

Para além do agregado-12: da combinatoriedade schoenberguiana às novas combinatoriedades

Natanael de Souza Ourives

Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)- nsourives@uefs.br

Resumo: Neste artigo retomo e público de forma integrada um núcleo teórico desenvolvido em minha tese de doutorado sobre combinatoriedade concluída em 2017, atualizando-o à luz de literatura posterior. Como método, realizo uma revisão teórico-analítica do arco que vai da combinatoriedade por conjuntos não equivalentes às por mim chamadas novas combinatoriedades, com retorno às fontes primárias e verificação de formulações matemáticas e bibliográficas. O percurso acompanha o relaxamento progressivo de restrições do modelo schoenberguiano: equivalência e cardinalidade das partes, operações, ordenamento, natureza e cardinalidade do agregado, parâmetros musicais e dimensionalidade das relações. Como resultado, proponho uma síntese em onze deslocamentos e discuto *trichordal arrays*, agregados-n, combinatoriedade sem agregado, *time-point* e *all-partition arrays*, incluindo distinções entre suporte e multiplicidade e desenvolvimentos computacionais posteriores. Concluo que “para além do agregado-12” designa uma ampliação demonstrável do princípio combinatorial, sem implicar o encerramento do campo. O artigo fecha um ciclo específico da pesquisa doutoral e explicita as frentes que permanecem abertas.

Palavras-chave: Combinatorialidade. Agregado. Milton Babbitt. Serialismo dodecafônico. Processos composicionais.

Abstract: This article revisits and publishes as an integrated study a theoretical core developed in a 2017 doctoral dissertation on musical combinatoriality, updating it in light of later scholarship. Methodologically, it conducts a theoretical-analytical review of the path from combinatoriality with non-equivalent sets to what the dissertation termed new combinatorialities, returning to primary sources and checking mathematical and bibliographical formulations. The discussion follows the progressive relaxation of constraints in the Schoenbergian model: equivalence and cardinality of parts, operations, ordering, the nature and cardinality of the aggregate, musical parameters, and dimensionality. As a result, the article proposes a synthesis in eleven shifts and examines trichordal arrays, n-aggregates, non-aggregate combinatoriality, the time-point system, and all-partition arrays, including distinctions between support and multiplicity and later computational developments. “Beyond the twelve-tone aggregate” is thus understood as a demonstrable expansion of the combinatorial principle rather than the closure of the field. The article closes a specific cycle of doctoral research while keeping its unresolved questions open.

Keywords: Combinatoriality. Aggregate. Milton Babbitt. Twelve-tone serialism. Compositional processes.

1 INTRODUÇÃO

A combinatoriedade surgiu historicamente no interior da prática serial dodecafônica e costuma ser apresentada a partir de uma imagem particularmente estável: duas porções complementares de formas de uma série, geralmente hexacordais, associadas de modo a completar o total cromático. Essa formulação é indispensável para compreender a prática de Arnold Schoenberg, mas não representa a extensão alcançada pela técnica em Babbitt e em autores que desenvolveram problemas abertos por sua obra. Na tese que fundamenta este artigo, concluída em 2017, esse percurso foi organizado a partir da revisão de 43 artigos considerados especialmente relevantes, da comparação de livros-texto e da categorização de 45 tópicos distribuídos em diferentes níveis de aprofundamento (Ourives, 2017a, p. 14-31).

Partes daquela pesquisa foram publicadas em recortes posteriores: fundamentos da combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal; o papel de *Some Aspects of Twelve-Tone Composition* na generalização da técnica; a metodologia do livro-texto; a abordagem da combinatoriedade em Forte, Kostka e Straus; e aplicações composicionais em três obras próprias (Ourives, 2014, 2017b, 2019, 2022a, 2022b, 2023). Permaneceu, porém, sem tratamento autônomo e integrado o segmento final do capítulo teórico que articula a combinatoriedade por conjuntos não equivalentes, a combinatoriedade desigual e a pluricombinatoriedade às formulações então reunidas sob a expressão “novas combinatoriedades”.

O objetivo deste artigo é publicar e reorganizar esse arco específico, preservando a arquitetura da pesquisa original e atualizando seus pontos mais sensíveis. O procedimento combina três operações: retomada rastreável da tese; retorno seletivo às fontes primárias que sustentam os conceitos centrais; e atualização bibliográfica focalizada, sobretudo para *trichordal arrays*, *time-point*, *all-partition arrays* e combinatoriedade sem agregado. A revisão de 2026 também corrige formulações que se beneficiam de maior precisão matemática, como a distinção entre cardinalidade do suporte e multiplicidade em *weighted aggregates* e a relação entre $p(12)=77$ e o número de partes realizáveis em uma *all-partition array*. Não se trata, portanto, de uma nova revisão sistemática do campo, mas de uma atualização auditável de um recorte teórico previamente delimitado.

A hipótese que organiza o texto é que a expansão histórica da combinatoriedade pode ser compreendida como relaxamento progressivo de restrições do modelo inicial. Essas restrições

dizem respeito à equivalência e cardinalidade das partes, às operações empregadas, ao ordenamento, à cardinalidade e natureza do agregado, aos parâmetros envolvidos e à dimensionalidade das relações. O argumento será desenvolvido a partir de um vocabulário mínimo da combinatoriedade clássica; da passagem para conjuntos não equivalentes e partes desiguais; da pluricombinatoriedade e da máxima diversidade; e, finalmente, das novas combinatoriedades: *trichordal arrays*, agregados-n, combinatoriedade sem agregado, *time-point* e *all-partition arrays*.

A delimitação é igualmente importante. A própria tese declarava que sua revisão estava longe de representar de forma completa o estado da arte e registrava tópicos e textos que exigiam aprofundamento posterior (Ourives, 2017a, p. 256-260). O artigo, por isso, não pretende encerrar a combinatoriedade como campo. Seu fechamento é o de um ciclo específico da pesquisa doutoral: tornar publicável, atualizada e criticamente auditada a parte teórica que havia permanecido sem artigo próprio. A Figura 1 antecipa graficamente o percurso argumentativo desenvolvido nas seções seguintes.

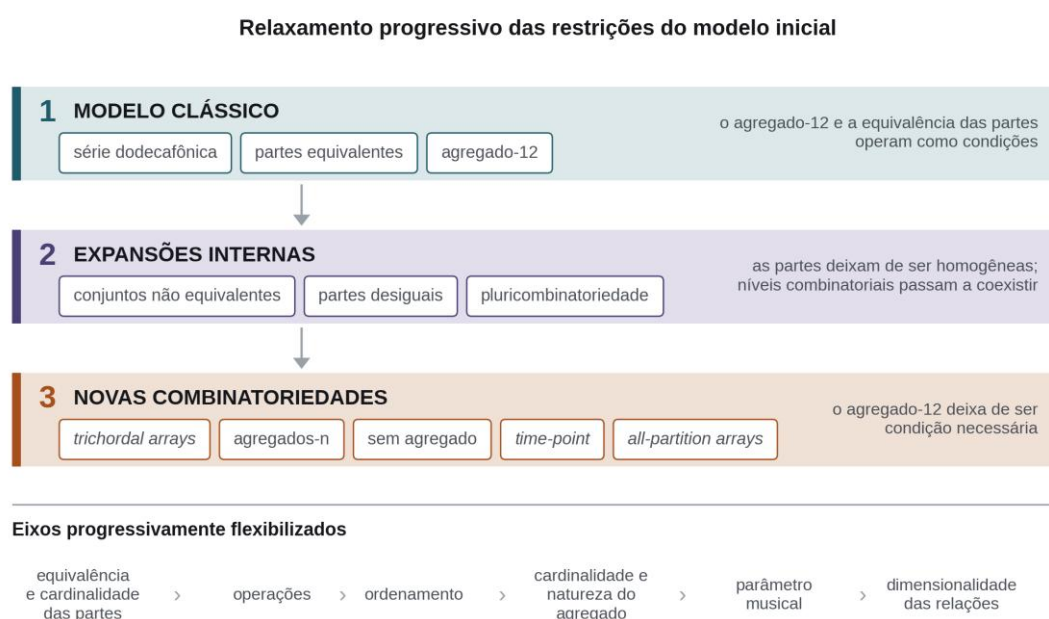


Figura 1: Panorama do percurso da combinatoriedade schoenbergiana às novas combinatoriedades.

2 DA COMBINATORIEDADE CLÁSSICA À EXPANSÃO DO MODELO

2.1 Um vocabulário mínimo

No modelo que usei como ponto de partida para a tese, a combinatoriedade clássica schoenberguiana pode ser compreendida como um processo de formação de agregados de doze classes de notas a partir da associação de segmentos pertencentes a formas distintas de uma série dodecafônica. No início do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37, caso frequentemente retomado na literatura, hexacordes correspondentes de formas inversionalmente relacionadas são mutuamente exclusivos em conteúdo e, quando associados, completam as doze classes de notas. A formação do agregado funciona simultaneamente como princípio de controle do conteúdo cromático e como modo de relacionar diferentes formas da série (Babbitt, 1955; Ourives, 2017a, p. 4-8, 64-73). A Figura 2 resume esse modelo de complementaridade sem substituir as relações concretas entre formas da série.

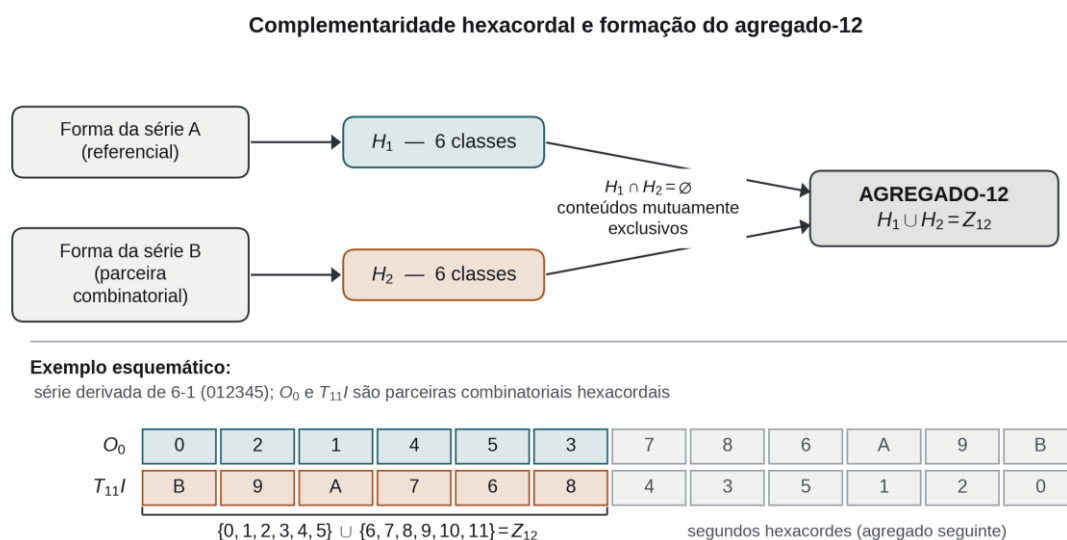
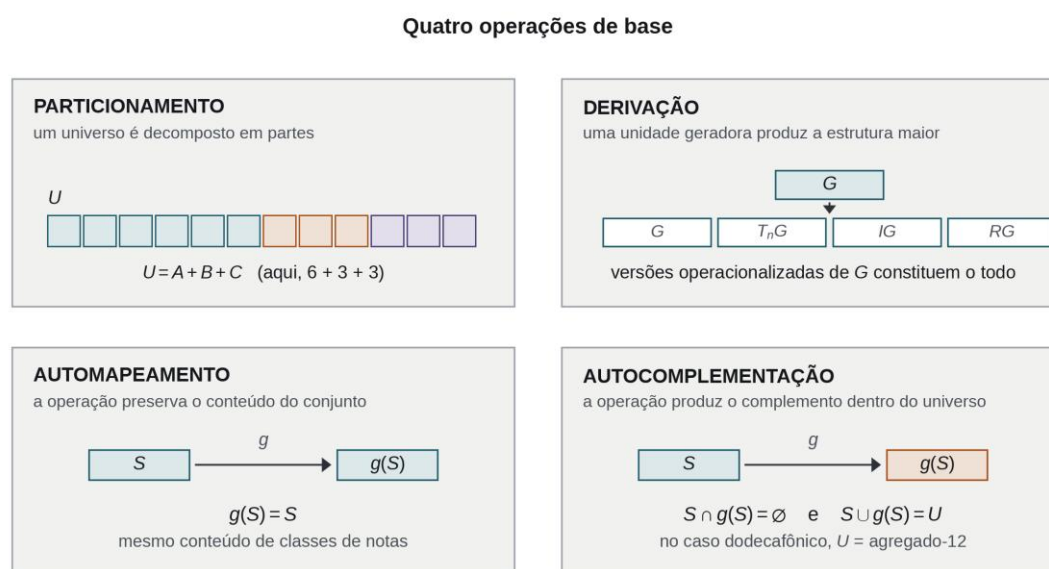


Figura 2: Modelo clássico de complementaridade e formação do agregado-12.

Duas ideias são essenciais para acompanhar as expansões discutidas adiante: particionamento e derivação. O particionamento diz respeito à decomposição de um conjunto em partes, enquanto a derivação descreve processos pelos quais uma estrutura maior é produzida a partir de uma ou mais unidades geradoras. Na tese distingui, para fins pedagógicos, particionamentos e derivações “comuns” dos “combinatoriais”: no segundo caso, as partes não são apenas unidades estruturais da série ou de um conjunto, mas participam diretamente da formação de agregados em associação com partes provenientes de outras formas ou transformações (Ourives, 2017a, p. 84-100). Essa distinção não pretende substituir a terminologia histórica, mas explicitar duas funções composicionais que, em muitos escritos, aparecem sobrepostas.

Também é necessário distinguir automapeamento e autocomplementação. Um conjunto se automapeia quando determinada operação o conduz a outra versão de mesmo conteúdo; autocomplementa-se quando a operação produz uma versão disjunta cuja união com o conjunto original completa o universo referencial. No caso dodecafônico, esse universo é o agregado-12. As combinatoriedades original/transpositiva, inversiva, retrógrada e retrógrado-inversional podem ser descritas a partir das capacidades de automapeamento e autocomplementação relacionadas às operações T, I, R e RI. Babbitt denomina “all-combinatorial” as séries/conjuntos que reúnem simultaneamente determinadas capacidades combinatoriais; na tese usei “combinatoriedade absoluta” como tradução e sistematização dessa condição, em diálogo principalmente com Babbitt e Martino (Babbitt, 1955, 1961; Martino, 1961; Ourives, 2014; Ourives, 2017a, p. 115-124). A Figura 3 reúne os quatro conceitos operacionais que reaparecem nas expansões posteriores.



No uso combinatorial, essas quatro operações regulam como partes de formas ou transformações distintas constituem totalidades.

Figura 3: Particionamento, derivação, automapeamento e autocomplementação: vocabulário mínimo.

O ponto importante para este artigo é menos a taxonomia completa das operações do que a função do agregado como universo de referência. No modelo clássico, dois ou mais segmentos são combinados e sua união busca completar as doze classes. As partes podem ser entendidas como recortes de um todo e as propriedades combinatoriais controlam quais transformações permitem

que esses recortes sejam articulados sem interseções indesejadas ou com invariâncias específicas. Por isso, durante um primeiro estágio histórico e didático, a combinatoriedade parece poder ser descrita por uma tríade relativamente estável: série dodecafônica, partes equivalentes e agregado-12.

A própria prática schoenberguiana, entretanto, questiona essa tríade. Liberdade de ordenamento, segmentações simultâneas e regiões combinatoriais mostram que a técnica não se reduz à regra de “completar doze notas”: ela interfere na escolha das formas da série, na articulação entre segmentos, na projeção harmônica e na diferenciação paramétrica dos agregados. Essa ampliação ajuda a explicar a distância observada, na tese, entre a apresentação didática mais corrente e os artigos seminais, que exploram invariâncias, partições, matrizes e generalizações do agregado. É justamente nesse ponto de extrapolação do modelo clássico que se concentra o presente artigo (Ourives, 2017a, p. 28-31).

2.2 Conjuntos não equivalentes, partes desiguais e um modelo maduro

Um primeiro relaxamento ocorre quando se abandona a exigência de equivalência entre as partes que formam o agregado. No âmbito hexacordal, a complementaridade e a relação entre classes de conjunto impõem restrições específicas; em outras cardinalidades, porém, tetracordes, tricordes e bicordes combinatoriais podem participar da formação de agregados-12 sem pertencer todos à mesma classe de conjunto. Na tese, esse fenômeno foi tratado como combinatoriedade igual por conjuntos não equivalentes porque as partes possuem a mesma cardinalidade, mas não necessariamente a mesma identidade de classe (Ourives, 2017a, p. 168-172).

O efeito composicional dessa ampliação é relevante. Quando uma série é derivada de diferentes classes de tetracordes ou tricordes, as propriedades combinatoriais deixam de ser homogêneas ao longo de toda a estrutura. Cada classe geradora pode apresentar quantidade e qualidade distintas de níveis transposicionais satisfatórios para determinadas operações. Em consequência, um mesmo conjunto de formas da série pode ser combinatorialmente relacionado sob o ponto de vista de uma porção específica e não de outra. As “áreas combinatoriais” deixam de ser determinadas por um único tipo de gerador e passam a depender do referencial adotado para a leitura (Ourives, 2017a, p. 168-171).

Na tese, tabelas extensas foram utilizadas para enumerar possibilidades tetracordais, tricordais e bicordais. Para o presente artigo, o interesse não está em reproduzir essa taxonomia completa, mas em destacar a consequência conceitual: a técnica já não exige que as partes apresentem equivalência entre si. O agregado continua sendo um todo referencial, mas pode ser formado por componentes de naturezas distintas. A propriedade combinatorial passa, portanto, a descrever relações entre partes heterogêneas.

A combinatoriedade desigual radicaliza essa direção porque retira também a exigência de cardinalidade igual. Um primeiro caminho, desenvolvido na tese a partir de Martino e de Starr e Morris, é pensar relações de inclusão, contingência, particionamento e derivação entre conjuntos de tamanhos diferentes. Um hexacorde, por exemplo, pode ser particionado em tricordes ou bicordes; um agregado-12 pode ser reparticionado de modo a articular simultaneamente porções hexacordais, tricordais, tetracordais e de outras cardinalidades. Assim, partições como (6 3 3), (6 2 2 2), (7 5) ou outras formas desiguais não são apenas divisões aritméticas: podem corresponder a diferentes níveis de organização e a diferentes conjuntos geradores (Ourives, 2017a, p. 172-176).

A importância dessa operação está no deslocamento de uma lógica de substituição para uma lógica de coexistência. Não se trata simplesmente de decidir se o agregado deve ser lido “por hexacordes” ou “por tricordes”. Um mesmo material pode admitir vários recortes simultâneos, e cada recorte pode revelar relações distintas. A combinatoriedade desigual, nesse sentido, prepara a passagem para um pensamento em camadas: o todo permanece o mesmo, mas as partes relevantes e as relações entre elas variam conforme a perspectiva analítica ou composicional.

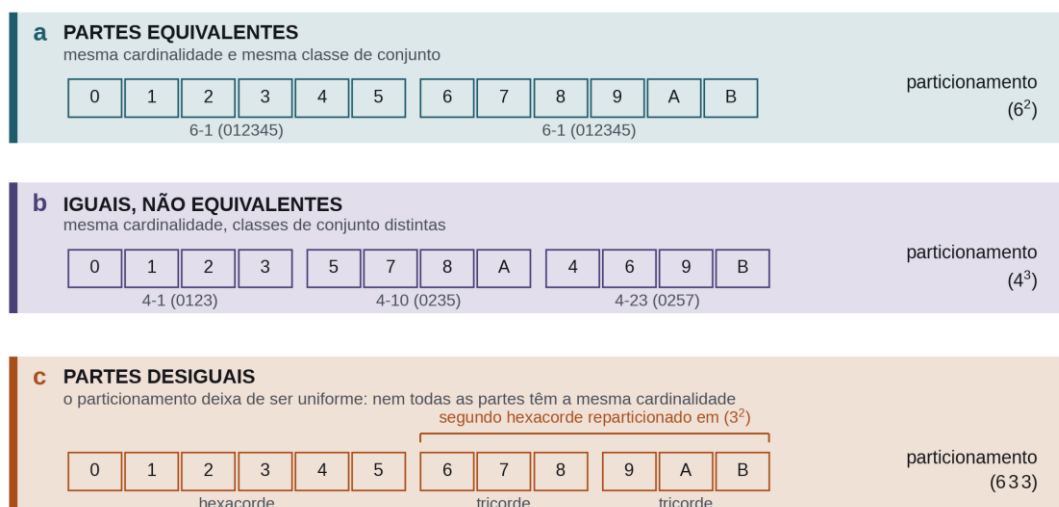
É justamente essa coexistência que se torna particularmente clara na obra tardia de Schoenberg. No compasso 48 de *De Profundis (Psalm 130)*, Op. 50b, duas formas da série são combinadas de maneira a formar um agregado-12 por meio de dois hexacordes representantes de 6-7 (012678). Entretanto, a organização interna desses hexacordes evidencia simultaneamente quatro tricordes 3-1 (012), três tetracordes resultantes e, em outro nível, bicordes que participam de suas construções. A disposição escolhida ainda permite que os tetracordes verticais adquiram relações passíveis de leitura por uma sintaxe harmônica próxima à tonalidade (Ourives, 2017a, p. 176-182).

O exemplo é importante porque mostra que o hexacorde continua funcionando como unidade de construção, mas já não esgota o pensamento combinatorial. A liberdade interna de ordenamento não destrói as propriedades de autocomplementação dos hexacordes, ao mesmo tempo em que permite construir relações adicionais nos níveis tricordal, tetracordal e bicordal. Assim, a combinatoriedade deixa de operar apenas “entre” formas da série e passa a operar também “dentro” do agregado, por meio de reparticionamentos e rederivações.

Na tese, propus decompor essa prática em uma sequência didática de passos: seleção do conjunto gerador; escolha de formas da série; combinação temporal dessas formas; particionamento hexacordal; derivação combinatorial do agregado; novos particionamentos tricordais, bicordais e tetracordais. A decomposição é assumidamente artificial porque vários desses processos ocorrem simultaneamente. Seu valor está em tornar explícitas as camadas de decisão que, na superfície musical, podem aparecer como um único gesto (Ourives, 2017a, p. 179-182).

Esse modelo maduro modifica a hierarquia entre serialismo e combinatoriedade. Na prática clássica, a combinatoriedade parece subordinada ao sistema serial dodecafônico, como um recurso para relacionar formas da série. No Op. 50b, a combinatoriedade começa a assumir um papel operacional mais abrangente: a série fornece um domínio, mas a articulação das partes, dos agregados e das relações internas passa a ser determinada por múltiplos níveis combinatoriais. A pergunta deixa de ser apenas “quais formas da série posso combinar?” e passa a incluir “quais coleções e quais relações quero tornar simultaneamente audíveis ou estruturalmente relevantes?”. A Figura 4 resume o duplo relaxamento discutido nesta seção: primeiro a equivalência de classe, depois a própria igualdade de cardinalidade entre as partes.

Dois relaxamentos sucessivos nas partes do agregado-12



Em (b), a série combinatorial absoluta tetracordal reúne três classes distintas de tetracorde. Em (c), a desigualdade resulta de reparticionar uma das partes: o agregado passa a admitir recortes de cardinalidades diferentes — (633) , (75) , (6222) — sem deixar de totalizar as doze classes.

Figura 4: Da homogeneidade das partes à não equivalência e à combinatoriedade desigual.

3 PLURICOMBINATORIEDADE E MÁXIMA DIVERSIDADE

Na tese, denominei pluricombinatoriedade a exploração simultânea de propriedades combinatoriais de diversos conjuntos. O termo foi criado para diferenciar um modo de organização em que várias camadas combinatoriais coexistem de situações em que uma única cardinalidade ou uma única classe de conjunto funciona como referência dominante. Não se trata de terminologia consolidada internacionalmente, mas de uma sistematização proposta na pesquisa para descrever um comportamento que pode envolver conjuntos equivalentes ou não equivalentes e diferentes cardinalidades (Ourives, 2017a, p. 182-185; Ourives, 2023).

A pluricombinatoriedade pode ser pensada como um processo de reparticionamentos e rederivações sucessivos ou simultâneos. Um agregado pode ser gerado sob um ponto de vista e, sem deixar de sê-lo, funcionar como material para um segundo nível combinatorial. No exemplo didático desenvolvido na tese, uma série derivada do hexacorde 6-1 (012345) é combinada com outras formas de modo que os agregados resultantes revelem, por diferentes disposições, hexacordes 6-15 e uma série secundária derivada de 6-30. O interesse desse tipo de construção não está apenas na quantidade de conjuntos identificáveis, mas na possibilidade de fazê-los desempenhar funções simultâneas e diferenciadas (Ourives, 2017a, p. 182-185).

Essa simultaneidade aproxima a combinatoriedade de uma lógica de máxima diversidade, ideia recorrente na leitura que a tese faz de Babbitt. Em *Set Structure as a Compositional Determinant*, por exemplo, Babbitt demonstra a possibilidade de uma série comportar relações combinatoriais em várias cardinalidades, permitindo que hexacordes, tetracordes, tricordes, bicordes e, no limite, classes isoladas sejam articulados em diferentes níveis (Babbitt, 1961; Ourives, 2017a, p. 185-187). Na tese, chamei de séries pluricombinatoriais aquelas que oferecem simultaneamente esse tipo de multiplicidade de possibilidades.

O princípio é importante porque a diversidade não se confunde com aleatoriedade. Ao contrário, quanto maior a quantidade de relações disponíveis, maior pode ser a necessidade de critérios para selecioná-las, distingui-las e projetá-las composicionalmente. Uma estrutura pluricombinatorial não exige que todas as suas propriedades sejam utilizadas ao mesmo tempo; ela cria um campo de possibilidades no qual diferentes níveis podem ser ativados ao longo da obra. Isso ajuda a compreender por que a combinatoriedade deixa progressivamente de ser apenas uma regra de complementação e se torna uma forma de planejamento pré-composicional.

A diferenciação das partes também pode ocorrer por parâmetros que não são classes de notas. Na discussão da tese sobre associações multiparamétricas, registro, timbre, articulação, dinâmica e posição temporal aparecem como recursos capazes de evidenciar coleções ou de distinguir agregados formados por materiais que, sob o ponto de vista exclusivo da altura, poderiam ser perceptivamente ambíguos (Ourives, 2017a, p. 187-189). A dimensão paramétrica não substitui a estrutura de classes de notas; funciona como uma camada de articulação que torna certas relações reconhecíveis ou composicionalmente operantes.

Esse ponto é decisivo para o passo seguinte. Se a combinatoriedade pode envolver múltiplas cardinalidades, partes não equivalentes, reparticionamentos e associações multiparamétricas, então a pergunta sobre “o que exatamente precisa permanecer fixo” torna-se inevitável. O agregado-12 ainda é o centro? A série precisa aparecer na superfície? As partes precisam ser coleções de classes de notas? As operações precisam ser exclusivamente T, I, R e RI? As chamadas novas combinatoriedades surgem precisamente quando essas perguntas recebem respostas cada vez menos restritivas. A Figura 5 organiza a pluricombinatoriedade em dois planos: níveis combinatoriais coexistentes e parâmetros empregados para evidenciá-los ou diferenciá-los.

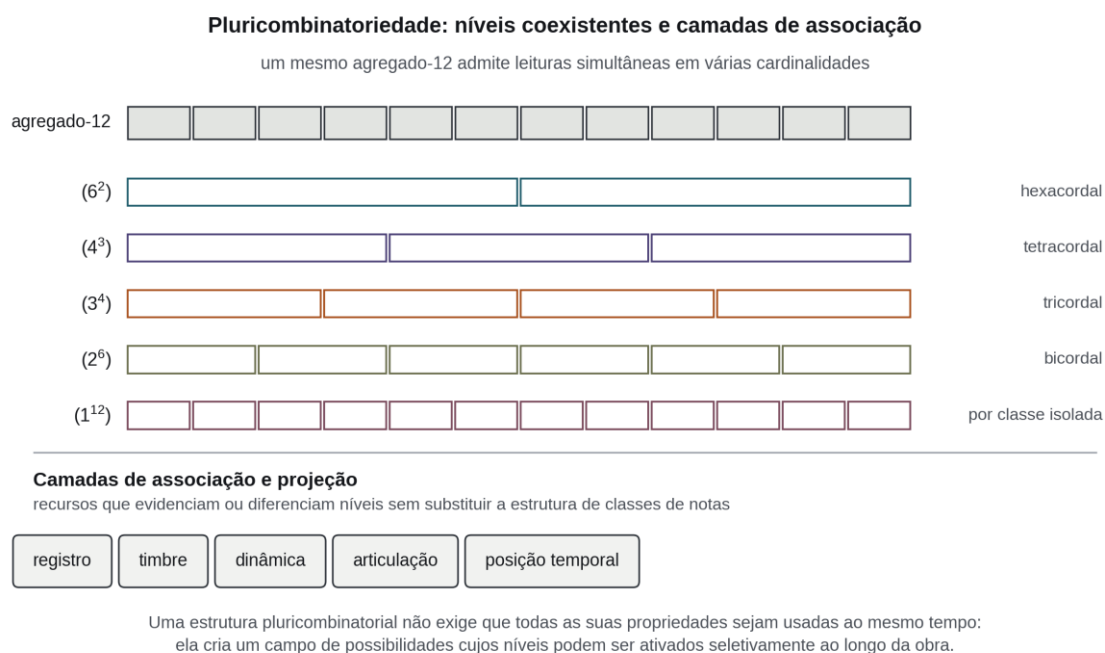


Figura 5: Pluricombinatoriedade como coexistência de níveis combinatoriais e camadas de associação.

4 NOVAS COMBINATORIEDADES

4.1 *Trichordal arrays*: da série à matriz de agregados

Entre os recursos associados à prática combinatorial de Babbitt, as *trichordal arrays* constituem uma das formas mais conhecidas de passagem de uma lógica centrada na série para uma lógica centrada em arranjos de agregados. O termo *array* pode ser traduzido como matriz ou arranjo; na tese, discuti ambas as possibilidades, observando que “matriz” evidencia a organização bidimensional em linhas e colunas, enquanto “arranjo” preserva uma relação sugestiva com a ideia combinatoria de disposições de elementos (Ourives, 2017a, p. 189-190). Bordini (2003) emprega “matrizes tricordais”, termo que mantenho quando a tradução em português é necessária.

No sentido babbittiniano discutido na tese, a *array* pode ser compreendida como uma estrutura pré-composicional que organiza sucessões e sobreposições de agregados. Em uma matriz tricordal, as porções tricordais funcionam como unidades cuja disposição permite observar agregados em diferentes direções. Linhas podem realizar agregados associados a formas da série ou a suas permutações; colunas podem resultar em agregados combinatoriais; e outras leituras, dependendo da arquitetura específica, podem fazer emergir partições adicionais (Ourives, 2017a, p. 189-193).

A diferença em relação a uma matriz dodecafônica convencional é conceitualmente importante. A matriz dodecafônica organiza de forma sistemática as formas de uma série e permite localizar suas transposições e inversões. A matriz tricordal, por sua vez, não é apenas um catálogo de formas; ela passa a ser um espaço de organização de agregados e de relações entre seus componentes. A série continua podendo funcionar como fonte, mas não precisa se manifestar literalmente na superfície da obra. Em *Composition for Four Instruments*, por exemplo, a tese mostra como tricordes são associados por registro e podem aparecer temporalmente separados, tornando difícil reconstruir uma forma da série apenas pela sequência imediata de classes de notas (Ourives, 2017a, p. 191-193).

A consequência é uma inversão de perspectiva. Em vez de pensar primeiro a série e depois perguntar como segmentos dela podem formar agregados, o compositor pode pensar um arranjo de agregados e fazer com que séries, séries secundárias ou outras organizações emergjam como consequências locais. A série torna-se um componente de um sistema pré-composicional mais amplo. Esse deslocamento é uma das razões pelas quais a combinatoriedade babbittiniana parece cada vez menos dependente da apresentação explícita do modelo serial clássico.

A literatura recente continua tratando *arrays* como elemento central da produção de Babbitt. Bernstein (2021b), ao reconstruir transformações importantes de sua prática, relaciona a passagem das *trichordal arrays* para as *all-partition arrays* à adoção de um pensamento temporal mais sistemático. Mead (2023), em uma síntese contemporânea sobre Babbitt e o chamado serialismo total, inclui *trichord*, *array*, *all-partition array* e *time-point system* entre os conceitos-chave para compreender a extensão das técnicas de doze sons. Não se trata, portanto, de uma categoria histórica encerrada na literatura das décadas de 1960 e 1970: as *arrays* continuam sendo utilizadas para interpretar a lógica composicional de Babbitt e seus desdobramentos.

Sob o ponto de vista da máxima diversidade, a matriz tricordal oferece ainda uma vantagem importante: ela separa diferentes níveis de ordenamento. Pode-se considerar a ordem das classes dentro de cada tricorde, a ordem dos tricordes dentro de um agregado, a ordem dos agregados em linhas e colunas e a forma como essas diferentes ordens se relacionam. Um conjunto de quatro tricordes admite $4! = 24$ permutações de suas unidades quando o ordenamento interno de cada tricorde é abstraído. Quando o ordenamento interno também é considerado, o espaço

combinatório cresce substancialmente. A *array* funciona, assim, como dispositivo de controle de um universo de possibilidades que seria impraticável tratar apenas pela memória ou pela manipulação intuitiva. A Figura 6 contrasta, de modo didático, a lógica de uma matriz dodecafônica com a organização por unidades tricordais de uma *trichordal array*.

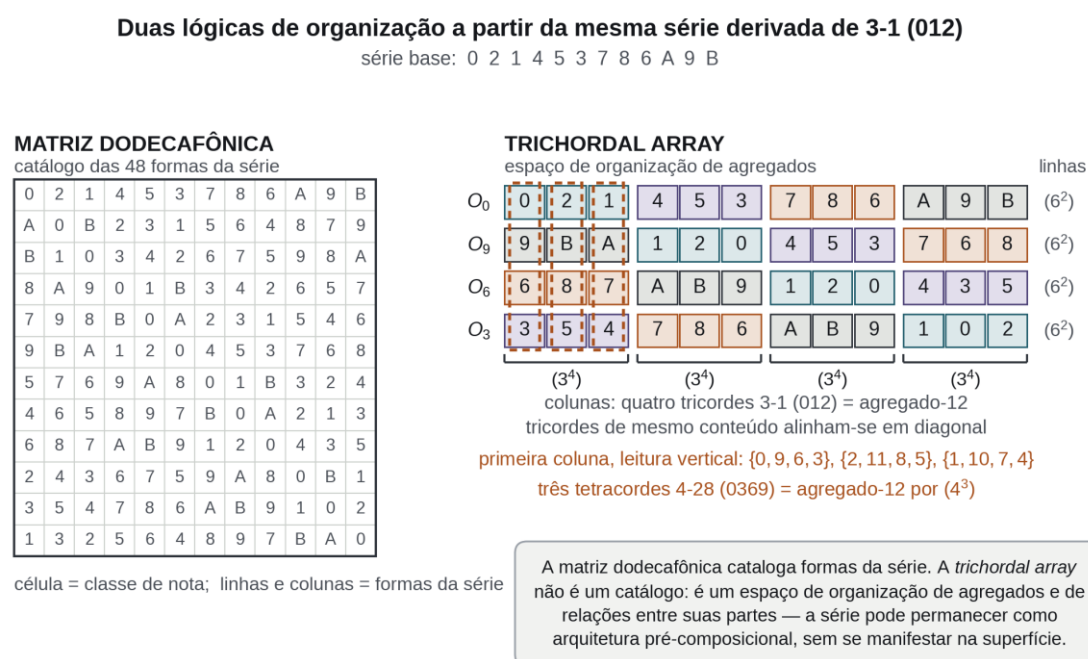


Figura 6: Comparação didática entre matriz dodecafônica e *trichordal array*.

4.2 Do agregado-12 aos agregados-n: suporte, peso e incompletude

Um dos pontos mais importantes da expansão conceitual ocorre quando a cardinalidade do agregado deixa de ser necessariamente 12. Babbitt (1961) menciona *weighted aggregates* e *incomplete aggregates*. Martino (1961) apresenta exemplos de formações que apontam para universos distintos do total cromático, e Swift (1976) emprega a ideia de *n-aggregates*, na qual *n* representa a quantidade de elementos do agregado. Na tese reuni essas direções sob a expressão “agregados-n” (Ourives, 2017a, p. 193-197).

A atualização de 2026 exige, porém, uma precisão matemática que melhora significativamente a formulação original. Na tese, afirmei que *weighted* e *incomplete aggregates* expandiam o conceito para cardinalidades maiores e menores que 12. Isso funciona como intuição musical geral, mas mistura duas grandezas diferentes. Quando uma classe de notas é repetida antes de todas as doze terem sido apresentadas, o número total de ocorrências aumenta; a cardinalidade

do conjunto de classes distintas, contudo, não ultrapassa 12. Em linguagem matemática, um agregado ponderado é melhor modelado como um multiconjunto ou como uma coleção com multiplicidades, e não simplesmente como um conjunto de cardinalidade maior.

Convém, portanto, separar três dimensões. A primeira é o suporte, isto é, quais classes distintas estão presentes. A segunda é o peso ou multiplicidade, isto é, quantas vezes cada classe ocorre. A terceira é a ordem/partição, isto é, como essas ocorrências são distribuídas e articuladas temporalmente ou entre partes. No agregado-12 tradicional, essas dimensões podem parecer coincidir porque o suporte contém as doze classes e cada uma aparece, em princípio, uma vez antes de sua completude. No agregado incompleto, o suporte é menor que o universo referencial; no agregado ponderado, certas classes podem apresentar multiplicidade maior que 1 antes da completude do suporte.

Essa distinção não invalida a ideia de agregados- n ; ao contrário, torna-a mais útil. Podemos reservar n para a cardinalidade do universo ou do suporte quando essa grandeza for a variável central e descrever separadamente as multiplicidades. Um agregado-6, por exemplo, pode ser entendido como uma coleção cujo universo referencial contém seis classes distintas. Se determinada classe aparece duas vezes, não passamos automaticamente para um “agregado-7”: passamos a ter sete ocorrências distribuídas sobre um suporte de cardinalidade 6. Essa precisão será importante quando diferentes parâmetros ou diferentes sistemas referenciais forem considerados.

A mudança de cardinalidade também altera a relação entre as operações e o universo. No sistema dodecafônico, T e I atuam sobre Z12 sem mudar a quantidade de classes disponíveis; uma série transformada continua cobrindo o mesmo total cromático. Quando o universo referencial é uma coleção menor, uma transformação pode deslocar o próprio suporte para outra coleção. A operação deixa de ser apenas uma permutação interna de um universo fixo e passa a modificar o referencial local. Por isso, a tradução de todos os processos de formação de agregados-12 para agregados- n não é automática (Ourives, 2017a, p. 193-197).

Essa observação abre uma questão que a tese apenas iniciou: quais propriedades são realmente essenciais para que uma formação seja chamada de agregado em sistemas de cardinalidades diferentes? É a completude de um universo previamente definido? É a diversidade

máxima de elementos segundo uma regra? É a ausência de repetição antes da completude? É uma partição específica? Dependendo da resposta, “agregado” pode funcionar como conceito mais geral de saturação, cobertura ou totalização de um espaço de possibilidades. Foi justamente essa direção que me levou, nas considerações finais, à expressão “agregado-x”: um rótulo provisório para indicar um universo referencial cuja natureza não precisa ser previamente reduzida às doze classes de notas (Ourives, 2017a, p. 246-249).

No contexto deste artigo, “agregado-x” e “agregado-n” devem ser entendidos explicitamente como terminologia de sistematização proposta na tese, não como nomenclatura padronizada pela literatura internacional. A vantagem pedagógica está em tornar visível uma mudança que, nos escritos históricos, aparece distribuída em expressões diferentes: agregado incompleto, agregado ponderado, agregados de *time-point*, agregados de partições, agregados de classes de conjunto e outros processos de totalização. A Figura 7 sintetiza a distinção entre suporte, multiplicidade e organização, central para evitar que repetição seja confundida com aumento de cardinalidade.

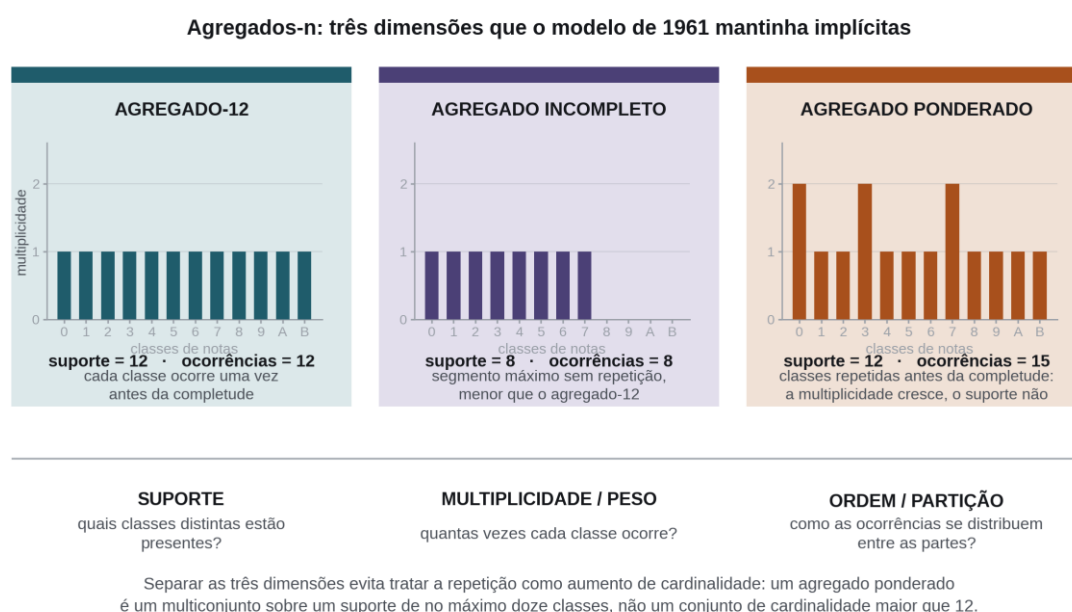


Figura 7: Agregados-n: distinção entre suporte, multiplicidade/peso e ordem/partição.

4.3 Combinatoriedade sem o agregado

O passo talvez mais radical dentro do conjunto de tópicos tratados na tese aparece em *Combinatoriality without the Aggregate*, de Robert Morris, publicado no volume 21 de *Perspectives*

of *New Music*, correspondente a 1982-1983. A expressão “sem o agregado” é provocativa porque atinge precisamente o elemento que parecia funcionar como fundamento estável de toda a técnica. Se a combinatoriedade havia sido historicamente entendida pela formação do total cromático a partir de partes complementares, o que resta quando esse total deixa de ser a finalidade explícita do processo?

Na tese, sintetizei essa expansão dizendo que a técnica se emancipa tanto do agregado-12 quanto de um conjunto referencial fixo e propus, para fins didáticos, a expressão “agregado-cc”, na qual “cc” se refere a classe de conjunto (Ourives, 2017a, p. 197-199). Essa formulação continua útil como porta de entrada, mas a atualização bibliográfica recomenda torná-la mais precisa. Morris trabalha com estruturas definidas por normas (*norms*), cadeias (*chains*) e matrizes combinatórias, entre outros dispositivos; portanto, não se trata simplesmente de substituir “doze classes de notas” por “uma classe de conjunto” e manter todo o restante do modelo inalterado.

O ponto conceitual que interessa para o presente percurso é que a completude pode ser redefinida. Em vez de completar um universo cromático específico, uma estrutura pode buscar a realização sistemática de representantes que satisfaçam determinadas condições de classe ou de transformação. A identidade do “todo” deixa de depender apenas de um conjunto fixo de elementos e passa a depender de uma regra de organização. Nesse sentido, a combinatoriedade aproxima-se ainda mais da combinatória: o que importa é a cobertura de um espaço definido por restrições, não necessariamente a apresentação de um inventário fixo de classes de notas.

A entrevista de Morris a Pauxy Gentil-Nunes, realizada no contexto da TeMA e publicada no volume *Teoria Musical no Brasil: diálogos intercontinentais*, oferece uma confirmação retrospectiva especialmente importante. Ao comentar sua trajetória, Morris relaciona seus trabalhos sobre *single-normed weighted-aggregates*, *non-aggregate combinatoriality*, estruturas de duplo agregado, cadeias e anéis de diferentes cardinalidades e destaca que muitos desses estudos foram implementados com programas de computador para gerar ou enumerar entidades e transformações utilizadas composicionalmente (Gentil-Nunes, 2021, p. 140-141). A descrição retrospectiva confirma que “sem agregado” integra um programa mais amplo de teoria composicional e não um episódio isolado.

Essa ligação com o processo composicional merece destaque. Morris diferencia teorias orientadas a objetos de teorias interessadas em transformações e processos e situa sua própria produção no campo de uma teoria composicional aberta, destinada não apenas a explicar peças existentes, mas a oferecer princípios gerativos (Gentil-Nunes, 2021, p. 140-141). Essa perspectiva coincide com a maneira como a combinatoriedade foi tratada em minha pesquisa: não como ferramenta exclusivamente analítica, mas como conjunto de princípios passíveis de uso composicional.

“Agregado-cc”, portanto, deve aparecer neste artigo como uma tradução pedagógica da direção conceitual, com uma advertência clara: não é termo empregado por Morris nem substitui a arquitetura formal de seu artigo. Seu valor é mostrar graficamente o que se modifica em relação ao agregado-n. No agregado-n, ainda podemos definir um universo de elementos a ser completado. Na combinatoriedade sem agregado, a totalização pode assumir a forma de cobertura de condições estruturais, classes ou relações cuja unidade não se reduz a um único conjunto fixo.

Essa passagem ajuda também a estabelecer um limite metodológico para este artigo. Uma análise completa de *norms*, *chains* e demais estruturas de Morris exigiria um estudo específico e uma revisão mais ampla de sua produção posterior, algo que a própria tese reconhecia como pendência. Assim, o objetivo aqui é tornar o salto conceitual inteligível e rastreável sem fingir esgotar um campo que permanece aberto.

4.4 *Time-point*: a combinatoriedade no domínio temporal

Se a combinatoriedade pode deixar de depender de um agregado fixo de classes de notas, ela também pode deixar de depender do próprio parâmetro altura. Babbitt (1962) apresenta um dos passos fundamentais nessa direção ao discutir a estruturação temporal e o sistema de *time-point*. Em vez de associar números apenas a classes de notas, o compositor trabalha com posições dentro de um módulo temporal dividido em classes de pontos. A tese interpreta essa passagem como uma primeira dissociação explícita entre combinatoriedade e altura: agregados e propriedades análogas passam a ser construídos no domínio rítmico (Ourives, 2017a, p. 199-202; Apêndice 1 da tese, p. 318-320).

É importante distinguir *time-point* de uma simples série de durações. Uma série de durações ordena valores duracionais; o sistema de *time-point* organiza posições temporais em

relação a um módulo ou ciclo. Jung (2020) chama atenção justamente para a coexistência entre *duration rows* e o *time-point system* na obra de Babbitt, mostrando que as duas estratégias não devem ser tratadas como sinônimos. Essa distinção torna o paralelismo com o domínio das alturas mais preciso: o *time-point* é definido por localização, não apenas pela extensão de um evento.

Na revisão expandida da tese, o artigo de Babbitt de 1962 aparece como um momento em que procedimentos antes aplicados à altura podem ser reinterpretados temporalmente. A ideia de um sistema temporal isomórfico a certas relações do espaço de alturas permite pensar tipos, ordens, partições e agregados no domínio dos *time-points*. A contribuição recente de Bemman e Meredith reforça essa relação. Em obras maduras baseadas em *all-partition arrays*, os autores investigam como ordenações de classes de *time-point* são escolhidas a partir de partições de agregados e mostram que as possibilidades de ordenamento de classes de notas e de classes temporais podem ser tratadas de maneira articulada (Bemman; Meredith, 2018b).

Esse dado é importante para a organização do presente artigo porque sugere que *time-point* e *all-partition array* não devem aparecer como expansões independentes. Na prática madura de Babbitt, o espaço temporal e o espaço das partições passam a integrar um mesmo ambiente pré-composicional. Bernstein (2021b) e Mead (2023) também situam a expansão temporal e o desenvolvimento das *arrays* como movimentos fundamentais na transformação das técnicas de doze sons de Babbitt.

A combinatoriedade multiparamétrica, assim, pode ser entendida em dois níveis. Num primeiro nível, parâmetros como registro, timbre e articulação diferenciam partes de agregados de classes de notas. Num segundo nível, outro parâmetro passa ele próprio a constituir um universo no qual agregados e operações análogas podem ser definidos. O ritmo deixa de ser apenas “cor” ou critério de associação e passa a possuir organização combinatorial própria.

Essa distinção evita uma generalização superficial segundo a qual qualquer sistematização paramétrica seria automaticamente combinatoriedade. Para que a analogia seja produtiva, deve haver um universo de elementos ou classes, regras de transformação, princípios de partição/cominação e critérios de totalização ou cobertura. O *time-point* é exemplar justamente porque Babbitt formaliza essas relações e não apenas aplica números arbitrários ao ritmo. A Figura

8 explicita a diferença entre classe de *time-point* e duração, indispensável para compreender a transferência da combinatoriedade ao domínio temporal.

Duração e classe de *time-point*: duas grandezas distintas

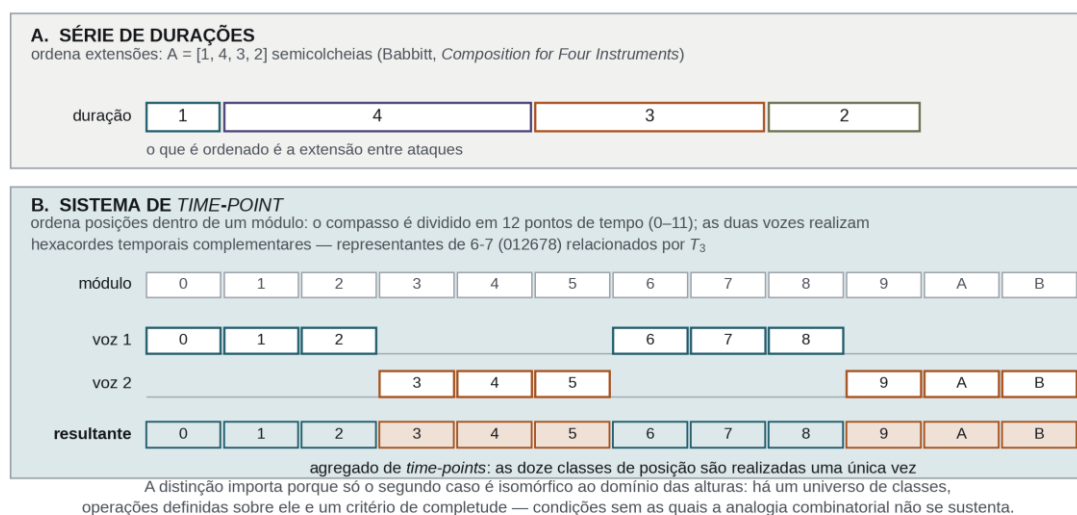


Figura 8: *Time-point*: distinção entre posição temporal e duração.

4.5 Array classes, *all-partition arrays* e a passagem ao problema computacional

A expansão das *arrays* conduz a um nível adicional de complexidade quando o próprio ordenamento das partes passa a ser tratado como variável sistemática. Na tese, utilizei a expressão *array classes* a partir de Lake (1986, p. 89) para discutir diferentes classes de matrizes e camadas de ordenamento. Numa matriz tricordal formada por quatro tricordes, por exemplo, é possível distinguir a ordem horizontal dos agregados, a ordem vertical, a ordem dos tricordes dentro de cada agregado e a ordem interna das classes de notas em cada tricorde. Mesmo antes de considerar todas as dimensões, quatro unidades permitem $4! = 24$ permutações (Ourives, 2017a, p. 202-203).

A busca de Babbitt pelo “all”, recorrente em expressões como *all-combinatorial*, aparece de modo emblemático nas *all-partition arrays*. A função de partição $p(n)$ conta as partições inteiras de n desconsiderando a ordem das parcelas; $p(12)=77$. Na tese, essa quantidade serviu para apresentar a ideia de uma matriz capaz de sistematizar as diferentes maneiras de particionar o agregado de doze classes (Ourives, 2017a, p. 202-207; Alegant, 1993). A atualização matemática exige uma correção de formulação: 77 é o universo completo das partições de 12, mas uma *all-partition array* concreta realiza apenas as partições cujo número de partes é compatível com a

quantidade de *lynes* disponíveis. Bemman e Meredith (2016) formulam isso explicitamente ao definir que cada partição de 12 cuja cardinalidade não excede o número de *lynes* deve aparecer uma vez como agregado vertical.

Assim, a contagem depende de uma restrição estrutural. Para 12, existem 34 partições com até quatro partes, 58 com até seis, 70 com até oito e 77 quando se admitem até doze partes. Essa distinção não reduz o caráter exaustivo da *all-partition array*; define com maior precisão qual é o universo que está sendo exaurido por uma determinada arquitetura instrumental ou matricial.

A discussão da tese sobre *Composition for Four Instruments* já continha um embrião dessa lógica. Quatro tricordes podem ser agrupados segundo diferentes partições e combinações; Babbitt projeta relações de concatenação e mistura tanto em escala local quanto em escala macroformal. O princípio de variação máxima convive com mecanismos de unificação: as partes são reorganizadas sistematicamente e a repetição de uma lógica de partições ajuda a articular seções distintas (Ourives, 2017a, p. 203-206).

As *all-partition arrays* levam essa lógica a um grau de formalização que, retrospectivamente, aproxima a combinatoriedade musical de problemas clássicos de combinatória e ciência da computação. Tanaka, Bemman e Meredith formalizaram a geração de *all-partition arrays* por programação inteira (2016b) e por programação por restrições (2016a). Bemman e Meredith (2019, p. 391-397) descrevem o problema como uma variante particularmente difícil de *set covering* e propõem heurísticas de *backtracking* capazes de resolver, em tempo prático, instâncias derivadas de obras de Babbitt. Entre os casos testados está uma instância que, segundo os autores, o próprio compositor não havia resolvido (Bemman; Meredith, 2019, p. 391).

A consequência histórica é significativa. Uma prática que nasceu de relações entre segmentos de séries dodecafônicas chega a estruturas cujo planejamento pode ser formalizado como problema de satisfação de restrições. Isso não significa que a composição de Babbitt possa ser reduzida ao algoritmo que gera uma *array*. A própria literatura contemporânea insiste na distância entre uma estrutura pré-composicional e a obra realizada. Bemman e Meredith (2018a), ao automatizar procedimentos relacionados a *all-partition arrays*, *time-point* e outros dispositivos, tornam visível justamente essa diferença: modelar um conjunto de regras composicionais permite

gerar novas estruturas, mas a discussão estética e musical sobre estilo permanece uma etapa distinta.

O conceito de *superarray* pode ser entendido como mais um nível dessa expansão. Lake (1986) analisa o Quinto Quarteto de Cordas de Babbitt e utiliza *superarray* para estruturas que articulam simultaneamente mais de uma *array* ou classe de *array*. Na tese, o termo foi mencionado como uma direção ainda insuficientemente desenvolvida e incluído nas considerações finais entre os tópicos que exigiam aprofundamento (Ourives, 2017a, p. 249, 256-257). O presente artigo mantém essa cautela: as *superarrays* são apresentadas como limite seguinte do percurso, não como objeto exaurido.

A literatura do século XXI confirma que *arrays*, *all-partition arrays* e *superarrays* permanecem produtivas tanto para análise quanto para recriação. O número especial de *Contemporary Music Review* dedicado a “Playing (with) Babbitt in the 21st Century” inclui leituras de arrays, recomposições e adaptações que tratam essas estruturas não apenas como formalismo histórico, mas como material para práticas criativas atuais (Bernstein, 2021a; Mailman, 2021). Esse dado é pertinente ao escopo da Mosaico porque recoloca a combinatoriedade e suas matrizes no campo dos processos criativos: elas não são apenas objetos classificatórios, mas modos de construir, transformar e reorganizar material musical. A Figura 9 mostra a consequência da restrição pelo número máximo de partes: $p(12)=77$ corresponde ao universo completo, não necessariamente ao conteúdo de toda *array* concreta.

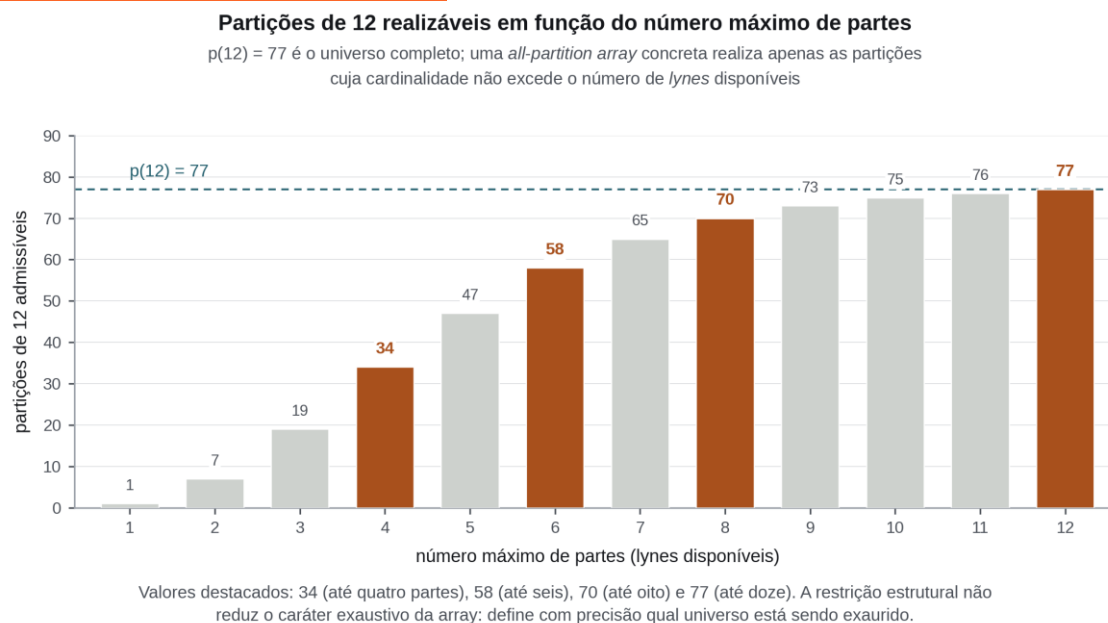


Figura 9: Número de partições de 12 admissíveis em função do número máximo de partes.

5 PARA ALÉM DO AGREGADO-12: GENERALIZAÇÕES E LIMITES

5.1 Onze deslocamentos

As considerações finais da tese procuraram sintetizar a trajetória descrita no capítulo teórico por meio de uma série de generalizações. Reorganizadas para o presente artigo, elas podem ser entendidas como onze deslocamentos que transformam progressivamente o modelo clássico sem exigir que ele seja descartado. O interesse desses deslocamentos é mostrar que as chamadas novas combinatoriedades não são um conjunto arbitrário de técnicas independentes; elas podem ser lidas como consequências de sucessivos relaxamentos das restrições iniciais.

O primeiro deslocamento diz respeito à cardinalidade e equivalência das partes. No modelo hexacordal clássico, duas partes de mesma cardinalidade e relacionadas por propriedades específicas formam o agregado. A expansão para tetracordes, tricordes, bicordes e outras cardinalidades mostra que as partes podem ser equivalentes ou não equivalentes e, posteriormente, de tamanhos distintos. A passagem da combinatoriedade igual à desigual transforma o agregado num espaço em que diferentes recortes coexistem (Ourives, 2017a, p. 168-176, 246-249).

O segundo deslocamento envolve as operações. T, I, R e RI permanecem fundamentais para compreender a tradição dodecafônica, mas a literatura posterior trabalha também com outras

relações e transformações. O ponto não é abandonar as operações clássicas, mas reconhecer que o critério de relação combinatorial pode ser generalizado quando o objeto e o universo referencial mudam.

O terceiro é a evidenciação multiparamétrica. Uma relação estrutural não precisa ser definida apenas por classes de notas; registro, timbre, dinâmica, articulação e temporalidade podem distinguir partes e tornar perceptíveis agregados ou níveis de organização. Essa dimensão já aparece no amadurecimento da prática schoenberguiana e torna-se cada vez mais importante em Babbitt e Morris.

O quarto deslocamento é a flexibilização do ordenamento serial estrito. As propriedades de conjuntos não ordenados podem permanecer invariantes mesmo quando a ordem interna de seus elementos é alterada. Isso permite que outras sistematizações sejam projetadas sobre as mesmas partes. No limite, a série básica pode funcionar como elemento pré-composicional sem se manifestar claramente na superfície, como ocorre em práticas baseadas em *arrays*.

O quinto é a pluricombinatoriedade: a possibilidade de diferentes conjuntos e cardinalidades atuarem simultaneamente como geradores ou articuladores. O agregado deixa de ser explicado por uma única partição privilegiada e passa a funcionar como encontro de múltiplas camadas.

O sexto deslocamento é a não obrigatoriedade de uma série explícita. Em *arrays*, agregados e suas partições podem ocupar o primeiro plano, enquanto as formas da série permanecem como arquitetura de fundo ou são reconstruíveis apenas por associações de registro, posição ou outras relações.

O sétimo deslocamento diz respeito à cardinalidade do agregado. *Incomplete aggregates*, agregados-n e outros universos mostram que 12 não precisa ser a única quantidade referencial. A atualização feita neste artigo acrescenta que cardinalidade de suporte e multiplicidade devem ser tratadas separadamente, especialmente em *weighted aggregates*.

O oitavo é a não obrigatoriedade de um agregado explícito. Em Morris, relações combinatoriais podem ser definidas por condições estruturais que não se reduzem à completude

de um conjunto fixo. A expressão “agregado-cc” usada na tese deve ser entendida como dispositivo pedagógico para visualizar essa passagem, não como substituto da teoria de Morris.

O nono é a mudança da natureza do agregado. *Time-point*, intervalos, classes de conjunto, partições e outros domínios indicam que o que se totaliza pode ser diferente de classes de notas. O termo “agregado-x” sintetiza, na tese, essa possibilidade de um universo genérico, desde que definido por regras claras de elementos, relações e completude.

O décimo é a criação de sistematizações e matrizes que tornam manipulável um universo de possibilidades combinatórias: *trichordal arrays*, *combination matrices*, *all-partition arrays*, *chains*, *superarrays* e outros processos. A matriz deixa de ser apenas representação e passa a funcionar como tecnologia de composição.

O décimo primeiro é a coexistência com outras sistematizações composicionais. A combinatoriedade nasceu no serialismo dodecafônico, mas nunca precisou ocupar sozinha todo o espaço de decisões de uma obra. Relações harmônicas, timbrísticas, rítmicas, formais e outras podem atuar simultaneamente. Sua força como técnica composicional reside justamente na capacidade de articular diferentes níveis sem exigir que um único parâmetro esgote a organização musical.

Esses onze deslocamentos podem ser resumidos como uma mudança de foco: de uma combinatoriedade fortemente associada a uma situação histórica específica para um princípio mais geral de organização de partes, transformações, coberturas e totalidades. Essa formulação deve ser usada com cuidado. Se for ampliada sem critérios, “combinatoriedade” corre o risco de se tornar sinônimo de qualquer combinação musical, perdendo poder explicativo. O desafio é preservar um núcleo operacional: universos definidos, partes identificáveis, relações ou transformações especificáveis e critérios de completude, cobertura, saturação ou organização que possam ser demonstrados e auditados. A Figura 10 reúne os onze deslocamentos em forma sinótica e sintetiza o principal resultado conceitual do artigo.

Onze deslocamentos do modelo clássico às expansões

RESTRIÇÃO DO MODELO INICIAL	EXPANSÃO / GENERALIZAÇÃO
PARTES E OPERAÇÕES	
1 Partes de mesma cardinalidade e equivalentes	→ partes não equivalentes e, depois, desiguais
2 T, I, R e RI como núcleo operatório	→ ampliação de operações e relações
3 Altura como parâmetro dominante	→ organização multiparamétrica
SÉRIE E ORDENAMENTO	
4 Ordenamento serial estrito	→ propriedades invariantes sob reordenamento
5 Um nível combinatoriedade dominante	→ pluricombinatoriedade: níveis coexistentes
6 Série necessariamente explícita	→ arrays pré-composicionais; série como fundo
AGREGADO	
7 Agregado de doze classes	→ agregados-n; suporte e multiplicidade distinguidos
8 Agregado necessariamente presente	→ coberturas e totalizações alternativas
9 Agregado de classes de notas	→ time-point e outras naturezas de universo
SISTEMATIZAÇÕES	
10 Uma sistematização principal	→ trichordal, all-partition e superarrays
11 Técnica relativamente autônoma	→ coexistência com outras sistematizações

Os deslocamentos não descartam o modelo clássico: mostram que suas restrições deixam de operar como condições necessárias. O núcleo que precisa ser preservado é operacional — universo definido, partes identificáveis, transformações especificáveis e critérios auditáveis de completude, cobertura ou saturação.

Figura 10: Onze deslocamentos do modelo clássico às expansões discutidas no artigo.

5.2 Fechar uma tese sem fechar a combinatoriedade

Os onze deslocamentos acima não constituem uma teoria geral e completa. A própria tese afirmava que o texto “Introdução à combinatoriedade” se aproximava do estado da arte apenas dentro dos limites daquela investigação e permanecia “ainda em construção” (Ourives, 2017a, p. 260). Entre os tópicos apontados como insuficientemente tratados estavam *superarrays*, agregados de contorno, dinâmica, intervalos e classes de conjunto, *posets*, *multiple-order-function twelve-tone rows* e desenvolvimentos geométricos, além da necessidade de aprofundar trabalhos de Rothgeb, Forte, Morris e Starr e incorporar outros escritos à lista de textos seminais (Ourives, 2017a, p. 256-257).

Essa incompletude delimita, em vez de enfraquecer, a contribuição do artigo. O objetivo não é absorver retrospectivamente todo o material deixado em aberto, mas publicar com atualização e correções o arco específico que vai da expansão do modelo schoenberguiano às novas combinatoriedades e às generalizações formuladas nas considerações finais. O que excede esse

recorte permanece como reserva de pesquisa e impede que o artigo seja confundido com um inventário enciclopédico.

A literatura posterior a 2017 confirma a pertinência dessa abertura. A modelagem computacional das *all-partition arrays* explicita relações entre teoria musical, combinatória, programação por restrições e busca algorítmica; Morris, em retrospecto, destaca o uso de programas para gerar e enumerar entidades e transformações; e estudos recentes retomam *arrays* como objetos de análise e de criação (Gentil-Nunes, 2021, p. 140-141; Bernstein, 2021a; Mailman, 2021). Essas contribuições não substituem a arquitetura de 2017: mostram que ela pode ser continuada, corrigida e ampliada.

O fechamento proposto é, portanto, editorial e epistemológico. Editorial, porque reúne num artigo o bloco da tese que não havia recebido tratamento autônomo e o integra à série de publicações derivadas da pesquisa. Epistemológico, porque permite revisar seus limites e formular com maior precisão o princípio de expansão que atravessava o texto. Fechar a tese, nesse sentido, não equivale a declarar encerrada a combinatoriedade; equivale a estabilizar um ponto de partida rastreável para investigações posteriores.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Para além do agregado-12” não designa abandono do modelo de doze classes de notas, mas a identificação de um percurso em que suas restrições deixam de funcionar como condições necessárias para toda prática combinatorial. Conjuntos não equivalentes e partes desiguais, pluricombinatoriedade, associações multiparamétricas, *trichordal arrays*, agregados-n, combinatoriedade sem agregado, *time-point* e *all-partition arrays* mostram que a técnica pode deslocar progressivamente a equivalência das partes, a cardinalidade do universo referencial, o ordenamento, a natureza do agregado e o parâmetro musical em que a totalização ocorre.

O resultado conceitual mais importante é que essa ampliação não autoriza chamar de combinatoriedade qualquer processo de combinação musical. Para conservar poder explicativo, o termo precisa remeter a um núcleo operacional demonstrável: um universo ou domínio definido, partes identificáveis, relações ou transformações especificáveis e critérios de completude,

cobertura, saturação ou organização que possam ser descritos e auditados. Os onze deslocamentos propostos sintetizam a expansão histórica sem dissolver esse núcleo.

A atualização de 2026 também mostrou que revisar a tese produz ganhos substantivos. A distinção entre suporte e multiplicidade torna mais precisa a leitura dos *weighted aggregates*; $p(12)=77$ precisa ser articulado às restrições estruturais de cada *array*; “agregado-cc” deve ser reconhecido como sistematização pedagógica da tese, e não como termo de Morris; e o problema das *all-partition arrays* passou a ser explicitamente modelado por programação inteira, programação por restrições e algoritmos de busca (Tanaka; Bemman; Meredith, 2016a, 2016b; Bemman; Meredith, 2019). A aproximação entre combinatoriedade musical e combinatória computacional, portanto, tornou-se mais concreta depois de 2017 sem esgotar a dimensão composicional dessas estruturas.

O artigo fecha, assim, um ciclo da pesquisa doutoral: publica de modo integrado seu núcleo teórico final, torna explícitas algumas correções e preserva a abertura que a própria tese reconhecia. O campo continua maior que este recorte. Se a história da combinatoriedade é marcada por sucessivos reparticionamentos de seus objetos e limites, a conclusão mais coerente não é fixá-la numa definição terminal, mas deixar estabilizados os critérios que permitem continuar investigando onde, como e sob quais condições novas expansões ainda podem ser chamadas de combinatoriais.

REFERÊNCIAS

ALEGANT, Brian. *The seventy-seven partitions of the aggregate: analytical and theoretical implications*. Tese (Doutorado) – University of Rochester, Rochester, 1993.

BABBITT, Milton. Some aspects of twelve-tone composition. *The Score and I.M.A. Magazine*, n. 12, p. 53-61, 1955.

BABBITT, Milton. Twelve-tone invariants as compositional determinants. *The Musical Quarterly*, v. 46, n. 2, p. 246-259, 1960. DOI: 10.1093/mq/XLVI.2.246.

BABBITT, Milton. Set structure as a compositional determinant. *Journal of Music Theory*, v. 5, n. 1, p. 72-94, 1961.

BABBITT, Milton. Twelve-tone rhythmic structure and the electronic medium. *Perspectives of New Music*, v. 1, n. 1, p. 49-79, 1962. DOI: 10.2307/832179.

BABBITT, Milton. Since Schoenberg. *Perspectives of New Music*, v. 12, n. 1/2, p. 3-28, 1973. DOI: 10.2307/832268.

BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Generating Milton Babbitt's all-partition arrays. *Journal of New Music Research*, v. 45, n. 2, p. 184-204, 2016. DOI: 10.1080/09298215.2016.1172646.

BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Generating new musical works in the style of Milton Babbitt. *Computer Music Journal*, v. 42, n. 1, p. 60-79, 2018a. DOI: 10.1162/comj_a_00451.

BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Predicting Babbitt's orderings of time-point classes from array aggregate partitions in *None but the Lonely Flute* and *Around the Horn*. *Journal of Mathematics and Music*, v. 12, n. 1, p. 1-19, 2018b. DOI: 10.1080/17459737.2017.1406012.

BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Backtracking search heuristics for solving the all-partition array problem. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR MUSIC INFORMATION RETRIEVAL CONFERENCE, 20., 2019, Delft. *Proceedings of the 20th International Society for Music Information Retrieval Conference*. [s. l.]: ISMIR, 2019. p. 391-397. Disponível em: <https://archives.ismir.net/ismir2019/paper/000046.pdf>. Acesso em: 2 out. 2026.

BERNSTEIN, Zachary. Hearing compositional play in Babbitt's arrays. *Contemporary Music Review*, v. 40, n. 2-3, p. 171-179, 2021a. DOI: 10.1080/07494467.2021.1993635.

BERNSTEIN, Zachary. *Thinking In and About Music: analytical reflections on Milton Babbitt's music and thought*. New York: Oxford University Press, 2021b. DOI: 10.1093/oso/9780190949235.001.0001.

BORDINI, Ricardo Mazzini. *A teoria pós-tonal e o Processador de Classes de Notas aplicados à composição musical: um tutorial*. Tese (Doutorado em Música) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2003.

GENTIL-NUNES, Pauxy. Robert Morris: a brief interview. In: GENTIL-NUNES, Pauxy; NAVIA, Gabriel; COELHO DE SOUZA, Rodolfo (ed.). *Teoria Musical no Brasil: diálogos intercontinentais*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2021. p. 137-144.

JUNG, Jiyoung. The analysis of rhythmic structure and time point system by Milton Babbitt. *The Korean Journal of Arts Studies*, n. 29, p. 107-129, 2020. DOI: 10.20976/kjas.2020..29.006.

LAKE, William E. The architecture of a superarray composition: Milton Babbitt's String Quartet No. 5. *Perspectives of New Music*, v. 24, n. 2, p. 88-111, 1986. DOI: 10.2307/833213.

MAILMAN, Joshua Banks. A short history of Babbaptations. *Contemporary Music Review*, v. 40, n. 2-3, p. 180-193, 2021. Publicado online em 2022. DOI: 10.1080/07494467.2021.2017186.

MARTINO, Donald. The source set and its aggregate formations. *Journal of Music Theory*, v. 5, n. 2, p. 224-273, 1961. DOI: 10.2307/843226.

MEAD, Andrew. *An introduction to the music of Milton Babbitt*. Princeton: Princeton University Press, 1994.

MEAD, Andrew. Milton Babbitt and 'Total' Serialism. In: IDDON, Martin (ed.). *The Cambridge Companion to Serialism*. Cambridge: Cambridge University Press, 2023. p. 108-124. DOI: 10.1017/9781108592116.008.

MORRIS, Robert. Combinatoriality without the aggregate. *Perspectives of New Music*, v. 21, n. 1/2, p. 432-486, 1982-1983. DOI: 10.2307/832888.

MORRIS, Robert. Mathematics and the twelve-tone system: past, present, and future. *Perspectives of New Music*, v. 45, n. 2, p. 76-107, 2007.

OURIVES, Natanael de Souza. *Rebotes: o uso da combinatoriedade através de hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos*. 2013. Dissertação (Mestrado em Música) – Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

OURIVES, Natanael de Souza. Babbitt, Martino e as bases teóricas para a combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 24., 2014, São Paulo. *Anais do XXIV Congresso da ANPPOM*. [S. l.]: ANPPOM, 2014. Disponível em: https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2014/3226/public/3226-9801-1-PB.pdf. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. *Combinatoriedade e música: aplicações composicionais e a proposição de um livro-texto*. 2017. Tese (Doutorado em Música) – Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017a. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/34062>. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. O papel de "Some Aspects of Twelve Tone Composition" (Babbitt, 1955) na generalização da combinatoriedade como técnica composicional. In: ENCONTRO INTERNACIONAL DE TEORIA E ANÁLISE MUSICAL, 4., 2017, São Paulo. *Anais do IV Encontro Internacional de Teoria e Análise Musical*. São Paulo: ECA-USP, 2017b. p. 255–266. Disponível em: <https://etam.eca.usp.br/ivencontro/EITAM4.pdf>. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. O livro-texto Introdução à Combinatoriedade: relato de uma pesquisa de doutoramento em composição. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 29., 2019, Pelotas. *Anais do XXIX Congresso da ANPPOM*. [S. l.]: ANPPOM, 2019. p. 1–10. Disponível em: https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2019/6035/public/6035-20581-1-PB.pdf. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. A combinatoriedade em Forte (1973), Kostka (2006) e Straus (2013). In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 32., 2022, Natal. *Anais do XXXII Congresso da ANPPOM*. [S. l.]: ANPPOM, 2022a. Disponível em: https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2022/papers/1392/public/1392-5702-1-PB.pdf. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. O uso da combinatoriedade na obra Rebotes. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 32., 2022, Natal. *Anais do XXXII Congresso da ANPPOM*. [S. l.]: ANPPOM, 2022b. Disponível em:

DOI:10.5281/zenodo.23119072

https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2022/papers/1394/public/1394-5703-1-PB.pdf. Acesso em: 2 out. 2026.

OURIVES, Natanael de Souza. O uso da combinatoriedade nas obras Axis e Diptera. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 33., 2023, São João del-Rei. *Anais do XXXIII Congresso da ANPPOM*. [S. l.]: ANPPOM, 2023. p. 1–17. Disponível em: https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2023/papers/1672/public/1672-7851-1-PB.pdf. Acesso em: 2 out. 2026.

ROCHBERG, George. The harmonic tendency of the hexachord. *Journal of Music Theory*, v. 3, n. 2, p. 208-230, 1959. DOI: 10.2307/842851.

STARR, Daniel; MORRIS, Robert. A general theory of combinatoriality and the aggregate, Part 1. *Perspectives of New Music*, v. 16, n. 1, p. 3-35, 1977. DOI: 10.2307/832847.

STARR, Daniel; MORRIS, Robert. A general theory of combinatoriality and the aggregate, Part 2. *Perspectives of New Music*, v. 16, n. 2, p. 50-84, 1978.

STRAUS, Joseph Nathan. *Introdução à teoria pós-tonal*. Tradução de Ricardo Mazzini Bordini. Salvador: EDUFBA, 2013.

SWIFT, Richard. Some aspects of aggregate composition. *Perspectives of New Music*, v. 14, n. 2/15, n. 1, p. 236-248, 1976.

TANAKA, Tsubasa; BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Constraint programming approach to the problem of generating Milton Babbitt's all-partition arrays. In: RUEHER, Michel (ed.). *Principles and Practice of Constraint Programming: 22nd International Conference, CP 2016*. Cham: Springer, 2016a. p. 802-810. DOI: 10.1007/978-3-319-44953-1_50.

TANAKA, Tsubasa; BEMMAN, Brian; MEREDITH, David. Integer programming formulation of the problem of generating Milton Babbitt's all-partition arrays. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR MUSIC INFORMATION RETRIEVAL CONFERENCE, 17., 2016, New York. *Proceedings of the 17th International Society for Music Information Retrieval Conference*. [s. l.]: ISMIR, 2016b. p. 171-177. Disponível em: <https://archives.ismir.net/ismir2016/paper/000034.pdf>. Acesso em: 2 out. 2026.