

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ORGANIZAÇÕES E MERCADOS –
PPGOM

PROVA DE SELEÇÃO LOCAL
MESTRADO E DOUTORADO

CPF: _____

INSTRUÇÕES

A prova é composta por 20 questões objetivas, sendo 10 de Estatística e 10 de Matemática. Em cada questão, escolha **uma única alternativa correta**.

- Não é permitida consulta.
- Não é permitido o uso de calculadora.
- Questões com mais de uma alternativa assinalada serão consideradas incorretas.
- A interpretação dos enunciados é parte integrante da avaliação.

ESTATÍSTICA

1. Um lote contém 8 peças, das quais 3 são defeituosas e 5 são não defeituosas. Selecionam-se 3 peças ao acaso, sem reposição.

A probabilidade de que exatamente uma das peças selecionadas seja defeituosa é:

- a) $\frac{3}{8}$
- b) $\frac{5}{14}$
- c) $\frac{15}{28}$
- d) $\frac{9}{14}$
- e) $\frac{3}{4}$

2. Considere o modelo linear

$$Y = X\beta + u,$$

com

$$E(u | X) = 0$$

e ausência de multicolinearidade perfeita. Suponha, entretanto, que

$$Var(u_i | X) = \sigma^2 h_i,$$

em que os valores h_i não são constantes entre as observações.

Qual afirmação é correta?

- a) Os estimadores de MQO tornam-se necessariamente viesados.
- b) Os estimadores de MQO deixam de ser consistentes, mesmo sob exogeneidade.
- c) A heteroscedasticidade pode ser eliminada simplesmente adicionando uma constante ao modelo.
- d) A matriz de variância homoscedástica usual continua válida sem qualquer modificação.
- e) Os estimadores de MQO podem permanecer não viesados e consistentes, mas deixam de ser, em geral, eficientes entre os estimadores lineares não viesados; erros-padrão robustos podem ser necessários para a inferência.

3. Sejam $X_1, \dots, X_{36}$ variáveis aleatórias i.i.d. com

$$E(X_i) = 4 \quad \text{e} \quad \text{Var}(X_i) = 9.$$

Defina

$$Z = 2\bar{X} - 1.$$

Pelo Teorema Central do Limite, a distribuição aproximada de Z é:

- a) $N(7, 1)$
- b) $N(4, 1)$
- c) $N(7, 2)$
- d) $N(8, 1)$
- e) $N(7, 3)$

4. Uma população possui desvio-padrão conhecido

$$\sigma = 12.$$

Deseja-se estimar sua média por um intervalo de confiança de aproximadamente 95%, adotando valor crítico

$$z = 2.$$

Qual é o menor tamanho de amostra necessário para que a margem de erro seja, no máximo, 3 unidades?

- a) 16
- b) 32
- c) 48
- d) 64
- e) 96

5. Em determinada população, 10% dos indivíduos possuem uma condição. Um teste apresenta resultado positivo em 80% dos indivíduos que realmente possuem essa condição e resultado negativo em 90% dos indivíduos que não a possuem. Se um indivíduo escolhido ao acaso apresenta resultado positivo no teste, qual é a probabilidade de que ele realmente possua a condição?

- a) $\frac{4}{13}$
- b) $\frac{8}{17}$
- c) $\frac{8}{15}$
- d) $\frac{9}{17}$
- e) $\frac{4}{5}$

6. Sejam X e Y variáveis aleatórias tais que

$$\text{Var}(X) = 4, \quad \text{Var}(Y) = 9, \quad \text{Cov}(X, Y) = 3.$$

Então

$$\text{Var}(3X - 2Y)$$

é igual a:

- a) 18
- b) 27
- c) 30
- d) 36
- e) 45

7. Seja

$$X \sim U[0, 8].$$

O valor de

$$E(X^2 \mid X > 4)$$

é:

- a) 24
- b) 32
- c) $\frac{112}{3}$
- d) 40
- e) $\frac{128}{3}$

8. O verdadeiro modelo populacional é

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + u,$$

com

$$E(u \mid X, Z) = 0.$$

Um pesquisador omite Z e estima uma regressão simples de Y sobre X .

Sabe-se que

$$\beta_2 < 0 \quad \text{e} \quad \text{Cov}(X, Z) > 0.$$

Mantidas as demais condições usuais, o coeficiente estimado de X tende a apresentar:

- a) viés para baixo.
- b) viés para cima.
- c) viés nulo.
- d) viés cujo sinal depende apenas de $\text{Var}(X)$.
- e) viés apenas se os erros forem heteroscedásticos.

9. Considere o processo

$$Y_t = 2 + \frac{1}{2}Y_{t-1} + u_t,$$

em que u_t é ruído branco com

$$E(u_t) = 0 \quad \text{e} \quad \text{Var}(u_t) = 3.$$

A média incondicional, a variância incondicional e a autocorrelação de primeira ordem de Y_t são, respectivamente:

- a) 2, 3, $\frac{1}{2}$
- b) 4, 3, $\frac{1}{4}$
- c) 4, 3, $\frac{1}{2}$
- d) 4, 6, $\frac{1}{2}$
- e) 4, 4, $\frac{1}{2}$

10. Uma economia possui dois bens. No ano-base:

$$p_A^0 = 2, \quad q_A^0 = 5, \quad p_B^0 = 4, \quad q_B^0 = 5.$$

No ano corrente:

$$p_A^1 = 3, \quad q_A^1 = 4, \quad p_B^1 = 5, \quad q_B^1 = 6.$$

Usando 100 como base, os índices de preços de Laspeyres e de Paasche são, aproximadamente, respectivamente:

- a) 125,0 e 133,3
- b) 133,3 e 131,25
- c) 131,25 e 133,3
- d) 140,0 e 125,0
- e) 133,3 e 140,0

MATEMÁTICA

11. O valor do limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3}$$

é:

- a) 0
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 1
- e) O limite não existe.

12. Calcule a área da região delimitada pelas curvas

$$y = x^2 \quad \text{e} \quad y = 2x + 3.$$

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) $\frac{32}{3}$
- e) 12

13. Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

O maior autovalor de A^{-1} é:

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\frac{3}{4}$
- e) 1

14. Considere o problema de valor inicial

$$y'' - 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

A solução é:

- a) $y(x) = 2e^x - e^{2x}$
- b) $y(x) = e^x + e^{2x}$
- c) $y(x) = 2e^{2x} - e^x$
- d) $y(x) = e^{-x}$
- e) $y(x) = e^x$

15. Calcule a integral imprópria

$$\int_1^\infty \frac{1}{x(x+1)} dx.$$

- a) $\frac{1}{2}$
- b) 1
- c) $\ln 2$
- d) $2 \ln 2$
- e) A integral diverge.

16. Para quais valores do parâmetro k o sistema linear abaixo possui solução única?

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x + ky + 2z = 2, \\ x + 2y + kz = 3. \end{cases}$$

- a) Para todo $k \in \mathbb{R}$.
- b) Apenas para $k = 0$.
- c) Apenas para $k = 2$.
- d) Para $k \neq -2$ e $k \neq 0$.
- e) Para $k \neq 0$ e $k \neq 2$.

17. Considere a função

$$f(x, y) = x + y$$

definida no domínio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_{++}^2 : x + y \leq 10, x + y \geq 2\}.$$

Quais são os pontos de máximo e de mínimo de f em D ?

- a) O máximo ocorre apenas em $(5, 5)$ e o mínimo apenas em $(1, 1)$.
- b) Todo ponto de D com $x + y = 10$ é ponto de máximo, e todo ponto de D com $x + y = 2$ é ponto de mínimo.
- c) O máximo ocorre apenas em $(9, 1)$ e o mínimo apenas em $(1, 1)$.
- d) A função possui máximo igual a 10, mas não possui mínimo.
- e) A função não possui máximo nem mínimo em D .

18. Seja

$$f(x, y) = x^{1/2}y^{1/3}, \quad x > 0, y > 0.$$

Utilizando o Teorema de Euler para funções homogêneas, o valor de

$$xf_x(x, y) + yf_y(x, y)$$

no ponto $(4, 8)$ é:

- a) 2
- b) $\frac{8}{3}$
- c) $\frac{10}{3}$
- d) 4
- e) 5

19. A sequência (a_n) é definida por

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n,$$

com

$$a_1 = 1 \quad \text{e} \quad a_2 = 2.$$

O valor de a_8 é:

- a) 32
- b) 64
- c) 96
- d) 128
- e) 256

20. Considere os pontos

$$P = (1, 0, 0), \quad Q = (0, 2, 0),$$

$$R = (0, 0, 4).$$

A equação do plano que passa por esses três pontos e a distância desse plano à origem são, respectivamente:

- a) $4x + 2y + z = 4$ e $\frac{4}{\sqrt{21}}$
- b) $x + 2y + 4z = 4$ e $\frac{4}{\sqrt{21}}$
- c) $4x + 2y + z = 1$ e $\frac{1}{\sqrt{21}}$
- d) $2x + y + z = 2$ e $\frac{2}{\sqrt{6}}$
- e) $4x + 2y + z = 4$ e $\frac{4}{\sqrt{17}}$

FOLHA DE RESPOSTAS

Questão	a	b	c	d	e
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
16	☐	☐	☐	☐	☐
17	☐	☐	☐	☐	☐
18	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐
20	☐	☐	☐	☐	☐

CPF: _____

RASCUNHO DA FOLHA DE RESPOSTAS

Questão	a	b	c	d	e
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
16	☐	☐	☐	☐	☐
17	☐	☐	☐	☐	☐
18	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐
20	☐	☐	☐	☐	☐

CPF: _____