Unidades, padrões, grandezas

1 Grandezas físicas e unidades

Grandezas físicas

A Física consiste basicamente no estudo de quantidades chamadas grandezas físicas, usadas para expressar suas leis. Entre essas temos por exemplo, o comprimento, a massa, o tempo, a força, a velocidade, a temperatura, e tantas outras. Muitas dessas palavras fazem parte do uso cotidiano, mas aqui precisamos ter uma definição o mais precisa possível para evitar confusão.

Ao definirmos uma grandeza física estabelecemos os procedimentos para efetuar sua medição. Isso significa definir uma unidade, que será um padrão para a grandeza em questão. Essa definição é arbitrária, mas é preciso que seja prática e objetiva, de forma que possa ser repetida e seguida em qualquer local.

Há um número enorme de grandezas físicas, o que é uma dificuldade na sua organização. O que fazemos é selecionar um número pequeno de grandezas, chamadas fundamentais, e estabelecer unidades e procedimentos de medida. Todas as outras grandezas, chamadas derivadas, são obtidas das grandezas fundamentais. Surgem então as questões, quantas grandezas fundamentais escolher, quais seriam, e quem as escolheria?

O número de grandezas fundamentais escolhidas deve ser o menos possível, o suficiente para uma descrição completa da física. Isso é decidido por um acordo internacional. O Bureau Internacional de Pesos e Medidas, localizado próximo a Paris e fundado em 1875, trata desse assunto. A Conferência Geral sobre Pesos e Medidas, outro organismo internacional, também estabelece resoluções e recomendações, ocorrendo periodicamente.

Uma vez estabelecido um padrão de medição para uma grandeza, devemos assegurar duas condições fundamentais. O padrão deve ser acessível e invariável, o que frequentemente representa um grande problema na prática.

O Sistema Internacional de Unidades

O Sistema Internacional de Unidades, abreviado SI, proposto pela Conferência Geral sobre Pesos e Medidas, selecionou sete grandezas como fundamentais, sendo todas as demais obtidas a partir delas. A tabela 1 mostra as unidades básicas do SI, com as grandezas fundamentais correspondentes.

Grandeza	Nome	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	Ampère	A
Temperatura termodinâmica	Kelvin	K
Quantidade de substância	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd

Tabela 1. Unidades básicas do SI.

Todas as outras grandezas são derivadas, obtidas a partir das fundamentais. Por exemplo, uma grandeza comum em mecânica é a velocidade de uma partícula, definida como a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo correspondente. A unidade correspondente no SI é então m/s. Algumas unidades derivadas recebem um nome especial. Por exemplo, a unidade de força no SI é o *newton*, abreviada N, definida por,

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}^2\,,$$

como veremos no estudo das leis de Newton. Outro exemplo é a energia, outra grandeza bastante usada em física. Essa é uma grandeza derivada, com unidade SI dada por,

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2\,,$$

que é chamada *joule*, abreviada J.

Outro problema comum em física é que tratamos com números que podem ser muito grandes ou muito pequenos. Temos para isso um conjunto de prefixos adotados dentro do SI, dado na tabela 2.

Fator	Prefixo	Símbolo	Fator	Prefixo	Símbolo
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	quilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

Tabela 2. Prefixos do SI.

Informações sobre o SI podem ser obtidas nos seguintes endereços, entre outros:

http://www.inmetro.gov.br

https://brasilescola.uol.com.br/fisica/sistema-internacional-unidades-si.htm

www.scielo.br/rbef
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0284

2 Algarismos significativos, precisão e certeza

As medidas nunca são feitas com *precisão absoluta*. Por exemplo, supomos que temos uma balança graduada de 1 em 1 g. Essa balança fornece com *precisão* o valor da medida em gramas, e qualquer fração deverá ser *estimada*. Para expressar uma medida, essa deverá conter todos *os algarismos precisos* mais o *algarismo estimado*. Na figura 1, a leitura da balança é 16,5 g. Se a escala da balança mostrasse décimos de gramas, a leitura seria 16,50 g. Teríamos um aumento na *precisão* da medida.

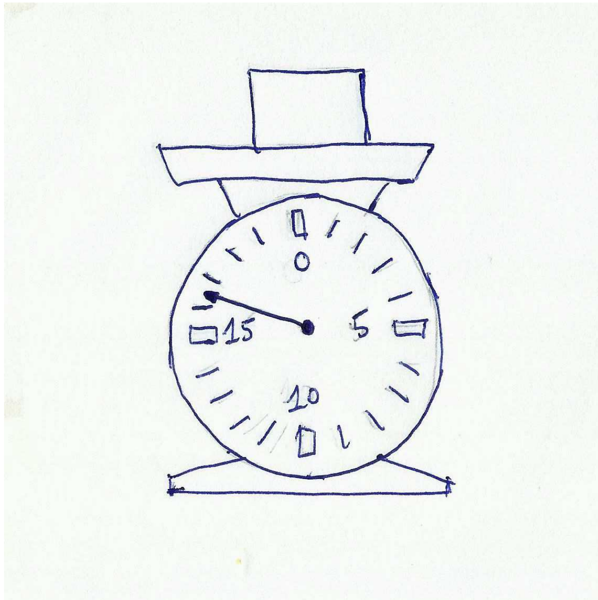


Figura 1.

Os algarismos que formam o resultado de uma medida são chamados *algarismos significativos*, e contêm todos os algarismos precisos *mais um e somente um* algarismo estimado. É sobre esse último que incide o *desvio absoluto* da medida. Observações:

1. Os zeros à esquerda do primeiro algarismo não nulo *não são significativos*, pois o número de algarismos significativos não depende da unidade adotada. Assim, todas as medidas abaixo possuem apenas *dois* algarismos significativos:

7,5 cm = 0,075 m = 0,000075 km = $75 \times 10^3\,\mu$m.

2. Os zeros à direita do último algarismo não nulo *serão significativos* se indicarem um valor realmente medido. Assim, a medida,

0,0750 m tem *três* algarismos significativos e,

7,5000 cm tem *cinco* algarismos significativos.

Para *medir uma grandeza*, podemos fazer uma ou várias medidas, dependendo das condições experimentais particulares. Em qualquer caso, devemos obter um valor que *melhor represente* a grandeza, e ainda um *limite de erro.* Vamos discutir um pouco *desvios e limites de erro.*

Se $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são os valores de uma série de n medidas de uma grandeza, o *valor mais provável* da grandeza medida é dado pela *média aritmética* ou *valor médio* do conjunto de medidas,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} = x_i \,. \tag{1}$$

O *desvio absoluto* de cada medida é definido como o módulo da diferença da medida considerada e o valor médio,

$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}| \,. \tag{2}$$

O *desvio médio absoluto* do conjunto de n medidas é a média aritmética dos desvios de cada medida,

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \,. \tag{3}$$

O *desvio padrão* desse conjunto de medidas é definido como,

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\Delta x_i)^2} \,. \tag{4}$$

O *resultado final* da medida da grandeza está, com alto grau de confiança, entre $\bar{x} - \Delta \bar{x}$ e $\bar{x} + \Delta \bar{x}$. Representamos o valor final da grandeza por $x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x}$.

Consideremos como o exemplo o conjunto de medidas abaixo, para uma certa variável V. Na terceira coluna já colocamos o desvio absoluto de cada medida,

$\Delta V_i = |V_i - \bar{V}|$, calculado após obtermos o valor médio $\bar{V}$.

i	V_i	ΔV_i
1	54,20	0,00
2	54,16	0,04
3	54,15	0,05
4	54,15	0,05
5	54,17	0,03
6	54,20	0,00
7	54,23	0,03
8	54,25	0,05
9	54,22	0,02
10	54,24	0,04

Calculando o valor médio obtemos, com $n = 10$,

$$\bar{V} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i = 54,20\,,$$

enquanto o desvio médio absoluto é,

$$\Delta\bar{V} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta V_i = 0,032\,,$$

e o desvio padrão,

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\Delta V_i)^2} = 0,036\,.$$

3 Escala e tamanho dos objetos

Vamos considerar o conceito de *escala*, partindo de formas regulares. A figura 2 mostra dois cubos, um com aresta l e outro com aresta $l' = 2l$. Nesse caso um cubo tem um lado duas vezes maior que o outro. Esse fator é o *fator de escala* L. Dizemos que o fator de escala para os cubos é $L = 2$. Comparando as áreas das superfícies externas e os volumes, obtemos para as áreas,

$$\frac{A'}{A} = \frac{l'^2}{l^2} = \frac{(2l)^2}{l^2} = 4 = L^2\,,$$

e para os volumes,

$$\frac{V'}{V} = \frac{l'^3}{l^3} = \frac{(2l)^3}{l^3} = 8 = L^3\,.$$

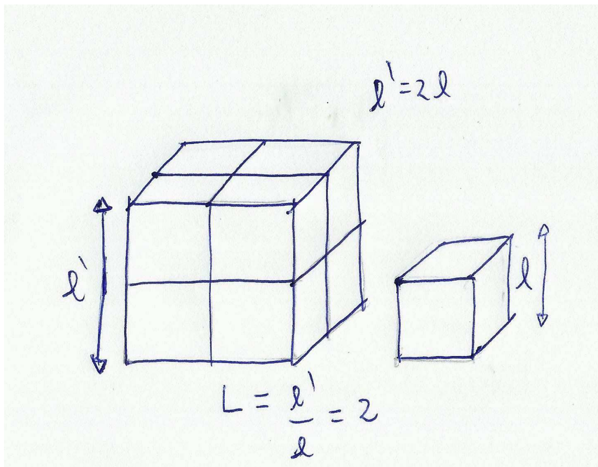


Figura 2.

Em geral,

área superficial $\sim$ (comprimento característico)^2 e,

volume $\sim$ (comprimento característico)^3.

4 Problemas

1. A força resultante **F**, experimentada por uma partícula de massa m quando tem aceleração **a**, é **F**$=m$**a**. A unidade de força é o newton (N). Escreva explicitamente esta unidade.

Como F=ma, as dimensões de F são as mesmas do produto ma, logo no sistema SI temos

$$F \sim kg.m/s^2\,,$$

que é o newton (N).

2. A energia cinética K de uma partícula de massa m com velocidade $\mathbf{v}$, é $K = \frac{1}{2}mv^2$. A unidade de energia é o joule (J). Escreva explicitamente esta unidade.

As dimensões da energia são de massa × velocidade², logo,

$$K \sim kg.m^2/s^2 \,,$$

que é o joule (J).

3. Duas massas m_1 e m_2 estão separadas por uma distância r. A energia potencial gravitacional desse sistema é $U = -Gm_1m_2/r$. A unidade de energia é o joule (J). Escreva as unidades da constante universal G.

Da equação acima temos, em módulo,

$$G = \frac{U\, r}{m_1\, m_2} \,,$$

logo,

$$G \sim \frac{J.m}{kg^2} = \frac{kg.(m/s)^2.m}{kg^2} = \frac{m^3}{kg.s^2} \,.$$

4. A *taxa metabólica* R em animais, quando realizam uma quantidade de trabalho W em um tempo t, pode ser escrita como $R = W/\epsilon t$, em que a eficiência ϵ é uma quantidade adimensional. Escreva as unidades de R.

5. O módulo da força de empuxo $\mathbf{E}$, exercida por um fluido de densidade ρ sobre um corpo de volume V, é $\rho V g$, em que g é a aceleração da gravidade. Escreva as unidades de ρ.

6. A viscosidade η de um líquido que flui através de um tubo de comprimento L e raio r, pode ser representada por $\eta = F_v/4\pi v_m L$, em que F_v é a força de viscosidade do fluido, e v_m é a velocidade do fluido ao longo do centro do tubo. A unidade de η é o poiseuille (Pl). Escreva explicitamente esta unidade.

Podemos entender essa expressão da seguinte maneira. A definição do coeficiente de viscosidade η é dada pela equação

$$f = -\eta \frac{\partial v}{\partial y} \,,$$

em que $f = F_v/A$ é a força por unidade de área agindo sobre o fluido em movimento. A velocidade do fluido varia com a distância y ao eixo do cilindro (ver *figura 1). Note que a força de viscosidade F_v (ou F na figura) é perpendicular à velocidade do líquido. Uma forma comum para a velocidade é*

$$v(y) = v_m \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right) ,$$

com $v(0) = v_m$, o valor máximo de v, e v(a)=0. Com isso temos

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{-2\, y\, v_m}{a^2} \, .$$

O valor máximo da expressão acima é, em módulo, $2v_m/a$. Substituindo na expressão para f vem

$$f = \eta \frac{2\, v_m}{a} \, .$$

Como $f = F_v/A$ e $A = 2\pi a L$ é a superfície lateral para um comprimento L do tubo, obtemos

$$\frac{F_v}{A} = \frac{F_v}{2\pi a L} = \eta \frac{2\, v_m}{a} \, ,$$

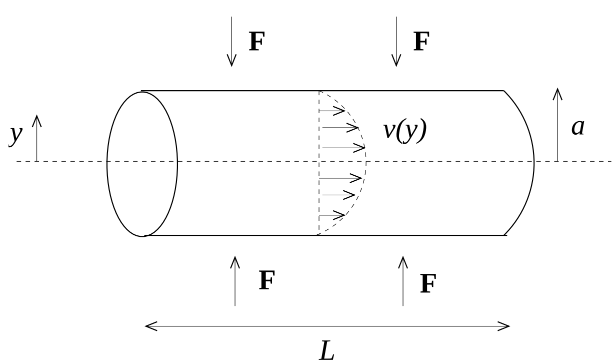
ou

$$\eta = \frac{F_v}{4\, \pi\, L\, v_m} \, .$$

No sistema internacional de unidades temos então,

$$\eta \sim \frac{N}{m.m/s} = Pa.s \, ,$$

que é o pouiseille (Pl).



7. A pressão osmótica p_{osm} de uma solução, à temperatura T, é dada por cRT, em que c é a concentração molar da solução, ou número de moles de soluto por unidade de volume, e R é uma constante. Escreva as unidades de R.

8. Em um meio sólido de densidade ρ, a velocidade do som é $v = \sqrt{Y/\rho}$, em que Y é o *módulo de Young* do sólido. Escreva as unidades de Y.

9. A *intensidade da força elétrica* F_e entre duas cargas q_1 e q_2, separadas por uma distância r, é $F_e = kq_1q_2/r^2$, em que k é uma constante universal. Escreva as unidades de k.

Temos

$$k = \frac{F_e\, r^2}{q_1\, q_2}\,,$$

logo,

$$k \sim \frac{N\, m^2}{C^2}\,.$$

10. Uma corrente i percorre um fio metálico de raio r e coomprimento L. A corrente por unidade de área é proporcional à diferença de potencial V por unidade de comprimento, $i/A = \sigma V/L$, em que σ é a condutividade do metal. Escreva as unidades de σ.

11. Foram feitas doze medidas do comprimento de uma barra metálica, com os seguintes resultados em cm:

16,3; 16,2; 16,3; 16,5;
16,4; 16,1; 16,2; 16,3;
16,0; 16,3; 16,1; 16,5.

Calcule o valor médio do comprimento da barra o desvio padrão.

O valor médio do comprimento é,

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 16,27\, cm\,,$$

e o desvio padrão,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = 0,149 \approx 0,15\, cm\,.$$

12. Na medida de um potencial elétrico foram obtidos os seguintes valores em volts, após quinze medidas:

5,40; 5,42; 5,39; 5,42; 5,43;
5,41; 5,39; 5,42; 5,42; 5,39;
5,40; 5,45; 5,40; 5,40; 5,38.

Calcule o valor médio do potencial e o desvio padrão.

O valor médio do potencial é,

$$\bar{V} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i = 5,41\,V\,,$$

e o desvio padrão,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(V_i - \bar{V})^2} = 0,0179 \approx 0,018\,V\,.$$

13. (a) Calcule a área e o volume de uma esfera de raio $r = 1$ cm. (b) Calcule a área e o volume de uma esfera de raio $r = 2$ cm. (c) Compare os resultados anteriores.

Para a esfera de raio 1 cm temos,

$$A = 4\pi r^2 = 12,57\,cm^2\,, \qquad V = \frac{4\pi}{3}r^3 = 4,19\,cm^3\,.$$

Para a esfera de raio 2 cm,

$$A = 4\pi r^2 = 50,27\,cm^2\,, \qquad V = \frac{4\pi}{3}r^3 = 33,51\,cm^3\,.$$

Como o raio é multiplidado por dois, a área é multiplicada por $2^2 = 4$ *e o volume por* $2^3 = 8$.

14. Considere um cubo de aresta 1 cm. (a) Se o volume aumenta 60%, quanto aumenta a área? (b) Quanto aumenta a aresta? (c) Quanto vale o fator de escala?

O novo volume é

$$V' = (1,6)V\,,$$

logo,

$$l'^3 = (1,6)l^3\,,$$
$$l' = (1,6)^{1/3}l = (1,17)l\,.$$

O fator de escala é L=1,17. A nova área é

$$A' = L^2 A = (1,37)A\,.$$

A área aumenta 37%.

15. Em um cubo de aresta l todas as arestas são aumentadas em 10%. (a) Quanto aumenta o volume? (b) Quanto aumenta a área?

Se as arestas aumentam 10%, a nova aresta l' é

$$l' = (1,1)l\,,$$

e o novo volume é

$$V' = l'^3 = (1,33)V\,.$$

A nova área é

$$A' = l'^2 = (1,21)A\,.$$

A área aumenta 21% e o volume 33%. O fator de escala é L=1,1.

16. Considere duas grandezas d e h, relacionadas por

$$\frac{d}{h^n} = 7\,.$$

(a) Calcule n se $d = 89$ cm e $h = 45$ cm. (b) Calcule h para $d = 125$ cm, utilizando o valor de n calculado em (a).

(a) Precisamos isolar n da equação acima,

$$d = 7\,h^n\,,$$
$$\frac{d}{7} = h^n\,,$$
$$log\,(d/7) = n\,log\,h\,,$$
$$n = \frac{log\,(d/7)}{log\,h}\,,$$

em que usamos a propriedade dos logaritmos,

$$log\, x^n = n\, log\, x\,.$$

Substituindo $d = 89$ *cm e* $h = 45$ *cm vem*

$$n = \frac{log\,(d/7)}{log\, h} = \frac{log\,(89/7)}{log\, 45} \cong 0,67\,.$$

(b) Precisamos agora de uma expressão para h. Como

$$h^n = \frac{d}{7}\,,$$

vem

$$h = \left(\frac{d}{7}\right)^{1/n}\,.$$

Substituindo d=125 cm,

$$h = \left(\frac{125}{7}\right)^{1/0,67} = 74,8cm\,.$$