FÍSICA BÁSICA II - LISTA 2

Ondas

1. A velocidade do som no ar a 20^{o}C é 343 m/s. Calcule o tempo necessário para o som percorrer 1 km. Calcule a distância percorrida pelo som em 3 s. Se contarmos o tempo em segundos entre um raio e o trovão, saberemos aproximadamente a distância em km em que caiu o raio, dividindo o intervalo de tempo por 3. Verifique essa regra.

Temos

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,,$$

logo, o tempo para percorrer 1 km é,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = 2,92\,s\,,$$

e a distância percorrida em 3 s é,

$$\Delta x = v\Delta t = 1029\,m\,.$$

Assim, a cada 3 s o som percorre aproximadamente 1 km.

2. A velocidade de uma onda em uma corda é 200 m/s. Se a tensão for dobrada, qual será a nova velocidade?

A velocidade da onda em uma corda é $v = \sqrt{F/\mu}$*. Se dobramos a força, a nova velocidade é,*

$$v = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{2F}{\mu}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{2}v = 282,84\,m/s\,.$$

3. Uma corda de 2 m é esticada por uma tensão de 20 N. Um pulso leva 50 ms para percorrer toda a corda. Calcule a massa da corda.

A velocidade é,

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 40\,m/s\,.$$

Como $v = \sqrt{F/\mu}$ *e* $\mu = m/l$*,*

$$m = \mu\, l = \frac{F}{v^2} l = 0,025\, kg = 25\, g\,.$$

4. Uma onda se propaga com velocidade 200 m/s. Sendo o número de onda $k = 1,5$ m^{-1}, calcule o comprimento de onda e a frequência.

O comprimento de onda é,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 4,2\, m\,,$$

o período é,

$$T = \frac{\lambda}{v} = 0,021\,,$$

e a frequência é,

$$f = \frac{1}{T} = 47,75\, Hz\,.$$

5. Uma onda progressiva é dada pela equação $y = (5,2\,\mathrm{cm})\,\mathrm{sen}\,(5,5x + 72t)$. Calcule a frequência, o comprimento de onda, e a velocidade de propagação.

A equação de uma onda progressiva que se propaga para a esquerda pode ser escrita na forma,

$$y = A\, sen\,(k\, x + \omega\, t)\,,$$

logo, a amplitude é $A = 5,2$ *cm, o número de onda é* $k = 5,5$ m^{-1}*, e a frequência angular é* $\omega = 72$ *rad/s. A frequência é então,*

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 11,46\, Hz\,,$$

o comprimento de onda é,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 1,14\, m\,,$$

e a velocidade de propagação é,

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \lambda f = 13,1\, m/s\,.$$

6. Uma onda sonora chega em fase em dois pontos distantes 10 m um do outro. Calcule as duas menores frequências presentes. Considere a velocidade do som como 340 m/s.

Se na distância de 10 m as ondas estão em fase temos um número inteiro de comprimentos de onda,

$$\Delta x = n\lambda = n\frac{v}{f}\,, \qquad n = 1, 2, \dots\,,$$

portanto as frequências possíveis são,

$$f_n = \frac{nv}{\Delta x}\,, \qquad n = 1, 2, \dots\,.$$

Construindo uma tabela para as frequências temos,

n	f_n *(Hz)*
1	*34*
2	*68*
3	*102*
4	*136*
...	...

As duas menores frequências presentes são então 34 Hz e 68 Hz.

7. Um feixe de laser de 1 mm de diâmetro é emitido por uma fonte com potência 1 mW. Calcule a intensidade do feixe.

A intensidade é dada por

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10^{-3}\,W}{\pi(0,5 \times 10^{-3}\,m)^2} = 1273,2\,W/m^2\,.$$

8. Uma barra de 4 m sofre uma batida em uma de suas extremidades. A onda sonora alcança a outra extremidade pelo ar e pela barra, com uma diferença de 11 ms. Calcule a velocidade de propagação pela barra. Considere a velocidade do som como 340 m/s.

A velocidade de propagação da onda no ar é,

$$v_a = \frac{L}{\Delta t_a}\,,$$

e a velocidade de propagação da onda na barra é,

$$v_b = \frac{L}{\Delta t_b}\,,$$

em que L é o comprimento da barra. Portanto,

$$\Delta t_a = \frac{L}{v_a} \approx 0,0118\,s = 11,8\,ms\,,$$

e

$$\Delta t_b = \Delta t_a - 11\,ms \approx 0,8\,ms\,.$$

A velocidade de propagação da onda na barra é, assim,

$$v_b = \frac{L}{\Delta t_b} = 5231\,m/s\,.$$

9. A velocidade do som no ar a 20^{o}C é 343 m/s. (a) Calcule a frequência correspondente a um comprimento de onda de 20 cm. (b) Calcule a frequência de uma onda eletromagnética ($v = c = 3 \times 10^8$ m/s) correspondente ao mesmo comprimento de onda. (c) Calcule o comprimento de onda do som na água ($v = 1480$ m/s), para a frequência calculada em (b).

Para uma onda com $\lambda = 20$ cm temos (v=343 m/s),

$$f = \frac{v}{\lambda} = 1715\,Hz\,.$$

Para uma onda eletromagnética com $\lambda = 20$ cm temos ($v = c = 3 \times 10^8$ m/s),

$$f = \frac{c}{\lambda} = 1,5 \times 10^9\,Hz\,.$$

Para uma onda do som na água com essa frequência temos ($v = 1480$ m/s),

$$\lambda = \frac{v}{f} \approx 1\,\mu m\,.$$

10. Microondas com comprimento de onda 3 cm correspondem a que frequência? Quando tempo é necessário para essa onda percorrer 50 km.

A frequência é,

$$f = \frac{c}{\lambda} = 10^{10}\,Hz\,.$$

O tempo necessário para essa onda percorrer 50 km é,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = 1,67 \times 10^{-4}\, s\,.$$

11. A velocidade de propagação da luz em um meio com índice de refração n é $v = c/n$. (a) Quanto tempo a luz leva para atravessar um vidro de 3 mm de espessura com $n = 1,5$? (b) Supondo $v = 2,25 \times 10^8$ m/s na água, qual a distância percorrida no mesmo intervalo de tempo?

(a) A velocidade da luz no meio considerado é,

$$v = \frac{c}{n} = 2 \times 10^8\, m/s\,,$$

e o tempo correspondente a uma distância de 3 mm é,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = 1,5 \times 10^{-11}\, s\,.$$

(b) Na água temos,

$$\Delta x = v\Delta t = 3,38\, mm\,.$$

12. Uma onda típica para celulares tem comprimento de onda 35 cm. Calcule a frequência da onda. Calcule λ, f e v para a mesma onda em um vidro com $n = 1,5$.

A frequência da onda é,

$$f = \frac{c}{\lambda} = 8,57 \times 10^8\, Hz\,.$$

Em um vidro com n=1,5 temos,

$$v = \frac{c}{n} = 2 \times 10^8\, m/s\,,$$

e,

$$\lambda = \frac{v}{f} = 23,3\, cm\,.$$

A frequência é a mesma nos dois meios.

13. A intensidade da luz solar logo acima da atmosfera é 1,4 kW/m^2. Supondo que 80% da radiação atinja a superfície da Terra, calcule a energia absorvida em uma hora por uma área retangular de lados 30 cm e 50 cm.

A intensidade da radiação que atinge a superfície da Terra é,

$$I = 0,8 \times 1,4kW/m^2 = 1120W/m^2 \,.$$

A potência para a área considerada é,

$$P = IA = 168\,W \,.$$

Em uma hora a energia absorvida em A é,

$$E = P\Delta t = 6,05 \times 10^5\,J \,.$$

14. A potência de um alto-falante é 35 W. Um microfone está a 50 m de distância, captando o som em uma área de 1 cm^2. (a) Calcule a intensidade no local do microfone. (b) Calcule a energia por segundo captada pelo microfone, isto é, a potência percebida.

(a) A intensidade no local em que está o microfone é,

$$I = \frac{P}{A} = 1,11\,mW/m^2 \,.$$

(b) A potência percebida pelo microfone é,

$$P = IA = 1,11 \times 10^{-7}\,W \,.$$

15. Calcule os níveis de intensidade sonora para (a) $I = 5 \times 10^{-8}$ W/m^2, (b) $I = 5 \times 10^{-2}$ W/m^2.

(a) O nível de intensidade sonora em decibéis (dB) é dado por,

$$\beta = 10 \log(I/I_0) \,,$$

com $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2*. Para a intensidade dada temos,*

$$\beta = 10 \log \frac{5 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 47\,dB \,.$$

(b) Agora temos,

$$\beta = 10 \log \frac{5 \times 10^{-2}}{10^{-12}} = 107 \, dB \, .$$

16. Se duas intensidades sonoras, em decibéis, diferem por Δ, mostre que a razão r entre as intensidades em Watts é $10^{\Delta/10}$.

Temos,

$$\begin{aligned}
&\beta_1 - \beta_2 = \Delta \, , \\
&10 \log(I_1/I_0) - 10 \log(I_2/I_0) = \Delta \, , \\
&10 \log(I_1/I_2) = \Delta \, , \\
&\log(I_1/I_2) = \frac{\Delta}{10} \, , \\
&r \equiv \frac{I_1}{I_2} = 10^{\Delta/10} \, .
\end{aligned}$$

17. Se a razão entre duas intensidades sonoras, em Watts, é r, mostre que a diferença Δ entre as intensidades sonoras em decibéis é $10 \log r$.

Temos,

$$\begin{aligned}
\Delta &= \beta_1 - \beta_2 = 10 \log(I_1/I_0) - 10 \log(I_2/I_0) \, , \\
&= 10 \log(I_1/I_2) = 10 \log r \, .
\end{aligned}$$

18. A que distância de um alto-falante de 5 W a intensidade sonora é 90 dB?

A intensidade I é dada por,

$$I = I_0 10^{\beta/10} \, ,$$

logo, para $\beta = 90$ dB,

$$I = 1 \, mW \, .$$

Essa é a intensidade a uma distâcia r da fonte. Como a potência é 5 W,

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \, ,$$

$$4\pi r^2 = \frac{P}{I}\,,$$
$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = 19,95\,m \approx 20\,m\,.$$

19. Duas cordas de comprimentos L_1 e L_2 são unidas pelas extremidades. Um pulso emitido a partir do ponto de união viaja pelas duas cordas e atinge as extremidades ao mesmo tempo. Sendo $\mu_1 = 2$ g/m, $\mu_2 = 4$ g/m, e $L_1 + L_2 = 4$ m, calcule L_1 e L_2.

O intervalo de tempo gasto pelo pulso é o mesmo, logo,

$$\Delta t = \frac{L_1}{v_1} = \frac{L_2}{v_2}\,,$$

ou,

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{v_2}{v_1}\,.$$

Como $v = \sqrt{F/\mu}$ *e a tensão é a mesma para as duas cordas, temos,*

$$\mu_1 v_1^2 = \mu_2 v_2^2\,,$$

logo,

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,,$$

portanto,

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,.$$

Com a equação $L_1 + L_2 = 4$ *m temos um sistema de duas equações. A solução é* $L_1 = 2,34$ *m e* $L_2 = 1,66$ *m.*

20. A equação de uma onda progressiva é $y(x,t) = (0,03)\,\mathrm{sen}[2\pi(x/2,4 + t/0,2 + 1)]$, com x em m e t em s. Calcule v, f, k, T, ω, λ, $y(0,2\,\mathrm{m}, 0,5\,\mathrm{s})$ (12 m/s; 5 Hz; 2,62/m; 0,2 s; 31,42 rad/s; 2,4 m; -1,5 cm).

21. Uma onda progressiva propaga-se para a direita com velocidade 4 m/s, amplitude 5 cm, comprimento de onda 50 cm, e constante de fase nula. Escreva a equação da onda ($y =$(5 cm) $\,\mathrm{sen}\,(4\pi x - 16\pi t)$).

22. Uma corda de densidade $\mu = 2$ g/m está esticada com uma tensão de 20 N. Uma onda progressiva se propaga para a direita com amplitude 1 mm e frequência 100 Hz. Calcule v, T, λ, k, ω. Calcule a constante de fase se $y = -A$ em $t = 0$. Escreva a equação de movimento da onda (100 m/s; 0,01 s; 1 m; 2 π/m; 200 π rad/s; π rad; $y = A\cos(2\pi x - 200\pi t + \pi)$).

23. Um elemento de massa de uma corda esticada executa um movimento oscilatório com velocidade máxima 2 m/s e aceleração máxima 200 m/s^2, na direção transversal. Calcule a frequência e a amplitude da onda correspondente (16 Hz; 0,02 m).

24. Um morcego emite um som na frequência de 25 kHz, enquanto se afasta com velocidade v de um observador em repouso, o qual percebe o som na frequência de 23,5 kHz. Calcule a velocidade do morcego. Considere a velocidade do som como 343 m/s.

Denotamos a frequência emitida pelo morcego por f_0, a frequência percebida pelo observador por f_1, a velocidade do morcego por v_m e a velocidade do som por v. Da equação,

$$f_1 = \frac{f_0}{1 + v_m/v}\,,$$

temos,

$$v_m = \left(\frac{f_0}{f_1} - 1\right) v = 21,9\, m/s\,.$$

25. Uma corda de comprimento L e massa m está pendurada no teto. Medindo y a partir da extremidade inferior da corda, encontre uma medida para $v(y)$, a velocidade de propagação de uma onda a uma altura y na corda. Calcule o tempo para um pulso se propagar da extremidade inferior ($y = 0$), até uma altura y. Calcule o tempo para um pulso percorrer toda a corda.

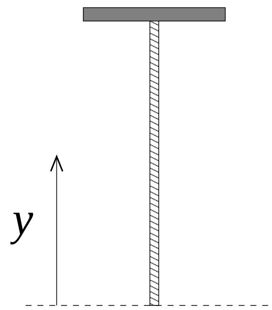

Fig. 1. Problema 25.

A força em um ponto de altura y da corda é,

$$F(y) = m(y)g = \mu y g\,,$$

com $\mu = m/L$. A velocidade de uma onda na corda é então,

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{gy}\,.$$

Como $v = dy/dt$, temos,

$$dt = \frac{dy}{v} = \frac{dy}{\sqrt{gy}}\,.$$

Integrando a expressão acima,

$$t = \int \frac{dy}{\sqrt{gy}} = 2\sqrt{\frac{y}{g}} + c\,,$$

em que c é uma constante de integração. Considerando y=0 em t=0 temos c=0, portanto o tempo para a onda percorrer a corda de y=0 a y é

$$t = 2\sqrt{\frac{y}{g}}\,.$$

O tempo para o pulso viajar de y=0 a y=L é então $2\sqrt{L/g}$.

26. Uma corda de 2 m de comprimento vibra no segundo modo harmônico com amplitude 2 cm. Calcule o deslocamento y dos pontos da corda em x =10, 20, 30, 40, e 50 cm.

O comprimento de onda para o modo de vibração n é,

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}\,,$$

logo $\lambda_2 = L = 2$ *m e* $k_2 = 2\pi/\lambda_2 = \pi\ m^{-1}$*. Calculando y em t=0 temos* $y = A sen\, kx$*. Calculando y os pontos dados temos a tabela abaixo.*

x(cm)	*y(cm)*
10	*0,62*
20	*1,18*
30	*1,62*
40	*1,90*
50	*2,00*

27. Um fio está preso por uma extremidade a uma mola, e a outra extremidade é puxada por uma força F. Quando a mola está estendida 8 cm existem 3 antinodos na onda que vibra no fio. Calcule a extensão da mola para uma onda vibrar no fio com 2 antinodos, na mesma frequência.

Para a onda com três antinodos temos

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3}\,,$$

e para a onda com dois antinodos,

$$\lambda_2 = L\,.$$

A densidade da corda é dada por $\mu = F/v^2$*, e* $F = -kx$*. Como nos dois casos a densidade da corda é a mesma, temos,*

$$\frac{x_2}{v_2^2} = \frac{x_3}{v_3^2}\,,$$

ou

$$\frac{x_2}{x_3} = \frac{v_2^2}{v_3^2}\,.$$

O índice denota o número de antinodos. Como a frequência é a mesma, *também podemos escrever,*

$$\frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{v_3}{\lambda_3}\,,$$

ou,

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = \frac{3}{2}\,.$$

Portanto,

$$\frac{x_2}{x_3} = \frac{v_2^2}{v_3^2} = \frac{9}{4}\,,$$

e assim,

$$x_2 = \frac{9}{4}x_3 = 18\,cm\,.$$

28. Uma corda de comprimento 60 cm, densidade 2 g/m, vibra no terceiro modo com frequência 420 Hz. Calcule o comprimento de onda correspondente. Calcule a velocidade de propagação da onda na corda. Calcule o período para este modo. Calcule a tensão na corda. Calcule a frequência de vibração do quinto modo.

O comprimento de onda no terceiro modo é,

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = 40\,cm\,.$$

A velocidade é,

$$v = \lambda\,f = 168\,m/s\,.$$

O período é,

$$T = \frac{1}{f} = 0,00238 = 2,4\,ms\,.$$

A tensão na corda é,

$$F = \mu v^2 = 56,45\,N\,.$$

A frequência correspondente ao quinto modo é,

$$f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{v}{2L/5} = 700\,Hz\,.$$

29. Uma determinada onda sonora possui comprimento de onda de 39,1 cm (velocidade 344 m/s). Calcule a frequência correspondente. Uma corda de densidade 0,6 g/m e tensão 150 N vibra na mesma frequência. Calcule a velocidade de propagação na corda. Calcule o comprimento da corda, se essa frequência é a frequência fundamental.

A frequência correspondente é,

$$f = \frac{v}{\lambda} = 880\,Hz\,.$$

A velocidade de propagação é,

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 500\,m/s\,.$$

O comprimento de onda é,

$$\lambda = \frac{v}{f} = 0,57\,m\,.$$

Para a frequência fundamental o comprimento de onda é 2L, logo o comprimento da corda é,

$$L = \frac{\lambda}{2} = 0,28\,m\,.$$

30. Mostre que, para uma variação ΔF na tensão de uma corda, cada frequência sofre uma alteração relativa de

$$\frac{\Delta f_n}{f_n} = \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}\,.$$

O comprimento de onda do modo de vibração n é,

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}\,,$$

e a velocidade de propagação é,

$$v = \lambda_n f_n\,.$$

Por outro lado, em uma corda a velocidade é,

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}\,,$$

logo,

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{1}{\lambda_n}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\,.$$

Derivando a expressão acima em relação a F temos,

$$\frac{df_n}{dF} = \frac{n}{4L}\sqrt{\frac{1}{F\mu}}\,,$$

assim,

$$\Delta f_n = \frac{df_n}{dF}\Delta F = \frac{n}{4L}\sqrt{\frac{1}{F\mu}}\Delta F\,,$$

e,

$$\frac{\Delta f_n}{f_n} = \frac{2L}{n}\sqrt{\frac{\mu}{F}}\frac{n}{4L}\sqrt{\frac{1}{F\mu}}\Delta F = \frac{\Delta F}{2F}\,.$$

Fluidos

1. A pressão no interior de uma caixa é $p_i = 0,08$ atm. Se a área da tampa é 0,05 m^2, calcule a força mínima para abrir a caixa.

O valor da força é,

$$F = (p_0 - p_i)A = 4660\,N = 4,66\,kN\,.$$

Usamos 1 atm $= 1,013 \times 10^5$ N/m^2.

2. A pressão a uma profundidade h no mar é $p = 5$ atm. Sendo a densidade da água do mar $\rho = 1,03 \times 10^3$ kg/m^3, calcule h.

Temos $p = p_0 + \rho g h$, logo,

$$h = \frac{p - p_0}{\rho g} = 40,1\,m\,.$$

3. A diferença de pressão entre uma caixa d'água e uma torneira é 0,5 atm. Calcule a altura da caixa d'água.

Temos,

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = 5,16\,m\,.$$

4. Uma barragem de profundidade D possui uma parede lateral de largura L (figura 1). Calcule a força sobre a parede e o torque correspondente em relação a um ponto O distante x da parede. Desconsidere a pressão atmosférica ($\rho g L D^2/2$; $\rho g L D^3/6$).

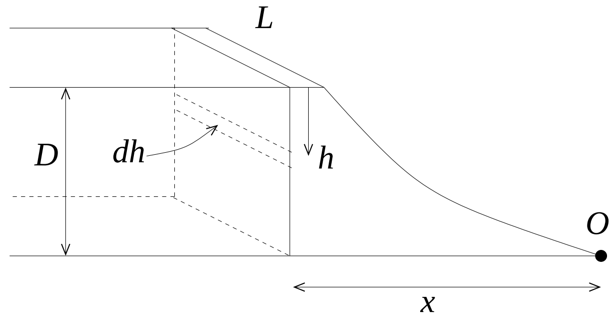

Fig. 1. Problemas 4.

Vamos calcular a força devido apenas à água, desconsiderando a pressão atmosférica. A pressão devido à água em um ponto a uma profundidade h é $p = \rho g h$. A força infinitesimal sobre uma faixa de altura dh à profundidade h é,

$$dF = pLdh = \rho g h L dh\,.$$

Calculando a força total temos,

$$F = \int dF = \rho g L \int_0^D h dh = \frac{1}{2}\rho g L \frac{D^2}{2}\,.$$

O torque infinitesimal em relação a um ponto O é,

$$d\tau = (D-h)dF = (D-h)\rho g h L dh\,.$$

O torque total é,

$$\tau = \int d\tau = \rho g L \int_0^D (D-h)h dh \,,$$

$$\tau = \rho g L \left[D\frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{3} \right]_0^D = \rho g L \left[\frac{D^3}{2} - \frac{D^3}{3} \right] = \rho g L \frac{D^3}{6} \,.$$

Podemos calcular também o ponto de aplicação do torque, se a força total fosse aplicada em uma única profundidade h,

$$\tau = F(D-h) \,,$$
$$h = D - \frac{\tau}{F} \,,$$
$$h = D - \frac{D}{3} = \frac{2}{3} D \,.$$

5. Um tanque tem base com 2 m de comprimento e 1 m de largura, e altura de 0,5 m. Quando o tanque está completamente cheio de água, calcule a força no fundo e a força na parede lateral de 1 m de largura, devido apenas à pressão da água, ou seja, desconsidere a pressão atmosférica (9,81 kN; 1,22 kN).

6. Calcule o ponto de aplicação da força lateral calculada no problema 5 (16,7 cm).

7. Em um tubo em forma de U com mercúrio, é despejado um líquido em um dos ramos, formando uma coluna de 48 cm de altura. Com isso o nível do mercúrio sobe 2,8 cm no outro ramo, acima do nível original. Calcule a densidade do líquido (0,8 g/cm^3).

8. Um tubo em U possui uma plataforma móvel em cada ramo, formando uma prensa hidráulica. Os diâmetros dos dois ramos são 4 cm e 50 cm. Sobre a plataforma maior coloca-se um bloco de massa de 2000 kg. Calcule a massa de um segundo bloco que deve ser colocado no outro ramo para equilibrar o sistema (12,8 kg).

9. Um bloco de massa m flutua na água com 2/3 do seu volume submerso, e em óleo com 90% do seu volume submerso. Calcule a densidade do bloco e do óleo (666,67 kg/m^3; 740,74 kg/m^3).

Um bloco flutuando está sob a ação de duas forças, seu peso e o empuxo. No equilíbrio essas forças se cancelam, logo,

$$P = E \,,$$

em que $P = mg = \rho_b V g$ *é o peso do bloco e* $E = \rho_l V_s g$ *é o empuxo, igual* *ao peso do fluido deslocado, V_s sendo o volume deslocado de fluido. Quando o bloco flutua na água, $V_s = 2V/3$, e temos,*

$$P = E\,,$$
$$mg = \frac{2}{3}V\rho_a g\,,$$
$$\rho_b V g = \frac{2}{3}V\rho_a g\,,$$
$$\rho_b = \frac{2}{3}\rho_a = 666,67\,kg/m^3\,.$$

em que V é o volume total do bloco e ρ_b sua densidade. Quando o bloco flutua em óleo,

$$P = E\,,$$
$$mg = (0,9)V\rho_o g\,,$$
$$\rho_b V g = (0,9)V\rho_o g\,,$$
$$\rho_o = \frac{\rho_b}{0,9} = 444,44\,kg/m^3\,.$$

em que ρ_o é a densidade do óleo.

10. Um bloco de massa m pesa 200 N no ar e 150 N quando imerso completamente na água Calcule a massa do corpo, seu volume sua densidade.

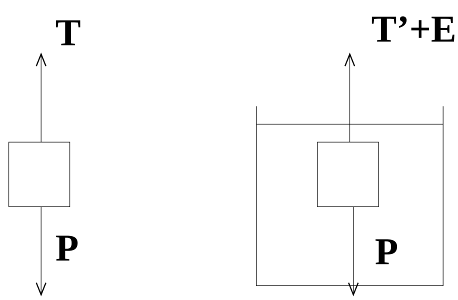

Fig. 1. Problemas 5.

Temos a situação na figura 5. No ar temos $T = P200$ N, desprezando a densidade do ar. Na água o peso aparente é $T' = 150$ N, e temos,

$$T' + E - P = 0\,,$$
$$E = P - T' = 50\,N\,.$$

Substituindo na expressão do empuxo, $E = \rho_a V g$, temos,

$$V = \frac{E}{\rho_a g} = 0,0051\,m^3 = 5,1\,l\,.$$

A massa do bloco é

$$m = \frac{P}{g} = 20,4\,kg\,,$$

e a densidade do bloco é,

$$\rho_b = \frac{m}{V} = 4000\,kg/m^3\,.$$

11. Um bloco completamente imerso em óleo tem peso aparente de 100 N, e em água de 60 N. Calcule a massa, o volume e a densidade do bloco. Dados: $\rho_o = 0,8$ g/cm^3, $\rho_a = 1$ g/cm^3 (26,5 kg: $2,04 \times 10^{-2}$ m^3; $1,3$ g/cm^3).

12. Uma esfera de ferro com uma cavidade esférica concêntrica com a superfície exterior, flutua quase completamente imersa em água. Calcule o diâmetro interior, a massa da esfera, e o empuxo. O diâmetro exterior é 50 cm e a densidade do ferro 7,8 g/cm^3 (48 cm; 65,45 kg; 642,06 N).

13. Um bloco de ferro (densidade 7,8 g/cm^3) de volume V e massa $m = 27$ kg possui cavidades em seu interior. Quando imerso em água o peso aparente do bloco é 176,6 N. Calcule o volume das cavidades no interior do bloco ($5,54 \times 10^{-3}$ m^3).

14. Um bloco flutua em mercúrio (densidade 13,6 g/cm^3) com 1/4 do seu volume submerso. Despeja-se água no recipiente até cobrir o bloco completamente. Calcule a fração do volume do bloco submersa no mercúrio e a densidade do bloco (20%; 3400 kg/m^3).

15. Dois homens de 80 kg cada um pretendem construir uma jangada usando toras de madeira cilíndricas, de comprimento $l = 1,8$ m e diâmetro 15 cm. A densidade da madeira é 0,8 g/cm^3. Calcule o número mínimo de toras para que a jangada flutue com os homens a bordo ($\cong$ 6,3).

16. Um bloco de gelo (densidade 0,92 g/cm^3) com área da base A e altura $x = 30$ cm, flutua em água sustentando um bloco de 1100 kg. Calcule o valor mínimo de A para que o bloco de gelo flutue (45,8 m^2).

17. Um cubo de madeira (densidade 0,6 g/cm^3) de aresta $l = 20$ cm flutua em água. Calcule a altura h do cubo acima da água e a massa do bloco (8 cm; 4,8 kg).

18. Um bloco de massa M, área da base $A = 100$ m^2, altura x e densidade ρ, flutua na água com uma altura h_1 submersa. Colocando uma bloco de massa $m = 300$ kg sobre o bloco anterior, a altura submersa passa a ser h_2. Calcule $h_2 - h_1$ (3/1000 m).

19. Um bloco de 80 N tem um peso aparente de 60 N quando imerso em água. Calcule a densidade e o volume do bloco (4000 kg/m^3; $2,04 \times 10^{-3}$ m^3).

20. Um cubo de lado $l = 10$ cm flutua em água e óleo (densidade 0,6 g/cm^3), sendo completamente coberto pelo óleo. A altura submersa na água é $h_1 = 2$ cm. Calcule a massa e a densidade do bloco (0,68 kg; 680 kg/m^3).

21. Água flui por um cano de diâmetro 2 cm com velocidade v, enchendo um tanque de 300 litros em 5 minutos. Calcule a vazão, em m^3/s, e a velocidade v da água no cano.

A vazão é,

$$Q = \frac{300\, l}{5\, min} = 10^{-3}\, m^3/s\,.$$

Por outro lado também temos $Q = vA$, em que A é a área transversal do tubo. Assim,

$$v = \frac{Q}{A} = 3,18\, m/s\,.$$

22. Em um tubo, a pressão em um ponto onde o diâmetro é 5 cm é de 50 kPa. Calcule a pressão em um ponto onde o diâmetro é 10 cm e a vazão 5 l/s (53 kPa).

23. Um barril cilíndrico de 2 m de diâmetro está cheio de água. A 1 m de profundidade é aberto um orifício de 4 mm de diâmetro, por onde a água escoa. Calcule a velocidade com que a água sai do orifício e a vazão.

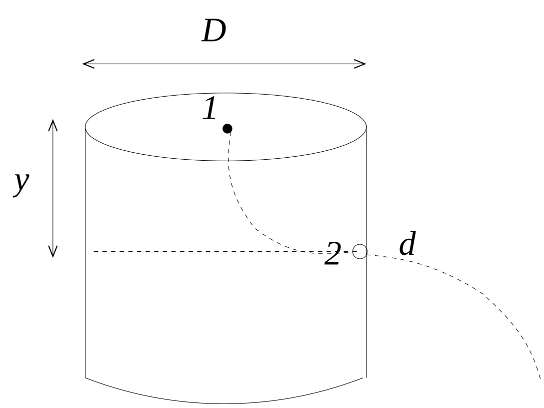

Fig. 2. Problemas 8.

Usando a equação de Bernoulii para os pontos 1 e 2 temos,

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \,,$$
$$\rho g y_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \,,$$
$$v_2 = \sqrt{2gy_1} = 4,43 \, m/s \,,$$

em que consideramos $v_1 = 0$ *e* $p_1 = p_2 = p_0$, $y_2 = 0$. *A vazão é,*

$$Q = v_2 A_2 = 5,57 \times 10^{-5} \, m^3/s \,.$$

24. Água flui por um cano de área 0,2 cm^2 com velocidade $v = 5$ m/s. Calcule a vazão e o tempo para encher um tanque de 20 m^3 (55h33min; 10^{-4} m^3/s).

25. Um orifício de área 5 cm^2 é feito a uma profundidade de 2,5 m, em um tanque de 4 m de altura. Calcule a velocidade com que a água sai do orifício e a vazão (7 m/s; $3,5 \times 10^{-3}$ m^3/s).

26. Um tanque de altura H está cheio de água. Calcule o alcance horizontal de um jato de água que sai de um orifício a uma profundidade h ($2\sqrt{h(H-h)}$).

27. Um tanque de 2000 m^3 é enchido com água que sai de um cano com velocidade de 10 m/s, e vazão 100 m^3/min. Calcule a área transversal do cano e o tempo necessário para encher o tanque (0,167 m^2; 20 min).

28. Água escoa de um tanque através de um orifício de área 1 cm^2. Sendo a vazão 10^{-4} m^3/s, calcule a profundidade do orifício (0,05 m).