

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática**



Dissertação

**MODELAGEM 6-DOF DE UM VEÍCULO DE SUPERFÍCIE NÃO TRIPULADO PARA  
MISSÕES COLABORATIVAS COM VEÍCULOS HÍBRIDOS  
AÉREO-SUBAQUÁTICOS NÃO TRIPULADOS**

**Aline da Graça Gouvêa Timm**

Pelotas, 2026

**Aline da Graça Gouvêa Timm**

**MODELAGEM 6-DOF DE UM VEÍCULO DE SUPERFÍCIE NÃO TRIPULADO PARA  
MISSÕES COLABORATIVAS COM VEÍCULOS HÍBRIDOS  
AÉREO-SUBAQUÁTICOS NÃO TRIPULADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Régis Sperotto de Quadros  
Coorientador: Prof. Dr. Kristofer Stift Kappel

Pelotas, 2026

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas  
Catalogação da Publicação

T584mTimm, Aline da Graca Gouvea

Modelagem 6-DOF de um veículo de superfície não tripulado para missões colaborativas com veículos híbridos aéreo-subaquáticos não tripulados [recurso eletrônico] / Aline da Graca Gouvea Timm ; Régis Sperotto de Quadros, orientador ; Kristofer Stift Kappel, coorientador. — Pelotas, 2026.  
124 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2026.

1. Veículo de Superfície Não Tripulado. 2. USV. 3. Modelagem 6DOF. 4. Dinâmica de veículos marinhos. 5. Missões colaborativas. I. Quadros, Régis Sperotto de, orient. II. Kappel, Kristofer Stift, coorient. III. Título.

CDD 629.325

**Aline da Graça Gouvêa Timm**

**MODELAGEM 6-DOF DE UM VEÍCULO DE SUPERFÍCIE NÃO TRIPULADO PARA  
MISSÕES COLABORATIVAS COM VEÍCULOS HÍBRIDOS  
AÉREO-SUBAQUÁTICOS NÃO TRIPULADOS**

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

**Data da Defesa:** 05 de fevereiro de 2026

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Régis Sperotto de Quadros (orientador)  
Doutor em Matemática Aplicada pela TU-Darmstadt/Alemanha.

Prof. Dr. Kristofer Stift Kappel (Co-orientador)  
Doutor em Ciência da Computação pela UFPel

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Stephanie Loi Brião  
Doutora em Engenharia de Automação e Sistemas pela UFSC.

Prof. Dr. Armando Alves Neto  
Doutor em Ciência da Computação pela UFMG.

Prof. Dr. Claudio Zen Petersen  
Doutor em Fenômenos de Transporte pela UFRGS.

Dedico este trabalho aos meus pais, meus amigos e  
minha gata Marie.

## AGRADECIMENTOS

À minha família, meu mais profundo agradecimento. À minha mãe, pela inspiração de criatividade, pelo incentivo constante em buscar a excelência em cada oportunidade e por sempre acreditar no meu potencial. Ao meu pai, por seu exemplo de dedicação e sacrifício, cujo trabalho incansável me proporcionou a oportunidade de estudar. Aos meus irmãos, Daniel e Edenilson, minha gratidão por confiarem em mim e enxergarem um potencial que, por vezes, eu mesma não via.

Agradeço às minhas amigas, Evelin Nascimento Lima, Milena Dias de Oliveira, e Barbara Sobral pelos diversos momentos em que precisei do suporte, do café e dos bons conselhos de vocês. Essa amizade me fortalece e me faz melhor a cada dia; eu amo vocês. Ao meu amigo Ulian Gabriel Alff Ramires dedico um agradecimento mais do que especial, pois ele foi o responsável por me apresentar meu coorientador, e se não fosse por este intermédio, este trabalho não existiria.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Régis Sperotto de Quadros, agradeço pela orientação segura, pela paciência e pela confiança depositada em meu trabalho ao longo desta jornada. Ao meu coorientador, Prof. Dr. Kristofer Stift Kappel, meu mais profundo e honesto agradecimento por ter me acolhido como sua orientanda, por acreditar no meu potencial, pelas críticas sempre sensatas, por cada revisão lotada de conselhos (que eu espero ter conseguido absorver) e por me apresentar ao projeto Hydrone e propor este tema de estudo tão fascinante.

Aos membros do projeto Hydrone, agradeço pela acolhida e pelas valiosas contribuições. Em particular, ao Me. Pedro Miranda Pinheiro e ao Dr. Paulo Lilles Jorge Drews-Jr, pela colaboração, orientação e pelas sábias revisões. Para encerrar, gostaria de dedicar um agradecimento especial à Dra. Stephanie Loi Brião, pelo companheirismo e pela inspiração de tê-la ao meu lado como uma mulher na ciência.

Por fim, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática (PPGMMat/UFPel) pela oportunidade de qualificação e pelo suporte acadêmico. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), e por isso deixo aqui o meu agradecimento.

*"Aos esfarrapados do mundo e aos que neles se descobrem e, assim, descobrindo-se, com eles sofrem, mas, sobretudo, com eles lutam".*

— PAULO FREIRE

## RESUMO

TIMM, Aline da Graça Gouvêa. **MODELAGEM 6-DOF DE UM VEÍCULO DE SUPERFÍCIE NÃO TRIPULADO PARA MISSÕES COLABORATIVAS COM VEÍCULOS HÍBRIDOS AÉREO-SUBAQUÁTICOS NÃO TRIPULADOS**. Orientador: Régis Sperotto de Quadros. 2026. 124 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2026.

A viabilidade operacional de *Hybrid Unmanned Aerial-Underwater Vehicles* (HUAUVs) em missões de monitoramento marinho é comumente restringida pela limitada autonomia de suas baterias. Embora a utilização de *Unmanned Surface Vehicles* (USVs) como plataformas móveis de pouso e recarga para HUAUVs, ofereça uma solução logística, a estabilidade dinâmica do sistema acoplado durante a interação física permanece sendo um fator importante de segurança, frequentemente simplificado na literatura por meio de modelos estáticos ou de apenas 3 graus de liberdade (3-DOF). Esta dissertação aborda essa complexidade ao desenvolver um modelo matemático não-linear em 6 graus de liberdade (6-DOF) para um USV do tipo catamarã, fundamentado no formalismo vetorial de Newton-Euler e na notação da Sociedade de Arquitetos Navais e Engenheiros Marinheiros (SNAME). A modelagem integra a dinâmica de corpo rígido com coeficientes hidrodinâmicos de massa adicionada e amortecimento, estimados via *Slender Body Theory* e formulações empíricas adequadas para geometrias de duplo casco. A contribuição central do trabalho reside na representação explícita das forças de perturbação transientes durante o pouso e a decolagem, quantificando matematicamente o impacto da carga estática excêntrica e da força aerodinâmica de *downwash* amplificada pelo efeito solo. As simulações numéricas, implementadas em linguagem Python e simuladas através de métodos de integração de Runge-Kutta de alta ordem (RK45, DOP853), mapearam a resposta do sistema em diversos cenários de excentricidade. Os resultados quantitativos demonstram que, para a geometria analisada, a estabilidade passiva é insuficiente em pousos com excentricidade lateral superior a 25% da largura total da embarcação. Nestas condições, observou-se que o acoplamento inercial induz ângulos de *Roll* superiores a  $10^\circ$  e oscilações de *Pitch* que superam os critérios de segurança operacional adaptados da literatura, além de gerar uma deriva lateral involuntária causada pela projeção do vetor gravidade. Conclui-se que o desenvolvimento de sistemas de controle ativo de atitude ou mecanismos de travamento mecânico é necessário para operações em mar aberto, sendo este modelo a base dinâmica que ainda precisa ser validada para tais projetos futuros.

Palavras-chave: Veículo de Superfície Não Tripulado; USV; Modelagem 6DOF; Dinâmica de Veículos Marinheiros; Missões Colaborativas; Operações Cooperativas; Interação USV-HUAUV.

## ABSTRACT

TIMM, Aline da Graça Gouvêa. **6-DOF MODELING OF AN UNMANNED SURFACE VEHICLE FOR COLLABORATIVE MISSIONS WITH HYBRID UNMANNED AERIAL-UNDERWATER VEHICLES**. Advisor: Régis Sperotto de Quadros. 2026. 124 f. Dissertation (Masters in Mathematical Modeling) – Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2026.

The operational viability of Hybrid Unmanned Aerial-Underwater Vehicles (HUAUVs) in marine monitoring missions is commonly constrained by limited battery endurance. While the use of Unmanned Surface Vehicles (USVs) as mobile landing and recharging platforms for HUAUVs offers an efficient logistical solution, the dynamic stability of the coupled system during physical interaction remains a critical safety factor, often simplified in the literature through static or 3-degree-of-freedom (3-DOF) models. This dissertation addresses this complexity by developing a non-linear 6-degree-of-freedom (6-DOF) mathematical model for a catamaran-type USV, based on the Newton-Euler vector formalism and the Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME) notation. The modeling integrates rigid body dynamics with hydrodynamic added mass and damping coefficients, estimated via Slender Body Theory and empirical formulations suitable for twin-hull geometries. The central contribution of this work lies in the explicit representation of transient disturbance forces during landing and take-off, mathematically quantifying the impact of eccentric static loading and aerodynamic downwash force amplified by the ground effect. Numerical simulations, implemented in Python and executed through high-order Runge-Kutta integration methods (RK45, DOP853), mapped the system response across various eccentricity scenarios. Quantitative results demonstrate that, for the analyzed geometry, passive stability is insufficient in landings with lateral eccentricity exceeding 25% of the vessel's total beam. Under these conditions, it was observed that inertial coupling induces Roll angles greater than  $10^\circ$  and Pitch oscillations that exceed operational safety criteria adapted from the literature, in addition to generating involuntary lateral drift caused by the projection of the gravity vector. It is concluded that the development of active attitude control systems or mechanical locking mechanisms is necessary for open-sea operations, with this model serving as the dynamic foundation that still requires validation for such future projects.

Keywords: Unmanned Surface Vehicle; USV; 6DOF Modeling; Marine Vehicle Dynamics; Collaborative Missions; Cooperative Operations; USV-HUAUV Interaction.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	O USV utilizado no projeto Hydrone é objeto de estudo desta dissertação, em conjunto com HUAUV em uma ação demonstrativa. Fonte: Projeto Hydrone, a autora. . . . .	23
Figura 2	Evolução temporal das publicações selecionadas sobre sistemas colaborativos USV-HUAUV (2010-2025). Fonte: A autora. . . . .	24
Figura 3	Distribuição dos artigos selecionados por periódico e fonte de publicação. Fonte: A autora. . . . .	25
Figura 4	Análise de frequência dos termos-chave na literatura, destacando a predominância de tópicos de alto nível em detrimento da modelagem detalhada da interação física. . . . .	26
Figura 5	Distribuição das principais contribuições dos trabalhos analisados, evidenciando a lacuna em pesquisas focadas especificamente na modelagem da dinâmica da colaboração. . . . .	27
Figura 6	Representação dos vetores posição utilizando referencial do corpo. Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	32
Figura 7	Representação dos vetores posição em vista lateral mostrando o referencial da terra. Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	32
Figura 8	Rotação do USV em torno do eixo X: <i>Roll</i> ( $\phi$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	33
Figura 9	Rotação do USV em torno do eixo Y: <i>Pitch</i> ( $\theta$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	33
Figura 10	Rotação do USV em torno do eixo Z: <i>Yaw</i> ( $\psi$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	34
Figura 11	Representação dos vetores posição e velocidade utilizando referencial do corpo. Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	35
Figura 12	Velocidade do USV no eixo X: <i>Surge</i> ( $u$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	36
Figura 13	Velocidade do USV no eixo Y: <i>Sway</i> ( $v$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	36
Figura 14	Velocidade do USV no eixo Z: <i>Heave</i> ( $w$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora. . . . .	37
Figura 15	Estrutura da Matriz de Massa e Inércia ( $M$ ) evidenciando os termos de acoplamento hidrodinâmico fora da diagonal principal. Fonte: A autora. . . . .	43
Figura 16	Estrutura antissimétrica da matriz de Coriolis $C(\nu)$ . Fonte: A autora. . . . .	46

Figura 17	Representação dos sistemas de referência e efeitos rotacionais. A seta curva em verde denota os efeitos das forças de Coriolis e Centrípeta ( $C(\nu)\nu$ ) induzidas pela velocidade angular durante manobras de guinada ( <i>yaw</i> ), ilustrando a relação entre o referencial inercial e o do corpo. Fonte: A autora. . . . .	47
Figura 18	Definição geométrica para o cálculo do arrasto transversal. Fonte: A autora. . . . .	50
Figura 19	Estrutura da Matriz de Amortecimento $D(\nu)$ , composta por termos lineares e quadráticos. A cor verde destaca a dissipação direta de energia em cada eixo, enquanto os termos fora da diagonal representam interações viscosas induzidas pela geometria do casco. Fonte: A autora. . . . .	51
Figura 20	Mecanismo de restauração hidrostática sob carga assimétrica. <b>(Esquerda)</b> Momento restaurador de Arfagem ( <i>Pitch</i> ) opondo-se ao afundamento da proa. <b>(Direita)</b> Momento restaurador de Rolagem ( <i>Roll</i> ) gerado pela assimetria de empuxo. As setas verdes indicam a ação do vetor $g(\eta)$ . Fonte: A autora. . . . .	53
Figura 21	Representação da força vertical $F_z(t)$ aplicada em um ponto excêntrico $r_{pad}$ durante a ação colaborativa. Fonte: Projeto Hydrone, a autora. . . . .	54
Figura 22	Diagrama de corpo livre esquemático das forças atuantes. São apresentados os vetores de amortecimento viscoso $D(\nu)\nu$ , e os efeitos inerciais da Massa Adicionada ( $M_A$ ). As setas amarelas e lilases indicam as perturbações externas $\tau$ geradas pelo acoplamento físico e aerodinâmico do HUAUV. Fonte: A autora. . . . .	56
Figura 23	Cotas do USV extraídas diretamente do modelo 3D, por convenção de modelagem mecânica, todos os valores estão em milímetros. Fonte: A autora. . . . .	63
Figura 24	Estabilidade metacêntrica transversal . . . . .	67
Figura 25	Representação do volume submerso do USV, isolado para análise de suas propriedades geométricas. Fonte: A autora. . . . .	69
Figura 26	Área da linha d'água do USV, utilizada para o cálculo dos momentos de inércia. Fonte: A autora. . . . .	70
Figura 27	Fluxograma do algoritmo de simulação: ciclo de atualização dos estados dinâmicos e cinemáticos. Fonte: A autora. . . . .	79
Figura 28	Cenário de caso Nominal: Pouso alinhado ao CG do USV .Fonte: A autora. . . . .	81
Figura 29	Cenários de pouso com deslocamento de posição em eixo único. Fonte: A autora. . . . .	82
Figura 30	Cenários de pouso com deslocamento de posição combinado. Fonte: A autora. . . . .	83
Figura 31	Cenário Nominal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora. . .	87
Figura 32	Cenário Nominal durante ação de Pouso. Fonte: A autora. . . . .	89
Figura 33	Cenário Longitudinal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora. . . . .	92
Figura 34	Cenário Longitudinal durante ação de Pouso. Fonte: A autora. . . . .	94
Figura 35	Cenário Transversal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora. . . . .	97
Figura 36	Cenário Transversal durante ação de Pouso. Fonte: A autora. . . . .	100

Figura 37	Cenário Diagonal Posterior durante ação de Decolagem. Fonte: A autora. . . . .	102
Figura 38	Cenário Diagonal Posterior durante ação de Pouso. Fonte: A autora.	104
Figura 39	Cenário Diagonal Anterior durante ação de Decolagem. Fonte: A autora. . . . .	106
Figura 40	Cenário Diagonal Anterior durante ação de Pouso. Fonte: A autora.	108
Figura 41	Sensibilidade da resposta de <i>pitch</i> sob variação de $\pm 20\%$ na altura metacêntrica longitudinal ( $GM_L$ ). Fonte: A autora. . . . .	110
Figura 42	Sensibilidade da resposta de <i>roll</i> no cenário Diagonal Posterior sob variação de $\pm 20\%$ no $GM_T$ . Fonte: A autora. . . . .	111
Figura 43	Sensibilidade da resposta de <i>heave</i> sob variação de $\pm 20\%$ na massa do USV. Fonte: A autora. . . . .	112

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Cronograma de desenvolvimento da dissertação. Fonte: A autora .	28
Tabela 2	Notação utilizada para descrever o movimento de veículos marinhos. Fonte: Adaptado de Fossen (1994) pela autora. . . . .	31
Tabela 3	Definição dos principais conceitos de estado do veículo. Fonte: Adaptado de Fossen pela autora. . . . .	37
Tabela 4	Síntese das equações constitutivas e forças do modelo dinâmico 6-DOF. Fonte: A autora. . . . .	57
Tabela 5	Parâmetros físicos do USV obtidos do modelo CAD Utilizando o Software Fusion 360 . . . . .	62
Tabela 6	Comparação das razões de resistência hidrodinâmica ( <i>Sway/Surge</i> ) entre diferentes veículos. Fonte: A autora. . . . .	66
Tabela 7	Critérios de segurança operacional e limites de estabilidade para interação USV-HUAUV. Fonte: A autora. . . . .	85
Tabela 8	Comparativo de resultados de Decolagem vs. Pousos. Fonte: A autora.	109

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BDF	Fórmula de Diferenciação Invertida ( <i>Backward Differentiation Formula</i> )
CAD	Desenho Assistido por Computador ( <i>Computer-Aided Design</i> )
CB	Centro de Empuxo
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
CG	Centro de Gravidade
DOP853	Método Runge-Kutta explícito de 8ª ordem
GPS	Sistema de Posicionamento Global ( <i>Global Positioning System</i> )
HUAUV	Veículo Aéreo-Subaquático Não Tripulado Híbrido ( <i>Hybrid Unmanned Aerial Underwater Vehicle</i> )
LSODA	Solucionador de Livermore para Equações Diferenciais Ordinárias com troca automática de método ( <i>Livermore Solver for Ordinary Differential Equations with Automatic method switching</i> )
NED	Norte-Leste-Baixo ( <i>North-East-Down</i> )
RK23	Método Runge-Kutta explícito de 3ª ordem
RK45	Método Runge-Kutta explícito de 5ª ordem
RTK	Cinemática em Tempo Real ( <i>Real Time Kinematic</i> )
SNAME	Sociedade de Arquitetos Navais e Engenheiros Marinheiros ( <i>Society of Naval Architects and Marine Engineers</i> )
UAV	Veículo Aéreo Não Tripulado ( <i>Unmanned Aerial Vehicle</i> )
USV	Veículo de Superfície Não Tripulado ( <i>Unmanned Surface Vehicle</i> )
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
VHASNT	Veículos Híbridos Aéreo-Subaquáticos Não Tripulados
VSNT	Veículo de Superfície Não Tripulado

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_{frontal}$	Área projetada frontal submersa do casco
$A_p$	Área projetada lateral do casco
$A_{wp}$	Área de linha d'água ( <i>Waterplane Area</i> )
$B$	Boca total da embarcação ( <i>Beam</i> )
$\overline{BM}$	Raio metacêntrico (distância vertical entre CB e o Metacentro)
$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$	Matriz de forças de Coriolis e centrípetas
$C_d$	Coeficiente de arrasto
$C_f$	Coeficiente de fricção de placa plana
$C_{GE}$	Coeficiente de efeito solo ( <i>Ground Effect</i> )
$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$	Matriz de amortecimento hidrodinâmico
$D_r$	Diâmetro do rotor do HUAUV
$f_{dw}$	Força aerodinâmica de <i>downwash</i>
$F_z$	Força vertical total de interação do HUAUV sobre USV
$\mathbf{F}_{HUAUV}$	Vetor de força de perturbação do HUAUV
$g$	Aceleração da gravidade
$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$	Vetor de forças e momentos restauradores hidrostáticos
$\overline{GM}_L$	Altura metacêntrica longitudinal
$\overline{GM}_T$	Altura metacêntrica transversal
$H$	Altura total da embarcação
$I_{wp}$	Momento de inércia de área da linha d'água
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Momentos de inércia de massa principais em torno do CG
$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$	Matriz de transformação Jacobiana (Cinemática)
$\overline{KB}$	Altura do centro de carena (CB) em relação à quilha
$\overline{KG}$	Altura do centro de gravidade (CG) em relação à quilha
$K, M, N$	Momentos de rolagem ( <i>Roll</i> ), arfagem ( <i>Pitch</i> ) e guinada ( <i>Yaw</i> )
$L$	Comprimento total da embarcação

$m$	Massa do veículo (USV)
$m_{HUAUV}$	Massa do veículo aéreo-subaquático (HUAUV)
$\mathbf{M}$	Matriz de inércia total do sistema ( $\mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$ )
$\mathbf{M}_A$	Matriz de massa adicionada (hidrodinâmica)
$\mathbf{M}_{RB}$	Matriz de inércia de corpo rígido
$p, q, r$	Velocidades angulares de <i>Roll</i> , <i>Pitch</i> e <i>Yaw</i> (referencial do corpo)
$\mathbf{r}_{pad}$	Vetor de posição do ponto de pouso em relação ao CG
$S$	Área de superfície molhada ( <i>Wetted Surface</i> )
$S(\cdot)$	Operador de matriz antissimétrica ( <i>Skew-symmetric</i> )
$T_h$	Empuxo ( <i>Thrust</i> ) gerado pelo HUAUV
$u, v, w$	Velocidades lineares de <i>Surge</i> , <i>Sway</i> e <i>Heave</i> (referencial do corpo)
$U_{nom}$	Velocidade nominal de operação
$V$	Volume de fluido deslocado
$W$	Peso do USV ( $mg$ )
$W_h$	Peso estático do HUAUV
$x, y, z$	Posições lineares no referencial inercial (NED)
$X, Y, Z$	Forças de <i>Surge</i> , <i>Sway</i> e <i>Heave</i>
$X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, \dots$	Derivadas hidrodinâmicas de massa adicionada
$X_{ u u}, \dots$	Coeficientes de amortecimento quadrático
$\Delta t$	Passo de tempo da integração numérica
$\boldsymbol{\eta}$	Vetor de posição e orientação no referencial NED ( $[x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ )
$\theta$	Ângulo de Arfagem ( <i>Pitch</i> )
$\theta_{eq}$	Ângulo de Arfagem de equilíbrio estático
$\lambda$	Constante de decaimento do efeito solo
$\boldsymbol{\nu}$	Vetor de velocidades generalizadas no referencial do corpo ( $[u, v, w, p, q, r]^T$ )
$\rho$	Massa específica da água
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor de forças e momentos generalizados
$\boldsymbol{\tau}_{damp}$	Vetor de forças de amortecimento hidrodinâmico
$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV}$	Vetor de perturbação gerado pelo HUAUV
$\boldsymbol{\tau}_{prop}$	Vetor de forças de propulsão
$\phi$	Ângulo de Rolagem ( <i>Roll</i> )
$\psi$	Ângulo de Guinada ( <i>Yaw</i> )

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	19
1.1	Contexto geral e relevância	19
1.2	Autonomia Energética e Solução Colaborativa	20
1.3	Modelagem Matemática	21
1.4	Justificativa e Formulação do Problema	22
1.5	Objetivos	27
1.5.1	Objetivo Geral	27
1.5.2	Objetivos Específicos	28
1.6	Estrutura da Dissertação	29
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	30
2.1	Hidrodinâmica de Veículos Marinhos	39
2.1.1	Matriz de Inércia do Sistema (M)	41
2.1.2	A Matriz de Coriolis e os Efeitos Centrífetos	44
2.1.3	Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico	47
2.1.4	Vetor de Forças Restauradoras Hidrostáticas	51
2.1.5	Vetor de Perturbação do HUAUV	53
2.2	Revisão de Trabalhos Correlatos e Estado da Arte	57
2.2.1	Tendências e Aplicações de USVs	57
2.2.2	Identificação de Parâmetros para USVs	58
2.2.3	Modelagem de Catamarãs	58
2.2.4	Colaboração USV-UAV	59
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	61
3.1	Modelo Dinâmico 6-DOF Específico para Missões Colaborativas	61
3.1.1	Matriz de Inércia do Sistema (M)	63
3.1.2	Vetor de Forças Restauradoras Hidrostáticas	67
3.1.3	Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico	71
3.1.4	Matriz de Coriolis e Termos Centrífetos	74
3.1.5	Vetor de Forças de Propulsão	75
3.1.6	Vetor de Perturbação do HUAUV	76
3.1.7	Definição dos Cenários de Pouso e Decolagem	80
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	84
4.1	Cenário Nominal	85
4.2	Cenário de Excentricidade Longitudinal	90
4.3	Cenário de Excentricidade Transversal	95
4.4	Cenário de Pouso Diagonal Posterior	101

<b>4.5</b>	<b>Cenário de Pouso Diagonal Anterior</b>	105
4.5.1	Análise de Sensibilidade	110
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	113
	<b>APÊNDICE A ALGORITMOS DAS SIMULAÇÕES</b>	116
	<b>REFERÊNCIAS</b>	119

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto geral e relevância

A evolução dos veículos não tripulados, conceitualizada teoricamente no início do século XX por precursores como Tesla, atingiu maturidade operacional apenas nas últimas décadas (Craig, 2005). Essa transição de conceitos teóricos para aplicações práticas em monitoramento e logística foi impulsionada pela redução de custos do hardware robótico e o aumento da capacidade de processamento embarcado (Beté, 2019).

Atualmente, as aplicações voltadas para os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) destacam a sua capacidade de realizar tarefas complexas, perigosas ou repetitivas, abrindo novas fronteiras na exploração, monitoramento e logística (Amaral; Zerbato; Freitas; Barbosa júnior; Simões, 2021; Beté, 2019). No ambiente marítimo, essa tendência se destaca em duas frentes principais: os Veículos de Superfície Não Tripulados (VSNT), também é adotada a nomenclatura em inglês: *Unmanned Surface Vehicles* (USV) e os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT), os quais podem adotar a nomenclatura em inglês *Unmanned Aerial Vehicles* (UAV) (Beté, 2019; Liu; Su; Xu, 2021).

De acordo com o levantamento e pesquisa realizada por Beté (2019), e também em paralelo por Kim; Lee; Kim (2021), os VANTs revolucionaram a coleta de dados e a vigilância aérea, sendo aplicados para diversas tarefas em diferentes áreas. Dentre elas, estão a agricultura (Amaral; Zerbato; Freitas; Barbosa júnior; Simões, 2021), a construção civil (Contreras; Ronconi; Rodriguez; Canolla; Heuser, 2011), e também fins recreativos (Beté, 2019).

Para aplicações mais específicas, existem também os Veículos Híbridos Aéreo-Subaquáticos Não Tripulados (VHASNT), ainda há a notação em inglês: *Hybrid Unmanned Aerial-Underwater Vehicles* (HUAUV). A partir deste ponto, para manter o alinhamento com a literatura internacional e a padronização deste trabalho, as siglas em inglês para todos os veículos mencionados serão adotadas.

Os VANTs vêm se tornando ferramentas relevantes por sua agilidade, baixo custo

e capacidade de alcançar locais remotos (Wu; Xu; Sun; Zhang, 2022). Sua aplicação em cenários marítimos esbarra em um problema: a autonomia de bateria (Drews-jr. et al., 2014). Com um tempo de voo que raramente excede uma hora, grande parte da energia é gasta apenas no trajeto de ida e volta da base, o que limita drasticamente o tempo disponível para a missão em si (Pinheiro; Horn; Andrade; Azpúrua, 2022).

Já os USVs, que segundo Alotaibi; Alqefari; Koubaa (2019) muitas vezes também são chamados de embarcações autônomas, funcionam como plataformas extremamente versáteis. Suas aplicações vão desde a pesquisa oceanográfica e o monitoramento ambiental até a inspeção de infraestruturas *offshore* e operações de defesa (Cardoso, 2017). O design catamarã se sobressai nesse cenário de aplicações por ter algumas vantagens, Faltinsen (2010); Molland; Turnock; Hudson (2017), dentre estas vantagens estão oferecer maior estabilidade transversal, uma área de convés mais ampla para equipamentos e, em certas velocidades, menor resistência hidrodinâmica que os monocascos de mesmo porte. Tais características fazem dos catamarãs a escolha ideal para missões que dependem de uma base estável (Yun; Bliault; Rong, 2018).

Embora o foco aéreo deste trabalho seja um HUAUV, o escopo da dissertação se concentra na sua interação com o veículo de superfície, o USV. Durante as fases de pouso e decolagem a dinâmica de um HUAUV é baseada à de um UAV convencional. Então é possível se basear na literatura sobre sistemas colaborativos USV-UAV como principal referência teórica neste trabalho.

## 1.2 Autonomia Energética e Solução Colaborativa

A exploração de grandes áreas oceânicas, seja para inspeções em parques eólicos *offshore* ou para missões de busca e salvamento, é frequentemente limitada pela sua curta autonomia de voo (Drews-jr. et al., 2014); a solução para este problema parece estar na colaboração entre HUAUVS e os USVs, combinando a agilidade aérea dos HUAUVs com a resistência e maior autonomia dos veículos de superfície.

A melhor estratégia para esta colaboração é usar um USV como uma plataforma de transporte para o HUAUV. Onde o USV é responsável por lançar, recuperar e até recarregar o HUAUV (Horn; Silva; Souza; Schneid; Santos; Azpúrua, 2019). O USV navega até a área de interesse, permitindo que o UAV ou HUAUV utilize sua bateria quase que exclusivamente para a missão em si. Essa união transforma uma ferramenta de curto alcance em um ativo estratégico para operações de longa duração, ampliando seu raio de ação (Fernandes; Matos; Matos; Costa; Santos, 2024).

Neste contexto de surgimento de estudos de missões colaborativas, o projeto Hydrone<sup>1</sup>, localizado no laboratório NAUTEC do prédio C3 da Universidade Federal de

---

<sup>1</sup>Leia mais sobre o projeto no site oficial da FURG. Acesso em: 28/12/2025.

Rio Grande (FURG), nasceu focado no estudo de HUAUVs e atualmente está explorando essa cooperação entre veículo aéreo e de superfície. Por isso, o veículo de superfície, objeto deste estudo, foi projetado com um propósito claro: servir como uma base móvel estável para missões com um HUAUV. Graças a esta função, o objetivo é que o HUAUV seja capaz de realizar missões em locais remotos, algo que seria mais difícil se operasse de forma isolada (Drews-jr. et al., 2014).

### 1.3 Modelagem Matemática

Realizar uma missão colaborativa de forma segura e confiável é um desafio da engenharia de controle (Faltinsen, 1993), onde o trabalho principal reside em garantir que um HUAUV pouse de forma autônoma em uma plataforma que se move incessantemente, acompanhando as variações do ambiente marinho. Ainda de acordo com Faltinsen (1993), a resposta para esse problema está na capacidade de prever, com precisão matemática, o comportamento de ambos os veículos.

A modelagem do movimento de embarcações tem uma longa e consolidada história, começando na arquitetura naval clássica (Tupper, 2013). No início dos estudos relacionados a embarcações, a preocupação era manter a estabilidade estática, garantindo assim que um navio não virasse. Segundo Tupper (2013), também havia esforços para estudar maneiras de otimizar a sua estrutura mecânica, para que ela aguentasse as condições adversas do mar. Foi a chegada da teoria de controle que provocou uma mudança de paradigma, forçando o foco a se expandir para a dinâmica: buscando entender como uma embarcação realmente se comporta em resposta a comandos e às forças imprevisíveis de ondas e ventos (Yun; Bliault; Rong, 2018).

O trabalho de Fossen (1994) foi e ainda é um dos mais influentes no meio acadêmico, pois consolidou a linguagem matemática usada até hoje para o controle autônomo. Utilizando o formalismo de Newton-Euler e a notação da *Society of Naval Architects and Marine Engineers* (SNAME), Fossen estabeleceu o framework de 6 Graus de Liberdade (6-DOF) como padrão. Esse modelo fornece as ferramentas para descrever qualquer movimento que um corpo rígido pode fazer no mar: as translações para frente (*Surge*), para os lados (*Sway*) e na vertical (*Heave*), combinadas com as rotações de balanço *Roll*, *Pitch* e *Yaw*.

A literatura indica muitas vezes a aplicação de apenas três graus de liberdade (3-DOF) em estudos relacionados a dinâmica de veículos marinhos, como o que é utilizado nos estudos de González-garcía; Gómez-espinosa; Cuan-urquizo; García-valdovinos; Salgado-jiménez; Escobedo-cabello (2020). Porém, esta abordagem se mostra inadequada para ser aplicada no presente trabalho, pois segundo Fossen (2021), modelos de 6 graus de liberdade são equações de movimento totalmente acopladas, utilizadas para simulação e previsão de movimentos de veículos acoplados.

Tendo em vista que neste estudo o foco está justamente na dinâmica acoplada, o que engloba variáveis como, por exemplo, o efeito *downwash*<sup>2</sup>, fica claro que para avaliar a estabilidade da plataforma nos momentos mais críticos da missão, um modelo 6-DOF não é o mais adequado, (Fossen, 1994; Wu; Li; Li; Zou; Huang, 2023).

## 1.4 Justificativa e Formulação do Problema

A literatura sobre sistemas colaborativos USV-HUAUV, embora crescente, exibe uma tendência a focar em aspectos como planejamento de missão ou sistemas de visão, frequentemente assumindo um modelo simplificado ou genérico para o USV (González-garcía; Gómez-espínosa; Cuan-urquizo; García-valdovinos; Salgado-jiménez; Escobedo-cabello, 2020). No entanto, essa abordagem se mostra insuficiente para atender às demandas de iniciativas de desenvolvimento tecnológico aplicado, como é o caso do Projeto Hydrone.

Atualmente, o projeto estuda a operação colaborativa na qual uma embarcação autônoma atua como base de recarga e troca de dados para ampliar a autonomia das missões do HUAUV. Para o sucesso desta operação, especialmente considerando que o projeto utiliza um USV com uma geometria particular (veja a Figura 1), é necessário o desenvolvimento de um modelo dinâmico que reflita suas características físicas, superando as abstrações comumente encontradas no estado da arte.

---

<sup>2</sup>Efeito *downwash* é o nome dado ao fluxo de ar descendente das hélices de veículos aéreos, como helicópteros, UAVs e HUAUVs, (Zhu; Xu; Liu, 2022)

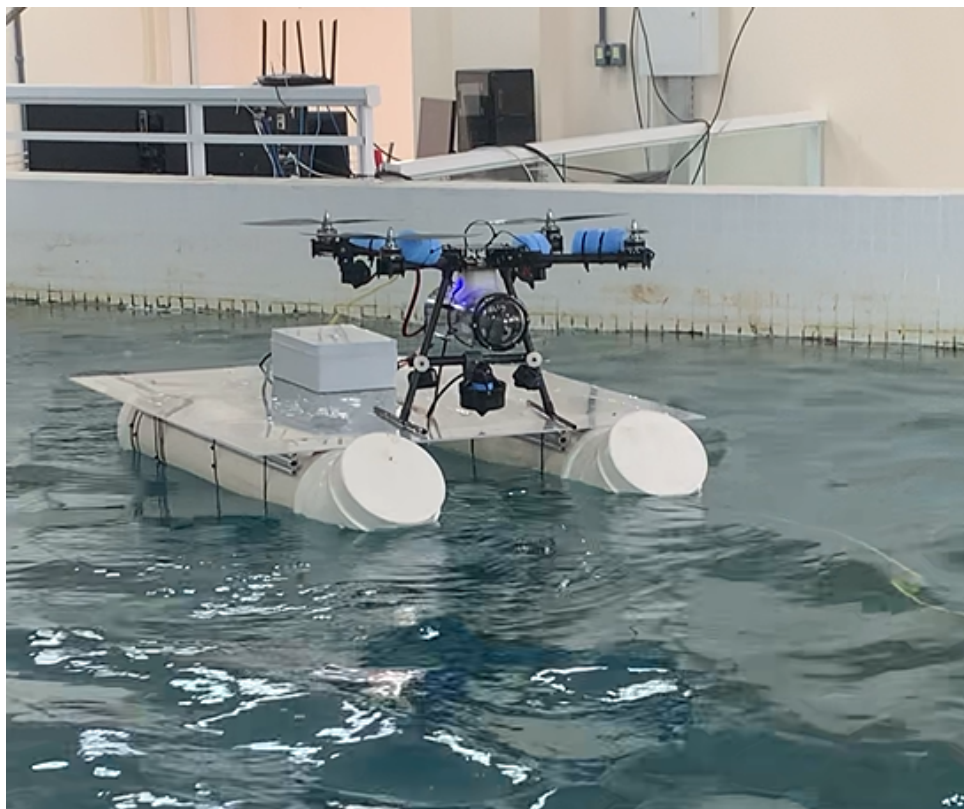


Figura 1 – O USV utilizado no projeto Hydrone é objeto de estudo desta dissertação, em conjunto com HUAUV em uma ação demonstrativa. Fonte: Projeto Hydrone, a autora.

Para contextualizar e fundamentar a contribuição deste trabalho, foi realizado um mapeamento da literatura recente. A pesquisa foi conduzida nas bases de dados Scopus, IEEE Xplore e Google Scholar e teve como objetivo validar a originalidade da pesquisa e identificar as lacunas existentes. A metodologia foi estruturada em duas fases analíticas, aplicadas sobre um conjunto de 49 artigos científicos publicados no período de 2010 a 2025.

A primeira fase consistiu na coleta de publicações. Para obter uma cobertura mais abrangente e encontrar trabalhos tanto em língua inglesa quanto portuguesa, foi utilizada uma combinação de palavras-chave agrupadas por conceito, conectadas pelos operadores booleanos *AND*, *OR*:

- **Veículos:** *Unmanned Surface Vehicle OR USV OR Unmanned Aerial Vehicle OR UAV OR Hybrid Unmanned Aerial-Underwater Vehicle OR HUAUV OR catamarã.*
- **Ações e Domínios:** *Modeling OR Modelagem OR control OR controle OR cooperative OR cooperação OR colaborative OR colaboração OR dynamics OR dinâmica OR hydrodynamics OR hidrodinâmica OR Computational Fluid Dynamics (CFD).*
- **Combinações Específicas:** A busca priorizou a intersecção destes conjuntos, utilizando termos compostos como *"cooperative usv uav"*, *"collaborative usv huauv"* e *"modeling catamaran"*.

A triagem inicial resultou em um corpus literário, do qual 49 trabalhos foram selecionados para análise aprofundada com base em sua relevância técnica e impacto acadêmico. A distribuição temporal destas publicações, apresentada na Figura 2, revela um crescimento no interesse acadêmico sobre o tema, com um pico de produções a partir de 2020, o que denota a atualidade e a relevância crescente da área de sistemas colaborativos autônomos.

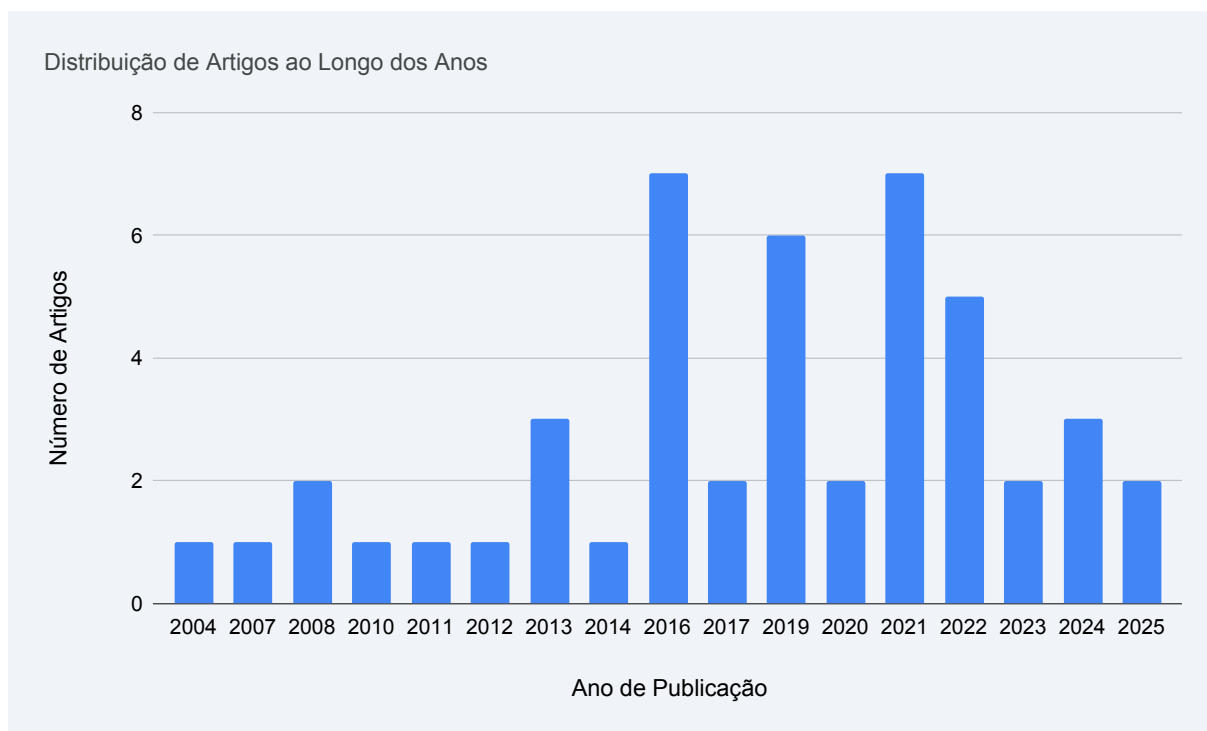


Figura 2 – Evolução temporal das publicações selecionadas sobre sistemas colaborativos USV-HUAUV (2010-2025). Fonte: A autora.

A análise das fontes de publicação, ilustrada na Figura 3, demonstra que o tema é objeto de interesse em periódicos de renome em engenharia oceânica e robótica, como *Ocean Engineering* e *Journal of Marine Science and Engineering*. A diversidade de fontes, abrangendo desde revistas de controle até periódicos de tecnologia marítima, reforça a natureza multidisciplinar do problema abordado.

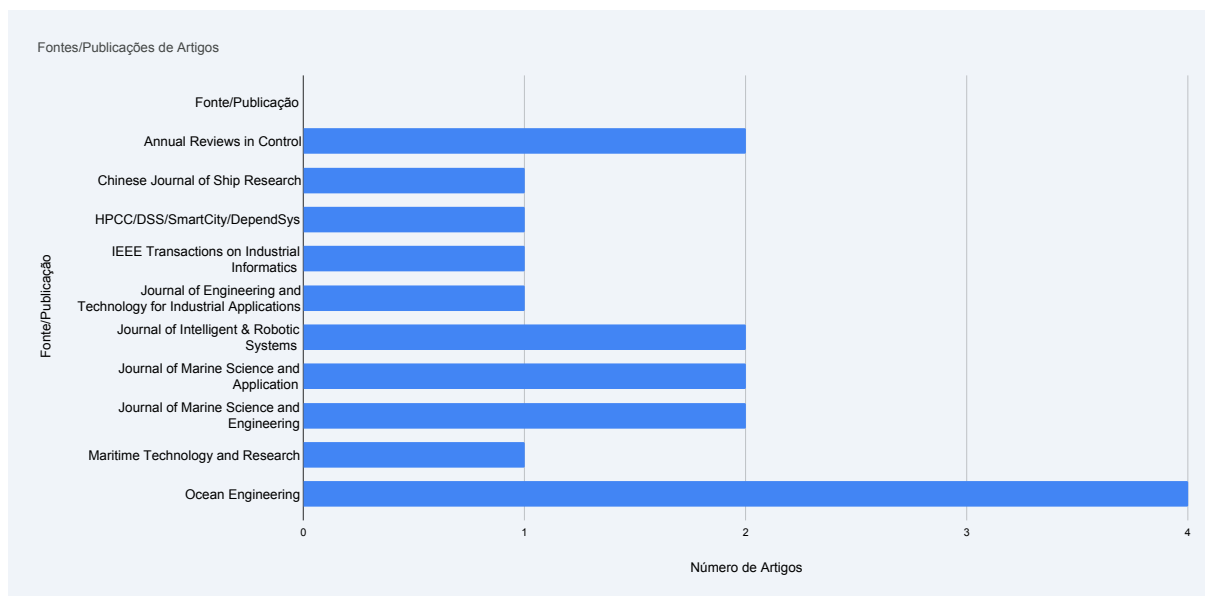


Figura 3 – Distribuição dos artigos selecionados por periódico e fonte de publicação. Fonte: A autora.

Com o conjunto de artigos dentro da atualidade e da relevância, a segunda fase da análise consistiu em somar duas abordagens complementares para extrair tendências e identificar lacunas de pesquisa.

A primeira abordagem foi uma análise de frequência de termos-chave, de natureza quantitativa. O objetivo foi mapear as áreas de maior concentração de pesquisa. Para isso, foi contabilizada a incidência de termos específicos nos resumos, palavras-chave e conclusões dos 50 artigos. Como demonstrado na Figura 4, termos como *USV* (62 ocorrências), *UAV* (46) e *Cooperação* (32) são proeminentes. Em contrapartida, a baixa incidência de termos que unem a modelagem hidrodinâmica com a interação aérea sugere uma lacuna específica na literatura.

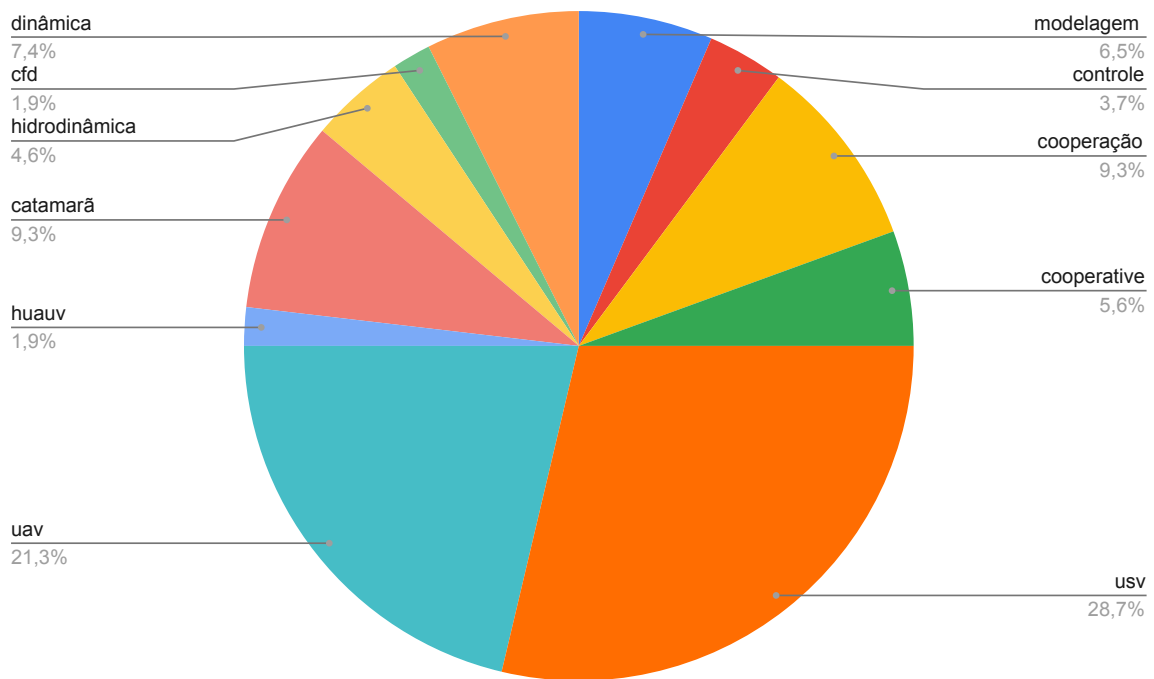


Figura 4 – Análise de frequência dos termos-chave na literatura, destacando a predominância de tópicos de alto nível em detrimento da modelagem detalhada da interação física.

A segunda abordagem, de natureza qualitativa consiste em uma categorização temática, e é apresentada na Figura 5. Evidencia-se um foco significativo em pesquisas de "Modelagem + Controle" de veículos isolados e em "Cooperação" de alto nível, como por exemplo o foco em planejamento de missão. É possível perceber uma escassez de estudos dedicados à dinâmica do acoplamento físico.

## Nº de Trabalhos



Figura 5 – Distribuição das principais contribuições dos trabalhos analisados, evidenciando a lacuna em pesquisas focadas especificamente na modelagem da dinâmica da colaboração.

## 1.5 Objetivos

### 1.5.1 Objetivo Geral

Frente à indicação de que a dinâmica da interação USV-HUAUV é frequentemente abstraída na literatura, este trabalho se insere justamente neste espaço ainda pouco explorado ao focar na descrição fenomenológica do sistema. A proposta é desenvolver uma ferramenta de análise matemática fundamentada no contexto do projeto Hydrone. É preciso delimitar que o escopo deste estudo reside na modelagem matemática e na análise da resposta dinâmica do sistema assumindo condições ideais, como a ausência de distúrbios ambientais como ondas e ventos, e tratando o USV como uma plataforma passiva durante a interação.

A contribuição desta dissertação é a formulação de um modelo 6-DOF para o USV catamarã, pensado não como um veículo isolado, mas como uma base dinâmica sujeita às interações de uma missão colaborativa com HUAUV dentro do escopo de missões do Projeto Hydrone. O diferencial deste modelo reside na sua capacidade de incorporar as perturbações físicas e aerodinâmicas impostas pelo HUAUV, com uma modelagem excêntrica de forças, adaptando as metodologias propostas por Fossen (1994) para permitir uma análise da estabilidade da plataforma durante as fases de pouso e decolagem. A aplicação de estratégias de controle e engenharia de automação foge aos objetivos atuais e não será abordada neste trabalho, sendo considerada

como o seguimento natural e necessário desta pesquisa em nível de doutorado.

### 1.5.2 Objetivos Específicos

Para consolidar esta contribuição, a pesquisa foi estruturada em torno dos seguintes objetivos específicos:

- I. Desenvolver a formulação cinemática e dinâmica do USV em 6-DOF com base no formalismo de Newton–Euler e na notação SNAME, utilizando os parâmetros conhecidos e validados na literatura;
- II. Extrair e estudar os parâmetros geométricos, físicos e inerciais a partir do modelo tridimensional do veículo, utilizando ferramentas de *Computer-Aided Design* (CAD);
- III. Descrever as forças hidrodinâmicas, incluindo massa adicionada, amortecimento e termos hidrostáticos de restauração;
- IV. Representar as forças e momentos induzidos pela presença do HUAUV durante as fases de aproximação, pouso e decolagem;
- V. Implementar o modelo em ambiente de simulação numérica e analisar o comportamento dinâmico do catamarã nos cenários propostos.
- VI. Avaliar e propor melhorias no modelo e em sua aplicação.

A Tabela 1 expõe o planejamento traçado para alcançar os objetivos deste estudo, desde a dedicação às disciplinas necessárias para dar a base matemática avançada necessária para as aplicações, passando pela fase de levantamento de artigos e referencial teórico do estado atual da arte, até a escrita da dissertação e participação em eventos expondo resultados preliminares.

Tabela 1 – Cronograma de desenvolvimento da dissertação. Fonte: A autora

Atividade	2024												2025												2026	
	05	06	07	08	09	10	11	12	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	01	02				
Dedicação às disciplinas obrigatórias	█																									
Definição do Tema e Objeto de Estudo											█															
Revisão Bibliográfica Sistemática									█																	
Análise do Referencial Teórico											█															
Desenvolvimento da Pesquisa													█													
Redação da Dissertação													█													
Qualificação																			█							
Revisão e Adequação Pós-Qualificação																			█							
Defesa e Finalização																			█							

## 1.6 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica sobre a cinemática e dinâmica de veículos marinhos. O Capítulo 3 detalha o desenvolvimento do modelo matemático 6-DOF para o USV. O Capítulo 4 descreve a configuração das simulações e apresenta a análise detalhada dos resultados. Finalmente, o Capítulo 5 resume as conclusões do trabalho e aponta direções para pesquisas futuras. Este trabalho também conta um Apêndice A onde estão os pseudocódigos utilizados nas simulações e os *links* para os *scripts* completos.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para descrever a posição e a orientação de um corpo no espaço, sempre é anexado um sistema de coordenadas, ou referencial, rigidamente ao objeto. Em seguida, se procede com a descrição da posição e da orientação desse referencial em relação a algum sistema de coordenadas de referência (Craig, 2005; Spong; Hutchinson; Vidyasagar, 2020).

Craig (2005), enfatiza que qualquer referencial pode desempenhar o papel de sistema de referência. Por essa razão, é comum a necessidade de transformar descrições de posição e orientação de um referencial para outro. Esse ponto é importante no caso dos veículos marítimos, nos quais diferentes sistemas de coordenadas são usados para simplificar tanto a modelagem quanto o controle.

No contexto desta pesquisa, a descrição do movimento do USV adota dois referenciais principais, de acordo com a convenção proposta pela (SNAME, 1950):

I. **Referencial Inercial ( $\{n\}$ ):** Adotou-se o sistema *North-East-Down* (NED), fixo à Terra. Nesse sistema, o eixo  $X$  aponta para o Norte, o  $Y$  para o Leste e o  $Z$  para baixo. Vale observar que a escolha de  $Z$  positivo para baixo pode parecer contraintuitiva, mas trata-se de uma convenção consolidada na área naval.

II. **Referencial do Corpo ( $\{b\}$ ):** Esse referencial é solidário ao veículo, com origem no Centro de Gravidade ( $CG$ ). Os eixos seguem a notação tradicional:  $x_b$  (longitudinal, proa),  $y_b$  (transversal, boreste) e  $z_b$  (vertical, para baixo).

Uma vez definidos os sistemas de coordenadas, é fundamental garantir consistência na nomenclatura dos movimentos. Para isso, adota-se a padronização proposta pela SNAME (1950), também utilizada por Fossen (1994). Essa padronização define termos e símbolos para 6-DOF e está resumida na Tabela 2.

Conforme a literatura de referência, Craig (2005) e Fossen (1994), a posição e a orientação de um veículo no referencial inercial são descritas pelo vetor de estados generalizados  $\eta$ :

$$\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (1)$$

Tabela 2 – Notação utilizada para descrever o movimento de veículos marinhos. Fonte: Adaptado de Fossen (1994) pela autora.

Movimento	Forças/ Momentos		Posição/ Ângulos		DOF
	Veloc.				
Movimentos na direção $x$ (avanço / <i>surge</i> )	$X$	$u$	$x$		1
Movimentos na direção $y$ (deriva / <i>sway</i> )	$Y$	$v$	$y$		2
Movimentos na direção $z$ (afundamento / <i>heave</i> )	$Z$	$w$	$z$		3
Rotação em torno do eixo $x$ ( <i>roll</i> )	$K$	$p$	$\phi$		4
Rotação em torno do eixo $y$ ( <i>pitch</i> )	$M$	$q$	$\theta$		5
Rotação em torno do eixo $z$ ( <i>yaw</i> )	$N$	$r$	$\psi$		6

Os três primeiros elementos representam a posição espacial, enquanto  $[\phi, \theta, \psi]^T$  correspondem à orientação por meio dos Ângulos de Euler. Neste trabalho, a orientação do corpo em relação ao referencial inercial será descrita pela convenção ZYX ( $\psi, \theta, \phi$ ), a mais comum em aplicações navais (Fossen, 1994; Newman, 2018).

Para apoiar a compreensão dessas convenções, o modelo tridimensional do USV foi utilizado na elaboração de ilustrações, seguindo os padrões apresentados por Fossen em trabalhos recentes (Fossen, 2021). A Figura 6 apresenta a representação conceitual dos Ângulos de Euler. Já a Figura 7 mostra a relação entre os referenciais  $\{n\}$  e  $\{b\}$ . Por fim, as Figuras 8, 9 e 10 destacam individualmente as rotações *Roll*, *Pitch* e *Yaw*.

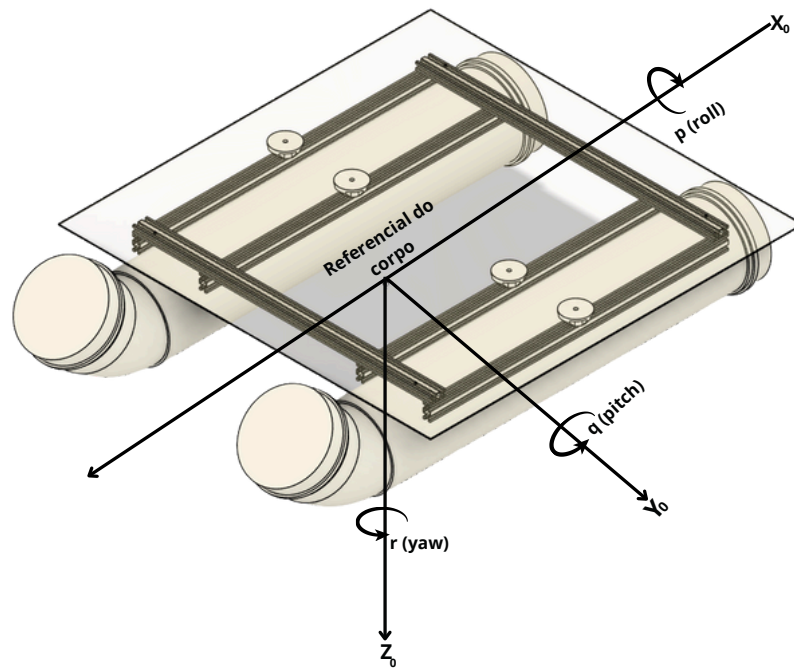


Figura 6 – Representação dos vetores posição utilizando referencial do corpo. Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

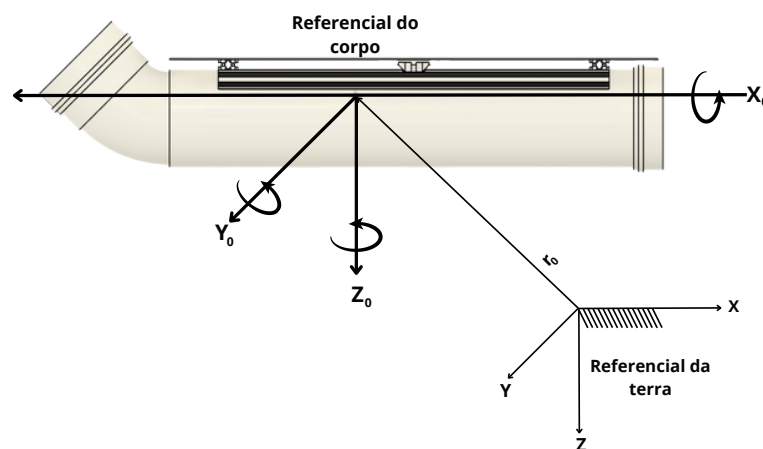


Figura 7 – Representação dos vetores posição em vista lateral mostrando o referencial da terra. Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

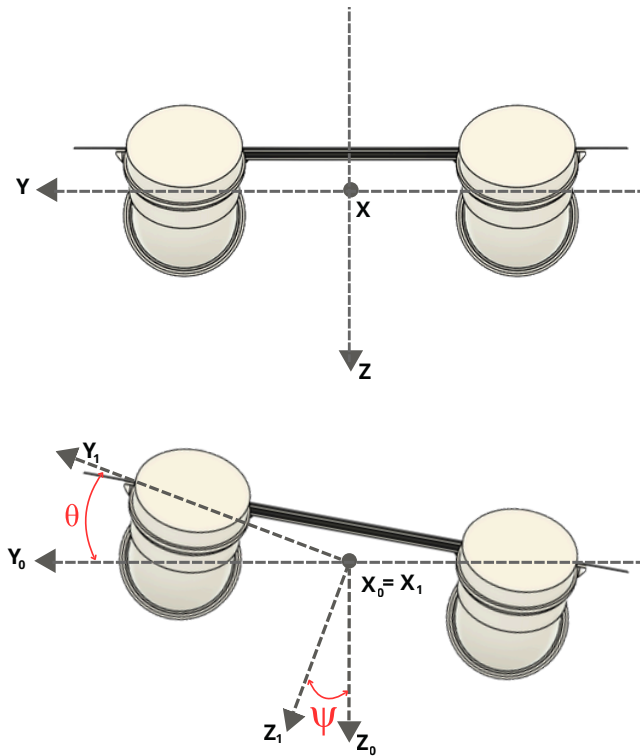


Figura 8 – Rotação do USV em torno do eixo X: *Roll* ( $\phi$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

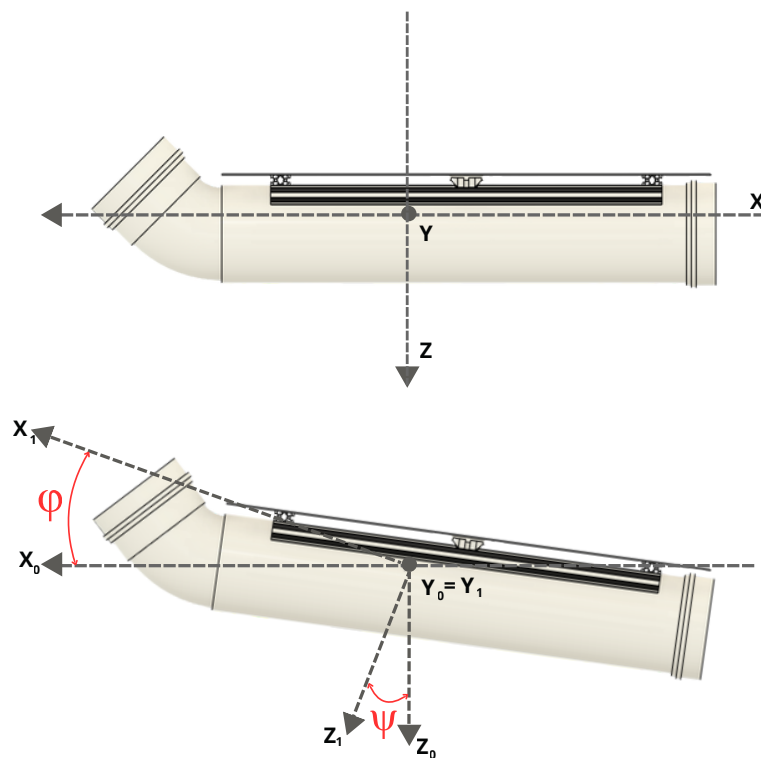


Figura 9 – Rotação do USV em torno do eixo Y: *Pitch* ( $\theta$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

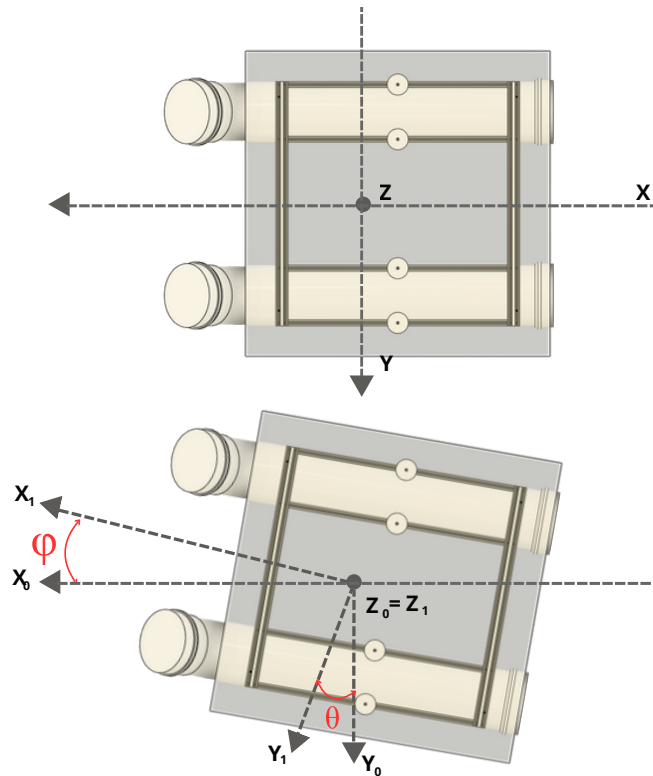


Figura 10 – Rotação do USV em torno do eixo Z: *Yaw* ( $\psi$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

Conforme discutido em Hong; Ha; Kim (2020); Lewis (1989), as velocidades lineares e angulares do veículo são expressas no referencial do corpo pelo vetor de velocidades generalizadas  $\nu$ :

$$\nu = [u, v, w, p, q, r]^T \quad (2)$$

Nesse vetor,  $[u, v, w]^T$  representam as velocidades lineares de avanço (*surge*), deriva (*sway*) e afundamento (*heave*), enquanto  $[p, q, r]^T$  correspondem às velocidades angulares, ou seja, as taxas de *roll*, *pitch* e *yaw*, respectivamente.

Segundo Fossen (2021), além das velocidades, define-se também a força generalizada que atua sobre o veículo como

$$\tau_i = [X_i, Y_i, Z_i, K_i, M_i, N_i]^T, \quad i \in \{hyd, hs, wind, wave, control\} \quad (3)$$

onde os subscritos indicam:

- **hyd**: forças hidrodinâmicas devido à massa adicionada, amortecimento potencial por radiação de ondas e amortecimento viscoso;
- **hs**: forças hidrostáticas (rigidez de mola);
- **wind**: forças devido ao vento;

- **wave**: forças de onda (de primeira e segunda ordem);
- **control**: forças de controle e propulsão.

Segundo Fossen (2021), o modelo fundamenta-se na formulação Newton-Euler, permitindo representar a força hidrodinâmica generalizada  $\tau_{hyd}$  tanto por formulações lineares quanto não lineares.

Como forma de representar visualmente as definições apresentadas nesta subseção, a Figura 11 é apresentada como uma visão consolidada do veículo, evidenciando a relação entre as variáveis de posição, orientação e velocidade sob a influência dos Ângulos de Euler. Em complemento, as Figuras 12, 13 e 14 detalham as velocidades lineares nos eixos principais: X (*Surge*), Y (*Sway*) e Z (*Heave*).

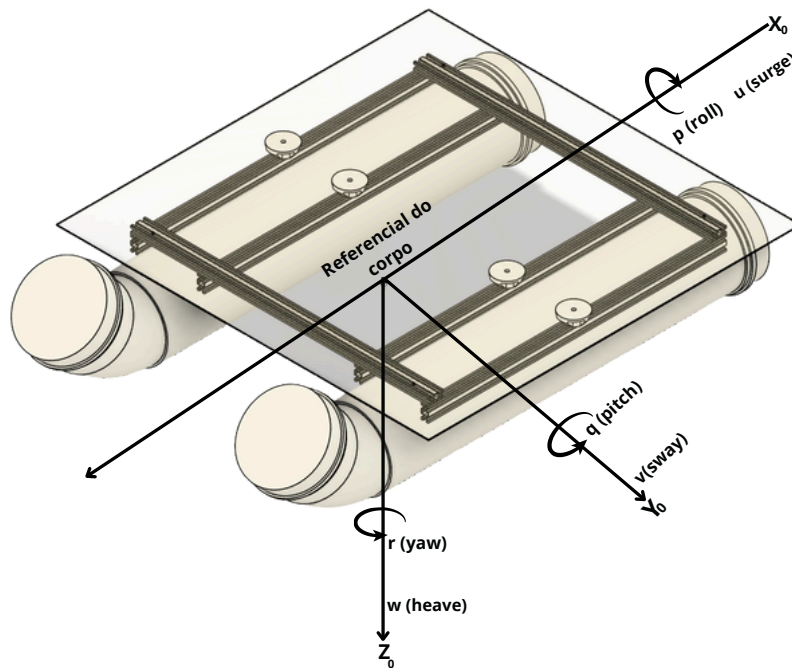


Figura 11 – Representação dos vetores posição e velocidade utilizando referencial do corpo.  
Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

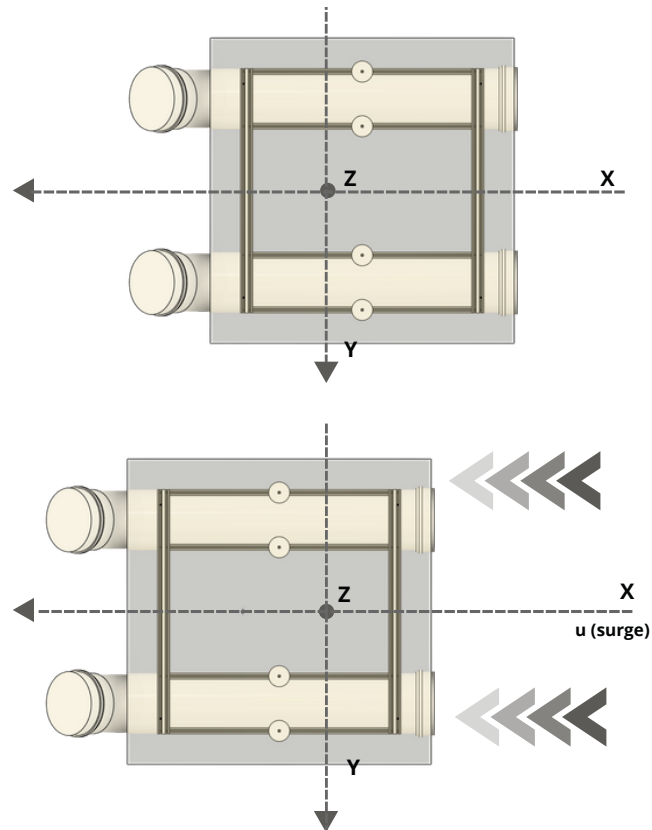


Figura 12 – Velocidade do USV no eixo X: Surge( $u$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

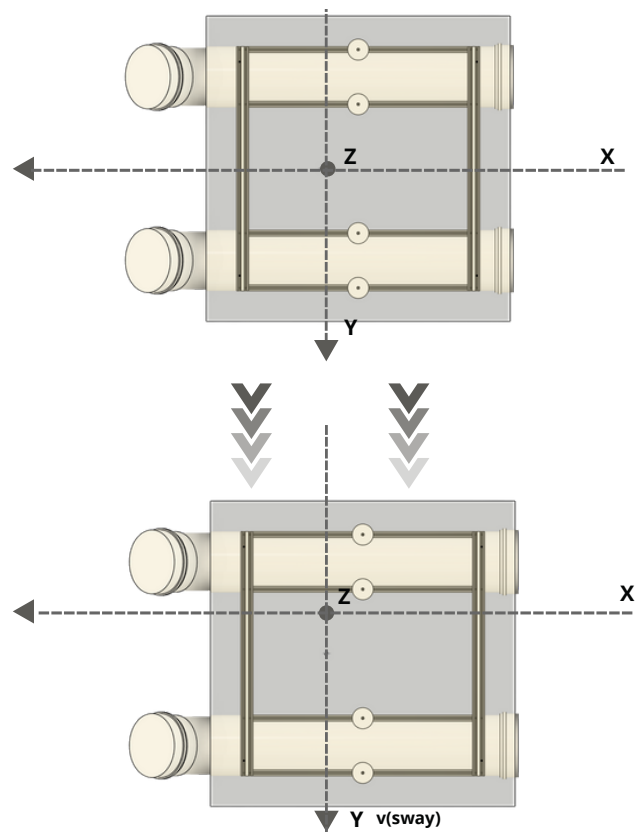


Figura 13 – Velocidade do USV no eixo Y: Sway ( $v$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

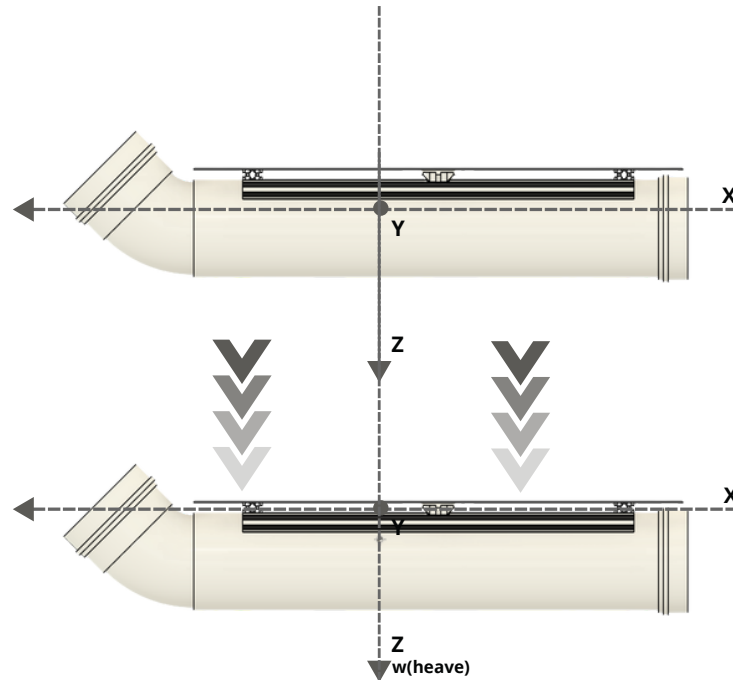


Figura 14 – Velocidade do USV no eixo Z: *Heave* ( $w$ ). Fonte: Adaptado de (Fossen, 1994) pela autora.

Com o objetivo de consolidar a definição das variáveis de estado, a Tabela 3 é apresentada a seguir. Ela resume os conceitos fundamentais de posição, orientação e velocidade, clarificando a distinção entre eles e especificando seus respectivos símbolos e referenciais.

Tabela 3 – Definição dos principais conceitos de estado do veículo. Fonte: Adaptado de Fossen pela autora.

Conceito	Variáveis	Referencial Padrão
<b>Posição Linear</b>	$x, y, z$	Inercial Fixo na Terra $\{n\}$
<b>Orientação ou Atitude</b>	$\phi, \theta, \psi$	Inercial Fixo na Terra $\{n\}$
<b>Velocidade Linear</b>	$u, v, w$	Fixo no Corpo $\{b\}$
<b>Velocidade Angular</b>	$p, q, r$	Fixo no Corpo $\{b\}$

Conforme Craig (2005), cinemática é a ciência do movimento que trata do movimento sem levar em conta as forças que o causam. Dentro da ciência da cinemática, estudam-se posição, velocidade, aceleração e todas as derivadas de ordem superior das variáveis de posição em relação ao tempo ou a qualquer outra(s) variável(eis).

No contexto marinho, Fossen (1994) afirma que o movimento do referencial fixo no corpo é descrito em relação a um referencial inercial. Para veículos marítimos,

geralmente se assume que as acelerações de um ponto na superfície da Terra podem ser desprezadas.

Conforme já pré-estabelecido nesta dissertação, um referencial fixo à Terra  $XYZ$  pode ser considerado inercial. Então, ainda de acordo com Fossen (1994), isso sugere que a posição e a orientação do veículo devem ser descritas em relação ao referencial inercial, enquanto as velocidades lineares e angulares do veículo devem ser expressas no sistema de coordenadas fixo no corpo.

O movimento geral de um veículo marítimo em 6-DOF pode ser descrito pelos seguintes vetores:

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T, \quad \text{onde } \boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T, \quad \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_1^T, \boldsymbol{\nu}_2^T]^T, \quad \text{onde } \boldsymbol{\nu}_1 = [u, v, w]^T, \quad \boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1^T, \boldsymbol{\tau}_2^T]^T, \quad \text{onde } \boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T \quad (6)$$

O vetor  $\boldsymbol{\eta}$  já foi apresentado e definido em 1, assim como o vetor  $\boldsymbol{\nu}$  em 2. Por último, na equação 3, o vetor  $\boldsymbol{\tau}$  é usado para descrever as forças e momentos que atuam sobre o veículo no referencial fixo ao corpo.

Fossen (1994) conclui que em sistemas de orientação e controle marítimos, a orientação geralmente é representada pelos Ângulos de Euler. E ainda afirma que trajetória do veículo em relação ao sistema de coordenadas fixo na Terra é dada por uma transformação de velocidade:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = J_1(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_1 \quad (7)$$

onde  $J_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  é uma matriz de transformação que se relaciona através das funções dos Ângulos de Euler: *Roll* ( $\phi$ ), *Pitch* ( $\theta$ ) e *Yaw* ( $\psi$ ). A transformação de velocidade inversa será escrita como:

$$\boldsymbol{\nu}_1 = J_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \quad (8)$$

Para dar continuidade às definições relacionadas ao estudo da cinemática dos veículos marinhos, introduz-se a seguinte definição, adaptada de (Fossen, 1994):

**Definição 2.1.** *Um movimento de um corpo rígido ou referencial  $B$  em relação a um corpo rígido ou referencial  $A$  é chamado de rotação simples de  $B$  em  $A$  se existe uma linha  $L$ , chamada de eixo de rotação, cuja orientação em relação a  $A$  e  $B$  permanece inalterada durante todo o movimento.*

Com base nesta definição, Euler enunciou em 1776 o seguinte teorema, utilizado ainda hoje para a rotação de dois corpos rígidos ou referenciais:

**Teorema 2.1.** *Toda mudança na orientação relativa de dois corpos rígidos ou referenciais  $A$  e  $B$  pode ser produzida por meio de uma rotação simples de  $B$  em  $A$ .*

De acordo com o Teorema e a Definição apresentados, Fossen (1994) demonstra o processo de obtenção do vetor de velocidade angular fixo no corpo  $\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$  em função do vetor de taxas de Euler  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ , relacionando-os através de uma segunda matriz de transformação  $J_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = J_2(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_2 \quad (9)$$

Embora a literatura especializada discuta representações de atitude alternativas, como o uso de Quatérnios unitários para evitar singularidades matemáticas que costumam ocorrer na representação por Ângulos de Euler, tal abordagem é preterida neste trabalho em favor da clareza física. Para o objeto de estudo em questão a estabilidade transversal e longitudinal assegura que a operação ocorra longe da região de singularidade onde  $\theta = \pm 90^\circ$ , o que será melhor discutido no Capítulo 4.

As transformações cinemáticas aqui apresentadas se mostram suficientes para descrever o referencial inercial e o referencial do corpo. Elas permitem que as velocidades e acelerações calculadas na etapa dinâmica fixas no corpo sejam corretamente integradas para fornecer a posição e a orientação do veículo no espaço global, completando assim a base matemática do modelo 6-DOF. A título de curiosidade, demais definições e aprofundamentos do assunto podem ser verificados em Fossen (1994).

## 2.1 Hidrodinâmica de Veículos Marinhos

A modelagem das forças restauradoras fundamenta-se nos princípios clássicos da hidrostática, estabelecidos originalmente por Arquimedes. Tais fundamentos permitem quantificar as forças de empuxo e a estabilidade estática da embarcação através da análise do volume de fluido deslocado e dos centros de carena<sup>1</sup>, (Fossen, 2021).

Para uma embarcação flutuante ou submersa, as forças restauradoras são determinadas pelo volume do fluido deslocado, pela localização do Centro de Empuxo (CB)<sup>2</sup>, pela área do plano d'água e seus momentos associados, de acordo com Fossen (2021) e Lewis (1988).

O modelo dinâmico padrão para veículos marinhos, consolidado por Fossen (1994) e aperfeiçoado ao longo dos anos, estende as equações de Newton-Euler para incluir os termos hidrodinâmicos. O modelo completo é descrito por um par de equações: uma para a cinemática e outra para a dinâmica.

<sup>1</sup>Centro de Carena e Centro de Empuxo referem-se ao mesmo ponto físico, que é o centro geométrico do volume da parte submersa do casco (Fossen, 2021).

<sup>2</sup>Do inglês: "Center of Buoyancy".

A equação cinemática relaciona o vetor de velocidades no referencial do corpo,  $\nu$ , com a taxa de variação do vetor de posição e orientação no referencial inercial,  $\dot{\eta}$ :

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\nu \quad (10)$$

onde  $\mathbf{J}(\eta)$  é a matriz de transformação Jacobiana.

A equação da dinâmica representa o balanço de forças e momentos e é apresentada inicialmente em sua forma vetorial compacta:

$$\mathbf{M}\dot{\nu} + \mathbf{C}(\nu)\nu + \mathbf{D}(\nu)\nu + \mathbf{g}(\eta) = \tau \quad (11)$$

Nesta formulação,  $\tau$  engloba as forças externas, incluindo a propulsão do USV e as perturbações causadas pelo HUAUV, que são representadas por  $\tau_{HUAUV}$ . Para permitir uma análise detalhada dos acoplamentos entre os graus de liberdade, é necessário expandir a Equação 11 em suas seis componentes escalares.

Adicionalmente, a matriz de amortecimento hidrodinâmico  $\mathbf{D}(\nu)$  contribui com não linearidades polinomiais de segunda ordem (arrasto quadrático do tipo  $v|v|$ ), essenciais para representar a dissipação de energia em regime turbulento, conforme detalhado na Seção 2.1.3. Por fim, as forças de restauração  $\mathbf{g}(\eta)$  introduzem não linearidades trigonométricas através das funções de atitude na projeção das forças gravitacionais e de empuxo, tornando o sistema globalmente não linear.

Utilizando a notação SNAME, onde os índices 1 – 6 correspondem aos movimentos de *Surge*, *Sway*, *Heave*, *Roll*, *Pitch* e *Yaw*, o sistema de equações diferenciais acopladas é descrito por:

$$\textit{Surge:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{1j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_1 + [D\nu]_1 + g_1(\eta) = \tau_X \quad (12a)$$

$$\textit{Sway:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{2j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_2 + [D\nu]_2 + g_2(\eta) = \tau_Y \quad (12b)$$

$$\textit{Heave:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{3j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_3 + [D\nu]_3 + g_3(\eta) = \tau_Z \quad (12c)$$

$$\textit{Roll:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{4j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_4 + [D\nu]_4 + g_4(\eta) = \tau_K \quad (12d)$$

$$\textit{Pitch:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{5j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_5 + [D\nu]_5 + g_5(\eta) = \tau_M \quad (12e)$$

$$\textit{Yaw:} \quad \sum_{j=1}^6 M_{6j}\dot{\nu}_j + [C\nu]_6 + [D\nu]_6 + g_6(\eta) = \tau_N \quad (12f)$$

Onde  $[C\nu]_i$  e  $[D\nu]_i$  representam a  $i$ -ésima componente dos vetores de força de Coriolis e amortecimento, respectivamente. Esta decomposição explícita a estrutura física do modelo, as equações 12a, 12b e 12c descrevem o balanço de forças lineares nos eixos longitudinal, transversal e vertical. As equações 12d, 12e e 12f descrevem o balanço de momentos angulares em torno desses mesmos eixos.

Cada termo apresentado nesta expansão possui uma formulação específica que depende da geometria do casco do USV e das propriedades do fluido. As próximas subseções dedicam-se a definir e detalhar a construção física e matemática de cada uma das matrizes que compõem a Equação 11.

### 2.1.1 Matriz de Inércia do Sistema (M)

O primeiro termo,  $M\nu$ , representa as forças inerciais do sistema. A matriz  $M$  é a matriz de inércia total e é composta pela soma da inércia do corpo rígido ( $M_{RB}$ ), e da inércia hidrodinâmica, conhecida como massa adicionada ( $M_A$ )<sup>3</sup>.

Quando o veículo acelera, ele arrasta parte do fluido ao seu redor, de modo que a resposta inercial não se limita apenas à sua própria massa (Fossen, 1994; Galeazzi; Blanke; Blanke, 2018; Molland; Turnock; Hudson, 2017). Em outras palavras, o movimento do corpo gera forças adicionais devido às pressões induzidas no fluido, que se somam às forças inerciais convencionais.

A massa adicionada não corresponde a uma quantidade fixa de água presa ao casco, o movimento do veículo provoca oscilações no fluido com amplitudes decrescentes à medida que se afastam da superfície do corpo (Fossen, 1994). Esse conceito deve ser entendido como um efeito distribuído, dependente do movimento harmônico forçado do veículo.

A matriz de inércia total,  $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é dada por:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (13)$$

Considerando a origem do referencial do corpo coincidente com o CG e os eixos alinhados com os eixos principais de inércia, a matriz de corpo rígido  $M_{RB}$  é estritamente diagonal. Ela é definida unicamente pelas propriedades físicas da embarcação

---

<sup>3</sup>Para manter a conformidade com a nomenclatura internacional, os subscritos  $_{RB}$  e  $_A$  que significam respectivamente *Rigid Body* e *Added Mass*, são mantidos

dados pela massa  $m$  e momentos de inércia  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ :

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para um veículo com simetria lateral com relação ao plano  $xz$ , como é o caso do USV analisado neste trabalho, os termos de acoplamento entre os movimentos longitudinais/verticais e os movimentos laterais são nulos (Fossen, 2021). No entanto, devido à assimetria longitudinal que o USV do projeto Hydrone possui, onde a proa é diferente da popa (Verificar Figura 1 na página 23), existe um acoplamento hidrodinâmico significativo entre os movimentos de *Heave* e *Pitch*.

A estrutura completa da matriz de inércia total  $\mathbf{M}$  adotada neste trabalho é dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 & -Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} - K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M_{\dot{w}} & 0 & I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Nesta formulação, os elementos da diagonal principal correspondem à inércia virtual total do sistema em cada grau de liberdade. Esta inércia é composta pela soma da massa do corpo rígido ( $m$ ) com a massa adicionada hidrodinâmica.

Os coeficientes  $X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}$  e os análogos rotacionais são formalmente definidos como as derivadas hidrodinâmicas de massa adicionada. Fossen (1994) explica que estes termos originam-se da linearização da força hidrodinâmica funcional através da expansão em série de Taylor em torno da velocidade de operação, onde:

- I. Inércia de Avanço ( $X_{\dot{u}}$ ): É definida como a derivada parcial da força longitudinal em relação à aceleração de avanço:

$$X_{\dot{u}} \equiv \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}$$

Fisicamente, este termo quantifica a força de reação do fluido que se opõe à aceleração do veículo. Como a força de reação é contrária ao sentido da aceleração, o valor de  $X_{\dot{u}}$  é intrinsecamente negativo ( $X_{\dot{u}} < 0$ ). Portanto, a operação algébrica na matriz ( $m - X_{\dot{u}}$ ) resulta na soma dos módulos, representando o

aumento da inércia efetiva do sistema.

II. Inércias Transversal e Vertical ( $Y_{\dot{v}}$ ,  $Z_{\dot{w}}$ ): Seguem a mesma definição analítica:

$$Y_{\dot{v}} \equiv \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} \quad \text{e} \quad Z_{\dot{w}} \equiv \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}}$$

No contexto do catamarã, devido à grande área projetada dos cascos nos planos lateral e vertical, a massa de fluido deslocada durante acelerações nestes eixos é muito superior àquela deslocada no avanço. Isso implica que  $|Y_{\dot{v}}| \gg |X_{\dot{u}}|$ , justificando a anisotropia<sup>4</sup> da matriz de inércia.

Já os termos fora da diagonal representam os acoplamentos inerciais do fluido, onde:

III.  $Z_{\dot{q}}$  e  $M_{\dot{w}}$ : Acoplam a aceleração vertical com o momento de arfagem. A presença destes termos capturara a resposta de *Pitch* induzida durante a decolagem do HUAUV, refletindo a assimetria longitudinal da distribuição de volume dos cascos.

IV.  $Y_{\dot{r}}$  e  $N_{\dot{v}}$ : Representam o acoplamento inercial entre guinada (*Yaw*) e deriva (*Sway*).

A distribuição destes termos na estrutura matricial é ilustrada na Figura 15, facilitando a visualização do sistema.

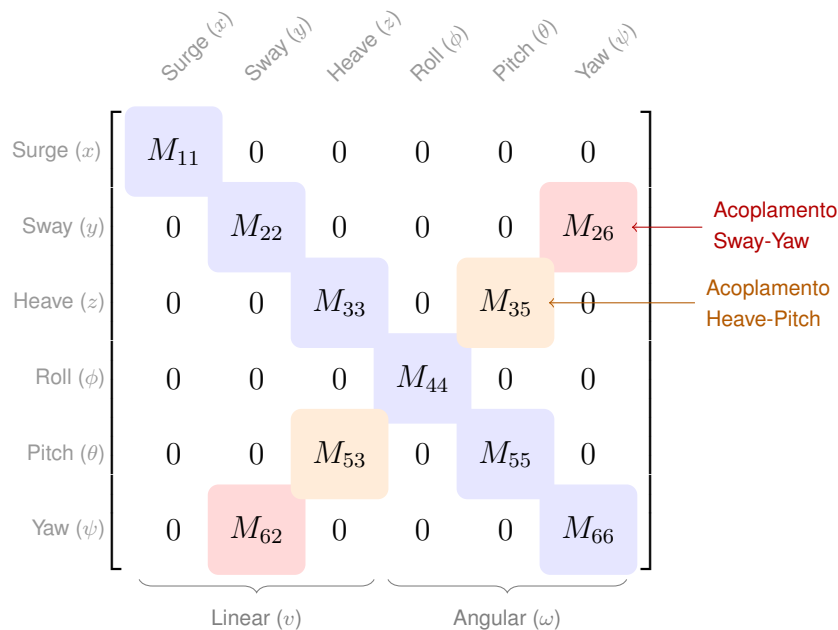


Figura 15 – Estrutura da Matriz de Massa e Inércia (M) evidenciando os termos de acoplamento hidrodinâmico fora da diagonal principal. Fonte: A autora.

<sup>4</sup>A palavra vem do grego: an (não) + iso (igual) + tropos (direção). Significa que uma propriedade física depende da direção em que é medida.

Para veículos com geometria complexa ou na ausência de dados experimentais, os coeficientes de massa adicionada podem ser estimados através de formulações empíricas baseadas na geometria do casco e na teoria de *Slender Body Theory*, conforme proposto por Fossen (2021). As aproximações padrão para veículos de superfície consideram:

- I.  $X_{\dot{u}}$ : Estimado como uma fração de 5% a 10% da massa para cascos esguios. Segundo Fossen (2021), essa aproximação é válida para geometrias com alta razão de aspecto  $L/B \gg 1$ , onde o fluxo longitudinal encontra mínima resistência inercial, característica condizente com os cascos cilíndricos alongados do catamarã em estudo.
- II.  $Y_{\dot{v}}$  e  $Z_{\dot{w}}$ : Aproximados pela massa de um cilindro de fluido deslocado equivalente, muitas vezes próximos à massa total do veículo, devido à grande área projetada nestas direções.
- III. Momentos rotacionais ( $K_{\dot{p}}$ ,  $M_{\dot{q}}$ ,  $N_{\dot{r}}$ ): Estimados como frações dos momentos de inércia do corpo rígido.

Uma questão fundamental para a simulação numérica é a capacidade de isolar o vetor de aceleração  $\dot{\nu}$  na Equação 11. Para um corpo rígido submerso ou flutuante em um fluido real, a energia cinética do sistema  $T$  é uma forma quadrática da velocidade, expressa por:  $T = \frac{1}{2}\nu^T \mathbf{M}\nu$  (Fossen, 1994).

Pelo princípio da conservação de energia,  $T$  deve ser estritamente positiva para qualquer vetor de velocidade não nulo,  $\nu \neq 0$ . Matematicamente, isso define  $\mathbf{M}$  como uma matriz simétrica e positiva definida, (Fossen, 2021; Goldstein; Poole; Safko, 1950).

Uma propriedade das matrizes positivas definidas é que todos os seus autovalores  $\lambda_i$  são números reais estritamente positivos. Visto que o determinante de uma matriz é dado pelo produto de seus autovalores, conclui-se necessariamente que  $\det(\mathbf{M}) > 0$ . A condição de determinante não nulo é condição suficiente e necessária para a invertibilidade. A existência de  $\mathbf{M}^{-1}$  é garantida fisicamente, assegurando que a equação de estado:

$$\dot{\nu} = \mathbf{M}^{-1}(\tau - \mathbf{C}(\nu)\nu - \mathbf{D}(\nu)\nu - \mathbf{g}(\eta)) \quad (16)$$

é bem posta e possui solução única computável.

### 2.1.2 A Matriz de Coriolis e os Efeitos Centrífetos

O termo  $\mathbf{C}(\nu)\nu$  da Equação 11 representa as forças de Coriolis e centrífetas. Diferente das forças ambientais ou de propulsão, estas são forças fictícias ou inerciais que surgem intrinsecamente devido à rotação do referencial do corpo  $\{b\}$  em relação

ao referencial inercial  $\{n\}$ . Fisicamente, elas descrevem a tendência do veículo e do fluido ao redor de manter sua quantidade de movimento enquanto o sistema de coordenadas gira (Fossen, 2021).

A modelagem deste termo é derivada da matriz de inércia  $M$ . Segundo Fossen (2011), as forças de Coriolis podem ser interpretadas como o produto vetorial entre a velocidade angular do sistema e o seu vetor de momento linear e angular. Portanto, a matriz  $C(\boldsymbol{\nu})$  não introduz novos parâmetros físicos; ela é construída inteiramente a partir dos parâmetros de massa estabelecidos pela matriz  $M$  e do estado de velocidade atual dado por  $\boldsymbol{\nu}$ .

Assim como a inércia, a matriz de Coriolis é decomposta em uma parte de corpo rígido e uma parte hidrodinâmica:

$$C(\boldsymbol{\nu}) = C_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + C_A(\boldsymbol{\nu}) \quad (17)$$

Para a implementação numérica, este trabalho adota a parametrização independente de coordenadas proposta por Fossen (1994, 2011). Esta abordagem utiliza o operador de produto vetorial antissimétrico  $S(\cdot)$  para construir a matriz diretamente a partir do vetor de momento do sistema.

O processo de cálculo ocorre calculando o produto da matriz de inércia pelo vetor de velocidades. O vetor resultante representa a quantidade de movimento total do sistema:

$$\mathbf{h} = M\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Onde  $\mathbf{h}_1 \in \mathbb{R}^3$  é o vetor de momento linear e  $\mathbf{h}_2 \in \mathbb{R}^3$  é o vetor de momento angular.

A matriz  $C(\boldsymbol{\nu})$  é então construída rearranjando os componentes de  $\mathbf{h}_1$  e  $\mathbf{h}_2$  na estrutura matricial:

$$C(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(\mathbf{h}_1) \\ -S(\mathbf{h}_1) & -S(\mathbf{h}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(M_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{12}\boldsymbol{\nu}_2) \\ -S(M_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & -S(M_{21}\boldsymbol{\nu}_1 + M_{22}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Esta formulação proposta por Fossen (2021), oferece duas vantagens sobre o cálculo clássico, a primeira é computacional, pois elimina a necessidade de calcular dezenas de derivadas parciais complexas, reduzindo o custo computacional de  $O(n^4)$  para operações matriciais simples de  $O(n^2)$ . A segunda é relacionada a sua estrutura, que garante que a matriz seja sempre antissimétrica ( $C = -C^T$ ). Isso satisfaz a propriedade passiva do sistema,  $\boldsymbol{\nu}^T C(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} = 0$ , comprovando matematicamente que as forças de Coriolis não geram nem dissipam energia, apenas redistribuem a energia cinética entre os graus de liberdade linear e rotacional.

O operador  $S(\cdot)$ , utilizado na Equação 19, transforma um vetor  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$  em

uma matriz de produto vetorial, tal que  $S(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{b} = \boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{b}$ :

$$S(\boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

A estrutura resultante e a simetria dos termos podem ser visualizadas esquematicamente na Figura 16.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & u & v & w & p & q & r \\ \begin{array}{c} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & -c_{12} & -c_{13} & -c_{14} & -c_{15} & -c_{16} \\ c_{12} & 0 & -c_{23} & -c_{24} & -c_{25} & -c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & 0 & -c_{34} & -c_{35} & -c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & 0 & -c_{45} & -c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & 0 & -c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & 0 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

A diagonal nula implica  $\boldsymbol{\nu}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\nu} = 0$

Figura 16 – Estrutura antissimétrica da matriz de Coriolis  $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$ . Fonte: A autora.

Na prática, para veículos com simetria geométrica e que operam em baixas velocidades, muitos dos complexos termos de acoplamento desta matriz podem ser desprezados, o que simplifica consideravelmente o modelo sem uma perda significativa de fidelidade (Fossen, 2021).

A importância física deste termo reside no acoplamento entre os graus de liberdade rotacionais e translacionais. Conforme ilustrado na Figura 17, quando o veículo executa uma manobra de *Yaw*, o referencial do corpo  $(X_1, Y_1)$  rotaciona em relação ao inercial  $(X_0, Y_0)$ , gerando acelerações centrípetas que devem ser compensadas na dinâmica.

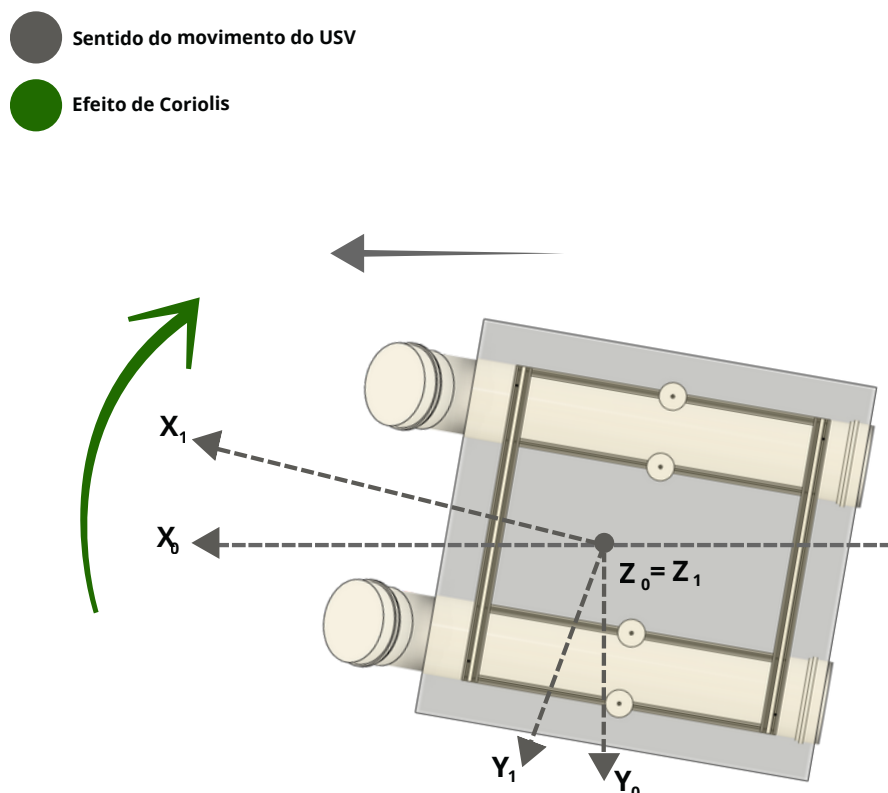


Figura 17 – Representação dos sistemas de referência e efeitos rotacionais. A seta curva em verde denota os efeitos das forças de Coriolis e Centrípeta ( $C(\nu)\nu$ ) induzidas pela velocidade angular durante manobras de guinada (*yaw*), ilustrando a relação entre o referencial inercial e o do corpo. Fonte: A autora.

### 2.1.3 Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico

Segundo Galeazzi; Blanke; Blanke (2018) e Fossen (1994), o termo  $D(\nu)\nu$  representa o vetor de forças e momentos de amortecimento hidrodinâmico, que são de natureza dissipativa e se opõem ao movimento do veículo, removendo energia do sistema. A correta modelagem deste termo permite prever o comportamento da embarcação, sua velocidade terminal e suas características de manobra. As forças de amortecimento são complexas e originam-se de múltiplos fenômenos físicos, tradicionalmente decompostos em três fontes principais (Fossen, 2021): o atrito com a superfície do casco, a geração de vórtices e a geração de ondas.

Fossen (1994) define que o amortecimento hidrodinâmico para veículos de superfície é causado principalmente por uma combinação de amortecimento potencial ( $D_P$ ), atrito superficial ( $D_S$ ), geração de ondas ( $D_W$ ) e desprendimento de vórtices ( $D_M$ ). Conseqüentemente, a matriz de amortecimento hidrodinâmico total pode ser escrita como uma soma desses componentes, satisfazendo a propriedade de dissipatividade estrita:

**Propriedade 2.1.1.** Para um corpo rígido movendo-se através de um fluido viscoso, a matriz de amortecimento hidrodinâmico será real, não simétrica e estritamente positiva:

$$\boldsymbol{\nu}^T \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} > 0 \quad \forall \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$$

A determinação de cada termo da matriz de amortecimento baseia-se na separação entre o movimento longitudinal e o transversal. Para a resistência ao *Surge*, o modelo adota uma superposição de dois efeitos físicos distintos:

1. Amortecimento Linear ( $X_u$ ): Predominante em baixas velocidades, origina-se da resistência de atrito viscoso entre o fluido e a superfície do casco. Este coeficiente é estimado através da linearização da fórmula de linha de correlação de atrito da ITTC (1957), resultando em:

$$X_u \approx -\frac{1}{2} \rho S (1 + k) C_f U_{nom} \quad (21)$$

onde os parâmetros constitutivos são definidos como:

- $\rho$ : Densidade da água do mar ( $\approx 1025 \text{ kg m}^{-3}$ );
  - $S$ : Área de superfície molhada (*Wetted Surface Area*) do casco em repouso, obtida via modelo 3D do USV;
  - $1 + k$ : *Form Factor* do casco, que corrige a fórmula de placa plana para levar em conta a geometria tridimensional do volume submerso. (Fossen, 2021) comenta que para catamarãs esguios, adota-se tipicamente  $k \approx 0.1 - 0.2$ ;
  - $C_f$ : Coeficiente de fricção de placa plana, calculado em função do Número de Reynolds ( $Re$ );
  - $U_{nom}$ : Velocidade nominal de operação utilizada como ponto de linearização, uma vez que o atrito varia não-linearmente com a velocidade.
2. Amortecimento Quadrático ( $X_{|u|u}$ ): Tornando-se dominante em velocidades operacionais mais elevadas, este termo representa o *Form Drag* causado pela separação do fluxo na região da popa e pela geração de turbulência. É calculado pela equação clássica de arrasto:

$$X_{|u|u} = -\frac{1}{2} \rho A_{frontal} C_{d,surge} \quad (22)$$

onde:

- $A_{frontal}$ : Área projetada frontal da seção submersa do casco, perpendicular ao fluxo;

- $C_{d,surge}$ : Coeficiente de arrasto longitudinal adimensional. Para a geometria do USV estudado, adotam-se valores inferiores aos de corpos rombudos, situando-se tipicamente na faixa de  $0.3 \leq C_d \leq 0.6$ .

Para os movimentos laterais e rotacionais, utiliza-se o Princípio do Arrasto Transversal, conforme proposto por Fossen (2021) para corpos esguios. Este método assume que o fluxo transversal se separa ao longo do casco, gerando forças de arrasto 2D em cada seção transversal.

Os coeficientes são obtidos integrando-se o arrasto seccional 2D ( $C_{d,2D}$ ) ao longo do comprimento do casco ( $L$ ):

$$Y_{|v|v} = -\frac{1}{2}\rho \int_{-L/2}^{L/2} T(x)C_{d,2D}(x)dx \quad (23)$$

$$N_{|r|r} = -\frac{1}{2}\rho \int_{-L/2}^{L/2} T(x)C_{d,2D}(x)x|x|dx \quad (24)$$

onde  $T(x)$  é o calado na seção  $x$ , e  $x$  é a distância longitudinal até o CG. Para o catamarã do projeto Hydrone, que possui cascos cilíndricos de seção constante, essa integração simplifica-se, utilizando o  $C_d$  de um cilindro que é dado por  $C_d \approx 1.2$ , multiplicado pela área lateral projetada. A Figura 18 resume as propriedades acima, a vista lateral (a direita) define a posição longitudinal  $x$  em relação ao CG e o elemento infinitesimal  $dx$ . A seção transversal A-A (esquerda) ilustra o calado local  $T(x)$ , correspondente à parte submersa do casco cilíndrico naquela posição.

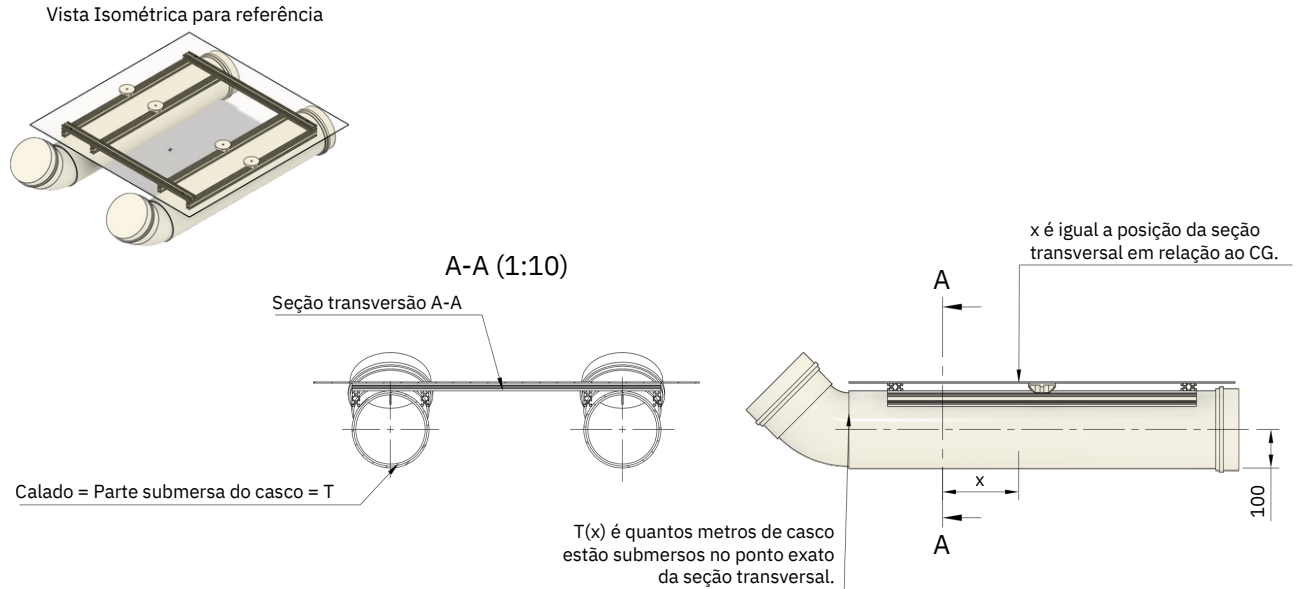


Figura 18 – Definição geométrica para o cálculo do arrasto transversal. Fonte: A autora.

Em implementações práticas focadas apenas em manobras de superfície, é comum simplificar o modelo desacoplando o modo de avanço e os modos de manobra lateral dados por *Sway* e *Yaw*, reduzindo o sistema para 3 graus de liberdade (3-DOF), conforme discutido por (Fossen, 1994).

No entanto, para o escopo deste trabalho, onde a interação com o HUAUV afeta os movimentos verticais e rotacionais, essa simplificação não é aplicável. É preciso considerar a matriz de amortecimento completa para os 6 graus de liberdade. Assumindo que o veículo opera em velocidades moderadas e possui simetria lateral, a matriz de amortecimento  $D(\nu)$  é expandida para incluir os termos de resistência em *Heave*, *Roll* e *Pitch*, resultando em uma estrutura diagonal dominante que combina os efeitos lineares e quadráticos:

$$D(\nu) = \begin{bmatrix} X_u + X_{|u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v + Y_{|v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & Y_r + Y_{|r|r}|r| \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{|w|w}|w| & 0 & Z_q + Z_{|q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{|p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_w + M_{|w|w}|w| & 0 & M_q + M_{|q|q}|q| & 0 \\ 0 & N_v + N_{|v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & N_r + N_{|r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (25)$$

Nesta formulação completa, os termos  $Z_w$ ,  $K_p$ ,  $M_q$  representam o amortecimento linear para os movimentos oscilatórios, enquanto os termos quadráticos ( $|w|w|$ ,  $|p|p|$ ,  $|q|q|$ )

capturam a dissipação de energia por arrasto de forma e desprendimento de vórtices, que se tornam predominantes em amplitudes de movimento maiores ou sob a ação de perturbações intensas como o *downwash*. Os termos lineares transversais  $Y_v, N_r$  são mantidos para garantir a estabilidade numérica próxima à velocidade zero, conforme prática sugerida em Fossen (2011).

A Figura 19 ilustra os acoplamentos dinâmicos e tem como finalidade facilitar o entendimento geral a respeito da origem e ação de cada termo da matriz de amortecimento:

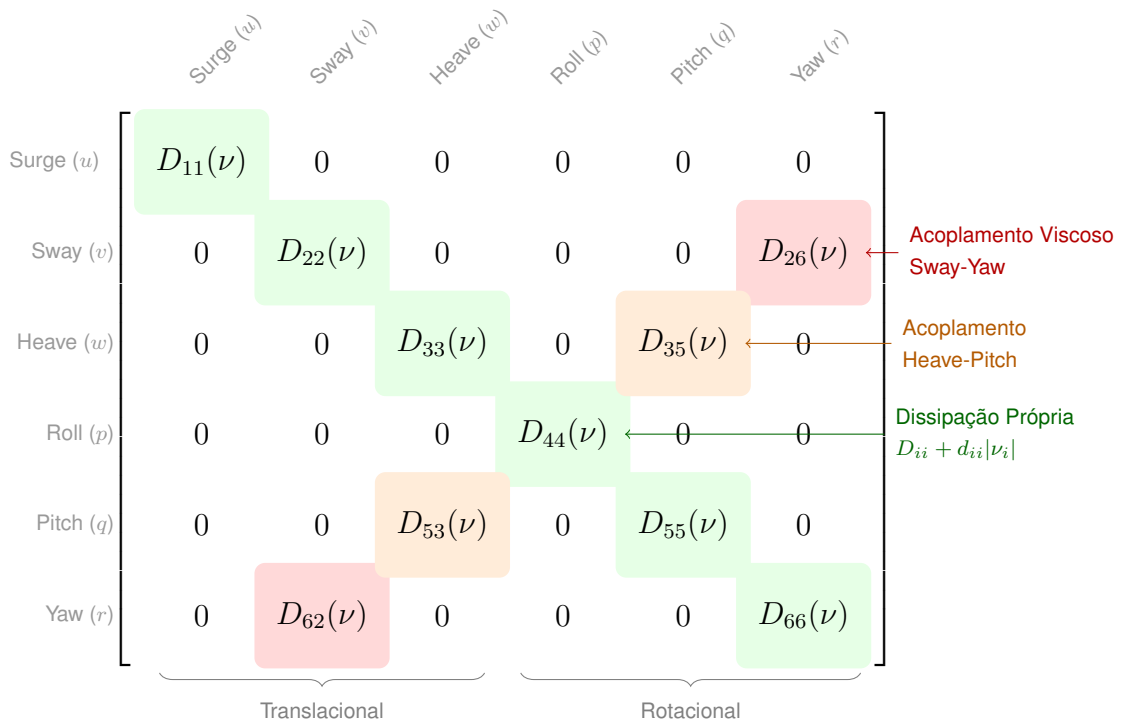


Figura 19 – Estrutura da Matriz de Amortecimento  $\mathbf{D}(\nu)$ , composta por termos lineares e quadráticos. A cor verde destaca a dissipação direta de energia em cada eixo, enquanto os termos fora da diagonal representam interações viscosas induzidas pela geometria do casco. Fonte: A autora.

#### 2.1.4 Vetor de Forças Restauradoras Hidrostáticas

Conforme discutido por Antonelli (2006) e Fossen (2021), o vetor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  representa as forças e momentos restauradores que atuam sobre o veículo em decorrência da interação entre o peso ( $W$ ), aplicado no CG, e o empuxo ( $B$ ), aplicado no centro de empuxo CB. Ainda segundo os autores, o deslocamento relativo entre CG e CB é induzido por inclinações do casco e gera uma espécie de braço de alavanca responsável pelo momento restaurador. A intensidade desse momento é diretamente associada à estabilidade da embarcação e quantificada pela altura metacêntrica ( $GM_T, GM_L$ )<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Ponto teórico definido pela interseção entre a vertical que passa pelo CB em posição equilibrada e a vertical que passa pelo novo CB após pequena inclinação.

Para veículos de superfície, Fossen (1994) estabelece que a magnitude das forças restauradoras depende da altura metacêntrica, da localização relativa de CG e CB e das propriedades geométricas do plano de flutuação.

Para a construção do modelo matemático, o vetor de forças e momentos restauradores  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  é formulado assumindo a linearização da força de empuxo para pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio. A base analítica para os termos não-nulos deste vetor de *Heave*, *Roll* e *Pitch* é dada por Faltinsen (2010):

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g A_{wp} z \\ W \overline{GM}_T \sin(\phi) \\ W \overline{GM}_L \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde  $A_{wp}$  representa a área de linha d'água, responsável pela rigidez em *Heave* e  $W = mg$  é o peso da embarcação.

As alturas metacêntricas transversal ( $\overline{GM}_T$ ) e longitudinal ( $\overline{GM}_L$ ), são derivadas das propriedades geométricas do casco submerso. O procedimento de cálculo destas variáveis segue a relação fundamental da arquitetura naval (Lewis, 1988):

$$\overline{GM} = \overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG} \quad (27)$$

Na Equação 27,  $\overline{KB}$  é Altura do Centro de carena<sup>6</sup> ou Centro de Empuxo em relação à quilha<sup>7</sup>.  $\overline{KG}$  representa a Altura do centro de gravidade em relação à quilha. E  $\overline{BM}$  é o Raio metacêntrico, calculado pela razão entre o momento de inércia da área de linha d'água ( $I_{wp}$ ) e o volume de deslocamento ( $V$ ):

$$\overline{BM} = \frac{I_{wp}}{V} \quad (28)$$

Esta decomposição matemática justifica o uso de ferramentas CAD na metodologia deste trabalho, pois permite obter  $\overline{GM}$  através da integração numérica das áreas e volumes do modelo 3D ( $I_{wp}$  e  $V$ ), melhorando a precisão física dos coeficientes restauradores aplicados na simulação.

O mecanismo de estabilização resultante desses parâmetros geométricos é visualizado na Figura 20. A inclinação do casco desloca o Centro de Empuxo, criando um binário de forças com o peso que tende a restaurar a posição de equilíbrio do USV.

<sup>6</sup>O termo Centro de Carena ou Centro de Empuxo é o centro geométrico do volume submerso. É o ponto onde a força de Empuxo atua verticalmente para cima, sustentando o barco.

<sup>7</sup>Quilha ( $K$ ): É uma peça física, neste caso é o fundo do USV, usada como ponto de referência fixo para medir alturas.

- Sentido do movimento do USV
- Efeito da Massa HUAUV + Downwash
- Efeito causado pelo Momento restaurador hidrostático

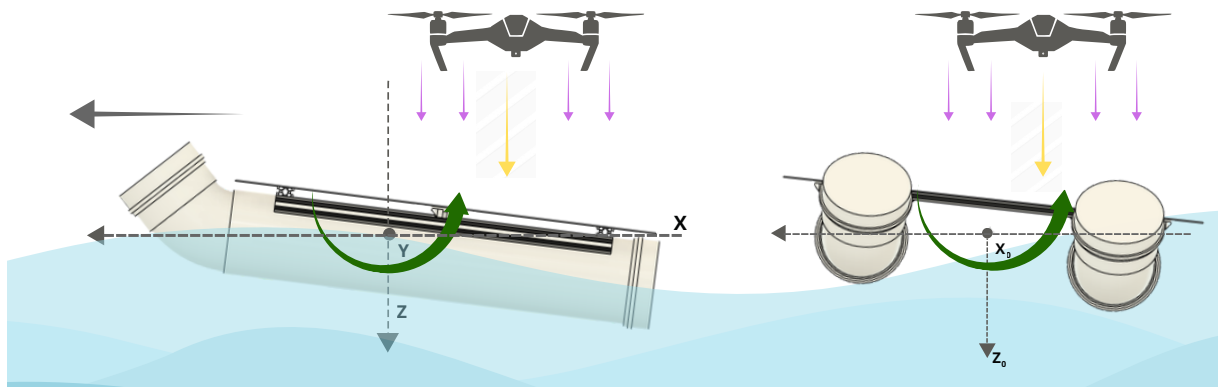


Figura 20 – Mecanismo de restauração hidrostática sob carga assimétrica. **(Esquerda)** Momento restaurador de Arfagem (*Pitch*) opondo-se ao afundamento da proa. **(Direita)** Momento restaurador de Rolagem (*Roll*) gerado pela assimetria de empuxo. As setas verdes indicam a ação do vetor  $g(\eta)$ . Fonte: A autora.

### 2.1.5 Vetor de Perturbação do HUAUV

A principal contribuição deste modelo reside na inclusão do vetor  $\tau_{HUAUV}$  na Equação 11, permitindo a análise da dinâmica acoplada entre os veículos. O cálculo deste vetor depende da determinação da magnitude da força vertical e do cálculo dos momentos induzidos pela excentricidade, para assim realizar a composição do vetor generalizado.

O vetor de posição do ponto de aplicação da força em relação ao CG do USV no referencial do corpo é dado por:

$$\mathbf{r}_{pad} = [x_p, y_p, z_p]^T \quad (29)$$

onde as coordenadas  $x_p$  e  $y_p$  representam a excentricidade longitudinal e transversal, respectivamente, modelando as possíveis imprecisões de pouso, conforme Figura 21.

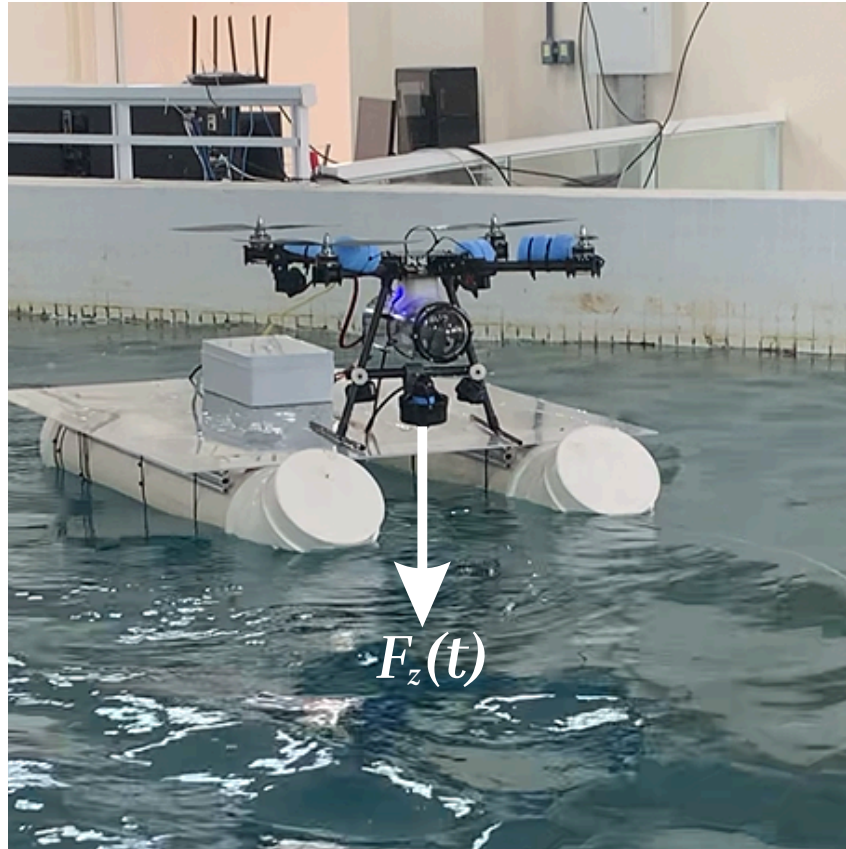


Figura 21 – Representação da força vertical  $F_z(t)$  aplicada em um ponto excêntrico  $r_{pad}$  durante a ação colaborativa. Fonte: Projeto Hydrone, a autora.

A magnitude da força vertical total,  $F_z(t)$ , é calculada pela superposição da carga estática do HUAUV ( $W_h$ ) e da força aerodinâmica de *downwash* dada por  $f_{dw}$ . A força de *downwash* é modelada como função do empuxo total  $T_h$  amplificado pelo coeficiente de efeito solo  $C_{GE}$ , que depende da altitude relativa  $z_h$ :

$$F_z(t) = W_h(t) + \underbrace{C_{GE}(z_h) \cdot T_h(t)}_{f_{dw}} \quad (30)$$

O empuxo  $T_h$  e o coeficiente de efeito solo  $C_{GE}$  são definidos, respectivamente, por:

$$T_h(t) = m_{HUAUV}(g + a_z(t)) \quad (31)$$

$$C_{GE}(z_h) = 1 + k_0 \exp\left(-\lambda \frac{z_h}{D_r}\right) \quad (32)$$

onde  $m_{HUAUV}$  é a massa do veículo aéreo,  $a_z$  sua aceleração vertical,  $D_r$  o diâmetro dos rotores, e  $k_0, \lambda$  são constantes empíricas do modelo de decaimento do efeito solo.

Uma vez obtida a magnitude escalar  $F_z(t)$ , o vetor de força externa no referencial

do corpo,  $\mathbf{f}_{ext} \in \mathbb{R}^3$ , é definido assumindo-se atuação puramente vertical:

$$\mathbf{f}_{ext}(t) = [0, 0, F_z(t)]^T \quad (33)$$

A aplicação desta força na posição deslocada  $\mathbf{r}_{pad}$  gera um vetor de momentos induzidos  $\mathbf{m}_{ext} \in \mathbb{R}^3$ , calculado através do produto vetorial:

$$\mathbf{m}_{ext}(t) = \mathbf{r}_{pad} \times \mathbf{f}_{ext}(t) = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p F_z(t) \\ -x_p F_z(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Então o vetor de perturbação generalizado  $\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} \in \mathbb{R}^6$  é construído pela união dos vetores de força e momento, resultando na expressão utilizada para a integração numérica:

$$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ext}(t) \\ \mathbf{m}_{ext}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z(t) \\ y_p F_z(t) \\ -x_p F_z(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Para facilitar a compreensão física dos termos que compõem o modelo descrito na Equação 11 e que foram detalhados ao longo deste Capítulo, a Figura 22 apresenta um diagrama esquemático do efeito causado pelas forças atuantes no USV. Nela, é possível visualizar a contraposição entre as forças dissipativas, inerciais e as perturbações externas causadas pela interação com o HUAUV. O intuito é entender como que a ação destas forças influencia no comportamento dinâmico do USV, facilitando a interpretação e o entendimento dos fenômenos descritos neste trabalho.

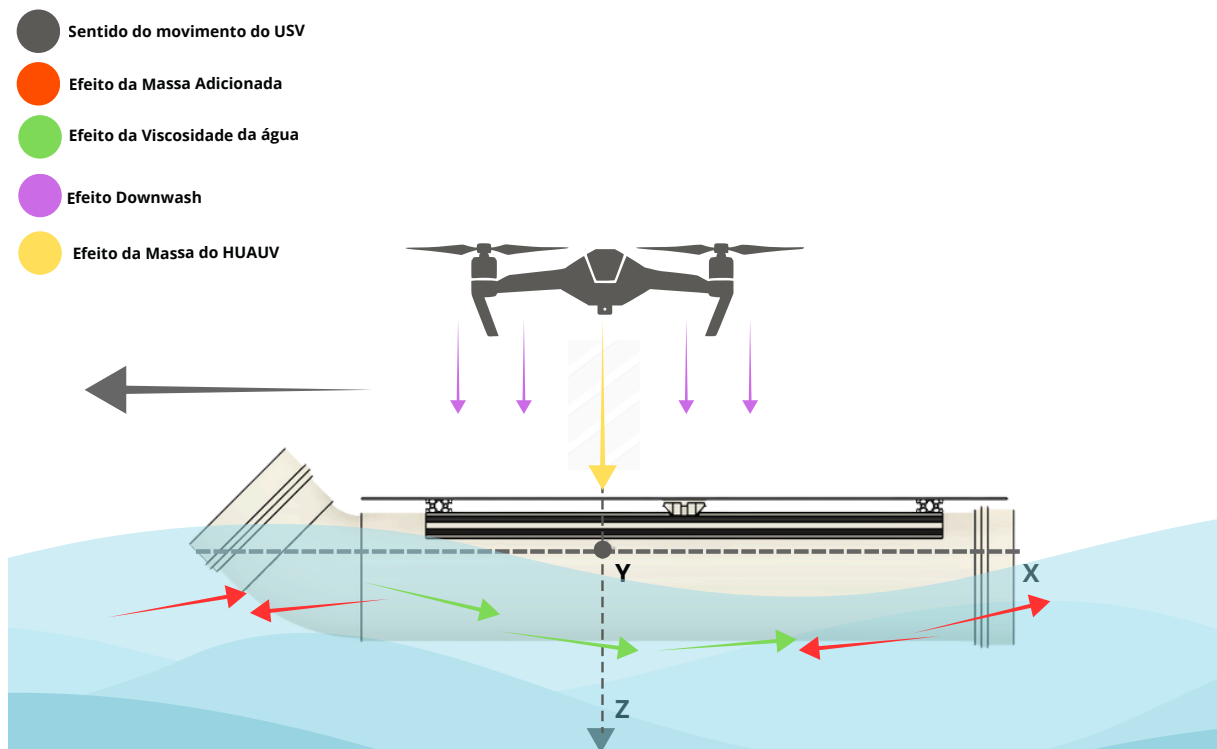


Figura 22 – Diagrama de corpo livre esquemático das forças atuantes. São apresentados os vetores de amortecimento viscoso  $D(\nu)\nu$ , e os efeitos inerciais da Massa Adicionada ( $M_A$ ). As setas amarelas e lilases indicam as perturbações externas  $\tau$  geradas pelo acoplamento físico e aerodinâmico do HUAUV. Fonte: A autora.

Para fins de implementação computacional, a construção do modelo dinâmico do USV é detalhada na Tabela 4. Esta síntese apresenta a estrutura funcional de cada termo da Equação 11, conectando as propriedades físicas aos operadores matemáticos definidos nesta fundamentação.

Tabela 4 – Síntese das equações constitutivas e forças do modelo dinâmico 6-DOF. Fonte: A autora.

Componente	Formulação Matemática e Descrição
<b>Inércia Total</b> ( $\mathbf{M}$ )	$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$ $\mathbf{M}_{RB}: \text{Diagonal. } \mathbf{M}_A: \text{Inclui termos de acoplamento Heave-Pitch } (M_{35}, M_{53}).$
<b>Coriolis</b> ( $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$ )	$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ Matriz $6 \times 6$ antissimétrica, calculada via operadores $S(\cdot)$ sobre os blocos de inércia.
<b>Amortecimento</b> ( $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$ )	$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_{lin} + \mathbf{D}_{quad} \boldsymbol{\nu} $ Combinação de dissipação linear e quadrática.
<b>Restauração</b> ( $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ )	$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \approx [0, 0, \rho g A_{wp} z, W \overline{GM}_T \phi, W \overline{GM}_L \theta, 0]^T$ Forças hidrostáticas linearizadas para <i>Heave</i> , <i>Roll</i> e <i>Pitch</i> .
<b>Interação HUAUV</b> ( $\boldsymbol{\tau}_{HUAUV}$ )	$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} = [0, F_z, \mathbf{r}_{pad} \times F_z \hat{\mathbf{k}}]^T$ Composta pelo peso estático e força aerodinâmica de <i>downwash</i> com efeito solo.

## 2.2 Revisão de Trabalhos Correlatos e Estado da Arte

Foi realizada, no início do processo de pesquisa deste trabalho, uma revisão de trabalhos correlatos a fim de mapear o atual estado e avanço das pesquisas em veículos de superfície autônomos e sistemas colaborativos. Ao analisar as tendências, os desafios já superados e as diversas abordagens da literatura para a modelagem matemática, o objetivo foi identificar os pontos de apoio de que este trabalho necessita para seu desenvolvimento, bem como onde ainda existem problemas em aberto e que este trabalho possa solucionar.

### 2.2.1 Tendências e Aplicações de USVs

A busca por soluções que corroborem com a segurança e a eficiência em tarefas de monitoramento e manutenção tem fomentado o desenvolvimento de USVs (Hong; Ha; Kim, 2020; Topini; Pagliai; Allotta, 2021). Este cenário, detalhado no Capítulo 1, justifica o foco atual da comunidade científica no aprimoramento da dinâmica e controle desses veículos.

Revisões da área, como a de Liu; Zhang; Yu; Yuan (2016), expõem um quadro de aplicações que vão da oceanografia à defesa. Essa transição de embarcações tripuladas para as autônomas é motivada, segundo Rodriguez-canales; Cutipa-luque (2021), não só pela redução de custos, mas pela capacidade de operar em cenários

de risco, evitando perdas humanas.

Esse avanço prático causou um grande desenvolvimento teórico em áreas como Guiamento, Navegação e Controle (GNC) e cooperação multi-robô. Sobre os estudos relacionados à modelagem destes veículos, Faltinsen (2010) aponta que modelos precisos e aplicados, como o proposto neste trabalho, é o que sustenta o avanço em todas essas frentes.

### 2.2.2 Identificação de Parâmetros para USVs

A utilidade de qualquer controlador baseado em modelo chega ao fim se os coeficientes hidrodinâmicos que o alimentam não correspondem à realidade do veículo. Esses parâmetros são uma representação da interação entre a geometria do casco e da dinâmica do fluido (Fossen, 2011). A literatura oferece um espectro de métodos para obtê-los: a alta fidelidade dos testes em tanques de prova Parsaei; Forouzani; Binesh (2023) e das simulações de *Computational Fluid Dynamics* (CFD) Vu; Le; Ngo; Vuong; Tran; Truong; Tran; Tran (2025), que, apesar de custosas e demoradas, compensam pela qualidade dos resultados; e as técnicas de identificação de sistemas, que extraem esses parâmetros de dados experimentais e se tornaram uma alternativa pragmática e amplamente utilizada (Skjetne; Smogeli; Fossen, 2004).

A complexidade do modelo é outra escolha importante à qual se dedica muita atenção. Em seus livros, Fossen (1994) alerta que modelos simplificados de 3-DOF são suficientes para tarefas mais simples, como manter o curso, mas são conceitualmente inadequados para capturar a dinâmica completa. É por isso que os modelos não lineares de 6-DOF são comumente aplicados, não apenas para simular manobras complexas, mas para criar *digital twins*, nos quais é possível testar e validar estratégias de controle antes de arriscar o equipamento real (Thyri; Bitar; Breivik, 2021).

### 2.2.3 Modelagem de Catamarãs

Conforme introduzido no Capítulo 1, a escolha por um casco do tipo catamarã traz vantagens de estabilidade e espaço, mas introduz uma camada significativa de complexidade hidrodinâmica. Como apontam Oria-aguilera; Valeriano-medina; Hernández (2016) e Fossen (2021), a proximidade dos dois cascos gera uma forte interação que altera todo o comportamento do veículo, desde a resistência ao avanço até os coeficientes de massa adicionada e amortecimento. Estudos recentes, combinando métodos numéricos e experimentais, têm se dedicado a entender como essas interações mudam com a velocidade e o carregamento Parsaei; Forouzani; Binesh (2023); Vu; Le; Ngo; Vuong; Tran; Truong; Tran; Tran (2025). A estrutura que conecta os cascos está sujeita a impactos violentos das ondas, um fenômeno que pode introduzir cargas estruturais severas e que precisa ser considerado no modelo (Faltinsen, 1993). Em alguns casos, a geometria do casco duplo pode até levar a uma instabilidade direcional, exi-

gindo que o sistema de controle atue constantemente para garantir a manobrabilidade (Thyri; Bitar; Breivik, 2021).

#### 2.2.4 Colaboração USV-UAV

O estudo da colaboração entre USVs e UAVs/HUAUVs já está consolidado como a principal estratégia para elevar as capacidades dos UAVs a missões marítimas de longa duração, superando sua limitação de bateria (Cardoso, 2017; Santos; Bartlett; Schneider; Brádaigh; Blanck; Santos; Trslíc; Riordan; Dooly, 2024). Dentro deste campo, o pouso autônomo em plataformas móveis permanece sendo o problema mais relevante e concentra a maior parte dos esforços de pesquisa. A literatura abrange desde propostas de planejamento de missão Niu; Ji; Liguori; Yin; Carrasco (2021) e controle cooperativo González-garcía; Gómez-espínosa; Cuan-urquizo; García-valdovinos; Salgado-jiménez; Escobedo-cabello (2020) até revisões abrangentes do estado da arte (Wu; Xu; Sun; Zhang, 2022; Wu; Li; Li; Zou; Huang, 2023).

A grande maioria dos esforços para resolver o problema do pouso se concentra em sistemas de percepção e controle de alto nível (González-garcía; Gómez-espínosa; Cuan-urquizo; García-valdovinos; Salgado-jiménez; Escobedo-cabello, 2020). Do lado da percepção, a busca é por um posicionamento relativo de alta precisão, utilizando uma combinação de Visão Computacional (Cardoso, 2017) e das tecnologias, *Global Positioning System* (GPS) com *Real Time Kinematic* (RTK), considerado um componente importante para manobras (González-garcía; Gómez-espínosa; Cuan-urquizo; García-valdovinos; Salgado-jiménez; Escobedo-cabello, 2020).

No âmbito do controle, as arquiteturas hierárquicas são a norma, com um sistema supervisor coordenando a missão e controladores de baixo nível focados na tarefa de seguimento de trajetória (Santos; Bartlett; Schneider; Brádaigh; Blanck; Santos; Trslíc; Riordan; Dooly, 2024). O desafio é tratado como um problema de perseguição, onde o UAV deve seguir o ponto de referência móvel do USV, utilizando leis de guiamento específicas para cada fase da aproximação (Bibuli; Caccia; Lapierre; Bruzzone, 2012; Wu; Li; Li; Zou; Huang, 2023).

Em quase todos esses trabalhos revisados o foco é compensar os movimentos do USV causados pelo ambiente. Estudos investigam os limites da operação em mares severos, onde ondas violentas não só transformam a plataforma em um alvo errático, mas também degradam a qualidade dos sensores de percepção com reflexos e *spray* de água (Novák; Bávca; Procházka; Saska, 2024).

Ao analisar a literatura (veja as Figuras 4 na página 26, e 5 na página 27), percebe-se que a maioria dos trabalhos parte de uma simplificação relacionada ao USV: eles tratam o veículo de superfície como um corpo passivo em relação ao UAV/HUAUV, sujeito apenas às perturbações do mar.

A interação física com o UAV/HUAUV pode ser considerada uma fonte significativa

de perturbação, no entanto, esta perturbação é frequentemente negligenciada nos estudos presentes na literatura, o que não significa uma falta de qualidade dos mesmos, apenas evidencia um foco distinto. As forças geradas pelo UAV/HUAUV, como seu peso aplicado subitamente no pouso e, principalmente, o efeito aerodinâmico de *downwash*, podem desestabilizar o USV, e apenas trabalhos recentes começam a reconhecer e a projetar sistemas que lidam com essa dinâmica acoplada, como nos artigos de Novák; Bávca; Procházka; Saska (2024); Zhu; Xu; Liu (2022) e Shao; Ma; Malekian; Yan; Li (2019), por exemplo.

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo detalha a formulação do modelo matemático 6-DOF para o USV catamarã, desenvolvido e destinado para operações colaborativas com um HUAUV do projeto Hydrone. A abordagem segue o formalismo vetorial de Newton-Euler, que é o padrão para a análise da dinâmica de veículos marinhos por explicitar diretamente as forças e momentos de interação no referencial do corpo, facilitando a incorporação intuitiva dos termos hidrodinâmicos e das perturbações externas, conforme definido no Capítulo 2 e apoiado nos trabalhos de Faltinsen (2010); Fossen (1994, 2011, 2021); Galeazzi; Blanke; Blanke (2018); Lewis (1988); Tupper (2013) e Goldstein; Poole; Safko (1950).

Para esta avaliação inicial da interação USV-HUAUV e para isolar as perturbações causadas exclusivamente pelo acoplamento entre os veículos, é adotado um conjunto de hipóteses simplificadoras fundamentadas na teoria linear de navios. Se assume a condição de águas tranquilas e ausência de vento, de modo que as forças ambientais estocásticas  $\tau_{wave}$  e  $\tau_{wind}$  são consideradas nulas nesta etapa. O fluido é modelado como irrotacional e incompressível para a formulação dos coeficientes de massa adicionada, conforme as diretrizes de Newman (2018) e Fossen (2021).

#### 3.1 Modelo Dinâmico 6-DOF Específico para Missões Colaborativas

De acordo com Fossen (2021); Galeazzi; Blanke; Blanke (2018), para analisar a interação com um HUAUV, a equação de movimento de Newton-Euler é adaptada para isolar as forças de controle e as perturbações externas. A equação 11 se torna:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{prop} + \boldsymbol{\tau}_{HUAUV} \quad (36)$$

A equação é formulada no referencial do corpo do veículo  $b$  para que os coeficientes hidrodinâmicos, que dependem da geometria do casco, permaneçam constantes. O modelo dinâmico proposto em 36 apresenta não linearidades estruturais e paramétricas que definem a complexidade do sistema. Estruturalmente, a não linearidade

ocorre no termo de Coriolis, que introduz dependências quadráticas nas velocidades devido ao acoplamento inercial entre os graus de liberdade translacionais e rotacionais. Cada termo desta equação é detalhado nas Seções seguintes, utilizando os parâmetros físicos do USV, como massa, medidas principais e demais dados obtidos do modelo CAD e resumidos na Tabela 5 e Figura 23. O vetor  $\tau_{prop}$  representa as perturbações causadas pelos propulsores do Veículo de Superfície, enquanto  $\tau_{HUAUV}$  é adicionado para representar as perturbações causadas pelo HUAUV no USV.

Tabela 5 – Parâmetros físicos do USV obtidos do modelo CAD Utilizando o Software Fusion 360<sup>1</sup>. Fonte: A autora.

Variável	Fonte	Valor
<b>Dimensões Gerais</b>		
Comprimento Total ( $L$ )	Fusion 360	1.276 m
Boca Total ( $B$ )	Fusion 360	1.000 m
Altura Total ( $H$ )	Fusion 360	0.299 m
<b>Propriedades de Massa e Volume</b>		
Massa ( $m$ )	Fusion 360	21.987 kg
Volume ( $V$ )	Fusion 360	$1.600 \times 10^{-2} \text{ m}^3$
Área de Superfície ( $A$ )	Fusion 360	$7.589 \text{ m}^2$
Centro de Gravidade (CG)	Fusion 360	(0.05, -0.45, 0.22) m
<b>Momentos de Inércia no CG (<math>\text{kg} \cdot \text{m}^2</math>)</b>		
$I_{xx}$	Fusion 360	3.450
$I_{yy}$	Fusion 360	2.124
$I_{zz}$	Fusion 360	5.317

<sup>1</sup><https://www.autodesk.com/br/products/fusion-360/overview>, Acesso em: 2025-09-08

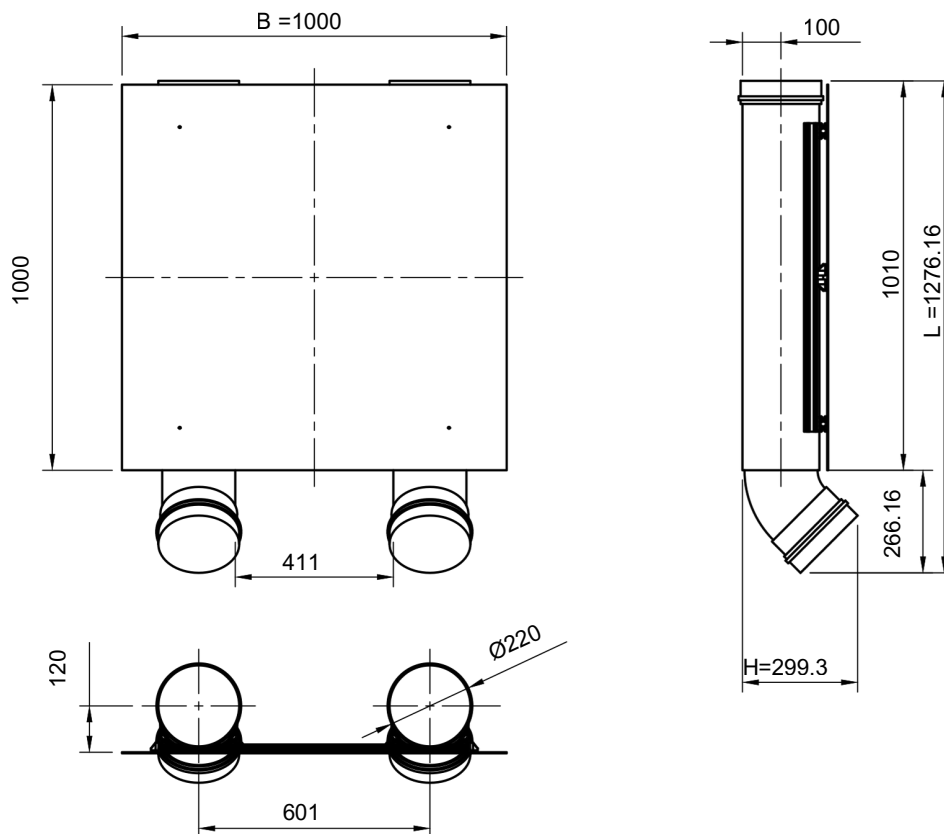


Figura 23 – Cotas do USV extraídas diretamente do modelo 3D, por convenção de modelagem mecânica, todos os valores estão em milímetros. Fonte: A autora.

### 3.1.1 Matriz de Inércia do Sistema ( $M$ )

De acordo com Sen; Vinh (2016) e Fossen (2021), matriz de inércia do sistema,  $M$ , é composta pela soma de  $M_{RB}$  e  $M_A$ , conforme detalhado na Fundamentação Teórica presente em 2.1.1:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (37)$$

A matriz  $M_{RB}$ , foi determinada a partir das propriedades físicas extraídas do modelo tridimensional do USV, resumidas na Tabela 5. O software CAD reportou a localização do CG nas coordenadas (0.05, -0.45, 0.22)m em relação à origem do ambiente de modelagem. Embora no ambiente de modelagem CAD o CG possua coordenadas deslocadas em relação à origem geométrica de construção, para a formulação do modelo dinâmico adota-se a convenção padrão da área Fossen (2021); Lewis (1988); Newman (2018). Nesta abordagem, a origem do referencial do corpo  $\{b\}$  é definida para coincidir com o CG físico do veículo. Conseqüentemente, as coordenadas do CG no referencial  $\{b\}$  tornam-se (0, 0, 0). Este alinhamento faz os eixos do referencial coincidirem com os eixos principais de inércia, resultando no desacoplamento

translacional-rotacional na matriz de corpo rígido. A matriz resultante  $M_{RB}$  torna-se diagonal (Equação 38), composta apenas pela massa do veículo e pelos momentos de inércia principais, os quais são extraídos diretamente das propriedades de massa do modelo CAD (ver Tabela 5).

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} 21.987 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 21.987 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21.987 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.450 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.124 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.317 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Já a matriz  $M_A$  conta com elementos que possuem derivadas hidrodinâmicas, algo difícil de alcançar analiticamente. Para este trabalho, adotou-se a abordagem estimativa para os coeficientes por meio de fórmulas empíricas, uma prática comum e validada para análises preliminares de projeto quando dados experimentais ou de CFD não estão disponíveis (Fossen, 2021).

Embora muitos termos fora da diagonal sejam frequentemente desprezados por simplicidade, prática reforçada por Fossen (1994) em quase todos os seus trabalhos, o modelo implementado neste trabalho segue as recomendações de Faltinsen (1993, 2010), e retém o termo de acoplamento entre *Heave* e *Pitch*, que é fisicamente significativo para veículos de superfície. Os coeficientes utilizados, baseados nas diretrizes e regras propostas por (Fossen, 2021), foram:

I.  $X_{\dot{u}} \approx -0.05m$ : A massa adicionada em *Surge* para cascos convencionais é 5-10% da massa do veículo. O cálculo resulta em:  $-0.05 \cdot 21.987 \approx -1.10$  kg.

II.  $Y_{\dot{v}} \approx -0.8m$ : A massa adicionada em *Sway* é significativa, frequentemente da mesma ordem de magnitude da massa do veículo. O cálculo resulta em:  $-0.8 \cdot 21.987 \approx -17.59$  kg.

III.  $Z_{\dot{w}} \approx -0.8m$ : Similarmente ao *Sway*, a massa adicionada em *Heave* é substancial. O cálculo resulta em:  $-0.8 \cdot 21.987 \approx -17.59$  kg.

IV.  $K_{\dot{p}} \approx -0.1I_{xx}$ : O momento de inércia adicionado em *Roll* é estimado como uma fração do momento de inércia do corpo rígido. O cálculo resulta em:  $-0.1 \cdot 3.450 \approx -0.35$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup>.

V.  $M_{\dot{q}} \approx -0.1I_{yy}$ : O momento de inércia adicionado em *Pitch* é estimado de forma análoga ao *Roll*. O cálculo resulta em:  $-0.1 \cdot 2.124 \approx -0.21$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup>.

VI.  $N_{\dot{r}} \approx -0.1I_{zz}$ : O momento de inércia adicionado em *Yaw* segue o mesmo padrão de *Pitch* e *Roll*. O cálculo resulta em:  $-0.1 \cdot 5.317 \approx -0.53$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup>.

VII.  $Z_{\dot{q}} = M_{\dot{w}} \approx -0.1mL$ : Este termo de acoplamento para corpos esguios é estimado com base na massa e no comprimento do veículo, conforme sugerido por (Fossen, 2021). O cálculo resulta em:  $-0.1 \cdot 21.987 \cdot 1.276 \approx -2.81 \text{ kg} \cdot \text{m}$ .

Aplicando a convenção de sinais, a matriz de massa adicionada  $M_A$  é construída invertendo os sinais dos coeficientes calculados, resultando em uma matriz positiva-definida que representa a inércia física do fluido:

$$M_A \approx \begin{bmatrix} 1.10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17.59 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17.59 & 0 & 2.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.81 & 0 & 0.212 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.53 \end{bmatrix} \quad (39)$$

A matriz de inércia total do sistema é dada pela soma de 38 com 39, resultando em 40:

$$M \approx \begin{bmatrix} 23.09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 39.58 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 39.58 & 0 & 2.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.81 & 0 & 2.336 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.85 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Estes coeficientes são estimativas de primeira ordem baseadas em formulações validadas na literatura por Fossen (2021); Lewis (1988). A coerência física das estimativas, é realizada pela comparação com Fossen (1991) e Ji; Huang (2017), fornecendo certa confiança para utilizar este modelo em análises preliminares de simulação.

A partir destas estimativas, há uma disparidade significativa entre os coeficientes, especialmente entre o termo de *Surge* ( $X_{\dot{u}} \approx -1.10 \text{ kg}$ ) e o termo de *Sway* ( $Y_{\dot{v}} \approx -17.59 \text{ kg}$ ). A razão entre estes termos,  $|Y_{\dot{v}}/X_{\dot{u}}|$ , é de aproximadamente 16.0, indicando uma inércia hidrodinâmica muito superior no eixo transversal, algo que pode ser explicado pela natureza anisotrópica do modelo.

O USV, sendo um catamarã, é projetado com dois cascos otimizados para um baixo arrasto na direção de avanço. Inversamente, esta mesma geometria oferece uma área de superfície lateral maior, o que dificulta o movimento de deriva, resultando em uma massa adicionada superior nesta direção.

Para analisar a ordem de grandeza desta estimativa, a Tabela 6 compara as razões de resistência inercial e de amortecimento do USV deste estudo com as de outros veículos documentados na literatura: o ROV NEROV de Fossen (1991), um barco modelo de Ji; Huang (2017), e o Delft 372 de (Milanov; Chotukova; Stern, 2012).

Tabela 6 – Comparação das razões de resistência hidrodinâmica (*Sway/Surge*) entre diferentes veículos. Fonte: A autora.

Métrica	Veículo (Fonte)	Coef. Surge ( $X$ )	Coef. Sway ( $Y$ )	Razão ( $ Y/X $ )
Massa Adicionada (kg)	<b>USV Hydrone</b>	$X_{\dot{u}} = -1.10$ kg	$Y_{\dot{v}} = -17.59$ kg	<b>16.0</b>
	Delft 372 Catamaran* (Milanov; Chotukova; Stern, 2012)	$X_{\dot{u}} \approx -55.0$ kg	$Y_{\dot{v}} \approx -2042.0$ kg	37.1
	NEROV ROV (Fossen, 1991)	$X_{\dot{u}} = -30.0$ kg	$Y_{\dot{v}} = -110.0$ kg	3.7
Amortecimento (Unidades Mistas)	<b>USV Hydrone**</b>	$X_{ u u } =$ $-24.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$	$Y_{ v v } =$ $-172.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$	<b>7.0</b>
	Barco Modelo (Ji; Hu- ang, 2017)	$d_1 = 14$	$d_2 = 80$	5.7

\*Dados do Delft 372 para o modelo de  $4m$  (Milanov; Chotukova; Stern, 2012). \*\*Valores de amortecimento quadrático conforme Seção 3.1.3.

A razão de massa adicionada do USV deste estudo é  $\approx 16.0$ , o que é significativamente superior à do ROV NEROV, que é  $\approx 3.7$ . Esta disparidade é esperada e justifica-se pela geometria, enquanto o NEROV possui uma forma em bloco com inércia distribuída, catamarãs priorizam a eficiência longitudinal. Isso é corroborado pelos dados do Delft 372 (Milanov; Chotukova; Stern, 2012), um catamarã de referência que apresenta uma razão de inércia de  $\approx 37.1$ , confirmando que a resistência lateral  $Y_{\dot{v}}$  é maior frente ao avanço  $X_{\dot{u}}$ .

Em termos de amortecimento, o veículo utilizado para comparação é o barco modelo de Ji; Huang (2017). Embora este utilize coeficientes lineares, em contraste com os quadráticos do presente estudo, as razões de resistência são da mesma ordem de grandeza,  $\approx 7.0$  para o USV Hydrone e  $\approx 5.7$  para o catamarã de Ji; Huang (2017). Ambos os modelos apoiam a ideia física de que a resistência ao movimento lateral é entre 5 a 7 vezes maior que a resistência ao avanço, reforçando as estimativas baseadas na geometria.

Além da disparidade translacional, na Equação 40 vemos que o momento de inércia em *Roll*, que é  $I_{xx} \approx 3.80$ , é superior ao de *Pitch*, que é  $I_{yy} \approx 2.33$ . Esta característica é intrínseca à geometria de catamarã adotado pelo projeto Hydrone. Diferente de um veículo monocasco, onde a massa se concentra próxima à linha central, o catamarã possui dois flutuadores separados por uma distância significativa em relação ao centro de gravidade. Como o momento de inércia é proporcional ao quadrado da distância da massa ao eixo de rotação, o afastamento lateral dos cascos eleva a inércia em torno do eixo  $X$ , superando a inércia em torno do eixo  $Y$ , cuja distribuição de massa longitudinal é mais compacta neste modelo específico.

### 3.1.2 Vetor de Forças Restauradoras Hidrostáticas

A formulação do vetor  $g(\eta)$ , difere fundamentalmente entre veículos completamente submersos e veículos de superfície, conforme detalhado por Fossen (2021).

Para veículos de superfície, a estabilidade e as forças restauradoras são governadas pela altura metacêntrica ( $\overline{GM}$ ), conforme definido em 2.1.4. Este parâmetro representa a distância vertical entre o centro de gravidade e o metacentro ( $M_T$ ), como ilustrado na Figura 24 adaptada de (Fossen, 2021). Note que na Figura  $mg = \rho g \nabla$ , porém nesta dissertação, a representação do volume do fluido deslocado, que era dado por  $\nabla$ , foi substituído por  $V$  em razão da coerência matemática quanto à simbologia. Um  $\overline{GM}$  positivo gera um momento restaurador que se opõe à inclinação, trazendo o veículo de volta ao equilíbrio.

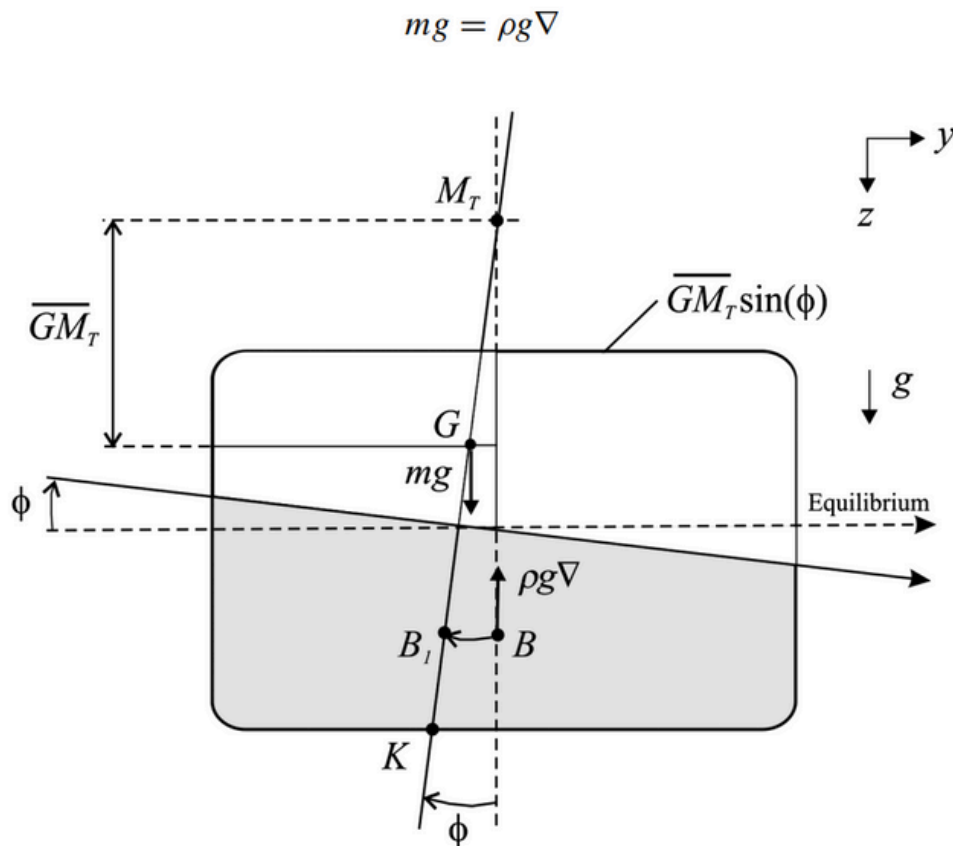


Figura 24 – Diagrama da estabilidade metacêntrica transversal. O momento restaurador é gerado pelo braço de endireitamento  $\overline{GM}_T \sin(\phi)$ . Uma figura análoga pode ser desenhada para a estabilidade longitudinal, substituindo  $M_T$  e  $\phi$  por  $M_L$  e  $\theta$ . Fonte: Fossen (2021).

A formulação dos momentos de restauração em  $\phi$  e  $\theta$  é diretamente dependente das alturas metacêntricas transversal ( $\overline{GM}_T$ ) e longitudinal ( $\overline{GM}_L$ ), respectivamente.

O vetor de forças restauradoras para o USV é então expresso como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = [0, 0, 0, W \cdot \overline{GM}_T \sin(\phi), W \cdot \overline{GM}_L \sin(\theta), 0]^T \quad (41)$$

O peso do veículo ( $W$ ), obtido a partir da massa extraída do modelo CAD é de aproximadamente 215.69 N. Fossen (2021), afirma que as alturas metacêntricas transversal e longitudinal requerem uma análise de estabilidade hidrostática detalhada, porém, o software Autodesk Fusion 360 não dispõe de uma ferramenta nativa para análise hidrostática em sua versão estudantil. Para contornar essa dificuldade, adotou-se uma metodologia semi-analítica, utilizando as ferramentas de modelagem e medição do software para obter os parâmetros geométricos necessários para a aplicação das fórmulas fundamentais da arquitetura naval (Derrett; Barrass, 2012; Fossen, 2011; Lewis, 1988).

Inicialmente, as propriedades físicas do modelo 3D completo do USV, com todos os materiais corretamente atribuídos, foram extraídas. Conforme detalhado na Tabela 5. A posição vertical do centro de gravidade obtida foi:  $\overline{KG} = 0.12$  m.

Com base na massa do veículo e na densidade da água ( $\rho = 1025 \text{ kg m}^{-3}$ ), o volume de água que o USV precisa deslocar para flutuar em equilíbrio foi calculado:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{21.987 \text{ kg}}{1025 \text{ kg m}^{-3}} \approx 0.02145 \text{ m}^3 \quad (42)$$

Onde  $V$  representa o volume do fluido deslocado em  $\text{m}^3$ . A partir do resultado obtido em 42, um plano de corte horizontal foi ajustado no modelo CAD até que o volume dos cascos abaixo do plano se igualasse ao deslocamento de  $V$ , de acordo com as definições pré-estabelecidas em 2.1.4. O centroide deste volume submerso, extraído pela ferramenta de propriedades do software, forneceu a posição vertical do centro de empuxo,  $\overline{KB} = -0.0841$  m, o processo de criação do plano pode ser visto na Figura 25.

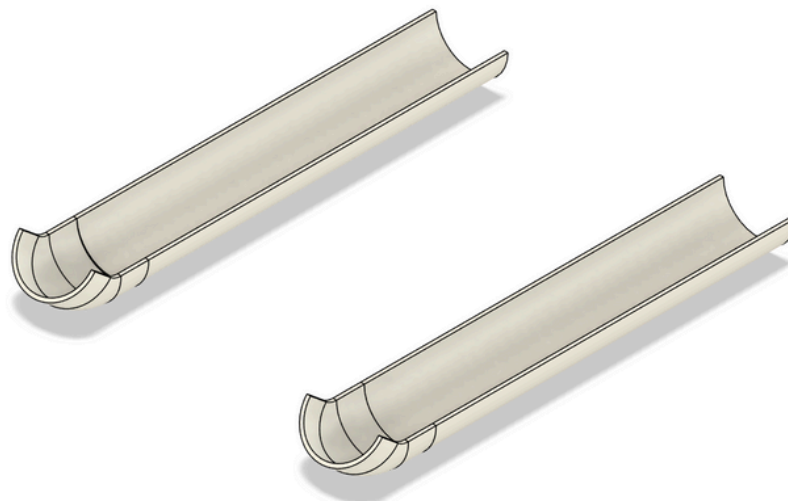


Figura 25 – Representação do volume submerso do USV, isolado para análise de suas propriedades geométricas. Fonte: A autora.

Também foi necessário simular a área da seção transversal do casco no plano da linha d'água. Para isso, foi criada uma chapa sólida e de espessura infinitesimal, este processo pode ser visto na Figura 26. As propriedades deste corpo foram usadas, conforme instruído por Fossen (2021), para derivar o momento de inércia de área transversal ( $I_{wp} = 0.0137 \text{ m}^4$ ), enquanto o momento de inércia longitudinal ( $I_L$ ) foi estimado analiticamente com base na geometria da linha d'água:

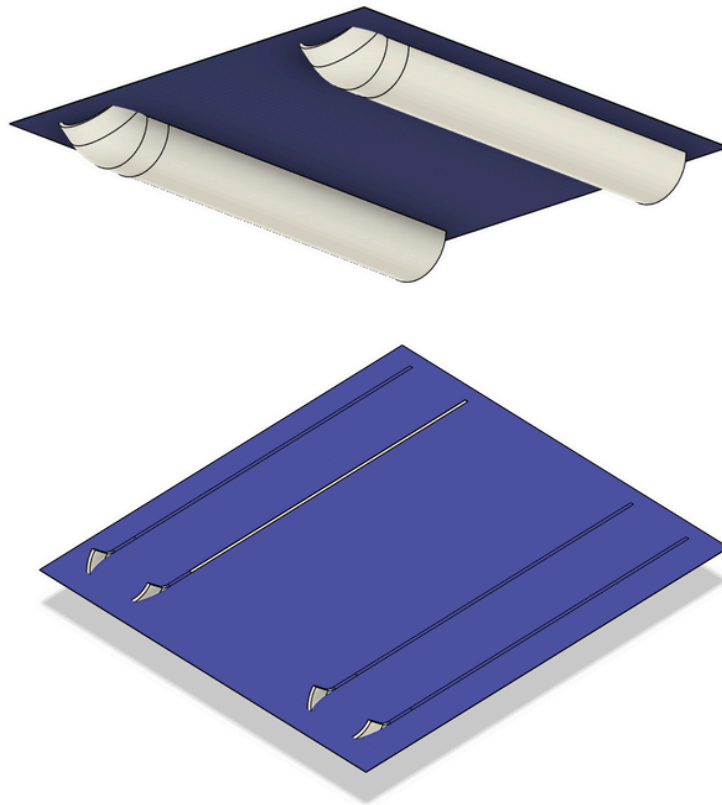


Figura 26 – Área da linha d’água do USV, utilizada para o cálculo dos momentos de inércia. Fonte: A autora.

Por fim, com todos os parâmetros obtidos, as alturas metacêntricas foram finalmente calculadas utilizando as equações clássicas da estabilidade naval, onde  $BM$  é a distância vertical entre o CB e o Metacentro:

$$\overline{BM} = \frac{I_{wp}}{V} \quad (43)$$

$$\overline{GM} = (\overline{KB} + \overline{BM}) - \overline{KG} \quad (44)$$

Os valores finais obtidos foram:

- I. Altura Metacêntrica Transversal:  $\overline{GM}_T \approx 0.603 \text{ m}$
- II. Altura Metacêntrica Longitudinal:  $\overline{GM}_L \approx 2.65 \text{ m}$

Para modelar a rigidez hidrostática vertical, foi incorporado ao modelo um termo de restauração em *Heave*. Este termo representa a força análoga a uma mola que surge da variação da força de empuxo quando o veículo se desloca verticalmente em relação à sua linha d’água de equilíbrio (Fossen, 2021). Conforme demonstrado em Fossen (2021, p. 63), para pequenas excursões em  $z$ , esta força restauradora ( $Z$ ) pode ser linearizada e é diretamente proporcional ao deslocamento vertical:

$$Z \approx -\rho g A_{wp} z \quad (45)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $A_{wp}$  é a área do plano de água.

Na notação de SNAME, o coeficiente de rigidez hidrostática em *heave* é formalmente denotado como  $Z_z$ , representando a derivada da força  $Z$  em relação à posição  $z$ . No entanto, para a implementação no vetor  $g(\eta)$  do modelo de simulação, e por consistência com a estrutura matricial dos modelos de 6-DOF, este coeficiente foi atribuído ao termo linear  $Z_w$ , (Lewis, 1988).

### 3.1.3 Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico

A matriz de amortecimento hidrodinâmico é denotada por:  $D(\nu)$ , e neste trabalho ela é responsável por calcular as forças de resistência para cada um dos 6 graus de liberdade do USV.

A física deste amortecimento é considerada complexa, Fossen (1994); Lewis (1988). Para tornar os cálculos viáveis neste momento, foram feitas algumas simplificações, todas em concordância com a engenharia naval e adequadas para uma modelagem inicial (Fossen, 1994, 2021). As premissas adotadas no modelo são detalhadas a seguir:

#### I. Estrutura da Matriz de Amortecimento

Para um casco com simetria de bombordo-boreste, muitos dos termos de acoplamento hidrodinâmico se anulam (Fossen, 2021). Por isso, assume-se que a maioria dos acoplamentos de amortecimento atuantes sobre o USV são desprezíveis. No entanto, o acoplamento entre *Pitch* e *Heave*, é mantido no modelo, conforme fundamentado em 2. Portanto, a matriz de amortecimento  $D(\nu)$ , embora bastante simplificada, não se torna estritamente diagonal neste.

#### II. Modelo de Amortecimento Linear-Quadrático

O modelo de amortecimento adotado para esta modelagem combina termos lineares e quadráticos, conforme a prática recomendada por (Fossen, 2021). Em baixas velocidades, o atrito superficial pode ser aproximado por um termo linear ( $D \propto v$ ). E em velocidades mais altas, o arrasto de forma se torna dominante, sendo mais bem representado por um termo quadrático  $D \propto v|v|$ . O modelo implementado utiliza uma combinação de ambos para maior fidelidade, especialmente para as aplicações em *Heave*, *Roll* e *Pitch*.

#### III. Obtenção dos Coeficientes de Amortecimento

A determinação precisa dos coeficientes hidrodinâmicos exigiria testes experimentais, conforme já previamente mencionado no Capítulo 2. Para viabilizar este estudo, nesta fase adotou-se a abordagem semiempírica, utilizando fórmulas e ordens de

grandeza validadas na literatura para obter uma primeira aproximação robusta da dinâmica do veículo (Faltinsen, 1993; Fossen, 2021).

Os coeficientes de amortecimento quadrático foram estimados com base no arrasto de forma. A partir da equação clássica da hidrodinâmica, frequentemente associada à parcela de arrasto da equação de Morison, Fossen (2021), o coeficiente para um determinado grau de liberdade é dado por:

$$D_{quad} = -\frac{1}{2}\rho C_d A_p \quad (46)$$

onde  $D_{quad}$  é o coeficiente de amortecimento quadrático,  $\rho$  é a densidade da água,  $C_d$  é o coeficiente de arrasto cujo valor adotado foi de  $C_d \approx 1.2$ , mantendo a consistência com a literatura, (Fossen, 2021; Molland; Turnock; Hudson, 2017). E por último,  $A_p$  representa a área projetada do casco que é perpendicular à direção do movimento.

Considerando a área projetada frontal do veículo,  $A_{p,surge} \approx 0.04 \text{ m}^2$ , o coeficiente em *Surge* é calculado como:

$$X_{|u|u} \approx -\frac{1}{2} \cdot 1025 \cdot 1.2 \cdot 0.04 \approx -24.6 \text{ kg m}^{-1}$$

Coeficiente em *Sway* é obtido considerando a área projetada correspondente é  $A_{p,sway} \approx 0.28 \text{ m}^2$ , resultando em:

$$Y_{|v|v} \approx -\frac{1}{2} \cdot 1025 \cdot 1.2 \cdot 0.28 \approx -172.2 \text{ kg m}^{-1}$$

Para *Yaw*, o momento de amortecimento foi estimado utilizando a fórmula empírica de Fossen (2021), que relaciona o coeficiente com a massa e o comprimento do veículo:

$$N_{|r|r} \approx -0.02 \cdot m \cdot L^2 \approx -0.02 \cdot 21.987 \cdot (1.276)^2 \approx -0.716 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}$$

Para os demais graus de liberdade, foram estimados coeficientes lineares e quadráticos para garantir um comportamento estável e superamortecido, em linha com o esperado para a plataforma. O termo de acoplamento  $Z_q$  foi estimado com uma fórmula empírica para corpos esguios (Fossen, 2021). Os valores adotados na simulação foram:

I. Coeficientes Lineares:

$$Z_w = -1500 \text{ N s m}^{-1}, \quad K_p = -300 \text{ N m s rad}^{-1}, \quad M_q = -200 \text{ N m s rad}^{-1}.$$

## II. Coeficientes Quadráticos:

$$Z_{|w|w|} = -800 \text{ Ns}^2/\text{m}^2, \quad K_{|p|p|} = -500 \text{ Nms}^2/\text{rad}^2, \quad M_{|q|q|} = -400 \text{ Nms}^2/\text{rad}^2.$$

Após a determinação dos coeficientes, obtém-se a matriz de amortecimento resultante por meio da introdução de um último conceito: a força de amortecimento ( $\tau_{damp}$ ). Este vetor se opõe ao vetor de velocidades ( $\nu$ ) e essa relação é modelada por meio da matriz de amortecimento  $\mathbf{D}(\nu)$ , que é dependente da velocidade e definida como positiva-definida (Fossen, 1994; SNAME, 1950). A força ( $\tau_{damp}$ ) é calculada como:

$$\tau_{damp} = -\mathbf{D}(\nu)\nu \quad (47)$$

A matriz  $\mathbf{D}(\nu)$  é construída com os coeficientes de amortecimento, que são, por convenção, valores positivos que representam as magnitudes da resistência ao movimento. Ela possui a seguinte forma:

$$\mathbf{D}(\nu) = \begin{bmatrix} X_{|u|u|}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{|v|v|}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{|w|w|}|w| & 0 & Z_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{|p|p|}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_w & 0 & M_q + M_{|q|q|}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{|r|r|}|r| \end{bmatrix} \quad (48)$$

Devido à baixa velocidade de operação do veículo e à simetria aproximada do casco em relação ao plano horizontal, os termos de acoplamento dissipativo fora da diagonal principal foram considerados desprezíveis nesta etapa de modelagem. Assume-se, que a matriz de amortecimento hidrodinâmico é diagonal, uma simplificação comum onde dados experimentais não estão disponíveis (Fossen, 1994, 2011). Logo, adotou-se  $Z_q = M_w = 0$ .

O vetor de forças e momentos de amortecimento, aqui denotado como  $\tau_{damp}$ , é então calculado pela multiplicação da matriz de amortecimento pelo vetor de velocidades, tal que  $\tau_{damp} = -\mathbf{D}(\nu)\nu$ . Substituindo os valores dos coeficientes calculados anteriormente, o vetor resultante é:

$$\tau_{damp} = - \begin{bmatrix} 24.6|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 172.2|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1500 + 800|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 300 + 500|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 200 + 400|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.716|r| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (49)$$

Os coeficientes estimados para *Heave*, *Roll*, e *Pitch* servem para garantir a estabilidade numérica e a verossimilhança física do modelo nesta fase, e são adotados em concordância com a literatura disponível em Fossen (1994), Fossen (2021), e Galeazzi; Blanke; Blanke (2018).

A matriz de amortecimento resultante é construída agrupando os termos calculados, e toma um forma diferente da definição geral apresentada no Capítulo 2. Para os movimentos de *Surge* e *Sway*, o modelo considera predominante o arrasto quadrático derivado da área projetada, desprezando-se a componente linear de fricção superficial, que é de menor magnitude nestas condições, (Fossen, 2021). Para os graus de liberdade oscilatórios de *Heave*, *Roll*, e *Pitch*, mantiveram-se os termos lineares para assegurar o amortecimento em baixas velocidades.

### 3.1.4 Matriz de Coriolis e Termos Centrífugos

De acordo com Fossen (1994, 2011, 2021), a matriz de Coriolis, descreve os acoplamentos inerciais que surgem quando o veículo se move e rotaciona simultaneamente. Segundo Faltinsen (2010) e Fossen (1994), ela é composta pela soma das contribuições da matriz de corpo rígido 38 e da matriz de massa adicionada 39:

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) \quad (50)$$

Para a formulação física do modelo, ambos os termos devem ser calculados e incluídos na equação de movimento disponível em 36, (Fossen, 2021; Newman, 2018).

Com a origem do referencial do corpo definida no CG e assumindo que os eixos do corpo são os eixos principais de inércia, a matriz  $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})$  é obtida expandindo-se a formulação vetorial (Fossen, 2021):

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(m\boldsymbol{\nu}_1) \\ -S(m\boldsymbol{\nu}_1) & -S(\mathbf{I}_{CG}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (51)$$

onde  $\boldsymbol{\nu}_1 = [u, v, w]^T$ ,  $\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$ , e  $S(\cdot)$  é o operador de matriz antissimétrica. A expansão de (51) resulta em:

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ -mw & 0 & mu & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ mv & -mu & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Substituindo os parâmetros de massa e inércia da Tabela 5, obtém-se a matriz numé-

rica para o USV:

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 21.987w & -21.987v \\ 0 & 0 & 0 & -21.987w & 0 & 21.987u \\ 0 & 0 & 0 & 21.987v & -21.987u & 0 \\ 0 & 21.987w & -21.987v & 0 & 5.317r & -2.124q \\ -21.987w & 0 & 21.987u & -5.317r & 0 & 3.450p \\ 21.987v & -21.987u & 0 & 2.124q & -3.450p & 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Ainda de acordo com Fossen (2021), a matriz de Coriolis correspondente aos termos de massa adicionada,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ , é dada por:

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & -Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & 0 & X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v & -X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & Z_{\dot{w}}w & -Y_{\dot{v}}v & 0 & N_{\dot{r}}r & -M_{\dot{q}}q \\ -Z_{\dot{w}}w & 0 & X_{\dot{u}}u & -N_{\dot{r}}r & 0 & K_{\dot{p}}p \\ Y_{\dot{v}}v & -X_{\dot{u}}u & 0 & M_{\dot{q}}q & -K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Substituindo os coeficientes de massa adicionada da matriz 39, a matriz  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$  para o USV é:

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 17.59w & -17.59v \\ 0 & 0 & 0 & -17.59w & 0 & 1.10u \\ 0 & 0 & 0 & 17.59v & -1.10u & 0 \\ 0 & 17.59w & -17.59v & 0 & 0.53r & -0.212q \\ -17.59w & 0 & 1.10u & -0.53r & 0 & 0.35p \\ 17.59v & -1.10u & 0 & 0.212q & -0.35p & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

A matriz de Coriolis total é obtida pela soma de (53) e (55):

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 39.577w & -39.577v \\ 0 & 0 & 0 & -39.577w & 0 & 23.087u \\ 0 & 0 & 0 & 39.577v & -23.087u & 0 \\ 0 & 39.577w & -39.577v & 0 & 5.847r & -2.336q \\ -39.577w & 0 & 23.087u & -5.847r & 0 & 3.800p \\ 39.577v & -23.087u & 0 & 2.336q & -3.800p & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

### 3.1.5 Vetor de Forças de Propulsão

Neste estudo, o vetor  $\boldsymbol{\tau}_{prop}$  foi introduzido como uma representação das forças e momentos gerados pelo sistema de propulsão do USV. No USV estudado neste trabalho, o sistema é composto por dois propulsores T200 da marca Blue Robotics. A

formulação vetorial de  $\tau_{prop}$  depende da magnitude da força gerada por cada propulsor e de sua posição de montagem em relação ao centro de gravidade do veículo, (Molland; Turnock; Hudson, 2017). Segundo Lewis (1989) o modelo geral para este vetor é dado por:

$$\tau_{prop} = \begin{bmatrix} F_L + F_R \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -(F_L + F_R)z_T \\ (F_R - F_L)d_{hull} \end{bmatrix} \quad (57)$$

onde os componentes são definidos de acordo com Molland; Turnock; Hudson (2017) e Lewis (1989) como:  $F_L$  e  $F_R$  são as forças de empuxo (*thrust*) geradas pelos propulsores de bombordo e boreste, respectivamente.  $d_{hull}$  é o braço de alavanca transversal, representando a distância perpendicular da linha de centro longitudinal do USV até a linha de ação de cada propulsor. E  $z_T$  é o braço de alavanca vertical, representando a distância vertical do CG, em torno do qual os momentos são calculados, até a linha de ação dos propulsores.

Para o escopo específico das simulações apresentadas nesta dissertação, o vetor de propulsão foi considerado nulo ( $\tau_{prop} = 0$ ), já que a análise se concentra na resposta passiva do USV às perturbações impostas pelo HUAUV durante o pouso e a decolagem. Nesses cenários, assume-se que os propulsores do USV estão desligados para isolar e quantificar puramente o impacto da interação entre os veículos. A apresentação deste modelo de propulsão é incluída para a completude do modelo dinâmico geral e para facilitar trabalhos futuros que venham a abordar o posicionamento dinâmico do veículo de superfície.

### 3.1.6 Vetor de Perturbação do HUAUV

A inclusão do vetor  $\tau_{HUAUV}$  em 36 é a principal contribuição deste modelo, permitindo a análise da dinâmica acoplada entre os veículos. A interação é modelada como uma força externa variável no tempo,  $F_z(t)$ , aplicada em um ponto de pouso  $r_{pad}$  no convés do USV. O vetor de posição do ponto de aplicação da força em relação ao CG do USV é:

$$r_{pad} = [x_p, y_p, z_p]^T \quad (58)$$

Para modelar a interação, a força vertical total  $F_z(t)$  é decomposta em duas componentes, que são o peso estático do HUAUV ( $W_h$ ) e a força aerodinâmica de *downwash* ( $f_{dw}$ ).

O *downwash* é diretamente proporcional ao empuxo total,  $T_h$ , gerado pelo HUAUV, de acordo com Chen; Liu (2022); Morishita; Kawai; Nobuhara (2024). O empuxo, por

sua vez, depende da massa do HUAUV,  $m_h$ , e de sua aceleração vertical,  $a_z(t)$ :

$$T_h(t) = m_h(g + a_z(t)) \quad (59)$$

A força de *downwash* que atua sobre o convés do USV é uma função que depende do empuxo e da distância vertical,  $z_h$ , entre os rotores do HUAUV e o convés. Em proximidade com uma superfície, tem-se o chamado efeito solo, que é a força exercida que pode ser significativamente maior que o empuxo, (Zhu; Xu; Liu, 2022). Para este modelo, adota-se:

$$f_{dw}(t) = C_{GE}(z_h) \cdot T_h(t) \quad (60)$$

onde  $C_{GE}(z_h)$  é um coeficiente de efeito solo que modela a amplificação da força em função da altitude.

O modelo adotado para a força de *downwash* neste trabalho possui caráter semi-empírico e fenomenológico. A abordagem considera a força como uma carga concentrada variável em função da altura relativa, capturando o efeito macroscópico da interação aerodinâmica sobre o convés. Embora uma análise via CFD pudesse fornecer um mapeamento detalhado da distribuição espacial de pressão e dos efeitos de turbulência, tal abordagem demandaria um custo computacional elevado e fugiria ao escopo desta dissertação, cujo foco é a modelagem da dinâmica de corpos rígidos acoplados. A simplificação adotada é consistente com a literatura de controle de veículos autônomos (Zhu; Xu; Liu, 2022), sendo suficiente para avaliar a estabilidade da plataforma frente a perturbações verticais transitórias.

Um modelo exponencial é adotado em concordância com a literatura para representar a rápida dissipação do efeito com a distância:

$$C_{GE}(z_h) = 1 + k_0 \exp\left(-\lambda \frac{z_h}{D_r}\right) \quad (61)$$

$k_0$  é um fator de amplificação máximo em  $z_h = 0$ ,  $\lambda$  é uma constante de decaimento, e  $D_r$  é o diâmetro do rotor do HUAUV. Para as simulações, assume-se um valor de  $k_0$  consistente com a literatura (Morishita; Kawai; Nobuhara, 2024), que sugere uma amplificação de 40% a 80% do empuxo em contato iminente.

A força vertical total  $F_z(t)$  é então definida para cada fase da operação: Durante o pouso, o HUAUV desce com  $a_z < 0$ , sendo  $a_z$  a aceleração vertical do HUAUV. A força é apenas o *downwash*:  $F_z(t) = f_{dw}(t)$ . No instante do contato ( $t_{contato}$ ), a força transiciona para o peso estático:  $F_z(t \geq t_{contato}) = W_h = m_h g$ .

Já durante a decolagem, a força é a soma do peso estático e do *downwash* crescente:  $F_z(t) = W_h + f_{dw}(t)$ . O empuxo  $T_h(t)$  aumenta até superar o peso. No instante de decolagem ( $t_{decolagem}$ ), o peso é removido do convés, e a força passa a ser apenas o *downwash*.

Com  $F_z(t)$  definido, o vetor de forças no referencial do corpo é:

$$\mathbf{F}_{HUAUV}(t) = [0, 0, F_z(t)]^T \quad (62)$$

Uma força aplicada fora do centro de gravidade gera um momento  $\mathbf{M}$ , calculado pelo produto vetorial entre o vetor de posição (58) e o vetor de força (62) (Fossen, 2021; Newman, 2018):

$$\mathbf{M}_{HUAUV}(t) = \mathbf{r}_{pad} \times \mathbf{F}_{HUAUV}(t) = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p F_z(t) \\ -x_p F_z(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

O vetor de perturbação de 6 graus de liberdade,  $\boldsymbol{\tau}_{HUAUV}$ , é a combinação de (62) e (63):

$$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{HUAUV}(t) \\ \mathbf{M}_{HUAUV}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z(t) \\ y_p F_z(t) \\ -x_p F_z(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Agora que todas as variáveis da Equação 36 foram definidas, um processo de integração numérica pode ser realizado para obter o vetor de estado do USV ao longo do tempo:

$$[\boldsymbol{\eta}(t), \boldsymbol{\nu}(t)]^T \quad (65)$$

A derivada de 65 é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ \dot{\boldsymbol{\nu}} \end{bmatrix} \quad (66)$$

Para calcular  $\dot{\mathbf{x}}$  aplica-se a Equação 10 para encontrar  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ .

Finalmente Equação 11 é utilizada para achar  $\dot{\boldsymbol{\nu}}$ , isolando o termo de aceleração:

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} - \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})) \quad (67)$$

O modelo de 6-DOF pode ser reescrito na forma de espaço de estados autônomo  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ , onde o vetor de estado  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\nu}^T]^T$  pertence ao espaço euclidiano  $\mathbb{R}^{12}$ .

A função vetorial  $f(\cdot)$ , descrita pela Equação 67 em conjunto com a cinemática, é composta por termos polinomiais e trigonométricos. Tais funções são de classe  $C^\infty$ , consideradas suaves em seu domínio de operação nominal. Consequentemente,  $f$  satisfaz a condição de ser localmente Lipschitz contínua em relação a  $\mathbf{x}$ . Pelo Teorema de Picard-Lindelöf, que pode visto na íntegra em Lima (2009), essa propriedade

garante a existência e a unicidade local das soluções para o problema de valor inicial dado, assegurando que o modelo é matematicamente bem-posto para as condições físicas de operação do veículo e adequado para os métodos de integração numérica de passo adaptativo (RK45, DOP853) propostos a seguir.

Os resultados demonstrados no Capítulo 4 são obtidos a partir de um processo de simulação onde a Equação 36 é usada em cada passo de tempo  $\Delta t$  para determinar como o Estado, 65, vai evoluir para o instante seguinte.

A reprodutibilidade do método depende do algoritmo de solução, que pode ser descrito formalmente pela seguinte sequência de operações executada a cada iteração  $k$ . A sequência é ilustrada na Figura 27 e detalhada na sequência:

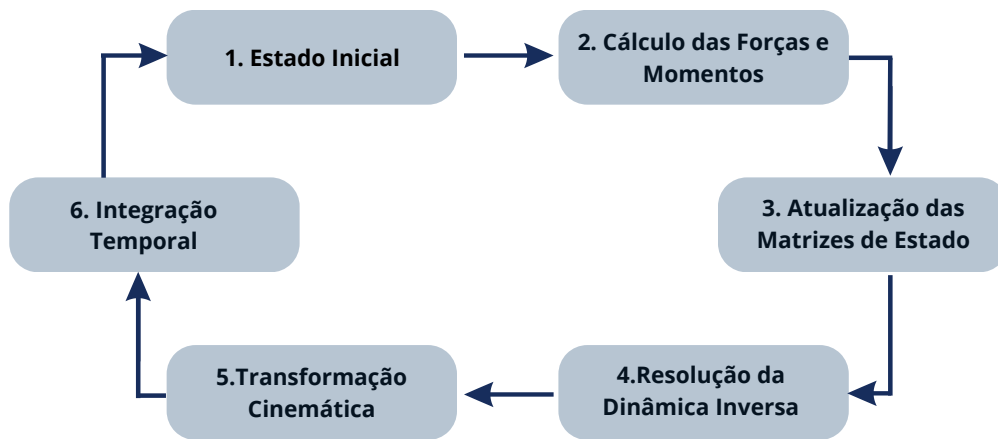


Figura 27 – Fluxograma do algoritmo de simulação: ciclo de atualização dos estados dinâmicos e cinemáticos. Fonte: A autora.

1. No instante  $t = t_k$ , o sistema possui um estado conhecido  $x_k = [\eta_k^T, \nu_k^T]^T$ .
2. As forças de perturbação do HUAUV,  $\tau_{HUAUV}(t_k)$ , são calculadas com base no tempo e na fase da missão, que para este estudo será pouso ou decolagem.  
O vetor de forças restauradoras  $g(\eta_k)$  é atualizado com base na orientação atual obtido por meio dos ângulos de Euler  $\phi_k, \psi_k, \theta_k$ .
3. As matrizes dependentes do estado,  $C(\nu_k)$  e  $D(\nu_k)$ , são recalculadas utilizando o vetor de velocidades instantâneo  $\nu_k$ .
4. A aceleração no referencial do corpo,  $\dot{\nu}_k$ , é obtida isolando-se o termo derivativo, conforme descrito na Equação 67.
5. A taxa de variação da posição inercial,  $\dot{\eta}_k$ , é calculada pela transformação de

coordenadas:

$$\dot{\eta}_k = \mathbf{J}(\eta_k)\nu_k \quad (68)$$

6. Os vetores de derivada  $[\dot{\eta}_k, \dot{\nu}_k]^T$  são submetidos ao integrador numérico para obter o estado no próximo instante  $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ , reiniciando o ciclo.

Este procedimento sistemático faz com que todas as não-linearidades e acoplamentos do modelo, como o efeito de Coriolis e o amortecimento quadrático, sejam atualizados dinamicamente, permitindo a análise da estabilidade transiente durante as operações críticas de interação com o HUAUV, de acordo com Faltinsen (2010); Molland; Turnock; Hudson (2017).

A solução deste problema se baseia em uma estratégia de simulação cruzada para melhorar a qualidade dos resultados numéricos e investigar a sensibilidade do modelo a diferentes esquemas de discretização. A integração das equações diferenciais de movimento foi conduzida utilizando a biblioteca científica *SciPy*, adotando-se o método explícito Runge-Kutta de ordem 5 (RK45) como solver de referência, em virtude do seu equilíbrio eficiente entre precisão e custo computacional para sistemas não-rígidos. Para garantir a estabilidade da solução e verificar a ocorrência de rigidez numérica induzida pelas disparidades na matriz de massa adicionada, o modelo foi submetido a testes comparativos com solvers alternativos, abrangendo métodos explícitos de diferentes ordens como o RK23 e DOP853.

Independentemente do método selecionado, o passo de integração temporal  $\Delta t$  foi tratado de forma adaptativa. Essa abordagem é utilizada em sistemas híbridos com eventos discretos, como o impacto do pouso (Hairer; Nørsett; Wanner, 1993). De acordo com Shampine; Reichelt (1997), essa abordagem permite o refinamento automático da malha temporal em regiões de alta dinâmica, garantindo que o erro de truncamento local permaneça limitado sem o custo computacional proibitivo de um passo fixo infinitesimal. A convergência da solução foi assegurada pela imposição de critérios de controle de erro, conforme as diretrizes estabelecidas por Dormand; Prince (1980), com as tolerâncias relativas *rtol* e absolutas *atol* configuradas em  $10^{-6}$  para todas as variáveis de estado

### 3.1.7 Definição dos Cenários de Pouso e Decolagem

A interação física entre os veículos foi simulada considerando um conjunto de operações que abrange desde a condição ideal até os deslocamentos variados de posicionamento. A configuração nominal, com o pouso alinhado ao CG, é apresentada na Figura 28.

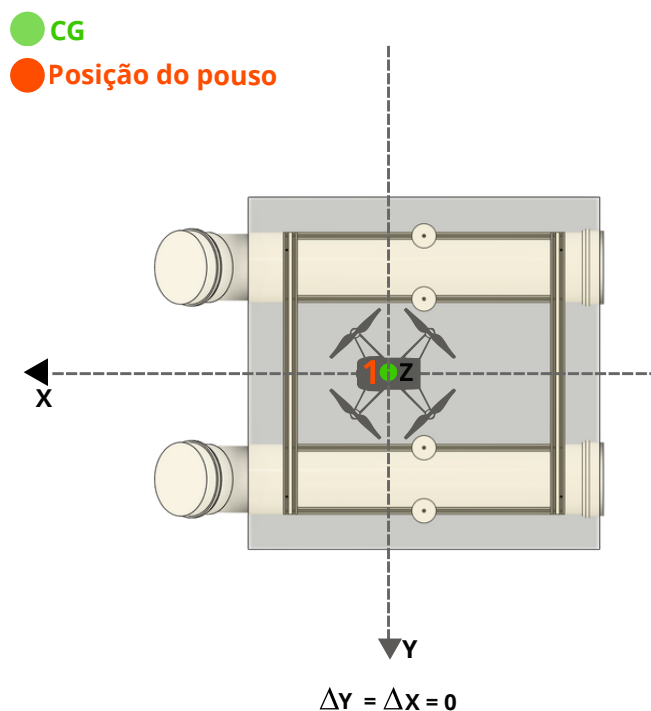
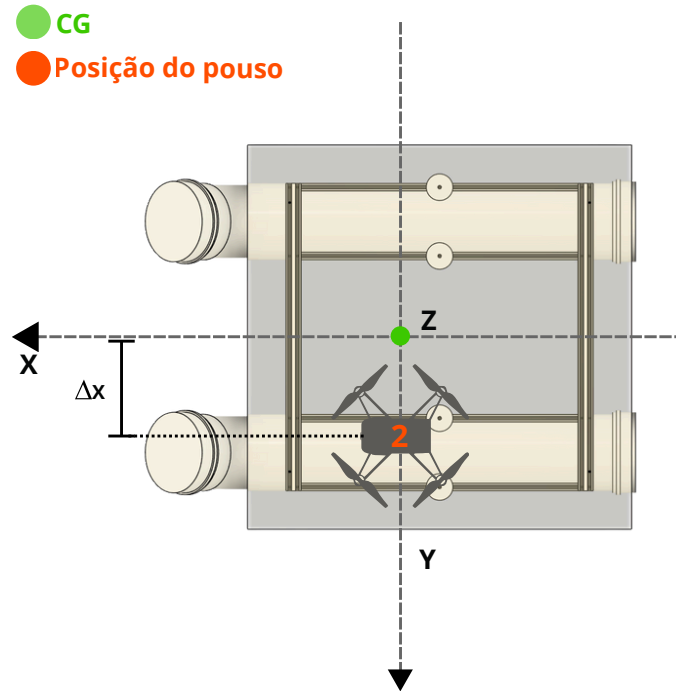


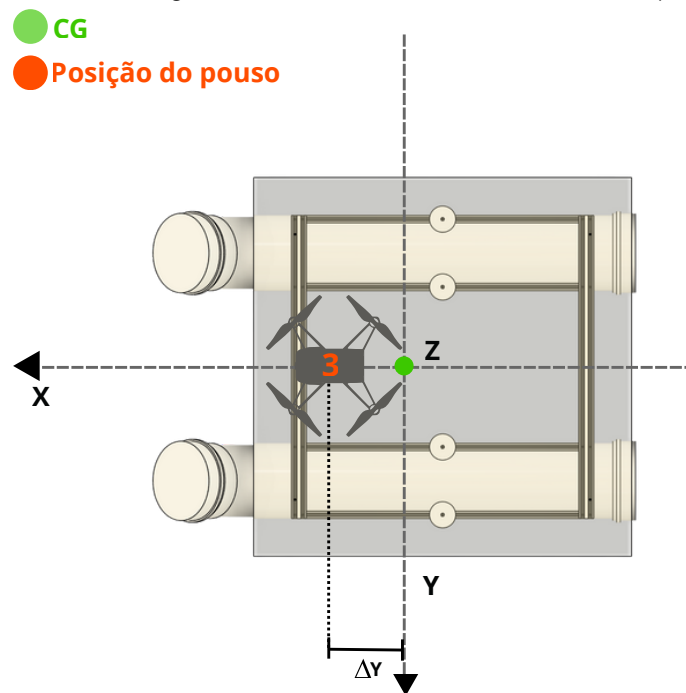
Figura 28 – Cenário de caso Nominal: Pouso alinhado ao CG do USV .Fonte: A autora.

As demais posições de pouso  $r_{pad}$  foram selecionadas de modo a mapear as possibilidades posicionamento excêntrico de pouso mais comuns. O critério adotado foi de excentricidades de até 25% das dimensões principais do USV,  $L/4$  e  $B/4$ , valores estes consistentes com as margens de segurança para operações de carga em embarcações leves sujeitas a momentos de emborcamento, conforme discutido em Fossen (2021) e (Faltinsen, 2010).

A Figura 29 ilustra os casos de erro isolado em eixo único, permitindo a análise desacoplada dos efeitos em *Pitch* e *Roll*. Já a Figura 30 detalha os cenários de erro combinado, onde se avalia o acoplamento dinâmico dos momentos restauradores.

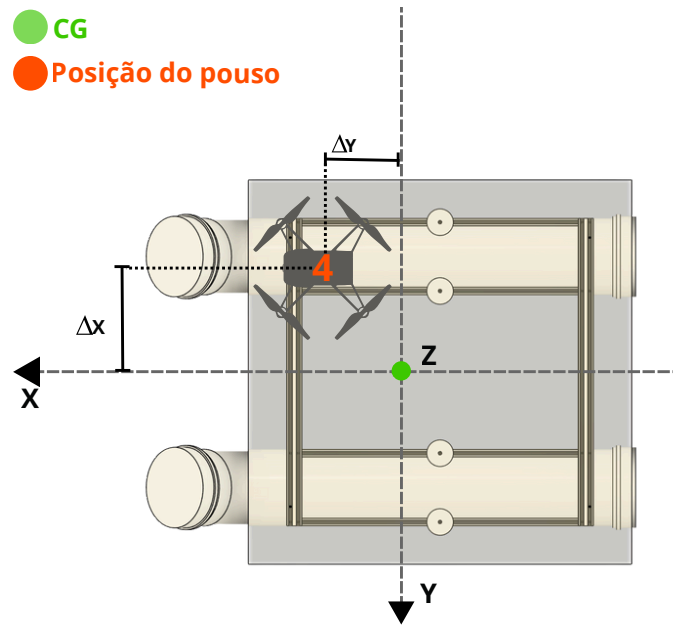


(a) Cenário de Excentricidade Longitudinal: Teste de estabilidade em *Pitch* ( $\Delta x \neq 0$ ).

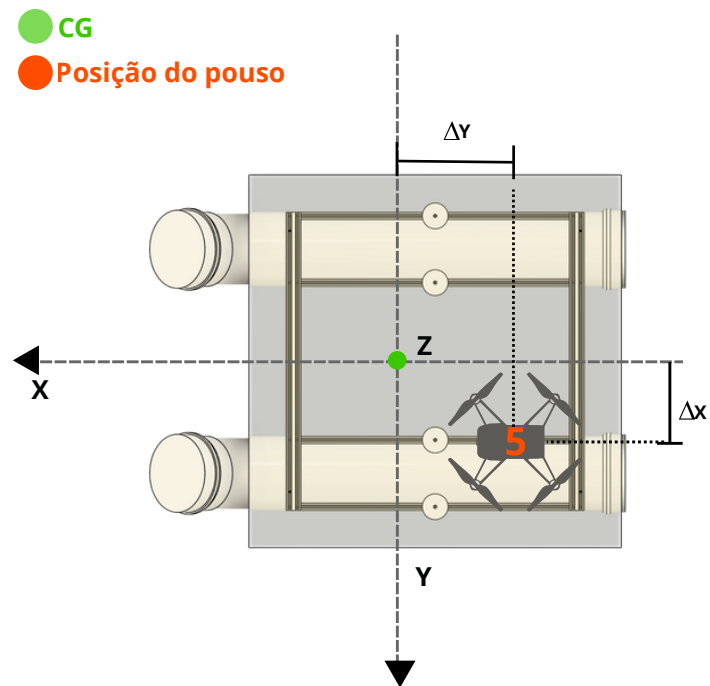


(b) Cenário de Excentricidade Transversal: Teste de estabilidade em *Roll* ( $\Delta y \neq 0$ ).

Figura 29 – Cenários de pouso com deslocamento de posição em eixo único. Fonte: A autora.



(a) Pouso Diagonal Anterior.



(b) Pouso Diagonal Posterior.

Figura 30 – Cenários de pouso com deslocamento de posição combinado. Fonte: A autora.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta a análise do comportamento dinâmico do USV frente às perturbações impostas pelas operações de pouso e decolagem do HUAUV. Os resultados foram obtidos através da integração numérica do modelo 6-DOF desenvolvido no Capítulo 3. A discussão é estruturada para avaliar primeiramente a consistência numérica das simulações e, na sequência, explorar a resposta física do sistema nos cenários de 1 à 5 estabelecidos no Capítulo anterior.

Para assegurar que os resultados obtidos não são afetados por instabilidade numérica, todas as simulações foram submetidas a um processo de avaliação conforme recomendado por Press; Teukolsky; Vetterling; Flannery (2007), utilizando três métodos de integração distintos da biblioteca *SciPy*: RK23 de ordem 3, RK45 de ordem 5 e DOP853 de ordem 8.

Conforme evidenciado nas figuras apresentadas ao longo deste capítulo, as trajetórias de estado obtidas pelos três métodos numéricos apresentam sobreposição visual e convergência praticamente idêntica, com resíduos inferiores à tolerância de  $10^{-6}$  estipulada no Capítulo 3.

Foram definidos critérios quantitativos baseados na adaptação de práticas de arquitetura naval e requisitos de robótica aérea, com a finalidade de estipular critérios para a segurança da operação. Para a estabilidade transversal, adotou-se o limite de  $|\phi| < 10^\circ$ , adaptando as recomendações de Lewis (1988) sobre acelerações laterais em convés e as restrições de visibilidade de sensores apontadas por Kim; Lee; Kim (2021). Já para a estabilidade longitudinal, estabeleceu-se um critério mais rígido de  $|\theta| < 5^\circ$ , visando diminuir o risco de colisão dos rotores com a superfície, conforme discutido nas análises de impacto de Shao; Ma; Malekian; Yan; Li (2019) e Faltinsen (2010). Por fim, o tempo de acomodação em *Heave* foi limitado a 5 segundos para garantir um período de quietude adequado para o acoplamento mecânico, seguindo a lógica de dissipação de energia de Galeazzi; Blanke; Blanke (2018). Todos estes critérios são adaptados da literatura, e nenhum reflete a natureza exata da missão simulada neste trabalho, com isso, é importante saber que estes valores oferecem uma comparação, mas não é possível fazer conclusões definitivas baseando-se apenas ne-

les. A Tabela 7 resume estes limites e suas respectivas justificativas operacionais.

Tabela 7 – Critérios de segurança operacional e limites de estabilidade para interação USV-HUAUV. Fonte: A autora.

Parâmetro	Limite	Justificativa Operacional
<b>Estabilidade Transversal</b> (Roll $\phi$ )	$ \phi  < 10^\circ$	Limita a aceleração lateral no convés para evitar deslizamento da carga e garante que o vetor normal da plataforma permaneça dentro do cone de aproximação segura do HUAUV.
<b>Estabilidade Longitudinal</b> (Pitch $\theta$ )	$ \theta  < 5^\circ$	Restrição maior para evitar a colisão dos rotores ou da cauda do HUAUV com a superfície durante a aproximação final, prevenindo o tombamento longitudinal.
<b>Acomodação Vertical</b> (Heave $z$ )	$t_{acom} < 5s$	Tempo máximo para dissipação da energia cinética do impacto ou do <i>downwash</i> , assegurando um <i>quiescent period</i> para o acoplamento mecânico.

A seguir, está a discussão dos resultados obtidos para os cinco cenários propostos: Caso Nominal, Excentricidade Longitudinal, Excentricidade Transversal, Pouso Diagonal Posterior e Pouso Diagonal Anterior. Ao final do Capítulo, encontra-se a Análise de Sensibilidade do modelo.

#### 4.1 Cenário Nominal

A fase de decolagem neste cenário pode ser vista nas Figuras 31a e 31b. A resposta angular mostra que as variáveis de atitude *Roll*  $\phi$ , *Pitch*  $\theta$  e *Yaw*  $\psi$  permanecem estáveis próximas a zero. Apenas uma perturbação momentânea entre -0.06 e 0.04 no eixo *Pitch* entre os instantes 10s e 12s, que é rapidamente amortecida é notada.

Esta variação é provavelmente uma consequência física do acoplamento inercial hidrodinâmico entre os movimentos de *Heave* e *Pitch*. Matematicamente, isso é evidenciado pela estrutura da matriz de inércia total do sistema, que conforme definido na Seção 3.1.1 e apoiado por Newman (2018), não é apenas diagonal devido aos termos de massa adicionada  $M_{35}$  e  $M_{53}$ :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 & \mathbf{M}_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{53} & 0 & M_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 23.09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 39.58 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 39.58 & 0 & \mathbf{2.81} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2.81} & 0 & 2.336 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.85 \end{bmatrix} \quad (69)$$

Analisando a Equação de movimento, especificamente para o 5º grau de liberdade, disponível em 12e, isolada a partir de  $\mathbf{M}\dot{\nu} = \tau_{total}$ , tem-se:

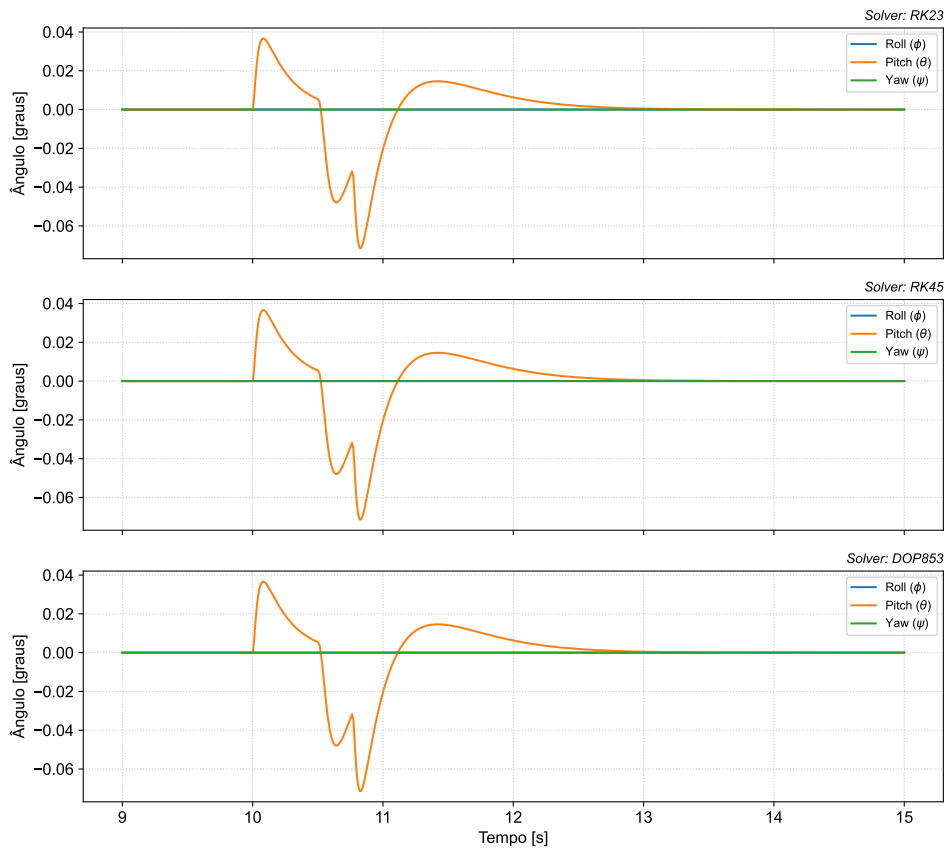
$$M_{53}\dot{w} + M_{55}\dot{q} = \tau_{pitch} \quad (70)$$

onde  $w$  é a aceleração vertical e  $q$  é a aceleração angular em *Pitch*. No cenário nominal, a carga é centrada, resultando em torques externos nulos, ou seja:  $\tau_{pitch} \approx 0$ . Durante a decolagem, o veículo sofre uma aceleração vertical positiva devido ao alívio de peso, e rearranjando a Equação 70, a aceleração translacional passa a atuar como uma força de excitação rotacional:

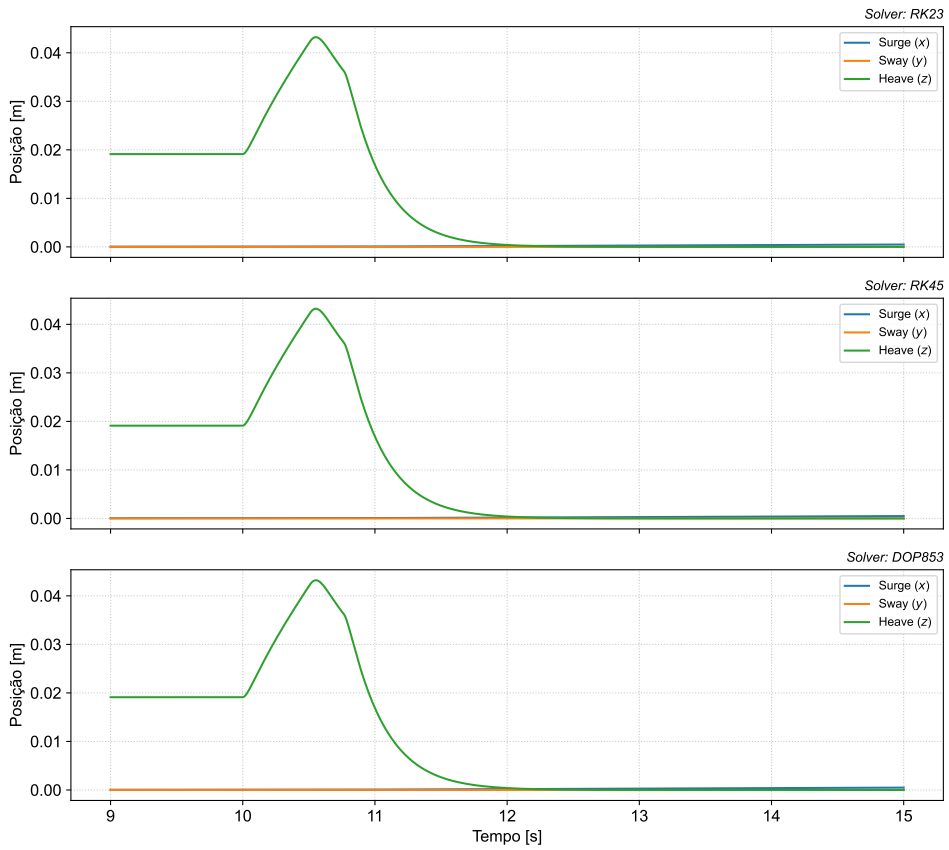
$$\dot{q} \approx -\frac{M_{53}}{M_{55}}\dot{w} = -\frac{2.81}{2.336}\dot{w} \approx -1.2\dot{w} \quad (71)$$

O termo de acoplamento hidrodinâmico  $M_{53} \approx 2.81 \text{ kg} \cdot \text{m}$  transfere energia do movimento vertical de subida para o movimento rotacional, causando a variação observada no gráfico de  $\theta$ , o que contribui para a fidelidade do modelo em representar a assimetria longitudinal da inércia hidrodinâmica do casco.

Na resposta linear o movimento é predominantemente vertical, nota-se que a variável *Heave* apresenta um aumento atingindo um pico de 0.05m antes de estabilizar. As posições horizontais correspondentes ao *Surge*  $x$  e ao *Sway*  $y$  permanecem nulas. Este ensaio foi realizado sob a condição de não haver perturbações. Como consequência dessas configurações, obtêm-se essa resposta isolada onde o sistema oscila predominantemente no sentido do eixo  $z$ . Como consequência, esta análise nos permite evidenciar apenas a ação do HUAUV.



(a) Resposta Angular

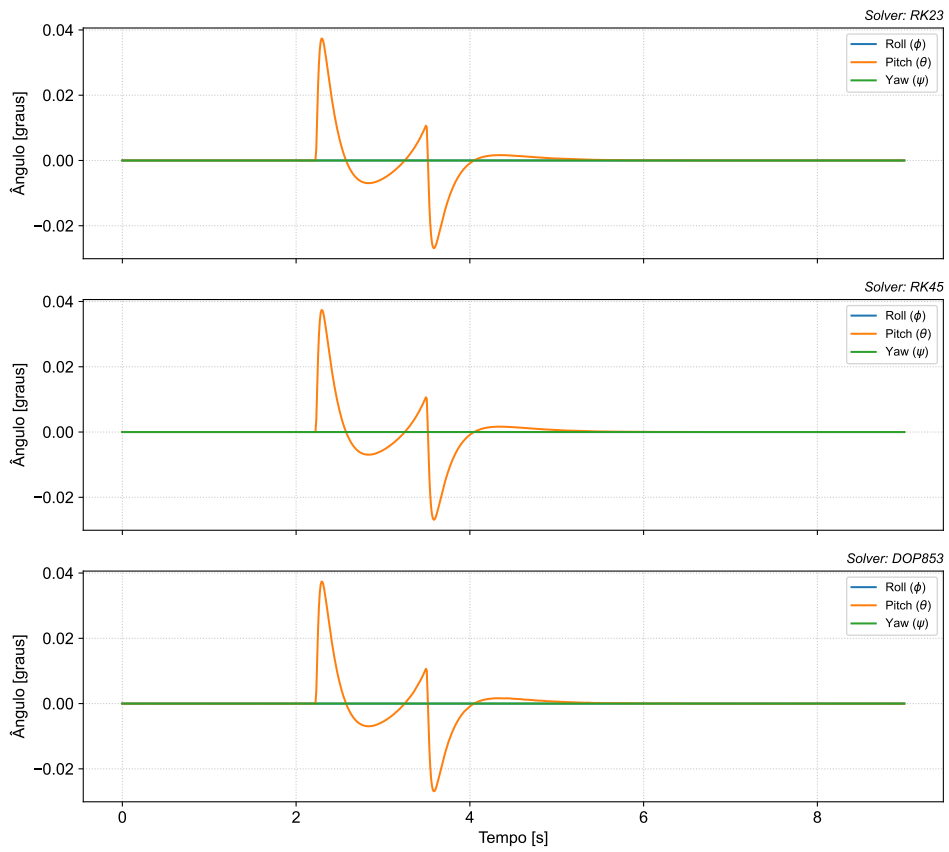


(b) Resposta Linear

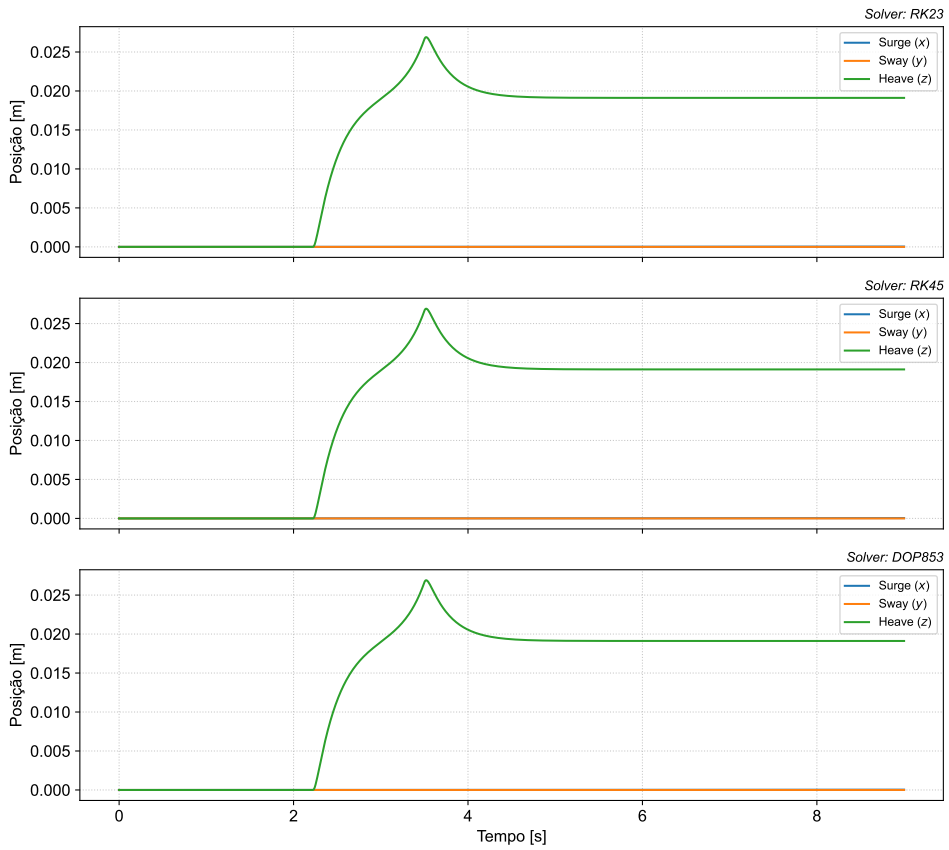
Figura 31 – Cenário Nominal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora.

Nas Figuras 32a e 32b estão os dados referentes a fase de pouso, ainda sob cenário Nominal.

Em 32a, a dinâmica é semelhante a da decolagem, com o sistema mantendo a estabilidade angular, salvo pela leve oscilação induzida no *Pitch*. Algo semelhante ocorre na avaliação Linear, o veículo desce de forma suave, com o *Heave* convergindo para a altura de acoplamento de 0.02m sem oscilações, demonstrando que o sistema se mantém relativamente estável em condições nominais.



(a) Decolagem: Resposta Angular



(b) Pouso: Resposta Linear

Figura 32 – Cenário Nominal durante ação de Pouso. Fonte: A autora.

## 4.2 Cenário de Excentricidade Longitudinal

Neste cenário, avalia-se o efeito de um deslocamento de massa ao longo do eixo longitudinal  $x$ , simulando um pouso na proa do veículo, com vetor posição sendo dado por  $\mathbf{r}_{pad} = [L/4, 0, -0.2]^T$ . A resposta angular durante a decolagem é apresentada na Figura 33a e exibe um comportamento distinto do caso nominal: *Pitch* parte de um equilíbrio estático negativo, e começa a sofrer oscilações atingindo um vale de aproximadamente  $-7^\circ$  antes de iniciar a voltar para o estado inicial.

Isso pode ser explicado pela dinâmica da força de perturbação  $F_z(t)$  modelada na Equação 33. Como o HUAUV está próximo ao convés, ocorre o efeito solo, amplificando a força vertical aplicada sobre o USV. Matematicamente, o momento de arfagem externo representado por  $\tau_{pitch}$  é dado por:

$$\tau_{pitch}(t) = -x_{pad} \cdot F_z(t) \quad (72)$$

Como a posição  $x_{pad}$  é positiva e a força  $F_z(t)$  sofre um pico momentâneo devido ao *downwash* antes do afastamento, o torque negativo é intensificado, forçando a proa do USV para baixo e aumentando a magnitude de  $\theta$  antes que a força desapareça e as forças restauradoras hidrostáticas  $\overline{GM}_L$  tragam o veículo de volta a posição de equilíbrio. Mas a dinâmica deste movimento não é apenas hidrostática, a resposta transiente é devida também pelos termos de acoplamento de massa adicionada entre *Heave* e *Pitch*, cuja identificação e impacto na estabilidade de embarcações assimétricas são discutidos por Haddara; Xu (1999).

Este valor de  $-7^\circ$  excede o limite de segurança de  $5^\circ$  estabelecido na Tabela 7, o que pode representar um risco de colisão, considerando o comprimento total do USV  $L = 1.276$  m apresentado na Tabela 5, a distância do centro de gravidade até a extremidade da proa é de aproximadamente  $r_{bow} \approx L/2 = 0.638$  m. Geometricamente, a deflexão vertical da proa  $\Delta z_{bow}$  durante este pico é dada por:

$$\Delta z_{bow} = r_{bow} \cdot \sin(|\theta_{max}|) \approx 0.638 \cdot \sin(7^\circ) \approx 0.078 \text{ m} \quad (73)$$

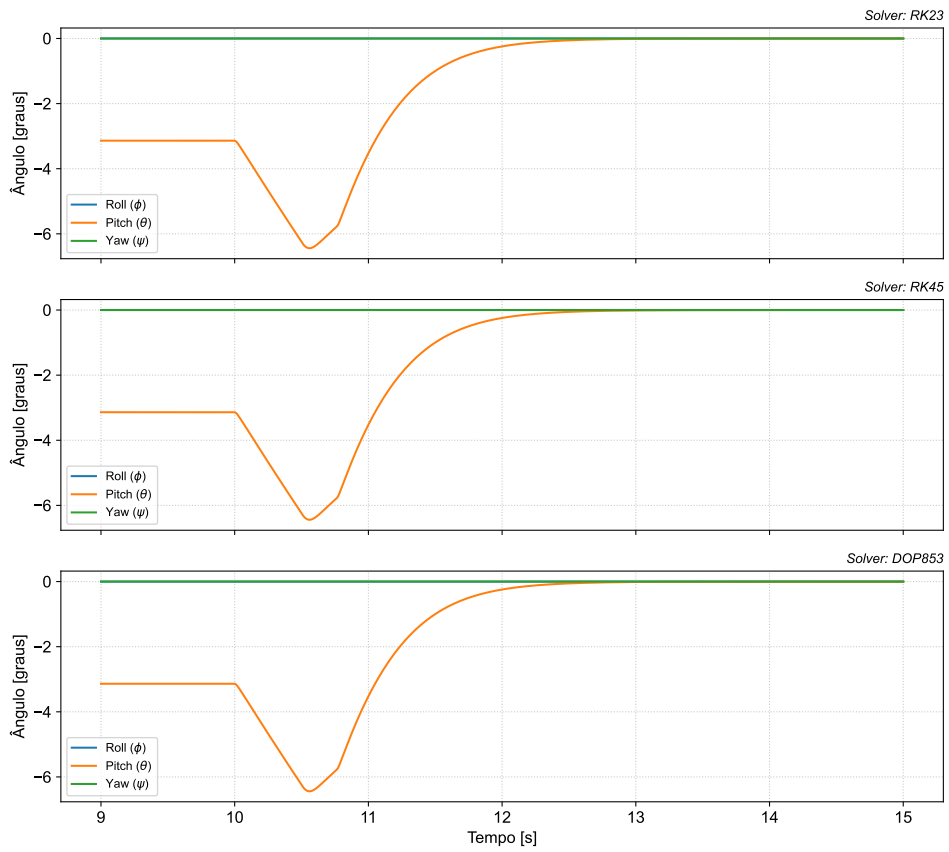
Um deslocamento vertical de 7.8 cm para um HUAUV com dimensão característica inferior a 1.0 m, é comparável à altura dos trens de pouso. O risco operacional é a possibilidade de impacto estrutural entre a superfície do convés e os rotores durante a aproximação final, o que indica a necessidade de restrição do *Pitch* em operações com efeito solo como esta, (Fossen, 2021; Shao; Ma; Malekian; Yan; Li, 2019).

Simultaneamente, a Figura 33b revela um deslocamento em *Surge*. Embora não haja forças propulsivas externas em  $x$ , esse movimento pode ser induzido pelo acoplamento cinemático com a atitude do veículo. A equação de movimento para o *Surge*, disponível em 12a, pode ser rearranjada para evidenciar a projeção do vetor gravidade

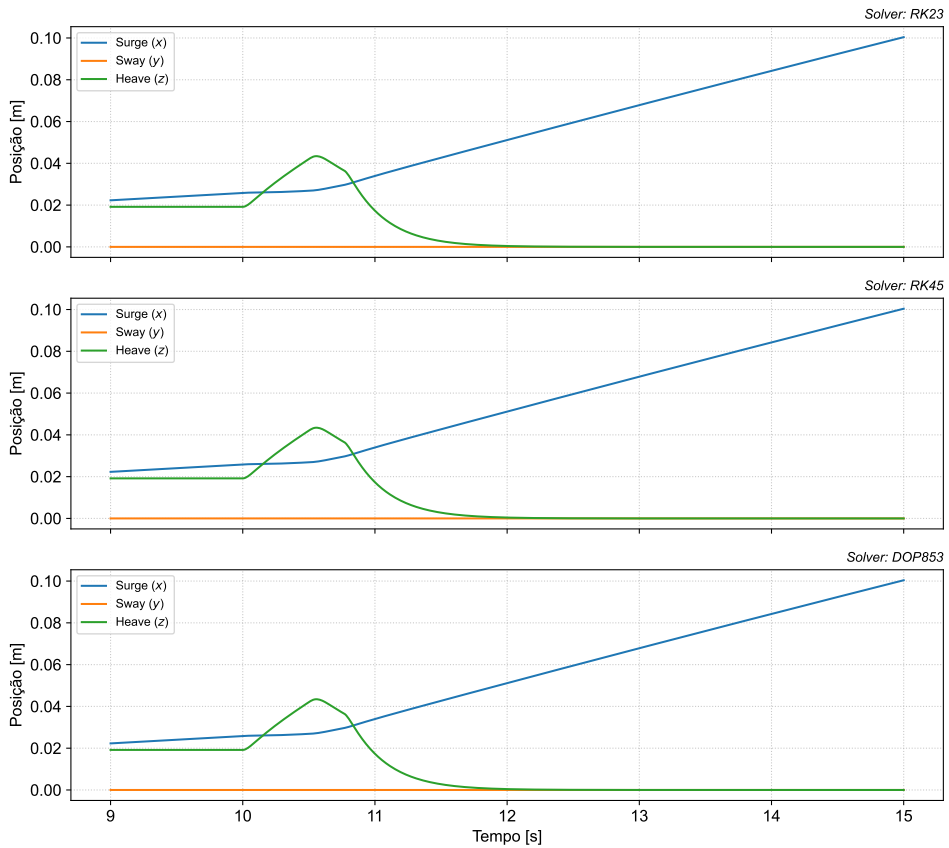
no referencial do corpo:

$$m(\dot{u} - vr + wq) = X_{hidro} - mg \sin(\theta) \quad (74)$$

Nesta Equação, o termo  $X_{hidro}$  representa o somatório das forças hidrodinâmicas atuantes no eixo longitudinal, englobando a resistência ao avanço e as reações inerciais do fluido. Enquanto  $X_{hidro}$  atua predominantemente como uma força resistiva, a variação significativa no ângulo de *Pitch* durante o evento altera a componente da força peso projetada no eixo longitudinal:  $-mg \sin(\theta)$ . Essa força gravitacional desequilibrada atua como uma propulsão, vencendo momentaneamente a resistência hidrodinâmica e gerando o deslocamento observado em *Surge*.



(a) Pouso: Resposta Angular



(b) Decolagem: Resposta Linear

Figura 33 – Cenário Longitudinal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora.

Durante a fase de pouso, ilustrada na Figura 34a, *Pitch* sofre uma variação negativa e se estabiliza em aproximadamente  $-3$  graus. Diferente da fase de decolagem, neste cenário o sistema converge para um novo ponto de equilíbrio estático. Este comportamento pode ser explicado pela alteração permanente na distribuição de massa do sistema. Quando o HUAUV pousa em  $t > 4s$ , seu peso que é dado por  $W_h = m_{HUAUV}g$  e passa a atuar integralmente sobre o convés na posição  $x_{pad}$ . Isso gera um torque de carga constante devido à posição  $y_{pad}$  do HUAUV, este torque é dado por  $\tau_{load}$ . Este torque deve ser contrabalançado pelo momento restaurador hidrostático dado por  $\tau_{rest}$  do USV, e o equilíbrio é atingido quando a soma dos momentos se anula:

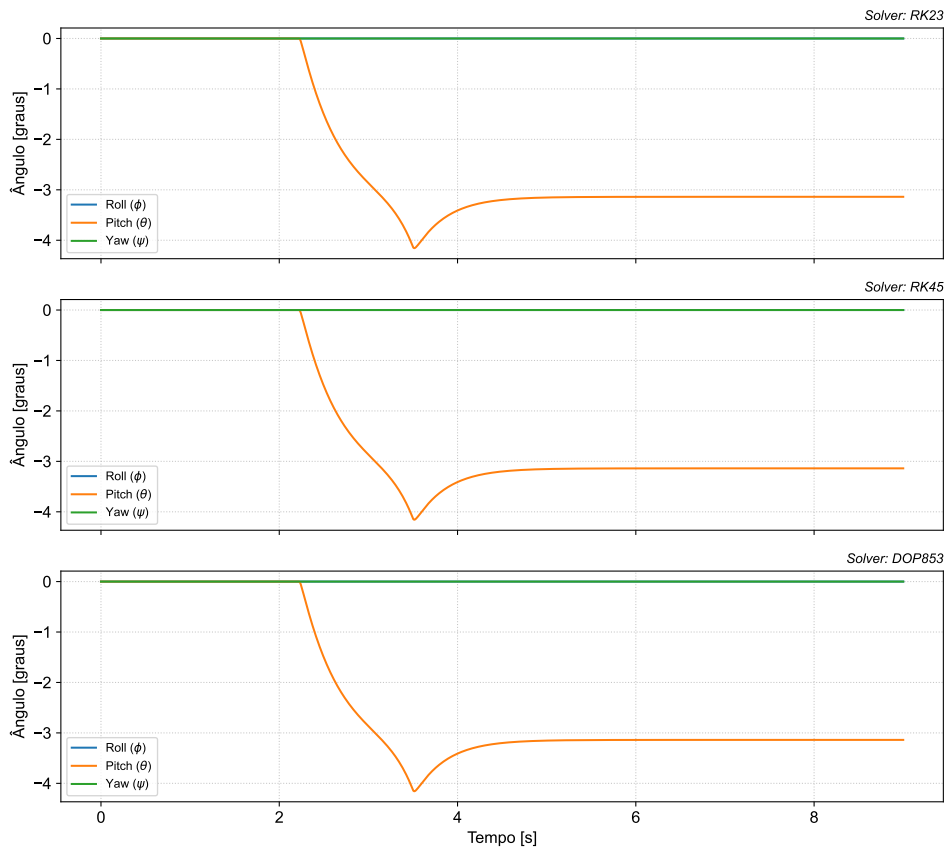
$$\underbrace{-x_{pad} \cdot m_{HUAUV}g}_{\tau_{load}} + \underbrace{\overline{GM}_L \cdot (m + m_{HUAUV})g \cdot \sin(\theta_{eq})}_{\tau_{rest}} = 0 \quad (75)$$

Nesta equação,  $\tau_{load}$  denota o Torque de Carga, este termo quantifica o momento de arfagem constante induzido pelo peso do HUAUV atuando com um braço de alavanca longitudinal  $x_{pad}$  em relação ao centro de gravidade do conjunto. A variável  $\tau_{rest}$  representa o Torque Restaurador Hidrostático e descreve a capacidade intrínseca do casco de resistir à inclinação, sendo proporcional ao deslocamento total do sistema, à altura metacêntrica longitudinal dada por  $\overline{GM}_L$  e ao seno do ângulo de inclinação  $\theta_{eq}$ .

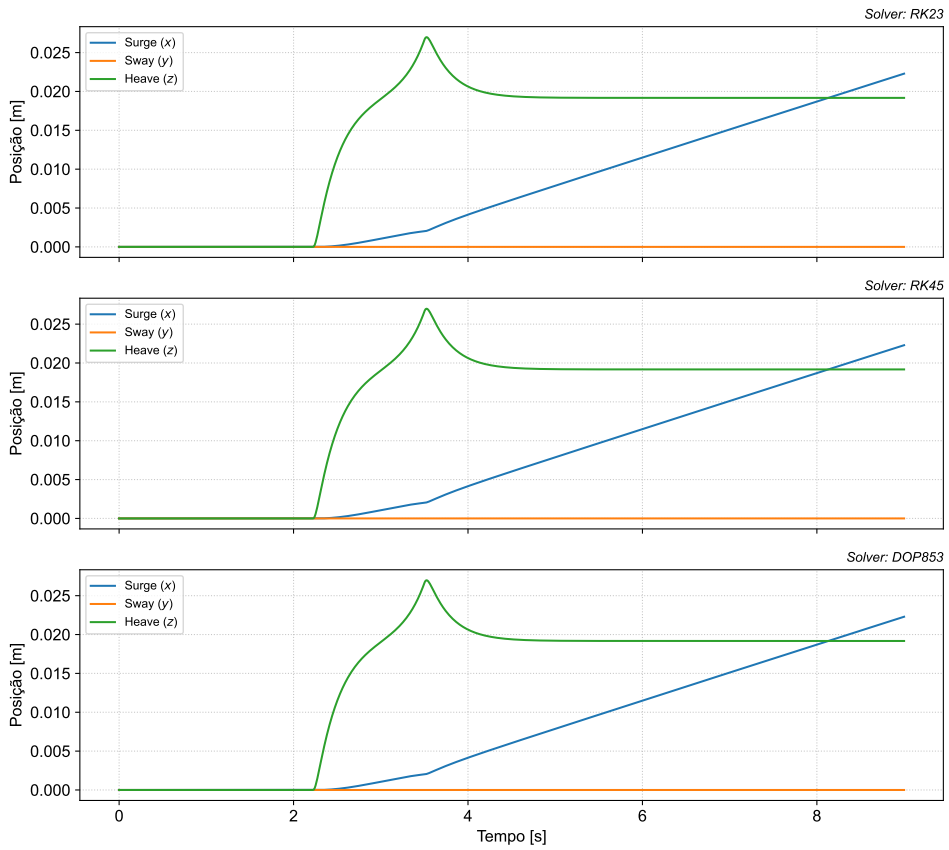
O equilíbrio observado em  $\theta \approx -3^\circ$  ocorre no ponto exato onde a magnitude do torque restaurador se iguala à do torque de carga, anulando a aceleração angular. A estabilização em  $\theta \approx -3^\circ$  reflete a condição física onde o braço de restauração longitudinal  $\overline{GM}_L$  gera um torque suficiente para sustentar a carga adicionada na proa. Conseqüentemente, a resposta linear apresentada na Figura 34b exibe uma deriva contínua no eixo *Surge*, em vez de uma estabilização em zero. Este fenômeno pode ser descrito pela equação de movimento longitudinal acoplada à atitude:

$$m_{total}\dot{u} = X_{hidro} - m_{total}g \sin(\theta_{eq}) \quad (76)$$

Em 76,  $m_{total}\dot{u}$  representa o termo inercial da aceleração longitudinal do sistema composto por USV+HUAUV. O ângulo de equilíbrio  $\theta_{eq}$  é não-nulo e constante, existe uma componente persistente da força gravitacional dada por  $-mg \sin(\theta_{eq})$  atuando no eixo longitudinal. Na ausência de um sistema de controle de posicionamento ativo para combater essa força, o veículo acelera até atingir uma velocidade onde a resistência hidrodinâmica  $X_{hidro}$  equilibra a gravidade, resultando no deslocamento linear progressivo observado no gráfico, conforme esclarecido por Faltinsen (1993).



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 34 – Cenário Longitudinal durante ação de Pouso. Fonte: A autora.

### 4.3 Cenário de Excentricidade Transversal

Este cenário introduz uma assimetria de carga lateral, com vetor de posição dado por  $\mathbf{r}_{pad} = [0, B/4, -0.2]^T$ . Esta condição cria primariamente o movimento de *Roll*, mas devido aos acoplamentos inerciais e gravitacionais, seus efeitos se propagam para os graus de liberdade lineares conforme também foi percebido nos cenários anteriormente discutidos.

A resposta angular durante a decolagem é apresentada na Figura 35a, onde vê-se que sistema exhibe um pico acentuado em *Roll*, atingindo cerca de  $14^\circ$  em  $t = 11s$ . Esta inclinação ultrapassa o critério de estabilidade transversal estabelecido na Tabela 7. A baixa inércia de massa do USV, que tem  $m \approx 22 \text{ kg}$ , resulta em uma alta aceleração angular  $\ddot{\phi}$  para atingir  $14^\circ$  em curto intervalo de tempo. A força lateral total  $F_{lat}$  que atua sobre o HUAUV é a soma da componente gravitacional e da força inercial centrífuga tangencial ao balanço:

$$F_{lat} \approx m_{HUAUV}(g \sin(\phi) + \ddot{\phi} \cdot z_{pad}) \quad (77)$$

Em 77, o termo  $z_{pad}$  é a coordenada vertical do ponto de pouso em relação ao CG do USV, com  $\phi = 14^\circ$ , apenas a componente gravitacional já exerce uma força lateral equivalente a 24% do peso do HUAUV. Somada à aceleração causada pelo braço de alavanca do convés, a força resultante tende a superar o coeficiente de atrito estático entre o trem de pouso e o convés, resultando em deslizamento iminente ou tombamento lateral do HUAUV antes da separação completa (Kim; Lee; Kim, 2021; Lewis, 1988).

Diferentemente do cenário longitudinal, aqui os ângulos de *Pitch* e *Yaw* permanecem praticamente nulos, o que indica que neste caso a perturbação é apenas lateral.

Uma hipótese apoiada pela literatura em Fossen (2021), é de que esse pico é causado pelo Momento de Rolagem Externo  $\tau_{roll}$  gerado pela força de *downwash* amplificada pelo efeito solo. Este comportamento transiente é visto pela Equação de Movimento de Rolagem, que descreve o balanço de momentos em torno do eixo longitudinal do corpo  $x_b$ . Expandindo a Equação 12d, tem-se:

$$(I_{xx} - K_{\dot{p}})\dot{p} = \tau_{exc} - K_{hidro} - \tau_{rest} \quad (78)$$

Onde o termo  $\tau_{exc} = y_{pad} \cdot F_z(t)$  representa o torque externo gerado pela força de *downwash* aplicada com um braço de alavanca  $y_{pad}$ . Com o rápido aumento da força  $F_z(t)$  um torque é gerado e supera momentaneamente a capacidade de reação do termo restaurador  $\tau_{rest} = W\overline{GM}_T \sin(\phi)$ , fazendo o veículo se inclinar até que o equilíbrio dinâmico seja restabelecido.

Em 78, o termo  $K_{hidro}$  representa o Momento de Amortecimento Hidrodinâmico To-

tal, definido conforme o modelo de dissipação linear-quadrático apresentado na Seção 2.1.3:

$$K_{hidro} = (K_p + K_{|p|p}|p|)p \quad (79)$$

Este termo é dissipativo e atua na direção oposta à velocidade angular  $p$ , sendo o principal responsável por conter a amplitude do *Roll* e amortecer as oscilações subsequentes.

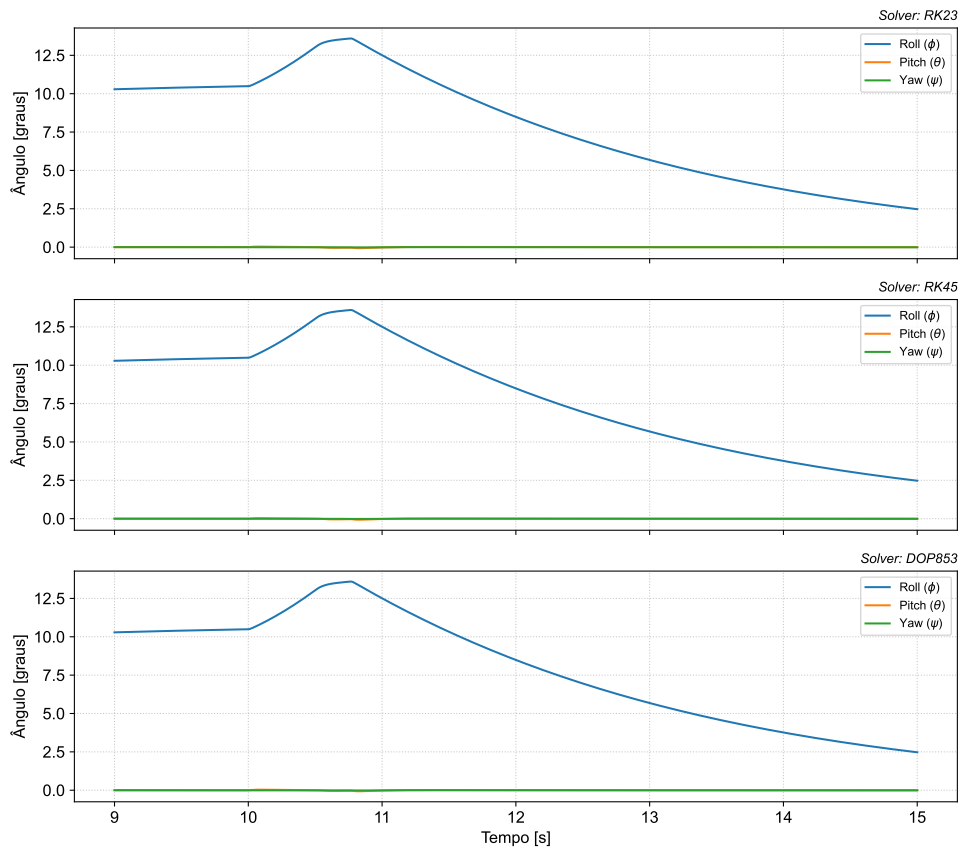
Na resposta linear disponível na Figura 35b, a inclinação em *Roll* provoca consequências na posição horizontal. O *Sway* apresenta um deslocamento positivo de 0.05m. Este fenômeno também é explicado pela existência do acoplamento hidrodinâmico de *Roll* e *Sway*, que é corroborada por estudos que demonstraram a não-linearidade e a interdependência destes graus de liberdade em cascos de pequeno porte, conforme Bass; Haddara (1991). Ao inclinar-se lateralmente, o peso do USV passa a ter uma componente lateral que impulsiona a embarcação:

$$m(\dot{v} + ur - wp) = Y_{hidro} + \underbrace{mg \sin(\phi) \cos(\theta)}_{Y_{grav}} \quad (80)$$

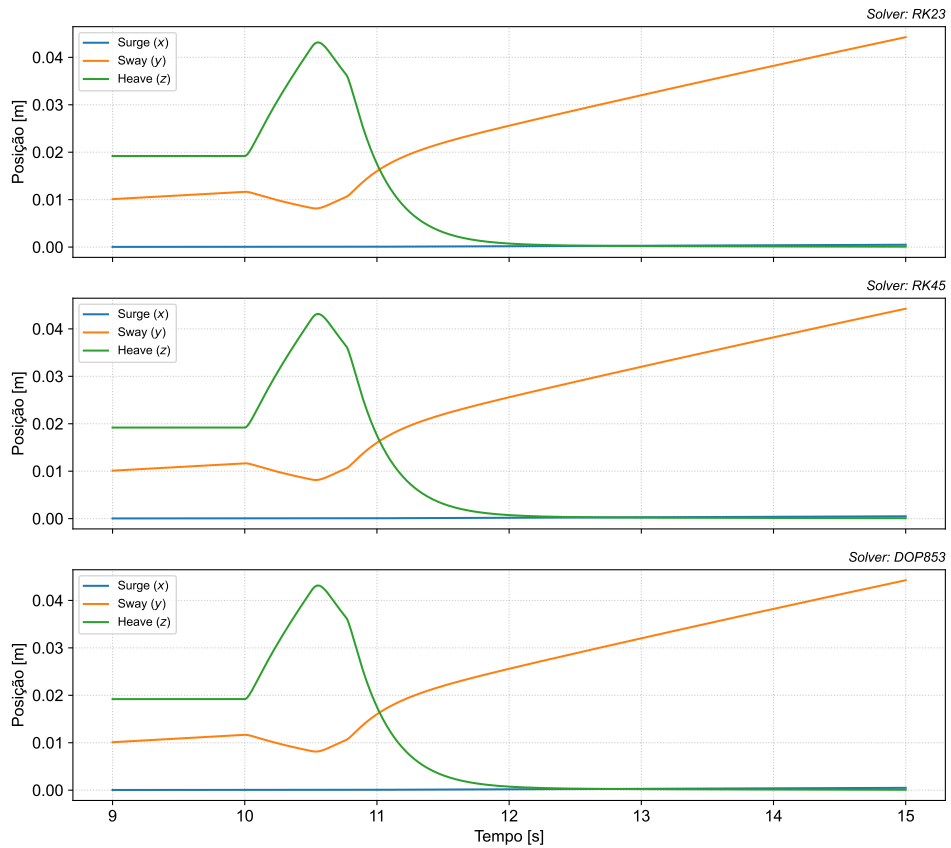
A Equação 80 é derivada da relação fundamental da cinemática de corpos rígidos formulada por Fossen (1994). O lado esquerdo da equação descreve a aceleração total absoluta do veículo projetada no eixo  $y_b$ , composta pela aceleração linear transiente na direção de *sway*. Os termos  $ur - wp$  são as Acelerações de Coriolis e centrípetas resultantes do produto vetorial entre a velocidade angular e linear. O termo  $ur$  representa a aceleração lateral induzida pela combinação de velocidade de avanço dada por  $u$  e taxa de guinada dada por  $r$ , enquanto  $-wp$  representa o efeito da velocidade de afundamento  $w$  combinada com a taxa de rolagem  $p$ .

O lado direito da equação descreve as forças externas. O termo  $Y_{grav}$  resulta da projeção do vetor peso  $[0, 0, mg]^T$  no eixo transversal do veículo através da matriz de rotação de Euler. Esta projeção evidencia que a inclinação em  $\phi$  gera uma componente de força lateral restauradora ou desestabilizante, dependendo do equilíbrio. Com  $\phi \approx 14^\circ$ , essa força atua como um propulsor, acelerando o veículo lateralmente. Por fim, o termo  $Y_{hidro}$  agrupa as forças hidrodinâmicas resistivas que atuam em oposição ao movimento.

Simultaneamente, uma deriva negativa induzida no eixo  $x$  atinge -0.08m, este deslocamento mostra a dinâmica cruzada de segunda ordem presente no modelo 6-DOF, (Fossen, 2011). Mesmo sem inclinação em *Pitch*, o movimento lateral combinado com oscilações rotacionais gera forças de Coriolis e acoplamentos de arrasto que induzem uma resistência no eixo longitudinal.



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 35 – Cenário Transversal durante ação de Decolagem. Fonte: A autora.

A análise da fase de pouso, apresentada na Figura 36a, revela que o ângulo de *Roll* não retorna a zero, mas evolui para um patamar de estabilidade permanente em  $\phi_{eq} \approx 10^\circ$ .

Este comportamento é explicado pela alteração na distribuição de massa do sistema. Após o contato em  $t > 2.5s$  e o desligamento dos motores do HUAUV, a força aerodinâmica transiente desaparece, restando o peso estático do veículo aéreo sobre o convés. O USV atinge o equilíbrio quando o Momento Restaurador Hidrostático iguala o torque gerado pela carga excêntrica. Expandindo a equação de momentos em torno do eixo  $x_b$  para a condição estática de  $\dot{p} = \ddot{p} = 0$ , tem-se:

$$\underbrace{y_{pad} \cdot m_{HUAUV} g}_{\tau_{load}} = \underbrace{\overline{GM}_T \cdot (m + m_{HUAUV}) g \cdot \sin(\phi_{eq})}_{\tau_{rest}} \quad (81)$$

Sabendo que  $\tau_{load}$  é o torque de carga constante devido à posição lateral  $y_{pad}$  do HUAUV, e  $\tau_{rest}$  é o momento restaurador dependente da nova massa total e da altura metacêntrica transversal  $\overline{GM}_T$ , a inclinação de  $10^\circ$  representa o ponto de equilíbrio estático onde estes momentos se anulam, conforme os princípios fundamentais de estabilidade naval descritos em Lewis (1988).

Este ponto de equilíbrio dado por  $\phi_{eq} \approx 10^\circ$  está exatamente no limiar superior do critério de segurança definido na Tabela 7. Isso indica que para cargas excêntricas posicionadas em  $B/4$ , o USV opera sem margem de segurança residual. Qualquer perturbação ambiental adicional não modelada neste estudo, como incidência de ondas ou rajadas de vento, poderia deslocar o sistema para a região de operação insegura, o que mais uma vez ressalta a continuidade deste trabalho de pesquisa para aplicações de sistemas de controle.

Como consequência desta inclinação, a resposta linear na Figura 36b exibe uma deriva contínua nas posições horizontais. O *Sway* cresce linearmente, indicando que o veículo atingiu uma velocidade constante. Este comportamento confirma que a força lateral gerada pela projeção da gravidade é equilibrada pelas forças de resistência hidrodinâmica em regime permanente. A importância de considerar essas componentes gravitacionais na predição do desempenho dinâmico de embarcações inclinadas é corroborada por Sun; Faltinsen (2007), que demonstram como alterações na atitude modificam o ponto de operação de equilíbrio do casco.

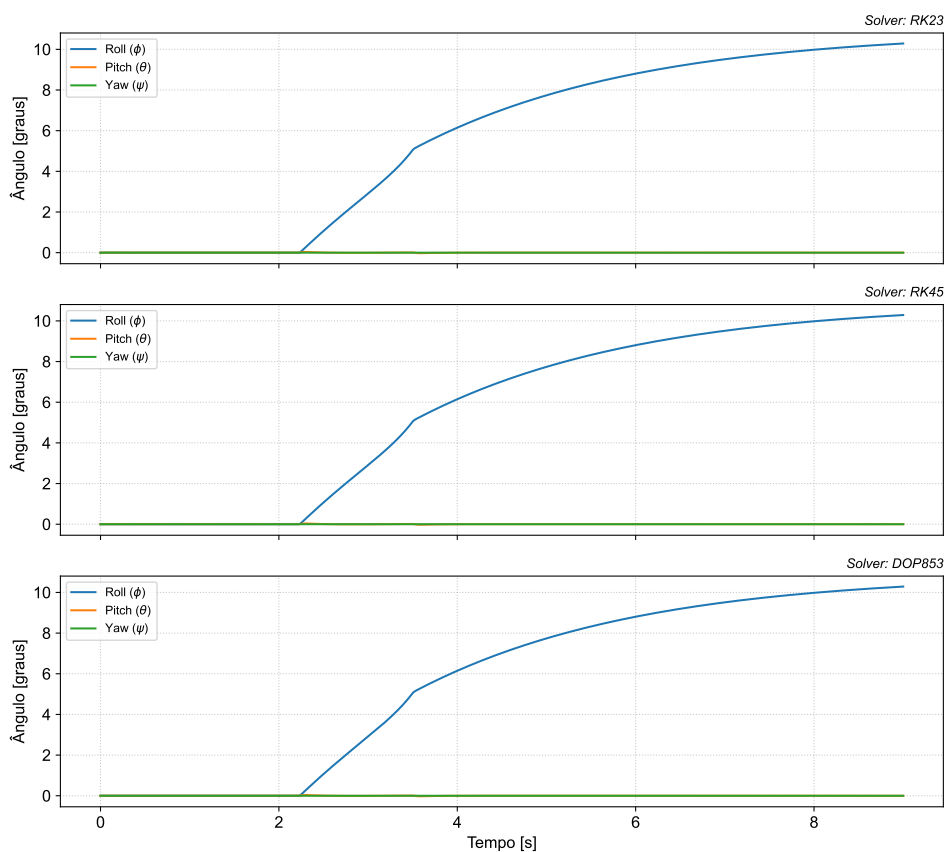
Diferente da aceleração inicial, no regime permanente onde a aceleração é nula e tem-se  $\dot{v} \approx 0$ , a componente lateral da força peso é contrabalançada pela resistência hidrodinâmica:

$$\underbrace{(m + m_{HUAUV}) g \sin(\phi_{eq})}_{Y_{grav}} + \underbrace{Y_{hidro}(v_{term})}_{Resistência} = 0 \quad (82)$$

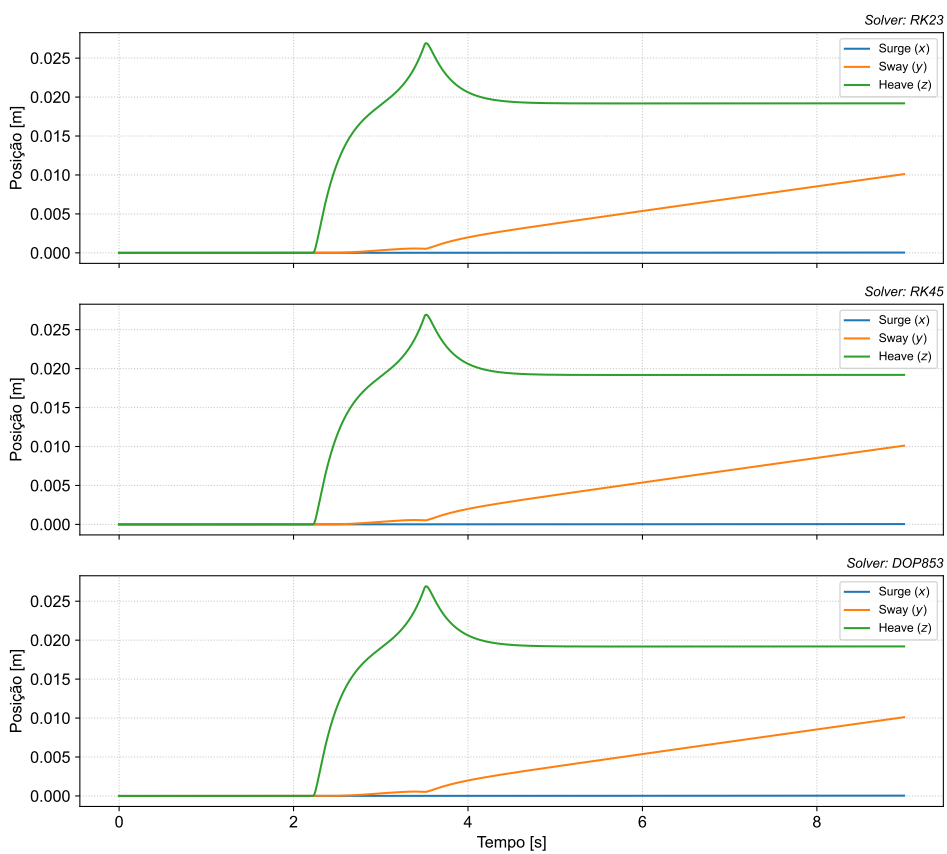
Onde  $v_{term}$  é a velocidade terminal de deriva. O termo hidrodinâmico  $Y_{hidro}$ , neste

regime, é dominado pelo arrasto viscoso quadrático representado por  $Y_{|v|v|v|v|}$  de acordo com o Capítulo 2. A simulação demonstra que o acoplamento físico entre *Roll* e *Sway* resulta em um movimento progressivo de deriva do USV, algo que pode ser melhorado em trabalhos futuros com a implementação de sistemas de controle.

Uma deriva negativa acoplada no eixo *Surge* também é observada, embora não exista uma componente gravitacional direta neste eixo, o movimento lateral do casco gera arrasto induzido e interações de acoplamento na matriz de amortecimento  $\mathbf{D}(\nu)$ . Matematicamente, isso indica que em um modelo 6-DOF movimentos em um plano causam respostas em graus de liberdade ortogonais, (Fossen, 1994).



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 36 – Cenário Transversal durante ação de Pouso. Fonte: A autora.

#### 4.4 Cenário de Pouso Diagonal Posterior

Este cenário simula a condição de acoplamento onde o HUAUV pouso no quadrante posterior de bombordo, em uma posição simulada como  $\mathbf{r}_{pad} \approx [-L/4, -B/4, -0.2]^T$ . Esta assimetria altera simultaneamente os graus de liberdade de *Roll* e *Pitch* com sinais opostos. Os resultados apresentados na Figura 37a mostram um comportamento espelhado em relação ao caso anterior: *Roll* atinge um pico negativo de aproximadamente  $-14^\circ$ , enquanto o *Pitch* sofre uma deflexão positiva de  $7^\circ$ .

As magnitudes observadas violam simultaneamente os limites de segurança de  $10^\circ$  e  $5^\circ$  estabelecidos na Tabela 7. A simetria do casco implica que a estabilidade dinâmica é insatisfatória para pousos excêntricos em qualquer um dos quadrantes, resultando nos mesmos riscos de deslizamento lateral da carga e colisão estrutural devido à amplitude do movimento de arfagem.

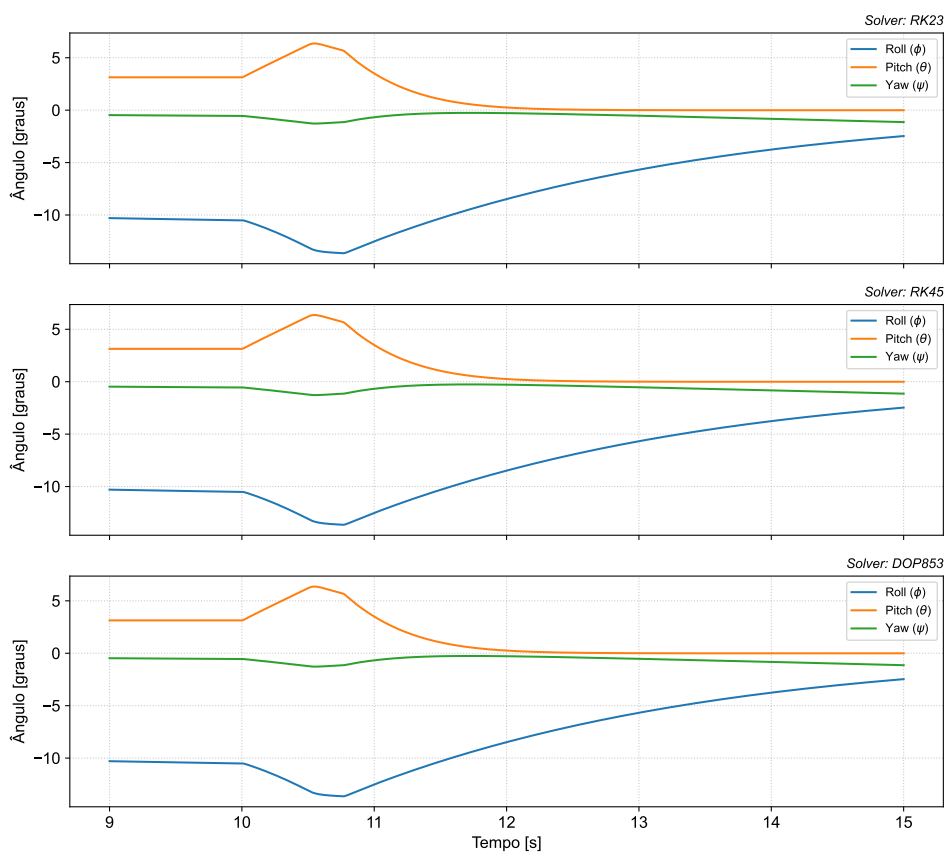
Este acoplamento é explicado analiticamente pelo produto vetorial que define o momento externo. Considerando  $\mathbf{r}_{pad} = [x_p, y_p, z_p]^T$  como o vetor de posição do ponto de aplicação da força em relação ao CG, e sabendo que a força de *downwash* atua puramente no eixo vertical, a equação de momentos é expandida como:

$$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} = \mathbf{r}_{pad} \times \mathbf{F}_z = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p F_z \\ -x_p F_z \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{roll} \\ \tau_{pitch} \\ \tau_{yaw} \end{bmatrix} \quad (83)$$

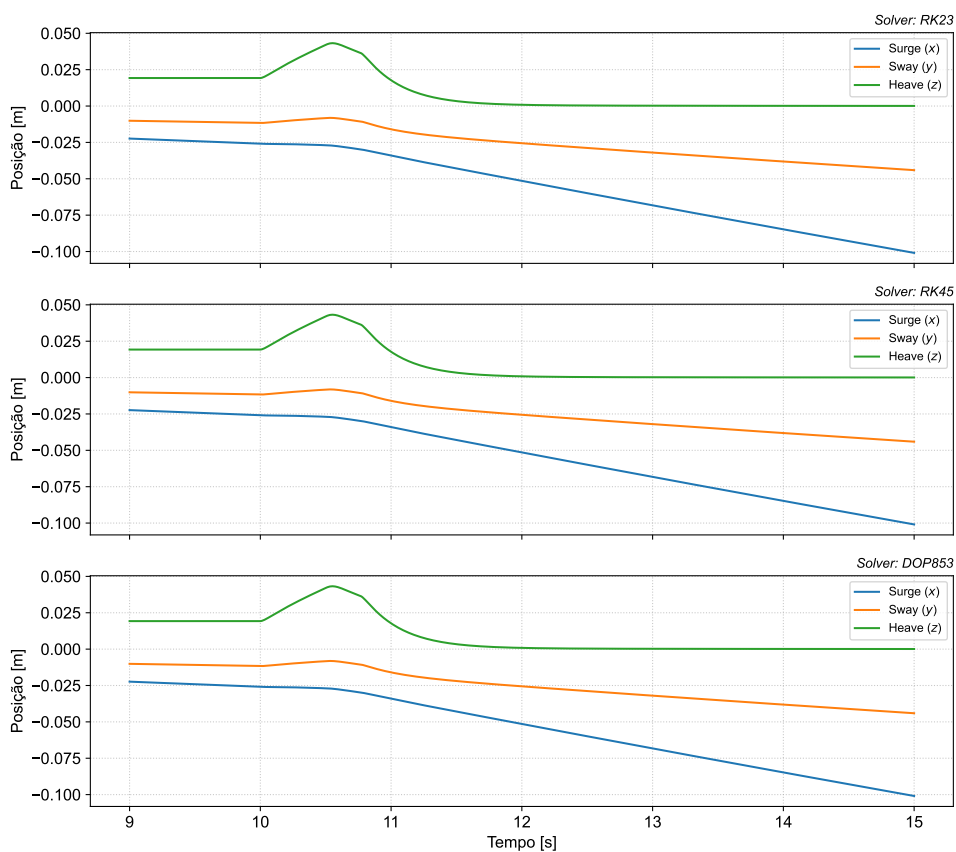
Nesta formulação,  $\tau_{roll}$ ,  $\tau_{pitch}$ , e  $\tau_{yaw}$  representam respectivamente, os torques externos induzidos nos eixos de *Roll*, *Pitch* e *Yaw*. Para o cenário de pouso diagonal posterior, as coordenadas geométricas são negativas tanto longitudinalmente com  $x_p < 0$  quanto transversalmente com  $y_p < 0$ .

A análise de sinais da Equação 83 mostra o Momento de *Roll* e *Pitch* onde  $\tau_{roll} = y_p F_z$ . Sabendo que  $y_p$  é negativo e  $F_z$  é positivo, o resultado é um torque negativo com  $\tau_{roll} < 0$ , gerando uma inclinação para a esquerda.

No Momento de Arfagem dado por  $\tau_{pitch} = -x_p F_z$ ,  $x_p$  é negativo e o termo  $-x_p$  torna-se positivo, resultando em um torque positivo com  $\tau_{pitch} > 0$ , que levanta a proa.



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 37 – Cenário Diagonal Posterior durante ação de Decolagem. Fonte: A autora.

Durante a fase de pouso, ilustrada na Figura 38a, o veículo converge para um equilíbrio estático acoplado, estabilizando-se em  $\phi_{eq} \approx -10^\circ$  e  $\theta_{eq} \approx +4^\circ$ .

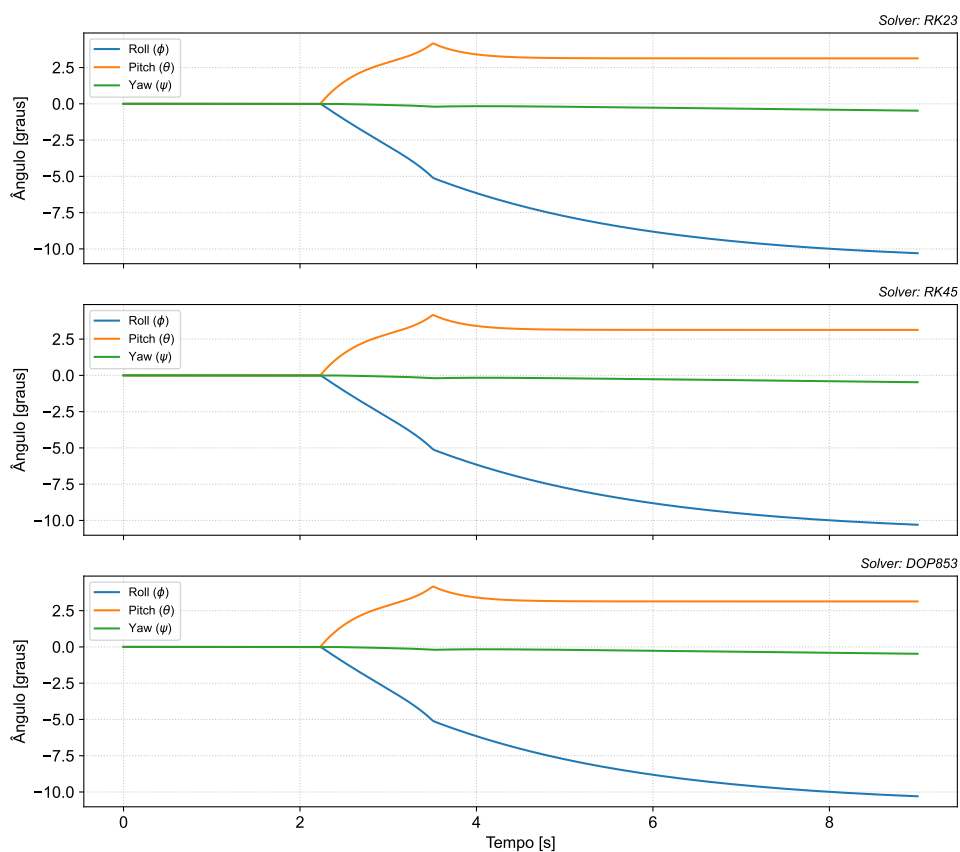
A consequência linear desta atitude é apresentada na Figura 40b. O USV apresenta uma deriva composta, onde o *Sway* deriva negativamente e o *Surge* deriva positivamente. Diferente dos casos de eixo único, aqui a força não é apenas em uma componente isolada, mas sim o Vetor Gravidade Projetado ( $g_b$ ). De acordo com Fossen (2021), a dinâmica desta deriva é descrita pela aplicação da matriz de rotação completa sobre o vetor peso inercial  $\mathbf{W} = [0, 0, mg]^T$ . As forças propulsoras virtuais nos eixos horizontais são dadas por:

$$\begin{bmatrix} X_{grav} \\ Y_{grav} \\ Z_{grav} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_{eq}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg \sin(\theta_{eq}) \\ mg \cos(\theta_{eq}) \sin(\phi_{eq}) \\ mg \cos(\theta_{eq}) \cos(\phi_{eq}) \end{bmatrix} \quad (84)$$

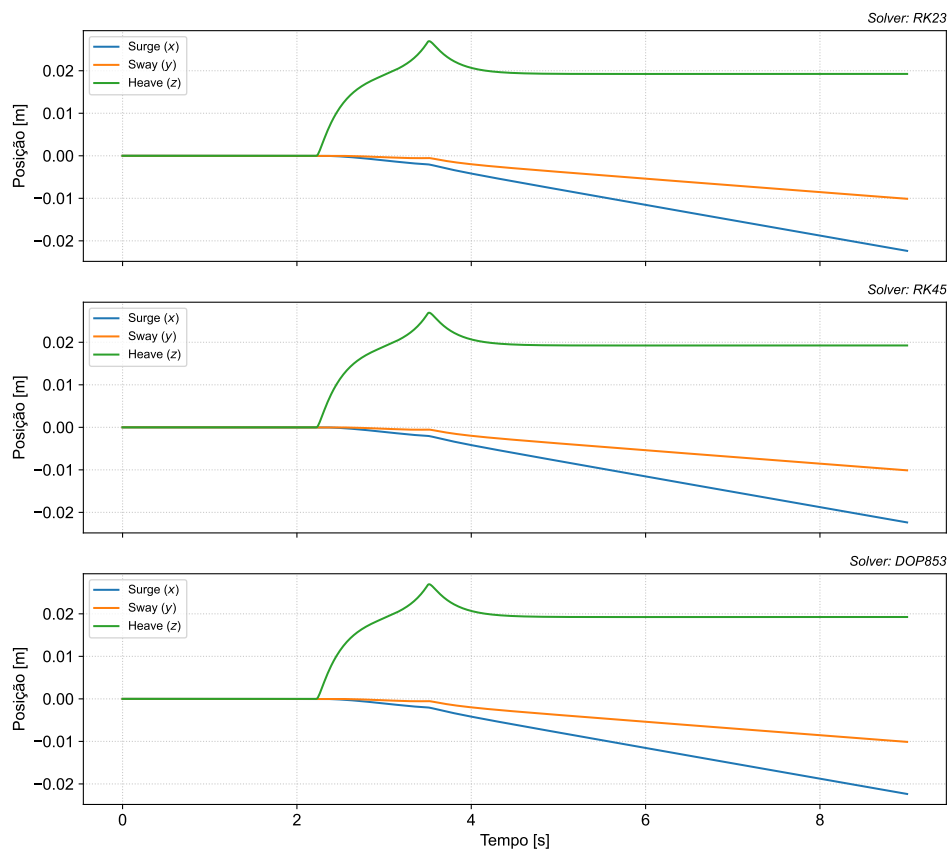
A Equação 84 mostra a origem física da trajetória observada, no eixo transversal  $y$  com  $\phi_{eq} \approx -10^\circ$ , o termo  $\sin(\phi_{eq})$  torna-se negativo. Isso gera uma força  $Y_{grav} < 0$ , que empurra o veículo para bombordo, resultando na inclinação negativa da curva de *Sway* no gráfico.

No eixo longitudinal  $x$ , o termo  $-mg \sin(\theta_{eq})$  define a força longitudinal. A interação entre este termo gravitacional e os acoplamentos hidrodinâmicos de segunda ordem da matriz  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{D}$ , especificamente os termos  $M_{53}$  e  $Z_{\dot{q}}$  discutidos na Seção 2.1.1, resulta na deriva positiva observada em *Surge*.

Em um cenário de pouso diagonal o USV se comporta como um corpo deslizando em um plano inclinado tridimensional, onde a direção da descida é determinada pela combinação não-linear dos ângulos de Euler estacionários. Esta interpretação física é fundamentada na formulação vetorial das forças restauradoras 6-DOF apresentada por Fossen (2021), e o impacto dessas componentes gravitacionais na velocidade de deriva é corroborado por Sun; Faltinsen (2007), que demonstram como o equilíbrio dinâmico em avanço é dado pela projeção do peso em função da inclinação longitudinal da embarcação e da inclinação transversal permanente da embarcação para um dos bordos.



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 38 – Cenário Diagonal Posterior durante ação de Pouso. Fonte: A autora.

## 4.5 Cenário de Pouso Diagonal Anterior

Este cenário investiga a resposta do sistema quando o HUAUV pousa no quadrante anterior de boreste, estimado na posição  $\mathbf{r}_{pad} \approx [L/4, B/4, -0.2]^T$ . A análise deste caso verifica a simetria e a consistência das equações de movimento implementadas.

A Figura 39a apresenta a resposta angular durante a decolagem, *Roll* sofre uma alteração positiva para  $\approx 14^\circ$ , enquanto o *Pitch* deflete negativamente para  $\approx 7^\circ$ .

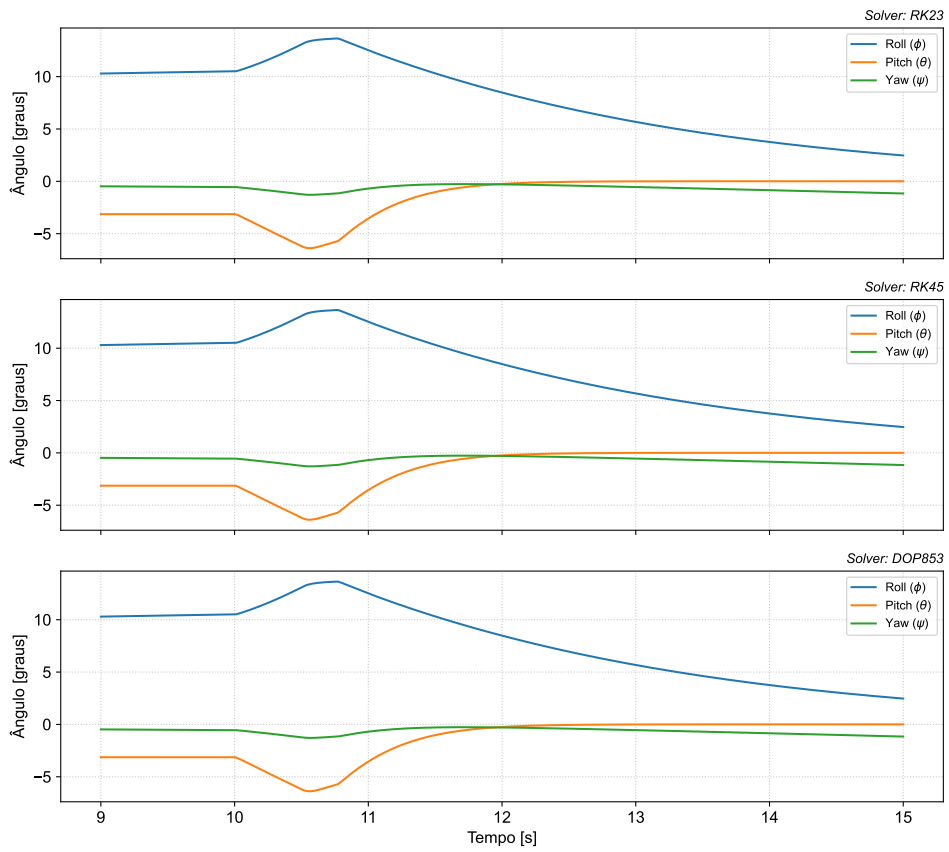
Neste cenário os valores encontrados são inversão exata do padrão observado no Cenário Diagonal Posterior. E como consequência disso, esses valores também violam os limites de segurança, conforme discutido em 4.4.

A origem física desta inversão de resultados observada em comparação com o cenário anteriormente avaliado se encontra na definição do produto vetorial do torque externo. Ao inverter os sinais das coordenadas de aplicação, que são:  $x_p > 0, y_p > 0$ ), os sinais dos momentos resultantes também se invertem:

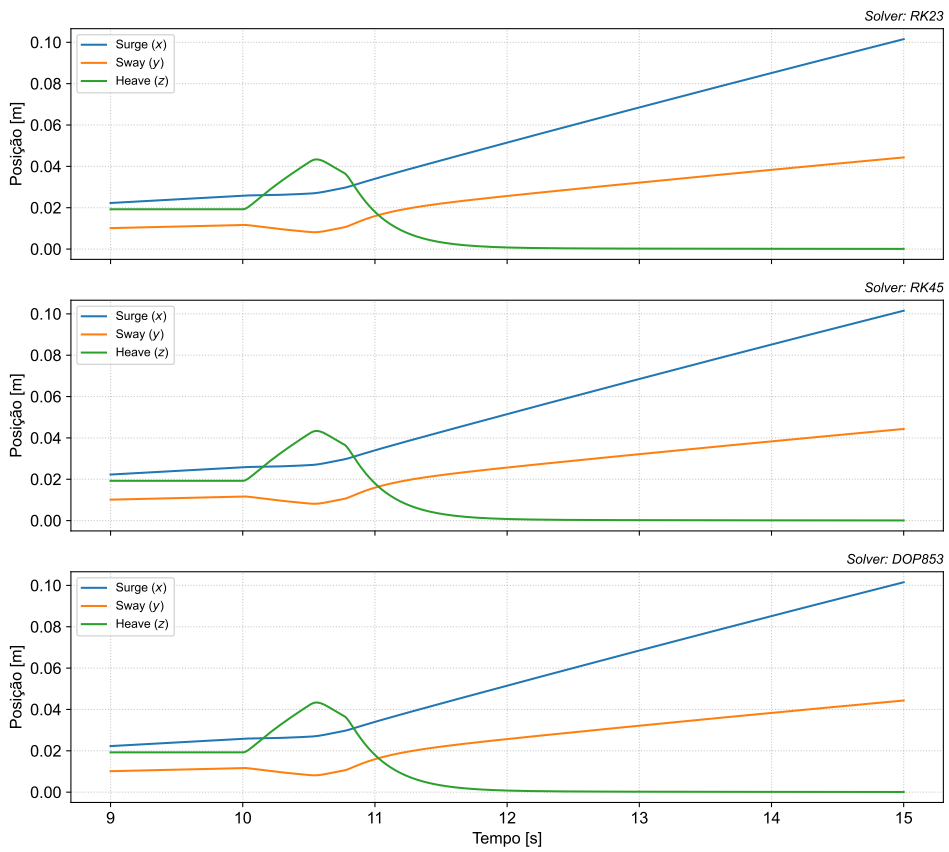
$$\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p F_z \\ -x_p F_z \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{roll}(+) \\ \tau_{pitch}(-) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (85)$$

O momento de rolagem torna-se positivo com  $\tau_K > 0$  e o de arfagem negativo com  $\tau_M < 0$ , fazendo com que o USV se incline para boreste e afunde a sua proa.

A resposta linear, evidenciada na Figura 39b, confirma a propagação desta simetria para os graus de liberdade translacionais, nesta Figura *Surge* torna-se negativo e o *Sway* positivo.



(a) Resposta Angular



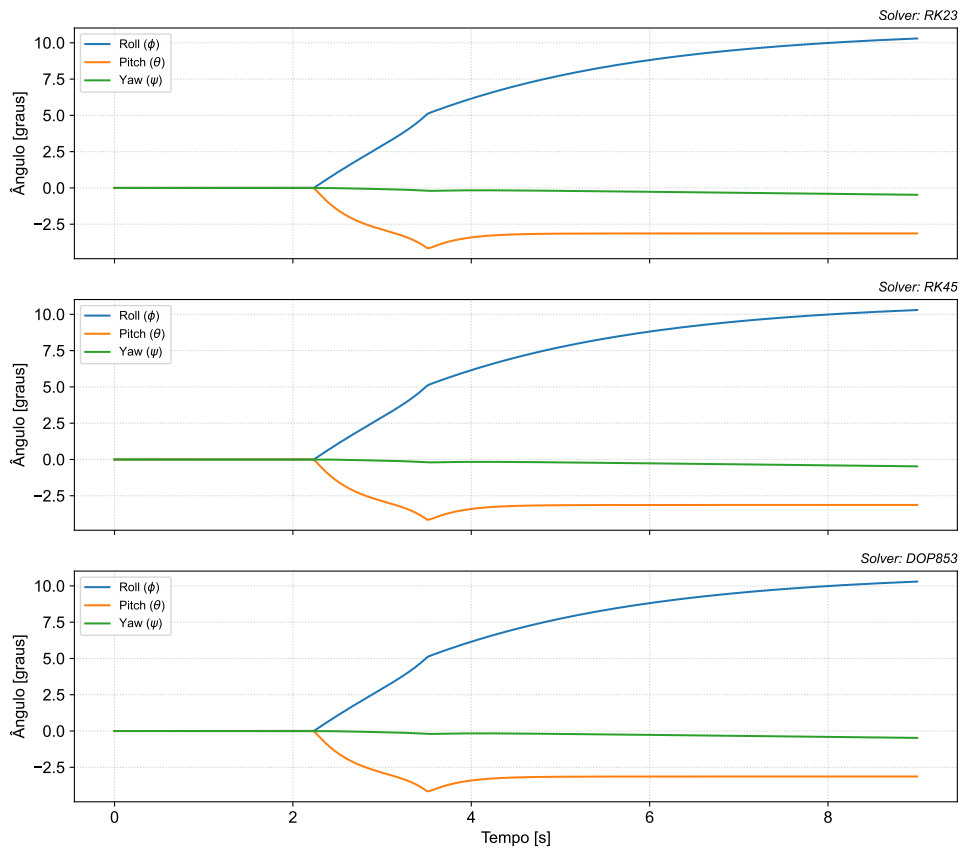
(b) Resposta Linear

Figura 39 – Cenário Diagonal Anterior durante ação de Decolagem. Fonte: A autora.

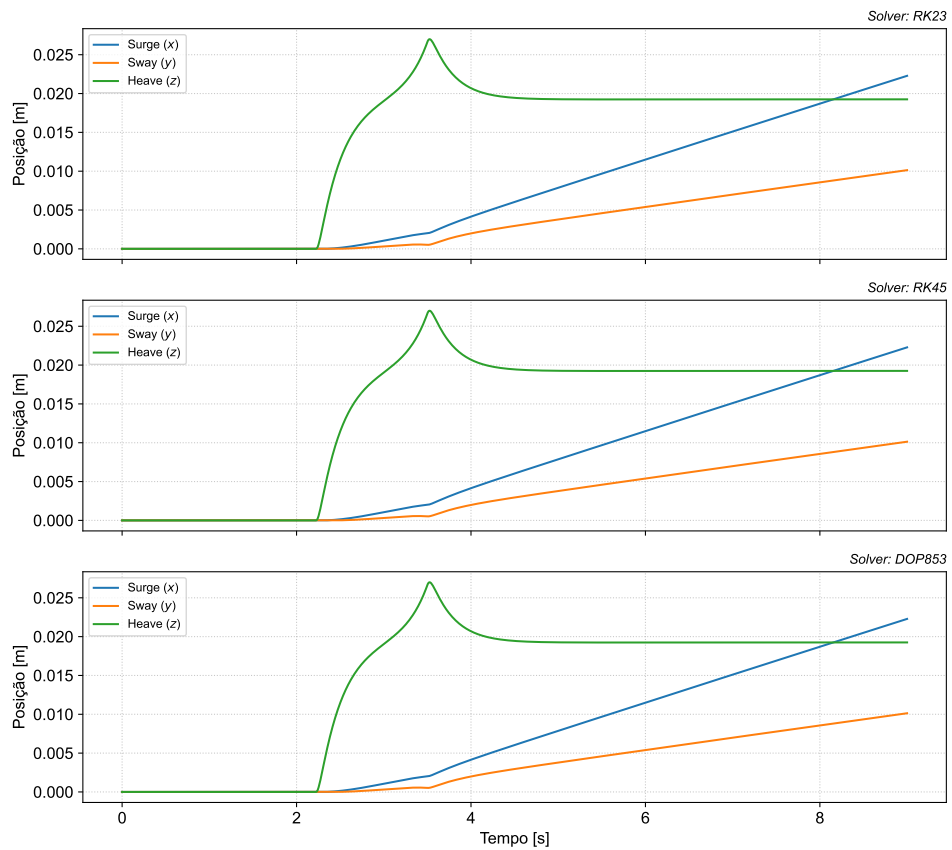
As Figuras 40a e 40b estão ilustrando a fase de pouso, nesta fase o sistema converge para um novo ponto de equilíbrio estático com  $\phi_{eq} \approx +10^\circ$  e  $\theta_{eq} \approx -3^\circ$ . *Heave* estabiliza em 0.02m, mas as velocidades residuais nos eixos horizontais persistem.

A deriva observada segue a lógica da projeção gravitacional discutida na Equação 84, porém com alteração nos sinais das funções trigonométricas. No eixo transversal  $y$ , com  $\phi_{eq} > 0$ , o termo  $mg \cos(\theta) \sin(\phi)$  se torna positivo, gerando uma força  $Y_{grav} > 0$ . Isso explica a inclinação positiva da curva de *Sway*.

Já no eixo longitudinal  $x$ , a inversão do sinal de  $\theta_{eq}$  altera o balanço de forças longitudinais. Além disso, a interação entre a componente gravitacional projetada e os acoplamentos hidrodinâmicos resulta em uma deriva negativa em *Surge*.



(a) Resposta Angular



(b) Resposta Linear

Figura 40 – Cenário Diagonal Anterior durante ação de Pouso. Fonte: A autora.

As respostas transientes de decolagem vistas nas Figuras 33 e 38 permitem visualizar um aumento nos ângulos de inclinação, contribuindo para a avaliação da modelagem da força *downwash*, que pressiona a plataforma antes de aliviar a carga.

No instante da decolagem o USV sofre uma aceleração de retorno, o tempo de acomodação observado é baixo de acordo com os dados sugeridos por Fossen (2021). Indicando que os coeficientes de amortecimento estimados na matriz  $D(\nu)$  fornecem uma dissipação de energia.

A Tabela 8 apresenta uma comparação entre os dados observados durante a decolagem e o pouso do HUAUV no USV. A análise quantitativa revela que no eixo Longitudinal, a restrição é predominantemente dinâmica: o pico de  $7.0^\circ$  observado na decolagem excede o limite de segurança anti-colisão, embora o sistema convirja posteriormente para um ângulo seguro de  $3.2^\circ$ . Já no eixo Transversal, a instabilidade é sistêmica: tanto a resposta transiente de  $14.0^\circ$  quanto o equilíbrio final de  $10.5^\circ$  situam-se fora dos limites operacionais seguros.

Tabela 8 – Comparativo de resultados de Decolagem vs. Pouso. Fonte: A autora.

Cenário	Decolagem		Pouso	
	Roll ( $\phi$ )	Pitch ( $\theta$ )	Roll ( $\phi$ )	Pitch ( $\theta$ )
Nominal	$\approx 0.0^\circ$	$\approx 0.0^\circ$	$\approx 0.0^\circ$	$\approx 0.0^\circ$
Longitudinal ( $L/4$ )	$0.0^\circ$	$-7.0^\circ (< 5^\circ)$ .	$0.0^\circ$	$-3.2^\circ$
Transversal ( $B/4$ )	<b><math>14.0^\circ</math></b>	$0.0^\circ$	<b><math>10.5^\circ</math></b>	$0.0^\circ$
Diagonal (Combinado)	$\pm 14.0^\circ$	$\mp 7.0^\circ$	$\pm 10.5^\circ$	$\mp 3.2^\circ$

**Nota:** Valores em negrito indicam violação dos critérios de segurança estabelecidos na Tabela 7.

Para contextualizar os resultados atuais, é realizada uma análise comparativa com o estudo preliminar publicado pela autora em Timm (2025). Em ambos os trabalhos, a carga útil do HUAUV foi mantida constante em 10 kg, permitindo isolar a influência dos cenários de pouso na resposta dinâmica.

A diferença observada nas inclinações de equilíbrio onde  $\phi \approx 5^\circ$  no estudo anterior e  $\phi \approx 10.5^\circ$  na presente dissertação, deve-se provavelmente à definição dos cenários de teste: No trabalho anterior, a posição de pouso foi definida como  $r_{pad} = [0.3, 0.05, -0.065]^T$ . O braço de alavanca transversal ( $y_{pad} = 0.05$  m) era reduzido, representando uma operação quase centralizada. Já na presente dissertação, foram definidos cenários com pouso nas posições periféricas do convés, maximizando os braços de momento.

Fisicamente, como o torque externo é dado por  $\tau = r \times F$ , o aumento significativo na magnitude do vetor posição  $r_{pad}$  nos cenários desta dissertação resulta em torques perturbadores proporcionalmente maiores. O aumento do ângulo de rolagem de  $5^\circ$  para  $10.5^\circ$  é a resposta física do sistema ao ser submetido a condições de carga-

mento mais acentuadas, o que indica uma boa capacidade do modelo de prever o comportamento da embarcação não apenas em condições nominais.

#### 4.5.1 Análise de Sensibilidade

Segundo Saltelli; Ratto; Andres; Campolongo; Cariboni; Gatelli; Saisana; Tarantola (2008), a confiabilidade de um modelo dinâmico pode ser dado por meio da avaliação da sua sensibilidade às incertezas dos parâmetros. Neste estudo, os coeficientes hidrodinâmicos foram estimados por métodos empíricos, sendo as principais fontes de incerteza. Para quantificar o impacto dessa incerteza, foi conduzida uma análise de sensibilidade, cujos resultados para a resposta de *Pitch* durante a decolagem são apresentados na Figura 41.

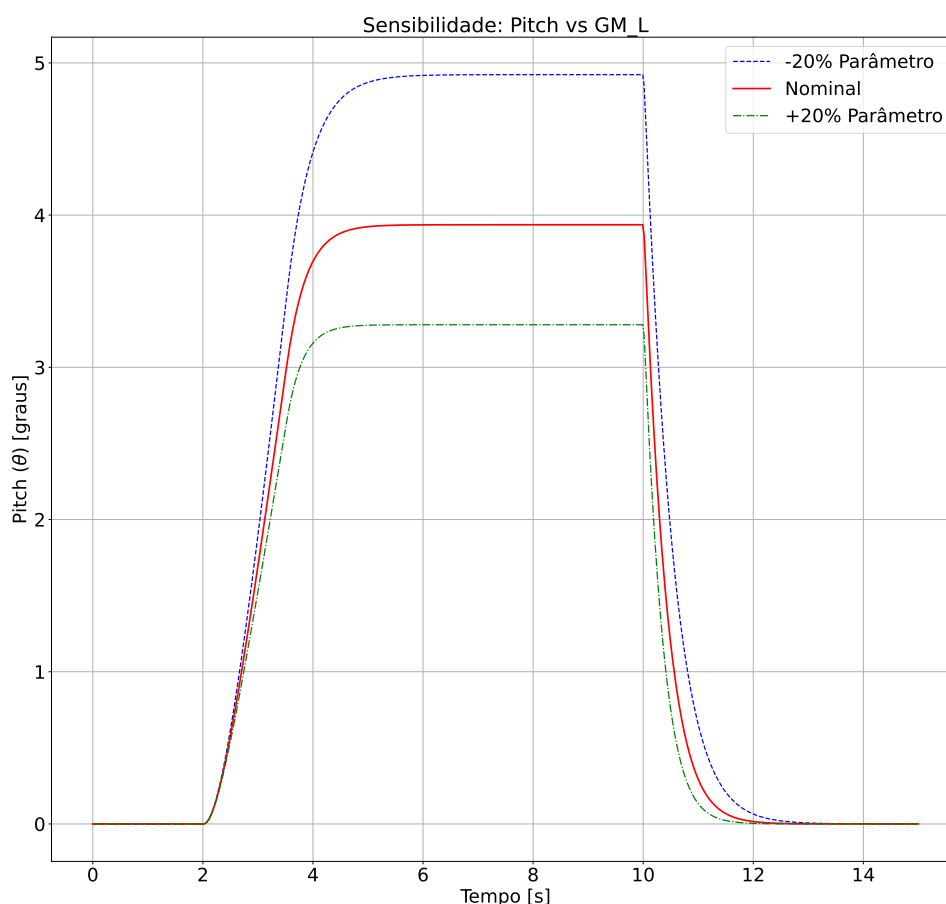


Figura 41 – Sensibilidade da resposta de *pitch* sob variação de  $\pm 20\%$  na altura metacêntrica longitudinal ( $GM_L$ ). Fonte: A autora.

A análise de sensibilidade foi conduzida no cenário de Pouso Diagonal Posterior por entender-se que este cenário impõe demandas simultâneas de estabilidade transversal e longitudinal. A análise compara três cenários: Estabilidade transversal dada pelo  $GM_T$ , estabilidade longitudinal dada por  $GM_L$  e massa do veículo com a sua influencia em *Heave*.

A Estabilidade Transversal é assegurada principalmente pelos parâmetros de  $GM_T$ ,

(Fossen, 2021), a Figura 42 apresenta os resultados da análise de sensibilidade deste parâmetro, confirmando que o  $GM_T$  é o parâmetro mais influente para o USV estudado. Devido ao baixo valor nominal de  $GM_T = 0.603$  m, algo característico da geometria do casco, (Faltinsen, 2010), uma incerteza de -20% na estabilidade resulta em uma inclinação acentuada, atingindo valores próximos a 15 graus. Isso demonstra que erros na estimativa da posição vertical do centro de gravidade afetariam a margem de segurança contra emborcamento.

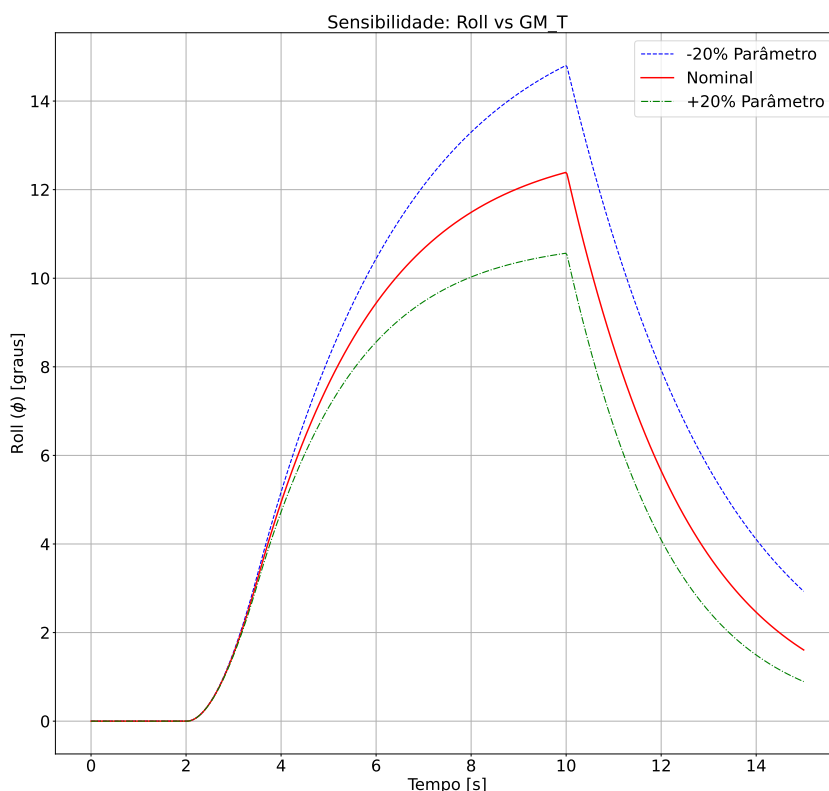


Figura 42 – Sensibilidade da resposta de *roll* no cenário Diagonal Posterior sob variação de  $\pm 20\%$  no  $GM_T$ . Fonte: A autora.

A Estabilidade Longitudinal dada por  $GM_L$  vista na Figura 41 demonstrou certa estabilidade, graças ao elevado momento de inércia da área de linha d'água, que confere um  $GM_L$  nominal de 2.65 m, o veículo resiste ao torque de arfagem. O ângulo de equilíbrio estaciona entre 3 e 5 graus, e o sistema atinge o estado estacionário, comportando-se de maneira rígida no eixo longitudinal.

A análise de Heave disponível na Figura 43 revela um comportamento dominado pela hidrostática e pelo amortecimento. As curvas para as três variações de massa apresentaram sobreposição, este resultado pode ser considerado fisicamente consistente, pois de acordo com Fossen (2021), em um regime superamortecido, os efeitos inerciais da massa perpendicular ao casco são suprimidos. O afundamento final é dado por  $\Delta z \approx 0.019$  m, e é determinado exclusivamente pelo equilíbrio entre a força externa aplicada, neste caso o peso do HUAUV, e a rigidez da área de linha d'água, parâmetros que permaneceram constantes entre os casos. Isso valida que o modelo

respeita a condição de equilíbrio hidrostático regida pelo Princípio de Arquimedes,<sup>1</sup> Lewis (1988), onde o incremento de calado é função exclusiva da carga adicionada e da área de linha d'água.

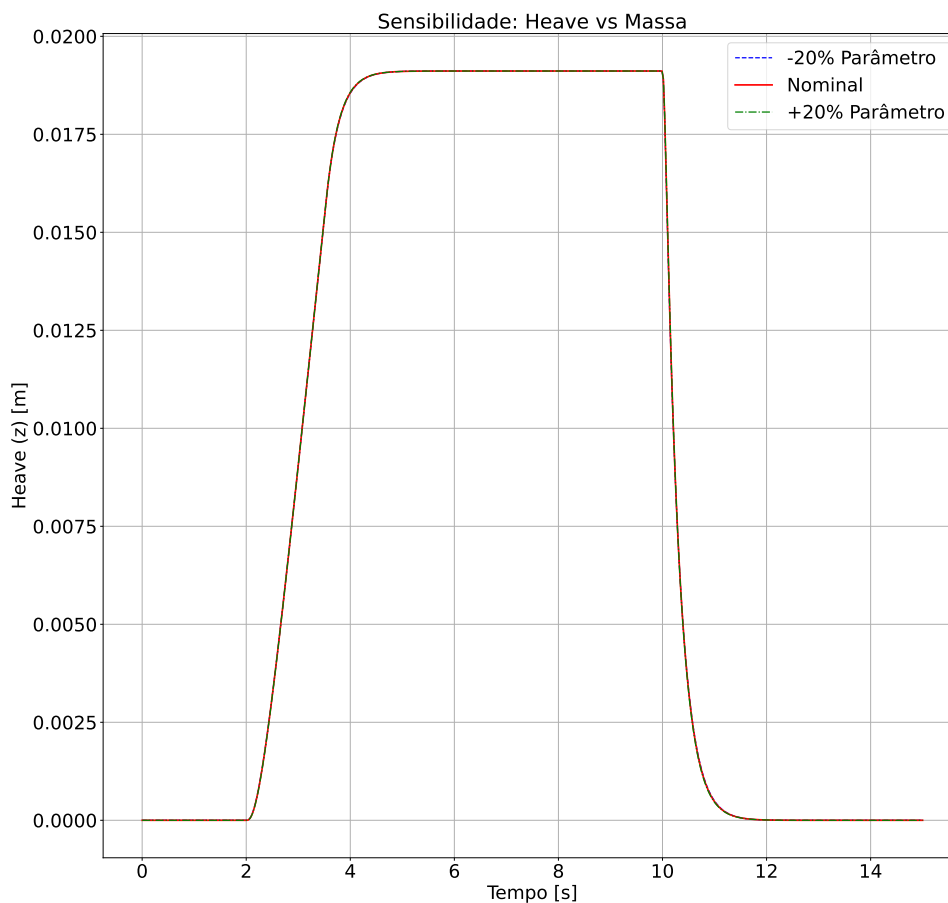


Figura 43 – Sensibilidade da resposta de *heave* sob variação de  $\pm 20\%$  na massa do USV. Fonte: A autora.

<sup>1</sup>O princípio de Arquimedes postula que um corpo total ou parcialmente submerso em um fluido estático sofre a ação de uma força vertical orientada para cima, denominada empuxo, cuja magnitude é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo, (Halliday; Resnick; Walker, 2012).

## 5 CONCLUSÃO

A presente dissertação dedicou-se ao desenvolvimento e à análise de um modelo matemático dinâmico 6-DOF para um USV do tipo catamarã, especificamente projetado para operar como plataforma de pouso e decolagem em missões colaborativas com HUAUVs do projeto Hydrone. O objetivo geral de formular uma ferramenta de análise que fosse além das simplificações de modelos 3-DOF, frequentemente encontrados na literatura para tarefas de posicionamento, foi atingido por meio da aplicação do formalismo de Newton-Euler, da notação SNAME, e da extração e adaptação dos dados reais do USV obtidos via software CAD. Esta abordagem permitiu descrever as interações entre a hidrodinâmica do USV e as perturbações aerodinâmicas e estáticas impostas pelo HUAUV.

A análise dos resultados simulados permitiu quantificar o comportamento da plataforma em sua configuração passiva, revelando que a geometria do catamarã apresenta sensibilidade a carregamentos excêntricos. No que tange à estabilidade longitudinal, observou-se que a força de *downwash*, amplificada pelo efeito solo durante as fases de aproximação e decolagem, atua como um vetor de perturbação de magnitude comparável ao peso da própria embarcação. Nos cenários de excentricidade longitudinal, a oscilação induzida violou os critérios de segurança estabelecidos, evidenciando que o momento restaurador hidrostático pode acabar sendo insuficiente para amortecer transientes aerodinâmicos se não tiver o auxílio de atuadores. A análise da estabilidade transversal, revelou que nos cenários de pouso com deslocamento lateral de 25% da boca o sistema convergiu para ângulos de equilíbrio estático próximos ao limite da segurança operacional.

Uma observação interessante desta pesquisa foi a identificação e quantificação do acoplamento dinâmico entre os graus de liberdade de rotação e translação. Demonstrou-se matematicamente e via simulação que a inclinação transversal permanente projeta o vetor gravidade no referencial do corpo, gerando uma força lateral que induz uma deriva contínua e involuntária em *Sway*. Este fenômeno de acoplamento confirma a hipótese de que modelos desacoplados ou de baixa ordem são simplistas para o projeto de sistemas de pouso autônomo, já que falham em prever a deriva posicional causada

por erros de atitude.

Os cenários de pouso diagonal mostraram que a resposta do sistema se comportou como uma dinâmica composta, onde a instabilidade em um eixo amplificou a resposta no outro. Isso sugere que embora o design mecânico do USV seja adequado para navegação isolada, sua estabilidade passiva pode acabar sendo insuficiente para a segurança da operação colaborativa em toda a janela operacional desejada, indicando que a viabilidade de missões em mar aberto depende da implementação de sistemas de controle ativo de atitude.

Este estudo possui algumas limitações, as simulações foram realizadas em malha aberta, sem a atuação de um sistema de controle ativo, focando exclusivamente na verificação da planta dinâmica. Além disso, os coeficientes hidrodinâmicos foram obtidos por métodos semi-empíricos e dados de CAD; embora o comportamento qualitativo esteja aceitável de acordo com os padrões estabelecidos por Fossen (2021), a precisão quantitativa destes parâmetros deve ser refinada futuramente através de ensaios em tanque de provas disponíveis nas dependências da FURG. A consideração de águas tranquilas (com velocidade = 0) permitiu isolar as perturbações causadas pelo veículo aéreo, mas a inclusão de ondas deve ser feita para avaliar o sistema em condições de mar reais.

Com relação à fidelidade do modelo, reconhece-se que a utilização de coeficientes hidrodinâmicos estimados via métodos semi-empíricos e *Slender Body Theory* introduz incertezas paramétricas. Embora o modelo capture corretamente a fenomenologia dos movimentos, uma futura identificação de sistemas com dados experimentais seria necessária para validar quantitativamente os parâmetros. Em termos de observabilidade, a instrumentação típica de USVs permite a estimação dos estados, viabilizando o ajuste destes coeficientes em trabalhos futuros.

O desenvolvimento desta dissertação e os resultados parciais obtidos ao longo da pesquisa fomentaram produções científicas, publicadas e apresentadas em eventos e periódicos na área de robótica e matemática aplicada, documentando a evolução da modelagem aqui apresentada. As etapas iniciais da modelagem matemática e a definição dos parâmetros geométricos do sistema foram discutidas em duas participações no Encontro de Pós-Graduação da UFPEL (ENPÓS), nos anos de 2024 e 2025. A evolução para as estratégias preliminares de simulação numérica foi objeto de publicação na Conferência Sul em Modelagem Computacional (MCSul), (Timm; Kappel; Quadros, 2024). O aprofundamento na formulação das equações diferenciais do movimento e na análise de estabilidade numérica dos integradores resultou em um artigo publicado no Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional (ERMAC), trabalho este que foi posteriormente expandido e aceito para publicação na *Revista Mundi*, (Timm; Quadros, 2025). Os resultados mais recentes da simulação 6-DOF e a análise do acoplamento dinâmico foram apresentados internacionalmente, no ar-

tigo *"6-DOF Modeling and Simulation of a Collaborative Catamaran Unmanned Vehicle with an Aerial Vehicle"* (Timm; Brião; Kappel; Pinheiro; Drews-jr.; Quadros, 2025) na *International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, realizada na Argentina em 2025. Nesta apresentação, foram expostos os resultados de simulações que exploravam apenas um cenário de pouso e decolagem, conforme pode ser visto no vídeo disponível em Timm (2025).

Diante das conclusões obtidas, que apontam para uma limitação da estabilidade passiva do USV, o prosseguimento natural desta pesquisa reside no desenvolvimento de estratégias de controle. A modelagem fenomenológica aqui estabelecida, é baseada em coeficientes hidrodinâmicos estimados via métodos semi-empíricos, reconhecendo que em operações reais incertezas paramétricas e perturbações ambientais não modeladas desempenharão um papel importante. A proposta de continuidade em nível de doutorado trabalha com a hipótese de que a integração do modelo físico desenvolvido nesta dissertação com técnicas de Aprendizado de Máquina permitirá a criação de uma arquitetura de controle inovadora.

O plano de trabalho futuro é a transição de um modelo fenomenológico para um modelo híbrido, utilizando Redes Neurais para capturar as não-linearidades hidrodinâmicas e os efeitos de acoplamento complexos que as fórmulas analíticas do modelo atual aproximaram. O objetivo é a implementação de um Controle Preditivo Não Linear (NMPC) que utilize este modelo híbrido para antecipar as perturbações do pouso, permitindo que o USV atue preventivamente em seus propulsores para compensar os torques induzidos pelo HUAUV e manter a plataforma nivelada dentro dos critérios de segurança definidos. A validação experimental, com a transição das simulações numéricas para ensaios em tanque de provas e em ambiente real, é também uma ambição para este trabalho futuro.

## APÊNDICE A ALGORITMOS DAS SIMULAÇÕES

Os algoritmos a seguir detalham a implementação computacional do modelo matemático desenvolvido. A estrutura lógica reflete os scripts desenvolvidos em linguagem Python, utilizando a biblioteca *SciPy* para a integração numérica do Problema de Valor Inicial (PVI).

O código-fonte completo, incluindo os *scripts* de simulação, análise de sensibilidade e geração de animações, está disponível publicamente no repositório GitHub da autora: [https://github.com/alinetimm/Simula-o\\_USV\\_HUAUV/tree/main](https://github.com/alinetimm/Simula-o_USV_HUAUV/tree/main)

Algorithm 1 – Integração Numérica dos Cenários Operacionais

```
1: Dados de Entrada: Parâmetros inerciais e geométricos ( $\mathcal{P}$ ), Matrizes  $\mathbf{M}_{RB}$ ,  $\mathbf{M}_A$ ,  
   Coeficientes  $\mathbf{D}_{coeffs}$ .  
2: Dados de Saída: Séries temporais de estado  $[\eta(t), \nu(t)]$  para pós-processamento.  
3: Definição dos Cenários:  
4:  $\mathcal{C} \leftarrow \{ \text{'Nominal'} : \mathbf{0}, \text{'Longitudinal'} : [L/4, 0, z_p]^T, \dots, \text{'Diagonal'} : [-L/4, -B/4, z_p]^T \}$   
5:  $\mathcal{S} \leftarrow [\text{'RK23'}, \text{'RK45'}, \text{'DOP853'}]$  ▷ Esquemas de integração  
6: procedure SIMULARCENARIOS  
7:   for cada par ( $nome, \mathbf{r}_{pos}$ ) em  $\mathcal{C}$  do  
8:     Atualizar vetor de posição da força:  $\mathcal{P}_r \leftarrow \mathbf{r}_{pos}$   
9:     Inicializar estado:  $\mathbf{x}_0 \leftarrow \mathbf{0}_{12 \times 1}$   
10:    for cada método  $solver$  em  $\mathcal{S}$  do  
11:      ▷ Resolve Eq. 36 no intervalo  $t_{span}$   
12:       $Sol \leftarrow solve\_ivp(\text{MODELODINÂMICO}, t_{span}, \mathbf{x}_0, \text{args} = (\mathcal{P}), \text{method} =$   
       $solver, \text{tol} = 10^{-6})$   
13:      Armazenar  $Sol$  para análise comparativa  
14:    end for  
15:    GERARGRAFICOSCOMPARATIVOS( $Sol$ )  
16:  end for  
17: end procedure
```

Algorithm 2 – Função de Estado do Modelo 6-DOF (USV + Interação)

```

1: Entrada: Tempo  $t$ , Vetor de Estado  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\nu}^T]^T$ , Parâmetros  $\mathcal{P}$ .
2: Retorno: Derivada do estado  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\boldsymbol{\eta}}^T, \dot{\boldsymbol{\nu}}^T]^T$ .
3: function MODELODINÂMICO( $t, \mathbf{x}, \mathcal{P}$ )
4:   Extrair vetores:  $\boldsymbol{\eta} \leftarrow \mathbf{x}[0 : 6]$ ;  $\boldsymbol{\nu} \leftarrow \mathbf{x}[6 : 12]$ 
5:   Atualização das Matrizes do Sistema
6:    $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) \leftarrow \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$  ▷ Via operador  $S(\cdot)$ 
7:    $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) \leftarrow \text{diag}(\mathbf{d}_{lin} + \mathbf{d}_{quad} \odot |\boldsymbol{\nu}|)$  ▷ Amortecimento misto
8:    $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \leftarrow [0, 0, \rho g A_{wp} z, \overline{WGM}_T \mathbf{s}\phi, \overline{WGM}_L \mathbf{s}\theta, 0]^T$ 
9:   Cálculo da Perturbação Externa (HUAUV)
10:  Obter aceleração vertical  $a_z$  e altura relativa  $z_h$  baseados na fase
    (Pouso/Decolagem)
11:   $T_h \leftarrow m_h(g + a_z)$  ▷ Empuxo do HUAUV
12:   $C_{GE} \leftarrow 1 + k_0 \exp(-\lambda z_h / D_r)$  ▷ Coeficiente de Efeito Solo
13:  if  $t \in \text{Contato}$  then
14:     $F_z \leftarrow m_h g$  ▷ Peso estático
15:  else
16:     $F_z \leftarrow C_{GE} \cdot T_h$  ▷ Força Aerodinâmica
17:  end if
18:   $\boldsymbol{\tau}_{HUAUV} \leftarrow [\mathbf{0}_{3 \times 1}; \mathbf{r}_{pad} \times (F_z \hat{\mathbf{k}})]$  ▷ Força e Momento induzido
19:  Resolução da Dinâmica Inversa e Cinemática
20:   $\boldsymbol{\tau}_{total} \leftarrow \boldsymbol{\tau}_{HUAUV} - \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ 
21:   $\dot{\boldsymbol{\nu}} \leftarrow \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau}_{total}$ 
22:   $\dot{\boldsymbol{\eta}} \leftarrow \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}$ 
23:  return  $[\dot{\boldsymbol{\eta}}; \dot{\boldsymbol{\nu}}]$ 
24: end function

```

Algorithm 3 – Análise de Sensibilidade Paramétrica

```

1: Objetivo: Avaliar a resposta dinâmica frente a incertezas nos parâmetros.
2: procedure ANALISESENSIBILIDADE
3:   $\mathcal{F} \leftarrow [0.8, 1.0, 1.2]$  ▷ Fatores de variação ( $\pm 20\%$ )
4:   $\mathcal{K} \leftarrow ['GM\_T', 'GM\_L', 'm\_usv']$  ▷ Parâmetros críticos
5:  for cada parâmetro  $k$  em  $\mathcal{K}$  do
6:     $\text{ConjuntoSolucoes} \leftarrow \emptyset$ 
7:    for cada fator  $f$  em  $\mathcal{F}$  do
8:       $\mathcal{P}_{teste} \leftarrow \mathcal{P}_{nominal}$ 
9:       $\mathcal{P}_{teste}[k] \leftarrow \mathcal{P}_{nominal}[k] \times f$  ▷ Aplica perturbação

```

```
10:          $S_f \leftarrow \text{solve\_ivp}(\text{MODELODINÂMICO}, \dots, \text{args} = (\mathcal{P}_{teste}))$ 
11:         Adicionar  $S_f$  ao ConjuntoSolucoes
12:     end for
13:     PLOTARENVELOPE(k, ConjuntoSolucoes)      ▷ Visualização de incerteza
14: end for
15: end procedure
```

## REFERÊNCIAS

- ALOTAIBI, E. T.; ALQEFARI, S. S.; KOUBAA, A. LSAR: Multi-UAV collaboration for search and rescue missions. **IEEE Access**, Piscataway, NJ, v.7, p.55817–55832, 2019.
- AMARAL, L. R. d.; ZERBATO, C.; FREITAS, R. G. d.; BARBOSA JÚNIOR, M. R.; SIMÕES, I. O. P. d. S. Aplicações de UAVs na agricultura 4.0. **Revista Ciência Agrônômica**, Fortaleza, v.51, p.e20207748, 2021.
- ANTONELLI, G. **Underwater Robots: Motion and Force Control of Vehicle-Manipulator Systems**. Berlin: Springer, 2006.
- BASS, D. W.; HADDARA, M. R. Roll and sway-roll damping for three small fishing vessels. **International Shipbuilding Progress**, Delft, Netherlands, v.38, n.413, p.51–71, 1991.
- BETÉ, T. d. S. Drones: um pequeno histórico e as consequências do seu uso. **Revista Conexão Sipaer**, São José dos Campos, v.10, n.1, p.2–14, 2019.
- BIBULI, M.; CACCIA, M.; LAPIERRE, L.; BRUZZONE, G. Guidance of unmanned surface vehicles: Experiments in vehicle following. **IEEE Robotics & Automation Magazine**, Piscataway, NJ, v.19, n.3, p.92–102, 2012.
- CARDOSO, D. **HoverSea: Inspecção de estruturas marítimas utilizando um drone e um catamarã autônomo**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- CHEN, C.-C.; LIU, H. H. Model of UAV and downwash for multi-UAV path planning. In: **AIAA SciTech 2022 Forum**. San Diego, CA: AIAA, 2022. p.0757.
- CONTRERAS, C. T.; RONCONI, C. I. L.; RODRIGUEZ, D. V.; CANOLLA, A. C.; HEUSER, E. Análise dos parâmetros atuais de classificação de UAV para aplicação civil. **Revista Conexão SIPAER**, São José dos Campos, v.2, n.3, p.147–160, 2011.
- CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**. 3.ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2005.

DERRETT, D. R.; BARRASS, C. B. **Ship Stability for Masters and Mates**. 7.ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012.

DORMAND, J. R.; PRINCE, P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Amsterdam, v.6, n.1, p.19–26, 1980.

DREWS-JR., P. L. et al. Hybrid Unmanned Aerial Underwater Vehicle: Modeling and Simulation. In: **2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems**. Chicago, IL: IEEE, 2014. p.4637–4642.

FALTINSEN, O. M. **Sea Loads on Ships and Offshore Structures**. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

FALTINSEN, O. M. **Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles**. New York: Cambridge University Press, 2010.

FERNANDES, P.; MATOS, A.; MATOS, L.; COSTA, P.; SANTOS, D. Extended-Range Marine Unmanned Surface Vehicles for Border Surveillance Missions. In: **2024 IEEE 22nd Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)**. Bari, Italy: IEEE, 2024. p.960–965.

FOSSSEN, T. I. **Nonlinear Modelling and Control of Underwater Vehicles**. Berlin: Springer, 1991.

FOSSSEN, T. I. **Guidance and Control of Ocean Vehicles**. Chichester: John Wiley & Sons, 1994.

FOSSSEN, T. I. **Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control**. 1.ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2011.

FOSSSEN, T. I. **Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control**. 2.ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2021.

GALEAZZI, R.; BLANKE, S.; BLANKE, M. Autonomous control of surface vehicles. **Ocean Engineering**, Oxford, v.161, p.102–118, 2018.

GOLDSTEIN, H.; POOLE, C. P.; SAFKO, J. **Classical Mechanics**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1950. v.2.

GONZÁLEZ-GARCÍA, J.; GÓMEZ-ESPINOSA, A.; CUAN-URQUIZO, E.; GARCÍA-VALDOVINOS, E.; SALGADO-JIMÉNEZ, T.; ESCOBEDO-CABELLO, J. A. Autonomous underwater vehicles: Localization, navigation, and communication for collaborative missions. **Applied Sciences**, Basel, Switzerland, v.10, n.4, p.1256, 2020.

HADDARA, M. R.; XU, J. On the identification of ship coupled heave-pitch motions using neural networks. **Ocean Engineering**, Oxford, v.26, n.5, p.381–400, 1999.

HAIRER, E.; NØRSETT, S. P.; WANNER, G. **Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems**. Berlin: Springer, 1993.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica**. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v.2.

HONG, S. M.; HA, K. N.; KIM, J.-Y. Dynamics modeling and motion simulation of USV/UUV with linked underwater cable. **Journal of Marine Science and Engineering**, Basel, Switzerland, v.8, n.5, p.318, 2020.

HORN, A. C.; SILVA, G. A. d.; SOUZA, G. d.; SCHNEID, E.; SANTOS, L. F. d.; AZPÚRUA, M. A. A Study on Configuration of Propellers for Multicopter-like Hybrid Aerial-Aquatic Vehicles. In: **2019 19th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)**. Belo Horizonte, MG: IEEE, 2019. p.173–178.

INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE, 8., 1957, Madrid, Spain. **Proceedings...** International Towing Tank Conference, 1957. Standard Model-Ship Correlation Line.

JI, Z.; HUANG, Y. Autonomous boat dynamics: How far away is simulation from the high sea. In: **OCEANS 2017-Aberdeen**. Aberdeen, UK: IEEE, 2017. p.1–8.

KIM, J.; LEE, S.; KIM, H. J. Vision-Based Autonomous Landing of a UAV on a Moving USV with Estimation of USV's 6-DOF Motion. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Piscataway, NJ, v.68, n.8, p.7278–7288, 2021.

LEWIS, E. V. Principles of naval architecture: Motions in waves and controllability. **SNAME**, Jersey City, NJ, 1989. Volume III.

LEWIS, E. V. (Ed.). **Principles of Naval Architecture: Stability and Strength**. Jersey City, NJ: SNAME, 1988. v.1.

LIMA, E. L. **Curso de Análise**. 11.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009. v.2.

LIU, J.; SU, Z.; XU, Q. UAV-USV cooperative task allocation for smart ocean networks. In: **2021 IEEE 23rd Int Conf on High Performance Computing & Communications**. Haikou, China: IEEE, 2021. p.1815–1820.

LIU, Z.; ZHANG, Y.; YU, X.; YUAN, C. Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges. **Annual Reviews in Control**, Oxford, v.41, p.71–93, 2016.

MILANOV, E.; CHOTUKOVA, V.; STERN, F. System based simulation of Delft372 catamaran maneuvering characteristics as function of water depth and approach speed. In: **Proceedings of the 29th Symposium on Naval Hydrodynamics**. Gothenburg, Sweden: 29th Symposium on Naval Hydrodynamics, 2012. p.26–31.

MOLLAND, A. F.; TURNOCK, S. R.; HUDSON, D. A. **Resistance and Propulsion of Ships**. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.

MORISHITA, R.; KAWAI, S.; NOBUHARA, H. Downwash Reduction Drone With Adaptive Rotors and Its 3D Aerodynamic Analysis and Stabilization Control. **IEEE Access**, Piscataway, NJ, v.12, p.16245–16260, 2024.

NEWMAN, J. N. **Marine Hydrodynamics**. Cambridge, MA: The MIT Press, 2018. Reissue of the 1977 edition.

NIU, H.; JI, Z.; LIGUORI, P.; YIN, H.; CARRASCO, J. Design, integration and sea trials of 3D printed unmanned aerial vehicle and unmanned surface vehicle for cooperative missions. In: **2021 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII)**. Iwaki, Japan: IEEE, 2021. p.590–591.

NOVÁK, F.; BÁVCA, T.; PROCHÁZKA, O.; SASKA, M. Towards UAV-USV collaboration in harsh maritime conditions including large waves. **SCITEPRESS - Science and Technology Publication**, Ithaca, NY, 2024.

ORIA-AGUILERA, H. J.; VALERIANO-MEDINA, Y.; HERNÁNDEZ, L. Dynamic Model of 6 DOF for a Catamaran. **Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications**, Manaus, p.94–102, 2016.

PARSAEI, A.; FOROUZANI, H.; BINESH, A. Experimental and Numerical analysis of an unmanned twin-hull surface vessel (USV) hydrodynamic resistance and behavior. **Journal of Marine Engineering**, Tehran, Iran, v.19, n.40, p.63–74, 2023.

PINHEIRO, P. M.; HORN, A. C.; ANDRADE, J. P. de; AZPÚRUA, M. A. Trajectory Planning for Hybrid Unmanned Aerial Underwater Vehicles with Smooth Media Transition. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Dordrecht, Netherlands, v.104, n.3, p.1–18, 2022.

PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing**. 3.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

RODRIGUEZ-CANALES, E. S.; CUTIPA-LUQUE, J. C. LPV/H Control of a Twin Hull-Based Unmanned Surface Vehicle. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, New York, v.32, p.245–255, 2021.

SALTELLI, A.; RATTO, M.; ANDRES, T.; CAMPOLONGO, F.; CARIBONI, J.; GATELLI, D.; SAISANA, M.; TARANTOLA, S. **Global Sensitivity Analysis: The Primer**. Chichester: John Wiley & Sons, 2008.

SANTOS, M. C.; BARTLETT, B.; SCHNEIDER, V. E.; BRÁDAIGH, F. Ó.; BLANCK, B.; SANTOS, P. C.; TRSLIC, P.; RIORDAN, J.; DOOLY, G. Cooperative unmanned aerial and surface vehicles for extended coverage in maritime environments. **IEEE Access**, Piscataway, NJ, v.12, p.9206–9219, 2024.

SEN, D. T.; VINH, T. C. Determination of Added Mass and Inertia Moment of Marine Ships Moving in 6 Degrees of Freedom. **International Journal of Transportation Engineering and Technology**, New York, v.2, n.1, p.8–14, 2016.

SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W. The MATLAB ODE suite. **SIAM Journal on Scientific Computing**, Philadelphia, PA, v.18, n.1, p.1–22, 1997.

SHAO, G.; MA, Y.; MALEKIAN, R.; YAN, X.; LI, Z. A novel cooperative platform design for coupled USV–UAV systems. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Piscataway, NJ, v.15, n.9, p.4913–4922, 2019.

SKJETNE, R.; SMOGELI, Ø. N.; FOSSEN, T. I. A nonlinear ship manoeuvring model: Identification and adaptive control with experiments for a model ship. **Modeling, Identification and Control**, Oslo, Norway, v.25, n.1, p.3–27, 2004.

SNAME. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. **The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Technical and Research Bulletin**, Jersey City, NJ, n.1-5, 1950.

SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M. **Robot Modeling and Control**. 2.ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2020.

SUN, H.; FALTINSEN, O. M. The influence of gravity on the performance of planing vessels in calm water. **Journal of Engineering Mathematics**, Dordrecht, Netherlands, v.58, n.1, p.91–107, 2007.

THYRI, E. H.; BITAR, G.; BREIVIK, M. A 3DOF path-following controller for a non-directionally stable vessel with slow thruster dynamics. **IFAC-PapersOnLine**, Laxenburg, Austria, v.54, n.16, p.288–294, 2021.

TIMM, A. **Full mission animation**. Pelotas, RS: Vídeo no YouTube, 2025. Disponível em: <<https://youtu.be/R19ZGBtjswk>>.

TIMM, A. d. G. G.; QUADROS, R. S. d. Modelagem matemática de um veículo de superfície: dinâmica e hidrodinâmica de um catamarã. **Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão**, Curitiba, v.10, n.4, 2025.

TIMM, A. G. G.; BRIÃO, S. L.; KAPPEL, K. S.; PINHEIRO, P. M.; DREWS-JR., P. L. J.; QUADROS, R. S. d. 6-DOF Modeling and Simulation of a Collaborative Catamaran Unmanned Vehicle with an Aerial Vehicle. In: **Proceedings of the 2025 IEEE International Conference on Advanced Robotics (ICAR)**. San Juan, Argentina: IEEE, 2025.

TIMM, A.; KAPPEL, K. S.; QUADROS, R. S. d. Estudo de Aplicação de Métodos Numéricos e Reinforcement Learning no Planejamento de Trajetória de Manipuladores Robóticos. In: **Conferência Sul em Modelagem Computacional (MCSul), 10**. Rio Grande: FURG, 2024.

TOPINI, E.; PAGLIAI, M.; ALLOTTA, B. Dynamic maneuverability analysis: A preliminary application on an autonomous underwater reconfigurable vehicle. **Applied Sciences**, Basel, Switzerland, v.11, n.10, p.4469, 2021.

TUPPER, E. C. **Introduction to Naval Architecture**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013.

VU, H.-P.; LE, T.-L.; NGO, N.-A.; VUONG, T.-H.-N.; TRAN, T.-H.; TRUONG, N. T.; TRAN, T.-H.; TRAN, Q.-L. A CFD study of hydrodynamic characteristics of a twin hybrid autonomous underwater vehicle. **Results in Engineering**, Amsterdam, v.26, p.104792, 2025.

WU, G.; XU, T.; SUN, Y.; ZHANG, J. Review of multiple unmanned surface vessels collaborative search and hunting based on swarm intelligence. **International Journal of Advanced Robotic Systems**, London, UK, v.19, n.2, p.17298806221091885, 2022.

WU, J.; LI, R.; LI, J.; ZOU, M.; HUANG, Z. Cooperative unmanned surface vehicles and unmanned aerial vehicles platform as a tool for coastal monitoring activities. **Ocean & Coastal Management**, Oxford, v.232, p.106421, 2023.

YUN, L.; BLIAULT, A.; RONG, H. Z. **High Speed Catamarans and Multihulls: Technology, Performance, and Applications**. New York: Springer, 2018.

ZHU, H.; XU, C.; LIU, X. Model of UAV and Downwash for Multi-UAV Path Planning. In: **AIAA SCITECH 2022 Forum**. San Diego, CA: AIAA, 2022.