AUXILIA

PREPARATÓRIO PARA O ENEM

2020

MATEMÁTICA BÁSICA

Contatos:

Ana:

berschdomingues@hotmail.com

53 98475-0238

Pierre:

pierre_pts@hotmail.com

53 999578984

AUXILIA
PREPARATÓRIO PARA O ENEM

• Matemática Básica •

Primeira Semana:

1. CONJUNTOS

Basicamente, pode-se dizer que conjuntos são uma reunião de elementos!

- **Representação:**

Os conjuntos são representados por letra maiúscula e seus elementos entre chaves.

Exemplo:

Conjunto das letras do alfabeto:

L = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, x, w, y, z}

- **Subconjuntos:**

Conjunto formado por alguns dos elementos de um outro conjunto maior

Exemplos:

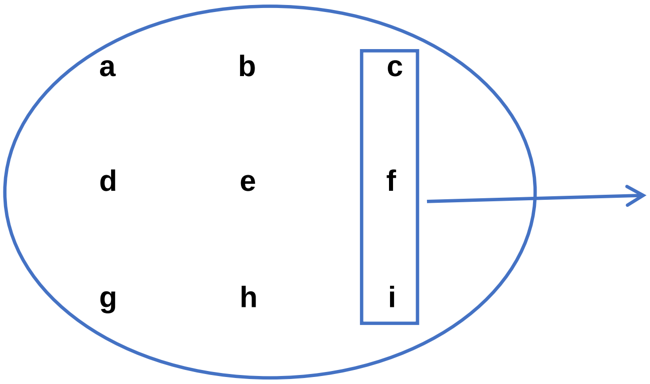
Conjunto das vogais do alfabeto:

V = { a, e, i, o, u }

Conjunto das consoantes do alfabeto:

C = { b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, x, w, y, z }

- **Representação por diagrama:**



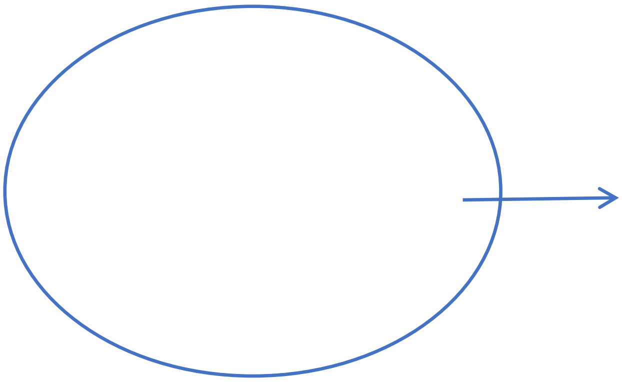
O conjunto L = { c, f, i } é um subconjunto do conjunto

Q = { a, b, c, d, e, f, g, h, i }

- **Tipos de conjuntos:**

1. **Vazio:** Não possui elementos! Pode ser representado por { } ou ∅, <u>nunca</u> os dois símbolos juntos.

Representação por diagrama:



V = { }

1. **Unitário:** possui um único elemento.

<u>Exemplo</u>: Os meses do ano que possuem apenas menos de 30 dias.

M = {fevereiro}

2. **Conjunto das partes:** conjunto P formado por todos os subconjuntos que compõem o conjunto A.

<u>Exemplo</u>:

A = {1, 2, 3}

B = { }; C = {1}; D = {2}; E = {3}; F = {1, 2}; G = {1,3};

H = {2, 3}; I = {1, 2, 3}

P = {B, C, D, E, F, G, H, A}

❖ **Pertinência:** Relaciona elemento e conjunto. Ou seja, nos diz se um elemento pertence ou não, a determinado conjunto.

$\in$ → Pertence

$\notin$ → Não pertence

<u>Exemplo</u>:

A = { 1, 2, 3 }

1 ∈ A, 2 ∈ A, mas 4 ∉ A.

❖ **Inclusão:** Relaciona conjuntos. Ou seja, diz se um primeiro conjunto faz pare ou não de um segundo conjunto. Ou em outro termo, pode-se dizer que o segundo conjunto contém ou não o primeiro.

$\subset$ → Está contido

$\not\subset$ → Não está contido

$\supset$ → Contém

$\not\supset$ → Não contém

<u>Exemplo</u>:

A = { 1, 2, 3 }, B = { 1, 2 }, C = { 4, 5 }

B ⊂ A, mas C ⊄ A

A ⊃ B, mas A ⊅ C

❖ **Operações entre conjuntos:** Sejam A e B dois conjuntos não vazios.

1. União:

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

"Todo x tal que x pertence a A ou x pertence a B."

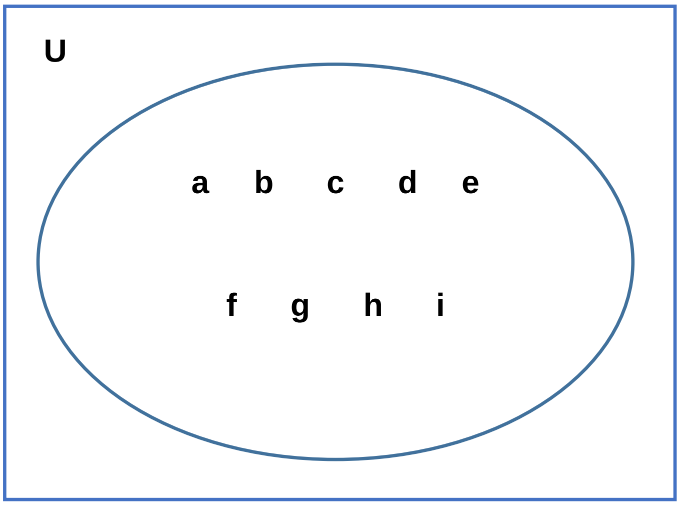
<u>Exemplo</u>:

Determine a união dos conjuntos A e B abaixo.

A = { a, b, c, d, e, f }

B = { d, e, f, g, h, i }

$A \cup B$ = { a, b, c, d, e , f, g, h, i }



2. Intersecção:

$$A \cap B = \{x | x \in A e x \in B\}$$

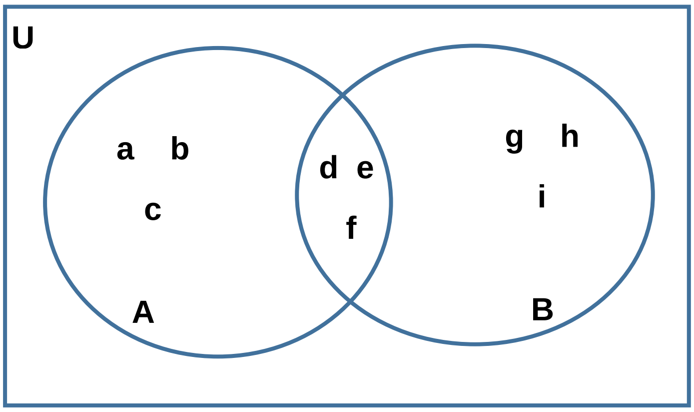
"Todo x tal que x pertence a A e x pertence a B."

<u>Exemplo</u>:

Determine a intersecção dos conjuntos A e B abaixo.

A = { a, b, c, d, e, f }   B = { d, e, f, g, h, i }

$A \cap B$ = { d, e, f }



3. Diferença:

$$A - B = \{x | x \in A \ e \ x \notin B\}$$

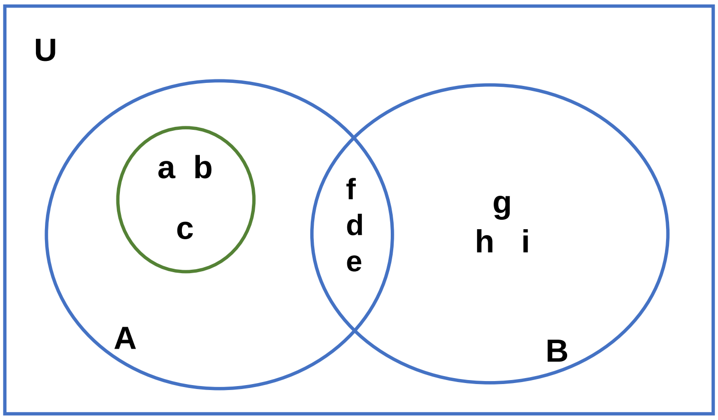
“Todo x tal que x pertence a A e x não pertence a B.”

<u>Exemplo</u>:

Determine a diferença dos conjuntos A e B abaixo.

A = {a, b, c, d, e, f} B = {d, e, f, g, h, i}

$$\mathrm{A - B = \{a, b, c\}}$$



4. Complementar:

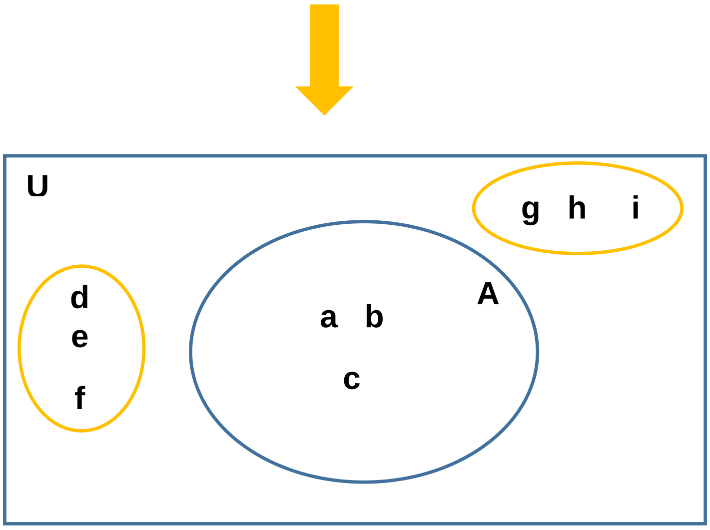
$$C_U^A = A' = \overline{A} = A^C = U - A = \{x | x \in U \ e \ x \notin A\}$$

<u>Exemplo</u>:

Determine o complementar de A em relação a U.

A = {a, b, c} e U = {a, b, c, d, e, f, g, h, i}

$$\mathrm{A' = \{\ d, e, f, g, h, i\ \}}$$



- **Conjuntos numéricos:** Um número real é qualquer número que pode ser escrito na forma decimal. Números reais são representados por símbolos, como: -8; 0; 1,75; 0,366666...;8/5, etc. O conjunto dos números reais contém vários subconjuntos importantes:

1. Conjunto dos números naturais: $\mathbb{N}$ - Conjunto que contempla os números positivos:

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5, \dots\}$$

Um subconjunto dos N, é os N^*, que representa o conjunto dos números naturais <u>sem</u> o zero.

$$\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,5, \dots\}$$

2. Conjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z}$ - Conjunto que contempla os números presentes em $\mathbb{N}$ mais os números negativos:

$$\mathbb{Z} = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

Nos subconjuntos de $\mathbb{Z}$ temos $\mathbb{Z}_+$, o conjunto dos números inteiros não negativos, $\mathbb{Z}_-$ como sendo o conjunto dos números inteiros não positivos, $\mathbb{Z}_+^*$ o conjunto dos números inteiros positivos, $\mathbb{Z}_-^*$ conjunto dos números inteiros negativos e $\mathbb{Z}^*$ para o conjunto dos números inteiros não nulos. O zero aparece nos dois primeiros casos por ser um número nulo, ou seja, não ser positivo ou negativo:

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

$$\mathbb{Z}_+^* = \{+1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}_-^* = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\ldots -5, -4, -3, -2, -1, +1, +2, +3, +4, +5, \ldots\}$$

3. **Conjunto dos números racionais:** $\mathbb{Q}$ - Neste conjunto entram as decimais exatas e dízimas periódicas, ou seja, os números do conjunto dos inteiros mais os "números com vírgula".
   Apresenta-se nesse conjunto as decimais exatas como: 1; 0,5; 3,4567, etc. e as dízimas periódicas: 2,3333...; 2,484848...; 5,476476476476..., etc.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} | p \in \mathbb{Z}, \text{e } q \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

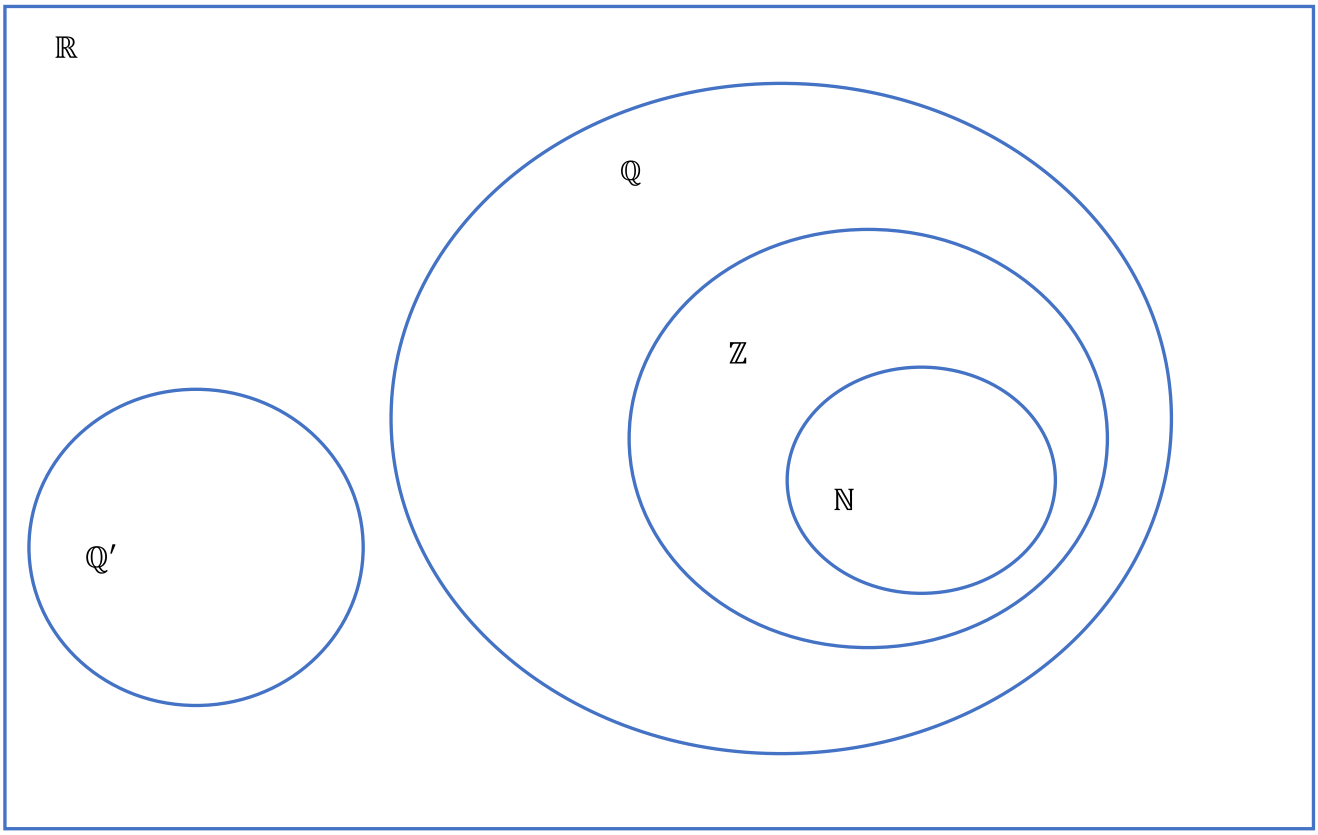
   Subconjuntos de $\mathbb{Q}$: $\mathbb{Q}^*, \mathbb{Q}_+^*, \mathbb{Q}_-^*, \mathbb{Q}_+, \mathbb{Q}_-$

4. **Conjunto dos números irracionais:** $\mathbb{Q}'$ - Um número é irracional se não for racional. A forma decimal de um número irracional não possui bloco de dígitos que se repete infinitamente. Por exemplo, $\sqrt{3} = 1{,}7320508 \ldots$ e $\pi = 3{,}14159265 \ldots$

Por fim, chegamos ao conjunto dos números reais $\mathbb{R}$, que contempla todos os subconjuntos que vimos anteriormente! Este conjunto é definido como sendo a união dos números racionais com os números irracionais, ou seja:

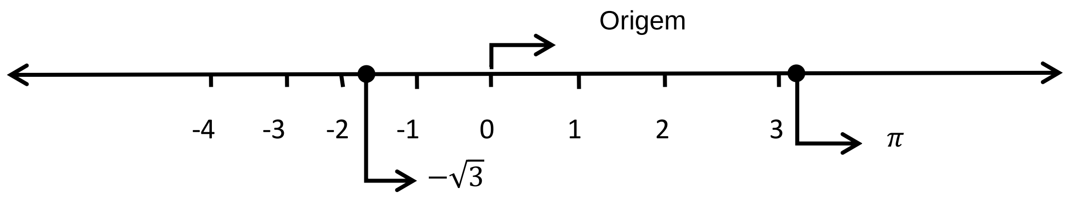
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

<u>Representação</u>:



❖ Intervalos Reais

Para representar os números reais, começamos com uma reta horizontal e marcamos o número real zero, a origem. Números positivos estão à direita da origem e números negativos, à esquerda. Essa reta, chamamos de 'reta real'.

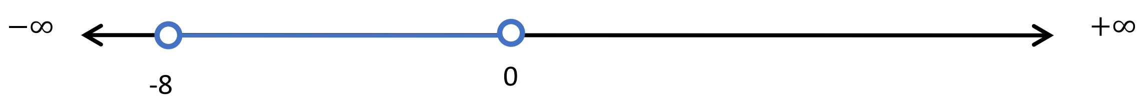


1. Intervalo aberto:

$$(a, b) = \{x \in R | a < x < b\}$$

Em um intervalo aberto, (a,b), temos um número qualquer x que está entre 'a' e 'b', porém, <u>não</u> pode ser 'a' ou 'b'.

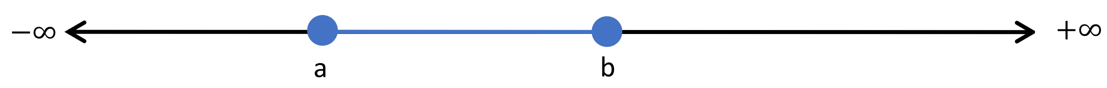
<u>Exemplo</u>: (-8,0)



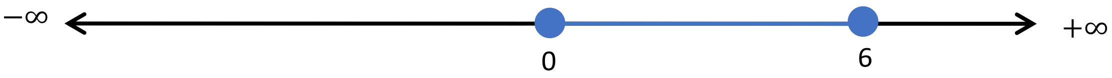
2. Intervalo Fechado:

$$[a, b] = \{x \in R | a \leq x \leq b\}$$

Em um intervalo fechado, [a,b], temos um número qualquer x que está entre 'a' e 'b', e também <u>pode</u> ser 'a' ou 'b'.



Exemplo: [0,6]



3. Intervalo Semiaberto na Direita:

$$[a.b) = \{x \in R | a \leq x < b\}$$

Em um intervalo semiaberto, [a,b), temos um número qualquer x que está entre ‘a’ e ‘b’, pode ser ‘a’ mas não pode ser ‘b’.

4. Intervalo Semiaberto na Esquerda

$$(a, b] = \{x \in R | a < x \leq b\}$$

Em um intervalo semiaberto, (a,b], temos um número qualquer x que está entre ‘a’ e ‘b’, não pode ser ‘a’ mas pode ser ‘b’.

5. Intervalo Ilimitado Aberto à Esquerda:

$$(a, +\infty) = \{x \in R | x > a\}$$

Em um intervalo ilimitado aberto à esquerda, (a,+∞), temos um número qualquer x que é maior que ‘a’, mas não pode ser o próprio ‘a’.

6. Intervalo Ilimitado Aberto à Direita:

$$(-\infty, b) = \{x \in R | x < b\}$$

Em um intervalo ilimitado aberto à direita, (-∞, b), temos um número qualquer x que é menor que ‘b’, mas não pode ser o próprio ‘b’.

7. Intervalo Ilimitado Fechado à Esquerda:

$$[a, +\infty) = \{x \in R | x \geq a\}$$

Em um intervalo ilimitado fechado à esquerda, [a,+∞), temos um número qualquer x que é maior que ‘a’, ou o próprio ‘a’.

8. Intervalo Ilimitado Fechado à Direita:

$$(-\infty, b] = \{x \in R | x \leq b\}$$

Em um intervalo ilimitado fechado à direita, (-∞, b], temos um número qualquer x que é menor que ‘b’, ou o próprio ‘b’.

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS:

❖ **SOMA (+):** é a operação que representa a junção de quantidades.

<u>Exemplo:</u>

2 + 3 = 5

PARCELA PARCELA SOMA

PROPRIEDADES: sejam a, b e c números naturais (positivos).

i. Comutativa: a + b = b + a ;
ii. Zero é elemento neutro: 0 + a = a; 0 + b = b;
iii. Associativa: (a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c ;
iv. Soma de números naturais resulta sempre em um número natural.

❖ **SUBTRAÇÃO (-):** é a operação que representa a diminuição de quantidades:

<u>Exemplo</u>:

10 – 7 = 3

MINUENDO DIFERENÇA

SUBTRAENDO

PROPRIEDADES: sejam a, b e c números naturais (positivos).

i. Seja a ≥ b, então a – b = c;
ii. Zero não é elemento neutro:
iii. Não é associativa: (a - b) - c é diferente de a - (b – c);
iv. A subtração de números naturais resulta sempre em um número natural.

❖ **MULTIPLICAÇÃO (x ou .):** é a operação que representa a soma de parcelas iguais.

Exemplo:

4 x 5 = 20

FATOR FATOR PRODUTO

É o mesmo que fazer:

4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20

PROPRIEDADES: sejam a, b e c números naturais (positivos).

i. Comutativa: a x b = b x a ; “a ordem dos fatores não altera o produto”
ii. 1 é o elemento neutro: 1 x a = a ; 1 x b = b ;
iii. Associativa: (a x b) x c = a x (b x c) = a x b x c ;
iv. Multiplicação de números naturais resulta sempre em um número natural;
v. O produto de um número natural por uma soma é a soma dos produtos separados: 2 x (a + b) = (2 x a) x (2 x b).

❖ **DIVISÃO (÷ , : ou |___):** é a operação que representa a separação de uma quantidade em parcelas iguais.

Exemplo:

DIVIDENDO ← 90 |15 → DIVISOR

0 6

RESTO QUOCIENTE

PROPRIEDADES:

i. Não é comutativa;
ii. Não é associativa;
iii. Resto = Zero, significa que a divisão é EXATA;
iv. O quociente de uma divisão de números naturais nem sempre é um número natural;
v. O número 1 não é elemento neutro;
vi. O divisor NÃO PODE ser igual a ZERO;
vii. Zero dividido por qualquer número é SEMPRE ZERO.

Vamos praticar?

1) Calcule:

a) O triplo de -2.

Para calcular o triplo de -2, basta multiplicar -2 por 3!

$(-2) \times (3) = -6$

b) O quádruplo de -1.

Para calcular o quádruplo de -1, basta multiplicar -1 por 4!

$(-1) \times (4) = -4$

c) O dobro de -4.

Para calcular o dobro de -4, basta multiplicar -4 por 2!

$(-4) \times (2) = -8$

2) A soma do antecessor de 49 com o sucessor de 86 é?

a) 133

b) 134

→ c) 135

d) 136

Para resolver essa questão precisamos lembrar o que é antecessor e sucessor.
Antecessor é aquele número que vem antes e sucessor o que vem depois.
Logo, o antecessor de 49 é 48 e o sucessor de 86 é 87. Além disso, o enunciado pede a soma destes dois números. Assim:

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 87 \\ +\ 48 \\ \hline 135 \end{array}$$

3) Um pai tem 35 anos e seus filhos tem respectivamente 6, 7 e 9 anos de idade. Daqui a 8 anos, a soma das idades de João, Paulo e Maria que são seus filhos menos a idade do pai será de?

a) 2 anos

→ b) 3 anos

c) 11 anos

d) 13 anos

Para resolver esta questão é necessário somar os 8 anos em cada uma das idades. Assim:

- Idade do pai = 35 + 8 = 43;
- João = 6 + 8 = 14;
- Paulo = 7 + 8 = 15;
- Maria = 9 + 8 = 17.

Agora, precisamos somar a idade dos filhos e diminuir da idade do pai:
14 + 15 + 17 = 46
46 – 43 = 3

4) As fitas de uma locadora de vídeo estão distribuídas em 270 prateleiras, cada uma delas contendo 60 fitas. Determine o número total de prateleiras necessárias à locadora, se cada uma delas contém apenas 50 fitas.

Como existem 60 fitas em cada uma das 270 prateleiras, para sabermos quantas fitas há no total precisamos multiplicar 270 por 60:

$$\begin{array}{rl} {}^{4} & \\ 270 & \\ \times 60 & \\ \hline 000 & \rightarrow 270 \times 0 \\ +\ 1620 & \rightarrow 270 \times 6 \\ \hline 16200 & \end{array}$$

Agora, precisamos saber quantas prateleiras seriam necessárias se colocássemos apenas 50 fitas em cada. Para sabermos isso, devemos dividir o total de fitas 16.200, pelas 50 fitas que irão ser colocadas em cada prateleira:

```
                16.200 | 50
50 X 3     ←    150      324
                ----
162 - 150  ←    0120
50 X 2     ←     100
                 ----
120 - 100  ←     0200
50 X 4     ←      200
                  ----
200 - 200  ←       00
```

Precisaríamos de 324 prateleiras.

5) (ANRESC adaptada) – Em uma loja de informática, Paulo comprou um computador no valor de $2.200,00, uma impressora por $800,00 e três cartuchos que custam cada um $90,00. Sabe-se que pretende pagar pelos produtos em 5 parcelas iguais, então o valor de cada parcela foi de?

a) $ 414,00

b) $ 494,00

c) $ 600,00

→ d) $ 654,00

A primeira coisa que devemos fazer é somar o valor dos produtos, para descobrirmos o valor total da compra (Como neste caso não tem centavos, podemos retirar a vírgula para efetuar as operações):

2.200 + 800 + (3 X 90) = 3.270

Por que 3 X 90? Porque Paulo comprou 3 cartuchos e cada um custou $90,00.
Para saber quanto vai custar cada parcela, temos que dividir o total da compra pelas parcelas (5):

3.270 : 5 = 654,00

6) (OBMEP) – O aniversário de Carlinhos é no dia 20 de Julho. Em Agosto de 2005, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A Professora recebeu a ficha e disse:

_ Carlinhos, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem 56 anos!
Qual era a idade de Carlinhos em Agosto de 2005?

→ a) 11 anos

b)12 anos

c) 13 anos

d) 14 anos

Para sabermos a idade de Carlinhos, precisamos saber qual o ano que ele colocou na ficha. Como a professora disse que ele teria 56 anos, basta diminuir 2005 (o ano em que eles estavam) de 56 (a idade que a professora de Carlinhos disse que ele teria), assim, saberemos o ano que Carlinhos nasceria se tivesse 56 anos em 2005:

(1) 2005 – 56 = 1949

Como ele inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu, podemos deduzir, pela conta (1), que o ano de seu nascimento é 1994. Sendo assim, para saber a idade de Carlinhos em 2005, basta diminuir 2005 de 1994:

2005 – 1994 = 11

7) (SARESP) – Dona Luísa comprou um saco de 50 balas para distribuir igualmente entre seus 8 sobrinhos. Quantas balas deverão ser dadas a cada sobrinho para que restem 10 para Dona Luísa?

a) 3

b) 4

→ c) 5

d) 6

Como precisa restar 10 balas das 50 que dona Luísa comprou, a primeira coisa que devemos fazer é diminuir 10 de 50:

50 – 10 = 40

Agora, das 40 balas, dona Luísa quer dividir para seus 8 sobrinhos igualmente, ou seja, os 8 sobrinhos devem ficar com a mesma quantia de balas, logo precisamos dividir 40 por 8:

40 : 8 = 5

8) Num supermercado há três embalagens diferentes da mesma marca de sabão em pó. A embalagem de 2,5kg custa R$ 10,75; a embalagem de 3,8kg custa R$ 17,10; e a embalagem de 900g custa R$ 4,30. Analise as alternativas e assinale a única correta.

→ a) Na embalagem de 2,5kg o preço de 1 quilograma do produto é menor.
b) Na embalagem de 3,8kg o preço de 1 quilograma do produto é menor.
c) O preço de 1 quilograma do produto é igual nas embalagens de 2,5kg e 3,8kg.
d) Na embalagem de 900g o preço de 1 quilograma do produto é menor.

Para realizar este exercício, é preciso conhecer quanto vale 1kg do produto. A letra “d” podemos descartar, pois a embalagem tem apenas 900g, ou seja, nem chega a 1kg. As outras alternativas precisamos verificar através da regra de três.

Temos que:

2,5kg = $10,75
1kg = x

Multiplicando cruzado temos que 2,5x = 10,75. Realizando a divisão, temos que x = 4,30. Logo 1kg custaria $4,30.

Temos que:

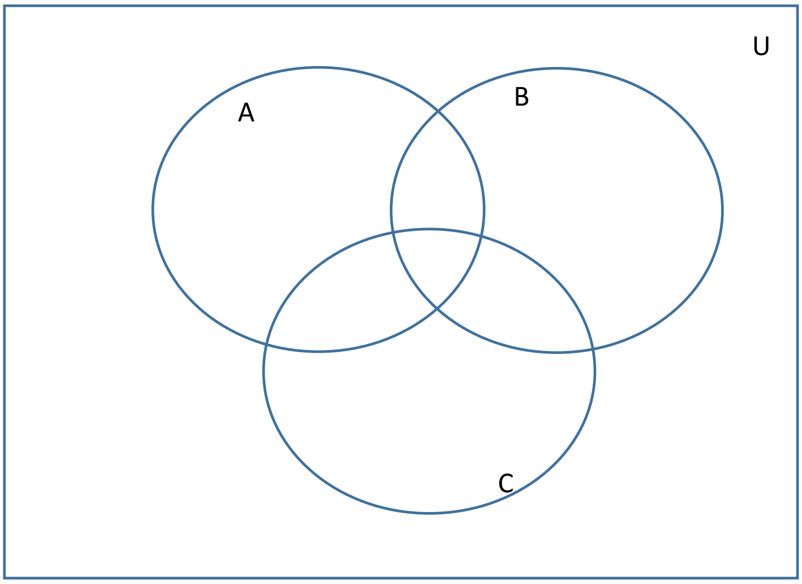
3,8kg = $17,10
1kg = x

Multiplicando cruzado temos que 3,8x = 17,10. Realizando a divisão, temos que x = 4,50. Logo 1kg custaria $4,50.
Assim podemos concluir que na embalagem de 2,5kg, o preço de 1kg é menor.

9) (UFSJ) O diagrama que representa o conjunto abaixo é?

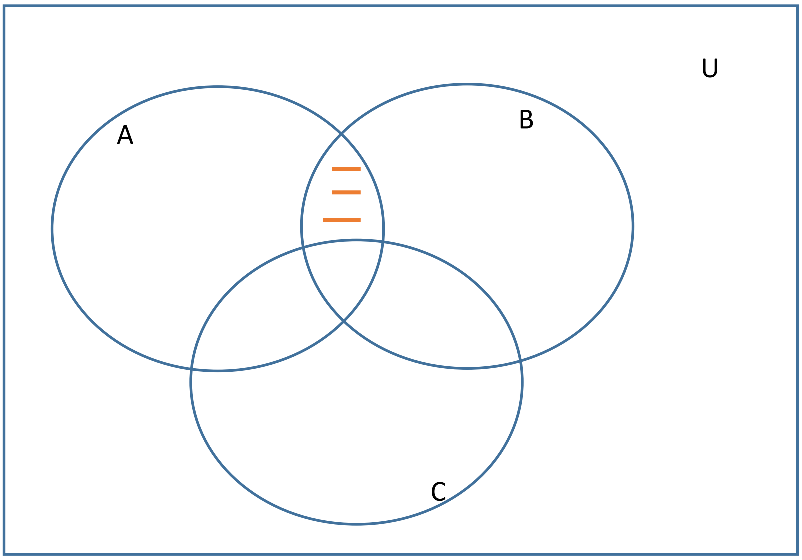
$$[(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C}] \cup [(\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{A}]$$

O primeiro passo é desenhar três conjuntos, A, B e C.



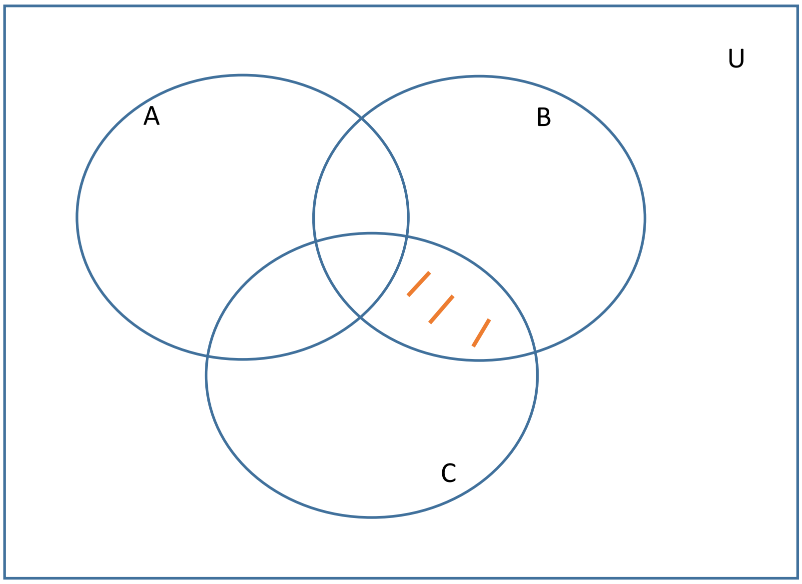
Agora vamos resolver o primeiro colchete. Sabemos que ∩ representa todos os valores que estão em A e também estão em B e que a diferença (-) exclui os valores que estão em C. Assim:

$$(A \cap B) - C$$



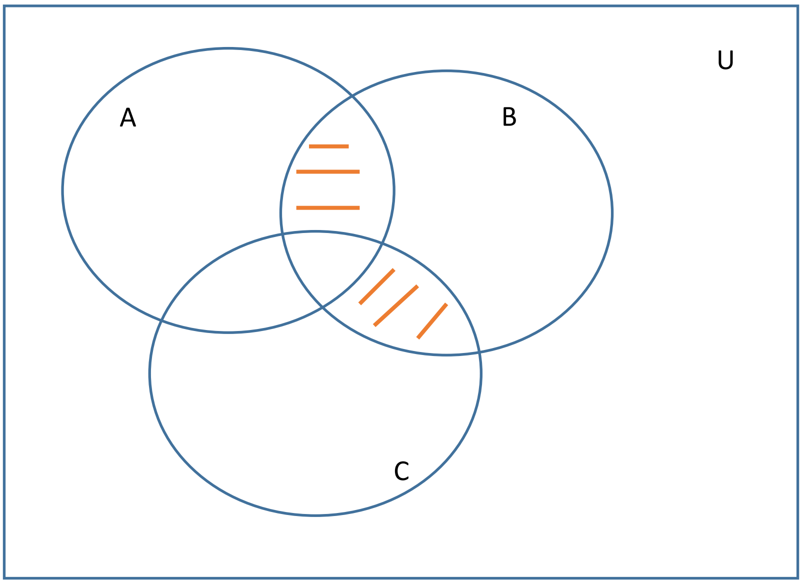
Agora vamos resolver o segundo colchete. Sabemos que ∩ representa todos os valores que estão em C e também estão em B e que a diferença (-) exclui os valores que estão em A. Assim:

$$(C \cap B) - A$$



Por fim, o enunciado pede a união de tudo, ou seja, os resultados encontrados nos dois colchetes. Assim:

$$[(A \cap B) - C] \cup [(C \cap B) - A]$$



10) (Espcex (Amam)) Uma determinada empresa de biscoitos realizou uma pesquisa sobre a preferência de seus consumidores em relação a seus três produtos: biscoitos cream cracker, wafers e recheados.

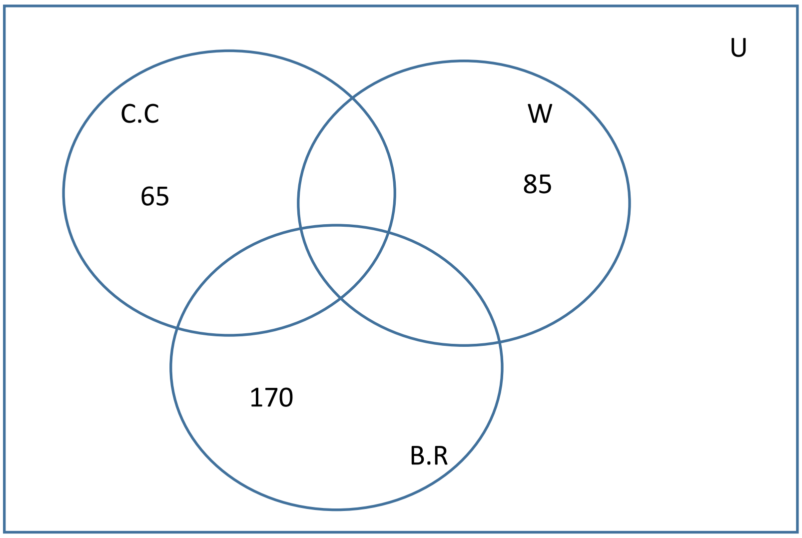
Os resultados indicaram que:

- 65 pessoas compram cream crackers.
- 85 pessoas compram wafers.
- 170 pessoas compram biscoitos recheados.
- 20 pessoas compram wafers, cream crackers e recheados.
- 50 pessoas compram cream crackers e recheados.
- 30 pessoas compram cream crackers e wafers.
- 60 pessoas compram wafers e recheados.
- 50 pessoas não compram biscoitos dessa empresa.

Determine quantas pessoas responderam a essa pesquisa.

a) 200
b) 100
c) 180
d) 250
e) 300

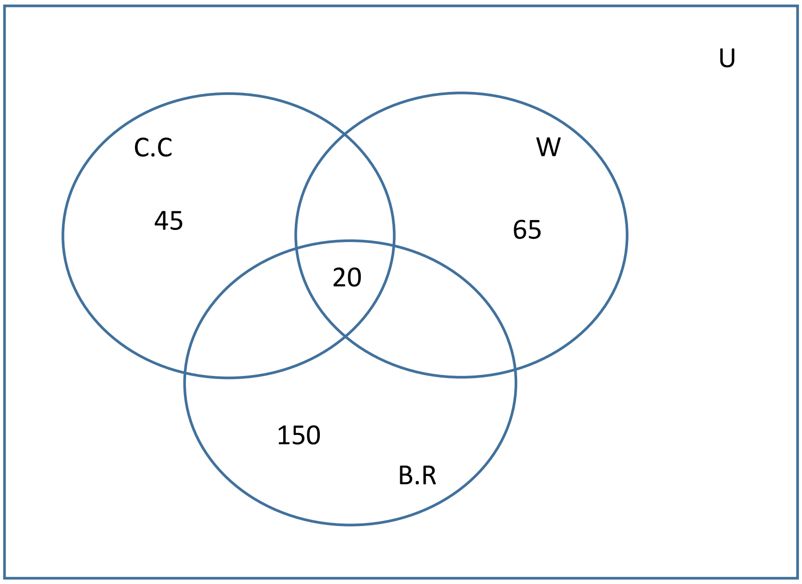
Este exercício é feito através dos conjuntos. Para facilitar a visualização e o entendimento, é extremamente importante desenhar!
O primeiro passo é ver quantas pessoas compram cream cracker (C.C), quantas compram wafers (W) e quantas compram bolachas recheadas (B.R):



Sabemos que 20 pessoas compram os três produtos, ou seja, essas 20 pessoas vão ficar na intersecção. Para isso acontecer, devemos diminuir:

65 – 20 = 45
85 – 20 = 65
170 – 20 = 150

Pois as pessoas que compram os três produtos não podem ficar junto das que compram só um produto. Assim:

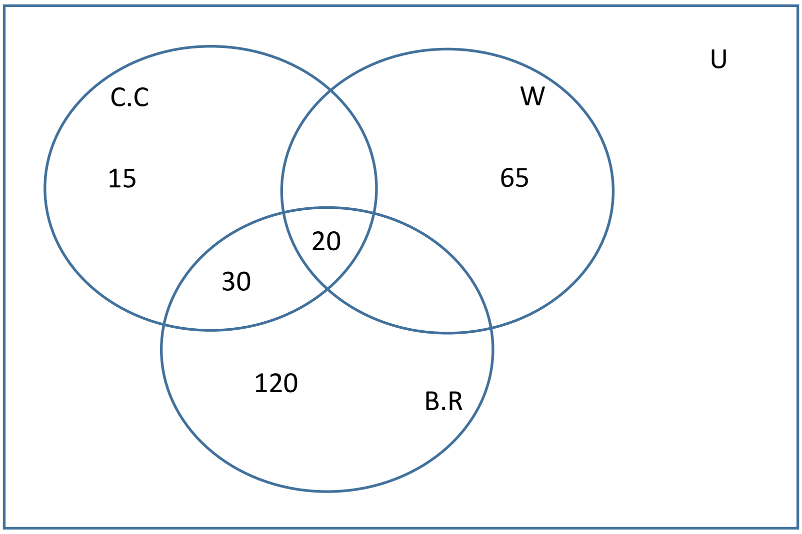


Sabemos que 50 pessoas compram C.C e B.R, ou seja, essas 50 pessoas vão ficar na intersecção somente dos dois produtos. Mas dessas 50 pessoas, 20 compram o w também, como vimos acima, logo precisamos diminuir 20 de 50 para saber quantas pessoas só compram os dois produtos.

50 – 20 = 30

Além disso, devemos diminuir às 30 pessoas que compram dois produtos daquelas que compram somente um produto. Assim:

45 – 30 = 15
150 – 30 = 120

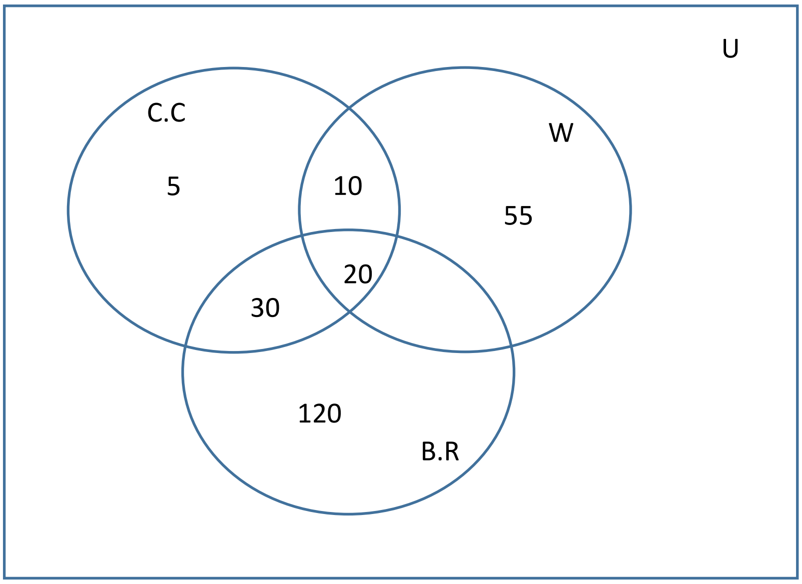


Sabemos que 30 pessoas compram C.C e W, ou seja, essas 30 pessoas vão ficar na intersecção somente dos dois produtos. Mas dessas 30 pessoas, 20 compram o B.R também, como vimos acima, logo precisamos diminuir 20 de 30 para saber quantas pessoas só compram os dois produtos.

30 – 20 = 10

Além disso, devemos diminuir às 10 pessoas que compram dois produtos daquelas que compram somente um produto. Assim:

15 – 10 = 5
65 – 10 = 55

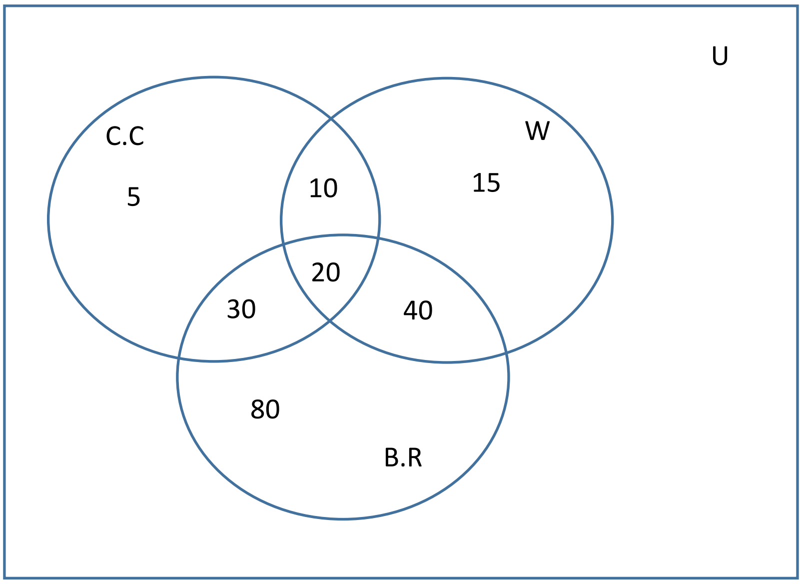


Sabemos que 60 pessoas compram W e B.R, ou seja, essas 60 pessoas vão ficar na intersecção somente dos dois produtos. Mas dessas 60 pessoas, 20 compram o C.C também, como vimos acima, logo precisamos diminuir 20 de 60 para saber quantas pessoas só compram os dois produtos.

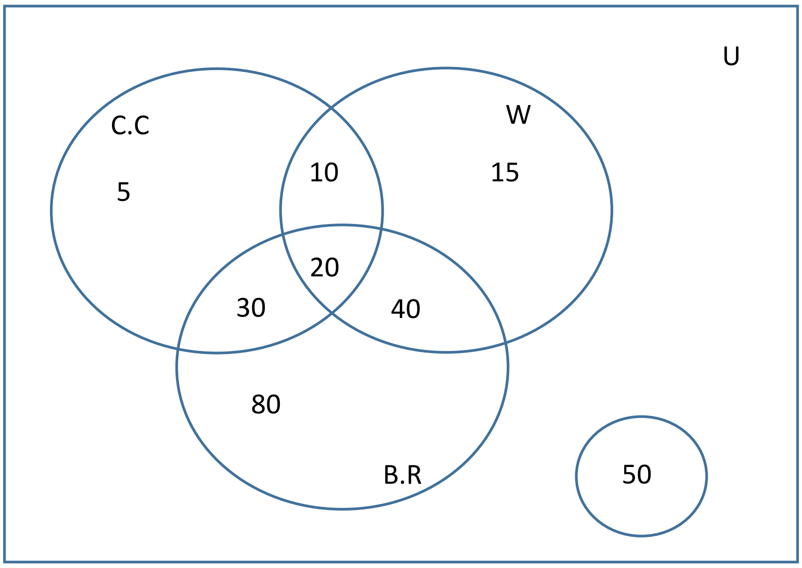
60 – 20 = 40

Além disso, devemos diminuir às 40 pessoas que compram dois produtos daquelas que compram somente um produto. Assim:

55 – 40 = 15
120 – 40 = 80



Sabemos que 50 não compram nenhum produto, logo elas precisam ser colocadas em um conjunto a parte.



Agora, para saber quantas pessoas responderam à pesquisa, basta somar os números do desenho acima:

$$5 + 10 + 15 + 30 + 20 + 40 + 80 + 50 = 250$$

11) (UERJ) Em uma escola circulam dois jornais: *Correio do Grêmio e O Estudante*. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que:

- 10% não leem esses jornais;

- 520 leem o jornal *O Estudante*;

- 440 leem o jornal *Correio do Grêmio*.

Calcule o número total de alunos do colégio que leem os dois jornais.

a) 200
b) 204
c) 85
d) 100
e) 300

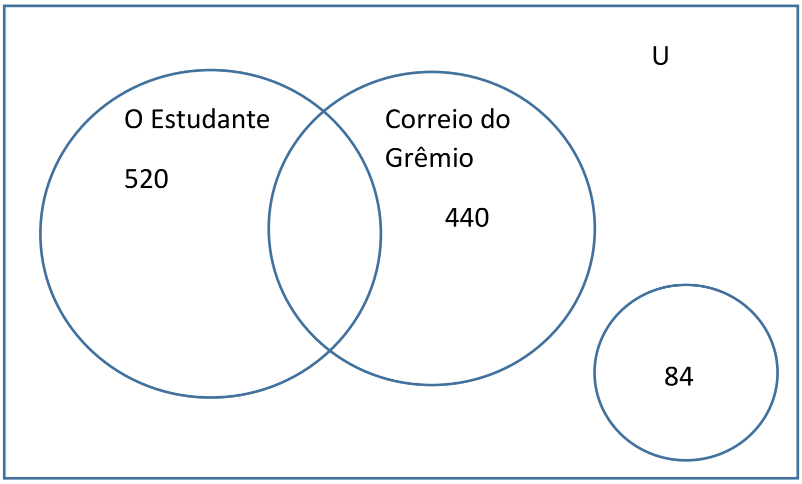
A primeira coisa que precisamos fazer é descobrir quanto é 10% de 840. Ainda não vimos porcentagem, mas é bem simples o raciocínio. Como 840 é o total de alunos da escola, então 840 é o nosso 100%. Agora basta realizarmos uma regra de três:

840	100%
x	10%

Multiplicado cruzado temos que:

$$100x = 840 \times 10$$
$$x = 8400 : 100$$
$$x = 84$$

Logo, 10% de 840 é 84. 84 alunos não leem os jornais.
Agora, vamos fazer o desenho dos conjuntos:



Só que temos um problema. Se somarmos os três números, 520 + 440 + 84 = 1.044, que é maior que o total de alunos. Isso quer dizer que há alunos que leem os dois jornais (estão na intersecção) e estão sendo contados duas vezes.

Portanto, devemos subtrair 1.044 de 840 (total de alunos), isso nos dará o valor da intersecção, ou seja, os alunos que leem os dois jornais:

1.044 – 840 = 204

Além disso, devemos subtrair 204 dos 520 (alunos que leem "O Estudante") e 204 dos 440 (alunos que leem "Correio do Grêmio").

520 – 204 = 316
440 – 204 = 236

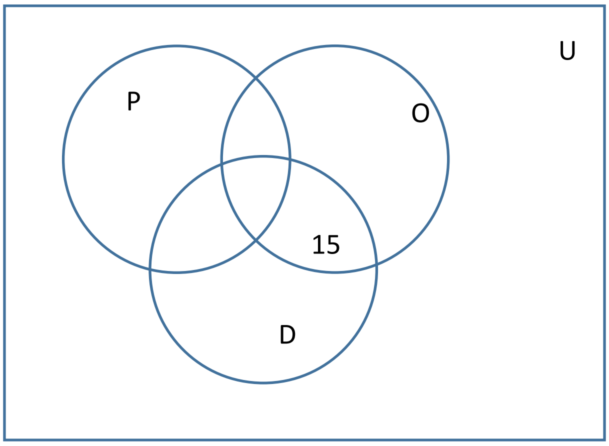
Assim, temos que 316 alunos leem somente "O Estudante" e 236 leem somente "Correio do Grêmio".

12) (Proenem) Através de uma pesquisa sobre a frequência de uso das especialidades de ortopedia, dermatologia e pediatria, oferecidas numa dada clínica infantil, constatou-se que:

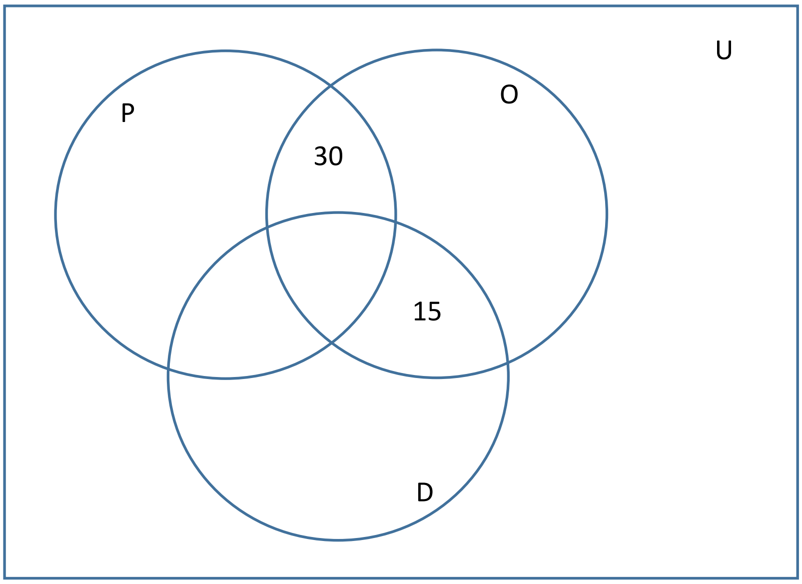
- 15 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia e dermatologia, mas nunca utilizaram a pediatria.
- 30 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia e a pediatria.
- 20 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia, dermatologia e com a pediatria.
- 265 utilizaram a dermatologia.
- 180 utilizaram apenas a dermatologia.
- 145 já fizeram consulta com a ortopedia.

Sabendo que a clínica tem o registro de 605 pacientes, quantos deles utilizaram apenas a pediatria?

Esta atividade também é sobre conjuntos. Trataremos ortopedia como "O", dermatologia como "D" e pediatria como "P". Primeiro, temos que 15 pacientes já fizeram consulta com "O" e "D":



30 pacientes já fizeram consulta com "O" e "P".

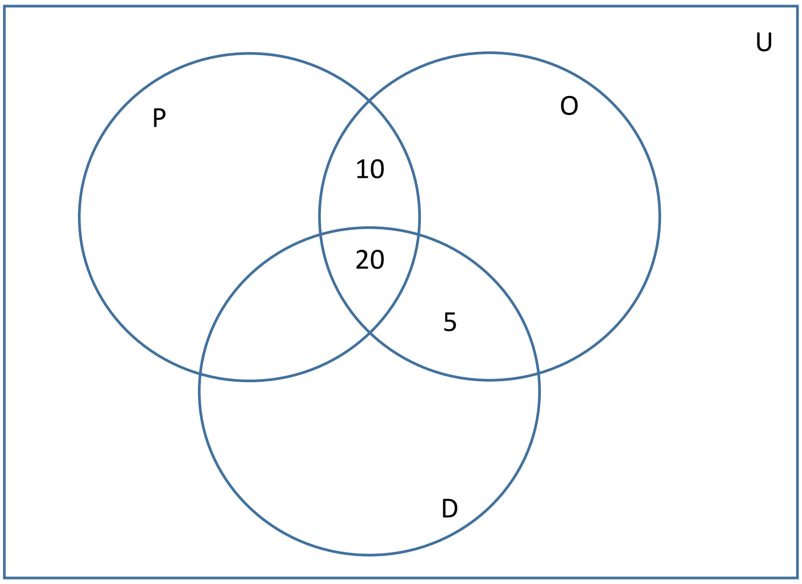


20 pacientes já fizeram consulta com as três áreas. Temos, na figura anterior que 30 pessoas já frequentaram "P" e "O", porém dessas 30, 20 também já consultaram com "D", logo:

30 – 20 = 10 pessoas frequentaram apenas "P" e "O"

20 pacientes já fizeram consulta com as três áreas. Temos, na figura anterior que 15 pessoas já frequentaram "D" e "O", logo:

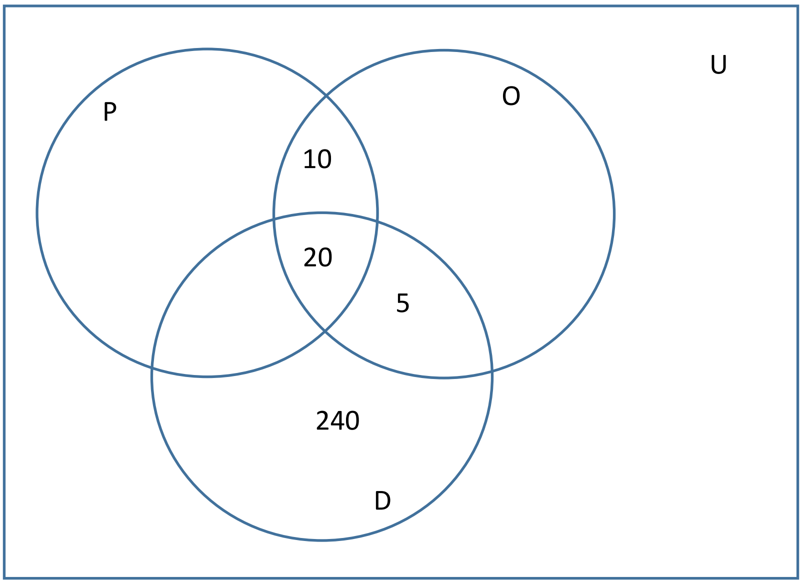
20 – 15 = 5 pessoas frequentaram apenas "D" e "O"



265 pacientes já fizeram consulta com a "D". Temos, na figura anterior que desses 265 pacientes, 5 frequentaram "O" também e 20 frequentaram as três áreas. Assim, precisamos diminuir 5 de 265 e o resultado diminuir de 20, para sabermos quantas pessoas consultaram somente com "D".

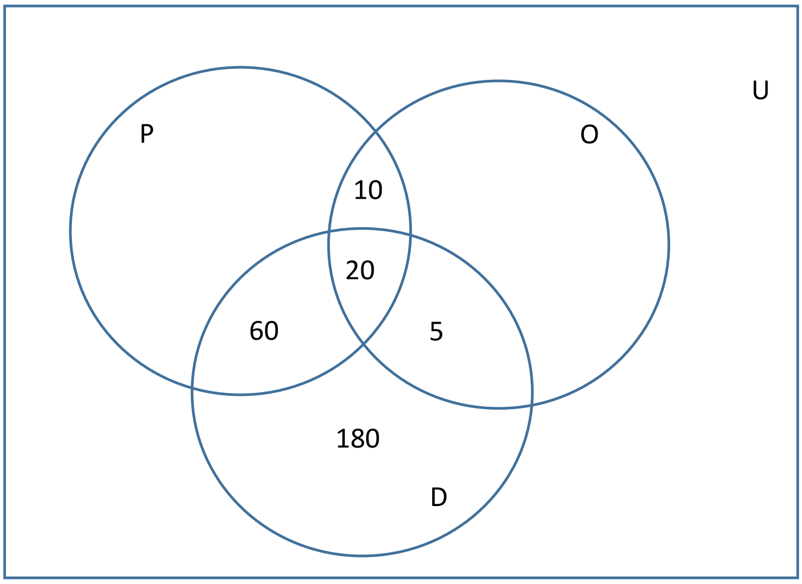
265 – 5 = 260

260 – 20 = 240 pessoas só frequentaram “D”.



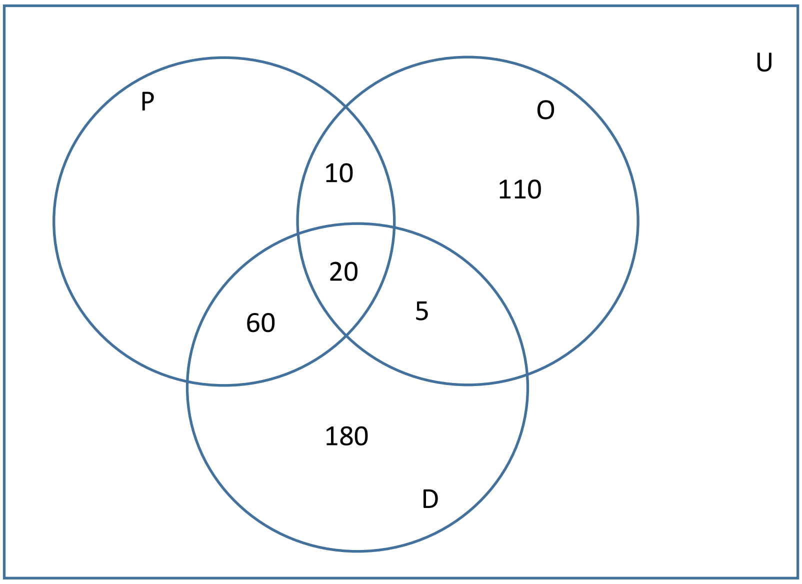
No próximo item, temos que 180 pacientes frequentaram apenas a “D”. Como no item anterior concluímos que 240 pessoas frequentaram “D” e agora temos que 180 pacientes frequentaram somente “D”, basta diminuir 180 de 240, que teremos os pacientes que frequentaram “D” e “P”.

240 – 180 = 60



145 pacientes frequentaram “O”. Para saber Quantos frequentaram somente “O”, basta diminuir 145 (total) das intersecções.

145 – 10 – 20 – 5 = 110



605 pacientes frequentaram esta clínica. Para saber quantos frequentaram somente “P”, basta diminuir 605 (total) dos resultados anteriores.

605 – 10 – 20 – 60 – 5 – 180 – 110 = 220

13) (Enem – MEC) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum; C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1. Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante conclui que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

a) 135

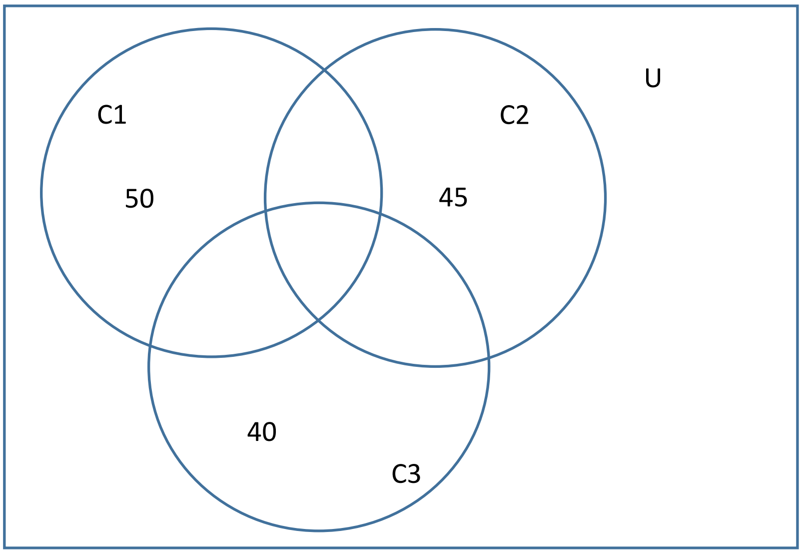
b) 126

→ c) 118

d) 114

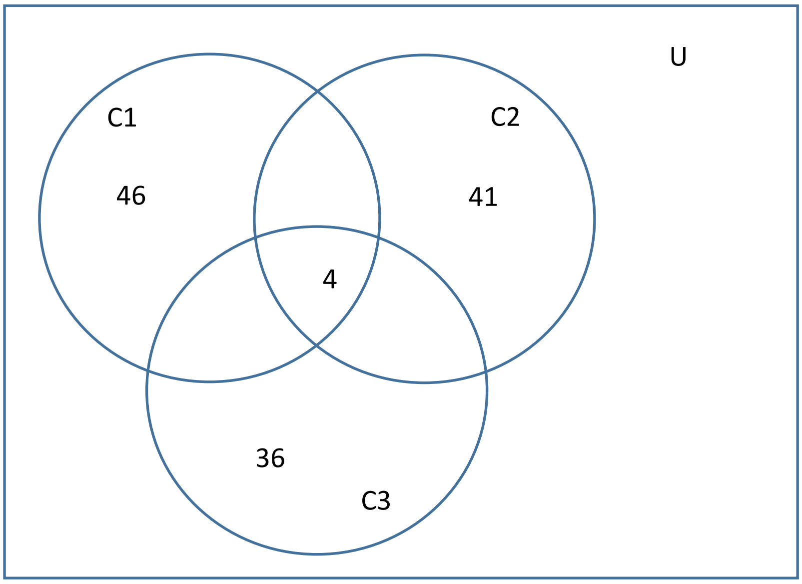
e) 110

Para começar o problema devemos perceber que C1 = 50, C2 = 45 e C3 = 40 páginas, logo:



Vamos começar com a intersecção dos três catálogos que é de 4 páginas, logo precisamos diminuir 4 de C1, C2 e C3.

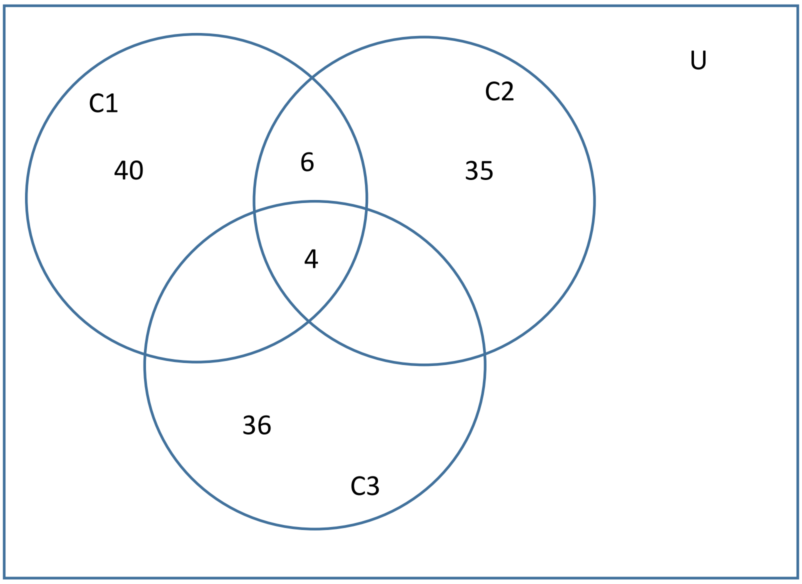
50 – 4 = 46
45 – 4 = 41
40 – 4 = 36



Sabemos que C1 e C2 têm 10 páginas em comum, porém precisamos diminuir das 4 páginas que também apresentam C3. Já que 10 – 4 é 6, temos 6 páginas que tem C1 e C2 em comum, logo, precisamos diminuir das páginas que tem somente um catálogo.

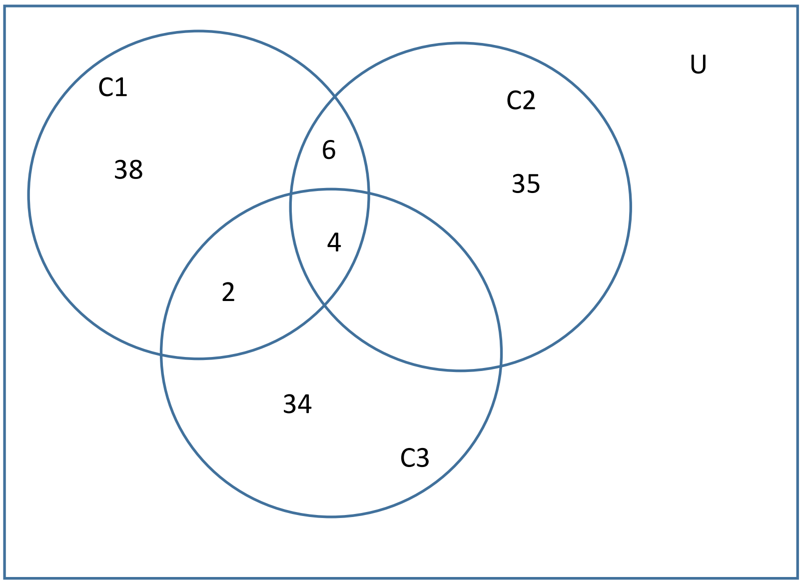
46 – 6 = 40

41 – 6 = 35



Sabemos que C1 e C3 tem 6 páginas em comum, porém precisamos diminuir das 4 páginas que também apresentam C2. Já que 6 – 4 é 2, temos 2 páginas que tem C1 e C3 em comum, logo, precisamos diminuir das páginas que tem somente um catálogo.

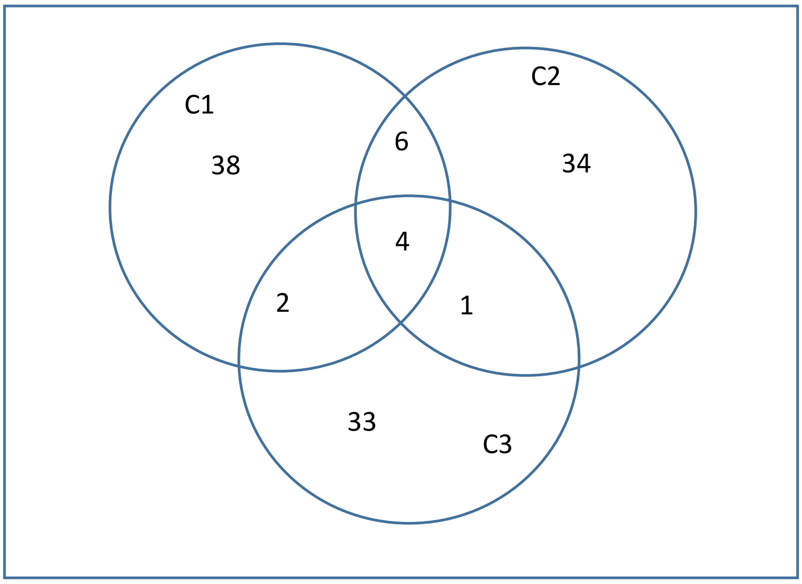
40 – 2 = 38
36 – 2 = 34



Sabemos que C2 e C3 tem 5 páginas em comum, porém precisamos diminuir das 4 páginas que também apresentam C1. Já que 5 – 4 é 1, temos 1 página que tem C2 e C3 em comum, logo, precisamos diminuir das páginas que tem somente um catálogo.

35 – 1 = 34
34 – 1 = 33

U



Para saber o resultado final de catálogos basta somar todos os resultados da imagem anterior.

$38 + 2 + 4 + 6 + 1 + 33 + 34 = 118$

14) (Uepg) Uma prova continha dois problemas: 30 alunos acertaram somente um problema, 22 alunos acertaram o segundo problema, 10 alunos acertaram os dois problemas e 17 alunos erraram o primeiro problema. Nesse contexto, assinale o que for correto.

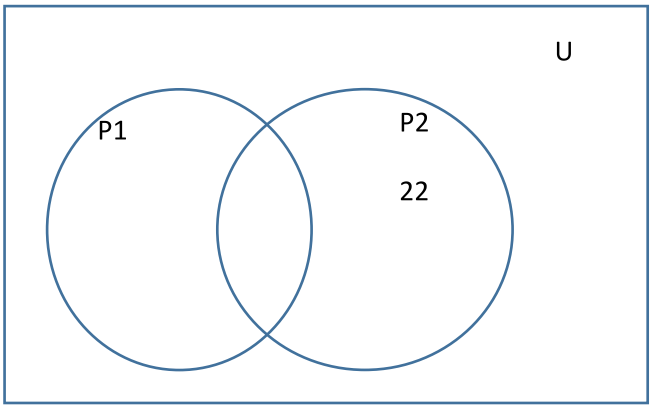
01) 10 alunos erraram os dois problemas.

02) 20 alunos erraram o segundo problema.

03) 18 alunos acertaram somente o primeiro problema.

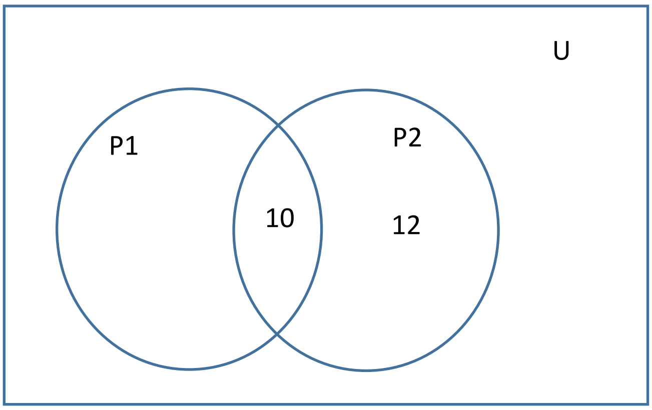
04) 45 alunos fizeram a prova.

Primeiro vamos prestar atenção nos 22 alunos que acertaram o segundo problema (P2). Trataremos o problema um como P1. Não começaremos resolvendo pelos 30 alunos pois não sabemos qual problema eles acertaram, só que acertaram apenas um. Assim:

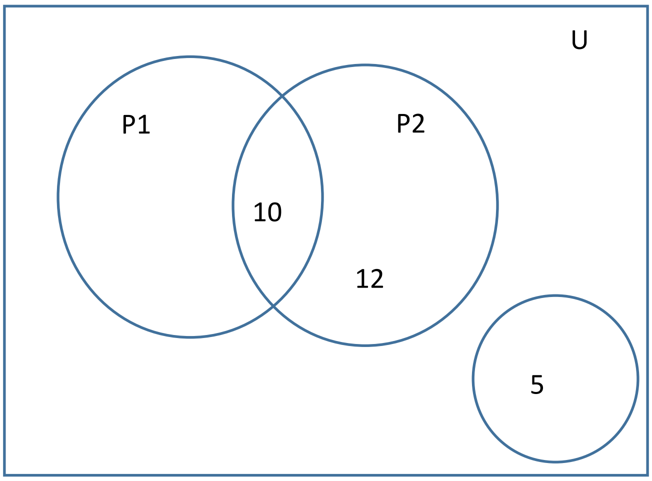


Sabemos também que 10 alunos acertaram os dois problemas, ou seja, os 10 alunos estão na intersecção e devemos diminuir 10 de 22, pois nos 22 que acertaram a prova 2 também está incluso os 10 alunos que acertaram as duas questões:

22 – 10 = 12 pessoas que só acertaram a segunda questão.

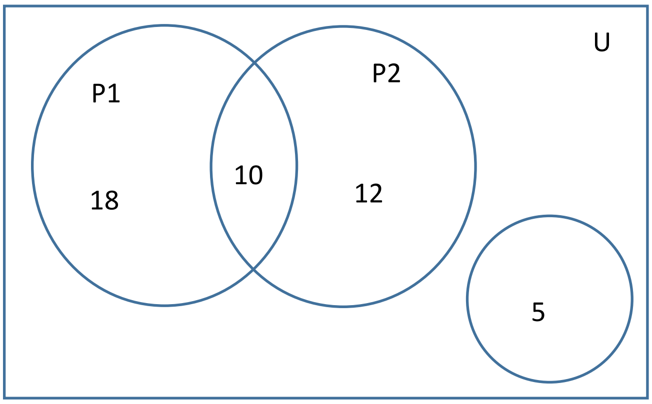


Além disso, sabemos que 17 pessoas erraram o primeiro problema, ou seja, dessas 17 temos as 12 pessoas que só acertaram o problema 2 e mais 5 pessoas que erraram as duas questões:



Agora, podemos voltar para as 30 pessoas que acertaram apenas 1 questão. Como sabemos que 12 pessoas acertaram o P2, basta diminuir 12 de 30 e saberemos quantas pessoas acertaram somente o P1:

30 – 12 = 18



Agora vamos às opções. No número 01 está dizendo que 10 alunos erraram as duas questões, o que está errado pois 5 alunos apenas erraram as duas. Em 02 temos que 20 alunos erraram a segunda questão, o que também está errado, pois se somarmos as 18 pessoas que só acertaram a P1 com as 5 pessoas que erraram todas as questões, resultaria em 23. Em 03 temos que 18 pessoas acertaram somente a P1, o que está correto. Por fim, em 04 temos que 45 pessoas fizeram a prova, o que está correto pois

18 + 10 + 12 + 5 = 45.

Nesta última questão, em especial, temos duas respostas corretas. É importante lembrar que isso não acontecerá no ENEM!

Segunda Semana:

REGRA DE SINAIS:

- **Adição/Subtração:**

Sinais iguais: opera e conserva o sinal.

Sinais diferentes: subtrai o menor do maior e conserva o sinal do maior.

- **Multiplicação/Divisão:**

Sinais iguais: mais.

Sinais diferentes: menos.

Critérios de Divisibilidade

Na matemática, a divisão é a base para a resolução de vários problemas como: calculo de médias, fatoração e porcentagem. A fim de facilitar, existem alguns critérios que podemos utilizar para poupar tempo em uma divisão. Considerando que o resto da divisão seja sempre igual a zero.

1. **Divisibilidade por 2:** São divisíveis por 2 todos os números pares;

   Exemplo:

   (2, 4, 6, 8, 10, 12, ...)

2. **Divisibilidade por 3:** São divisíveis por 3 todos os números cujo a soma dos algarismos é divisível por 3;

Exemplo:

15 é divisível por 3, pois 1 + 5 = 6 e 6 : 3 = 2.

3. **Divisibilidade por 4:** São divisíveis por 4 todos os números que tem os dois últimos algarismos (unidade, dezena) divisíveis por 4;

   Exemplo:

   528 é divisível por 4 pois os dois últimos algarismos formam o número 28 e 28 : 4 = 7.

4. **Divisibilidade por 5:** São divisíveis por 5 todos os números terminados em 0 ou 5;

   Exemplos:

   155.295 é divisível por 5 pois termina em 5.
   18.470 é divisível por 5 pois termina em 0.

5. **Divisibilidade por 6:** São divisíveis por 6 todos os números divisíveis por 2 e por 3 ao mesmo tempo;

   Exemplo:

   36 é divisível por 6 pois é par, então é divisível por dois, e a soma dos seus algarismos resulta em 9 que é divisível por 3.

6. **Divisibilidade por 8:** São divisíveis por 8 todos os números cujo os três últimos algarismos são divisíveis por 8;

   Exemplo:

   45.032 é divisível por 8 pois seus três últimos algarismos são 042 e 042 é divisível por 8.

7. **Divisibilidade por 9:** São divisíveis por 9 todos os números cuja a soma de seus algarismos são divisíveis por 9;

   Exemplo:

   3.627 é divisível por 9 pois 3 + 6 + 2 + 7 = 18 e 18 é divisível por 9.

8. **Divisibilidade por 10:** São divisíveis por 10 todos os números terminados em 0;

   Exemplo:

   (10.000; 20.480; 970; ...)

9. **Divisibilidade por 12:** São divisíveis por 12 todos os números divisíveis por 3 e por 4 ao mesmo tempo.

   Exemplo:

   432 é divisível por 12 pois 4+3+2=9, e 9 é um número divisível por 3 e os dois últimos algarismos formam '32' um número divisível por 4.

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

- Todo número natural, maior que 1, pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores.
  De um modo geral, chamados de fatoração de um número natural, maior que 1, a sua decomposição em produtos de fatores primos.

O que é número Primo? Primos são os números inteiros que possuem divisão exata (aquela com resto igual a zero) apenas quando o dividimos por 1 ou por ele mesmo. Por exemplo: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

Passos para uma fatoração:

1. Dividimos o número pelo seu menor divisor primo;
2. A seguir, dividimos o quociente obtido pelo menor divisor primo desse quociente e assim sucessivamente até obter o quociente 1.

Exemplo:

Vamos fatorar o número 121:

	121	**11**	→ Fatores primos
Quociente da divisão 121 por 11 ←	**11**	**11**	
Quociente da divisão 11 por 11 ←	**1**		

↓

Chegou em 1?

Acabou a decomposição!

Logo, o número 121 decomposto em fatores primos é: 11 . 11.

MINIMO MÚLTIPLO COMUM: M.M.C

- Se um número é divisível por outro, dizemos que ele é múltiplo desse outro.

Dois ou mais números podem possuir múltiplos em comum, como é o caso do 4 e do 6. Vejamos abaixo alguns múltiplos de cada um:

- **Múltiplos de 4:** 0, 4, 8, 12, 16, 24, ...
- **Múltiplos de 6:** 0, 6 12 18, 24, 30, 36, ...

No exemplo acima, vimos que são múltiplos do 4 e do 6 ao mesmo tempo, os números 0, 12, e 24. Estes então são os chamados múltiplos comuns. Dentre eles, podemos determinar qual o mínimo múltiplo comum (M.M.C), que é aquele menor múltiplo que seja diferente de zero, dentro do conjunto de múltiplos comuns. Nesse caso, o M.M.C de 4 e 6 é 12.

Como calcular o M.M.C?

Sejam os números 15, 24 e 60. Queremos calcular o mínimo múltiplo comum entre eles. Para isso, os alinhamos um ao lado do outro e começamos a fatorar todos, até que a última linha seja formada apenas por “1”, após isso, obtemos o M.M.C. fazendo a multiplicação dos fatores primos que utilizamos na fatoração. Vejam abaixo:

$$\begin{array}{ccccc|c} 15 & - & 24 & - & 60 & 2 \\ 15 & - & 12 & - & 30 & 2 \\ 15 & - & 6 & - & 15 & 2 \\ 15 & - & 3 & - & 15 & 3 \\ 5 & - & 1 & - & 5 & 5 \\ 1 & - & 1 & - & 1 & \end{array}$$

M.M.C. = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 = 120

Se um dos números for múltiplo de todos os outros, então ele mesmo será o M.M.C. entre eles. E se todos os números que queremos calcular o M.M.C. forem primos, então apenas efetuamos a multiplicação entre eles.

Por exemplo: o mínimo múltiplo comum entre 3 e 5 é 15.

MÁXIMO DIVISOR COMUM: M.D.C.

Assim como no M.M.C, vimos que dois ou mais números podem possuir alguns múltiplos em comum. Então, o mesmo serve para divisores, os números podem ser divididos por alguns números ao mesmo tempo. Por exemplo, os números 12 e 18 que são ambos divisíveis por 1, 2, 3, e 6. Nesse caso, o M.D.C é 6, pois é o valor máximo pelo qual podemos dividir tanto o 12 quanto o 18 simultaneamente.

Calculamos o M.D.C de dois ou mais números alinhando-os um ao lado do outro e fatorando de uma forma que possamos fatorar todos ao mesmo tempo. A fatoração está concluída quando não conseguirmos mais aplicar a divisão a todos, após isso, o M.D.C será a multiplicação dos fatores primos utilizados.

<u>Exemplo</u>:

1. Encontrar o M.D.C dos números 20, 36 e 72:

30 - 36 - 72	2
15 - 18 - 36	3
5 - 6 - 12	

M.D.C. = 2 x 3 = 6

Como não há nenhum número que conseguimos dividir simultaneamente por 5, 6 e 12, nossa decomposição em fatores primos está completa.

Vamos praticar?

1) Calcule o MMC e o MDC dos números abaixo:

a) 18 e 60

Para calcular o M.D.C. e o M.M.C., precisamos decompor os números em fatores primos, ou seja, realizar divisões sucessivas até encontrarmos a resposta.

M.M.C. de 18 e 60:

	18 – 60	2
18 : 2 = 9 e 60 : 2 = 30 ←	9 – 30	2
Como 2 não divide 9, o 9 permanece igual e 30:2=15 ←	9 – 15	3
9 : 3 = 3 e 15 : 3 = 5 ←	3 – 5	3
Como 3 não divide 5, o 5 permanece igual e 3 : 3 =1 ←	1 – 5	5
5 : 5 = 1 ←	1 – 1	2 X 2 X 3 X 3 X 5 = 180

Chegou em 1?! Terminaram as divisões

AUXILIA
PREPARATÓRIO PARA O ENEM

M.D.C. de 18 e 60:

18 – 60	2
9 – 30	3
3 – 10	2 X 3 = 6

18 : 2 = 9 e 60 : 2 = 30

Como 2 não divide 9, temos que achar outro primo que divida os dois números, neste caso é o 3. Assim, 9 : 3 = 3 e 30 : 3 = 10

Como não temos mais nenhum primo que consiga dividir 3 e 10 ao mesmo tempo, nossa conta terminou.

b) 210 e 462

M.M.C. de 210 e 462

210 – 462	2
105 – 231	3
35 – 77	5
7 – 77	7
1 – 11	11
1 – 1	2 X 3 X 5 X 7 X 11 = 2.310

210 : 2 = 105 e 462 : 2 = 231

105 : 3 = 35 e 231 : 3 = 77

Como 5 não divide 77, o 77 permanece igual e 35 : 5 =7

7 : 7 = 1 e 77 : 7 = 11

Chegou em 1?! Terminaram as divisões

M.D.C de 210 e 462

210 – 462	2
105 – 231	3
35 – 77	7
5 – 11	2 X 3 X 7 = 42

210 : 2 = 105 e 462 : 2 = 231

Precisamos achar um primo que divida os dois números, neste caso é o 3. Assim, 105 : 3 = 35 e 231 : 3 = 77

Precisamos achar um primo que divida os dois números, neste caso é o 7. Assim, 35 : 7 = 5 e 77 : 7 = 11

Como não temos mais nenhum primo que consiga dividir 5 e 11 ao mesmo tempo, nossa conta terminou.

2) No alto da torre de uma emissora de televisão, duas luzes “piscam” com frequências diferentes. A primeira “pisca” 15 vezes por minuto e a segunda “pisca” 10 vezes por minuto. Se num certo instante, as luzes piscam simultaneamente, após quantos minutos elas voltarão a “piscar simultaneamente”?

a) 12

b) 10

c) 20

d) 15

e) 30

Nesta questão é importante pensarmos que está falando de um período de tempo, e mais ainda, o enunciado fala em “quantos segundos as luzes irão piscar simultaneamente”, ou seja, depois de um tempo, encontraremos as luzes piscando juntas. Agora fica a reflexão, qual dos dois (M.D.C ou M.M.C.) procuramos um número comum que aparece primeiro nos dois ou mais números do problema? M.M.C.

Logo, M.M.C. de 10 e 15:

10 – 15	2
5 – 15	3
5 – 5	5
1 – 1	2 X 3 X 5 = 30

3) (Mackenzie – SP) Nas últimas eleições, três partidos políticos tiveram direito, por dia, a 90 s, 108 s e 144 s de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. A soma do número das aparições diárias dos partidos na TV foi de:

Nesta questão temos que perceber que fala de tempo, o que pode nos remeter a M.M.C, mas mais que isso, o enunciado nos fala que o tempo foi sempre o mesmo e o maior possível; Quando o enunciado fala que algo deve ser o maior, a ideia do máximo divisor comum é superior à ideia de tempo, logo para resolver esta questão, precisamos fazer o M.D.C.

90 – 108 – 144	2
45 – 54 – 72	3
15 – 18 – 24	3
5 – 6 – 8	2 X 3 X 3 = 18

Nós encontramos o tempo de cada aparição, mas o enunciado nos pede a soma do número das aparições diárias dos partidos, assim, basta dividir os segundos que os partidos tiveram direito pelo tempo de cada aparição:

90 : 18 = 5

108 : 18 = 6

144 : 18 = 8

Agora, somando os resultados temos que:

5 + 6 + 8 = 19 é a soma das aparições diárias dos três partidos!

4) José possui um supermercado e pretende organizar de 100 a 150 detergentes, de três marcas distintas, na prateleira de produtos de limpeza, agrupando-os de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, mas sempre restando um. Quantos detergentes José tem em seu supermercado?

Quando o enunciado fala em agrupar os detergentes de 12 em 12, 15 em 15 ou 20 em 20, ele está falando de múltiplos de 12, de 15 e de 20, logo, vamos calcular o M.M.C. destes números:

12 – 15 – 20	2
6 – 15 – 10	2
3 – 15 – 5	3
1 – 5 – 5	5
1 – 1 – 1	2 X 2 X 3 X 5 = 60

Assim, sabemos que o mínimo múltiplo comum de 12, 15 e 20 é 60. E então, sabemos que todos os múltiplos de 12, 15 e 20, também serão múltiplos de 60. Partindo do 60, vamos ver quais são seus múltiplos.

M60 = {0, 60, 120, 180, 240,...}

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

60x0 60x1 60x2 60x3 60x4

José pretende organizar de 100 a 150 detergentes. Dos múltiplos de 60, o único que está entre 100 e 150 é o 120, logo, adicionando mais 1, que sempre sobra (de acordo com o enunciado), José tem 121 detergentes.

Outra forma de resolver essa questão sem montar a fatoração é achar o mínimo múltiplo de 12, 15 e 20 através do conjunto dos múltiplos desses números:

M12 = {0, 12, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, ...}

M15 = {0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, ...}

M20 = {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160,...}

Podemos observar que 60 é o mínimo múltiplo comum, porém José quer organizar de 100 a 150 detergentes, logo, vamos para o segundo múltiplo comum que é justamente o 120! Para completar a questão, basta adicionar 1, que é o detergente que resta. José tem 121 detergentes.

AUXILIA
PREPARATÓRIO PARA O ENEM

5) Seja A = 120, B = 160, x = mmc (A,B) e y = mdc (A,B), então o valor de x + y é igual a:

a) 460
b) 480
c) 500
→ d) 520
e) 540

Sabemos que x = M.M.C. (A,B), A = 120 e B = 160, logo:

120 – 160	2
60 – 80	2
30 – 40	2
15 – 20	2
15 – 10	2
15 – 5	3
5 – 5	5
1 – 1	2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 3 X 5 = 480

Logo, x = 480.
Sabemos também que y = M.D.C. (A,B), logo:

120 – 160	2
60 – 80	2
30 – 40	2
15 – 20	5
3 – 4	2 X 2 X 2 X 5 = 40

Logo, y = 40.
Para sabermos o valor de x + y basta somar os dois resultados acima:
480 + 40 = 520

Terceira Semana:

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM FRAÇÕES

❖ Fração é todo número da forma $\frac{p}{q}$ com q diferente de zero.

- p é chamado de Numerador.
- q é chamado de Denominador.

❖ **Adição/Subtração:**

- **Com denominadores iguais:** somamos ou subtraímos os numeradores conservando os denominadores.

  Exemplo:

  ➢ $$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{2+5}{3}=\frac{7}{3}$$

  ➢ $$\frac{2}{3}-\frac{5}{3}=\frac{2-5}{3}=\frac{-3}{3}=-1$$

- **Com denominadores diferentes:** encontramos o M.M.C dos denominadores. Após esta etapa dividimos o mesmo pelo denominador de cada fração e multiplicamos o quociente encontrado pelo respectivo numerador.
  Exemplo:

  ➢ $$\frac{2}{4}-\frac{5}{3}=\frac{3\times2-4\times5}{12}=\frac{6-20}{12}=\frac{-14}{12}=\frac{-7}{6}$$

- O M.M.C de 3 e 4 é 12.
- O 12 será dividido pelo 4 (denominador) que resultará em 3, e este, multiplicaremos pelo 2 (numerador).
- O 12 será dividido pelo 3 (denominador) que resultará em 4, e este, multiplicaremos pelo 5 (numerador).
- Agora, só precisamos efetuar as somas ou subtrações.

❖ **Multiplicação/Divisão:**

- **Multiplicação:** fazemos a multiplicação de numerador com numerador e de denominador com denominador.

  Exemplo:

  $$\frac{3}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{3\times4}{2\times5}=\frac{12}{10}$$

- **Divisão:** na divisão, deixamos a primeira fração como a mesma está, trocamos o sinal da divisão pelo sinal da multiplicação e invertemos a segunda fração (o que está no numerador vai para o denominador e vice-versa).

Exemplo:

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times 5}{8 \times 4} = \frac{15}{32}$$

Comparação entre frações:

Podemos comparar frações utilizando a representação numérica através de algumas técnicas e propriedades. Assim, podemos afirmar se uma fração é maior, menor ou igual a outra.

1ª situação: equivalência entre frações.

A equivalência entre frações nada mais é do que a possibilidade de representarmos uma mesma quantidade, em frações diferentes. Para encontrar a fração ou as frações equivalentes à uma determinada fração, basta dividir ou multiplicarmos o numerador e o denominador da fração por um mesmo número diferente de zero.

Exemplo:

Vamos calcular as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{18}{20}$. Para a $\frac{2}{3}$ vamos multiplicar numerador e denominador por 3 e na fração $\frac{18}{20}$ vamos dividir ambos por 2.

$$\frac{2}{3} = \frac{2.3}{3.3} = \frac{6}{9} \qquad \text{e} \qquad \frac{18}{20} = \frac{18 \div 2}{20 \div 2} = \frac{9}{10}$$

Note que $\frac{6}{9}$ é equivalente a $\frac{2}{3}$ e $\frac{9}{10}$ equivalente a $\frac{18}{20}$.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$

2º situação: quando os denominadores são iguais!

Basta compararmos somente o valor dos numeradores.

Exemplos:

Analisando as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$. Notemos que ambas possuem o mesmo denominador porém 4 > 2 (quatro é maior que dois), logo, $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$.

3ª situação: quando os denominadores são diferentes!

Devemos realizar operações no intuito de encontrarmos frações equivalentes às originais porém ambas com mesmo denominador, para ser possível que utilizemos a definição da 2ª situação. Esse procedimento que irá transformar os denominadores em valores iguais é chamado de “Redução” e consiste em descobrir um número pelo qual iremos multiplicar os membros de uma fração para que os denominadores assumam o mesmo valor.

Exemplo:

Observemos as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{8}{3}$. As frações possuem denominador 6 e 3, respectivamente. Então vamos multiplicar os membros da 1ª equação por 3 e multiplicar os membros da 2ª equação por 6.

Veja:

$$\frac{5.3}{6.3} = \frac{15}{18} \qquad \text{e} \qquad \frac{8.6}{3.6} = \frac{48}{18}$$

Note que $48 > 15$, logo $\frac{48}{18} > \frac{15}{18}$ o que se tratando das frações originais significa dizer que $\frac{8}{3} > \frac{5}{6}$.

4ª situação: igualdade de Frações.

Dizemos que a igualdade duas frações é verdadeira se os produtos de seus extremos são iguais.

Exemplo:

$$\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

$$45.4 = 3.60$$

$$180 = 180$$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

"números com vírgula".

Os números decimais possuem duas partes, a parte inteira e a parte decimal, como visto no exemplo abaixo.

$$1\,,\,234$$

PARTE INTEIRA PARTE DECIMAL

❖ **Soma/Subtração:** em ambas, trabalhamos com as parcelas colocando unidade em baixo de unidade, dezena em baixo de dezena e assim por diante como em toda soma ou subtração, <u>sempre</u> respeitando a posição da vírgula.

<u>Exemplo:</u>

$$\begin{array}{rr} & 1\;\;\;1\;\;\;\;\;\;\;\; \\ & 01\,,\,256 \\ + & 31\,,\,750 \\ \hline & 33\,,\,006 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 1\,,\,899 \\ - & 0\,,\,500 \\ \hline & 1\,,\,399 \end{array}$$

OBS: antes da vírgula podemos completar as casas com zeros à esquerda, depois da vírgula podemos completar com zeros à direita.

❖ **Multiplicação:** precisamos fazer a multiplicação normal, como se não houvesse a vírgula e depois somamos o total de casas depois da vírgula e colocamos a mesma no resultado final.

Exemplo:

```
     5,2
  x  3,1
  ------
     5 2
 + 1 5 6
 -------
   16,12
```

Calculamos como se fosse: 52x31.

Duas casa após a vírgula.

- **Divisão:** fazemos a divisão apenas quando tivermos o mesmo número de casas após a vírgula. Caso as casas do divisor e do dividendo não sejam iguais, então as completamos com zeros e dividimos os números sem as vírgulas. Quando obtemos um resto que não seja divisível, então a ele atribuímos um zero e colocamos uma vírgula no quociente.

Exemplo:

1. Para fazer 35 ÷ 0,7, completamos as casas e temos:

35,0 ÷ 0,7

O segundo passo é dividir 350 por 7, pois 0,7=7.

```
 350 |7
 -35  50
 ---
   0
```

Exemplo:

2. Para fazer 5,2 ÷ 2, completamos as casas e temos:

5,2 ÷ 2,0

O segundo passo é fazer a divisão retirando as vírgulas, ou seja, dividindo 52 por 20.

$$
\begin{array}{r|l}
52 & 20 \\
\cline{2-2}
-40 & 2{,}6 \\
\hline
120 & \\
-120 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Colocou zero no resto porque não dava mais para seguir as divisões? Coloca vírgula no resultado.

Vamos praticar?

1. Em cada item abaixo, substitua o espaço entre as frações abaixo por um dos sinais > , <, ou = :
   a) $\frac{5}{7}$ $\quad\frac{14}{7}$
   b) $\frac{1}{3}$ $\quad\frac{1}{4}$
   c) $\frac{3}{2}$ $\quad\frac{4}{6}$
   d) $\frac{2}{3}$ $\quad\frac{3}{4}$
   e) $\frac{3}{2}$ $\quad\frac{4}{3}$
   f) $\frac{2}{5}$ $\quad\frac{3}{7}$
   g) $\frac{15}{4}$ $\quad 4.20$

2. Coloque as frações $\frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}$ e $\frac{4}{10}$ em ordem crescente.

3. Calcule as somas abaixo, simplificando o resultado sempre que possível.
   a) $\frac{3}{2} + \frac{2}{3}$
   b) $\frac{1}{3} + \frac{4}{6}$
   c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
   d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

AUXILIA
PREPARATÓRIO PARA O ENEM

e) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{4}{6} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

h) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

i) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$

j) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$

k) $\frac{2}{9} \cdot 2$

l) $\frac{8}{6} \cdot 5$

m) $\frac{1}{3} \div 2$

n) $\frac{\frac{2}{3}}{3}$

o) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$

p) $\frac{\frac{35}{6}}{\frac{7}{6}}$

4. Dos moradores de Piraporinha, $\frac{1}{3}$ deve votar em João Valente para prefeito e $\frac{3}{5}$ devem votar em Luís Cardoso. Que fração da população não votará em um desses dois candidatos?

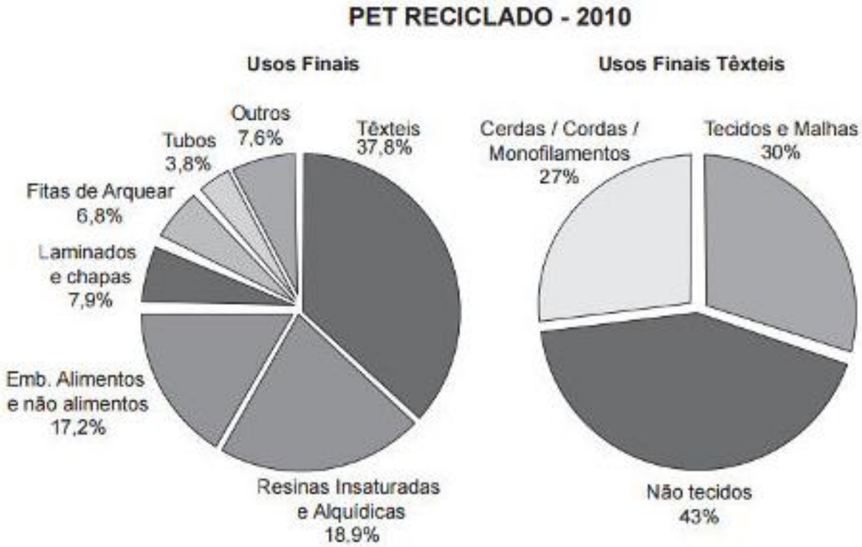
5. Do dinheiro que possuía, João gastou $\frac{1}{3}$ com um ingresso de cinema. Do dinheiro que restou, João gastou $\frac{1}{4}$ comprando pipoca. Que fração do dinheiro total que João possuía foi gasta com a pipoca? Que fração do dinheiro sobrou depois desses gastos?

6. Três quartos dos moradores de Chopotó da Serra bebem café regularmente. Desses, dois quintos preferem o café “Serrano”. Que fração dos moradores da cidade prefere o café “Serrano”? Que fração dos moradores bebe regularmente café de alguma outra marca?

7. Sabendo que $\frac{3}{5}$ da idade de Roberta equivale a 9 anos, determine a sua idade.

8. Durante uma festa, as crianças tomaram metade dos refrigerantes, os adultos tomaram a terça parte do que havia restado e ainda sobraram 120 garrafas cheias. Qual era o total de refrigerantes?

9. (Enem 2015) O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).



Disponível em: www.abipet.org.br. Acesso em: 12 jul. 2012 (adaptado).

11. De acordo com os gráficos, a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, em kton, é mais aproximada de

a) 16,0

b) 22,9

c) 32,0

d) 84,6

e) 106,6

12. (ENEM – 2009) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

13. Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, poderia ser preenchido com:

a) 24 fusas.

b) 3 semínimas.

c) 8 semínimas.

d) 24 colcheias e 12 semínimas.

e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

14. Calcule as seguintes operações com números decimais:

a) $1{,}232 + 0{,}156$
b) $0{,}202 + 0{,}15$
c) $2{,}203 - 0{,}012$
d) $0{,}222 - 0{,}11$
e) $1{,}002 \;.\; 1{,}2$
f) $0{,}121 \;.\; 0{,}11$
g) $15{,}3 \div 2{,}5$
h) $4{,}2 + 31{,}25$
i) $45{,}891 + {,}35$
j) $28{,}2 - 4{,}26$
k) $7 - 3{,}29$
l) $12{,}467 \;.\; 1{,}5$
m) $482{,}2 \;.\; 8$
n) $5 \div 0{,}4$
o) $17{,}68 \div 34$
p) $4 \div 0{,}16$

(Enem – 2015) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir:

a) 105 peças

b) 120 peças

c) 210 peças

d) 243 peças

e) 420 peças