

Temperatura

1 O Ponto de Vista Macroscópico

Começamos definindo um sistema. Uma região ou uma porção de matéria sobre a qual fixamos nossa atenção é chamada o *sistema*, e tudo que é exterior ao sistema mas influencia seu comportamento chama-se *vizinhança*. Quando um sistema é escolhido, deve ser descrito por quantidades relacionadas com seu comportamento e sua interação com a vizinhança. Em geral há duas formas de fazer isso: a abordagem *macroscópica* e a abordagem *microscópica*.

Consideremos como exemplo de sistema o conteúdo de um cilindro de motor de automóvel. Sua descrição envolve a *composição, volume, pressão e temperatura*. Essas quantidades fornecem uma *descrição macroscópica*, e são chamadas *coordenadas macroscópicas*. Existem outras, dependendo do sistema em estudo. Coordenadas macroscópicas em geral têm as seguintes características:

1. Não envolvem especificação da estrutura da matéria.
2. São necessárias poucas coordenadas para uma descrição macroscópica.
3. São sugeridas mais ou menos diretamente pelos nossos sentidos.
4. Em geral podem ser medidas diretamente.

Portanto, uma descrição macroscópica de um sistema envolve a especificação de *poucas propriedades fundamentais mensuráveis* de um sistema.

2 O Ponto de Vista Microscópico

Em *Mecânica Estatística* um sistema é considerado como consistindo de um número N muito grande de moléculas, cada uma podendo estar em um conjunto de estados com energias $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$. As moléculas interagem entre si por colisões ou por forças à distância. O sistema de moléculas pode ser imaginado isolado, ou ser representado em um conjunto de sistemas similares (um “*ensemble*”). Conceitos de probabilidade são aplicados, e o estado de equilíbrio do sistema é o estado de maior probabilidade. O problema fundamental é descobrir o número de moléculas em cada um dos estados de energia moleculares quando o equilíbrio é atingido.

Uma descrição microscópica de um sistema envolve as seguintes características:

1. São feitas hipóteses sobre a estrutura da matéria; por exemplo, a existência de moléculas.
2. Muitas quantidades devem ser especificadas.
3. As quantidades especificadas não são sugeridas pelos nossos sentidos.
4. Essas quantidades não podem ser medidas.

3 Macroscópico versus Microscópico

Embora os dois pontos de vista pareçam incompatíveis, estão relacionados entre si, e quando aplicados ao mesmo sistema devem levar aos mesmos resultados. As poucas propriedades diretamente mensuráveis cuja especificação constitui a descrição macroscópica, são médias sobre um período de tempo de um grande número de características microscópicas. Por exemplo, a quantidade macroscópica pressão é a taxa média de variação do momentum devido a todas as colisões moleculares em uma unidade de área. Há, no entanto, uma importante distinção entre os pontos de vista macroscópico e microscópico. As poucas propriedades macroscópicas mensuráveis são tão claras quanto nossos sentidos, e permanecerão as mesmas enquanto nossos sentidos permanecerem os mesmos. O ponto de vista microscópico, no entanto, vai muito além dos nossos sentidos. Ele postula a existência de moléculas, seu movimento, seus estados de energia, suas interações, etc. Está constantemente mudando, e suas afirmações só são justificadas quando as deduções obtidas são comparadas com as obtidas a partir do ponto de vista macroscópico.

4 O Objeto de Estudo da Termodinâmica

Posição e tempo, ou uma combinação dos dois, como a velocidade, constituem algumas quantidades macroscópicas usadas em mecânica, e são chamadas *coordenadas mecânicas*. Essas coordenadas determinam as energias cinética e potencial de um corpo rígido como um todo, e constituem a *energia mecânica*, ou *externa*, do corpo rígido. É o objetivo da mecânica encontrar relações como essas entre a posição e o tempo, consistentes com as leis de Newton do movimento.

Em termodinâmica, no entanto, estamos interessados no *interior* de um sistema. Um ponto de vista macroscópico é adotado, mas apenas as quantidades macroscópicas que se relacionam com o estado interno do sistema são consideradas. A experiência deve determinar que quantidades são necessárias e

suficientes. Quantidades macrocópicas relacionadas com o estado interno de um sistema são chamadas *coordenadas termodinâmicas*. Essas coordenadas determinam a *energia interna* de um sistema. é o objetivo da termodinâmica encontrar relações gerais entre as coordenadas termodinâmicas consistentes com as leis fundamentais da termodinâmica.

Um sistema que pode ser descrito por coordenadas termodinâmicas é chamado um *sistema termodinâmico*.

5 Equilíbrio Térmico

A descrição macroscópica de uma mistura de gases pode ser dada especificando a composição, a massa, a pressão, e o volume. A experiência mostra que, para uma dada composição e massa constante, muitos valores diferentes de pressão e volume são possíveis. Se a pressão permanece constante, o volume pode variar sobre um domínio muito grande de valores, e vice-versa. A pressão e o volume são coordenadas independentes. Veremos mais tarde outros sistemas termodinâmicos e suas coordenadas termodinâmicas. Por enquanto consideraremos sistemas de massa e composição constantes, cada um exigindo *apenas um par* de coordenadas independentes para sua descrição. Usaremos os símbolos Y e X para o par de coordenadas independentes.

Um estado de um sistema em que Y e X têm valores definidos que permanecem constantes enquanto as condições externas não se alteram é chamado um estado de *equilíbrio*. A experiência mostra que a existência de um estado de equilíbrio em um sistema depende da proximidade de outros sistemas e da natureza das paredes que os separam. Uma parede pode ser adiabática ou diatérmica. Se uma parede é *adiabática*, um estado Y, X para o sistema A e Y', X' para o sistema B podem coexistir como estados de equilíbrio para *quaisquer* valores das quatro quantidades. Se os dois sistemas estão separados por uma parede *diatérmica*, os valores de Y, X e Y', X' mudarão espontaneamente até que um estado de equilíbrio do sistema combinado é alcançado. Dizemos que os dois sistemas estão em *equilíbrio térmico* entre si. *Equilíbrio térmico é o estado alcançado por dois (ou mais) sistemas, caracterizado por valores restritos das coordenadas dos sistemas, após eles terem estado em contato por uma parede diatérmica.*

Imaginemos dois sistemas A e B separados por um parede adiabática, mas cada um em contato com um terceiro sistema C através de paredes diatérmicas, todo o conjunto isolado por paredes adiabáticas (figura 1). A experiência mostra que os dois sistemas atingirão o equilíbrio térmico com o terceiro e nenhuma mudança ocorre se a parede adiabática que separa A e B é substituída por uma parede diatérmica. Se em vez de A e B atingirem o equilíbrio com C

ao mesmo tempo, primeiro temos o equilíbrio entre A e C e então entre B e C (o estado de C sendo o mesmo), quando A e B são colocados em contato por uma parede diatérmica, eles estarão em equilíbrio térmico. A expressão “dois sistemas em equilíbrio térmico” significa que os sistemas estão em estados tais que, *se fossem* colocados em contato por uma parede diatérmica, o sistema combinado *estaria* em equilíbrio térmico.

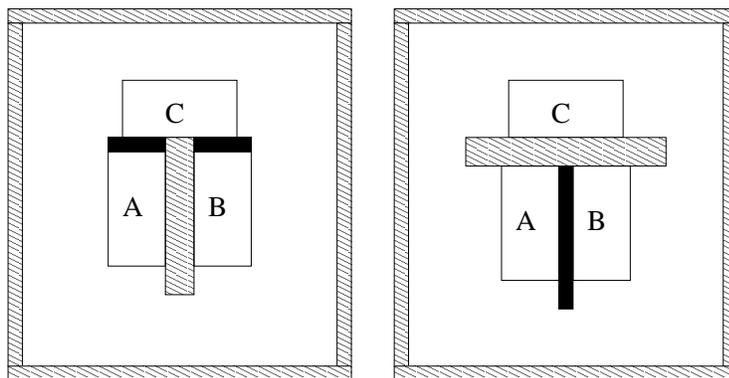


Fig. 1. A Lei Zero da Termodinâmica. Se A e B estão cada um em equilíbrio térmico com C (esquerda), então A e B estão em equilíbrio térmico entre si (direita). Paredes adiabáticas são representadas pelo tracejado, e paredes diatérmicas estão em preto.

Esses fatos experimentais podem ser resumidos da seguinte forma: *Dois sistemas em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si.* Seguindo R. H. Fowler, chamamos esse postulado de *A Lei Zero da Termodinâmica.*

6 O Conceito de Temperatura

Consideremos um sistema A no estado Y_1, X_1 em equilíbrio térmico com um sistema B no estado Y'_1, X'_1 . Se o sistema A é removido e seu estado mudado, encontraremos outro estado Y_2, X_2 que está em equilíbrio térmico com o estado *original* Y'_1, X'_1 do sistema B . A experiência mostra que existe um conjunto de estados $Y_1, X_1; Y_2, X_2; Y_3, X_3; \text{etc.}$, cada um em equilíbrio térmico com o *mesmo* estado Y'_1, X'_1 do sistema B e, pela lei zero, em equilíbrio entre si. Supomos que *todos* esses estados, quando colocados em um diagrama YX , encontram-se sobre uma curva como a curva I na figura 2, que chamamos uma *isoterma*. *Uma isoterma é o conjunto de todos os pontos representando estados nos quais um sistema está em equilíbrio térmico com um estado de outro sistema.*

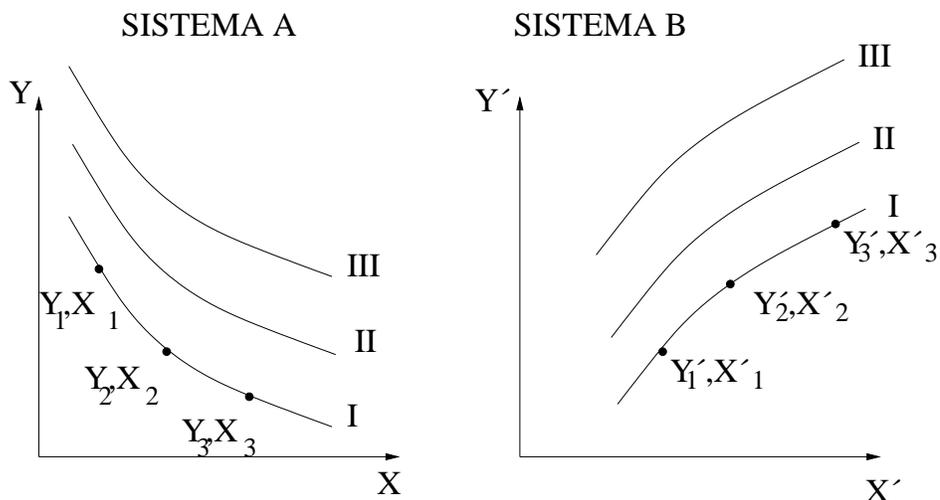


Fig. 2. Isothermas de dois sistemas diferentes.

Da mesma forma, para o sistema B , encontramos um conjunto de estados $Y'_1, X'_1; Y'_2, X'_2$; etc., todos em equilíbrio térmico com um estado (Y_1, X_1) do sistema A , e portanto em equilíbrio térmico um com o outro. Esses estados estão representados no diagrama $Y'X'$ e estão na isoterma I' .

Da lei zero segue que todos os estados na isoterma I do sistema A estão em equilíbrio térmico com todos os estados na isoterma I' do sistema B . Chamamos as curvas I e I' *isothermas correspondentes* dos dois sistemas.

Repetindo os experimentos com diferentes condições iniciais, um outro conjunto de estados do sistema A na curva II é encontrado, cada um em equilíbrio térmico com todo estado do sistema B na curva II' . Assim, uma família de isothermas I, II, III , etc., do sistema A e uma família correspondente I', II', III' , etc., do sistema B podem ser encontradas. Por repetidas aplicações da lei zero, isothermas correspondentes de outros sistemas C, D , etc., podem ser obtidas.

Todos os estados de isothermas correspondentes de todos os sistemas tem algo em comum, que é estarem em equilíbrio térmico entre si. Os sistemas nesses estados possuem uma propriedade que garante que estão em equilíbrio térmico entre si. Chamamos essa propriedade de *temperatura*. *A temperatura de um sistema é uma propriedade que determina se um sistema está ou não em equilíbrio térmico com outros sistemas.*

Vejamos agora outra forma de se chegar ao conceito de temperatura. O estado final de equilíbrio térmico entre um sistema A com coordenadas Y, X e um sistema C com coordenadas Y'', X'' é denotado por uma relação entre essas coordenadas, da forma

$$f_{AC}(Y, X; Y'', X'') = 0. \quad (1)$$

Por exemplo, para dois gases que obedecem à lei de Boyle, essa relação é

$$pV - p''V'' = 0.$$

O equilíbrio térmico entre o sistema B , com coordenadas Y' , X' , e o sistema C , é denotado similarmente por

$$f_{BC}(Y', X'; Y'', X'') = 0. \quad (2)$$

Resolvendo as equações (1) e (2) para Y'' , temos $Y'' = g_{AC}(Y, X, X'')$, e $Y'' = g_{BC}(Y', X', X'')$, ou

$$g_{AC}(Y, X, X'') = g_{BC}(Y', X', X''). \quad (3)$$

De acordo com a lei zero, equilíbrio térmico entre A e C e entre B e C implica equilíbrio térmico entre A e B , que é denotado por uma relação entre as *coordenadas dos sistemas A e B apenas*; portanto,

$$f_{AB}(Y, X; Y', X') = 0. \quad (4)$$

A equação (3) expressa as mesmas duas situações de equilíbrio, e deve concordar com (4). Eliminando a coordenada X'' , a equação (3) reduz-se a

$$h_A(Y, X) = h_B(Y', X').$$

Aplicando o mesmo argumento para A e C em equilíbrio com B , obtemos, quando os três sistemas estão em equilíbrio térmico,

$$h_A(Y, X) = h_B(Y', X') = h_C(Y'', X''). \quad (5)$$

Uma função de cada conjunto de coordenadas existe, e essas funções são todas iguais quanto os sistemas estão em equilíbrio térmico um com o outro. O valor comum t dessas funções é a *temperatura empírica* comum a todos os sistemas,

$$t = h_A(Y, X) = h_B(Y', X') = h_C(Y'', X''). \quad (6)$$

A relação $t = h_A(Y, X)$ é a *equação de uma isoterma do sistema A*, tal como a curva I na figura 2. Para cada valor numérico de t obtemos uma curva

diferente, como *II*, etc. A temperatura de todos os sistemas em equilíbrio térmico pode ser representada por um número. O estabelecimento de uma escala de temperatura é simplesmente a adoção de um conjunto de regras para atribuir um número a um conjunto de isotermas correspondentes e um número diferente para um conjunto diferente de isotermas correspondentes.

7 Medida da Temperatura

Para estabelecer uma escala de temperatura empírica, escolhamos um sistema com coordenadas Y e X como padrão, que chamamos um *termômetro*, e adotamos um conjunto de regras para atribuir um valor numérico à temperatura associada com cada uma das isotermas. Para todo sistema em equilíbrio térmico com o termômetro, atribuímos o mesmo número para a temperatura. O procedimento mais simples é escolher uma trajetória conveniente no plano YX , como $Y = Y_1$ na figura 3, que intercepta as isotermas em pontos com mesmo Y mas diferentes X . A temperatura associada com cada isoterma é considerada uma função conveniente de X no ponto de intersecção. A coordenada X é chamada *propriedade termométrica*, e a forma da *função termométrica* $T(X)$ determina a escala de temperatura.

Seja X qualquer propriedade termométrica listada na tabela 1. *Escolhamos arbitrariamente* para a temperatura comum ao termômetro e para todos os sistemas em equilíbrio térmico com ele a seguinte função linear de X :

$$T(X) = a X, \quad (Y \text{ constante}),$$

em que A é uma constante arbitrária. Duas temperaturas nessa “escala X linear” satisfazem

$$\frac{T(X_1)}{T(X_2)} = \frac{X_1}{X_2}. \quad (7)$$

Em seguida é preciso escolher um *ponto fixo*. *Um estado facilmente reproduzível de um sistema padrão arbitrário é chamado um ponto fixo*. O ponto fixo escolhido é aquele em que gelo, água e vapor coexistem em equilíbrio, um estado conhecido como o *ponto triplo da água*. A temperatura nesse ponto fixo é escolhida arbitrariamente como 273.16 K (Kelvin). Veremos em seguida porquê esse valor. Assim, designando o ponto triplo da água pelo índice 3, temos

$$\frac{T(X)}{T(X_3)} = \frac{X}{X_3},$$

Termômetro	Propriedade termométrica	Símbolo
Gás (volume constante)	pressão	p
Resistor elétrico (tensão constante)	Resistência elétrica	R
Termopar (tensão constante)	f.e.m. térmica	ε
Vapor de hélio (saturado)	pressão	p
Sal paramagnético	Suscetibilidade magnética	χ
Radiação de corpo negro	Emitância radiante	$\mathcal{R}_{B,\lambda}$

Tabela 1. Termômetros e propriedades termométricas.

com $T(X_3) = 273.16 \text{ K}$. Portanto,

$$T(X) = (273.16 \text{ K}) \frac{X}{X_3}, \quad (Y \text{ constante}). \quad (8)$$

A temperatura do ponto triplo da água é o *ponto fixo padrão* da termometria.

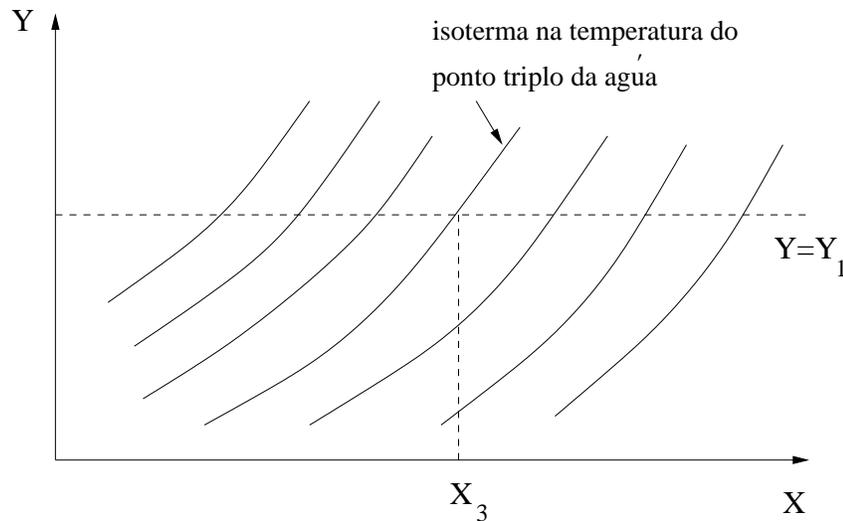


Fig. 3. Estabelecer uma escala de temperatura envolve a atribuição de valores numéricos às isotermas de um sistema padrão de referência arbitrário, ou termômetro.

8 O Termômetro de Gás a Volume Constante

Em um termômetro de gás a volume constante (figura 4) o gás (geralmente hidrogênio) enche um bulbo e um tubo capilar ligado a um manômetro de mercúrio de tubo aberto. O tubo flexível permite suspender ou abaixar o nível de mercúrio no ramo da direita de tal forma que o nível do ramo da esquerda

permaneça em uma marca fixa N , definindo um volume V constante ocupado pelo gás.

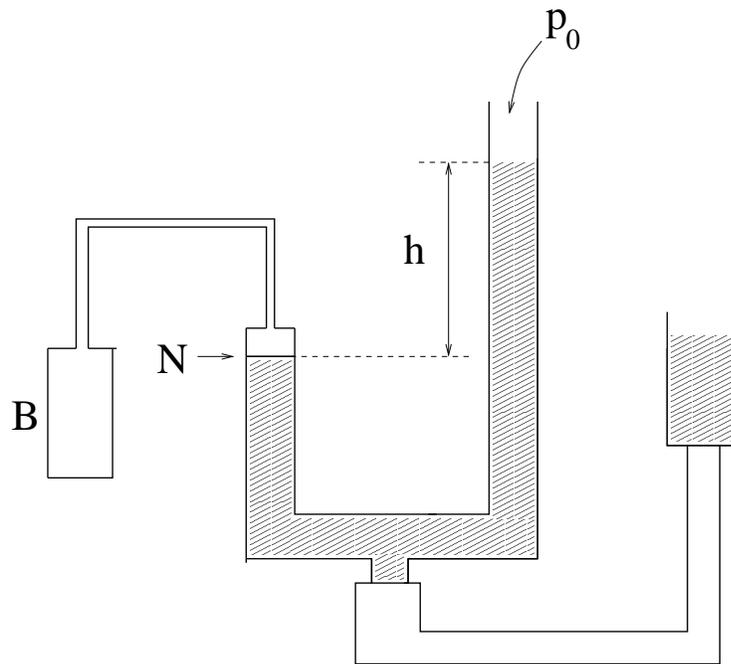


Fig. 4. O termômetro de gás a volume constante (simplificado). O bulbo B contém gás, e o índice N marca a altura do ramo esquerdo de mercúrio para a qual o volume do gás é fixo.

O bulbo é colocado em contato térmico com o sistema cuja temperatura se quer medir, e a seguir é medida a pressão p do gás, dada por

$$p = p_0 + \rho g h. \quad (9)$$

9 A Temperatura de Gás Ideal

Supomos agora uma sequência de medidas da temperatura $t(p_s)$ de um gás no ponto de condensação. A pressão correspondente é p_s . Utilizamos um termômetro de gás, reduzindo em cada etapa a quantidade de gás utilizada.

Quantidade de gás no bulbo	p_3 (exemplo)	temperatura $t(p_s)$ para gás no ponto de condensação (pressão p_s)
m_1	1000 mmHg	$t(p_s) = (273,16 K) \frac{p_s}{1000}$
$m_2 < m_1$	500 mmHg	$t(p_s) = (273,16 K) \frac{p_s}{500}$
...

Fazemos um gráfico de $t(p_s) \times p_3$, obtendo o limite $\lim_{p_3 \rightarrow 0} t(p_s)$. Observa-se experimentalmente que “*todos os gases indicam a mesma temperatura se p_3 diminui, aproximando-se de zero.*”. Este fato permite definirmos a *temperatura de gás ideal* T , dada por

$$T = (273,16 K) \lim_{p_3 \rightarrow 0} \frac{p}{p_3}, \quad (V \text{ const.})$$

Podemos entender o valor numérico 273,16 K para T_3 através do resultado experimental abaixo (fig. 5). Sejam p_{0v} e p_{0g} os valores de p no ponto de vapor e no ponto de gelo, respectivamente ¹, quando M_0 é massa de gás que ocupa o volume V . Suponhamos que se repitam as medidas reduzindo a massa de gás para M_1 , obtendo-se P_{1v} e p_{1g} . Para massas menores ainda, os valores de p_v e p_g continuam diminuindo. Fazendo um gráfico da razão $(p_v/p_g)_V$ como função da massa M de gás, ou em função de p_g , verifica-se experimentalmente que, à medida que p_g diminui, os pontos experimentais tendem a cair sobre uma reta. Para gases diferentes, as retas são diferentes, mas, ao extrapolarmos para o limite $p_g \rightarrow 0$ (o que equivale a $M \rightarrow 0$), o resultado experimental é que todas as retas interceptam o eixo das ordenadas no mesmo ponto ($\simeq 1.3661$). Logo,

$$\lim_{p_g \rightarrow 0} \left(\frac{p_v}{p_g} \right)_V \equiv \frac{T_v}{T_g} \simeq 1.3661. \quad (10)$$

¹ Ponto de gelo: temperatura em que gelo e água coexistem em equilíbrio a pressão de 1 atm. Ponto de vapor: temperatura em que água e vapor coexistem em equilíbrio a pressão de 1 atm.

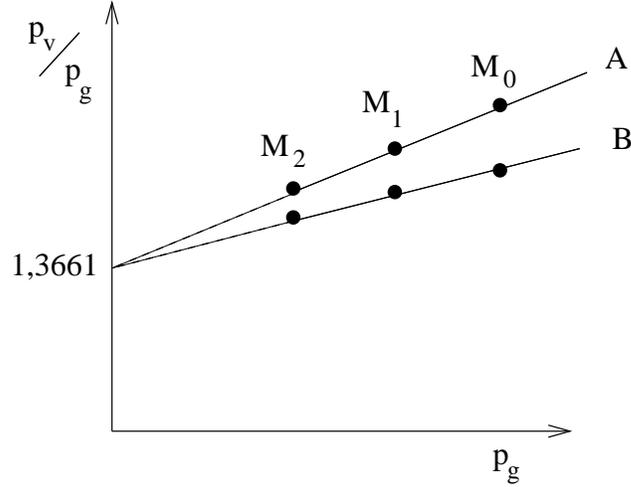


Fig. 5. Gráfico de $p_v/p_g \times p_g$ para quantidades cada vez menores M_0, M_1, M_2, \dots , de dois gases A e B. A linha tracejada é a extrapolação para pressão p_g nula.

Este limite define a razão T_v/T_g das temperaturas absolutas T_v e T_g correspondentes ao ponto de vapor e ao ponto de gelo, respectivamente. Para completar a definição da escala de temperatura absoluta, também chamada *escala Kelvin*, impomos a condição de que a diferença $T_v - T_g$, como na escala Celsius, corresponda a 100 graus também na escala Kelvin:

$$T_v - T_g = 100 K .$$

Resolvendo o sistema formado pelas duas últimas equações, vem

$$\begin{aligned} 1.3661 T_g - T_g &= 100 K , \\ T_g &= \frac{100 K}{1.3661 - 1} \simeq 273.15 K , \\ \text{e } T_v &\simeq 373.15 K . \end{aligned}$$

Para medir uma temperatura na escala Kelvin com o termômetro de gás a volume constante medimos a pressão p extrapolada para o limite $p_g \rightarrow 0$. A temperatura absoluta T correspondente é

$$\frac{T}{T_g} = \lim_{p_g \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_g} \right)_V . \quad (11)$$

A escala que acabamos de definir também é chamada *escala de gás ideal*, porque se baseia no fato empírico de que todos os gases tendem a se comportar

da mesma maneira quando rarefeitos (limite $p_g \rightarrow 0$). Esse comportamento universal é por definição o de um *gás ideal*.

A relação entre as escalas Kelvin e Celsius é, assim,

$$T(^{\circ}C) = T - 273.15.$$

A temperatura mais baixa que se pode medir com um termômetro de gás é da ordem de 1 K ; o gás usado para isso é hélio a baixa pressão. Temperaturas abaixo desse valor não podem ser medidas por um termômetro de gás.

Veremos mais tarde a *escala termodinâmica absoluta* de temperatura, independente das propriedades específicas de qualquer substância ou mesmo classes de substâncias, como os gases. Essa escala leva a resultados idênticos aos da escala de gás ideal.

Usamos como padrão os pontos fixos T_g e T_v . No entanto, vimos que o ponto fixo padrão o adotado é o *ponto triplo da água*, em que vapor de água coexiste em equilíbrio com água líquida e gelo. Isso ocorre para uma temperatura e pressão bem definidas,

$$\begin{aligned} p_3 &= 4,58 \text{ mmHg}, \\ T_3 &= 0,01^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

O ponto triplo da água é então fixado em

$$T_3(H_2O) = 273,16 \text{ K}.$$

A *escala termométrica de gás ideal* passa a ser definida, como vimos, por

$$T = 273.16 \text{ K} \lim_{p_3 \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_3} \right)_V, \quad (12)$$

em que p_3 é a pressão exercida pelo volume de gás em equilíbrio térmico com água no ponto triplo, e p é a pressão exercida pelo gás quando se encontra em equilíbrio térmico à temperatura que se quer medir. Como é necessário efetuar uma série de medidas para permitir a extrapolação ao limite $p_3 \rightarrow 0$, a determinação precisa de uma temperatura na escala de gás ideal é um processo extremamente laborioso.

Problemas

1. Os sistemas A , B e C são gases com coordenadas $p, V; p', V'; p'', V''$. Quando A e C estão em equilíbrio, a equação

$$pV - nbp - p''V'' = 0$$

é satisfeita. Quando B e C estão em equilíbrio térmico, a relação

$$p'V' - p''V'' + \frac{n'B'p''V''}{V'} = 0$$

é satisfeita. Os símbolos n , b , n' e B' são constantes.

(a) Quais são as três funções que são iguais uma à outra no equilíbrio térmico e cada uma igual à t , a temperatura empírica?

(b) Qual é a relação que expressa equilíbrio térmico entre A e B ?

2. Os sistemas A e B são sais paramagnéticos com coordenadas \mathcal{H} , M e \mathcal{H}' , M' , respectivamente. O sistema C é um gás com coordenadas p , V . Quando A e C estão em equilíbrio térmico, a equação

$$nRC\mathcal{H} - MpV = 0$$

é satisfeita. Quando B e C estão em equilíbrio térmico, temos

$$nR\Theta M' + nRC'\mathcal{H}' - M'pV = 0,$$

em que n , R , C , C' e Θ são constantes.

(a) Quais são as três funções que são iguais uma à outra no equilíbrio térmico?

(b) Iguale cada uma dessas funções à temperatura de gás ideal T , e verifique se qualquer uma dessas equações são equações de estado.

3. Na tabela 2, a primeira linha representa a pressão de um gás no bulbo de um termômetro de gás de volume constante, quando o bulbo é imerso em uma célula de ponto triplo da água. A segunda linha representa as leituras correspondentes de pressão quando o bulbo é rodeado por um material em uma temperatura constante desconhecida. Calcule a temperatura de gás ideal desse material (419,57 K).

$p_3, mmHg$	1 000	750.00	500.00	250.00
$p, mmHg$	1 535.3	1 151.6	767.82	383.95

Tabela 2. Pressão de um gás no bulbo de um termômetro de gás de volume constante, quando o bulbo é imerso em uma célula de ponto triplo da água

e quando o bulbo é rodeado por um material em uma temperatura constante desconhecida.

4. A resistência R de um resistor particular de carbono de Allen-Bradley obedece a equação de Clement,

$$\sqrt{\frac{\log R}{T}} = a + b \log R,$$

com $a = -1.16$ e $b = 0.675$.

(a) Em um criostato de hélio líquido, a resistência é medida como sendo exatamente $1\,000\ \Omega$. Qual é a temperatura? (4 K)

(b) Faça um gráfico $\log R \times \log T$ para $1\,000 < R < 30\,000\ \Omega$.

5. A resistência de um cristal de germânio dopado obedece à equação

$$\log R = 4.697 - 3.917 \log T.$$

(a) Em um criostato de hélio líquido a resistência é medida como sendo $218\ \Omega$. Qual é a temperatura? (4 K)

(b) Faça um gráfico $\log R \times \log T$ para $200 < R < 30\,000\ \Omega$.

Temperatura - Solução dos problemas

1. (a) Da primeira equação, isolando as variáveis de cada sistema, temos,

$$p(V - nb) = p''V''.$$

Procedendo da mesma forma para a segunda equação,

$$p'V' = p''V'' \left(1 - \frac{n'B'}{V'} \right),$$

ou,

$$\frac{p'V'}{1 - n'B'/V'} = p''V''.$$

As três funções correspondentes à temperatura, para os sistemas acima, são então,

$$\frac{p(V - nb),}{\frac{p'V'}{1 - n'B'/V'}},$$

$$p''V''.$$

(b) A relação procurada é,

$$p(V - nb) = \frac{p'V'}{1 - n'B'/V'}.$$

2. (a) Da primeira equação temos,

$$C \frac{\mathcal{H}}{M} = \frac{pV}{nR},$$

e da segunda equação,

$$\Theta + C' \frac{\mathcal{H}'}{M'} = \frac{pV}{nR}.$$

As três funções correspondentes à temperatura, para os sistemas acima, são então,

$$\frac{pV}{nR},$$

$$C \frac{\mathcal{H}}{M},$$

$$\Theta + C' \frac{\mathcal{H}'}{M'}.$$

(b) A primeira equação é a equação de gás ideal,

$$\frac{pV}{nR} = T,$$

ou,

$$pV = nRT.$$

A segunda equação é a equação de Curie,

$$C \frac{\mathcal{H}}{M} = T,$$

ou,

$$\frac{M}{\mathcal{H}} = \frac{C}{T}.$$

A terceira equação é a equação de Weiss,

$$\Theta + C' \frac{\mathcal{H}'}{M'} = T,$$

ou

$$\frac{M'}{\mathcal{H}'} = \frac{C'}{T - \Theta}.$$

3. Na figura 6 temos o gráfico de $273,16p/p_3 \times p_3$. Fazendo a regressão linear obtemos a função,

$$y = 419,57 - 0,000188x,$$

logo a temperatura do sistema é 419,57 K.

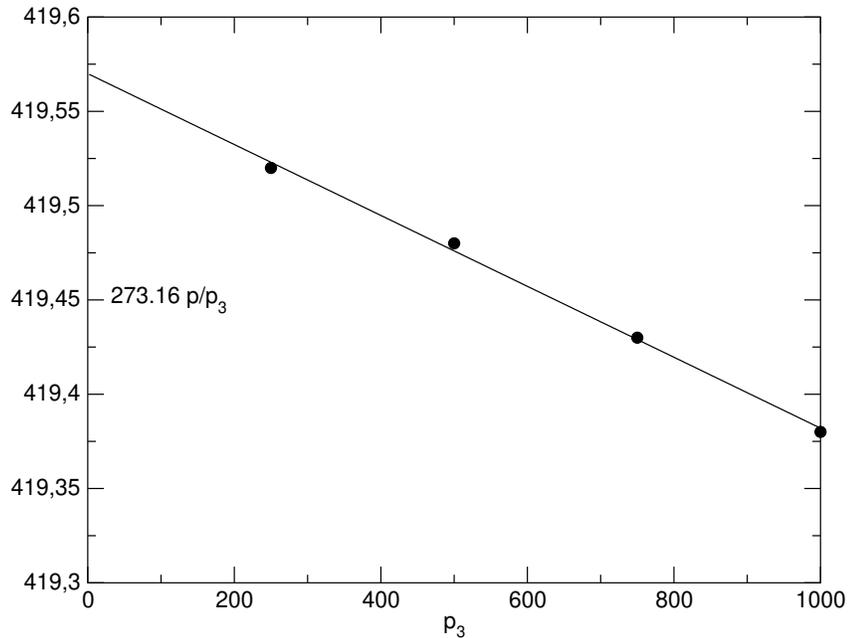


Fig. 6. Gráfico $273,16 p/p_3 \times p_3$ (problema 3).

4. (a) Isolando T da equação acima temos,

$$T = \frac{\log R}{(a + b \log R)^2}.$$

Substituindo $R=1000 \Omega$ obtemos $T=4,0095 \text{ K}$.

(b) Ver figura 7.

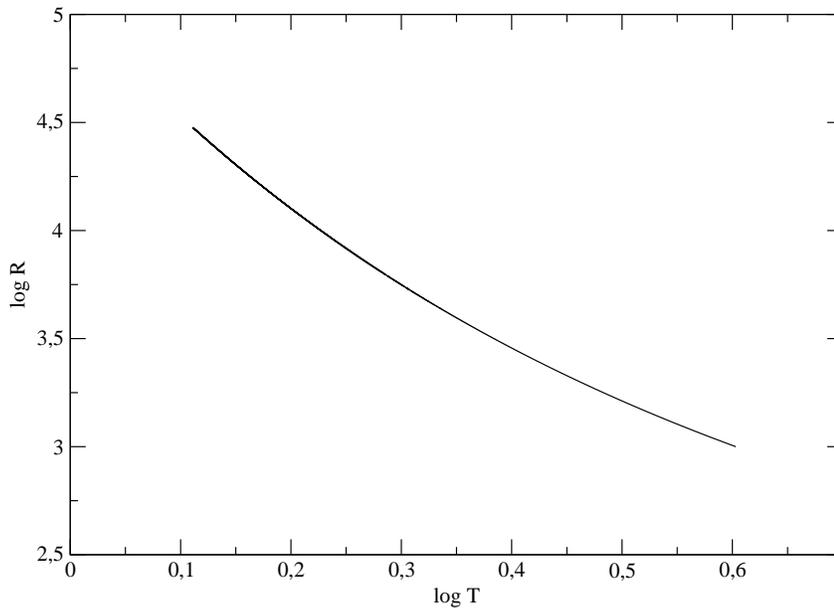


Fig. 7. Gráfico $\log R \times \log T$ (problema 4).

5. (a) Isolando $\log T$ temos,

$$\log T = \frac{4,697 - \log R}{3,917}.$$

Substituindo $R=218 \Omega$ obtemos $\log T=0,602$, logo $T=4 \text{ K}$.

(b) Ver figura 8.

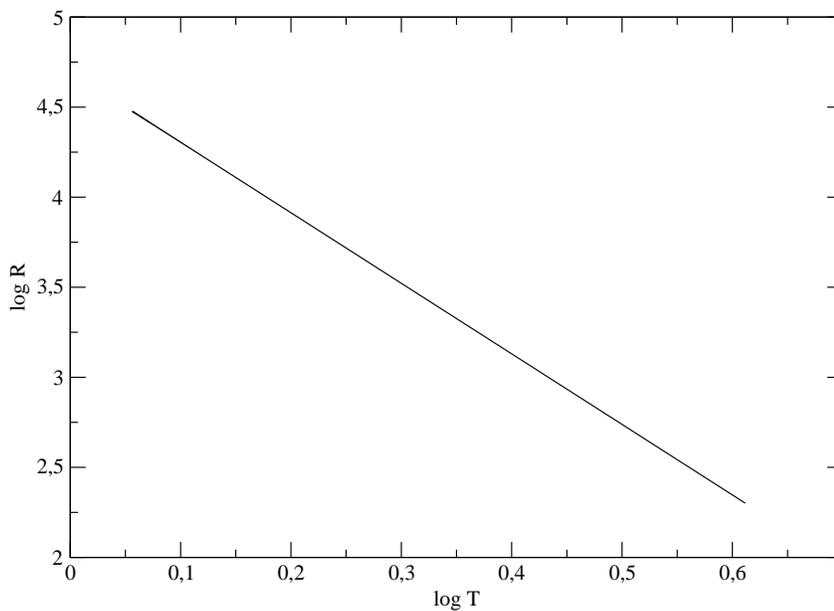


Fig. 8. Gráfico $\log R \times \log T$ (problema 5).