é a sua velocidade angular, em  $\text{rad/s}$ , em relação ao centro do círculo? b) Quantas voltas ela dá em  $30 \text{ s}$ ?

2. No início de uma viagem de  $100 \text{ km}$ , você substitui um pneu furado pelo sobressalente. O raio do pneu sobressalente é  $1 \text{ mm}$  menor do que os raios dos demais pneus, que medem  $33 \text{ cm}$ . Suponha que os movimentos das rodas são independentes. Quantas voltas a mais serão realizadas pela roda sobressalente durante a viagem?

3. Um disco de  $30 \text{ cm}$  de diâmetro gira a  $33.3 \text{ rpm}$ . a) Qual é a sua velocidade angular em radianos por segundo? Para um ponto na borda do disco, calcule b) a velocidade linear, c) a aceleração tangencial e d) a aceleração radial.

4. Um toca-disco, a  $33.3 \text{ rpm}$ , é desligado e pára, com aceleração angular constante, após  $2 \text{ min}$ . a) Calcular a aceleração angular. b) Qual é a velocidade angular média do toca-disco? c) Quantas voltas serão dadas antes de parar?

5. Um volante completa  $40$  revoluções, enquanto diminui sua velocidade angular de  $1.5 \text{ rad/s}$  até zero. a) Quanto foi a aceleração angular, supondo-a constante? b) Quanto tempo levou o volante para atingir o repouso? c) Quanto tempo foi necessário para completar a primeira metade das  $40$  revoluções?

6. Partindo do repouso, um disco gira em torno de seu eixo com aceleração angular constante. Após  $5 \text{ s}$ , ele girou  $25 \text{ rad}$ . a) Qual foi a aceleração angular durante este tempo? b) Qual foi a velocidade angular média? c) Qual era a velocidade angular instantânea do disco no final de  $5 \text{ s}$ ? d) Supondo que a aceleração angular não varie, quanto girará o disco (em rad) durante os próximos  $5 \text{ s}$ ?

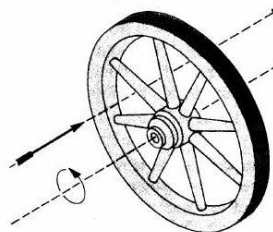
7. Um roda, partindo do repouso, gira com aceleração angular constante de  $2 \text{ rad/s}^2$ . Durante um certo intervalo de tempo igual a  $3 \text{ s}$ , ela faz um giro de  $90 \text{ rad}$ . a) Quanto tempo esteve a roda em movimento antes do início do intervalo de  $3 \text{ s}$ ? b) Qual era a velocidade angular da roda no início deste intervalo de tempo?

8. Uma roda realiza  $90 \text{ rev}$  em  $15 \text{ s}$ , sendo de  $10 \text{ rev/s}$  sua velocidade angular no final deste período. a) Qual era a velocidade angular da roda no início do intervalo de  $15 \text{ s}$ , supondo-se constante a aceleração angular da roda? b) Quanto tempo transcorreu entre o instante em que a roda estava em repouso e o início do intervalo de  $15 \text{ s}$ ?

9. Um volante circular começa a girar, do repouso, com aceleração angular de  $2 \text{ rad/s}^2$ . a) Qual será a sua velocidade angular depois de  $5 \text{ s}$ ? b) Qual será o ângulo coberto nesse tempo? c) Quantas voltas foram dadas? d) Quanto valerão, nesse instante, a velocidade linear e a aceleração tangencial de um ponto a  $5 \text{ cm}$  do eixo de rotação? e) Nesse ponto e nesse instante, quais serão a aceleração radial e o módulo do vetor aceleração resultante?

10. Um ponto num disco está a uma distância  $R$  do eixo de rotação, sobre uma linha caracterizada pelo ângulo  $\theta = 0^\circ$  (fixo no espaço). Em  $t = 0.25 \text{ s}$ , depois de o disco começar a girar, a linha encontra-se em  $\theta = 10^\circ$ . a) Admitindo que a aceleração angular seja constante, quanto tempo levará para o disco girar a  $33.3 \text{ rpm}$ ? b) A aceleração tangencial deste ponto também foi constante? c) E a aceleração radial?

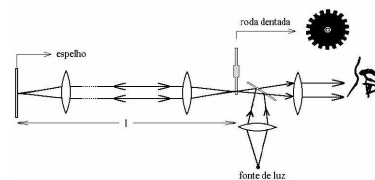
11. Uma roda de diâmetro  $D = 60 \text{ cm}$  tem oito raios de roda. Ela está montada em um eixo fixo e gira a  $2.5 \text{ rev/s}$ . Você quer lançar uma flecha de  $20 \text{ cm}$  paralelamente a este eixo fixo de modo que passe pela roda sem tocar em nenhum dos raios. Suponha que a flecha e os raios sejam muito finos. a) Que velocidade mínima deve ter a flecha? b) Importa em que local entre o eixo e a borda você deve lançar a flecha? Se a resposta for sim, qual será o melhor local?



12. Um disco de  $10 \text{ cm}$  de raio gira em torno de seu eixo, partindo do repouso, com aceleração angular de  $10 \text{ rad/s}^2$ . No instante  $t = 5 \text{ s}$ , quais serão a) a velocidade angular, b) a aceleração tangencial, e c) a aceleração radial de um ponto na borda do disco? d) Quanto vale a aceleração resultante desse ponto?

13. Resolva o problema anterior considerando  $t$  como sendo o instante de tempo em que as acelerações tangencial e radial são iguais.

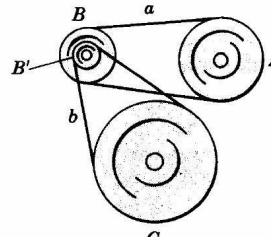
14. Um método de medida da velocidade da luz utiliza uma roda dentada em rotação. Como esquematizado, um feixe de luz passa por uma das fendas na borda da roda, propaga-se até um espelho distante, e retorna à roda exatamente a tempo de passar pela fenda seguinte. A roda tem  $5 \text{ cm}$  de raio e  $500$  dentes na periferia. As



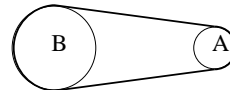
medidas tomadas quando o espelho estava a  $500 \text{ m}$  de distância da roda forneceram para a luz a velocidade de  $3 \times 10^5 \text{ km/s}$ . a) Qual foi a velocidade angular (constante) da roda? b) Qual foi a velocidade linear de um ponto na sua periferia?

15. Um astronauta está sendo testado numa centrífuga. A centrífuga tem raio de  $10 \text{ m}$ , e gira de acordo com a expressão  $\theta = 0.3t^2$ , onde  $t$  está em segundos e  $\theta$  em radianos. Determine para  $t = 5 \text{ s}$ : a) a velocidade angular, b) a velocidade tangencial, c) a aceleração tangencial, d) a aceleração radial, e e) o módulo da aceleração resultante do astronauta.

16. Quatro roldanas (A, B, B' e C) estão ligadas por duas correias (a e b). A roldana A ( $R_A = 15 \text{ cm}$ ) é a roldana impulsora, que gira com velocidade angular constante e igual a  $10 \text{ rad/s}$ . A roldana B ( $R_B = 10 \text{ cm}$ ) está ligada pela correia a à roldana A. A roldana B' ( $R_{B'} = 5 \text{ cm}$ ) é concêntrica com a roldana B e está rigidamente ligada a ela. A roldana C ( $R_C = 25 \text{ cm}$ ) está ligada pela correia b à roldana B'. Determine: a) a velocidade linear de um ponto sobre a correia a; b) a velocidade angular da roldana B; c) a velocidade angular da roldana B'; d) a velocidade linear de um ponto sobre a correia b; e) a velocidade angular da roldana C; e f) a aceleração de um ponto fixo na correia a, ao longo de uma volta completa.



17. A roda A, de  $10 \text{ cm}$  de raio, é acoplada por uma correia à roda B, cujo raio vale  $25 \text{ cm}$ . A roda A aumenta sua velocidade angular, a partir do repouso, à uma taxa uniforme de  $1.6 \text{ rad/s}^2$ . Supondo que a correia não deslize, a) determine o tempo para a roda B atingir a velocidade angular de  $100 \text{ rev/min}$ , e b) a aceleração de um ponto fixo à correia neste instante.



18. Calcule o intervalo de tempo transcorrido entre dois encontros sucessivos dos ponteiros de um relógio.

19. Um satélite descreve uma órbita circular no plano equatorial. Sabendo que a velocidade angular do satélite é o dobro da velocidade angular da Terra, quantas vezes por dia o satélite passará acima de uma cidade situada na linha do Equador, se o seu sentido de rotação for a) igual ou b) contrário ao sentido de rotação da Terra? c) Esboce gráficos  $\Delta\theta \times t$  para as duas situações, considerando  $\Delta\theta$  entre zero e  $2\pi \text{ rad}$ , e  $t$  entre  $0$  e  $24 \text{ h}$ .

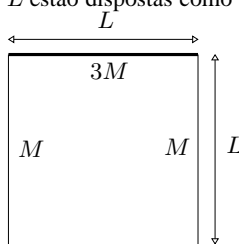
20. O prato de um toca discos está girando a  $33 \frac{1}{3} \text{ rev/min}$ . Um objeto é colocado sobre o prato a  $6 \text{ cm}$  do eixo de rotação. a) Calcule a aceleração do objeto supondo que ele não deslize. b) Qual é o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre o objeto e o prato? c) Supondo que o prato atingiu esta velocidade angular a partir do repouso acelerando numa taxa uniforme durante  $0.25 \text{ s}$ , determine o valor mínimo do coeficiente de atrito estático necessário para o objeto não deslizar durante o período de aceleração.

21. As massas e as coordenadas  $(x, y)$  de quatro partículas são as se-

guintes: 50 g (2 cm, 2 cm); 25 g (0 cm, 4 cm); 25 g (-3 cm, -3 cm); 30 g (-2 cm, 4 cm). Qual é o momento de inércia deste conjunto em relação ao a) eixo  $x$ ; b) eixo  $y$  e c) eixo  $z$ ?

22. Determine o momento de inércia de uma régua de um metro de comprimento e massa de 0.56 kg, em torno de um eixo perpendicular à régua e passando pela marca de 20 cm.

23. Três barras finas de mesmo comprimento  $L$  estão dispostas como mostra a figura. As massas das barras verticais são iguais, enquanto que a barra horizontal possui uma massa três vezes maior. Despreze as espessuras das barras e calcule o momento de inércia do sistema em relação aos seguintes eixos: a) contendo cada uma das barras; b) paralelos ao plano da página e perpendiculares às barras, passando pelos centros de massa destas; c) perpendicular ao plano da página, passando pelo centro de massa de cada uma das barras; e d) perpendicular ao plano da página, passando pelo centro de massa do sistema  $x_{CM} = L/2$  e  $y_{CM} = 4L/5$  considerando a origem localizada no ponto inferior da barra vertical esquerda).



24. Suponha que o sistema do problema anterior seja posto em movimento de rotação em relação aos eixos ali considerados. Tome  $M = 1$  kg e  $L = 1$  m. a) Sabendo que a energia cinética de rotação desse sistema vale 1 kJ, escolha os eixos em relação aos quais a velocidade angular será mínima ou máxima, e calcule essas velocidades. b) Sabendo que a velocidade angular desse sistema vale  $50 \text{ rad/s}$ , escolha os eixos em relação aos quais a energia cinética de rotação será mínima ou máxima, e calcule essas energias cinéticas.

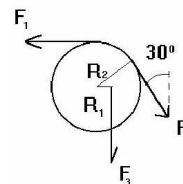
25. **Raio de giração e aro equivalente:** a) Mostre que, para uma rotação em torno de um eixo central, um cilindro maciço de massa  $M$  e raio  $R$  é equivalente a um aro delgado de massa  $M$  e raio  $R/\sqrt{2}$ . b) A distância radial a um dado eixo, para a qual toda a massa de um corpo poderia ser considerada concentrada, sem alterar a sua inércia rotacional em relação a este eixo, é denominada raio de giração. Represente por  $k$  o raio de giração, e mostre que  $k = \sqrt{I/M}$ . Esta equação fornece o raio do chamado aro equivalente no caso geral. c) Defina raio de giração e aro equivalente com suas próprias palavras.

26. O comprimento do braço do pedal de uma bicicleta é de 0.152 m e o pé aplica uma força para baixo de 111 N. Qual é o torque em torno do eixo quando o braço faz um ângulo de a)  $30^\circ$ ; b)  $90^\circ$  e c)  $180^\circ$  com a vertical?

27. Um ciclista cuja massa é de 70 kg coloca todo seu peso sobre os pedais ao subir uma estrada íngreme. Cada pedal descreve um círculo de diâmetro 0.4 m. Determine o torque máximo exercido no processo.

28. Uma pequena bola de 0.75 kg está fixa a uma barra sem massa de 1.25 m de comprimento. A outra extremidade da barra pode girar sem atrito em torno de um eixo horizontal. Quando o pêndulo resultante está a  $30^\circ$  da vertical, qual o módulo do torque em relação ao eixo?

29. Três forças estão aplicadas em um cilindro que pode girar em torno de um eixo fixo passando pelo seu centro. Sabendo que  $R_1 = 5$  cm,  $R_2 = 12$  cm,  $F_1 = 6$  N e  $F_2 = 4$  N, a) qual deve ser o módulo de  $F_3$  de forma que o cilindro não gire? Agora, suponha que a massa do cilindro é de 2 kg e que  $F_3 = 2$  N. b) Determine o módulo, a direção e o sentido do vetor aceleração do cilindro.



30. Uma casca esférica fina tem raio igual a 1.9 m. Um torque aplicado de 960 N.m imprime uma aceleração angular de  $6.2 \text{ rad/s}^2$  em torno de um eixo que passa pelo centro da casca. a) Qual é o momento de inércia da casca em torno do eixo de rotação? b) Calcule a massa da casca esférica.

31. Um pequeno objeto, cuja massa é de 1.3 kg, está preso a uma das extremidades de uma barra leve de 0.78 m de comprimento. O sistema gira num círculo horizontal em torno da outra extremidade da barra, a  $5000 \text{ rev/min}$ . a) Determine o momento de inércia do sistema em torno do eixo de rotação. b) A resistência do ar exerce uma força de  $2.3 \times 10^{-2}$  N sobre o objeto, em direção oposta a do seu movimento. Que torque deve ser aplicado ao sistema para mantê-lo girando com velocidade constante?

32. No ato de saltar de um trampolim, um mergulhador leva 220 ms para variar sua velocidade angular de zero até  $6.2 \text{ rad/s}$ . O momento de inércia do mergulhador é  $12 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . a) Qual é a aceleração angular durante o salto? b) Que torque externo atuou sobre o mergulhador durante o salto?

**RESPOSTAS:** 1.  $0.2 \text{ rad/s}$ , 0.95 volta 2. 147 voltas 3.  $3.49 \text{ rad/s}$ ;  $0.52 \text{ m/s}$ ; 0;  $1.83 \text{ m/s}$  4.  $-0.029 \text{ rad/s}^2$ ;  $1.75 \text{ rad/s}$ ; 33.3 voltas 5.  $-0.0045 \text{ rad/s}^2$ ; 336 s; 98 s 6.  $2 \text{ rad/s}^2$ ;  $5 \text{ rad/s}$ ;  $10 \text{ rad/s}$ ; 75 rad 7. 13.5 s;  $27 \text{ rad/s}$  8.  $4\pi \text{ rad/s}$ ; 3.75 s 9.  $10 \text{ rad/s}$ ; 25 rad; 4 voltas;  $0.5 \text{ m/s}$ ,  $0.1 \text{ m/s}^2$ ;  $5.000 \text{ m/s}^2$  e  $5.001 \text{ m/s}^2$  10. 0.625 s; sim; não 11.  $4 \text{ m/s}$  12.  $50 \text{ rad/s}$ ;  $1 \text{ m/s}^2$ ;  $250 \text{ m/s}^2$ ;  $250 \text{ m/s}^2$  13.  $3.2 \text{ rad/s}$ ;  $1 \text{ m/s}^2$ ;  $1 \text{ m/s}^2$ ;  $1.4 \text{ m/s}^2$  14.  $3.8 \times 10^3 \text{ rad/s}$ ;  $190 \text{ m/s}$ . 15.  $3 \text{ rad/s}$ ;  $30 \text{ m/s}$ ;  $6 \text{ m/s}^2$ ;  $90 \text{ m/s}^2$ ;  $90.2 \text{ m/s}^2$  16.  $1.5 \text{ m/s}$ ;  $15 \text{ rad/s}$ ;  $15 \text{ rad/s}$ ;  $0.75 \text{ m/s}$ ;  $3 \text{ rad/s}$ ;  $15 \text{ m/s}^2$  em torno de A,  $23 \text{ m/s}^2$  em torno de B, e zero nos demais pontos 17. 16.4 s;  $68.5 \text{ m/s}^2$  em torno de A,  $27.4 \text{ m/s}^2$  em torno de B, e  $0.16 \text{ m/s}^2$  nos demais pontos 18. 12/11 h 19. 1 vez; 3 vezes 20.  $0.73 \text{ m/s}^2$ ; 0.075; 0.114 21.  $1305 \text{ g}\cdot\text{cm}^2$ ;  $545 \text{ g}\cdot\text{cm}^2$ ;  $1850 \text{ g}\cdot\text{cm}^2$  22.  $9.7 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  23.  $2ML^2$ ,  $2ML^2/3$  e  $2ML^2$ ;  $11ML^2/12$  e  $3ML^2/4$ ;  $35ML^2/12$ ,  $17ML^2/12$  e  $35ML^2/12$ ;  $73ML^2/60$  24.  $26 \text{ rad/s}$  e  $55 \text{ rad/s}$ ; 0.83 kJ e 3.6 kJ 25. - 26. 8.5 N.m; 17 N.m; zero 27. 137 N.m 28. 4.6 N.m 29. 4.8 N;  $9.72 \text{ rad/s}^2$ , perpendicular à página e saindo dela 30.  $155 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ; 64.3 kg 31.  $0.79 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ;  $1.8 \times 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}$  32.  $28.2 \text{ rad/s}^2$ ;  $3.4 \times 10^2 \text{ N}\cdot\text{m}$