



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 01

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Conjuntos Numéricos

Números naturais

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Subconjunto notável

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \text{ Naturais positivos}$$

Números inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Subconjuntos notáveis

$$\mathbb{Z}_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\} \text{ Inteiros não- positivos}$$

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ Inteiros não- negativos}$$

$$\mathbb{Z}_-^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\} \text{ Inteiros negativos}$$

$$\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ Inteiros positivos}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ Inteiros não nulos}$$

Conjuntos Numéricos

Números racionais

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Decimais exatas

Dízimas periódicas

Subconjuntos notáveis

$$\mathbb{Q}_- \quad \mathbb{Q}_+ \quad \mathbb{Q}^* \quad \mathbb{Q}_+^* \quad \mathbb{Q}^*$$

Números reais

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

Irracionais

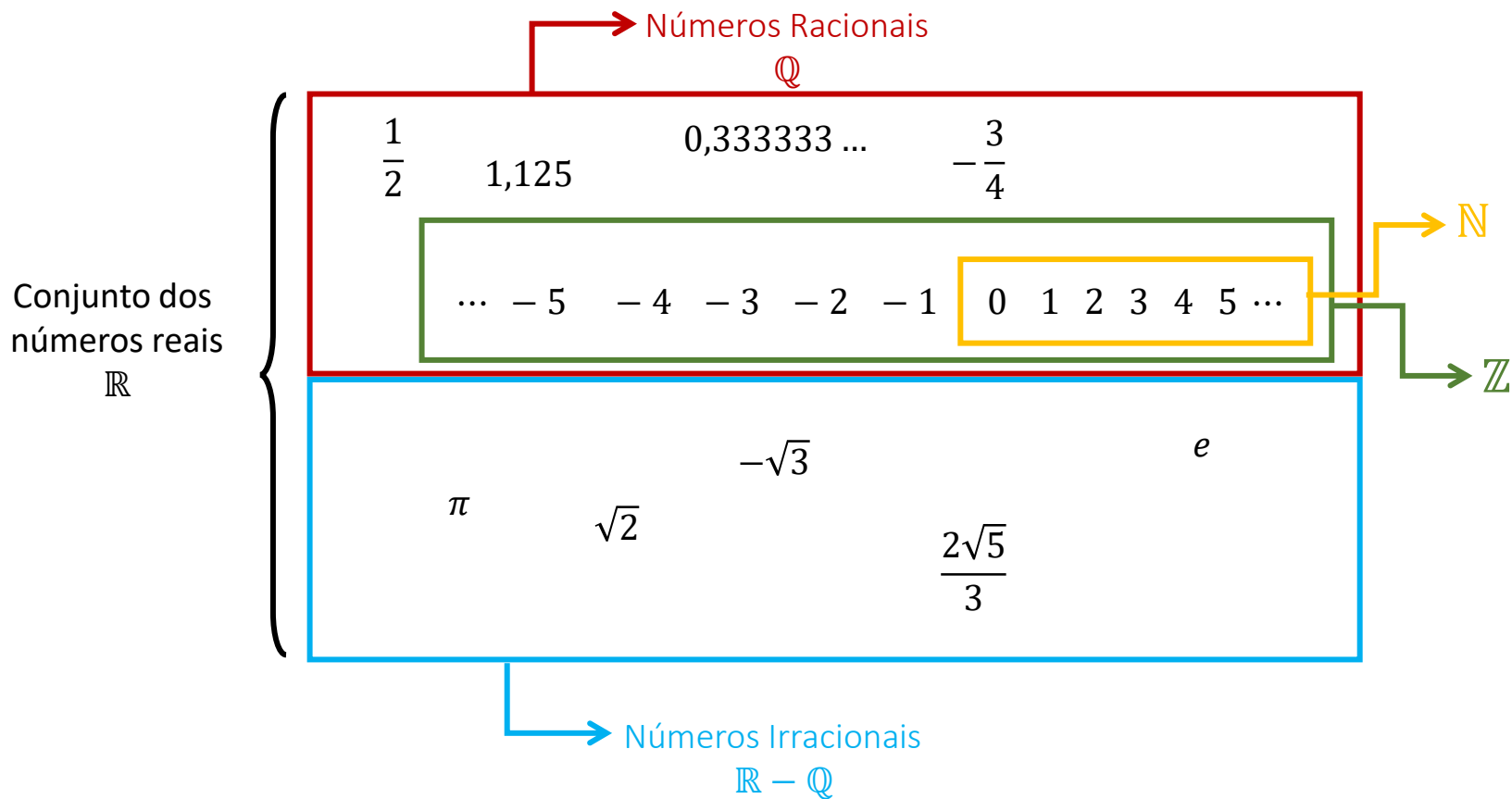
Todos os números reais
que não são racionais

Subconjuntos notáveis

$$\mathbb{R}_- \quad \mathbb{R}_+ \quad \mathbb{R}^* \quad \mathbb{R}_+^* \quad \mathbb{R}^*$$

Conjuntos Numéricos

Representação dos conjuntos numéricos por diagramas



Pertinência e inclusão

Pertinência

Relaciona elemento e conjunto.

 \in

pertence

 \notin

não pertence

O elemento x pertence ao conjunto A

$$x \in A$$

O elemento x não pertence ao conjunto A

$$x \notin A$$

Inclusão

Relaciona dois conjuntos.

 \subset

está contido

 $\not\subset$

não está contido

 \supset

contém

 $\not\supset$

não contém

A é subconjunto B

$$A \subset B$$

A não é subconjunto B

$$A \not\subset B$$

$$B \supset A$$

Todo elemento de A é também elemento de B

$$B \not\supset A$$

Nem todos elementos de A são elemento de B

Exemplos: Em cada caso, complete as lacunas com os símbolos \in , \notin , \subset , $\not\subset$, \supset , $\not\supset$ da forma mais conveniente em

$$2 \underline{\in} \mathbb{N} \quad -5 \underline{\in} \mathbb{Z} \quad -5 \underline{\notin} \mathbb{N} \quad 0 \underline{\notin} \mathbb{N}^*$$

$$\{1, 2, 3\} \underline{\subset} \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} \quad \mathbb{N} \underline{\subset} \mathbb{Z} \quad \{-1, 0, 2\} \underline{\not\supset} \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N} \underline{\subset} \mathbb{Z} \underline{\subset} \mathbb{Q} \underline{\subset} \mathbb{R} \quad \mathbb{Z} \underline{\not\subset} \mathbb{Q} \quad \mathbb{R} \underline{\supset} \mathbb{Q} \quad \mathbb{N} \underline{\not\subset} \mathbb{Z}^*$$

Regra de sinais

Somas e subtrações:

Sinais iguais: soma-se e conserva o sinal.

Sinais diferentes: subtrai-se e conserva-se o sinal do maior (em módulo).

Exemplos:

$$8 + 3 = 11 \quad -7 - 3 = -10 \quad 5 - 3 = 2 \quad -10 + 4 = -6$$

Multiplicações e divisões:

Sinais iguais: resulta em sinal positivo.

Sinais diferentes: resulta em sinal negativo.

Exemplos:

$$\begin{array}{ll} (2) \cdot (3) = 6 & (-5) \cdot (-3) = 15 \\ (4) \cdot (-8) = -32 & (-7) \cdot (2) = -14 \end{array}$$

Intervalos reais

Intervalo aberto

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$



Intervalo ilimitado aberto à esquerda

$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$



Intervalo fechado

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$



Intervalo ilimitado fechado à esquerda

$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$



Intervalo semiaberto à esquerda

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



Intervalo ilimitado aberto à direita

$$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$$



Intervalo semiaberto à direita

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



Intervalo ilimitado fechado à direita

$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$

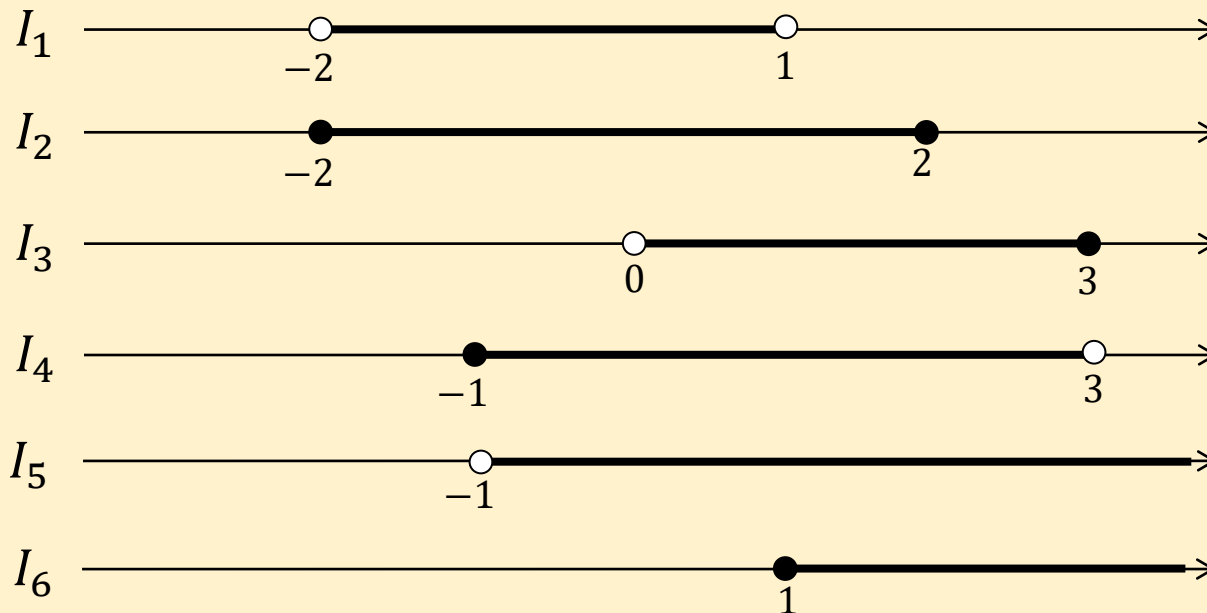


Operações com Intervalos

Exemplo: Represente os seguintes intervalos na reta real.

- | | | |
|---------------------|---------------------------|---|
| (a) $I_1 = (-2, 1)$ | (e) $I_5 = (-1, +\infty)$ | (i) $I_9 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0\}$ |
| (b) $I_2 = [-2, 2]$ | (f) $I_6 = [1, +\infty)$ | (j) $I_{10} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$ |
| (c) $I_3 = (0, 3]$ | (g) $I_7 = (-\infty, 3]$ | (k) $I_{11} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ |
| (d) $I_4 = [-1, 3)$ | (h) $I_8 = (-\infty, 2)$ | (l) $I_{12} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$ |

Solução:

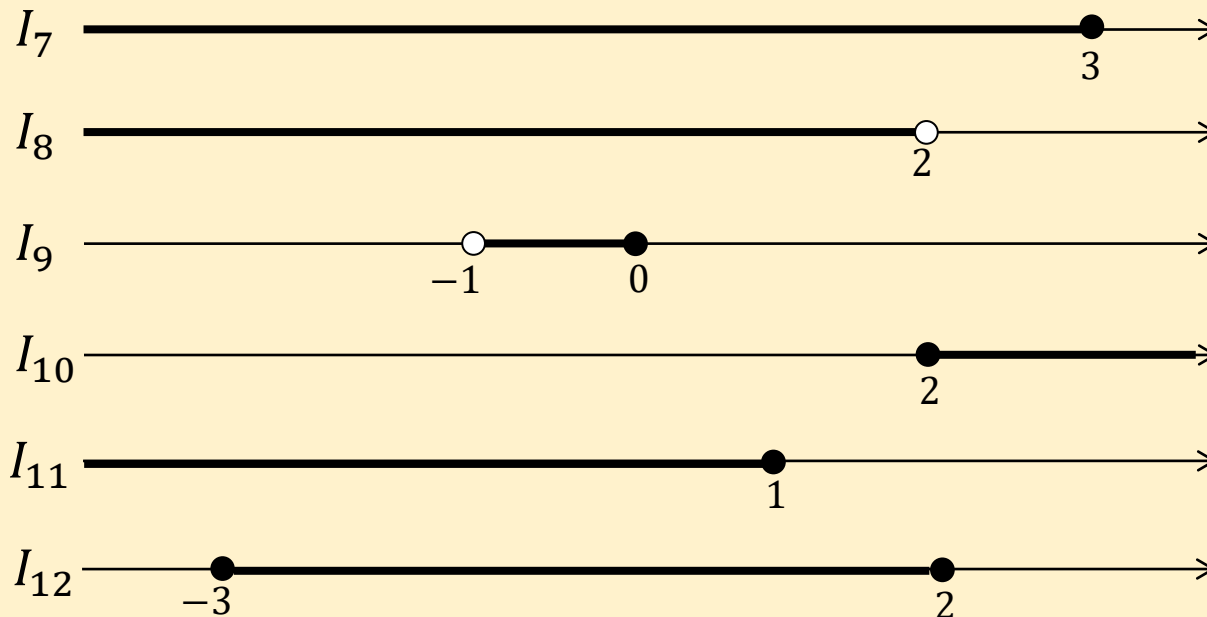


Operações com Intervalos

Exemplo: Represente os seguintes intervalos na reta real.

- | | | |
|---------------------|---------------------------|---|
| (a) $I_1 = (-2, 1)$ | (e) $I_5 = (-1, +\infty)$ | (i) $I_9 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0\}$ |
| (b) $I_2 = [-2, 2]$ | (f) $I_6 = [1, +\infty)$ | (j) $I_{10} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$ |
| (c) $I_3 = (0, 3]$ | (g) $I_7 = (-\infty, 3]$ | (k) $I_{11} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ |
| (d) $I_4 = [-1, 3)$ | (h) $I_8 = (-\infty, 2)$ | (l) $I_{12} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$ |

Solução:



Operações com Intervalos

União

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos A ou B

Interseção

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Elementos que pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B

Diferença

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Elementos que pertencem ao conjuntos A e não pertencem ao conjunto B

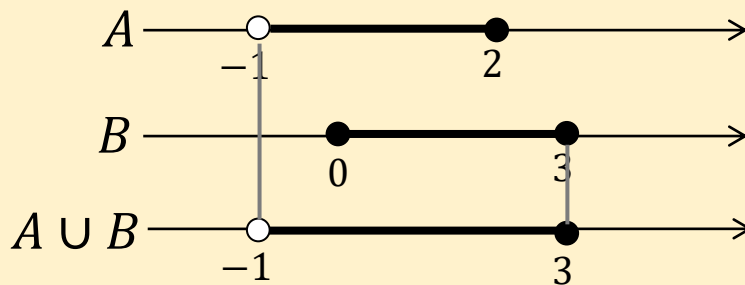
Complementar

$$A' = \{x \mid x \notin A\}$$

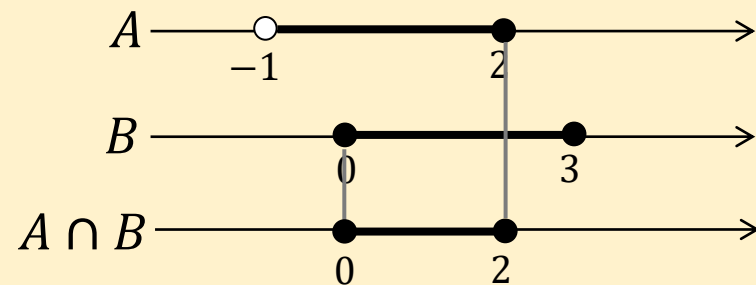
Elementos que não pertencem ao conjunto A

Exemplo: Sendo $A = (-1, 2]$ e $B = [0, 3]$, determine $A \cup B$ e $A \cap B$.

Solução:



$$A \cup B = (-1, 3]$$



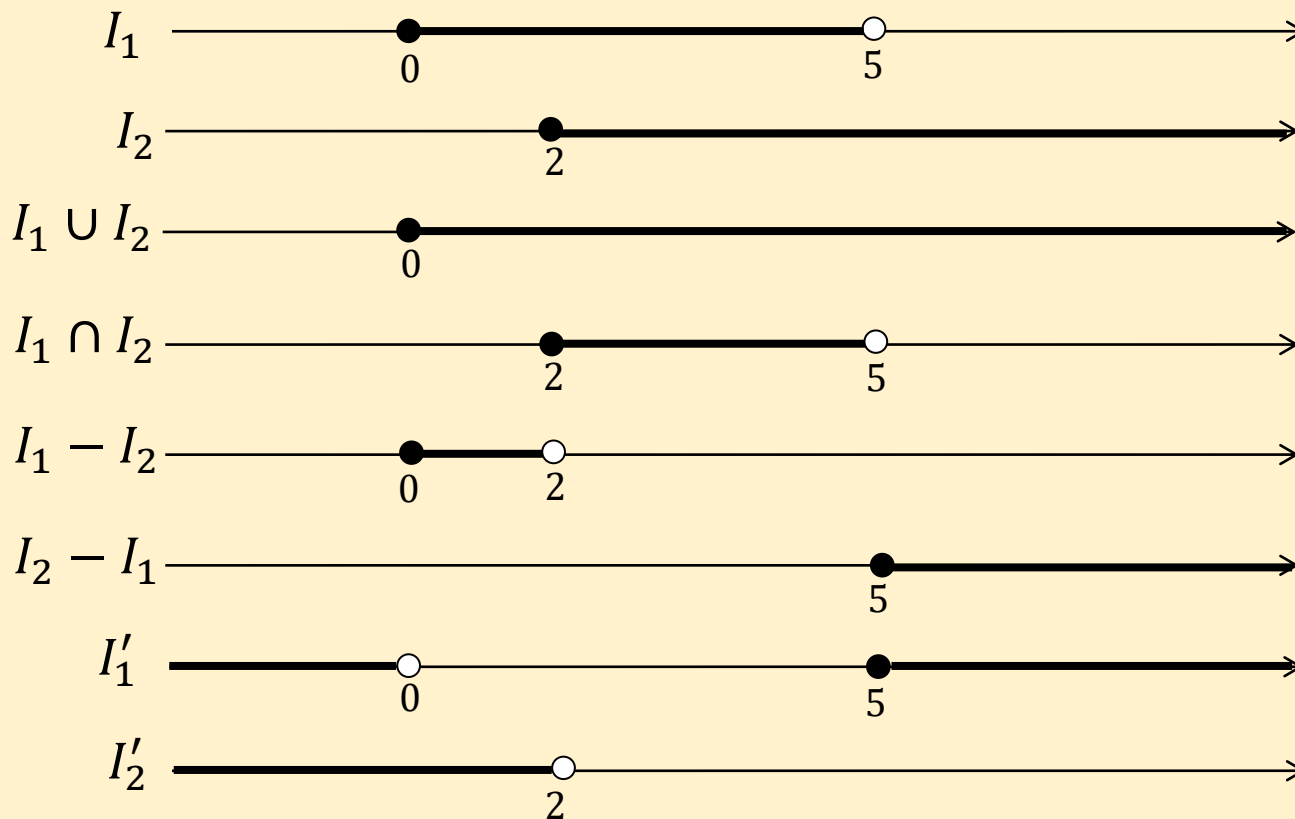
$$A \cap B = [0, 2]$$

Operações com Intervalos

Exemplo: Sendo $I_1 = [0, 5)$ e $I_2 = [2, +\infty)$, determine:

- (a) $I_1 \cup I_2$ (b) $I_1 \cap I_2$ (c) $I_1 - I_2$ (d) $I_2 - I_1$ (e) I_1' (f) I_2'

Solução:



Decomposição em fatores primos

Definição: Um número natural p é chamado de **número primo** se $p \geq 2$ e p é divisível apenas por 1 e por p .

Exemplos:

2 é primo 3 é primo 4 não é primo 5 é primo 6 não é primo

$4 = 2 \cdot 2$
divisível por 2.

$6 = 2 \cdot 3$
divisível por 2 e por 3.

Exemplos: Em cada caso, decompõe o número dado como um produto de fatores primos.

(a) 12

(b) 125

(c) 232

Solução:

$$\begin{array}{r|l} (a) & 12 \\ & 6 \\ & 3 \\ & 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2^2 \cdot 3 \end{array}$$

Decomposição
em fatores primos
 $12 = 2^2 \cdot 3$

$$\begin{array}{r|l} (b) & 125 \\ & 25 \\ & 5 \\ & 1 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5^3 \end{array}$$

Decomposição
em fatores primos
 $125 = 5^3$

$$\begin{array}{r|l} (c) & 232 \\ & 116 \\ & 58 \\ & 29 \\ & 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 29 \\ 2^3 \cdot 29 \end{array}$$

Decomposição
em fatores primos
 $232 = 2^3 \cdot 29$

Mínimo múltiplo comum

Definição: O **mínimo múltiplo comum** de dois inteiros positivos a e b , denotado por $mmc(a, b)$ é o menor múltiplo comum de a e b .

Exemplos: Encontre

$$mmc(6, 15)$$

Solução: Note que os múltiplos positivos de 6 e de 15 são:

$$M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots\} \text{ e } M(15) = \{15, 30, 45, \dots\}$$

Portanto,

$$mmc(6, 15) = 30 \quad \text{Menor múltiplo comum de 6 e 15}$$

Na prática, encontra-se o $mmc(a, b)$ utilizando-se o seguinte método prático, que utiliza a forma fatorada de a e b :

$$\begin{array}{r|l} 6 & - & 15 & 2 \\ 3 & - & 15 & 3 \\ 1 & - & 5 & 5 \\ 1 & - & 1 & 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

Portanto,

$$mmc(6, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Mínimo múltiplo comum

Pode-se calcular o mínimo múltiplo comum entre três ou mais números utilizando-se um método parecido ao do exemplo anterior.

Exemplos: Encontre

$$mmc(10, 28, 35)$$

Solução: Utilizando a fatoração simultânea de 10, 28 e 35, tem-se:

$$\begin{array}{r|l}
 10 & 28 & 35 & 2 \\
 5 & 14 & 35 & 2 \\
 5 & 7 & 35 & 5 \\
 1 & 7 & 7 & 7 \\
 1 & 1 & 1 & 2^2 \cdot 5 \cdot 7
 \end{array}$$

Portanto,

$$mmc(10, 28, 35) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$$

Operações e propriedades das frações

Igualdade de frações

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Duas frações são iguais sempre que a multiplicação cruzada resultar em números iguais.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \text{pois} \quad \underbrace{2 \cdot 6}_{12} = \underbrace{3 \cdot 4}_{12}$$

Exemplo:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{pois} \quad \underbrace{1 \cdot 2}_2 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2$$

Simplificação

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

Fatores comuns ao numerador e denominador podem ser simplificados.

Exemplo:

$$\frac{15}{12} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{5}{4}$$

Exemplo:

$$\frac{25a}{5ab} = \frac{5 \cdot 5 \cdot a}{5 \cdot a \cdot b} = \frac{5}{b}$$

Operações e propriedades das frações

Soma/subtração

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{\frac{m}{b} \cdot a \pm \frac{m}{d} \cdot c}{m}$$

$m = m.m.c. (b, d)$ mínimo múltiplo comum entre b e d .

Exemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{\frac{10}{2} \cdot 1 + \frac{10}{5} \cdot 3}{10} = \frac{5 + 6}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 - 5 & 2 \\ 1 - 5 & 5 \\ 1 - 1 & 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$mmc(2, 5) = 2 \cdot 5 = 10$$

Exemplo:

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{10} = \frac{\frac{20}{4} \cdot 3 - \frac{20}{10} \cdot 7}{20} = \frac{15 - 14}{20} = \frac{1}{20}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 - 10 & 2 \\ 2 - 5 & 2 \\ 1 - 5 & 5 \\ 1 - 1 & 2 \cdot 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$mmc(4, 10) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

Operações e propriedades das frações

Multiplicação

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Multiplica-se o de cima pelo de cima e o de baixo pelo de baixo.

Exemplo:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 8} = \frac{3}{40}$$

Exemplo:

$$\frac{a+1}{2a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{(a+1) \cdot b}{(2a) \cdot a} = \frac{ab+b}{2a^2}$$

Divisão

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda.

Exemplo:

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = \frac{35}{6}$$

Exemplo:

$$\frac{a^2}{2b} \div \frac{a}{b} = \frac{a^2}{2b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot a \cdot b}{2 \cdot b \cdot a} = \frac{a}{2}$$

Operações com frações

Exemplos: Efetue as seguintes operações com frações

(a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{8} - \frac{5}{4}$ (c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}$ (d) $\frac{4}{9} \div \frac{1}{2}$ (e) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{4}{15}$

Solução:

$$(a) \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{\frac{15}{5} \cdot 1 + \frac{15}{3} \cdot 2}{15} = \frac{3 + 10}{15} = \frac{13}{15}.$$

$$\begin{array}{r|l} 5 - 3 & 3 \\ 5 - 1 & 5 \\ 1 - 1 & 3 \cdot 5 \\ \hline \end{array}$$

$mmc(5, 3) = 3 \cdot 5 = 15$

$$(b) \frac{1}{8} - \frac{5}{4} = \frac{\frac{8}{8} \cdot 1 - \frac{8}{4} \cdot 5}{8} = \frac{1 - 10}{8} = -\frac{9}{8}.$$

$$\begin{array}{r|l} 8 - 4 & 2 \\ 4 - 2 & 2 \\ 2 - 1 & 2 \\ 1 - 1 & 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(c) \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}. \quad (d) \frac{4}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 1} = \frac{8}{9}.$$

$mmc(8, 4) = 2^3 = 8$

$$\begin{aligned} (e) \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{4}{15} &= \frac{\frac{60}{4} \cdot 3 + \frac{60}{3} \cdot 1 - \frac{60}{15} \cdot 4}{60} \\ &= \frac{15 \cdot 3 + 20 \cdot 1 - 4 \cdot 4}{60} = \frac{45 + 20 - 16}{60} = \frac{49}{60}. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 - 3 - 15 & 2 \\ 2 - 3 - 15 & 2 \\ 1 - 3 - 15 & 3 \\ 1 - 1 - 5 & 5 \\ 1 - 1 - 1 & 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \hline \end{array}$$

$mmc(4, 3, 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ **18**

Exercícios Propostos



Exercícios



1) Represente graficamente os intervalos a seguir e verifique se os números

$$5; \quad \pi; \quad \sqrt{5}; \quad -0,2; \quad \frac{5}{2};$$

pertencem a cada intervalo:

(a) $A = [-2, 5)$

(b) $B = (2, 7)$

(c) $C = (6, +\infty)$

2) Sendo: $A = [-2, 5]$, $B = (2, 7)$ e $C = (6, +\infty)$. Determine:

(a) $A \cap C$

(c) $A - B$

(e) $(A \cup C) \cup B$

(b) $A \cap B$

(d) $A \cup C$

(f) $(A - C) \cap B$

3) Sendo $U = \mathbb{R}$ represente cada um dos intervalos indicados por compreensão e na reta real:

(a) conjunto dos números maiores que -3 e menores que 1 ;

(b) conjunto dos números menores ou iguais a -4 ;

(c) conjunto dos números maiores que -1 ou menores que -3 .

Exercícios



4) Realize cada uma das operações envolvendo frações:

(a) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{3}\right)}$

(b) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$

(e) $\frac{4}{3} \div 2$

(c) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{4}\right)$

(f) $\frac{-\frac{5}{3}}{\frac{15}{6}}$

5) Calcule:

(a) $\frac{3}{2} - \frac{1}{5} \div \frac{3}{10} + 1$

(c) $\frac{1}{3} + \left[\frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{4} + 1 \right) \right] \cdot \left(-\frac{1}{9} \right)$

(b) $2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)$

Exercícios

6) Represente graficamente na reta real os seguintes intervalos:

(a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$

(b) $(-\infty, 2]$

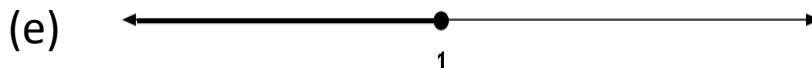
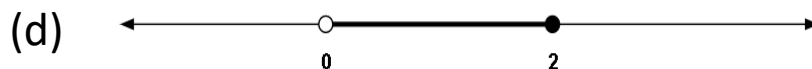
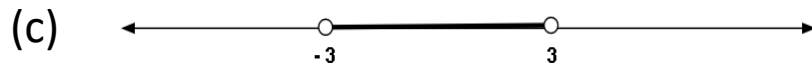
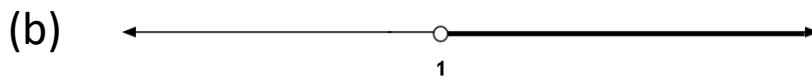
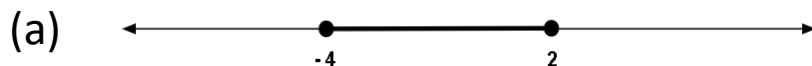
(c) $[-3, \frac{1}{2}]$

(d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 7\}$

(e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$

(f) $[0, 6)$

7) Escreva os intervalos representados graficamente:



Exercícios



8) Dados os conjuntos a seguir, determine o que se pede.

(a) $A = [2, 4]$ e $B = [3, 6]$:

$$A \cap B$$

$$A \cup B$$

$$A - B$$

$$B - A$$

(b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$: $A \cap B, A \cup B$.

$$A \cap B$$

$$A \cup B$$

9) Dados os intervalos $A = [-1, 4]$, $B = [1, 5]$, $C = [2, 4]$ e $D = [1, 3]$, verifique se 1 pertence ao conjunto $(A \cap B) - (C - D)$.

Exercícios



10) Realize as seguintes operações envolvendo frações:

$$(a) \frac{25}{3} + \frac{5}{2} \div 2$$

$$(b) \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(\frac{27}{16}\right)$$

$$(c) -1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8}$$

$$(d) \frac{12}{5} - \frac{24}{15}$$

$$(e) \frac{2}{100} + \frac{98}{10}$$

$$(f) \frac{27}{8} \div \frac{5}{16}$$

$$(g) -2 \cdot \frac{23}{8} - \frac{1}{2}$$

$$(h) 2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{7} - \frac{81}{9}$$

Respostas



Exercício 1:

a) $\pi, \sqrt{5}, -0,2, \frac{5}{2}$

b) $5, \pi, \sqrt{5}, \frac{5}{2}$

c) Nenhum

Exercício 2:

a) \emptyset

b) $(2,5]$

c) $[-2,2]$

d) $[-2,5] \cup (6,+\infty)$

e) $[-2, ,+\infty)$

f) $(2,5]$

Exercício 3:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -4\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x > -1\}$

Exercício 4:

a) $\frac{4}{5}$

b) $-\frac{8}{21}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{2}{3}$

f) $-\frac{2}{3}$

Exercício 5:

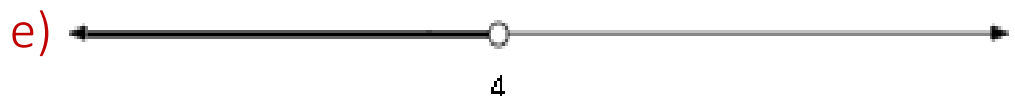
a) $\frac{11}{6}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{41}{135}$

Respostas

Exercício 6:



Exercício 7:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -4 \leq x \leq 2\}$ ou $[-4, 2]$

b) $\{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$ ou $(1, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x < 3\}$ ou $(-3, 3)$

d) $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 2\}$ ou $(0, 2]$

e) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$ ou $(-\infty, 1]$

Respostas



Exercício 8:

a) $A \cap B \{x \in \mathbb{R} | 3 \leq x \leq 4\} \text{ ou } [3, 4]$

$$A \cup B \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x \leq 6\} \text{ ou } [2, 6]$$

$$A - B \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x < 3\} \text{ ou } [2, 3)$$

$$B - A \{x \in \mathbb{R} | 4 < x \leq 6\} \text{ ou } (4, 6]$$

b) $A \cap B \{x \in \mathbb{R} | x < 1\} \text{ ou } (-\infty, 1)$

$$A \cup B \{x \in \mathbb{R} | x < 4\} \text{ ou } (-\infty, 4)$$

Exercício 9:

$\{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\} \text{ ou } [1, 3]$, portanto $1 \in (A \cap B) - (C - D)$.

Exercício 10:

a) $\frac{115}{12}$

b) $\frac{159}{80}$

c) $-\frac{5}{12}$

d) $\frac{4}{5}$

e) $\frac{491}{50}$

f) $\frac{54}{5}$

g) $-\frac{25}{4}$

h) $-\frac{237}{28}$

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 02

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Potências em \mathbb{R}

Dados $a \in \mathbb{R}^*$ e $n \in \mathbb{N}$, definimos a **potência enésima** como:

Expoente

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$

Base

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1$$

Exemplo: Calcule as seguintes potências

(a) 2^3

(b) 5^{-2}

(c) 3^0

Solução: Utilizando a definição de potência, tem-se:

$$(a) \ 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} = 8$$

$$(b) \ 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{\underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ fatores}}} = \frac{1}{25}$$

$$(c) \ 3^0 = 1$$

Propriedades das potências

Produto de potências de mesma base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Exemplo:

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

Exemplo:

$$3^{2a} \cdot 3^5 = 3^{2a+5}$$

Quociente de potências de mesma base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemplo:

$$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$$

Exemplo:

$$\frac{a^{5+b}}{a^c} = a^{5+b-c}$$

Potência de potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplo:

$$(5^3)^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$$

Exemplo:

$$(a^2)^{2b} = a^{2 \cdot 2b} = a^{4b}$$

Fração com expoente negativo

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

Exemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

Exemplo:

$$\left(\frac{1}{b}\right)^{-3} = b^3$$

Propriedades das potências

Produto de potências de mesmo expoente

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

Exemplo:

$$2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5$$

Exemplo:

$$4 \cdot a^2 = (2 \cdot a)^2$$

Quociente de potências de mesmo expoente

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Exemplo:

$$\frac{2^7}{5^7} = \left(\frac{2}{5}\right)^7$$

Exemplo:

$$\frac{b^3}{27} = \left(\frac{b}{3}\right)^3$$

Potência de base negativa e expoente par

$$(-a)^n = a^n$$

Exemplo:

$$(-2)^6 = 2^6 = 64$$

Exemplo:

$$(-2x)^2 = (2x)^2 = 4 \cdot x^2$$

Potência de base negativa e expoente ímpar

$$(-a)^n = -a^n$$

Exemplo:

$$(-2)^5 = -2^5 = -32$$

Exemplo:

$$\left(-\frac{1}{2a}\right)^3 = -\frac{1}{8a^3}$$

Potências em \mathbb{R}

Exemplo: Calcule as seguintes potências

$$(a) (-3)^4 \quad (b) (-2)^5 \quad (c) \left(\frac{1}{5}\right)^3 \quad (d) \left(\frac{5}{2}\right)^0 \quad (e) \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} \quad (f) (2^4)^3$$

Solução: Utilizando as propriedades de potência, tem-se:

$$(a) (-3)^4 = 3^4 = 81$$

$$(d) \left(\frac{5}{2}\right)^0 = 1$$

$$(b) (-2)^5 = -2^5 = -32$$

$$(e) \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{7^2}{2^2} = \frac{49}{4}$$

$$(c) \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$(f) (2^4)^3 = 2^{12} = 4096$$

Potências de Base 10

Com o uso do sistema numérico decimal, as potências de base 10 são particularmente importantes! Note que:

Potência 2

$$10^2 = \underbrace{100}_{2 \text{ zeros}}$$

Potência -1

$$10^{-1} = \underbrace{0,1}_{1 \text{ zero}}$$

Potência 3

$$10^3 = \underbrace{1.000}_{3 \text{ zeros}}$$

Potência -2

$$10^{-2} = \underbrace{0,01}_{2 \text{ zeros}}$$

Potência 4

$$10^4 = \underbrace{10.000}_{4 \text{ zeros}}$$

Potência -3

$$10^{-3} = \underbrace{0,001}_{3 \text{ zeros}}$$

Potência 5

$$10^5 = \underbrace{100.000}_{5 \text{ zeros}}$$

Potência -4

$$10^{-4} = \underbrace{0,0001}_{4 \text{ zeros}}$$

No caso geral:

Expoente positivo

Potência n

$$10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ zeros}}$$

Expoente negativo

Potência $-n$

$$10^{-n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zeros}}$$

Potências de Base 10

No geral, quando multiplicamos um número decimal por uma potência 10^n , onde n é um número inteiro, podemos dizer que,

“a vírgula anda n casas para a esquerda ou n casas para a direita”

de acordo com o sinal do expoente n .

- ✓ Se n é positivo, a vírgula se desloca n unidades para a direita;
- ✓ Se n é negativo, a vírgula se desloca $|n|$ unidades para a esquerda;

Exemplo: Efetue os seguintes produtos:

(a) $(12,5) \cdot 10^4$

(b) $(12,5) \cdot 10^{-4}$

Solução:

(a) $(12,5) \cdot 10^4 = (12,50000000 \dots) \cdot \overbrace{10.000}^{4 \text{ zeros}} = 125.000.$

↑ ↑
“A vírgula se desloca 4 casas para a direita”

(b) $(12,5) \cdot 10^{-4} = (\dots 00000012,5) \cdot \overbrace{0,0001}^{4 \text{ zeros}} = 0,00125.$

↑ ↑
“A vírgula se desloca 4 casas para a esquerda”

Unidades de medida

Prefixos das principais unidades de medida

Potências	Prefixo	Símbolo	metro (m)	grama (g)	litro (l)
10^{12}	<i>Tera</i>	<i>T</i>	<i>Tm</i>	<i>Tg</i>	<i>Tl</i>
10^9	<i>Giga</i>	<i>G</i>	<i>Gm</i>	<i>Gg</i>	<i>Gl</i>
10^6	<i>Mega</i>	<i>M</i>	<i>Mm</i>	<i>Mg</i>	<i>Ml</i>
10^3	<i>Kilo</i>	<i>k</i>	<i>km</i>	<i>kg</i>	<i>kl</i>
10^2	<i>Hecto</i>	<i>h</i>	<i>hm</i>	<i>hg</i>	<i>hl</i>
10	<i>Deca</i>	<i>da</i>	<i>dam</i>	<i>dag</i>	<i>dal</i>
10^0			<i>m</i>	<i>g</i>	<i>l</i>
10^{-1}	<i>Deci</i>	<i>d</i>	<i>dm</i>	<i>dg</i>	<i>dl</i>
10^{-2}	<i>Centi</i>	<i>c</i>	<i>cm</i>	<i>cg</i>	<i>cl</i>
10^{-3}	<i>Mili</i>	<i>m</i>	<i>mm</i>	<i>mg</i>	<i>ml</i>
10^{-6}	<i>Micro</i>	μ	μm	μg	μl
10^{-9}	<i>Nano</i>	<i>n</i>	<i>nm</i>	<i>ng</i>	<i>nl</i>
10^{-12}	<i>Pico</i>	ρ	ρm	ρg	ρl

Unidades de medida

Comprimento: a unidade padrão é o **metro**.

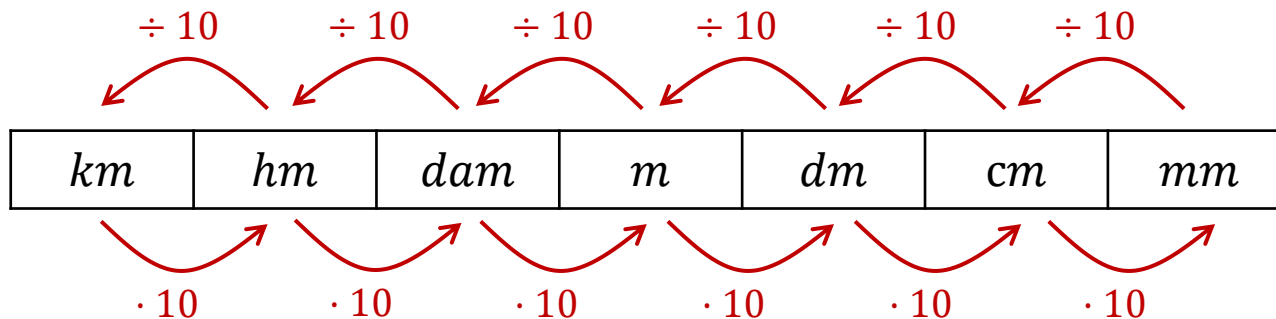
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
10^3m	10^2m	10^1m	10^0m	$10^{-1}m$	$10^{-2}m$	$10^{-3}m$
$1.000m$	$100m$	$10m$	$1m$	$0,1m$	$0,01m$	$0,001m$

Múltiplos

Submúltiplos

Conversões

Da direita para a esquerda, divide-se por 10 em cada passo



Da esquerda para a direita, multiplica-se por 10 em cada passo

Conversões de unidades de medida

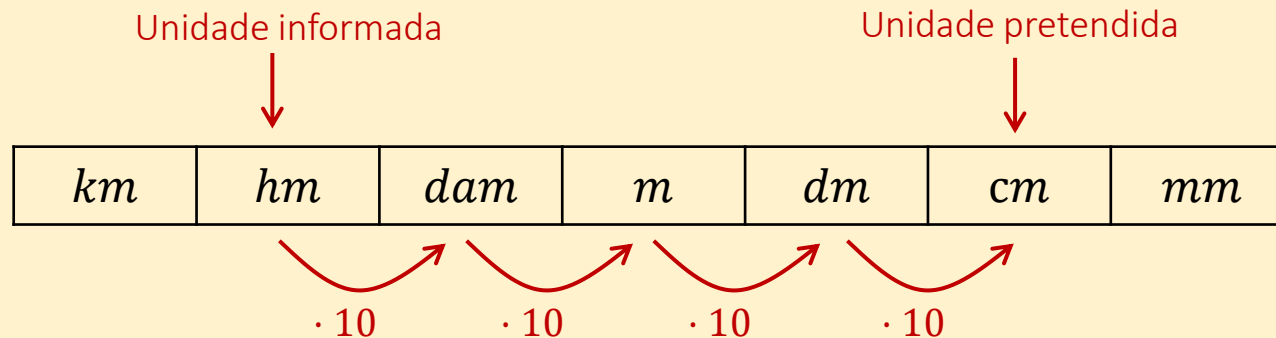
Exemplo: Converta:

(a) 5,2 hectômetros para centímetros

(b) 130 milímetros para metros

Solução:

(a)



Hectômetros

Centímetros

$$5,2 \longleftrightarrow (5,2) \cdot 10^4$$

$$5,2 \longleftrightarrow (5,2) \cdot 10.000$$

$$5,2 \longleftrightarrow 52.000$$

Resposta: 5,2 hectômetros equivalem a 52.000 centímetros

Conversões de unidades de medida

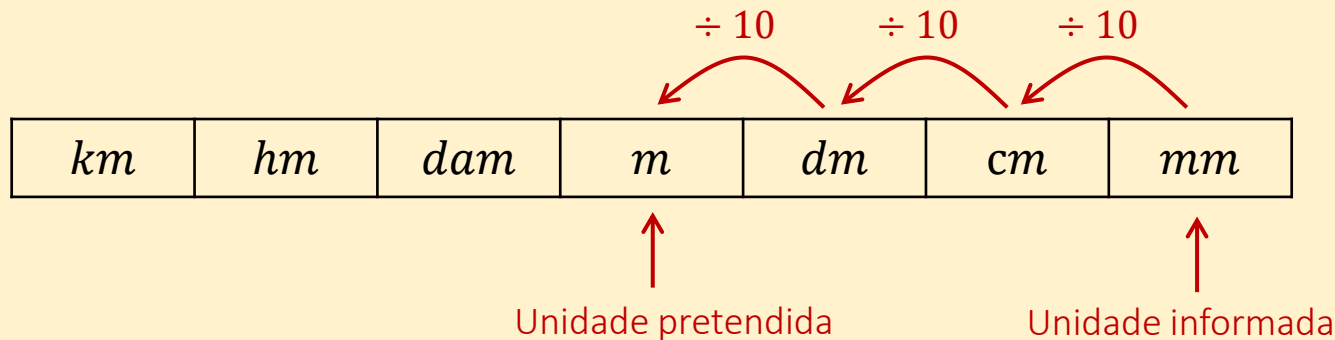
Exemplo: Converta:

(a) 5,2 hectômetros para centímetros

(b) 130 milímetros para metros

Solução:

(b)

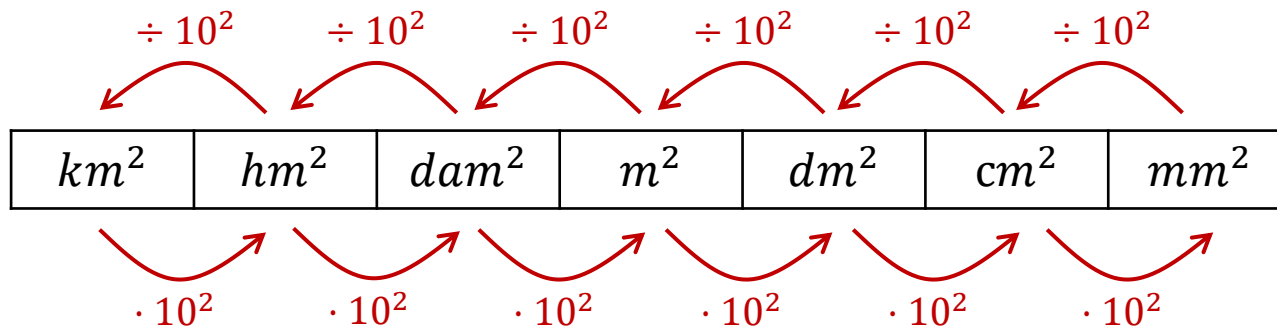


Milímetros		Metros
130	\longleftrightarrow	$130 \cdot 10^{-3}$
130	\longleftrightarrow	$130 \cdot 0,001$
130	\longleftrightarrow	0,13

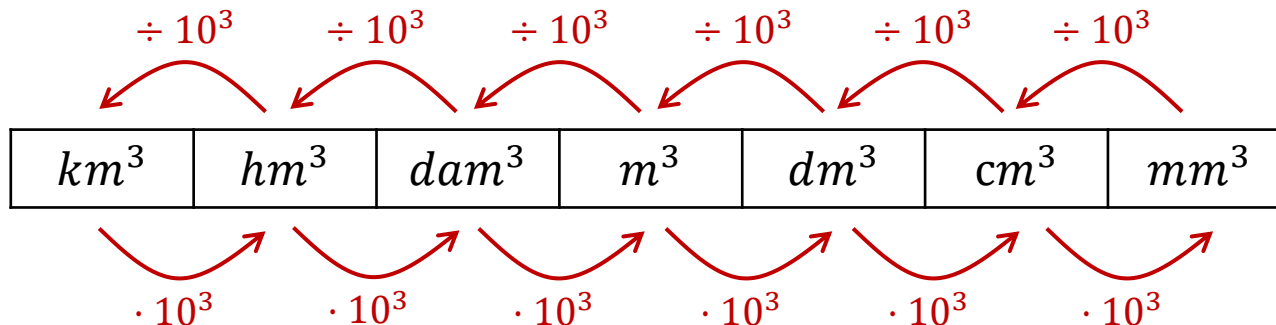
Resposta: 130 milímetros equivalem a 0,13 metros.

Conversões de unidades de área e volume

Conversão de área



Conversão de volume



Conversões de unidades de medida

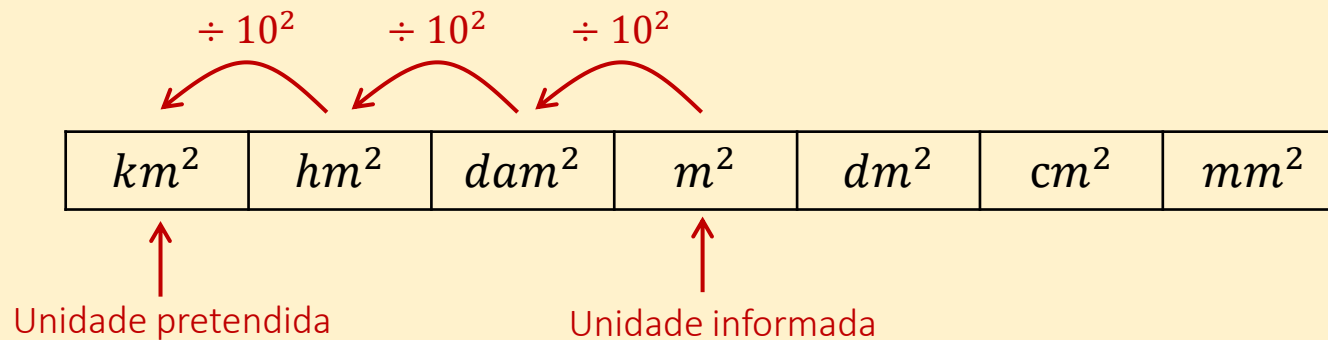
Exemplo: Converta:

(a) $1500m^2$ para km^2

(b) $230dam^3$ para mm^3

Solução:

(a)



Metros quadrados		Quilômetros quadrados
1500	\longleftrightarrow	$1500 \cdot 10^{-6}$
1500	\longleftrightarrow	$1500 \cdot 0,000001$
1500	\longleftrightarrow	0,0015

Resposta: **1500** metros quadrados equivalem a **0,0015** quilômetros quadrados.

Conversões de unidades de medida

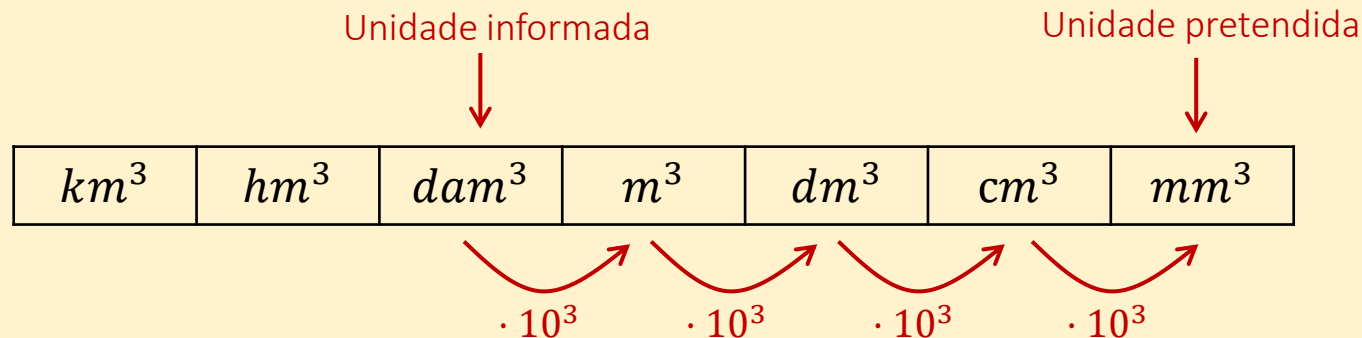
Exemplo: Converta:

(a) $1500m^2$ para km^2

(b) $230dam^3$ para mm^3

Solução:

(b)



Decâmetros Cúbicos

Milímetros Cúbicos

230	↔	$230 \cdot 10^{12}$
230	↔	$230 \cdot 1000000000000$
230	↔	$230.000.000.000.000$

Resposta: **230** decâmetros cúbicos equivalem a **230.000.000.000.000** milímetros cúbicos.

Exercícios Propostos



Exercícios

1) Calcule as seguintes potências:

(a) $(-2)^3$

(c) -2^2

(e) $(-2)^{-2}$

(g) 3^{2^3}

(b) $(-2)^2$

(d) 2^{-2}

(f) -3^{-3}

(h) $(3^2)^3$

2) Calcule as seguintes potências:

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

(c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

(e) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

(g) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

(b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$

(d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

(f) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$

(h) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

3) Efetue os seguintes produtos:

(a) $25 \cdot 10^5$

(e) $3 \cdot 10^{-2}$

(b) $(3,2) \cdot 10^4$

(f) $452 \cdot 10^{-5}$

(c) $(0,041) \cdot 10^2$

(g) $(7,02) \cdot 10^{-3}$

(d) $(0,0243) \cdot 10^7$

(h) $224,5 \cdot 10^{-1}$

Exercícios



4) Efetue as seguintes conversões:

(a) 512 hectômetros para metros;

(b) 1255 decímetros para decâmetros;

(c) 1,2 quilômetros para centímetros;

(d) 0,230 decâmetros para decímetros;

(e) $(1,7) \cdot 10^5$ milímetros para metros;

(f) 1200 metros quadrados para hectômetros quadrados;

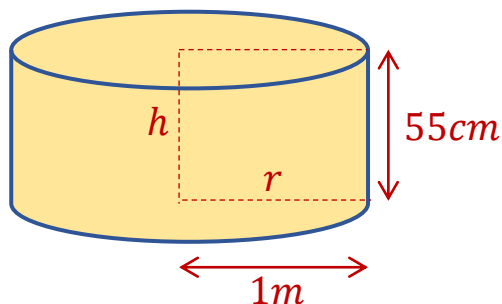
(g) 1,25 decâmetros quadrados para metros quadrados;

(h) 3,42 metros cúbicos para decímetros cúbicos;

Exercícios

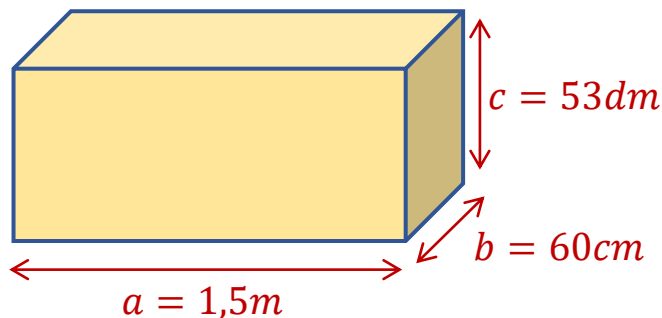
5) O **metro cúbico**, no Sistema Internacional de Unidade (SI), é a unidade fundamental para o cálculo do volume/capacidade. Sabendo que 1 litro equivale a 1 decímetro cúbico, determine a capacidade, em litros, dos seguintes reservatórios:

(a)

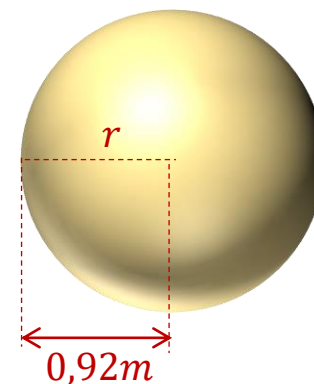


Utilizar $\pi \cong 3,14$

(b)



(c)



Utilizar $\pi \cong 3,14$

Exercícios



6) Calcule as seguintes potências:

(a) $3^5 \cdot 3^{-3}$

(b) $(-5)^{2^3}$

(c) $(-4)^{2+5}$

(d) $(-\frac{1}{3})^4$

(e) $((-5)^2)^3$

(f) $(-5^2)^3$

(g) $\left(\left(-\frac{1}{5}\right)^3\right)^{2-3}$

(h) $\left(\frac{2^3}{5}\right)^3$

(i) $((-6)^3)^5 \cdot (-216)^{-7+2}$

(j) $\left(\frac{5^3}{5^6}\right)$

Exercícios



7) Calcule os seguintes produtos:

(a) $3,75 \cdot 10^3$

(b) $49 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-1}$

(c) $0,005 \cdot 10^2$

(d) $10007,06 \cdot 10^{-3}$

(e) $0,1005 \cdot 10^4$

(f) $65345,7 \cdot 10^{-5}$

(g) $0,120005 \cdot 10^1$

(h) $0,007 \cdot 10^{-2}$

(i) $2,504 \cdot 10^7$

(j) $679 \cdot 10^{-1}$

8) Efetue as conversões de unidades como solicitado em cada letra:

(a) $25 \cdot 10^{-3} \text{ hm} \rightarrow \text{m}$

(b) $0,0000012 \text{ Tm} \rightarrow \text{m}$

(c) $2005 \text{ cm} \rightarrow \text{km}$

(d) $2 \text{ dam} \rightarrow \text{cm}$

(e) $37 \cdot 10^3 \text{ mm} \rightarrow \text{dm}$

(f) $1 \cdot 10^9 \text{ pm} \rightarrow \mu\text{m}$

(g) $342 \mu\text{m}^2 \rightarrow \text{nm}^2$

(h) $100 \text{ km}^3 \rightarrow \text{m}^3$

(i) $49 \cdot 10^6 \text{ Mm} \rightarrow \text{Gm}$

(j) $999,8 \text{ hm} \rightarrow \text{dam}$

Exercícios



9) Sabendo que 1L (um litro) equivale a $1dm^3$, quantos litros possui um reservatório d'água de $50m^3$? Foram consumidos $25000cm^3$ de água do reservatório. Quantos litros restaram?

Respostas

Exercício 1:

a) -8

b) 4

c) -4

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{4}$

f) $-\frac{1}{27}$

g) 6561

h) 729

Exercício 2:

a) $\frac{8}{27}$

b) $-\frac{27}{64}$

c) $\frac{9}{16}$

d) $\frac{9}{4}$

e) $\frac{2}{3}$

f) 64

g) $-\frac{27}{8}$

h) 9

Exercício 3:

a) 2500000

b) 32000

c) $4,1$

d) 243000

e) $0,03$

f) $0,00452$

g) $0,00702$

h) $22,45$

Exercício 4:

a) 51.200

b) $12,55$

c) 120.000

d) 23

e) 170

f) $0,12$

g) 125

h) 3.420

Exercício 5:

a) Volume $\cong 1.727$ litros

b) Volume $\cong 4.770$ litros

c) Volume $\cong 3.260,11$ litros

Exercício 6:

a) 9

b) 390625

c) -16384

d) $\frac{1}{81}$

e) 15625

f) -15625

g) -125

h) $\frac{512}{125}$

i) 1

j) $\frac{1}{125}$

Respostas

Exercício 7:

a) 3750

b) 490

c) 0,5

d) 10,00706

e) 1005

f) 0,653457

g) 1,20005

h) 0,00007

i) 25040000

j) 67,9

Exercício 8:

a) 2,5 m

b) 1200000 m

c) 0,02005 km

d) 2000 cm

e) 370 dm

f) 1000 μm

g) $342 \cdot 10^6 \text{ nm}^2$

h) $1 \cdot 10^{11} \text{ m}^3$

i) $49 \cdot 10^3 \text{ Gm}$

j) 9998 dam

Exercício 9:

50000 litros, 49975 litros.

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 03

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Raízes em \mathbb{R}

Dados $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$ tal que $n \geq 2$, definimos a **raiz enésima** como:

$$\sqrt[n]{b} = a \text{ se, e somente se, } a^n = b.$$

Índice

Radicando

Propriedades das Raízes

Raiz como expoente fracionário

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Exemplo:

$$\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$$

Potência de raiz

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplo:

$$(\sqrt{x})^6 = \sqrt{x^6}$$

Exemplo:

$$(\sqrt[5]{3})^2 = \sqrt[5]{9}$$

Produto de raízes de mesmo índice

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Exemplo:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

Exemplo:

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{2b}$$

Raiz de raiz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Quociente de raízes de mesmo índice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2}$$

Exemplo:

$$\sqrt[5]{\sqrt{x}} = \sqrt[10]{x}$$

Exemplo:

$$\frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{6}{5}}$$

Exemplo:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Raízes em \mathbb{R}

Exemplo: Calcule:

(a) $\sqrt{1024}$ (b) $\sqrt[5]{32}$ (c) $(-8)^{\frac{1}{3}}$ (d) $16^{\frac{3}{2}}$ (e) $\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$

Solução: Utilizando a definição de raiz e suas propriedades, tem-se:

$$(a) \sqrt{1024} = \sqrt{2^{10}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5 = 32$$

$$(b) \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$(c) (-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$(d) 16^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{16^3} = \sqrt{(2^4)^3} = \sqrt{2^{12}} = 2^{\frac{12}{2}} = 2^6 = 64$$

$$(e) \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}} = (81)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

Raízes em \mathbb{R}

Exemplo: Simplifique ao máximo:

(a) $\sqrt{24}$ (b) $\sqrt[3]{32}$ (c) $\sqrt[4]{512}$

Solução: Utilizando a definição de raiz e suas propriedades, tem-se:

$$(a) \sqrt{24} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$$

$$(b) \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{4}$$

$$(c) \sqrt[4]{512} = \sqrt[4]{2^9} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{2} = 4\sqrt[4]{2}$$

Racionalização

Racionalizar uma fração significa multiplicar e dividir a fração por um **fator racionalizante** de modo a simplificar as raízes do denominador.

Os casos mais comuns de racionalização são os seguintes:

Caso 1: o denominador é uma raiz quadrada.

Neste caso, o fator racionalizante é a própria raiz quadrada que aparece no denominador.

Exemplo	Fator	Forma racionalizada
$\frac{1}{\sqrt{a}}$	\sqrt{a}	$\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{2}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{6}$	$\frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Racionalização

Caso 2: o denominador é uma raiz de índice n .

Neste caso, se no denominador há a raiz $\sqrt[n]{a^m}$, o fator racionalizante será $\sqrt[n]{a^{n-m}}$.

Exemplo	Fator	Forma racionalizada
$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$	$\sqrt[n]{a^{n-m}}$	$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$
$\frac{1}{\sqrt[5]{7^2}}$	$\sqrt[5]{7^3}$	$\frac{1}{\sqrt[5]{7^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^3}} = \frac{\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^5}} = \frac{\sqrt[5]{7^3}}{7} = \frac{\sqrt[5]{343}}{7}$
$-\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$	$\sqrt[3]{2^2}$	$-\frac{3}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = -\frac{3\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = -\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$
$\frac{5}{\sqrt[4]{8}}$	$\sqrt[4]{2}$	$\frac{5}{\sqrt[4]{8}} = \frac{5}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{5}{\sqrt[4]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{5\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{5\sqrt[4]{2}}{2}$

Racionalização

Caso 3: o denominador é uma soma/diferença envolvendo uma raiz quadrada.
Neste caso, o fator racionalizante será o “conjugado” do denominador.

Exemplo	Fator	Forma racionalizada
$\frac{1}{\sqrt{a} + b}$	$\sqrt{a} - b$	$\frac{1}{\sqrt{a} + b} \cdot \frac{\sqrt{a} - b}{\sqrt{a} - b} = \frac{\sqrt{a} - b}{(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a} \cdot b + \sqrt{a} \cdot b - b^2} = \frac{\sqrt{a} - b}{a - b^2}$
$\frac{1}{\sqrt{a} - b}$	$\sqrt{a} + b$	$\frac{1}{\sqrt{a} - b} \cdot \frac{\sqrt{a} + b}{\sqrt{a} + b} = \frac{\sqrt{a} + b}{(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a} \cdot b + \sqrt{a} \cdot b - b^2} = \frac{\sqrt{a} + b}{a - b^2}$
$\frac{3}{\sqrt{2} + 1}$	$\sqrt{2} - 1$	$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - (1)^2} = \frac{3\sqrt{2} - 3}{2 - 1} = 3\sqrt{2} - 3$
$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 2}$	$\sqrt{7} + 2$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} - 2} \cdot \frac{\sqrt{7} + 2}{\sqrt{7} + 2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{7} + 2)}{(\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - (2)^2} = \frac{\sqrt{35} + 2\sqrt{5}}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - \sqrt{2}\sqrt{3} + -\sqrt{2}\sqrt{3} - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

Racionalização

Exemplo: Racionalize as frações:

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{2}{3\sqrt{5}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt[5]{9}}$ (e) $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$ (f) $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$

Solução:

(a)
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(b)
$$\frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \frac{2\sqrt{5}}{15}.$$

(c)
$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}.$$

(d)
$$\frac{2}{\sqrt[5]{9}} = \frac{2}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{2}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{2\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{2\sqrt[5]{3^3}}{3} = \frac{2\sqrt[5]{27}}{3}.$$

Racionalização

Exemplo: Racionalize as frações:

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $\frac{2}{3\sqrt{5}}$

(c) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

(d) $\frac{2}{\sqrt[5]{9}}$

(e) $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$

(f) $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$

Solução:

(e)

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2}} = \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \cdot \frac{3 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} = \frac{3 + \sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3 + \sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}.$$

(f)

$$\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{2})}{1^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2} - 2}{-1} = 2 - \sqrt{2}.$$

Exercícios Propostos



Exercícios



1) Simplifique os radicais.

(a) $\sqrt{576}$ (b) $\sqrt[3]{64}$ (c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt[3]{27}$

2) Reduza os radicais a seguir e efetue as operações indicadas em cada caso.

(a) $\sqrt{2} - \sqrt{8}$ (c) $\sqrt{125} + \sqrt{20} - \sqrt{45}$
(b) $\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27}$ (d) $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

3) Calcule cada produto abaixo:

(a) $(2\sqrt{5} + 8)(\sqrt{5} - 1)$ (c) $(\sqrt{6} - 2)(9 - \sqrt{6})$
(b) $(-5 + 3\sqrt{2})(4 - \sqrt{2})$ (d) $(1 - 2\sqrt{7})(1 + 2\sqrt{7})$

4) Calcule o valor numérico da expressão

$$8^{\frac{1}{2}} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} - 32^{\frac{1}{2}} + 128^{\frac{1}{2}} - \sqrt{32}$$

Exercícios



5) Efetue as operações com as raízes

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$

(c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{18}$

(b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{6}$

(d) $\sqrt{6} \div \sqrt{3}$

6) Introduza cada expressão a seguir em um só radical:

(a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5}$

(c) $\sqrt[3]{40} \div \sqrt{2}$

(b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{2}$

(d) $\sqrt{8} \div \sqrt[3]{16}$

7) Determine o valor de x na expressão

$$x = \sqrt{7 + \sqrt[3]{6 + \sqrt[4]{16}}}$$

Exercícios



8) Racionalize as frações abaixo:

(a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(b) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

(c) $\frac{\sqrt{x}}{y\sqrt{y}}$

9) Racionalize as frações abaixo:

(a) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$

(b) $\frac{2}{\sqrt[4]{8}}$

(c) $\frac{xy}{\sqrt[5]{x^2y^3}}$

10) Racionalize as frações abaixo:

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

(c) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$

(b) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

(d) $\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$

Exercícios



11) Simplifique os radicais.

(a) $\sqrt{24}$

(b) $\sqrt{75}$

(c) $\sqrt[3]{250}$

(d) $\sqrt[5]{-972}$

12) Reduza os radicais e calcule o valor numérico das expressões.

(a) $\sqrt{3} + \sqrt{48}$

(b) $3\sqrt{32} + 2\sqrt{8} - 2\sqrt{18}$

(c) $\sqrt{28} - 10\sqrt{7}$

(d) $6\sqrt{3} + \sqrt{75}$

(e) $\sqrt{98} + 5\sqrt{18}$

(f) $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27}$

(g) $\sqrt{12} - 9\sqrt{3} + \sqrt{75}$

(h) $5\sqrt{180} + \sqrt{245} - 17\sqrt{5}$

13) Efetue as operações com raízes:

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$

(b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{10}$

(c) $\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{10}$

(d) $\sqrt[4]{15} \div \sqrt[4]{5}$

(e) $(\sqrt{2} - 2) \cdot (3 - \sqrt{2})$

(f) $(7\sqrt{7} + 1) \cdot (\sqrt{7} - 1)$

Exercícios



14) Para cada expressão reduza a um só radical.

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16}$

(b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{15}$

(c) $\sqrt[3]{25} \div \sqrt[4]{2}$

(d) $\sqrt[3]{10} \div \sqrt[5]{3}$

15) Racionalize as frações abaixo:

(a) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

(b) $\frac{2}{\sqrt{18}}$

(c) $\frac{1}{10\sqrt{7}}$

(d) $\frac{5}{\sqrt[5]{25}}$

(e) $\frac{1}{\sqrt{3} + 5}$

(f) $\frac{2}{2\sqrt{2} - 1}$

Respostas

Exercício 1:

a) 24

b) 4

c) $2\sqrt{3}$

d) $4\sqrt[3]{2}$

Exercício 2:

a) $-\sqrt{2}$

b) 0

c) $4\sqrt{5}$

d) $10\sqrt[3]{2}$

Exercício 3:

a) $2 + 6\sqrt{5}$

b) $17\sqrt{2} - 26$

c) $11\sqrt{6} - 24$

d) -27

Exercício 4:

$4\sqrt{2}$

Exercício 5:

a) 6

b) $2\sqrt[3]{3}$

c) 6

d) $\sqrt{2}$

Exercício 6:

a) $\sqrt[6]{3^3 5^2}$

b) $\sqrt[12]{2^{11}}$

c) $\sqrt[6]{2^3 5^2}$

d) $\sqrt[6]{2}$

Exercício 7:

$x = 3$

Exercício 8:

a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

c) $\frac{\sqrt{xy}}{y^2}$

Exercício 9:

a) $\sqrt[3]{9}$

b) $\sqrt[4]{2}$

c) $\sqrt[5]{x^3 y^2}$

Exercício 10:

a) $\sqrt{2} + 1$

b) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

c) $\frac{-3\sqrt{2} - 4}{2}$

d) $\frac{4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2}$

Exercício 11:

a) $2\sqrt{6}$

b) $5\sqrt{3}$

c) $5\sqrt[3]{2}$

d) $-3\sqrt[5]{4}$

Respostas

Exercício 12:

a) $5\sqrt{3}$

b) $10\sqrt{2}$

c) $-8\sqrt{7}$

d) $11\sqrt{3}$

e) $22\sqrt{2}$

f) $4\sqrt{3}$

g) $-2\sqrt{3}$

h) $20\sqrt{5}$

Exercício 13:

a) $\sqrt{14}$

b) $\sqrt[3]{50}$

c) $\sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt[4]{3}$

e) $5\sqrt{2} - 8$

f) $-6\sqrt{7} + 48$

Exercício 14:

a) $\sqrt[6]{2^3 \cdot 16^2}$

b) $\sqrt[6]{5^3 \cdot 15^2}$

c) $\sqrt[12]{\frac{25^4}{2^3}}$

d) $\sqrt[15]{\frac{10^5}{3^3}}$

Exercício 15:

a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{18}}{9}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{70}$

d) $\sqrt[5]{125}$

e) $\frac{-\sqrt{3}+5}{22}$

f) $\frac{4\sqrt{2}+2}{7}$

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 04

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Fatoração

De maneira geral, **fatorar** uma expressão significa escrevê-la como um produto de dois ou mais fatores.

Estudaremos a seguir os casos mais comuns de fatoração de expressões algébricas.

Fatoração por fator comum em evidência

$$mx \pm my = m(x \pm y)$$

Prova da fórmula:

$$m(x + y) = mx + my$$

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

- (a) $7x + 7y$ (b) $10m - 25n$ (c) $2m - 4n + 10$ (d) $x^5 + 3x^2$

Solução:

- (a) $7x + 7y = 7(x + y)$ (c) $2m - 4n + 10 = 2(m - 2n + 5)$
 (b) $10m - 25n = 5(2m - 5n)$ (d) $x^5 + 3x^2 = x^2(x^3 + 3)$

Fatoração

Fatoração por agrupamento

$$mx + my + nx + ny = (m + n)(x + y)$$

Prova da fórmula:

$$(m + n)(x + y) = mx + my + nx + ny$$

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

(a) $xy + 2x + 5y + 10$

(b) $2xy^2 + 4xy - 6y^2 - 12y$

Solução:

(a)

$$\begin{aligned} & xy + 2x + 5y + 10 \\ &= x(y + 2) + 5(y + 2) = (x + 5)(y + 2) \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} 2xy^2 + 4xy - 6y^2 - 12y &= 2[xy^2 + 2xy - 3y^2 - 6y] \\ &= 2[x(y^2 + 2y) - 3(y^2 + 2y)] \\ &= 2(x - 3)(y^2 + 2y) = 2y(x - 3)(y + 2). \end{aligned}$$

Produtos notáveis

Primeiro caso de produtos notáveis:

Quadrado da soma de dois termos

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Prova da fórmula:

$$(x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + \underbrace{xy + yx}_{2xy} + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Diagrama de prova da fórmula:

- Red arrows show the expansion of $(x + y) \cdot (x + y)$ into $x^2 + xy + yx + y^2$.
- Red arrows point from the terms in the final formula to their descriptions:
 - x^2 : quadrado da soma de dois termos
 - $2xy$: mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo
 - y^2 : quadrado do segundo

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

(a) $x^2 + 4x + 4$

(b) $x^2 + 6xy + 9y^2$

(c) $4m^2 + 28m + 49$

Solução:

(a) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x(2) + 2^2 = (x + 2)^2.$

(b) $x^2 + 6xy + 9y^2 = x^2 + 2x(3y) + (3y)^2 = (x + 3y)^2.$

(c) $4m^2 + 28m + 49 = (2m)^2 + 2(2m)(7) + (7)^2 = (2m + 7)^2.$

Produtos notáveis

Segundo caso de produtos notáveis:

Quadrado da diferença de dois termos

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Prova da fórmula:

$$(x - y)^2 = (x - y) \cdot (x - y) = x^2 - \underbrace{xy - yx}_{-2xy} + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Diagrama de prova da fórmula:

- Red arrows show the multiplication of $(x - y) \cdot (x - y)$ using the distributive property.
- Red arrows point from the terms in the final expression to their descriptions:
 - x^2 : quadrado da diferença de dois termos
 - $-2xy$: menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo
 - y^2 : quadrado do segundo

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

(a) $x^2 - 6x + 9$

(b) $x^2 - 4xy + 4y^2$

(c) $x^2 - 2x\sqrt{3} + 3$

Solução:

(a) $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2x(3) + 3^2 = (x - 3)^2.$

(b) $x^2 - 4xy + 4y^2 = x^2 - 2x(2y) + (2y)^2 = (x - 2y)^2.$

(c) $x^2 - 2x\sqrt{3} + 3 = x^2 - 2x(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})^2.$

Produtos notáveis

Terceiro caso de produtos notáveis:

Diferença de dois quadrados

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Prova da fórmula:

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - \cancel{xy} + \cancel{yx} - y^2 = x^2 - y^2$$

Produto da soma pela diferença de dois termos

quadrado do primeiro quadrado do segundo

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

(a) $x^2 - 9$

(b) $4y^2 - 25$

(c) $m^4 - 4$

Solução:

(a) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3).$

(b) $4y^2 - 25 = (2y + 5)(2y - 5).$

(c) $m^4 - 4 = (m^2 + 2)(m^2 - 2) = (m^2 + 2)(m + \sqrt{2})(m - \sqrt{2}).$

Produtos notáveis

Quarto caso de
produtos notáveis:

Diferença de dois cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$

Prova da fórmula:

$$(x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2) = x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{yx^2} - \cancel{xy^2} - y^3 = x^3 - y^3$$

Exemplo: Fatore as seguintes expressões:

(a) $x^3 - 27$

(b) $8n^3 - 125$

(c) $y^3 - 2$

Solução:

(a) $x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9).$

(b) $8n^3 - 125 = (2n - 5)(4n^2 + 10n + 25).$

(c) $y^3 - 2 = (y - \sqrt[3]{2})(y^2 + y\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}).$

Fatoração do trinômio do segundo grau

Um importante caso de fatoração é chamado de fatoração do **trinômio de segundo grau**.

$$ax^2 + bx + c$$

(trinômio pois há três termos na expressão e de segundo grau, pois o maior expoente é dois).

Fatoração do trinômio do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

x_1 e x_2 são as raízes da equação de segundo grau

Lembre que, para encontrar as raízes de uma equação de segundo grau, utiliza-se a **fórmula de Bháskara**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

fórmula de Bháskara

Fatoração do trinômio do segundo grau

Exemplo: Fatore a expressão $x^2 + 3x - 4$.

Solução: Neste caso, tem-se $a = 1$, $b = 3$ e $c = -4$.

Aplicando a fórmula de Bháskara, tem-se

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \searrow x_2 = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

Obtém-se duas raízes reais e distintas dadas por $x_1 = 1$ e $x_2 = -4$.

Reescrevendo o trinômio dado na forma fatorada, tem-se

$$x^2 + 3x - 4 = \underbrace{1}_a \cdot \underbrace{(x - 1)}_{x - x_1} \underbrace{(x + 4)}_{x - x_2} = (x - 1)(x + 4).$$

Fatoração do trinômio do segundo grau

Exemplo: Fatore a expressão $x^2 - 6x + 9$.

Solução: Neste caso, tem-se $a = 1$, $b = -6$ e $c = 9$.

Aplicando a fórmula de Bháskara, tem-se

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 0}{2} \begin{cases} \rightarrow x_1 = \frac{6 + 0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \rightarrow x_2 = \frac{6 - 0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Obtém-se duas raízes e idênticas $x_{1,2} = 3$.

Reescrevendo o trinômio dado na forma fatorada, tem-se

$$x^2 - 6x + 9 = \underbrace{1}_a \cdot \underbrace{(x - 3)}_{x - x_1} \underbrace{(x - 3)}_{x - x_2} = (x - 3)^2$$

Observação: Note que esta fatoração é um caso de trinômio quadrado perfeito.

Fatoração e produtos notáveis

Fator comum em evidência

$$mx + my = m(x + y)$$

Agrupamento

$$mx + my + nx + ny = (m + n)(x + y)$$

Fatoração por produtos notáveis

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Quadrado da soma
de dois termos

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Quadrado da diferença
de dois termos

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Produto da soma pela diferença
de dois termos

$$x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$

Diferença de dois cubos

Fatoração do trinômio do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

x_1 e x_2 são as raízes da equação
de segundo grau

Exercícios Propostos



Exercícios



1) Fatore cada expressão algébrica:

(a) $xy - x$

(b) $25xy - 5xy^2 + 15x^2y^2$

(c) $4y^6 + 4y^5 + y + 1$

(d) $2a^3 + 6ax - 3a^2b - 9bx$

(e) $3x^2y^2 - 12xy + 12$

(f) $y^4 - 6mxy^2 + 9m^2x^2$

(g) $9a^2x^2 - 6ab^3x + b^6$

(h) $100 - x^2y^2$

(i) $ax^2 - ay^2$

(j) $25x^3 - 16x$

(k) $x^2 - x - 12$

(l) $2x^2 - 6x + 4$

Exercícios



2) Fatore cada expressão algébrica:

(a) $4x - 3xy$

(b) $xy + y^2 - y$

(c) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y$

(d) $x^2 - 81$

(e) $100 - x^2$

(f) $x^2 - \frac{4}{25}$

(g) $1 - x^2y^2$

(h) $x^{10} - 100$

(i) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

(j) $y^2 + 10y + 25$

(k) $121x^2y^2 + 44xy + 4$

(l) $a^4 - b^4$

Respostas

Exercício 1:

a) $x(y - 1)$

b) $5xy(5 - y + 3xy)$

c) $(y + 1)(4y^5 + 1)$

d) $(a^2 + 3x)(2a - 3b)$

e) $3(xy - 2)^2$

f) $(y^2 - 3mx)^2$

g) $(3ax - b^3)^2$

h) $(10 - xy)(10 + xy)$

i) $a(x - y)(x + y)$

j) $x(5x - 4)(5x + 4)$

k) $(x + 3)(x - 4)$

l) $2(x - 1)(x - 2)$

Exercício 2:

a) $x(4 - 3y)$

b) $y(x + y - 1)$

c) $\frac{1}{3}(x + \frac{1}{2}y)$

d) $(x + 9)(x - 9)$

e) $(10 + x)(10 - x)$

f) $(x + \frac{2}{5})(x - \frac{2}{5})$

g) $(1 + xy)(1 - xy)$

h) $(x^5 + 10)(x^5 - 10)$

i) $(2x - 3y)^2$

j) $(y + 5)^2$

k) $(11xy + 2)^2$

l) $(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 05

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Expressões algébricas

Definição: Chama-se **expressão algébrica** toda expressão na qual estão presentes letras ou símbolos que denotam grandezas genéricas ou desconhecidas, que são chamadas de incógnitas ou variáveis.

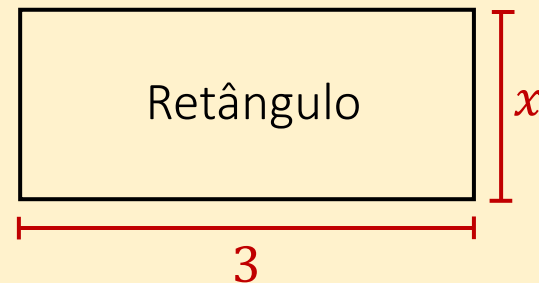
Exemplo: Considere um retângulo de base 3 m e altura $x\text{ m}$. Expresse a área e o perímetro desse retângulo.

Solução:

Neste caso, a área e o perímetro do retângulo são expressões algébricas com incógnita x .

$$A = 3 \cdot x$$

$$P = 2x + 6$$



Exemplo: Se V é uma quantia de dinheiro que uma pessoa possui e o custo de um refrigerante é $R\$ 2,00$ e de um pastel é $R\$ 3,00$; escreva uma expressão que calcule o troco que ela receberá ao comprar x refrigerantes e y pastéis.

Solução:

$$T = V - 2x - 3y$$

Neste caso, o valor do troco é uma expressão algébrica com incógnitas V , x e y .

Valor numérico

Definição: O **valor numérico** de uma expressão algébrica é obtido quando se substitui a incógnita por um número em particular.

Exemplo: Considere a expressão algébrica:

$$y = \frac{2m - n}{n + 2}.$$

Calcule o valor numérico desta expressão para

$$m = \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad n = -\frac{2}{5}.$$

Solução: Substituindo os valores atribuídos a m e n na expressão algébrica, obtém-se:

$$y = \frac{2m - n}{n + 2} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right)}{\left(-\frac{2}{5}\right) + 2} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{-2 + 10}{5}} = \frac{\frac{10 + 6}{15}}{\frac{8}{5}} = \frac{16}{15} \cdot \frac{5}{8} = \frac{2}{3}.$$

Simplificação de frações algébricas

Um caso particularmente interessante de expressões algébricas são as frações algébricas.

Exemplo: São exemplos de frações algébricas:

$$(a) \frac{y}{x} \quad (b) \frac{2}{xy} \quad (c) \frac{3x^2y^3}{z^3wt^5} \quad (d) \frac{x+y}{1+z} \quad (e) \frac{x^2+3xy-5}{2z-3}$$

As **simplificações de frações algébricas** são efetuadas de forma similar às efetuadas com frações numéricas, ou seja, podem ser simplificados somente os fatores comuns ao numerador e ao denominador da fração.

Exemplo: Simplifique a expressão:

$$\frac{15xy^3w^2}{20x^4y}$$

Solução:

$$\frac{15xy^3w^2}{20x^4y} = \frac{3y^2w^2}{4x^3}.$$

Simplificação de frações algébricas

Em alguns casos pode ser extremamente útil utilizar fatoração e produtos notáveis para simplificar uma fração algébrica.

Exemplo: Simplifique as expressões:

$$(a) \frac{x^2 - y^2}{4x + 4y}$$

$$(b) \frac{m^2 - 2mn + n^2}{m^2 - n^2}$$

$$(c) \frac{x^3y - 2x^2y^2}{x^2 - 4xy + 4y^2}$$

Solução:

$$(a) \frac{x^2 - y^2}{4x + 4y} = \frac{(x + y)(x - y)}{4(x + y)} = \frac{x - y}{4}.$$

$$(b) \frac{m^2 - 2mn + n^2}{m^2 - n^2} = \frac{(m - n)(m - n)}{(m - n)(m + n)} = \frac{m - n}{m + n}.$$

$$(c) \frac{x^3y - 2x^2y^2}{x^2 - 4xy + 4y^2} = \frac{x^2y(x - 2y)}{(x - 2y)(x - 2y)} = \frac{x^2y}{x - 2y}.$$

Multiplicação/divisão de frações algébricas

Assim como foi definida a multiplicação/divisão/potências de números racionais, efetua-se a **multiplicação/divisão/potências de frações algébricas**.

Exemplo. Calcule:

$$(a) \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x-2}{3x+1}$$

$$(b) \frac{3-x}{x^2+x} \div \frac{2x^2}{x+1}$$

$$(c) \left(\frac{x+2}{2y} \right)^{-2}$$

Solução:

(a)

$$\frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x-2}{3x+1} = \frac{3x(x-2)}{(x+1)(3x+1)} = \frac{3x^2 - 6x}{3x^2 + x + 3x + 1} = \frac{3x^2 - 6x}{3x^2 + 4x + 1}.$$

(b)

$$\frac{3-x}{x^2+x} \div \frac{2x^2}{x+1} = \frac{3-x}{x^2+x} \cdot \frac{x+1}{2x^2} = \frac{3-x}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{2x^2} = \frac{3-x}{2x^3}.$$

(c)

$$\left(\frac{x+2}{2y} \right)^{-2} = \left(\frac{2y}{x+2} \right)^2 = \frac{(2y)^2}{(x+2)^2} = \frac{4y^2}{x^2 + 4x + 4}.$$

Soma/subtração de frações algébricas

Assim como foi definida a soma/subtração de frações, efetua-se a **soma/subtração de frações algébricas**. Observe que o método para encontrar o *mmc* dos denominadores é bastante similar ao utilizado para números racionais.

Exemplo: Calcule:

$$(a) \frac{2x - 3}{x} - \frac{2}{3x}$$

$$(b) \frac{x + 2}{2x} - \frac{x - 1}{3x^2} + \frac{2x - 1}{6x}$$

Solução: (a) Como $mmc(x, 3x) = 3x$, tem-se

$$\frac{2x - 3}{x} - \frac{2}{3x} = \frac{3(2x - 3) - 2}{3x} = \frac{6x - 9 - 2}{3x} = \frac{6x - 11}{3x}.$$

(b) Como $mmc(2x, 3x^2, 6x) = 6x^2$, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{x + 2}{2x} - \frac{x - 1}{3x^2} + \frac{2x - 1}{6x} &= \frac{3x(x + 2) - 2(x - 1) + x(2x - 1)}{6x^2} \\ &= \frac{3x^2 + 6x - 2x + 2 + 2x^2 - x}{6x^2} = \frac{5x^2 + 3x + 2}{6x^2}. \end{aligned}$$

Soma/subtração de frações algébricas

Exemplo. Calcule:

$$(a) \frac{x+2}{2x} + \frac{3}{x-1}$$

$$(b) \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - \frac{5x-1}{3x}$$

Solução:

(a) Como $mmc(2x, x-1) = 2x(x-1)$, tem-se

$$\frac{x+2}{2x} + \frac{3}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1) + 3(2x)}{2x(x-1)} = \frac{x^2 + x - 2 + 6x}{2x^2 - 2x} = \frac{x^2 + 7x - 2}{2x^2 - 2x}.$$

(b) Como $mmc(x^2-4, x-2, 3x) = 3x(x^2-4)$, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - \frac{5x-1}{3x} &= \frac{3x(x+1) - 2(3x)(x+2) - (5x-1)(x^2-4)}{3x(x^2-4)} \\ &= \frac{3x^2 + 3x - 6x^2 - 12x - 5x^3 + 20x + x^2 - 4}{3x(x^2-4)} = \frac{-5x^3 - 2x^2 + 11x - 4}{3x^3 - 12x}. \end{aligned}$$

Exercícios Propostos



Exercícios



- 1) Considere um pedaço de cartolina retangular de lados $x \text{ cm}$ e $y \text{ cm}$. Deseja-se montar uma caixa, em forma de paralelepípedo retângulo, sem a tampa de cima com esta cartolina. Para isto, de cada ponta do retângulo vai-se tirar um quadrado de lado 2 cm (estamos então considerando $x > 4$ e $y > 4$). Com estas informações, monte a expressão que informa o volume dessa caixa.

2) Em cada caso, calcule o valor numérico:

(a) $M = 3xy - y$, para $x = -\frac{1}{2}$ e $y = -\frac{2}{5}$

(b) $M = \frac{x+2y}{y-x}$, para $x = \frac{2}{3}$ e $y = -\frac{1}{7}$

Exercícios

3) Simplifique cada fração algébrica:

$$(a) \frac{20x^3y^2z^4}{15x^6y^6z}$$

$$(d) \frac{xy + y + 5x + 5}{3y + 15}$$

$$(b) \frac{x - 5}{x^2 - 25}$$

$$(e) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(c) \frac{x^2 - y^2}{xy + y^2}$$

$$(f) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$$

4) Efetue as operações seguintes e simplifique:

$$(a) \left(\frac{-4m^2n^5p}{3r^2t^7} \right)^2$$

$$(c) \frac{x + y}{7x - 7y} \div \frac{x^2 + xy}{7x}$$

$$(b) \frac{x + 3}{x - 4} \cdot \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 9}$$

$$(d) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \div \left(\frac{x}{y} + 1 \right)$$

Exercícios

5) Efetue as operações seguintes e simplifique:

$$(a) \frac{4x^2 - 7xy}{3x^2} + \frac{8y^2 - 3x}{6x} - \frac{5}{12}$$

$$(b) \frac{5}{2x + 2} - \frac{7}{3x - 3} + \frac{1}{6x - 6}$$

$$(c) \frac{x + 1}{2x - 2} - \frac{x - 1}{2x + 2} + \frac{4x}{x^2 - 1}$$

$$(d) \frac{4t^2}{t^2 - s^2} - \frac{t - s}{t + s} + \frac{t + s}{t - s}$$

6) Simplifique a seguinte expressão:

$$\frac{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}}$$

Exercícios



7) Peça a um amigo para pensar em um número, multiplicá-lo por 3, somar 6, multiplicar por 4 e dividir por 12, dizendo para você o resultado final. Você pode então “adivinhar” qual o número em que seu amigo pensou. Parece mágica, não é? Como isto é possível?

8) Determine o valor da expressão $a^{-3} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot c^{-1}$, quando $a = -1$, $b = -8$ e $c = \frac{1}{4}$

9) Calcule o valor numérico de cada expressão abaixo:

(a) $M = x^2y - y^2$, para $x = 2$ e $y = -1$

(b) $M = \frac{(x+y)^{-1}}{x^{-1}+y^{-1}}$, para $x = -\frac{2}{5}$ e $y = 5$

Exercícios



10) Simplifique cada fração algébrica:

$$(a) \frac{a - 2x}{2bx - ab}$$

$$(d) \frac{x^4 - 1}{x^4 + 2x^2 + 1}$$

$$(b) \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^2 - 4y^2}$$

$$(e) \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + 4x}$$

$$(c) \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$(f) \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1}$$

Exercícios

11) Efetue as operações seguintes e simplifique:

$$(a) \frac{x^4 - 256}{x^2 + xy + 4x + 4y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{2x - 8}$$

$$(b) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x - y} \div \frac{x + y}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$(c) \left(1 + \frac{x - a}{x + a}\right) \div \left(1 - \frac{x - a}{x + a}\right)$$

$$(d) \frac{m^2 - 36}{x^2 y^2} \div \frac{2m + 12}{xy^2}$$

$$(e) \left(\frac{3x^{\frac{3}{2}} y^3}{x^2 y^{-\frac{1}{2}}} \right)^{-2}$$

$$(f) \frac{2}{a + b} \div \frac{4}{ax + bx}$$

Exercícios



12) Calcule o valor numérico de cada expressão abaixo:

(a) $M = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x}}$, para $x = 4$

(b) $M = x^2 - 2xy + y^2$, para $x = -1$ e $y = \frac{1}{4}$

(c) $M = \sqrt{\frac{a^2 + ax}{y}}$, para $\alpha = 8$, $x = 10$ e $y = 9$

(d) $M = \frac{y + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{y}}$, para $x = 10$ e $y = 5$

13) Simplifique cada fração algébrica

(a) $\frac{ac - c}{c^2 - c}$

(b) $\frac{3x + 3y}{3 - 3a}$

(c) $\frac{a^2 - b^2}{a^3 - a^2 b}$

(d) $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$

Exercícios



14) Efetue as operações seguintes e simplifique:

$$(a) \frac{x+y}{y} - \frac{y}{x+y} - \frac{2x}{x+y}$$

$$(b) \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1}$$

$$(c) \frac{x}{a+1} \div \frac{x^4}{a^2-1}$$

$$(d) \frac{a^2-1}{x^2-y^2} \div \frac{a^2-2a+1}{3x+3y}$$

$$(e) \frac{m^2-36}{x^2y^2} \div \frac{2m+12}{xy^2}$$

$$(f) \frac{3a^4}{x^7+x^6} \div \frac{9a^4}{2x+2}$$

Respostas

Exercício 1:

$$V = 2 \cdot (x - 4) \cdot (y - 4)$$

Exercício 2:

a) $M = 1$

b) $M = -\frac{8}{17}$

Exercício 3:

a) $\frac{4z^3}{3x^3y^4}$ e) $\frac{x+y}{x-y}$

b) $\frac{1}{x+5}$ f) $\frac{x-2}{x+3}$

c) $\frac{x-y}{y}$

d) $\frac{x+1}{3}$

Exercício 4:

a) $\frac{16m^4n^{10}p^2}{9r^4t^{14}}$

b) $\frac{(x-4)}{(x-3)}$

c) $\frac{1}{x-y}$

d) $1 - \frac{y}{x}$

Exercício 5:

a) $\frac{5x - 28y + 16y^2}{12x}$

b) $\frac{x-14}{3(x-1)(x+1)}$

c) $\frac{6x}{(x-1)(x+1)}$

d) $\frac{4t}{t-s}$

Exercício 6:

$$\frac{(x-y)(x^2+y^2)}{x+y}$$

Exercício 7:

O resultado é $y = x + 2$,
então o número pensado é $x =$
 $y - 2$, pois $y = \frac{(3x+6) \cdot 4}{12}$

Exercício 8:

$$8$$

Exercício 9:

a) $M = -5$

b) $M = -\frac{50}{23^2}$

Respostas



Exercício 10:

- a) $-\frac{1}{b}$
- b) $\frac{x-2y}{x+2y}$
- c) $\frac{x+y}{x-y}$
- d) $\frac{x^2-1}{x^2+1}$
- e) $\frac{x-3}{2x}$
- f) $\frac{x+5}{x-1}$

Exercício 11:

- a) $\frac{(x^2+16)(x-y)}{2}$
- b) $(x-y)(x+y)$
- c) $\frac{x}{a}$
- d) $\frac{m-6}{2x}$
- e) $\frac{x}{9y^7}$
- f) $\frac{x}{2}$

Exercício 12:

- a) 4
- b) $\frac{25}{16}$
- c) 4
- d) $\frac{1}{2}$

Exercício 13:

- a) $\frac{a-1}{c-1}$
- b) $\frac{x+y}{1-a}$
- c) $\frac{a+b}{a^2}$
- d) $\frac{x-4}{x+4}$

Exercício 14:

- a) $\frac{x^2}{y(x+y)}$
- b) $\frac{2}{x+1}$
- c) $\frac{a-1}{x^3}$
- d) $\frac{3(a+1)}{(x-y)(a-1)}$
- e) $\frac{m-6}{2x}$
- f) $\frac{2}{3x^6}$

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.



Universidade Federal de Pelotas

Instituto de Física e Matemática

Pró-Reitoria de Ensino



Atividades de Revisão em Matemática

Módulo de

Matemática Básica I

Aula 06

Projeto

GAMA

Grupo de Apoio em
Matemática

Polinômios

Definição: Chama-se um polinômio de grau n na variável x a expressão $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, onde a_1, a_2, \dots, a_n são os coeficientes do polinômio com $a_n \neq 0$.

Exemplos:

$$p(x) = 3x^3 - 5x + 1 \quad \text{polinômio de grau três, ou de terceiro grau.}$$

$$q(x) = -x^5 + 2x^2 \quad \text{polinômio de grau cinco, ou de quinto grau.}$$

$$v(x) = 8 \quad \text{polinômio de grau zero.}$$

Operações com polinômios

Para **somar dois polinômios** somam-se os coeficientes dos termos de mesmo grau.

O mesmo é feito ao efetuar a **diferença de dois polinômios**.

Exemplo: Dados os polinômios

$$p(x) = 3x^4 - x^3 - 5x + 1 \text{ e } q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 7$$

Calcule:

(a) a soma $p(x) + q(x)$

(b) a diferença $p(x) - q(x)$

Solução:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad p(x) + q(x) &= (3x^4 - x^3 - 5x + 1) + (2x^3 - x^2 + 3x - 7) \\ &= 3x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad p(x) - q(x) &= (3x^4 - x^3 - 5x + 1) - (2x^3 - x^2 + 3x - 7) \\ &= (3x^4 - x^3 - 5x + 1) - 2x^3 + x^2 - 3x + 7 \\ &= 3x^4 - x^3 - 2x^3 + x^2 - 5x - 3x + 1 + 7 \\ &= 3x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 8. \end{aligned}$$

Operações com polinômios

Já para efetuar o **produto de polinômios** usamos propriedades distributivas, regras de sinais e propriedades de potência dos expoentes de x .

Exemplo: Calcule:

(a) $x \cdot (x - 1)$ (b) $(x + 1) \cdot (2x - x^2)$ (c) $(x^2 - 3x + 1) \cdot (x^2 - x)$

Solução:

(a)

$$x \cdot (x - 1) = x^2 - x.$$

(b)

$$(x + 1) \cdot (2x - x^2) = 2x^2 - x^3 + 2x - x^2 = -x^3 + x^2 + 2x.$$

(c)

$$\begin{aligned} (x^2 - 3x + 1) \cdot (x^2 - x) &= x^4 - x^3 - 3x^3 + 3x^2 + x^2 - x \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - x. \end{aligned}$$

Operações com polinômios

Para efetuar a **divisão de polinômios** precisamos recorrer a um procedimento de divisão muito semelhante ao algoritmo para divisão de números inteiros, como no exemplo a seguir.

Exemplo: Em cada caso, efetue a divisão dos polinômios

(a) $(x^2 - 5x + 6) \div (x - 2)$

(b) $(x^4 - x^2 + 1) \div (x^2 - 2x + 3)$

Solução:

(a)

Dividendo	Divisor
$x^2 - 5x + 6$	$x - 2$
$-x^2 + 2x$	$x - 3$
$-3x + 6$	Quociente
$3x - 6$	
0	
Resto	

Portanto

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

(b)

Dividendo	Divisor
$x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x + 1$	$x^2 - 2x + 3$
$-x^4 + 2x^3 - 3x^2$	$x^2 + 2x$
$2x^3 - 4x^2 + 0x + 1$	Quociente
$-2x^3 + 4x^2 - 6x$	
$-6x + 1$	
Resto	

Portanto

$$(x^4 - x^2 + 1) = (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x) - 6x + 1$$

Dispositivo Prático de Briot- Ruffini

O **Dispositivo Prático de Briot-Ruffini** é um método prático para efetuar a divisão de um polinômio

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

por um binômio do primeiro grau

$$q(x) = x - a$$

O primeiro passo consiste em dispor os valores de a e os coeficientes do polinômio (em ordem decrescente em relação ao grau) da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccccc}
 q(x) = x - a & & p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 & & & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 a & a_n & a_{n-1} & \dots & a_2 & a_1 & a_0
 \end{array}$$

Vamos mostrar como este dispositivo é aplicado por meio de um exemplo resolvido!

Dispositivo Prático de Briot- Ruffini

Exemplo: Efetue $(2x^3 + 3x^2 - 3x + 5) \div (x - 1)$.

Solução:

Passo 01

1	2	3	-3	5
a	a_3	a_2	a_1	a_0

Passo 02

1	2	3	-3	5
2	5			
desce	resultado			

Passo 03

1	2	3	-3	5
2	5	2		
resultado				

Passo 04

1	2	3	-3	5
2	5	2	7	
resultado				

Passo 05

1	2	3	-3	5
2	5	2	7	

$2x^2 + 5x + 2$ resto

quociente

Observação: O número de “passos” dependerá do grau do polinômio.

Dispositivo Prático de Briot- Ruffini

Exemplo: Efetue $(x^4 + 3x^3 - 2x - 6) \div (x + 3)$.

Solução:

Passo 01

-3		1	3	0	-2		-6
\downarrow		\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow		\downarrow
a		a_4	a_3	a_2	a_1		a_0

Passo 02

-3		1	3	0	-2		-6
\downarrow		\downarrow	\downarrow				
\downarrow		1	0				

Soma (from 1 to 3), multiplica (from -3 to 1), desce (from 3 to 0), resultado (from 0 to -2)

Passo 03

-3		1	3	0	-2		-6
\downarrow		\downarrow	\downarrow	\downarrow			
\downarrow		1	0	0			

Soma (from 1 to 3), multiplica (from -3 to 1), resultado (from 0 to -2)

Passo 04

-3		1	3	0	-2		-6
\downarrow		\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow		
\downarrow		1	0	0	-2		

Soma (from 1 to 3), multiplica (from -3 to 1), resultado (from 0 to -2)

Passo 05

-3		1	3	0	-2		-6
\downarrow		\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow		
\downarrow		1	0	0	-2		

Soma (from 1 to 3), multiplica (from -3 to 1), resultado (from 0 to -2)

Passo 06

-3		1	3	0	-2		-6
		1	0	0	-2		0

$x^3 - 2$ quociente, resto

Exercícios Propostos



Exercícios

1) Efetue as seguintes operações com polinômios:

(a) $(x^3 - 3x^2 + 1) + (1 - 3x^2 - x^3)$

(b) $(2x^3 - 7x + 3) - (4x^3 - x^2 - 3x)$

(c) $(3x^2 - 4x + 2) \cdot (x^3 - 2x)$

(d) $(-2x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \div (x^2 + 1)$

(e) $(2x^5 - x^4 - 14x^3 + 9x^2 - 4x + 1) \div (2x^3 + 5x^2 - x + 1)$

(f) $(x^2 - x - 12) \div (x - 4)$

(g) $(2x^5 - 3x^3 + 4x - 3) \div (x - 1)$

(h) $(2x^4 - 3x^3 - 3) \div (x + 1)$

Exercícios

2) Efetue as seguintes operações com polinômios:

(a) $(4x^5 - 3x^3 - x^2) + (7x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 2)$

(b) $(1 - x) - (x^3 - 4x^5 - x + 2)$

(c) $(x^2 - 4x + 1) \cdot (3x^2 - x - 1)$

(d) $(3x^5 + 2x^4 + x^2 - 5) \div (-x^2 + x - 1)$

(e) $(x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3) \div (2x^2 + x + 1)$

(f) $(x^2 - x - 6) \div (x + 2)$

(g) $(x^5 + 1) \div (x + 1)$

(h) $(x^5 - 4x^4 - 2x^2 - 3x + 2) \div (x - 4)$

Respostas



Exercício 1:

a) $-6x^2 + 2$

b) $-2x^3 + x^2 - 4x + 3$

c) $3x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 4x$

d) $-2x - 3$ e resto $6x + 4$

e) $x^2 - 3x + 1$

f) $x + 3$

g) $2x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 3$

h) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 5$ e resto 2

Exercício 2:

a) $4x^5 + 7x^4 - 5x^3 + x^2 - x + 2$

b) $4x^5 - x^3 - 1$

c) $3x^4 - 13x^3 + 6x^2 + 3x - 1$

d) $-3x^3 - 5x^2 - 2x + 2$ e resto $-4x - 3$

e) $\frac{x^2}{2} - \frac{9x}{4} + \frac{15}{8}$ e resto $-\frac{5x + 39}{8}$

f) $x - 3$

g) $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

h) $x^4 - 2x - 11$ e resto -42

Monitorias!!



Não esqueça de procurar os monitores do GAMA para melhor esclarecer suas dúvidas!!

Os horários e locais de monitorias podem se encontrados na página do Projeto:

<http://wp.ufpel.edu.br/projetogama/monitorias>

Não deixe de visitar e se inscrever em nosso canal no YouTube para ter acesso às nossas vídeo-aulas:

<http://l.ufpel.edu.br/YouTubeGAMA>

O GAMA possui monitorias de:

- ☐ Matemática Elementar, Cálculo 1, Cálculo 1A e Cálculo I (e equivalentes)
 - ☐ ALGA – Álgebra Linear e Geometria Analítica (e disciplinas equivalentes)
 - ☐ Cálculo A e B, Cálculo 2, Cálculo II e Cálculo 3 (e equivalentes)

Certificado de 20 horas para quem procurar a monitoria do GAMA por pelo menos 15 vezes dentro do mesmo semestre letivo.