UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

Dissertação

Proposta de uma Sequência Didática para o ensino de Equação do 1º grau via Resolução de Problemas: um olhar a partir da análise de erros

Tiago Dias Bolzan

Pelotas, 2024

Tiago Dias Bolzan

Proposta de uma Sequência Didática para o ensino de Equação do 1º grau via Resolução de Problemas: um olhar a partir da análise de erros

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira

Pelotas, 2024

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação da Publicação

B687p Bolzan, Tiago Dias

Proposta de uma sequência didática para o ensino de equação do 1º grau via resolução de problemas [recurso eletrônico] : um olhar a partir da análise de erros / Tiago Dias Bolzan ; André Luis Andrejew Ferreira, orientador. — Pelotas, 2024.

118 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, 2024.

1. Resolução de problemas. 2. Equação do 1º grau. 3. Análise de erros. I. Ferreira, André Luis Andrejew, orient. II. Título.

CDD 510.7

Elaborada por Aline Herbstrith Batista CRB: 10/1737

Tiago Dias Bolzan

Proposta de uma Sequência Didática para o ensino de Equação do 1º grau via Resolução de Problemas: um olhar a partir da análise de erros

Dissertação aprovada, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 29/02/2024

Banca examinadora:

....
Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira (Orientador)
Doutor em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

....
Profª. Dra. Carla Denize Ott Felcher
Doutora em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

....
Profª. Dra. Denise Nascimento Silveira
Doutora em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos

....
Profª. Dra. Daniela Stevanin Hoffmann
Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo

BOLZAN, Tiago Dias. **Proposta de uma Sequência Didática para o ensino de Equação do 1º grau via Resolução de Problemas:** um olhar a partir da análise de erros. Orientador: André Luis Andrejew Ferreira. 2024. 118f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2024.

O objetivo da pesquisa é analisar o processo de ensino e aprendizagem de equações do 1º grau, centrando-se na categorização dos erros cometidos por estudantes do 7º ano de uma escola pública em Caçapava do Sul/RS. Os fundamentos teóricos abordam o ensino e aprendizagem de álgebra, a resolução de problemas e a análise de erros. A questão central da pesquisa é: "O que a análise de erros revela sobre o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau via resolução de problemas por estudantes de uma turma de 7º ano de uma escola municipal de Caçapava do Sul?" Para responder a essa questão, foram conduzidas intervenções de ensino com dezessete estudantes, implementando uma sequência didática baseada na metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação. A coleta de dados envolveu quatro instrumentos: questionário inicial, problemas iniciais, proposição e resolução de problemas pelos estudantes e questionário final. A análise de erros, permitiu a construção de quatro categorias: respostas corretas; resposta parcialmente correta; conclusão incorreta e ausência de resposta. Analisando, mais profundamente os dados foram criadas quatro subcategorias: transposição incorreta de termos; uso errado dos dados; ausência de resposta final e adição incorreta de termos não semelhantes. A análise evidenciou que a maioria dos erros cometidos pelos estudantes se concentra em uma categoria específica: transposição incorreta de termos. Conclui-se que a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas se mostrou eficaz, promovendo cooperação entre os estudantes e estimulando reflexões sobre os erros cometidos.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Equação do 1º grau. Análise de erros.

Abstract

BOLZAN, Tiago Dias. Proposal of a Didactic Sequence for Teaching First Degree Equation via Problem Solving: A Perspective from Error Analysis. Supervisor: André Luis Andrejew Ferreira. 2024. 118f. Master Thesis (Master's in Science and Mathematics Education) - College of Education, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2024.

The objective of the research is to analyze the process of teaching and learning 1st grade equations, focusing on the categorization of errors made by 7th grade students at a public school in Caçapava do Sul/RS. The theoretical foundations cover the teaching and learning of algebra, problem solving and error analysis. The central question of the research is: "What does error analysis reveal about the teaching and learning of 1st degree equations via problem solving by students in a 7th year class at a municipal school in Caçapava do Sul?" To answer this question, teaching interventions were conducted with seventeen students, implementing a didactic sequence based on the Teaching-Learning-Assessment methodology. Data collection involved four instruments: initial questionnaire, initial problems, proposition and resolution of problems by students and final questionnaire. Error analysis allowed the construction of four categories: correct answers; partially correct answer; incorrect conclusion and lack of response. Analyzing the data more deeply, four subcategories were created: incorrect transposition of terms; misuse of data; lack of final answer and incorrect addition of dissimilar terms. The analysis showed that the majority of errors made by students are concentrated in a specific category: incorrect transposition of terms. It is concluded that the Mathematics Teaching-Learning-Assessment methodology through problem solving proved to be effective, promoting cooperation between students and encouraging reflections on mistakes made.

Keywords: Problem Solving. First-Degree Equation. Error Analysis.

Lista de abreviaturas e siglas

ASP	Atividade de Situações Problemas
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CTD	Catálogo de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EMP	Revista Educação Matemática Pesquisa
EMR	Educação Matemática em Revista
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SISU	Sistema de Seleção Unificada
TEA	Transtorno do Espectro Autista
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
Unipampa	Universidade Federal do Pampa

Lista de Figuras

Sumário

1 TRAJETÓRIA DO PESQUISADOR

Neste capítulo, apresentarei de forma concisa minha jornada pessoal e profissional, delineando os eventos que moldaram minha identidade como educador. Para facilitar o entendimento do local de fala, o texto será narrado em primeira pessoa.

Em 1993 nascia no interior do Rio Grande do Sul, no município de São Sepé, um futuro professor de Matemática. Filho de agricultores, cresci no interior de Formigueiro, onde estudei o ensino fundamental em uma escola da zona rural e o ensino médio na zona urbana, ambas escolas públicas.

A disciplina de Matemática sempre exerceu sobre mim uma atração irresistível, acompanhada por uma notável facilidade em compreendê-la. Ao concluir a Educação Básica em 2010, deparei-me com a decisão crucial de escolher um curso superior para dar continuidade aos meus estudos. Estava indeciso entre Ciências Contábeis e Matemática. Nesse contexto, submeti-me ao Exame Nacional do Ensino Médio e fui selecionado para o curso de Ciências Exatas na Universidade Federal do Pampa (Unipampa), por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU). A instituição situava-se em Caçapava do Sul, a 70 km de minha residência na época. Essa transição marcou o início de uma trajetória acadêmica e profissional enriquecedora.

Em 2011, aos dezessete anos, me mudei para Caçapava do Sul e iniciei a graduação em Ciências Exatas. O curso compreendia uma grade curricular abrangente, englobando disciplinas de Física, Matemática e Química nos três primeiros anos. No último ano, a formação tornou-se mais específica, permitindo a habilitação em uma das três áreas e preparando para atuação em uma disciplina específica. Essa grade diversificada proporcionou-me uma sólida formação nas três áreas, além de um excelente embasamento pedagógico.

Durante a graduação tive a oportunidade enriquecedora de participar do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), que viabiliza a inserção de licenciandos na sala de aula ainda durante a graduação. Essa participação contribuiu significativamente para minha formação, proporcionando o contato direto com estudantes dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio, ampliando minha compreensão sobre a realidade do contexto educacional.

Além disso, a interação frequente com os professores atuantes na Educação Básica e seus relatos de experiência revelaram-se de extrema importância para minha formação acadêmica, enriquecendo meu entendimento sobre práticas pedagógicas e fortalecendo meu compromisso com a educação.

Durante a elaboração do trabalho de conclusão de curso, realizei uma pesquisa voltada à unidade temática de álgebra. Os objetivos foram identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Função Quadrática e investigar as potencialidades de abordar essa temática por meio da metodologia de resolução de problemas na Educação Básica.

A pesquisa foi conduzida junto a três alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola pública de Caçapava do Sul, durante o turno inverso. O propósito principal constituiu em identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de função quadrática, explorando simultaneamente as potencialidades dessa abordagem metodológica no contexto educacional. Para atingir esse objetivo, a resolução dos problemas foi estruturada seguindo as fases estabelecidas por Polya (1995).

A análise dos resultados evidenciou que os estudantes não possuíam o conhecimento do conteúdo, apesar de terem estudado no 1º ano, e também não estavam familiarizados com a metodologia de resolução de problemas. A falta de familiaridade com a resolução de problemas resultou em dificuldades dos alunos em compreender o problema, estabelecer um plano de resolução e executá-lo. No entanto, observou-se uma evolução notável no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos ao longo do processo. Dessa forma, a metodologia de resolução de problemas contribuiu significativamente para a construção dos conhecimentos relacionados à função quadrática.

No início de 2015, concluí a graduação tornando-me Licenciado em Ciências Exatas com habilitação em Matemática. Uma semana após a colação de grau, em março de 2015, fui contratado como professor de Matemática no ensino médio, em uma escola estadual em Lavras do Sul/RS. Um grande desafio se apresentava: o de ensinar Matemática a estudantes adolescentes. Nos primeiros dias de aula, muitas dúvidas surgiam. Será que vou dar conta? Será que os estudantes vão me respeitar? Será que vou saber explicar de modo que eles entendam? Dúvidas estas que todos recém-formados têm. Com o passar dos meses, comecei a me identificar cada vez mais como professor de Matemática e a gostar cada vez mais de lecionar no ensino médio.

Dois anos mais tarde, em março de 2017, fui nomeado no município de São Sepé, desta vez como professor de Matemática dos anos finais do ensino fundamental. Surgia um novo desafio: trabalhar com estudantes mais jovens e em uma realidade diferente. No entanto, a adaptação foi bem-sucedida, e consegui conciliar os dois vínculos profissionais. Como muitos professores, minha rotina incluía viagens frequentes, dedicando dois dias para lecionar em Lavras do Sul e três dias para ensinar em São Sepé.

No segundo semestre de 2017, me matriculei como aluno especial em duas disciplinas no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGEC) na Unipampa, Caçapava do Sul. No mesmo ano, participei da seleção para aluno regular de dois programas de mestrado: o PPGEC e o PROFMAT sendo aprovado em ambos. Optei pelo PROFMAT devido à minha atuação como professor de Matemática. Em 2018, ingressei no PROFMAT na UFSM. Apesar dos desafios, concluí as disciplinas, mas não finalizei o curso.

Desde 2015, busquei aprimorar minha formação com algumas especializações, mantendo sempre o desejo de concluir um mestrado. Em 2021, após a seleção, fui aprovado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM). O programa despertou inúmeras reflexões e contribuições significativas para aprimorar minha prática pedagógica. Em 2022, assumi um concurso público em Caçapava do Sul, o que me levou a deixar de lecionar nos municípios que trabalhava.

Sempre tive afinidade com o ensino de álgebra, embora tenha observado que os estudantes enfrentam desafios significativos quando "letras surgem na Matemática". Como resultado, optei por direcionar minha pesquisa para a análise dos erros na resolução de problemas algébricos. Essa escolha reflete não apenas meu interesse pessoal, mas também a oportunidade de explorar uma área relevante e desafiadora no contexto do ensino de Matemática.

2 INTRODUÇÃO

Este capítulo oferece reflexões a respeito da Matemática e do ensino de álgebra, destacando-se a equação do 1º grau como o ponto focal desta pesquisa. A introdução se inicia com a contextualização do tema, seguida pela delimitação do problema de pesquisa e dos objetivos a serem alcançados. Em seguida, são apresentadas as justificativas que embasam a relevância desta pesquisa. O capítulo conclui com uma explanação detalhada da estrutura da dissertação, proporcionando uma visão abrangente das seções subsequentes.

2.1 Apresentação do tema

O conhecimento matemático é imprescindível para todos os estudantes, em função de sua ampla aplicação na sociedade contemporânea ou devido às suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, bem como cientes de seus deveres com a sociedade (BRASIL, 2018).

A Matemática, geralmente, se caracteriza para a maioria dos estudantes como algo de difícil compreensão, sendo para eles como um conhecimento de pouca utilidade prática; entretanto, a Matemática produz ideias e sentimentos influenciando potencialmente no desenvolvimento da aprendizagem (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). Com o estudo de álgebra este cenário não é diferente, pois, muitos estudantes do ensino fundamental apresentam dificuldades para compreender esse conteúdo.

Os estudos iniciais da álgebra começam a partir do 1º ano do ensino fundamental e os conceitos são ampliados no decorrer dos anos. No entanto, esses conceitos são mais visíveis no 7º ano do ensino fundamental, quando são introduzidos os conceitos de incógnita e variável (BRASIL, 2018). As famosas letras na Matemática. Com isso, os estudantes começam a apresentar dificuldades maiores nos conceitos algébricos.

Com o ensino de equação polinomial do primeiro grau - conteúdo iniciado no 7º ano - não é diferente. Muitos estudantes sentem dificuldades em compreender e resolver exercícios e problemas envolvendo equação. Pensando em diminuir ou eliminar essas dificuldades, muitas vezes os professores adotam diferentes abordagens metodológicas primando por um processo de ensino e aprendizagem significativo.

2.2 O problema de pesquisa

Com este panorama e com a intenção de contribuir para a educação Matemática de estudantes dos anos finais do ensino fundamental, este trabalho assume a seguinte problemática: **O que a análise de erros revela sobre o ensino *e aprendizagem de equação do 1º grau via resolução de problemas por estudantes de uma turma de 7º ano de uma escola municipal de Caçapava do Sul?***

Para responder esse problema de pesquisa foram realizadas intervenções de ensino em uma escola municipal de Caçapava do Sul/RS, no segundo semestre de 2022, com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental. As intervenções de ensino foram realizadas a partir da elaboração e implementação de uma sequência didática, estruturada através da metodologia de resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo Geral

- Analisar o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau via resolução de problemas, com foco na categorização dos erros cometidos por estudantes de uma turma de 7º ano.

2.3.2 Objetivos Específicos

- Investigar e caracterizar as potencialidades e os desafios enfrentados pelos estudantes na elaboração e resolução de problemas de equação do 1º grau;
- Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
- Identificar e classificar os principais tipos de erros cometidos pelos estudantes ao elaborar e resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.

2.4 Justificativa

Ainda que seja possível desenvolver alguns aspectos da álgebra nos anos iniciais, é nos anos finais do ensino fundamental que os estudos algébricos são ampliados. Neste sentido, documentos nacionais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998, 2000) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) mencionam a resolução de problemas e de situações problemas para a exploração das diferentes unidades temáticas, inclusive o conhecimento algébrico.

De acordo com os PCN, através da exploração de situações-problema, o estudante poderá reconhecer diferentes funções da álgebra, representar problemas por meio de equações e inequações, assim como compreender sua resolução; pois, "no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las" (BRASIL, 1998, p.40),

Já a BNCC destaca a resolução de problemas, o desenvolvimento de projetos e a modelagem como boas estratégias para o ensino e a aprendizagem de Matemática ao longo de todo o ensino fundamental. Os processos de aprendizagem, por meio dessas estratégias, favorecem o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (BRASIL, 2018). Assim, o ensino de álgebra precisa continuar garantindo que os estudantes trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas (BRASIL, 1998).

A BNCC possui compromisso com a educação integral dos estudantes, visando à formação e ao desenvolvimento humano global. Para isso os estudantes precisam aplicar os conhecimentos para resolver diferentes problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser diligente para identificar os dados de uma situação e buscar soluções (BRASIL, 2018).

Nesse cenário, a resolução de problemas têm papel primordial (POLYA,1995; POZO, 1998; ONUCHIC,1999). Os estudantes precisam estar habituados a resolver problemas e, para isso, é preciso que as diferentes unidades temáticas da Matemática sejam exploradas, também, por meio da resolução de problemas.

No cotidiano diferentes situações seguem padrões e regularidades que podem utilizar modelos matemáticos para compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas fazendo uso de letras e outros símbolos, o que justifica a necessidade de um aprofundamento algébrico na Educação Básica.

Diante da importância da álgebra, o ensino de equação do 1º grau é de grande relevância para a construção do pensamento algébrico e abstração. Porém, muitos estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem dos conceitos algébricos (SILVA, 2015; FERREIRA, 2015; SANTANA; PROENÇA, 2016; LAGO, 2016; MEINERZ, 2019; LUCENA, 2020; MEINERZ, 2020; DUQUIA, 2021).

Nesse sentido, considerando as dificuldades que os estudantes podem apresentar, é preciso pensar em estratégias e metodologias de ensino e aprendizagem que permitam o acesso desses estudantes aos conhecimentos matemáticos. Neste caminho, como já abordado, a resolução de problemas é essencial no ensino e aprendizagem de Matemática, pois instiga o estudante a pensar e agir ativamente no enfrentamento de desafios.

Assim, esta pesquisa visa contribuir para o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau considerando a metodologia de resolução de problemas de modo que os estudantes possam elaborar e resolver diferentes situações, contribuindo para a tomada de decisões e dando significado à linguagem algébrica.

2.5 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em oito capítulos.

No primeiro capítulo, exploramos a **Trajetória do Pesquisador**, contextualizando os motivos que levaram à escolha do tema.

O segundo capítulo, intitulado **Introdução**, aborda o tema da pesquisa, apresenta o problema a ser investigado, delineia os objetivos e fornece uma justificativa.

O terceiro capítulo apresenta os dados de uma **Revisão de Literatura** realizada com o propósito de mapear pesquisas correlatas conduzidas anteriormente. Esta revisão abrangeu periódicos e eventos de Educação Matemática, além do catálogo de teses e dissertações da CAPES.

No quarto capítulo, intitulado **Referencial Teórico**, apresentamos contribuições de diversos autores que discutem os pontos-chave desta pesquisa.

Organizamos este capítulo em três seções distintas: O ensino e aprendizagem de álgebra; resolução de problemas e análise de erros.

O quinto capítulo, **Metodologia de Pesquisa,** detalha a metodologia adotada, contextualizando o ambiente e descrevendo os participantes da pesquisa. Além disso, fornecemos informações sobre as intervenções de ensino e a sequência didática empregada.

No sexto capítulo, intitulado **Explorando os Resultados**, analisamos e discutimos os dados coletados por meio de quatro instrumentos distintos, a saber: Questionário inicial (Instrumento 1); Problemas iniciais (Instrumento 2); Proposição e resolução de problemas pelos estudantes (Instrumento 3); Questionário final (Instrumento 4).

No sétimo capítulo, **Um olhar a partir da análise de erros,** categorizamos os erros cometidos pelos estudantes, inicialmente, em: 1 - Respostas corretas; 2 - Resposta parcialmente correta; 3 - Conclusão incorreta; 4 - Ausência de resposta;

O oitavo capítulo, **Considerações Finais**, abrange uma avaliação do alcance dos objetivos propostos e traz reflexões decorrentes da pesquisa.

Em seguida, apresentamos as **Referências Bibliográficas** utilizadas, bem como **os Apêndices**.

3 REVISÃO DE LITERATURA

A Revisão de Literatura tem o propósito de reunir estudos anteriores de maneira sistemática e abrangente. Ou seja, é, de maneira geral, a análise das pesquisas e das discussões de outros autores sobre o tema da pesquisa, conforme Gil (2008):

> Primeiramente, há a necessidade de se consultar material adequado à definição do sistema conceitual da pesquisa e à sua fundamentação teórica. Também se torna necessária a consulta ao material já publicado tendo em vista identificar o estágio em que se encontram os conhecimentos acerca do tema que está sendo investigado (GIL, 2008 p. 60).

Nesse sentido, com objetivo mapear e delinear as pesquisas publicadas em relação ao objeto desta investigação - análise de erros e resolução de problemas no ensino e aprendizagem de equação do 1º grau - realizou-se uma revisão de literatura acerca dos trabalhos publicados em anais de eventos e periódicos, bem como de dissertações e teses.

Buscamos compreender como essas abordagens de ensino têm sido aplicadas em sala de aula, no contexto do ensino e aprendizagem de equações do 1º grau, e quais resultados foram alcançados.

3.1 Levantamento Bibliográfico: sistematizando o estudo

Com o intuito de mapear teses e dissertações que discutem análise de erros e resolução de problemas no ensino e aprendizagem de equação do 1º grau realizou-se uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações (CTD) da CAPES, considerando as palavras-chave: análise de erros, equação do 1º grau e resolução de problemas, e também delimitando o período considerando a última década, entre 2014 e 2023.

Ao buscar pelas palavras-chave "resolução de problemas", “equação do primeiro grau” e “análise de erros”, não foram encontrados trabalhos que relacionassem os três descritores. Ao relacionar pelo menos duas dessas palavras-chave, identificou-se um trabalho abordando análise de erros e equação do 1º grau, cinco trabalhos tratando de análise de erros e resolução de problemas, e seis trabalhos explorando a relação entre equação do 1º grau e resolução de problemas. Na Tabela 1, é apresentada a relação de trabalhos encontrados por palavras-chave.

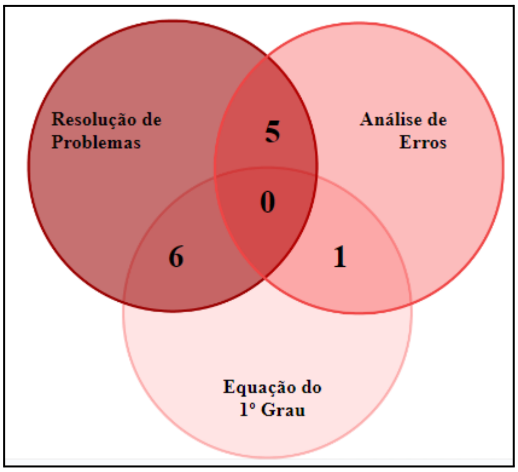
Tabela 1 - Trabalhos encontrados no CTD por palavra-chave

Palavras-chave	Trabalhos encontrados no CTD
Análise de erros e equação do 1º grau	1
Análise de erros e resolução de problemas	5
Resolução de problemas e equação do 1º grau	6
Resolução de problemas, equação do 1º grau e análise de erros	0
Total	12

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para compor o corpus de análise, foram considerados os trabalhos que relacionassem pelo menos duas das palavras-chave utilizadas na busca e que tivessem títulos relacionados à pesquisa em desenvolvimento, problema de pesquisa ou objetivos convergentes com o propósito da investigação (Figura 1). Além disso, foram incluídos trabalhos com metodologia de pesquisa semelhante à apresentada neste projeto, a fim de contribuir com o desenvolvimento da investigação.

Figura 1 - Diagrama com o quantitativo de trabalhos do CTD selecionados por descritor



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, considerando os critérios apresentados, foram selecionadas sete dissertações, apresentadas na Figura 2. Os trabalhos envolvendo resolução de problemas e análise de erros não foram incluídos corpus de análise, pois abordam outros tópicos de Matemática.

Figura 2 - Trabalhos encontrados no CTD que fazem parte do corpus de análise

Título	Autor	Dissertação /Tese	Ano	IES
O método da Falsa Posição: uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau	Silva	Dissertação	2015	UFRRJ
Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da atividade de situações problema como metodologia de ensino, fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de galperin	Chirone	Dissertação	2016	UERR
Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas	Matsuda	Dissertação	2017	UEM
O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para aprendizagem de equações do primeiro grau	Campos	Dissertação	2019	IFG
Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material *Algebra Tiles*	Meinerz	Dissertação	2020	UFRGS
Uma proposta metodológica para o ensino de equação de primeiro grau por meio da resolução de problemas de idade	Lucena	Dissertação	2020	UFPB
Considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau com uma incógnita	Duquia	Dissertação	2021	UFPEL

Fonte: elaborado pelo autor.

Com o intuito de abranger outros trabalhos, foi realizado um panorama dos trabalhos publicados em anais de eventos e periódicos de Educação Matemática. Os eventos analisados incluíram o Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM) e o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Para a seleção dos periódicos, utilizou-se o Qualis CAPES A1, A2 e B1 em educação, resultando na escolha de quatro periódicos: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Revista de Educação Matemática - ZETETIKÉ, Revista Educação Matemática Pesquisa (EMP) e Educação Matemática em Revista EMR.

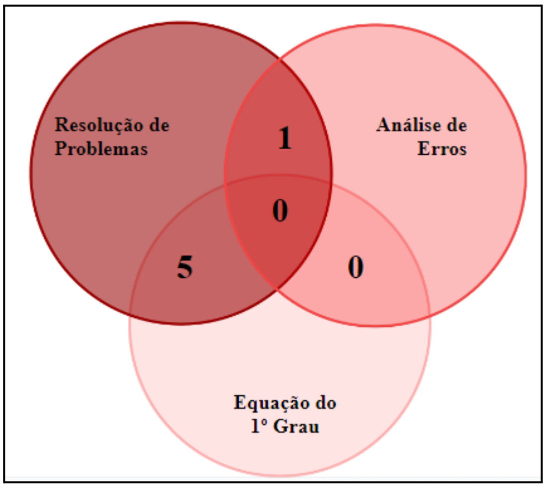
A busca foi conduzida utilizando as palavras-chave: análise de erros, equação do 1º grau e resolução de problemas. A Tabela 2 apresenta a quantidade de artigos encontrados em cada evento e periódico, categorizados por palavras-chave. A Figura 3 ilustra o quantitativo de trabalhos encontrados.

Tabela 2 - Trabalhos encontrados em eventos e periódicos por palavras-chave

Palavras-chave	EBRAPEM	ENEM	BOLEMA	Zetetiké	EMP	EMR
Análise de erros e equação do 1º grau	0	0	0	0	0	0
Análise de erros e resolução de problemas	0	1	0	0	0	0
Resolução de problemas e equação do 1º grau	3	1	1	0	0	0
Resolução de problemas, equação do 1º grau e análise de erros	0	0	0	0	0	0
Total	3	2	1	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3 - Diagrama com o quantitativo de trabalhos encontrados em eventos e periódicos por descritor



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao considerar os trabalhos encontrados, realizamos uma seleção criteriosa de cinco deles para compor o corpus de análise, levando em conta os critérios já mencionados. Na Figura 4, apresentamos detalhes sobre cada trabalho escolhido, proporcionando uma visão mais aprofundada das contribuições que cada um traz para a nossa análise.

Figura 4 - Trabalhos de eventos e periódicos que fazem parte do corpus de análise

Título	Autores	Evento/ Periódico	Ano
Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau	Sperafico, Dorneles e Golbert	BOLEMA	2015
O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas	Santana e Proença	EMEM	2016
Resolução de problemas e o ensino de equação do 1º grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas	Lago	EBRAPEM	2015
O ensino de equações de 1º grau a nível de 7º ano sob a luz da resolução de problemas	Ferreira	EBRAPEM	2015
A introdução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio da resolução de problemas e do uso de *Algebra Tiles*	Meinerz	EBRAPEM	2019

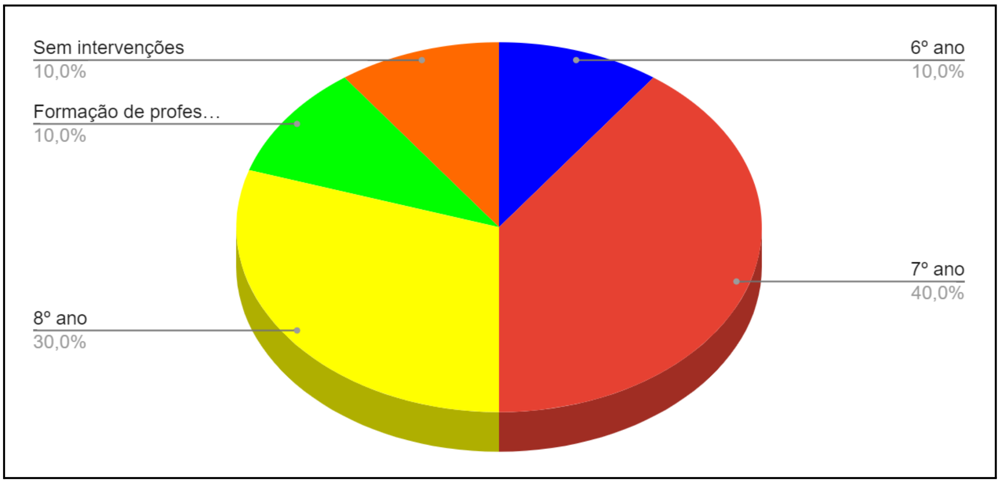
Fonte: elaborado pelo autor.

3.2 Levantamento Bibliográfico: abordagens e envolvidos

Considerando a revisão de literatura realizada no período 2014-2023, compõem o corpus de análise doze trabalhos, sendo cinco artigos e sete dissertações. Dentre esses, dois artigos são provenientes de autores cujas dissertações serão analisadas, resultando em um total de dez trabalhos distintos.

Todos os trabalhos selecionados abordam a temática de equação do 1º grau. Em relação à abordagem adotada, nove deles concentram-se na resolução de problemas, enquanto um direciona seu foco para a análise de erros. No que diz respeito ao contexto educacional, nove pesquisas foram realizadas em escolas públicas, enquanto uma abordou o cenário de uma escola privada. A Figura 5 apresenta visualmente o perfil das publicações em relação aos envolvidos, destacando a diversidade de abordagens e contextos explorados nos trabalhos selecionados.

Figura 5 - Perfil das publicações quanto aos envolvidos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme evidenciado na Figura 5, 70% dos trabalhos foram conduzidos com alunos do 7º e 8º ano, períodos em que o conteúdo de equação do primeiro grau é abordado com maior ênfase. Geralmente, os conceitos iniciais de equação são apresentados aos estudantes no 7º ano, sendo aprofundado no 8º ano.

3.3 O que apontam as pesquisas: um breve relato

Com base na revisão realizada, foram escolhidas sete dissertações e cinco artigos alinhados com o tema deste trabalho. Abaixo apresentamos uma breve análise de cada trabalho.

No trabalho intitulado **“O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas”**, Santana e Proença (2016) descrevem sua pesquisa, realizada com trinta e quatro estudantes do 7º ano em uma escola estadual de Maringá/PR. O propósito principal da pesquisa foi investigar a viabilidade de compreender a substituição de um padrão matemático por uma letra por meio da observação e generalização.

Os autores escolheram abordar o ensino de equações polinomiais do primeiro grau via resolução de problemas, considerando os problemas como ponto de partida para o aprendizado do conteúdo. Desenvolveram e aplicaram vinte problemas, proporcionando aos estudantes a oportunidade de observar e perceber padrões, levando-os à generalização e a uma linguagem algébrica representada por uma letra.

Santana e Proença (2016) destacam que a elaboração de problemas, a participação ativa dos estudantes no processo de construção do conhecimento e a mediação do professor demandam uma postura diferenciada de ambos os envolvidos. Concluem também que a observação de padrões em problemas que envolviam desenhos, sequências numéricas, palitos, entre outras representações, favoreceu o desenvolvimento do pensamento algébrico e a construção de diferentes expressões.

O trabalho **"Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau",** de autoria de Sperafico, Dorneles e Golbert (2015), foi conduzido com trinta e oito estudantes do 8º ano de uma escola pública da região metropolitana de Porto Alegre/RS, com o objetivo de investigar a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. Para realizar a pesquisa, os estudantes participaram de um pré-teste utilizando o *Whimbey Analytical Skills Inventory* (WASI), um instrumento frequentemente utilizado em diversos estudos para avaliação da competência cognitiva.

Com base no desempenho no WASI, os estudantes foram divididos em dois grupos: um grupo de alto nível de competência cognitiva (ACC), composto por vinte estudantes, e um grupo de baixo nível de competência cognitiva (BCC), composto por dezoito estudantes. O estudo teve como objetivo verificar a existência de relação entre a competência cognitiva e a resolução de problemas, utilizando a tarefa de resolução de problemas com equações algébricas do 1º Grau, composta por quatro situações-problema de igual nível de dificuldade.

Os resultados do estudo realizado por Sperafico, Dorneles e Golbert (2015) destacam a existência de correlação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau. Isso mostra um melhor desempenho em estudantes mais competentes, pois estes apresentam conhecimento conceitual e processual bem organizado, assim como processos cognitivos estruturados.

O trabalho intitulado **"Resolução de problemas e o ensino de equação do 1º grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas",** de autoria de Lago (2015), faz parte de uma pesquisa de dissertação que não é abordada nesta análise, uma vez que a dissertação se concentra em sistemas de equações. O objetivo da pesquisa foi investigar as contribuições que o planejamento, a experimentação e a reflexão sobre o uso de resolução de problemas para o ensino de equação do 1º grau podem oferecer a um grupo de professores do ensino fundamental.

O trabalho apresenta uma proposta de formação envolvendo sete professores da rede municipal no estado da Bahia. A pesquisa foi estruturada em quatro momentos, que incluíram a consolidação do grupo, estudos, experimentação e reflexão, e socialização da prática.

Como resultados esperados da pesquisa, Lago (2015) pressupõe que os professores participantes possam adotar a metodologia de resolução de problemas, como uma prática comum em suas salas de aula e que, em outros níveis e modalidades de ensino, busquem por outras tendências na Educação Matemática.

O trabalho intitulado **"O ensino de equações de 1º grau a nível de 7º ano sob a luz da resolução de problemas",** de autoria de Ferreira (2015), faz parte de uma pesquisa de dissertação que está incluída no corpus desta análise[1]. O objetivo da pesquisa foi investigar se um trabalho fundamentado na resolução de problemas contribui para a compreensão de alunos do sétimo ano do ensino fundamental no aprendizado do conteúdo de equações do primeiro grau.

Este trabalho apresenta uma proposta de intervenção em duas turmas de 7º ano da rede pública, escolhidas aleatoriamente. Ferreira (2015) relata que a pesquisa será conduzida de maneira tradicional em uma das turmas, e via resolução de problemas na outra, seguindo as ações apresentadas por Proença (2015): Problema como ponto de partida; Permitir aos alunos expor suas estratégias; Discutir as estratégias dos alunos; Articular as estratégias dos alunos ao conteúdo. Com isso, a autora espera realizar alguns comparativos entre o ensino através da resolução de problemas e ensino tradicional ministrado.

O trabalho intitulado **"A introdução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio da resolução de problemas e do uso de *Algebra Tiles*",** de autoria de Meiners (2019), está incluído no conjunto de dissertações analisadas. O objetivo da pesquisa foi investigar como a abordagem de resolução de problemas e o uso dos *Algebra Tiles* podem auxiliar os alunos no desenvolvimento do conteúdo de equações de primeiro grau com uma incógnita.

O trabalho apresenta a proposta de uma sequência didática a ser realizada com alunos do sexto ano do ensino fundamental em uma escola privada de Porto

[1] A dissertação de Mutsuda (2017).

Alegre/RS. Segundo Meiners (2019), o objetivo da sequência é introduzir o conteúdo de equações por meio da resolução de problemas, inspirando-se nos passos de resolução propostos por Onuchic e Allevato (2011).

A dissertação intitulada **"O método da Falsa Posição: Uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau",** de autoria de Silva (2015), discorre sobre uma pesquisa realizada com vinte e cinco alunos de uma turma de 7º ano em uma escola pública no município do Rio de Janeiro/RJ. No decorrer do trabalho o autor explana sobre resolução de problemas e o método da falsa posição, incluindo o Papiro de Rhind, no referencial teórico.

O objetivo da pesquisa foi verificar se o método da falsa posição, utilizado para resolver alguns problemas do Papiro de Rhind, pode ser uma alternativa eficaz para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita. A proposta implementada foi desenvolvida em apenas um encontro, com duração de 1h40min, e consistiu em três problemas: um do Papiro de Rhind e dois do material didático utilizado pelos alunos, sendo a análise de dados realizada para cada problema proposto.

De acordo com o autor, o método da falsa posição foi bem recebido pelos alunos, pois eles conseguiram atribuir significado ao valor desconhecido nos problemas. Assim, o método se mostrou uma alternativa viável para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. Silva (2015) destaca a importância de abordar a resolução de problemas sob a perspectiva da criatividade e diversidade de estratégias que esse tema proporciona.

A dissertação intitulada **"Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da atividade de situações problema como metodologia de ensino, fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de galperin",** de autoria de Chirone (2016), teve por objetivo analisar a aprendizagem de equações do 1º grau a partir da Atividade de Situações Problema, fundamentada nas Teorias de Formação por Etapas das Ações Mentais e nos Conceitos de Galperin, de Direção da Atividade de Estudo de Talízina e no Ensino Problematizador de Majmutov.

Como fundamentação teórica, a autora apresentou fundamentos filosóficos, psicológicos e didáticos contextualizando o ensino problematizador de Majmutov e a Atividade de Situações Problemas. A pesquisa foi conduzida com vinte e cinco estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

Durante a realização da pesquisa, os estudantes resolveram quatro provas de lápis e papel: diagnóstica, formativa, final e pós-teste. A prova diagnóstica, composta por três questões, teve como objetivo verificar os conhecimentos dos estudantes sobre expressões algébricas e valor numérico. As provas formativa e final, compostas por três questões cada, consideraram ações da Atividade de Situações Problemas (ASP). O pós-teste, composto por seis questões, foi realizado seis meses após a prova final com intuito de verificar a aprendizagem dos estudantes sobre equações do 1º grau, bem como analisar o desempenho dos estudantes na realização das ações da ASP.

Conforme Chirone (2016), os estudos realizados evidenciaram que a utilização da ASP como metodologia de ensino e as teorias de formação por etapas das ações mentais influenciam positivamente na aprendizagem de equações do 1º grau dos estudantes.

A dissertação intitulada **"Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas",** de autoria de Matsuda (2017), teve como objetivo compreender como o ensino via resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7º ano do ensino fundamental.

No referencial teórico, a autora abordou a álgebra escolar e problemas algébricos, além de fornecer um amplo referencial sobre a resolução de problemas. Participaram da pesquisa trinta estudantes de uma turma do 7º de uma escola pública do norte do Paraná. A pesquisa teve duração de sete aulas de cinquenta minutos e consistiu em um questionário inicial e três problemas. A pesquisadora seguiu as ações propostas por Proença (2015), que são: o problema foi o ponto de partida, permitir aos alunos expor suas estratégias, discutir as estratégias dos alunos e articular as estratégias dos alunos ao conteúdo.

Para análise e discussão dos dados, a pesquisadora organizou cinco eixos de análise: (I) Conduta dos alunos segundo a professora da disciplina; (II) As dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas; (III) Estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução dos problemas; (IV) Discussão das estratégias e formalização do conteúdo; (V) Conduta dos alunos durante as aulas.

Matsuda (2017) destaca que a turma é participativa e, mesmo com dificuldades para resolver os problemas, os estudantes não desistiram, demonstrando autonomia e vontade em resolver os problemas. A autora afirma que a abordagem de ensino desenvolvida em sala de aula possibilitou aos alunos a compreensão da necessidade de aprender equação do 1º grau e evitou a formalização descontextualizada do mesmo.

A dissertação intitulada **"O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para aprendizagem de equações do primeiro grau",** de autoria de Campos (2019), teve por objetivo compreender como a resolução de problemas poderia contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do 7° ano do ensino fundamental e quais são suas implicações para aprendizagem dos conceitos relacionados às equações de primeiro grau. No referencial teórico, a autora aborda o pensamento algébrico, a álgebra, bem como a resolução de problemas.

A pesquisa foi realizada em uma turma de 7º ano, composta por 42 alunos, de uma escola municipal de Rio Verde/ GO, ao longo de 30 aulas de 50 minutos cada. Os dados foram analisados por encontro realizado, onde a autora discorre acerca das resoluções apresentadas pelos estudantes. Com isso, a intenção era entender o processo de pensamentos de estudantes durante a resolução de problemas e como o professor poderia influenciar nesse processo.

De acordo com Campos (2019), a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas, que foi utilizada, mostrou-se motivadora e contribuiu para o desenvolvimento do pensamento algébrico, promovendo a aprendizagem de equações do primeiro grau e diminuindo as dificuldades que os alunos têm para aprender conceitos relacionados à álgebra.

A dissertação intitulada **"Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material *Algebra Tiles*",** de autoria de Meinerz (2020), investiga como o uso do material manipulativo *Algebra Tiles* pode contribuir para o desenvolvimento, pelos alunos, do procedimento para resolução de equações do primeiro com uma incógnita em situações-problemas.

Na revisão teórica, a autora fundamenta-se em Usiskin (1995) e Lins e Gimenes (1997) para discutir o ensino de álgebra e a sua relação com a aritmética. Além disso, a abordagem de Raymond Duval para explorar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Também é apresentado um referencial acerca do material manipulativo *Algebra Tiles*.

A pesquisa foi conduzida ao longo de dez encontros, totalizando dezessete períodos, com a participação de vinte e dois alunos do 6º ano de uma escola privada de Porto Alegre/RS. A análise de dados foi realizada por encontro, tendo como base teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Raymond Duval, e concepções de Rômulo Lins e Joaquim Gimenez.

Meinerz (2020) observa que o uso do material *Algebra Tiles* contribuiu para o desenvolvimento da descoberta do procedimento de resolução pelos alunos, levando-os à formação natural de equações do primeiro grau com uma incógnita.

A dissertação intitulada **"Uma proposta metodológica para o ensino de equação de primeiro grau por meio da resolução de problemas de idade",** de autoria de Lucena (2020), teve como objetivo apresentar uma proposta para o ensino e para aprendizagem de equações de primeiro grau utilizando problemas relacionados à idade.

Na fundamentação teórica a autora apresenta um panorama da Educação Matemática, abordando documentos oficiais e discutindo o ensino de equação do 1º grau. Além disso, ela disserta sobre a resolução de problemas.

A dissertação apresenta uma proposta de ensino, sem realizar intervenção com estudantes ou professores. Na proposta, são apresentados quatro exemplos de problemas de idade com a resolução seguindo os quatro passos de polya, a saber: compreensão do problema, elaboração do plano, execução do plano e retrospecto.

A dissertação intitulada **"Considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau com uma incógnita",** de autoria de Duquia (2021), tinha como objetivo realizar uma análise dos erros, buscando formas de lidar com eles e, assim, contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Como referencial teórico, a autora discorreu sobre álgebra, aprendizagem significativa, análise de erros e uso de tecnologias. A pesquisa foi desenvolvida em duas turmas de 8º de uma escola municipal de Turuçu/RS. Dos trinta e três alunos convidados a participar da pesquisa, apenas seis aceitaram o convite.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados incluíram um questionário inicial, instrumento piloto com 6 equações do 1º grau, um teste complementar e um questionário final. Os dados foram analisados por instrumento, sendo categorizados, e a partir dai, foi desenvolvido um produto educacional composto por dois vídeos com objetivo de minimizar e/ou sanar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes.

3.4 Algumas considerações

Diversas pesquisas evidenciam as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no aprendizado de equações do primeiro grau ou álgebra (SILVA, 2015; FERREIRA, 2015; SANTANA; PROENÇA, 2016; LAGO, 2016; MEINERZ, 2019; LUCENA, 2020; MEINERZ, 2020; DUQUIA, 2021). Diante desse cenário, torna-se crucial explorar abordagens e metodologias diversas para o ensino desse tópico.

A metodologia de resolução de problemas tem demonstrado ser não apenas motivadora, como também capaz de contribuir significativamente para o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau (LUCENA, 2020; MEINERZ, 2020). Outra estratégia igualmente interessante é a análise de erros, pois oferece aos estudantes a oportunidade de aprender com as dificuldades encontradas.

Embora algumas pesquisas tenham utilizado a resolução de problemas como método de ensino para equações (SILVA, 2015; SPERAFICO, DORNELES, GOLBERT, 2015), e outras tenham ensinado equações via resolução de problemas (SANTANA; PROENÇA, 2016; FERREIRA, 2015; MATSUDA, 2017), todas compartilhavam um objetivo comum: aprimorar o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau.

Ao considerar a revisão de literatura realizada no período entre 2014 e 2023, observa-se um número relativamente baixo de pesquisas relacionadas à temática proposta. Durante a análise das pesquisas, percebeu-se pontos semelhantes a esta pesquisa, como nos trabalhos de Santana e Proença (2016), Ferreira (2015) e Matsuda (2017) que abordaram equação do 1º grau via resolução de problemas, o trabalho de Campos (2019) que utiliza a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Allevato e Onuchic (2021) e o trabalho de Duquia (2019) que apresenta considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau.

Entretanto, não se identificaram estudos que explorassem os erros na elaboração e resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau, especialmente sob uma abordagem via resolução de problemas e com uso da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação no período mencionado. Essa lacuna na literatura ressalta a importância e a relevância do presente trabalho.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será realizado um aprofundamento teórico dividido em três partes, a saber: ensino e aprendizagem de álgebra; resolução de problemas e análise de erros. A partir deste estudo buscamos trazer reflexões acerca da metodologia de resolução de problemas e análise de erros no ensino e aprendizagem de álgebra.

4.1 Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Como já discutido no capítulo anterior, os estudantes apresentam dificuldades no estudo de álgebra. Nesse sentido, é importante discutir o processo de ensino e aprendizagem de álgebra. Para isso, primeiramente é preciso entender o que expressam os documentos oficiais para posteriormente, discutir o ensino e aprendizagem na Educação Básica, bem como o pensamento algébrico e o ensino de equação do 1º grau.

4.1.1 O Ensino e Aprendizagem de Álgebra e os Documentos Oficiais

Nesta seção serão considerados como documentos oficiais os PCN e a BNCC. Sabe-se que a BNCC está em vigor desde 2018, mas que ela não excluiu a possibilidade de utilização dos PCN que apresentam importantes contribuições para o contexto educacional.

De acordo com os PCN, o estudo da álgebra é de grande importância para que o estudante desenvolva processos mentais de abstração e generalização, sendo ainda, uma boa ferramenta para resolver problemas (BRASIL, 1998).

Além disso, o ensino de álgebra deve assegurar que os estudantes se envolvam com problemas que permitam atribuir significados à linguagem e às ideias matemáticas. Ao apresentar uma variedade de situações-problema, os alunos podem identificar diversas funções da álgebra, como resolver problemas desafiadores do ponto de vista aritmético, modelar, generalizar, demonstrar propriedades e fórmulas, além de estabelecer relações entre grandezas (BRASIL, 1998).

Entretanto, além de desenvolver processos de abstração e generalização, a álgebra precisa fazer sentido para os estudantes, para resolver problemas e com aplicações no cotidiano. O documento apresenta, ainda, outro ponto relevante, que é a importância de trabalhar com os vários significados das letras, evidenciando que:

> A noção de variável, de modo geral, não tem sido explorada no ensino fundamental e por isso muitos estudantes que concluem esse grau de ensino (e também o médio) pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita (BRASIL, 1998, p. 118).

Desse modo, ao estudar álgebra, no ensino fundamental, é preciso que os estudantes compreendam os significados do uso das letras nesta unidade temática. No estudo de equações os estudantes se deparam com o termo “incógnita” e no estudo de funções, com o termo “variável”. No entanto, se os estudantes não conseguem diferenciar esses termos, talvez, não tenham compreendido a diferença entre equação e função.

Em relação à álgebra, a BNCC enfatiza a necessidade de proporcionar aos estudantes a chance de cultivar o pensamento algébrico. Isso visa atender às exigências de identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e expressá-la utilizando diversas formas de escrita algébrica. Além disso, destaca a resolução de situações-problema por meio de equações e inequações (BRASIL, 2018).

Quanto ao ensino dessa unidade temática, os PCN abordam que pode ser trabalhado desde os ciclos iniciais e deve haver uma articulação com a aritmética. Desse modo, os estudantes constroem uma base para a uma aprendizagem de álgebra mais sólida e com significado (BRASIL, 1998).

Por outro lado, a BNCC, organiza os objetos do conhecimento e as habilidades algébricas a serem desenvolvidas ao longo do ensino fundamental. A Figura 6 mostra os objetos de conhecimento relacionados à álgebra ao longo do ensino fundamental.

Figura 6 - Objetos de conhecimento algébrico de acordo com a BNCC

Etapa	Ano	Objetos do conhecimento
Anos Iniciais	1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências; Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).
	2º ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas; Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.
	3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas; Relação de igualdade.
	4º ano	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural; Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero; Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão; Propriedades da igualdade.
	5º ano	Propriedades da igualdade e noção de equivalência; Grandezas diretamente proporcionais; Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais
Anos Finais	6ºano	Propriedades da igualdade; Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.
	7º ano	Linguagem algébrica: variável e incógnita; Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica; Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; Equações polinomiais do 1º grau.
	8º ano	Valor numérico de expressões algébricas;Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano; Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano; Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$; Sequências recursivas e não recursivas.
	9º ano	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica; Razão entre grandezas de espécies diferentes; Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações

Fonte: Elaborado pelo autor, baseado na BNCC (2018).

Considerando a BNCC, os estudos iniciais relacionados à álgebra são a partir do 1º ano do ensino fundamental com investigação de regularidades ou padrões em sequências sendo o conhecimento algébrico ao longo dos anos iniciais. No 4º ano, insere-se a propriedade da igualdade que é ampliada ao longo do 5º e 6º ano. Já no 7º ano é introduzida a linguagem algébrica - variável e incógnita -, expressões algébricas e equações polinomiais do 1º grau, sendo esses conceitos ampliados nos anos seguintes. Além desses, o conceito de equação polinomial do 2º grau - no 8º ano - e funções, no 9º ano.

A análise das habilidades vinculadas à álgebra na BNCC, especialmente aquelas diretamente associadas ao ensino de equações do 1º grau, permite destacar três habilidades a serem desenvolvidas no ensino fundamental, conforme apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Habilidades relacionadas a equação do 1º grau

Ano	Objetos do conhecimento	Habilidades
7º ano	Linguagem algébrica: variável e incógnita	EF07MA13 - Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
	Equações polinomiais do 1º grau	EF07MA18 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
8º ano	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	EF08MA07 - Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Fonte: Elaborado pelo autor, baseado na BNCC (2018).

Considerando as três habilidades, destaca-se, para o tema desta pesquisa, a EF07MA13, que aborda a ideia inicial de álgebra, compreendendo e diferenciando as noções de variável e incógnita. Além disso, a EF07MA18 está diretamente relacionada ao escopo desta pesquisa, introduzindo a ideia de equação do 1º grau no 7º ano.

Ainda, a BNCC apresenta oito competências específicas para a matemática, no ensino fundamental. Destas, destacamos cinco (Figura 8), que podem ser articuladas com a metodologia de resolução de problemas para o ensino de equação do 1º grau, em consonância com a habilidade EF07MA13.

Figura 8 - Competências matemáticas desenvolvidas

Competência	Descrição
Competência 2	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
Competência 3	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
Competência 5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Competência 6	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
Competência 8	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Elaborado pelo autor, baseado na BNCC (2018).

4.1.2 O Ensino e Aprendizagem de Álgebra na Educação Básica

O ensino e aprendizagem de álgebra tem grande relevância para a Educação Matemática e para o desenvolvimento do pensamento abstrato. Por isso, a importância de se abordar esse tópico desde os primeiros anos da Educação Básica.

De acordo com Ribeiro e Cury (2015), a álgebra, quando integrada desde os anos iniciais do ensino fundamental, tem o potencial de ser o elemento central no currículo escolar. O desenvolvimento do pensamento algébrico possibilita a realização de abstrações e generalizações fundamentais para os processos de modelagem matemática na vida real.

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10) “aprender álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação”. Nesse sentido, é importante trabalhar essa unidade temática buscando trazer relações com o cotidiano e com a exploração da manipulação simbólica, como Santos (2010) relata:

> No trabalho algébrico, o ensino tem sua ênfase totalmente baseada na exploração da manipulação simbólica padronizada, criando, no aluno, a concepção que álgebra é “brincar com letras”, seguindo regras bem definidas e imutáveis; para cada parte da álgebra (produtos notáveis, fatoração, equações de primeiro e segundo graus, etc.) temos um conjunto de manipulações estabelecidas. [...] o trabalho com a resolução de problemas aparece posteriormente à exploração da manipulação de registros simbólicos. Com isso, surgem as enormes dificuldades dos alunos em realizar a conversão de um registro em linguagem natural (o enunciado de um problema) para o registro em linguagem simbólica (a equação correspondente) (SANTOS, 2010, p. 4 - 5).

Nesse excerto, de Santos (2010), é possível perceber a importância da construção de uma estrutura mental acerca da abstração e generalização e o desenvolvimento do pensamento algébrico, para que posteriormente ao resolver problemas os estudantes consigam converter a linguagem natural para a linguagem simbólica.

A unidade temática álgebra tem como propósito o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é fundamental para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2018).

Blanton e Kaput (2005) descrevem o pensamento algébrico como um processo em que os alunos generalizam conceitos matemáticos a partir de casos específicos, estabelecem generalizações por meio de argumentação discursiva e expressam-se de maneira progressivamente mais formal e adequada à sua faixa etária.

De acordo com os PCN, é estabelecido como um dos objetivos para os anos finais do ensino fundamental o desenvolvimento do pensamento algébrico, que pode ser abordado por meio de situações de aprendizagem que conduzam os alunos a produzir e interpretar diversas representações algébricas, incluindo expressões, igualdades e desigualdades, além de identificar equações, inequações e sistemas; resolver problemas por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos (BRASIL, 1998).

Para Ponte, Branco e Matos (2009) o pensamento algébrico está ligado não apenas à álgebra, mas à aritmética, à geometria e a outras áreas do conhecimento. Os autores afirmam, ainda, que o pensamento algébrico engloba a habilidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e inequações, bem como funções. Além disso, envolve a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas, utilizando-as na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (Idem, 2009).

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas, conforme apresentadas na Figura 9.

Figura 9 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Raciocinar	● Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; ● Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; ● Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos
Representar	● Relacionar (em particular, analisar propriedades); ● Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; ● Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	● Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11).

Nesse sentido, é possível perceber que no ensino e aprendizagem de álgebra e no desenvolvimento do pensamento algébrico é necessário desenvolver habilidades de raciocinar, representar, generalizar, além de resolver problemas e modelar situações.

4.1.3 O ensino e aprendizagem da equação de primeiro grau

O ensino de equações do 1º grau com uma incógnita constitui um tópico importante na Matemática. Nos anos iniciais do ensino fundamental, o tema de equações é abordado, mas de maneira simplificada, uma vez que o objetivo principal é desenvolver o conceito de igualdade, bem como a compreensão das propriedades das operações e a relação de cada operação com sua inversa.

Sobre o ensino de equações, no terceiro ciclo do ensino fundamental (6º e 7º anos), os PCN declaram que:

> Devido à complexidade que caracteriza os conceitos e procedimentos algébricos não é desejável que no terceiro ciclo se desenvolva um trabalho visando ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. É suficiente nesse ciclo que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. É provável que ao explorar situações-problema que envolvam variação de grandezas o aluno depare com equações, o que possibilita interpretar a letra como incógnita. Nesse caso, o que se recomenda é que os alunos sejam estimulados a construir procedimentos diversos para resolvê-las, deixando as técnicas convencionais para um estudo mais detalhado no quarto ciclo (BRASIL, 1998, p. 68).

No entanto, conforme destacado na Figura 7, é no 7º ano que a BNCC propõe o desenvolvimento do ensino de equações, incluindo seu uso na resolução de problemas. Assim, é crucial observar às dificuldades dos estudantes relacionadas aos conceitos básicos referentes às equações e, ainda "às dificuldades que resultam da complexidade crescente das expressões envolvidas nos dois membros de uma equação e também às dificuldades que resultam de uma incompleta apreensão dos conceitos aritméticos" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.92).

No que diz respeito às dificuldades dos estudantes na resolução de equações, muitas delas decorrem dos erros cometidos ao lidar com expressões algébricas, frequentemente devido à falta de compreensão do significado dessas expressões ou das condições de sua equivalência (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Diante do exposto, torna-se evidente que o ensino de equações ao longo dos anos iniciais desempenha um papel fundamental na formação matemática dos estudantes à medida que exploram situações-problema e a interpretação das variáveis como incógnitas, os alunos são desafiados a construir procedimentos diversos para resolver equações.

Ao concentrar o desenvolvimento do ensino de equações no 7º ano, a BNCC destaca a importância de lidar com as dificuldades relacionadas à crescente complexidade das expressões algébricas. Superar esses obstáculos é fundamental para uma compreensão sólida e aprofundada das equações do 1º grau.

Assim, o ensino desse tópico não é apenas uma etapa, mas sim um processo contínuo que prepara os estudantes para desafios matemáticos mais complexos, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades fundamentais ao longo do processo escolar.

4.2 Resolução de Problemas

As pesquisas sobre resolução de problemas e as iniciativas de considerá-la como abordagem metodológica no ensino da Matemática surgiram no início da primeira metade do século XX e receberam atenção a partir de Polya com a publicação de um livro[2] em 1945, considerado o marco oficial da constituição da teoria de resolução de problemas. Em seu trabalho, o pesquisador preocupou-se em compreender como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem o aluno a enxergar caminhos para resolver problemas (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Polya preocupava-se com a melhoria das habilidades dos estudantes em resolver problemas, mas para isso os professores precisavam tornar-se resolvedores de problemas. Assim, como esse livro, outras obras voltadas para a formação do professor foram lançadas, com intuito de tornar as aulas de Matemática mais significativas (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Mesmo com o lançamento do livro de Polya, em 1945, foi apenas na década de 70, que os estudos acerca da resolução de problemas tomaram força e, após várias pesquisas e discussões, a resolução de problemas tornou-se uma teoria bem estruturada, ganhando espaço nos currículos, nos Estados Unidos e em outros países.

No Brasil, a resolução de problemas é uma estratégia metodológica fortemente sugerida nos documentos oficiais para o ensino de Matemática, como sugerem os PCN, do final da década de 90 e a BNCC, de 2018.

Com o entendimento do desenvolvimento histórico, é oportuno delinear claramente o que consideramos "problemas" em Matemática. Diferenciá-los de simples exercícios é essencial para fundamentar a abordagem da resolução de problemas.

4.2.1 Resolução de um problema

Inicialmente é preciso entender o que é um problema. Na Matemática, é comum atividades e exercícios serem intitulados problemas. No entanto, nem tudo que acontece na sala de aula tem relação com a resolução de problemas, pois

[2] A arte de resolver problemas (POLYA, 1945).

muitas vezes os estudantes são cobrados a resolver mecanicamente listas de exercícios. Mas qual a diferença entre exercício e problema?

De acordo com os PCN em um exercício, o estudante executa um processo operatório ou aplica uma fórmula de maneira mecânica, enquanto que, em um problema, o estudante é desafiado a compreender o enunciado e a organizar a situação apresentada na questão. Nesse sentido, um exercício é resolvido rapidamente sem exigir estratégias de resolução, apenas com a aplicação de algoritmos de forma mecânica. Por outro lado, em um problema o estudante é levado a interpretar o problema e elaborar estratégias de resolução como pode-se observar a partir da definição de diferentes autores.

Agora que estabelecemos o que constitui um problema, exploraremos as múltiplas perspectivas sobre a resolução de problemas. Diversos pesquisadores, como Polya, Pozo, Allevato e Onuchic, entre outros, oferecem abordagens distintas, enriquecendo nossa compreensão.

Van de Walle (2009, p. 57) define um problema “como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método específico de solução”.

Para Dante (2005, p. 10) um problema matemático pode ser "qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". Ainda, para Onuchic (1999, p. 215) “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”.

Percebe-se com estas definições que um problema representa uma situação desafiadora para o estudante, que não tenha uma resposta pronta, mas que instigue o estudante a pensar. E o principal, o estudante precisa estar disposto a resolver o problema. Vale destacar que o que pode ser caracterizado como exercício para um estudante, pode ser um problema para outro, que ainda não sabe como resolvê-lo.

Resolver problemas é uma situação desafiadora tanto para os estudantes quanto para professores. Os estudantes ao resolver problemas se deparam com algo novo, exigindo a busca de estratégias, interpretação e reflexões. Nesse contexto, o papel do professor é de elaborar e selecionar problemas contextualizados que desafiem os estudantes (ROCHA, 2020).

A resolução de problemas fundamenta-se na apresentação de situações que exijam dos alunos empenho para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento (POZO, 1998). Propicia o desenvolvimento do raciocínio e motiva os estudantes para o estudo da Matemática. O processo de ensino e aprendizagem ocorre com desafios e problemas que envolvam os alunos e que possam ser explorados e não apenas resolvidos (LUPINACCI; BOTIN, 2004).

De acordo com Rocha (2020, p. 120) resolver problemas de Matemática envolve "o desenvolvimento de diferentes habilidades, como organização, planejamento, trabalho em equipe e outros. Não existe uma técnica totalmente eficaz para resolver um problema, mesmo porque nem todo problema tem solução".

A resolução de problemas apresenta-se como uma metodologia que pode despertar o interesse dos estudantes. Mas isso não significa que o professor deve trabalhar apenas com problemas, deixando os exercícios de lado. Para Rocha (2020, p.116), resolução de exercícios "é útil e benéfica quando a intencionalidade do professor está voltada à memorização ou ao aprimoramento de um procedimento ou uma técnica".

4.2.2 Resolução de problemas como abordagem para o ensino e aprendizagem de Matemática

A resolução de problemas, enquanto metodologia, possui diferentes abordagens entre os pesquisadores. Para Polya (1995), um trabalho que envolve a resolução de problemas apresenta quatro etapas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. A Figura 10 apresenta as características e alguns questionamentos importantes de cada fase.

Figura 10 - Características e questionamentos das fases de resolução de problemas

Fase	O que fazer?	Alguns questionamentos
Compreensão do problema	É preciso compreender claramente o problema.	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante?
Estabelecimento de um plano	É preciso encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita a fim de elaborar um plano para a resolução do problema.	Já viu o problema antes? Conhece um problema relacionado com este? É possível resolver uma parte do problema? Utilizou todos os dados?
Execução do plano	É necessário colocar o plano em prática, verificando cada passo.	É possível verificar claramente que passo executado está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
Retrospecto	É necessário examinar a solução encontrada.	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

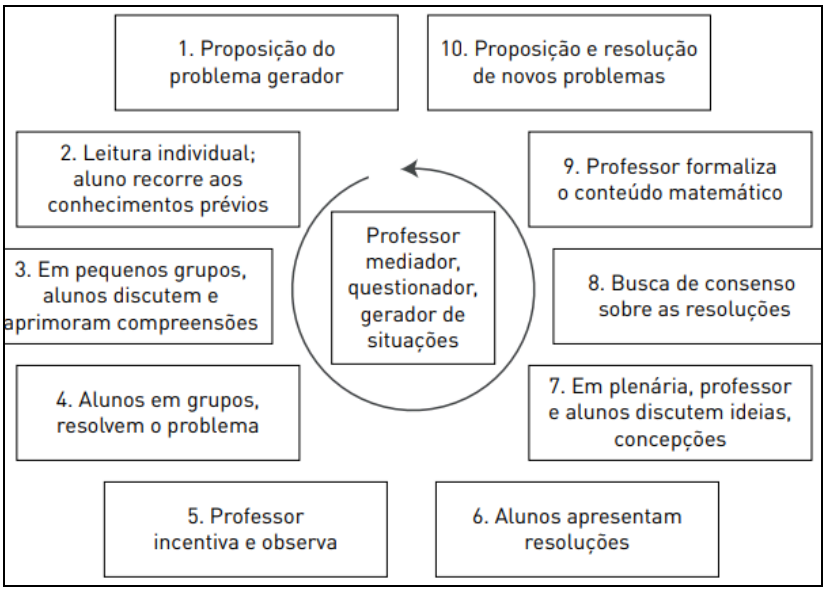
Fonte: Elaborado pelo autor, baseado em Polya (1995).

Pozo (1998) sugere outra abordagem para resolver problemas, seguindo cinco procedimentos, a saber: aquisição da informação; interpretação da informação; análise da informação e realização de inferências; compreensão e organização conceitual da informação e comunicação da informação.

O autor destaca ainda algumas técnicas que podem contribuir para a compreensão do problema: expressar o problema com outras palavras; explicar aos colegas em que consiste o problema; apontar qual é a meta do problema; indicar qual a dificuldade da tarefa; discriminar os dados relevantes dos não relevantes e indicar quais dados contamos para resolver a tarefa (POZO, 1998).

Uma abordagem diferente é proposta por Allevato e Onuchic (2021), que apontam que o problema é o ponto de partida e deve ser apresentado no início do processo de aprendizagem. As autoras apontam algumas etapas na metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação para resolver problemas: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas (Idem, 2021). A Figura 11 sintetiza as ideias e apresenta as dez etapas para o desenvolvimento da Metodologia.

Figura 11 - Esquema com as etapas da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55).

Shroelder e Lester (1989) descrevem três abordagens de ensino utilizando a resolução de problemas: 1ª - Ensino sobre resolução de problemas; 2ª - o ensino para a resolução de problemas; 3ª - o ensino através da resolução de problemas. Na 1ª, o professor ensina sobre resolução de problemas, com passos ou fases para resolvê-lo. Na 2ª abordagem, a Matemática é aprendida, em sala de aula, com objetivo de resolver problemas. E na 3ª, utiliza-se um problema como ponto de partida para construir a Matemática na sala de aula.

Na sala de aula estas abordagens apresentam estratégias que podem auxiliar os estudantes na resolução de problemas, considerando os objetivos a serem alcançados e, que eles tenham domínio dos procedimentos necessários para resolver o problema proposto.

Dante (2011) apresenta alguns objetivos que a formulação e a resolução de problemas objetivam atingir, são eles: levar o estudante a pensar produtivamente e desenvolver o raciocínio; muni-lo de estratégias para solucionar situações-problema; dar-lhe oportunidade de se envolver com aplicações da Matemática, de enfrentar situações novas e de adquirir uma boa base matemática.

Cavalcanti (2007) salienta que a utilização de diferentes estratégias de resolução, pelos estudantes, pode propiciar uma reflexão acerca do processo e contribuir para a construção da autonomia, trazendo-lhe confiança em sua capacidade de pensar matematicamente. O autor destaca ainda que incentivar os estudantes a "buscar diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade" (CAVALCANTI, 2007, p.121).

Durante a resolução de problemas, em sala de aula, o professor deve adotar uma postura mais orientativa e menos diretiva como sugerem Vila e Callejo (2006, p. 150) "orientar mais que guiar por um caminho; perguntar, incitar e questionar para fazer refletir mais do que dar respostas; animar e propiciar mais que exigir; duvidar, refletir, explorar, experimentar e conjecturar mais que informar."

Para Pozo (1998, p. 60), "as estratégias de resolução de problemas seriam formas conscientes de organizar e determinar os recursos de que dispomos para a solução de um determinado problema". Nesse sentido, o professor deve estimular os estudantes a tomarem decisões a respeito da resolução e refletir sobre ela, incentivar discussões sobre os modos de resolução do problema e provocar no aluno um espírito questionador de modo que ele pergunte a si mesmo o que deseja descobrir ao invés de esperar do professor respostas prontas (POZO,1998).

Nesse sentido, a resolução de problemas, como abordagem metodológica, pode propiciar o ensino e aprendizagem de matemática de modo satisfatório. Mas para isso é preciso empenho e dedicação dos envolvidos no processo de resolução de problemas.

De acordo com os PCN, a resolução de problemas “não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (BRASIL, 1998, p. 41).

Para Onuchic (1999, p. 208):

> Quando os professores ensinam Matemática através da resolução de problemas, eles estão dando aos seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que sua compreensão se tornar mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar Matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente.

Desse modo, a metodologia de resolução de problemas pode propiciar caminhos para que os estudantes desenvolvam e potencializem competências e habilidades para compreender situações-problema, elaborar e efetuar um plano para resoluções, bem como analisar e discutir as soluções encontradas – possibilitando uma articulação entre a Matemática e a vida prática. Com isso, o ensino e aprendizagem de matemática aliado a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para uma aproximação entre os estudantes e o conhecimento algébrico de modo mais promissor e ativo.

4.3 Análise de Erros

Ao avaliar a resolução de um problema, enfatizando não apenas o resultado final, mas sobretudo o processo de solução, é possível investigar como o aluno abordou a questão, identificar suas estratégias, identificar obstáculos e formular hipóteses sobre os erros.

Nesse contexto, a análise dos erros pode se tornar uma ferramenta para o ensino e a aprendizagem, possibilitando ao professor planejar e desenvolver intervenções didáticas que revisem os conteúdos nos quais os estudantes apresentam dificuldades ou desafiá-los a explorar seus erros, promovendo uma reavaliação de suas certezas.

Cury (2019) considera a análise de erros não apenas como uma abordagem de pesquisa, mas também como uma metodologia de ensino. Ela deve ser utilizada em sala de aula com o objetivo de levar os estudantes a questionarem suas próprias soluções, promovendo assim a construção do próprio conhecimento.

Cury (2010, p. 2) define erros na resolução de uma questão matemática como sendo "[...] o que não corresponde à produção esperada de um aluno (ou professor) que já deve ter tido contato com os conteúdos apresentados na referida questão ou com estratégias de resolução de problemas em Matemática". A análise qualitativa das respostas dos estudantes, aliada a uma discussão aprofundada sobre as dificuldades por eles encontradas e com o apoio de investigações já realizadas é, possivelmente, o melhor modo para aproveitar os erros para questionar os estudantes e ajudá-los a (re)construir seu conhecimento (CURY, 2019).

Normalmente, o erro cometido pelos estudantes é considerado como algo negativo, a comprovação de que o estudante não aprendeu o conteúdo. No entanto, o erro é/ pode ser o ponto de partida para aprender. “Se não houvesse erros para superar, não haveria possibilidades para aprender” (SANMARTÍ, 2009, p.41).

Segundo Luckesi (1998), a prática escolar muitas vezes adota uma abordagem culposa em relação ao erro, resultando no emprego contínuo de punições como meio de correção e orientação da aprendizagem, com a avaliação sendo empregada como base para tais decisões. Entretanto, uma perspectiva mais sadia do erro permite sua aplicação de maneira construtiva.

Primeiramente, para que o erro possa ser o ponto de partida para aprender é preciso que ele deixe de ser visto como algo negativo e deixe de ser punido. É preciso considerá-lo como algo normal no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, é de suma importância estabelecer um ambiente de sala de aula acolhedor e não intimidador, de modo que os aprendizes percebam que suas ideias serão ouvidas, pois

> [...] qualquer um de nós, quando vamos aprender algo novo, necessitamos de oportunidades para nos equivocar e de voltar a pensar as coisas por nós mesmos. Nem sempre deparamo-nos com a resposta correta da primeira vez. Esse tipo de clima, então, ajuda na aprendizagem individual (JIMÉNEZ, 1998 apud SANMARTÍ, 2009, p.41).

Os estudantes que conseguem identificar e corrigir seus erros, normalmente, são aqueles que têm sucesso na vida escolar. Porém, nem todos os estudantes desenvolveram essa habilidade, por isso, é função dos professores promovê-la. Ou seja, o professor precisa ensinar os estudantes “a reconhecerem suas ideias e práticas, a identificar semelhanças e diferenças com o conteúdo introduzido em aula e a tomar suas próprias decisões acerca de quais aspectos deveriam mudar e melhorar” (SANMARTÍ, 2009, p.42).

Portanto, o erro é um bom indicador dos processos mentais com os quais o estudante enfrenta a realização de uma atividade. Quando se reconhece seus aspectos positivos, no processo de ensino e aprendizagem, torna-se algo construtivo ao invés de destrutivo (SANMARTÍ, 2009).

Os erros que os estudantes cometem durante a resolução de problemas matemáticos podem ter relação com diferentes fatores que interferem na aprendizagem. Podem estar relacionados ao fato de não gostarem de Matemática ou ainda à dificuldade em compreender um conteúdo.

Nesse sentido, a compreensão dos erros dos alunos revela-se crucial, pois oferece informações sobre suas interpretações e entendimentos, assim como sobre possíveis desafios na manipulação simbólica. A partir desses diagnósticos, torna-se viável avaliar as abordagens utilizadas e conceber estratégias mais promissoras, visando a minimização dessas dificuldades (BECHER; GROENWALD, 2010).

Segundo Torre (2007, p. 90), “o erro informa ao aluno de que algo falhou na realização da tarefa ou na solução de problema e, por isso mesmo, o aluno deve mudar de enfoque ou estratégia no modo de abordá-la”. Corroborando, Sanmartí (2009) defende a ideia de que os erros constituem indicadores dos desafios que o pensamento do aluno enfrenta ao lidar com questões acadêmicas. O desafio reside em compreender as causas desses erros, uma vez que somente auxiliando os alunos a reconhecê-las será possível corrigi-los.

Na visão de Cury (2019) o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o estudante possui, construído de algum modo, e é preciso elaborar intervenções de ensino que provoquem incertezas, fazendo com que o estudante questione suas respostas. Ainda, segundo a autora, quando um erro “é usado como fonte de novas descobertas, está sendo considerada a possibilidade de que este erro se transforme em um problema para que os alunos (e o professor) se debrucem sobre ele e tentem inventar soluções que promovam o aprendizado" (CURY, 2019, p. 81).

Para Gomes (2013), a análise de erros, por um lado, pode auxiliar os professores a conduzir melhor o processo de ensino e aprendizagem da álgebra, persistindo nos pontos em que os estudantes cometem erros; por outro lado, proporciona uma melhor elaboração de estratégias para a correção desses erros. Nesse sentido,

> o professor deve entender os erros específicos de seus alunos como uma informação das dificuldades da álgebra, que requerem um esforço preciso nessas duas direções, entendendo-se obviamente que, se ao se detectar um erro, o aluno reconhece imediatamente a falha e a corrige, passando a aplicar a correção a todos os casos, não será necessário nenhum remédio. Se, ao contrário, o erro se produz com certa frequência, é mais do que um simples descuido, fazendo-se necessária uma atenção mais precisa (GOMES, 2013, p. 64).

Pensando na superação dos erros, o estudante precisa participar ativamente no processo de superar seus próprios erros; para isso, "o professor deve provocar conflito em sua mente a partir da inconsistência dos seus erros, forçando-o a participar ativamente na resolução do conflito, substituindo os conceitos falsos pela compreensão conceitual adequada" (GOMES, 2013, p. 65).

Portanto, o erro pode ser utilizado em sala de aula como uma estratégia metodológica que favorece o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Para isso, ao explorar a solução de um problema, pode-se usar os erros cometidos pelos estudantes como subsídio para a superação das dificuldades e a construção do conhecimento. Ao compreender os erros dos estudantes como indicadores de desafios cognitivos, os educadores têm a oportunidade de promover intervenções construtivas que visam não apenas à correção, mas à compreensão profunda dos conceitos.

5 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos a metodologia adotada nesta pesquisa, os procedimentos para coleta de dados, as intervenções de ensino, o contexto da escola e sujeitos da pesquisa. Mas antes precisamos relembrar o problema de pesquisa, bem como objetivos.

A pesquisa busca responder a seguinte problemática: **O que a análise de erros revela sobre o ensino *e aprendizagem de equação do 1º grau via resolução de problemas por estudantes de uma turma de 7º ano de uma escola municipal de Caçapava do Sul?.*** Para isso, foram definidos os seguintes objetivos específicos: Investigar e caracterizar as potencialidades e os desafios enfrentados pelos estudantes na elaboração e resolução de problemas de equação do 1º grau; Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas; Identificar e classificar os principais tipos de erros cometidos pelos estudantes ao elaborar e resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.

5.1 Contexto da escola e o sujeitos da pesquisa

A instituição na qual foram realizadas as intervenções pedagógicas é parte integrante da rede municipal de educação do município de Caçapava do Sul/RS, servindo a uma comunidade de aproximadamente oitocentos estudantes da pré-escola, na Educação Infantil e do 1º ao 9º ano do ensino fundamental. Com um corpo discente diversificado, a escola conta com cerca de oitenta colaboradores, entre funcionários e docentes.

O funcionamento da escola ocorre no período diurno, com atividades nos turnos da manhã e da tarde. Apesar de estar situada no centro da cidade, ela acolhe alunos de distintos bairros e até mesmo da zona rural, sendo que a maioria utiliza transporte escolar para se deslocar até o estabelecimento.

Quanto à infraestrutura, o prédio escolar apresenta uma configuração favorável, abrangendo aproximadamente vinte salas de aula distribuídas em três andares. Além disso, conta com três salas destinadas à equipe diretiva (direção, supervisão escolar e orientação educacional), secretaria, sala de atendimento educacional especializado, biblioteca, cozinha, refeitório e duas quadras esportivas, não cobertas. Vale mencionar que, embora bem estruturada, a escola não dispõe de laboratórios específicos, como de ciências ou informática.

A pesquisa foi desenvolvida com dezessete estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental em que o pesquisador é docente. A turma é participativa e demonstra interesse em aprender. No entanto, alguns estudantes apresentam um pouco de dificuldade em construir os conhecimentos matemáticos, mas se esforçam para realizar as atividades propostas pelo professor.

5.2 Coleta de dados

No decorrer da pesquisa foram realizadas intervenções didáticas e de pesquisa com uma turma do 7º ano. Para a coleta de dados foram utilizados quatro instrumentos, a saber: Instrumento 1 - Questionário inicial; Instrumento 2 - Problemas iniciais; Instrumento 3 - Proposição e resolução de problemas, pelos estudantes; Instrumento 4 - Questionário final.

A utilização de questionários desempenha um papel essencial na pesquisa, dependendo de seus objetivos e estrutura. Definido como uma "técnica de investigação composta por um conjunto de questões submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, etc." (GIL, 2008, p. 121), o questionário pode fornecer dados valiosos.

Na primeira intervenção, foi explicado sobre a pesquisa e os estudantes receberam um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A) e um Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B) que foi assinado por um responsável. Posteriormente, aplicamos à turma um questionário inicial (Apêndice C) com o intuito de descrever e caracterizar os estudantes, além de captar percepções sobre a Matemática.

Prosseguindo com as intervenções, desenvolvemos uma sequência didática elaborada para o estudo de equações do 1º grau via resolução de problemas. Esta sequência, dividida em quatro blocos, inclui um problema inicial proposto pelo professor-pesquisador, seguido pelos problemas elaborados e resolvidos em grupo pelos estudantes. Cabe destacar que, nos blocos 3 e 4, a resolução dos problemas propostos pelos grupos não foi possível devido a restrições de tempo. Para concluir a pesquisa, aplicamos um questionário final (Apêndice D), individualmente, avaliando a abordagem utilizada e o aprendizado dos estudantes.

5.3 Metodologia adotada

A metodologia deste estudo segue os princípios da pesquisa qualitativa, conforme delineado por Bogdan e Biklen (1994), que destacam cinco características distintivas: a fonte direta dos dados é o ambiente natural, utilizando o pesquisador como principal instrumento; a abordagem é descritiva; o interesse primordial é no processo, em detrimento dos resultados; a análise dos dados é conduzida de maneira indutiva, sem a intenção de confirmar hipóteses prévias; e o significado atribuído pelos participantes às suas experiências é de importância crucial.

Adotando essa abordagem, a pesquisa qualitativa nesta investigação é orientada pela formulação de questões que visam compreender o fenômeno em seus aspectos naturais, sem a formulação de hipóteses testáveis, mas sim com o intuito de descrever de forma detalhada.

Optamos, ainda, pela utilização da análise de erros para exploração dos dados. Esta abordagem de pesquisa vem sendo desenvolvida em Matemática desde o início do século XX, abrangendo diversas perspectivas. No contexto brasileiro, a análise de erros dos alunos tem sido objeto de estudo em pesquisas sobre dificuldades de aprendizagem, abordadas sob diversos pressupostos teóricos (CURY, et al, 2005).

Quando nos propomos a examinar os erros cometidos pelos alunos, nosso objetivo é compreender suas dificuldades de aprendizagem e oferecer suporte para superação dessas barreiras. A utilização da análise de erros como metodologia de pesquisa fornece respostas, que permitem verificar não apenas a apropriação dos conteúdos pelos alunos, mas também avaliar a eficácia da metodologia de ensino adotada pelos professores.

5.4 As intervenções de ensino

Optou-se pelo ensino de equação do primeiro grau através da resolução de problemas (SHROELDER; LESTER, 1989) apoiados na ideia de Allevato e Onuchic

(2014), que apontam que o problema é o ponto de partida e deve ser apresentado no início do processo de aprendizagem.

As intervenções de ensino foram realizadas considerando os questionários aplicados e a sequência didática elaborada pelo professor-pesquisador, desenvolvida em dez aulas de 45 minutos assim distribuídas: uma aula para a aplicação do questionário inicial, duas aulas para cada problema proposto, e uma aula para o questionário final.

Para resolver os problemas seguiu-se as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021), para lembrar: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

Ao final de cada etapa os estudantes propuseram novos problemas que os colegas tiveram que resolver. Objetiva-se com isso articular as intervenções com o que preconiza a BNCC, quando afirma que "espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações" (BRASIL, 2018, p. 265).

5.5 Sequência Didática

Nesta seção, será apresentada a sequência didática, utilizada durante as intervenções, que tem por objetivo formalizar o conceito de equação do 1º grau com uma incógnita no 7º ano do ensino fundamental e que está em consonância os objetos de conhecimento e habilidades definidos para esse conteúdo estabelecidos pela BNCC (BRASIL, 2018), como apresentado na Figura 12.

Figura 12 - Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades

Unidade temática: Álgebra
Objetos de conhecimento: Equações polinomiais do 1º grau
Habilidades: (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018).

Optamos pela utilização da sequência didática, uma vez que ela guia, por meio de etapas, todo o planejamento do professor durante as aulas. Além disso, conforme a concepção de Zabala (1998), as sequências didáticas são definidas como "um conjunto de atividades organizadas, estruturadas e articuladas para atingir objetivos educacionais específicos, com um começo e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos" (ZABALA, 1998, p.18).

As atividades foram organizadas com o objetivo de promover a aprendizagem dos conhecimentos sobre equação do 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas seguindo a metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação, de Allevato e Onuchic (2021) para resolver problemas, que possui as seguintes etapas: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

A sequência didática apresentada na Figura 13 foi dividida em quatro blocos. O tempo total previsto para o desenvolvimento é de oito aulas de 45 minutos.

Figura 13 - Estrutura da Sequência Didática

Bloco 1
Atividade: Problema 1 - Qual é a minha idade?
Tempo Sugerido: duas aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema inicial relacionado à idade, com objetivo de formalizar o uso de incógnitas para representar um valor desconhecido utilizando equações para representar uma situação.
Bloco 2
Atividade: Problema 2 - Balança com pratos equilibrados
Tempo Sugerido: duas aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo uma balança com dois pratos em equilíbrio, com objetivo de formalizar o conceito equação do 1º grau.
Bloco 3
Atividade: Problema 3 - Números decimais
Tempo Sugerido: duas aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo números, com objetivo de ampliar o entendimento do conceito de equação do 1º grau em diferentes contextos.
Bloco 4
Atividade: Problema 4 - Perímetro e Área
Tempo Sugerido: duas aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo perímetro e área de dois canteiros, com objetivo utilizar equação do 1º grau em diferentes contextos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao iniciar a sequência didática, sugere-se uma breve conversa sobre a metodologia de resolução de problemas, explicando as etapas a serem seguidas. Na sequência, é o momento da aplicação dos problemas. Os problemas foram retirados/adaptados do livro didático (PATARO; BALESTRI, 2018) adotado na escola em que o professor/pesquisador atua. Pensou-se em uma sequência em que o nível de dificuldade vai sendo ampliado a cada problema.

Recomenda-se, para cada problema, a seguinte sequência: Para **proposição do problema gerador**, cada estudante recebe uma cópia do problema e deve realizar a **leitura individual** e, se possível, iniciar a resolução do problema. Após essa etapa, os alunos conduzem a **leitura em conjunto,** em pequenos grupos para discutir as interpretações iniciais e aprimorar as compreensões. Em seguida, avançam na **resolução do problema**, ainda em pequenos grupos, colaborando de forma conjunta para encontrar a solução. Durante o processo, o papel do professor consiste em **observar e incentivar**, sem direcionar para a solução ou fornecer respostas prontas, mas sim fazendo questionamentos que levem os alunos a refletir e debater sobre suas ideias.

Na sexta etapa, um representante do grupo, faz o **registro das resoluções** na lousa, independente de estarem corretas ou não. Diante das diferentes resoluções, os estudantes justificam suas respostas e defendem seus pontos de vista em uma discussão em **plenária**. Nesse momento, em conjunto, professor e alunos iniciam a **busca do consenso** pela resolução correta. A próxima etapa é dedicada à **formalização do conteúdo**, na qual o professor apresenta de maneira organizada, utilizando a nomenclatura adequada, o conceito ou procedimento que era o objetivo de aprendizagem planejado para aquela aula e desenvolvido por meio da resolução do problema. Na última etapa, novos problemas relacionados ao problema central são propostos pelo professor ou pelos estudantes.

Para o primeiro bloco, o problema escolhido possui o seguinte enunciado: “O dobro da minha idade adicionado a 9 é igual a 81. Qual é a minha idade?”. A primeira vista pode não parecer um problema, por se tratar de uma questão simples que pode ser resolvida aplicando as operações fundamentais. No entanto, como a ideia é abordar equação do 1º grau via resolução de problemas, este pode ser um bom problema para introduzir os conceitos de incógnita e equação. A Figura 14 apresenta uma possível solução para o problema através de uma equação.

Figura 14 - Possível solução ao primeiro problema proposto

$$2x + 9 = 81$$
$$2x + 9 - 9 = 81 - 9$$
$$2x = 72$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{72}{2}$$
$$x = 36$$

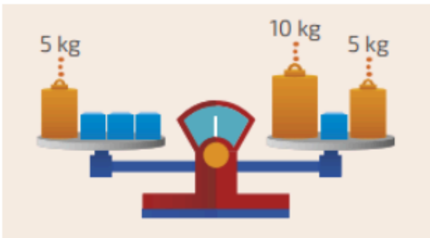
Logo, a idade é 36 anos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No segundo bloco, o problema (Figura 15) envolve dois pratos de uma balança em equilíbrio. Seguindo as etapas já citadas, espera-se que os estudantes concluam que, a partir da balança, é possível escrever a equação “3x + 5 = x + 15” e que cada caixa tem 5 kg de massa. Na Figura 16 é apresentada uma possível solução ao problema.

Figura 15 - Segundo problema proposto

A figura a seguir representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.



Sabendo que cada caixa tem a mesma medida de massa x, resolva as questões.

a) Escreva uma equação para determinar o valor de x.

b) Qual é a medida da massa de cada caixa?

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Figura 16 - Possível solução ao segundo problema proposto

$$3x + 5 = x + 15$$
$$3x + 5 - x = x + 15 - x$$
$$2x + 5 = 15$$
$$2x + 5 - 5 = 15 - 5$$
$$2x = 10$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Portanto, a massa de cada caixa é de $5kg$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com objetivo de explorar diferentes situações, no terceiro bloco sugere-se a aplicação de um problema (Figura 17), envolvendo números decimais. O problema consiste em determinar quantos reais Mariana e Pedro possuem. Uma possível solução é apresentada na Figura 18.

Figura 17 - Terceiro problema proposto

Mariana tem R$ 18,00 a mais que Pedro e, juntos, eles têm exatamente a quantia necessária para comprar os dois DVDs a seguir. Quantos reais tem cada um deles?

Fonte: Pataro e Balestri (2018, p.144).

Figura 18 - Possível solução ao terceiro problema proposto

$$x + x + 18,00 = 37,90 + 23,50$$
$$2x + 18,00 = 61,40$$
$$2x + 18,00 - 18,00 = 61,40 - 18,00$$
$$2x = 43,40$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{43,40}{2}$$
$$x = 21,70$$

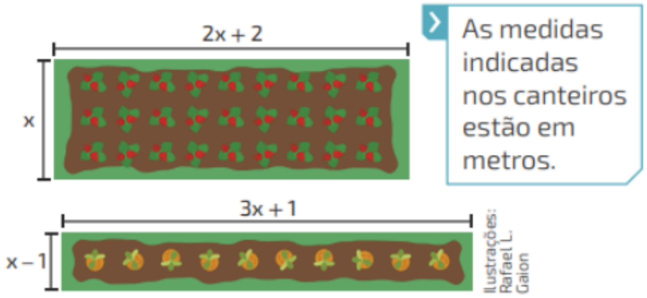
Portanto, Pedro possui R$ 21,70 *e Mariana* R$ 39,70 (21,70 + 18,00).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O último problema proposto, no quarto bloco, envolve área e perímetro (Figura 19). Este problema, composto por quatro itens, exige dos estudantes articulação com os conceitos de área e perímetro. A Figura 20 apresenta uma possível solução às questões propostas.

Figura 19 - Quarto problema proposto

Laércio preparou em seu sítio dois canteiros retangulares com perímetros de mesma medida. Em um deles plantou morangos e no outro, cenouras.



a) Escreva uma equação para representar a igualdade das medidas dos perímetros dos canteiros.

b) Qual é a medida da largura e do comprimento de cada retângulo?

c) Considerando que para calcular a área de um retângulo é dada pelo produto entre largura e comprimento, determine a área de cada retângulo.

d) Para o plantio de morangos é preciso deixar um espaço entre as mudas. Para o plantio do morango é comum utilizar 7,5 plantas por metro quadrado de área cultivada. Considerando essas informações, quantas mudas de morango Laércio plantou?

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Figura 20 - Possível solução ao quarto problema proposto

a) Para escrever uma precisa-se somar a medida de todos os lados de cada canteiro. Dai, obtemos:

$$x - 1 + 3x + 1 + x - 1 + 3x = x + 2x + 2 + x + 2x + 2$$

Adicionando os termos semelhantes, temos:

$$8x = 6x + 4$$

b) Para determinar a medida da largura e do comprimento, primeiramente, é necessário resolver a equação, determinando o valor da incógnita.

$$8x = 6x + 4$$

$$8x - 6x = 6x + 4 - 6x$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Para determinar a largura e o comprimento do canteiro de morangos, temos que substituir a incógnita x por 2. Assim, $x = 2$ e $2x + 2 = 2 * 2 + 2 = 6$. Portanto, a largura é 2 metros e o comprimento do canteiro é 6 metros. Similarmente, substituindo a incógnita no canteiro de cenoura, temos que:

$$Largura = x - 1 \rightarrow 2 - 1 = 1\, metro.$$

$$Comprimento = 3x + 1 \rightarrow 3 * 2 + 1 = 7\, metros.$$

c) Para calcular a área, sabendo as medidas da largura e do comprimento dos canteiros, conforme enunciado, basta determinar o produto entre largura e comprimento. Assim:

Área do canteiro de morango:

$A = 2m * 6m = 12\, m^2$

Área do canteiro de cenoura:

$A = 1m * 7m = 7\, m^2$

d) Para determinar a quantidade de mudas que Laércio plantou,basta multiplicar a quantidade de mudas (por m²) pela área do canteiro. Como já determinado, a área do canteiro do morango é de 12 m² e, de acordo com o enunciado, é comum utilizar 7,5 mudas por metro quadrado. Desse modo, temos que a quantidade de mudas que laércio plantou foi 90 mudas (12 * 7,5).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para potencializar o desenvolvimento dos estudantes na área de Matemática, é sugerido que, ao final de cada bloco, eles elaborem novos problemas a serem resolvidos pelos colegas, seguindo a última etapa da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Essa prática visa estimular processos mais avançados de reflexão e abstração, proporcionando uma base sólida para modos de pensamento que favoreçam a formulação e resolução autônoma de problemas em diversos contextos, conforme preconizado pela BNCC.

6 EXPLORANDO OS RESULTADOS

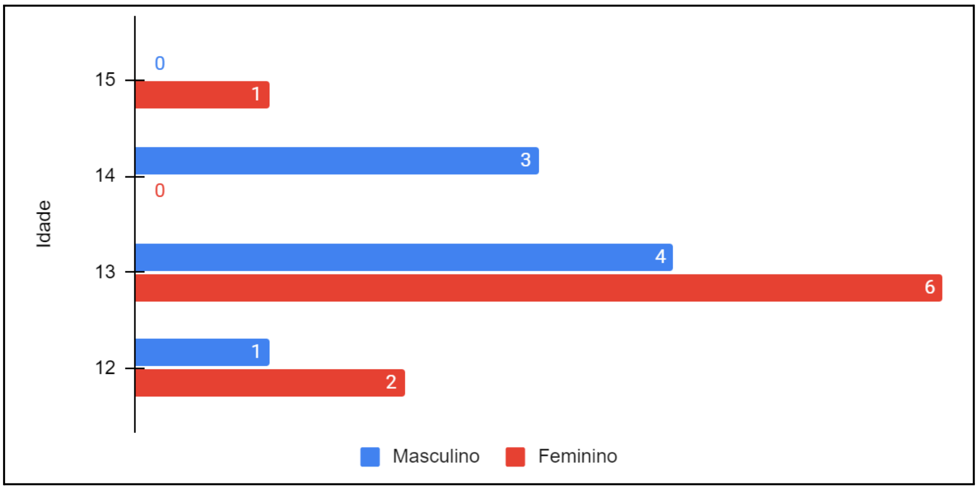
Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir dos instrumentos utilizados, para lembrar: 1 - Questionário inicial; 2 - Problemas iniciais; 3 - Proposição e resolução de problemas, pelos estudantes; 4 - Questionário final.

6.1 Questionário Inicial: caracterizando os estudantes

O questionário utilizado consistia em dez perguntas elaboradas com o objetivo de caracterizar a turma e os estudantes, bem como algumas percepções sobre a Matemática. A seguir, são apresentados os dados obtidos.

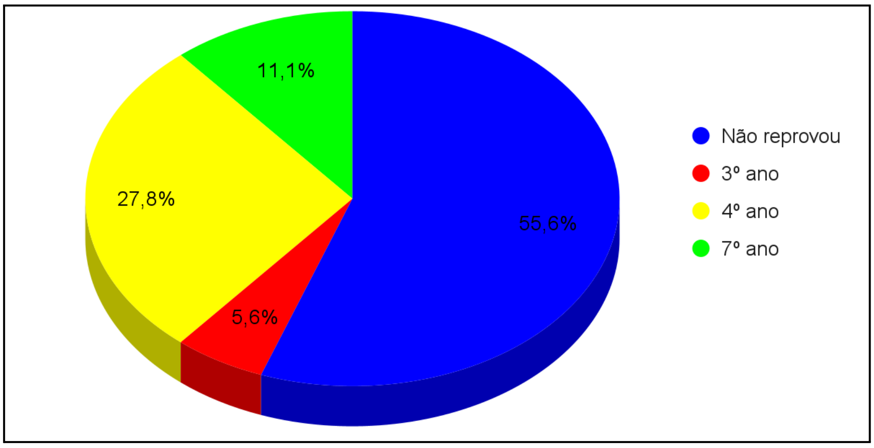
Quanto aos participantes, nove são meninas e oito são meninos, totalizando, assim, dezessete estudantes. A faixa etária da turma varia entre doze e quinze anos de idade (Figura 21). Conforme pode-se observar na Figura 22, a maioria dos estudantes nunca reprovou (55,6%), dois estudantes reprovaram no 7º ano, um no 3º ano e cinco no 4º ano. Um dos estudantes reprovou no 4º e no 7º ano.

Figura 21 - Quantidade de estudantes por idade e sexo



Fonte: Elaborado pelo autor.

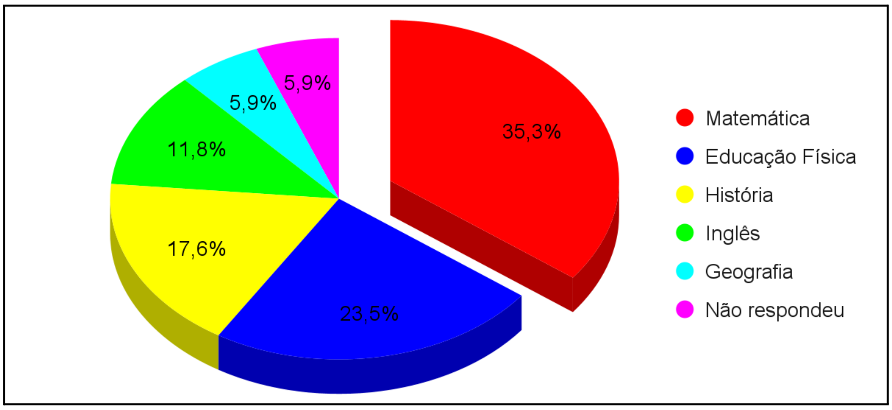
Figura 22 - Reprovação dos estudantes por ano



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando as disciplinas escolares, a Matemática é a preferida de seis estudantes da turma (35,3%), seguido por Educação Física, com quatro estudantes (23,5%), História com três (17,9%), Inglês com dois (11,8%) e Geografia um estudante (5,9%), como apresentado na Figura 23.

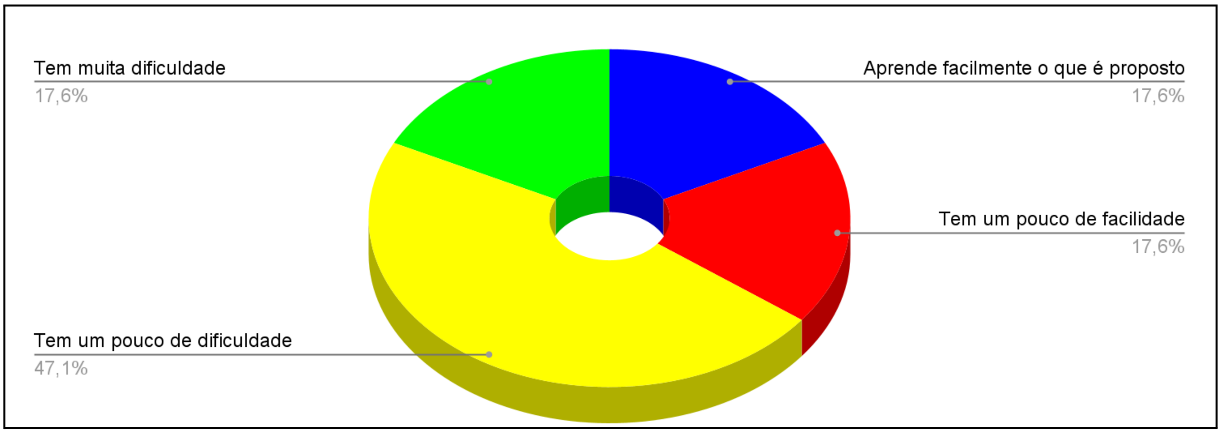
Figura 23 - Disciplina preferida pelos estudantes da turma



Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora a Matemática não seja a disciplina favorita de metade da turma, doze estudantes (70,6%) afirmam gostar dela. No entanto, apenas seis estudantes acreditam aprender com facilidade ou um pouco de facilidade o que é proposto. Quase metade da turma (47,1%) considera ter um pouco de dificuldade, enquanto três estudantes relatam enfrentar algum desafio (Figura 24).

Figura 24 - Aprendizado dos estudantes em Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando questionados se o professor da disciplina propõe problemas matemáticos relacionados ao conteúdo, todos os estudantes afirmam que sim. No entanto, isso não implica que os estudantes estejam familiarizados com as etapas da resolução de problemas, conforme proposto por Polya (1995), Pozo (1998) ou Allevato e Onuchic (2021).

Em relação a cometer erros ao resolver questões matemáticas, todos afirmam cometer erros, sendo que pouco mais da metade dos estudantes (52,9%) consideram isso como algo negativo. Por outro lado, 47,1% dos estudantes não veem o erro como algo negativo.

6.2 Problemas Iniciais: primeiro contato com equações do 1º grau

Inicialmente, foi desenvolvido um bloco com quatro problemas para explorar o tema de equações do primeiro grau, seguindo as abordagens propostas por Shroelder e Lester (1989), que preconiza o ensino através da resolução de problemas, e por Allevato e Onuchic (2014) que propõe a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação para resolver problemas. Os problemas foram pensados de modo a introduzir o conteúdo de equação do 1º grau, ampliando o nível de dificuldade a cada problema.

Ao longo de oito aulas, os estudantes foram desafiados a resolver problemas, adotando as seguintes etapas sugeridas pelas autoras: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar;

registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

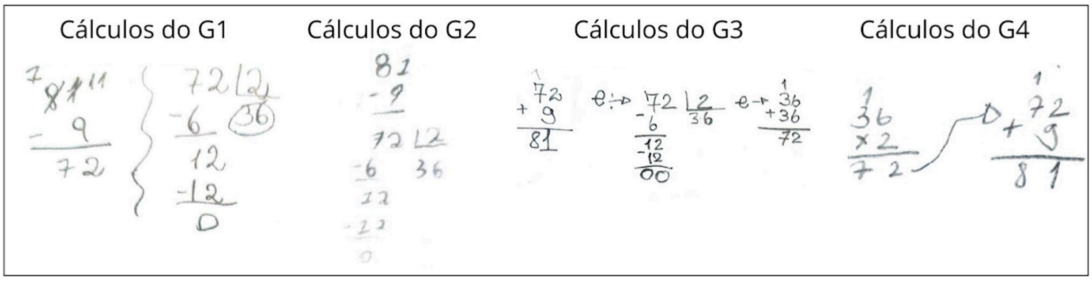
Os estudantes foram divididos em cinco grupos, denominados G1, G2, G3, G4 e G5. Os Grupos G1, G2 e G3 foram formados por quatro alunos, os grupos G4 e G5 por três e dois integrantes respectivamente. A divisão dos grupos foi realizada de acordo com a afinidade dos estudantes.

O primeiro problema proposto apresentava o seguinte enunciado: O dobro da minha idade adicionado a 9 é igual a 81. Qual é a minha idade?

Após as etapas de proposição do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observação e incentivo, os estudantes registraram sua resolução.

Inicialmente, o G5 não conseguiu resolver o problema, sendo necessária a plenária e as etapas seguintes para compreender a questão. Por outro lado, os demais grupos apresentaram seus cálculos e fizeram suas argumentações. O G1 resolveu o problema rapidamente com a seguinte resolução: "*36, pois 81 menos 9 é 72 e 72 dividido por 2 é 36".* O G2 apresentou a seguinte resolução: *"como o 9 foi adicionado, faço 81 - 9 que vai dar o dobro da idade dele e depois foi só dividir por dois que vai dar a idade dele (36)".* Similarmente, G3 argumentou que *" fizemos contas de ÷ e de +, e chegamos a conclusão que minha idade é 36".* Para o G4, *"a idade será 36 anos, pois, 36 * 2 será 72, somando 72 + 9 será 81".* A Figura 25 mostra os cálculos apresentados pelos grupos.

Figura 25 - Resolução apresentada pelos estudantes ao primeiro problema proposto

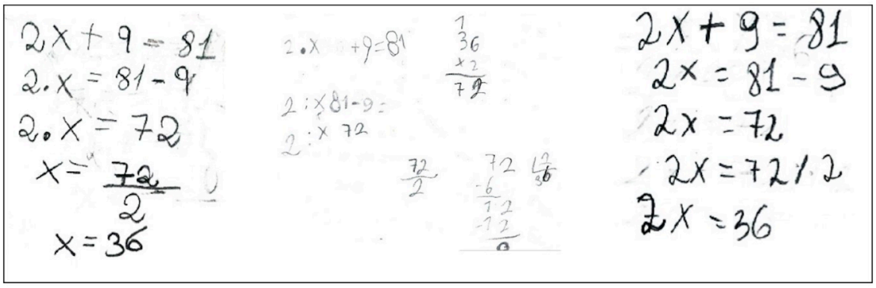


Fonte: Acervo pessoal.

Observa-se que quatro grupos conseguiram responder à questão inicial utilizando as quatro operações que já conhecem. É importante ressaltar que para haver um problema o estudante não pode ter um método memorizado para solução, mas uma situação que exija pensar e articular os conhecimentos matemáticos para resolvê-la (VAN DE WALLE, 2009; DANTE, 1998). Nesse sentido, o que se caracteriza para alguns estudantes como problema pode ser considerado como exercício para outros.

Após a plenária e a busca pelo consenso, os estudantes apresentaram uma segunda versão da resolução, agora incorporando o uso de incógnitas. Todos os grupos conseguiram escrever e resolver uma equação com base na situação proposta. Conforme ilustrado na Figura 26, algumas resoluções estão mais organizadas, seguindo os passos convencionais para a resolver uma equação, como esperado. No entanto, outras estão ainda em processo de construção, considerando que este é o primeiro contato formal dos estudantes com a álgebra. Após a formalização do conteúdo, os estudantes propuseram novos problemas, que foram resolvidos pelos colegas.

Figura 26 - Algumas resoluções propostas após a plenária e consenso



Fonte: Acervo pessoal.

O segundo problema proposto introduz a ideia de equação com o uso de balança. Ao analisar as respostas dos estudantes, os cinco grupos responderam que a medida da massa de cada caixa é cinco e apresentaram seus cálculos e argumentos. O G1 argumentou inicialmente que *“os pesos tem que ter 5kg, pois assim ficará equilibrado, porque 5 + 5 + 5 + 5 = 20 e 10 + 5 + 5 = 20”*. Para o G2, “*cada caixinha pesa 5 kg. Juntando o peso das outras vai dar vinte quilos para a balança ficar equilibrada.”* Ambos os grupos apresentaram apenas uma versão da resolução da equação sem cometer erros.

Já o G3 afirmou que a medida da massa da caixa é *“5, pois fizemos 5x+5=5, e fizemos depois 5 + 5 = 10 ÷ 2 = 5 e chegamos nesse resultado”*. Como observado na Figura 27, na primeira versão da resolução, os estudantes não conseguiram escrever corretamente a equação que representa a situação proposta. Após a plenária e consenso, os estudantes escreveram a equação corretamente, mas não conseguiram resolvê-la de maneira adequada.

Figura 27 - Primeira resolução do problema proposto pelo G3

$$5x+5=5$$
$$5x=5+5=10$$
$$5x=10-5=5$$
$$5x=5$$

Fonte: Acervo pessoal.

Para o G4, *"a medida da massa de cada caixa é 5 kg, pois para os dois pratos ficarem em equilíbrio precisamos que tenha 20 kg de cada lado".* Inicialmente, o grupo não conseguiu escrever a equação para representar a situação, fazendo isso apenas após a plenária. No entanto, não conseguiram resolvê-la corretamente, como mostrado na Figura 28. Os estudantes igualam os pratos da balança, mas resolveram cada lado da igualdade separadamente.

Figura 28 - Resolução proposta ao segundo problema pelo G4

$$5+3x = 10+x+5$$
$$x = 5-3 \qquad x = 10-5$$
$$x = 2 \qquad x = 5$$

Fonte: Acervo pessoal.

O G5 também considerou a massa como *"5, porque estão com o mesmo peso, e para as balanças ficarem com a mesma quantidade de equilíbrio cada caixinha tem que ter 5kg*". Na figura 29, é possível perceber que o grupo inicialmente montou uma expressão para cada prato da balança, resolvendo-as separadamente. Após a plenária e consenso, conseguiram resolver conforme esperado.

Figura 29 - Resolução proposta ao segundo problema pelo G5

$$5 + x + x + x =$$
$$5 + 3x =$$
$$x = 20$$

$$10 + x + 5 =$$
$$10 + x =$$
$$15 + 5$$
$$x = \frac{20}{5}$$

Fonte: Acervo pessoal.

Após a formalização, os estudantes propuseram novos problemas, que foram resolvidos pelos colegas. Visando aumentar um pouco mais o nível de dificuldade, o terceiro problema proposto envolve números decimais.

Novamente, o G1 apresentou a resolução correta na primeira versão. Os grupos G2 e G3, inicialmente, não apresentaram cálculos, mas forneceram suas argumentações iniciais. Para o G2, "*a soma dos preços dos DVDs é R$ 61,40 e vezes 2 da 140,80. O preço da Mariana é 140,80 menos 18 é igual a 122,80 e 122,80 é o preço do pedro*". Os integrantes do G3 responderam que "*ela possue 48,70 e ele possue 12,70*" sem mais detalhes ou cálculos.

Os Integrantes de G4 e G5 inicialmente realizaram cálculos de adição, subtração e divisão, sem utilizar uma incógnita e equação para representar a situação. O G4 argumentou que "*Mariana tem R$ 48,70 e Pedro tem R$ 12,70, somando no total eles tem R$ 61,40, o preço dos dois DVDs juntos*". Da mesma forma, para o G5 "*Mariana tem R$ 48,70 e Pedro 12,70*".

Desse modo, inicialmente, apenas o G1 conseguiu resolver o problema corretamente. Após a plenária e consenso, os demais grupos conseguiram montar a equação que representa a situação e determinar o valor da incógnita corretamente. No entanto, somente os grupos G1, G2 e G4 responderam a pergunta "quantos reais tem cada um deles?" O G3 respondeu apenas ao valor que Pedro possuía e o G5 não respondeu à pergunta. Depois da formalização, os estudantes propuseram novos problemas e suas soluções; no entanto, não foram resolvidos pelos colegas devido à falta de tempo.

O último problema proposto envolve área e perímetro, aumentando a dificuldade em relação ao anterior. Os estudantes realizaram a leitura individual; posteriormente, foi feita a leitura em conjunto, e os estudantes partiram para a resolução, sendo necessário relembrá-los do conceito de perímetro. Durante a etapa de observar e incentivar, foi necessário fazer pequenos questionamentos nos grupos para que refletissem e conseguissem concluir a atividade.

Os cinco grupos conseguiram escrever uma expressão para representar o perímetro de cada figura e chegaram à equação "6x + 4 = 8x", bem como a resolveram, encontrando o valor da incógnita como sendo x = 2. Todos os grupos conseguiram determinar a medida da largura, do comprimento e da área de cada canteiro. No entanto, apenas os grupos G1 e G2 conseguiram determinar, antes da plenária, quantas mudas de morango Laércio plantou. Ao final, todos concluíram que Laécio plantou 90 mudas de morango. Após a formalização do conteúdo, os estudantes propuseram novos problemas e suas soluções; no entanto, não foram resolvidos pelos colegas devido à falta de tempo.

Considerando que o tópico de equações do 1º grau foi abordado via resolução de problemas, ou seja, o problema como ponto de partida, pode-se notar, com base nas resoluções apresentadas, que no decorrer das intervenções, os estudantes conseguiram apresentar soluções para os problemas propostos, bem como escrever uma equação para cada situação e resolvê-las, mesmo que ainda cometendo alguns equívocos.

Isso corrobora com o pensamento de Ponte, Branco e Matos (2009) de que aprender álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, desenvolvendo a habilidade de lidar com expressões algébricas e equações, seguindo as vertente de representar, raciocinar e resolver problemas.

Pode-se observar que, após a plenária e consenso, os estudantes tiveram a oportunidade de analisar e corrigir os erros cometidos na resolução inicial de cada problema. Segundo Cury (2019), essa prática além de permitir identificar os erros, também promove um questionamento profundo por parte dos estudantes sobre suas próprias respostas, encorajando-os a (re)construir seu conhecimento e compreender os conceitos envolvidos.

Assim, a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação, de forma intrínseca, proporciona aos estudantes a capacidade de perceber, analisar e corrigir os erros durante a resolução de problemas, sem considerá-los como algo negativo, mas sim como ponto de partida para aprendizado. Este enfoque está alinhado com as considerações de Sanmartí (2009), que argumenta que os erros não devem ser vistos como falhas, mas como oportunidades essenciais para o aprendizado. Assim, essa metodologia não apenas facilita a correção de erros, mas também promove uma profunda compreensão dos processos mentais envolvidos, incentivando os estudantes a adotarem uma abordagem mais reflexiva e autodirigida no seu processo educacional.

Essa abordagem, aliada à análise de erros, desempenha um papel fundamental no aprimoramento da compreensão conceitual, sobretudo nos processos de abstração e generalização. A promoção da abstração ganha destaque quando os alunos se dedicam à reelaboração dos problemas após a resolução. Nesse contexto, nas diversas competências associadas à resolução de problemas, inclui-se também a habilidade de criar novos problemas (Brasil, 2018).

6.3 Proposição e resolução de problemas pelos estudantes

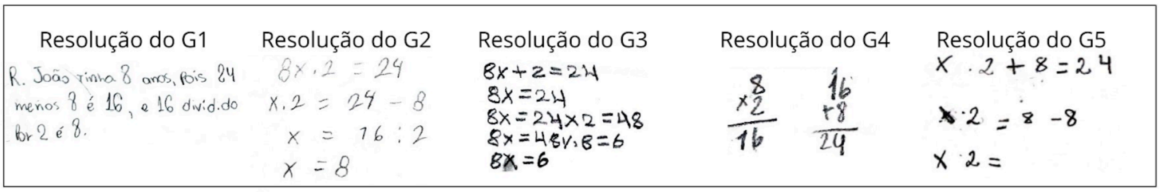
Posterior à formalização do conteúdo, após cada problema proposto, os estudantes foram instigados a elaborar novos problemas, com objetivo de desenvolver a habilidade EF07MA18, da BNCC: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma **ax + b = c**, fazendo uso das propriedades da igualdade. Diante disso, cada grupo elaborou um total de quatro problemas, totalizando, assim, vinte problemas. Esses problemas serão apresentados, analisados e discutidos a seguir.

Os primeiros problemas elaborados pelos grupos foram depois da formalização do problema proposto pelo professor-pesquisador, que estava relacionado à idade. Cada grupo elaborou um problema e apresentou sua solução, bem como resolveu cada problema proposto pelos demais grupos.

O problema elaborado pelo G1 foi o seguinte: *"João tinha X anos, a idade de João adicionado a 8, vezes 2 é 24. Qual a idade de João?"*

Na figura 30, apresentamos as resoluções de cada grupo ao problema proposto pelo G1. O G1, ao apresentar sua solução, não utilizou uma equação, mas argumentou que "*João tinha 8 anos, pois 24 menos 8 é 16, e 16 dividido por 2 é 8*". Por sua vez, o G2 escreveu a equação "**8x * 2 = 24**" e, ao resolvê-la, obteve **x = 8**. O G3 expressou "**8x + 2 = 24**" como equação e, ao resolvê-la, concluiu que João tem 6 anos. No entanto, G4 optou por não utilizar uma equação, realizando cálculos de multiplicação e adição para chegar a conclusão de que João tem 8 anos. Enquanto isso, o G5 montou a equação "**x * 2 + 8 = 24**", mas não concluiu a resolução.

Figura 30 - Resolução dos grupos ao problema proposto pelo G1



Fonte: Acervo pessoal.

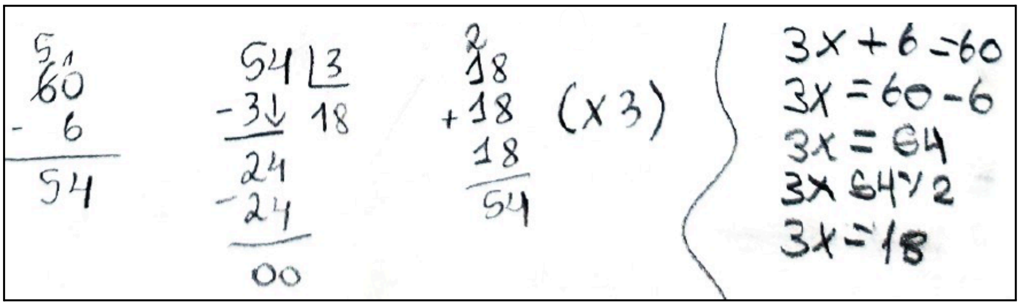
O G2 elaborou o seguinte problema: *“ o quádruplo da minha idade adicionado a 8 é igual a 68”.* Observa-se que o grupo apresentou a ideia inicial, mas não elaborou uma pergunta.

A solução apresentada pelo grupo consistiu em cálculos de divisão e subtração, resultando na igualdade “**4 * 15 + 8 = 68**”. Os grupos G1 e G3 conseguiram escrever uma equação e resolvê-la corretamente. Já o G4, utilizando multiplicação e adição, concluiu que a idade é 15 anos. Entretanto, o G5 não apresentou uma resolução.

Já o problema formulado pelo G3 foi o seguinte: *“o triplo da idade de Ana Paula adicionado a 6 é 60. Qual a idade de Ana Paula?”*

Todos os grupos conseguiram escrever corretamente uma equação representando a situação e resolvê-la. No entanto, o G3 cometeu alguns equívocos, conforme mostrado na Figura 31.

Figura 31 - Resolução proposta pelo G3 a seu problema

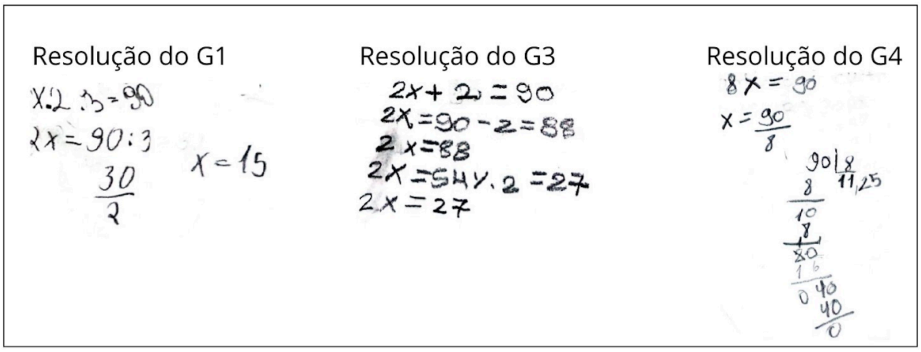


Fonte: Acervo pessoal.

O problema proposto pelo G4 apresenta o seguinte enunciado: *“Um açaí custa x reais, Melissa comprou 2, eu comprei o triplo do que Melissa e deu R$ 90,00. Quanto custa cada açaí?”*

Conforme mostrado na Figura 32, o grupo proponente do problema apresenta como resolução a equação “**8x = 90**” e solução x = 11,25. Os grupos G1 e G3 escreveram equações diferentes para representar essa situação. O G1 escreveu a equação “**x * 2 * 3 = 90**” e concluiu que x = 15. Já o G3 escreveu “**2x + 2 = 90**” , mas não apresentou solução correta para a equação. Os grupos G2 e G5 não apresentaram solução. A divergência nas equações apresentadas pode estar relacionada ao fato de não terem compreendido completamente o problema, uma vez que o enunciado não ficou claro. Talvez um enunciado mais objetivo seria: “*Um açaí custa x reais, Melissa comprou 2, eu comprei o triplo do que Melissa. Juntas pagamos R$ 90,00. Quanto custa cada açaí?*

Figura 32 - Resoluções apresentadas ao problema proposto pelo G4



Fonte: Acervo pessoal.

O G5 formulou o seguinte problema: “Um kit de maquiagem custa x reais, o dobro desse kit adicionado a 15 é igual a R$ 207,00. Quanto custa o kit?”

Todos os grupos escreveram a equação “**2x + 15 = 207**” para representar essa situação. Os grupos G2, G3, G4 e G5 a resolveram corretamente, obtendo x = 96, ou seja, o kit custa R$ 96,00. Entretanto, o G1 cometeu um erro de cálculo ao expressar que “**207 - 15 = 102**” e e conclui que x = 51.

Levando em consideração que esses foram os primeiros problemas propostos pelos estudantes, observa-se que os grupos G1, G2, G3 elaboram problemas relacionados à idade, conforme proposto pelo pesquisador. Por outro lado, nos problemas formulados pelos grupos G4 e G5, pode-se observar indícios de abstração e generalização, visto que conseguiram articular com outros assuntos. No entanto, percebe-se que ainda não estão totalmente familiarizados com a resolução de uma equação do 1º grau.

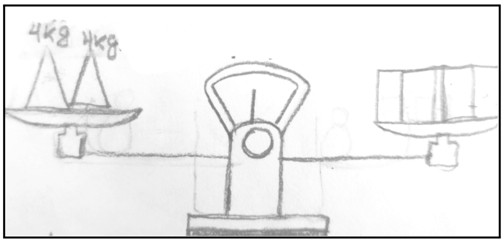
O segundo bloco de problemas foi elaborado pelos estudantes após a aplicação pelo pesquisador do problema da balança. Cada grupo formulou um problema, apresentou sua solução e resolveu cada problema proposto pelos demais grupos.

O G1 apresentou um problema com a seguinte descrição: "*Uma mochila pesa 100g, com 3 cadernos fica pesando 196g uma sacola com 151g de sal mais outra sacola de 45g tem o mesmo peso que a mochila com os cadernos. Qual é o peso de cada caderno?*" O G1 expressou a situação por meio da equação "**100 + 3x = 151 + 45**" e obteve x = 32. Todos os grupos conseguiram escrever uma equação semelhante e concluíram que x = 32, apesar de pequenas variações na escrita.

O G2 apresentou o seguinte problema: "*Em uma balança tem 500g e uma maçã, em um lado, e 460g e 5 maçãs, em outro. O peso da maçã é x. Qual o peso de cada maçã?*" O G2 representou a situação com a equação "**460 + 5x = 500 + 1x**", obtendo x = 10. Os grupos G3, G4 e G5 inverteram a ordem dos pratos na equação, chegando à mesma solução. No entanto, o G1, embora tenha expressado a situação por meio de uma equação, cometeu erros durante a resolução, obtendo x = 8.

Já o G3 apresentou o problema: "*Cada triângulo tem 4 kg, sabendo que com 4 quadrados conseguimos equilibrar, quanto pesa cada quadrado?*". O grupo ilustrou a situação com uma balança, como mostra a Figura 33. Todos os grupos escreveram uma equação para representar a situação e a resolveram, obtendo x = 2.

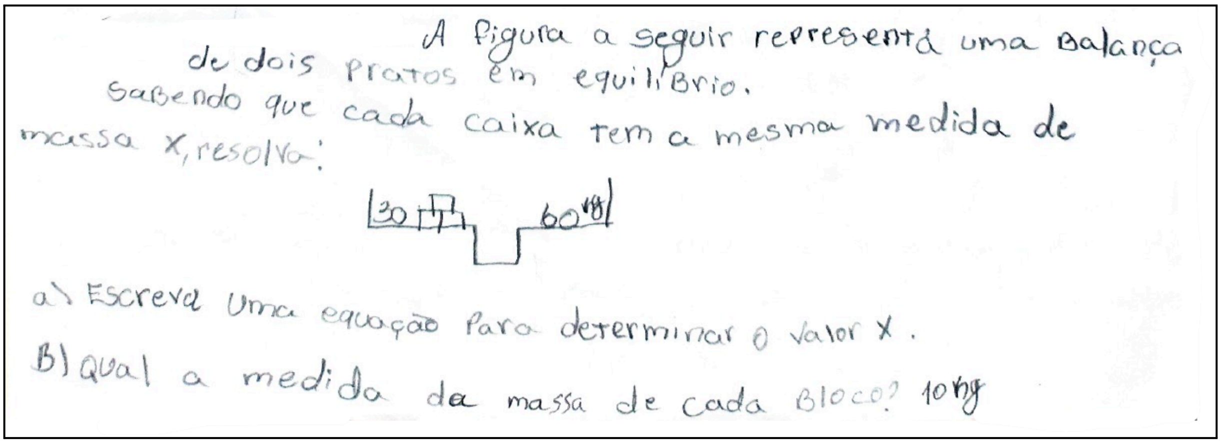
Figura 33 - Balança proposta pelo G3 ao elaborar o segundo problema



Fonte: Acervo pessoal.

O G4 formulou um problema (Figura 34) sem apresentar uma equação, apenas indicando que a massa de cada bloco é 10 kg. Os outros grupos apresentaram equações e soluções, obtendo x = 10.

Figura 34 - Segundo problema elaborado pelo G4

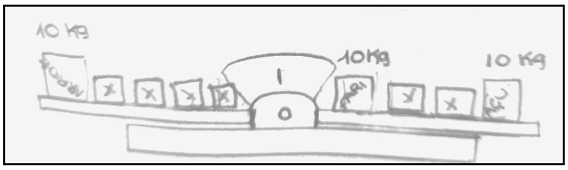

A figura a seguir representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.
Sabendo que cada caixa tem a mesma medida de massa x, resolva:

a) Escreva uma equação para determinar o valor x.
B) Qual a medida da massa de cada bloco? 10 kg

Fonte: Acervo pessoal.

O G5 propôs o seguinte problema: "*Sabendo que em uma balança tem a mesma quantidade de massa x. Qual é a massa dessa balança? Faça uma equação para descobrir o valor de x.*" O grupo ilustrou a balança como mostra a Figura 35. Todos os grupos apresentaram a equação "**10 + 4x = 20 + 2x**" ou equação equivalente, com solução x = 5.

Figura 35 - Balança ilustrada pelo G5 para o problema que elaboraram

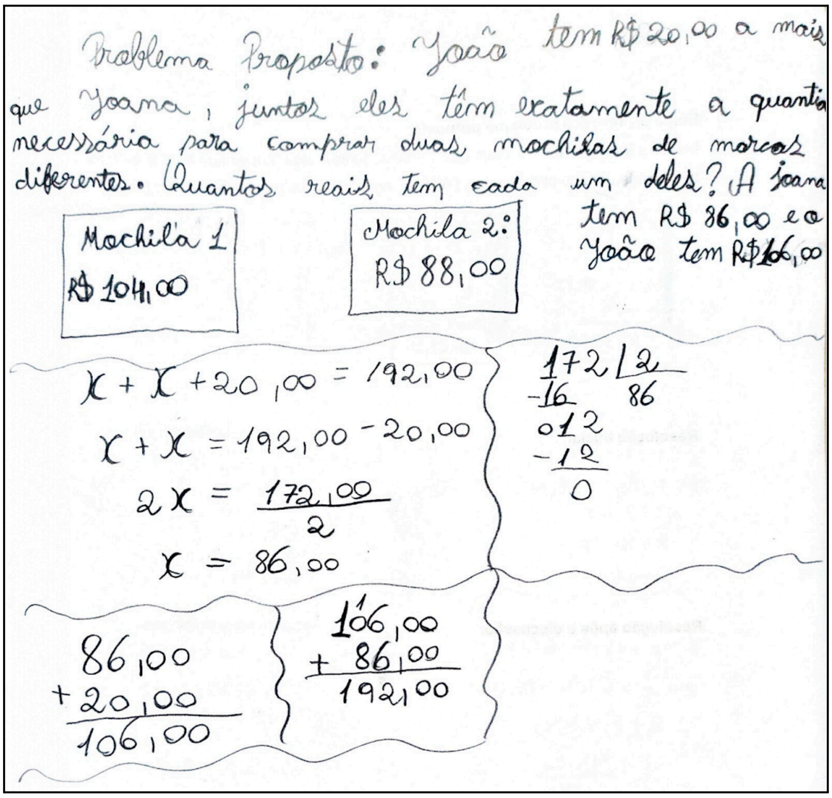


Fonte: Acervo pessoal.

Após a aplicação do problema envolvendo números decimais, o terceiro bloco de formulação de problemas teve uma dinâmica diferente, uma vez que os grupos não resolveram os problemas propostos pelos colegas, devido à restrição de tempo. A seguir, apresentaremos e analisaremos os problemas propostos e suas respectivas soluções.

O G1 apresentou um problema semelhante, mas com números inteiros, conforme pode ser verificado na Figura 36. O problema proposto informa que João tem R$ 20,00 a mais que Joana, juntos eles têm o valor necessário para comprar duas mochilas de marcas diferentes e questiona quanto cada um tem. Além disso, o grupo apresentou uma equação e sua resolução, como também é possível observar.

Figura 36 - Terceiro problema proposto pelo G1


Problema Proposto: João tem R$ 20,00 a mais que Joana, juntos eles têm exatamente a quantia necessária para comprar duas mochilas de marcas diferentes. Quantos reais tem cada um deles? A Joana tem R$ 86,00 e o João tem R$ 106,00

Mochila 1
R$ 104,00

Mochila 2:
R$ 88,00

$x + x + 20,00 = 192,00$
$x + x = 192,00 - 20,00$
$2x = \frac{172,00}{2}$
$x = 86,00$

172 | 2
-16 86
012
-12
0

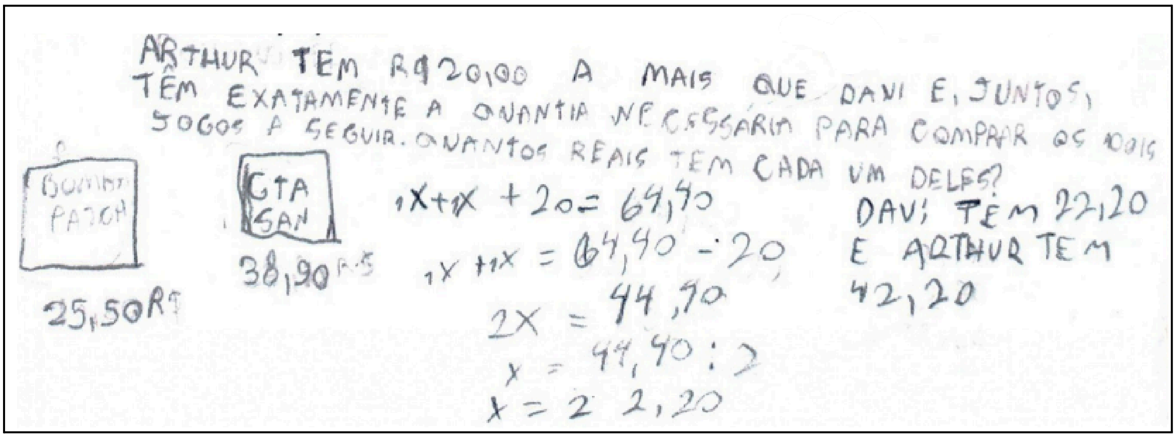
86,00
+ 20,00
106,00

106,00
+ 86,00
192,00

Fonte: Acervo pessoal.

Por outro lado, o grupo G2 formulou um problema envolvendo jogos e utilizando números decimais, apresentou uma equação e a resolveu corretamente, conforme podemos verificar na Figura 37.

Figura 37 - Terceiro problema proposto pelo G2


ARTHUR TEM R$ 20,00 A MAIS QUE DAVI E, JUNTOS, TÊM EXATAMENTE A QUANTIA NECESSARIA PARA COMPRAR OS DOIS JOGOS A SEGUIR. QUANTOS REAIS TEM CADA UM DELES?

BOMBA PATCH
25,50 R$

GTA SAN
38,90 R$

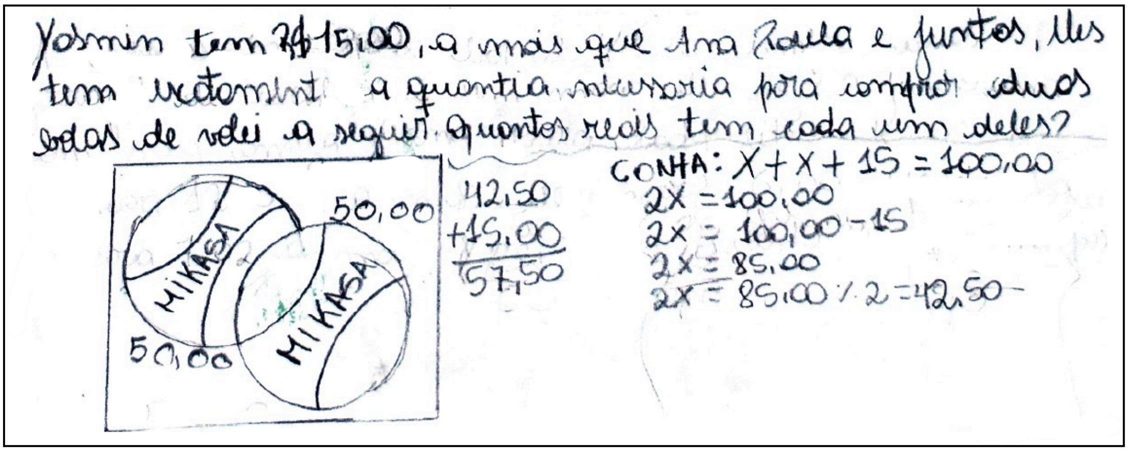
$1x + 1x + 20 = 64,40$
$1x + 1x = 64,40 - 20$
$2x = 44,40$
$x = 44,40 : 2$
$x = 22,20$

DAVI TEM 22,20 E ARTHUR TEM 42,20

Fonte: Acervo pessoal

O G3 formulou um problema envolvendo o preço de duas bolas de volêi e o valor que duas moças possuíam para comprá-la, conforme podemos observar na Figura 38. O grupo apresentou adequadamente uma equação para a situação e sua resolução.

Figura 38 - Terceiro problema proposto pelo G3



Fonte: Acervo pessoal.

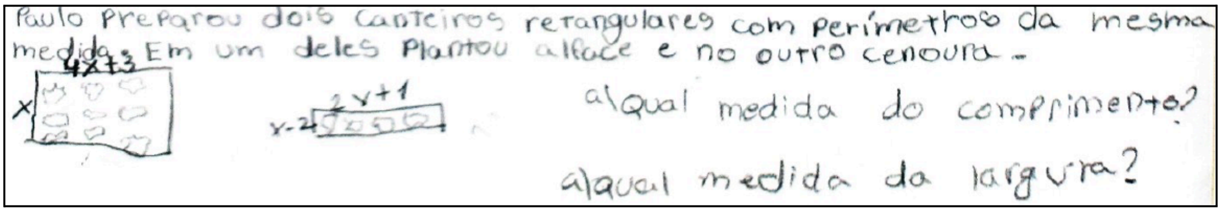
Os grupos G4 e G5 formularam problemas, mas não apresentaram soluções. O enunciado do problema elaborado pelo G4 é o seguinte: “*Eduarda e Laura querem comprar 2 vestidos, Eduarda tem R$ 64,80 e Laura tem o triplo de Eduarda. Quantos reais tem cada uma e qual o valor de cada vestido?*”. Já o problema do G5 foi formulado da seguinte maneira: “*Maria tem R$ 31,50 a mais que José e juntos tem a quantidade ideal para comprar um kit de livros, que custa R$ 208,85. Quantos reais tem cada uma delas*? Nota-se que o enunciado do problema formulado pelo G4 não está claro, uma vez que não informa que o valor dos dois vestidos é igual ao valor que ambas têm juntas.

Observa-se que os grupos formularam diferentes problemas, mantendo a ideia inicial, mas com objetos relacionados a seu cotidiano.

Após a aplicação do último problema pelo pesquisador, os estudantes elaboraram mais um problema, desta vez relacionado à área e/ou perímetro. Nesta etapa, também não puderam resolver os problemas propostos pelos colegas devido à restrição de tempo. O problema proposto pelo G1 apresenta o seguinte enunciado: “*um quarto tem a área de 24 metros, o comprimento do quarto é de 6 metros. Qual é a área do quarto?”.*

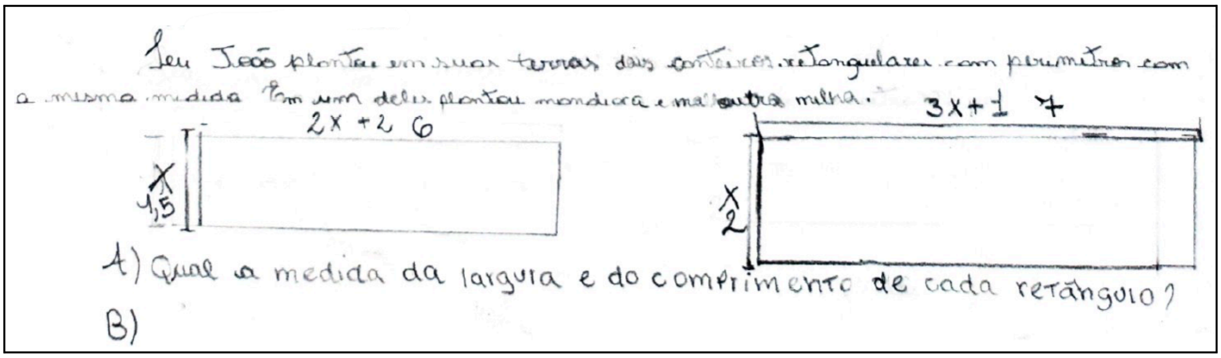
Por sua vez, o problema elaborado pelo G2 é formulado da seguinte maneira: "*Jorge comprou uma casa com um terreno de 24 de comprimento e 40 de largura qual a área do terreno*". Já o G3 não formulou um problema. Os grupos G4 e G5 criaram um problema semelhante ao proposto pelo pesquisador, como pode ser observado nas Figuras 39 e 40.

Figura 39 - Quarto problema proposto pelo G4



Fonte: Acervo pessoal.

Figura 40 - Quarto problema proposto pelo G5



Fonte: Acervo pessoal.

Essa fase da atividade, apesar de não ter permitido a resolução dos problemas pelos colegas, evidencia a criatividade e o engajamento dos estudantes na formulação de questões relacionadas a área e perímetro.

A partir da análise das resoluções propostas pelo estudantes, verificou-se que ao desenvolver a habilidade de resolver e elaborar problemas, sugerida pela BNCC, há indícios do desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que os estudantes raciocinaram acerca dos problemas, representaram e generalizaram novas situações, além de resolver problemas (PONTE, BRANCO e MATOS 2009).

6.4 Questionário Final: os frutos das intervenções

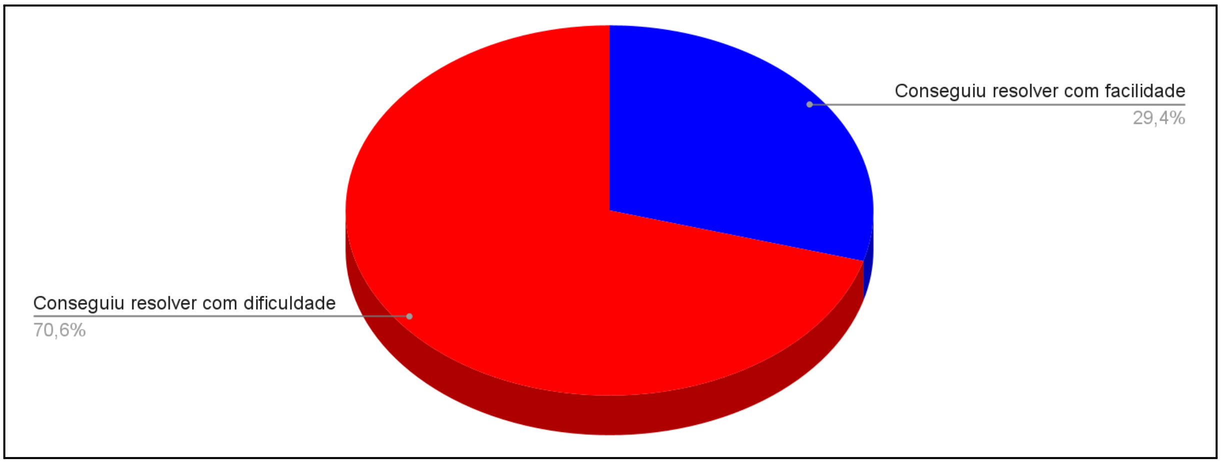
Com a intenção de avaliar as intervenções de ensino de equação do 1º grau via resolução de problemas aplicou-se um questionário final composto por dez questões. Destas, sete visavam a avaliar as percepções dos estudantes em relação às atividades desenvolvidas e três, verificar se eles conseguiam resolver situações envolvendo equação do 1º grau. A seguir serão apresentados e analisados os dados obtidos com as respostas fornecidas pelos estudantes.

Quando questionados se existe diferença entre exercício e problema matemático, três estudantes (18%) acreditam que não há diferença. Dentre as justificativas estão: "*acho parecidos", "mesma coisa, só que com interpretação" e "para mim os dois tem os mesmos objetivos".* Por outro lado, quatorze estudantes (82%) acreditam existir diferença entre exercício e problema. Entretanto, sete estudantes não souberam justificar, três estudantes argumentaram "porque é diferente". Dentre outras justificativas estão: "*os problemas matemáticos são bem mais desenvolvidos*", "*problema matemático faz você pensar e trabalhar em equipe*" "*problema matemático tem letras*" e "*um problema envolve interpretação de texto e geralmente um exercício não*".

Analisando os argumentos apresentados pelos estudantes percebe-se alguns indícios de que alguns deles compreendem que exercícios e problemas matemáticos são diferentes. Um problema matemático tem como objetivo levar o estudante a pensar, interpretar e estruturar uma solução.

Com relação aos problemas propostos, cinco estudantes, aproximadamente 30%, consideram que conseguiram resolver os problemas com facilidades e doze estudantes (70%), com dificuldade. A Figura 41 ilustra essa situação.

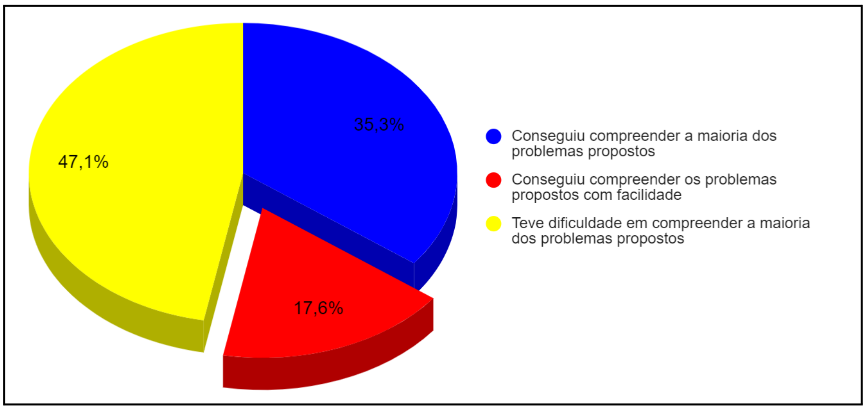
Figura 41 - Dificuldade em resolver os problemas propostos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação à compreensão dos problemas propostos, oito estudantes (47%) relataram ter dificuldades em compreender a maioria deles. Por outro lado, mais da metade dos estudantes, aproximadamente 53%, conseguiram compreender os problemas propostos. Dentre esses, três (17,6%) consideram que tiveram facilidade para entender os problemas, conforme ilustrado na Figura 42.

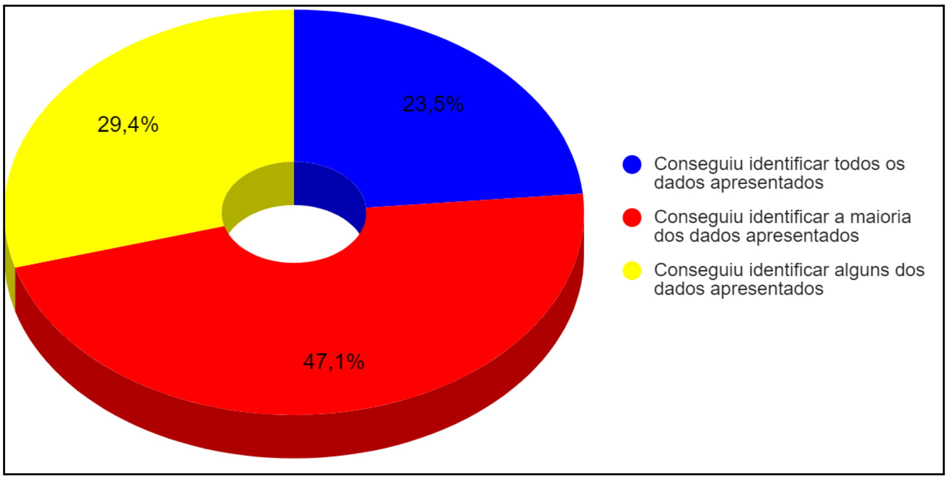
Figura 42 - Nível de compreensão dos problemas propostos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da compreensão, é crucial que os estudantes identifiquem os dados para resolver os problemas. Nesse contexto, cinco estudantes (29,5%) conseguiram identificar apenas alguns dados dos problemas, oito estudantes (47,1%) identificaram a maioria dos dados e 4 estudantes (23,5%) conseguiram identificar todos os dados apresentados. Os dados estão ilustrados na Figura 43.

Figura 43 - Identificação dos dados apresentados nos problemas propostos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando questionados sobre o reconhecimento de uma equação, seis estudantes afirmaram que uma equação é uma sentença matemática que contém uma ou mais letras. Por outro lado, onze estudantes definiram uma equação como uma sentença matemática expressa por uma igualdade, incluindo uma ou mais letras, chamadas incógnitas. Curiosamente, nenhuma resposta foi registrada para a alternativa que descrevia uma equação como uma sentença matemática que contém um sinal de igualdade. Essa análise reflete a diversidade de entendimentos dos estudantes sobre o conceito de equação e destaca que aproximadamente 65% dos estudantes compreenderam o conceito de equação.

No que diz respeito aos erros cometidos, quatro estudantes (23,5%) conseguem identificar imediatamente o erro, enquanto treze estudantes (76,5%) percebem o erro apenas após serem informados. Por outro lado, quinze estudantes (88,2%) consideram ser possível aprender com os erros cometidos no desenvolvimento das questões. Em contrapartida, apenas dois estudantes (11,8%) não compartilham dessa perspectiva, considerando que não é possível aprender com os erros cometidos.

Para concluir o questionário, os estudantes foram solicitados a responder três questões relacionadas à equação do primeiro grau. A primeira indagava: “A soma do triplo de um número com 35 é igual a 86. Qual é esse número?” A questão tinha como objetivo avaliar se os estudantes seriam capazes de resolver o problema e se, para isso, optariam por utilizar uma equação.

Após avaliarmos as resoluções, observamos que onze estudantes (65%) corretamente identificaram que o número é 17. No entanto, apenas um expressou a situação por meio de uma equação e resolveu-a. Os outros dez preferiram utilizar as operações matemáticas básicas. Além disso, um estudante deixou a questão em branco, outro respondeu "51" sem apresentar cálculos, um concluiu erroneamente que era "16", e três escreveram equações, mas não chegaram à conclusão correta de que o número é 17. Essas equações foram: "**x + 35 = 86**", "**x + x + x + 35 = 86**" e "**3x + 35 = 86**". Destes, o último concluiu erroneamente que x = 29, enquanto os outros dois escreveram a equação, mas não desenvolveram os cálculos.

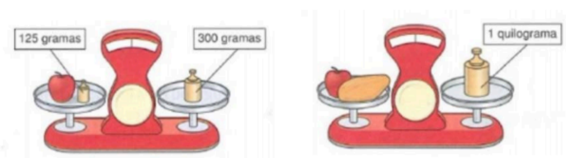
Desse modo, apenas quatro estudantes (23,5%) optaram por utilizar uma equação para representar a situação e, destes, apenas três a representaram corretamente. Porém, isso não significa que os estudantes que optaram por resolver a situação utilizando as operações básicas não saibam resolvê-la utilizando uma equação ou que não conseguiram desenvolver o pensamento algébrico, uma vez que ele não está ligado apenas à álgebra, mas também à aritmética (PONTE, BRANCO e MATOS 2009).

Na questão subsequente, os estudantes foram desafiados a resolver a equação "**4x - 2 = 2x + 8**". Surpreendentemente, quatro estudantes (23,5%) optaram por não responder à questão. Por outro lado, a maioria, totalizando dez estudantes (59%), conseguiu resolver a equação, chegando a uma solução correta. Contudo, três estudantes (17,5%) tentaram abordar a resolução, porém, cometeram erros durante o processo, não logrando êxito em concluir a questão.

Para finalizar, a última questão envolvia duas balanças, conforme Figura 44.

Figura 44 - Desafio do questionário final

Observe as balanças em equilíbrio, e descubra quanto pesa a maçã e o mamão, respectivamente.



a) 75g e 175g

b) 175g e 825g

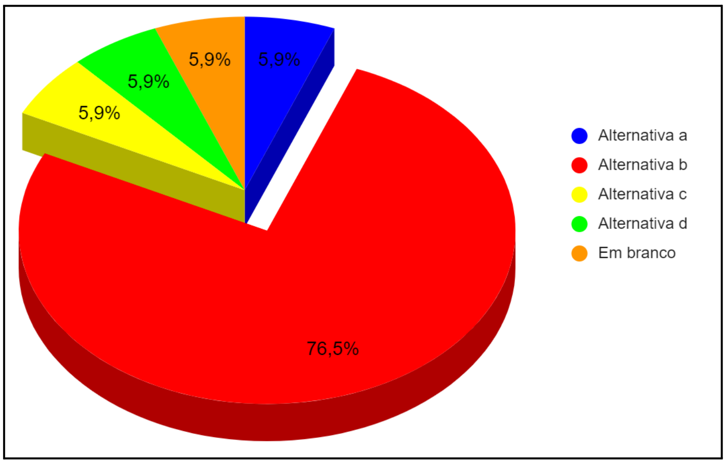
c) 185g e 725g

d) 275g e 185g

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 45 ilustra a escolha dos estudantes para essa questão. Dos dezessete estudantes, treze (76,5%) escolheram a alternativa correta. No entanto, apenas sete deles apresentaram cálculos e, mais uma vez, optaram por utilizar as operações básicas, evidenciando a preferência dos estudantes por resolver as situações utilizando métodos aos quais estão mais familiarizados. Vale ressaltar que isso não implica que os estudantes não tenham a capacidade de resolver uma equação do 1º grau, visto que, como verificamos na questão anterior, aproximadamente 60% dos estudantes conseguiram resolver esse tipo de questão.

Figura 45 - Alternativas escolhidas pelos estudantes à questão



Fonte: Elaborado pelo autor.

A aplicação da sequência didática possibilitou o desenvolvimento da habilidade EF07MA03, bem como a articulação de cinco competências específicas da matemática no ensino fundamental, por meio do ensino de equações do 1º grau via resolução de problemas. Além disso, os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolver o letramento matemático, através do raciocínio, representação, comunicação e argumentação, estabelecendo conjecturas, formulação e resolução de problemas em diferentes contextos (BRASIL, 2018).

Ao integrar a resolução de problemas no ensino de equações do 1º grau, esta sequência didática não apenas alcançou os objetivos propostos pela BNCC, mas também fomentou uma abordagem de aprendizado que está em consonância com as perspectivas de autores como Polya (1995) e Onuchic (1999), que defendem o uso de problemas reais como incentivo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Os avanços observados nos estudantes, em termos de raciocínio, representação, e argumentação, refletem um aumento significativo na capacidade de aplicar conhecimentos matemáticos em diversas situações, preparando-os para desafios futuros tanto acadêmicos quanto da vida cotidiana.

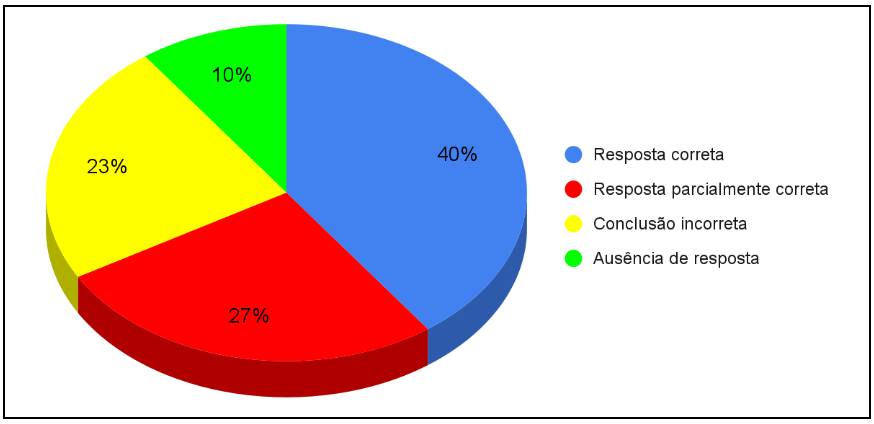
7 UM OLHAR A PARTIR DA ANÁLISE DE ERROS

Na tentativa de categorizar e analisar os erros cometidos pelos estudantes ao resolver os problemas, inicialmente definimos quatro categorias, a saber: 1 - Respostas corretas; 2 - Resposta parcialmente correta; 3 - Conclusão incorreta; 4 - Ausência de resposta.

Ao avaliar as resoluções dos estudantes, consideramos como respostas corretas aquelas em que alcançaram uma solução sem incorrer erros nos cálculos. Respostas parcialmente corretas referem-se a situações em que os estudantes encontraram uma solução correta, mas cometeram algum erro durante o processo. Conclusões incorretas ocorreram quando os estudantes cometeram algum erro durante o processo de resolução, resultando em uma resposta considerada incorreta. Já a ausência de resposta ocorreu quando os estudantes deixaram a questão em branco sem apresentar uma solução.

No primeiro bloco, foram analisadas trinta soluções. Cada grupo resolveu seis problemas: um proposto pelo pesquisador, um elaborado pelo grupo e quatro pelos colegas. Das soluções apresentadas, doze (40%) estavam corretas e oito (27%) estavam parcialmente corretas; sete (23%) apresentaram resolução incorreta, e três (10%) não apresentaram solução. A Figura 46 ilustra o percentual de respostas apresentadas por categoria.

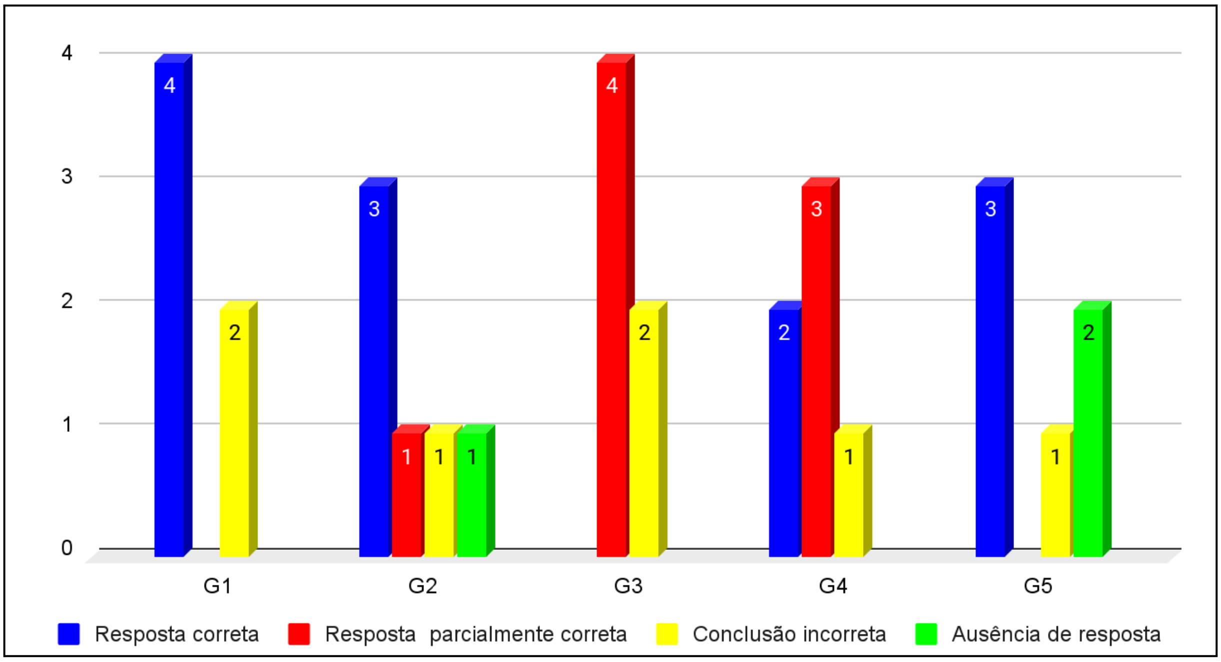
Figura 46 - Soluções apresentadas no bloco 1 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Além de analisar todas as soluções apresentadas neste bloco, examinamos individualmente as soluções para avaliar o desempenho de cada grupo. Destacamos que o G1 resolveu corretamente os quatro problemas. O G3 não conseguiu resolver de modo correto nenhum problema e o G5 não apresentou solução para dois problemas. Na Figura 47, é possível verificar o quantitativo de resoluções de cada grupo por categoria.

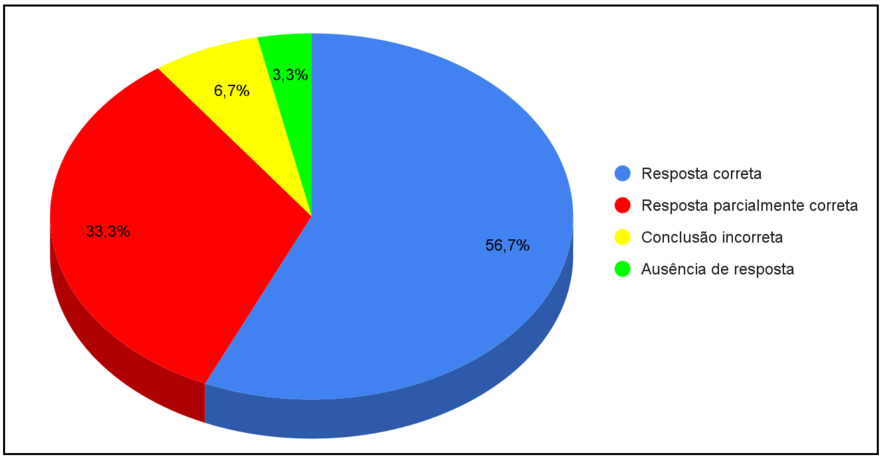
Figura 47 - Quantitativo de resoluções de cada grupo no bloco 1 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os problemas do segundo bloco estão relacionados à balança. Neste bloco, também foram consideradas trinta resoluções. A partir da análise das respostas, destacamos que a maioria das resoluções, aproximadamente 57%, estava correta e um terço (33,3%) parcialmente correta. Em duas resoluções (6,7%), a conclusão estava incorreta. Além disso, um problema não apresentava solução. A Figura 48 ilustra o percentual de soluções por categoria.

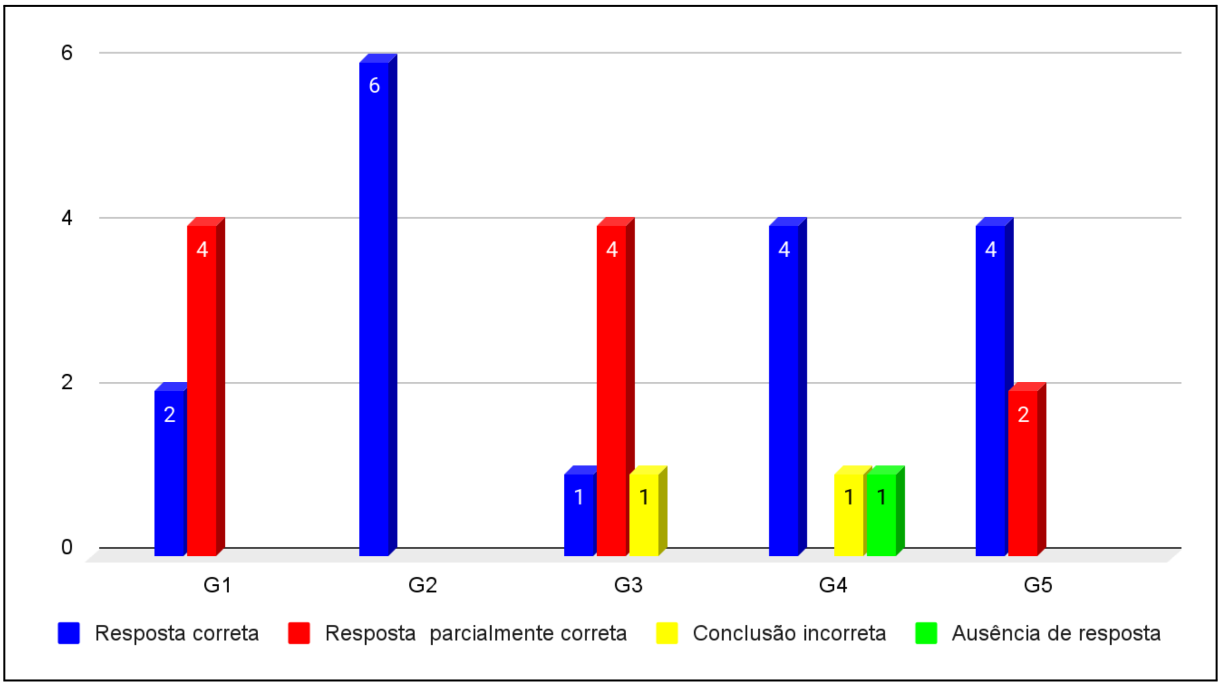
Figura 48 - Soluções apresentadas no bloco 2 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando as resoluções apresentadas pelos grupos, observou-se que o G2 resolveu todas as questões corretamente. Houve uma melhora em relação ao bloco anterior no quantitativo de acertos dos grupos G4 e G5, com quatro problemas resolvidos corretamente, Na Figura 49, podemos verificar o quantitativo das respostas apresentadas pelos grupos em cada categoria.

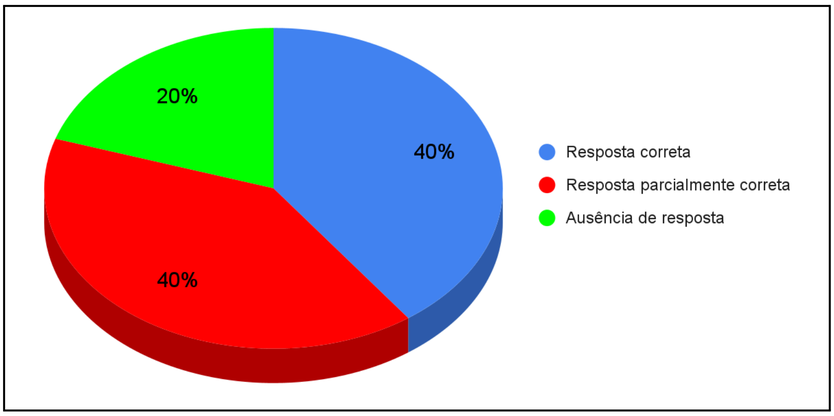
Figura 49 - Quantitativo de resoluções de cada grupo no bloco 2 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

No bloco 3, analisaremos apenas dez resoluções. Elas se referem ao problema proposto pelo pesquisador, envolvendo números decimais, e ao problema proposto por cada grupo. Neste bloco, os grupos não resolveram os problemas elaborados pelos demais, uma vez que não houve tempo hábil para isso. Conforme Figura 50, podemos observar que quatro respostas (40%) estavam corretas, quatro (40%) parcialmente corretas e duas (20%) sem solução.

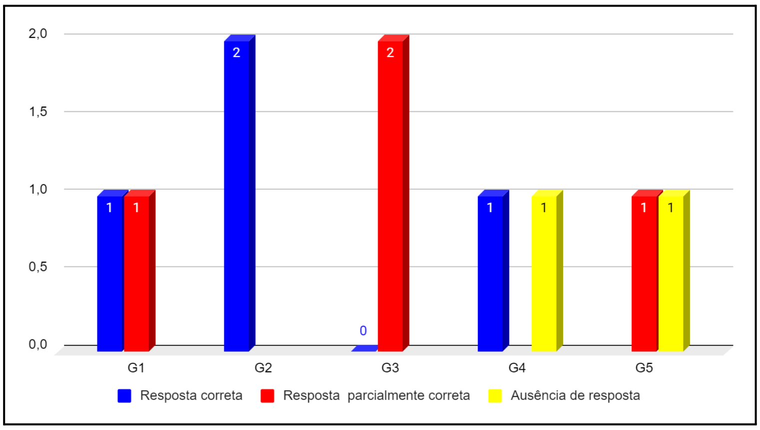
Figura 50 - Soluções apresentadas no bloco 3 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme a Figura 51, observamos que, novamente, o G2 resolveu corretamente todos os problemas do bloco. O G1 solucionou um problema corretamente e outro parcialmente. No caso do G3, ambas as resoluções apresentadas estavam parcialmente corretas. Quanto aos problemas propostos pelos grupos G4 e G5, não houve apresentação de solução.

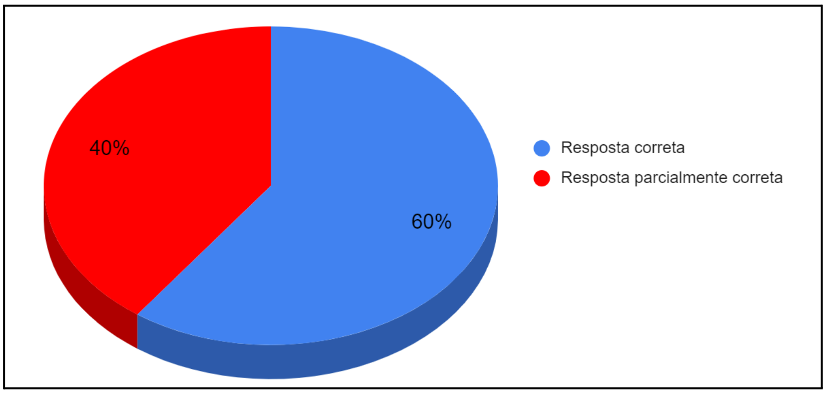
Figura 51 - Quantitativo de resoluções de cada grupo no bloco 3 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

No quarto bloco, foram analisadas apenas as cinco resoluções referentes ao problema proposto pelo pesquisador, relacionado a perímetro e área. Os grupos G2, G4 e G5 resolveram o problema corretamente (60%), enquanto os grupos G1 e G3 parcialmente (40%). A Figura 52 ilustra o percentual de respostas em cada categoria.

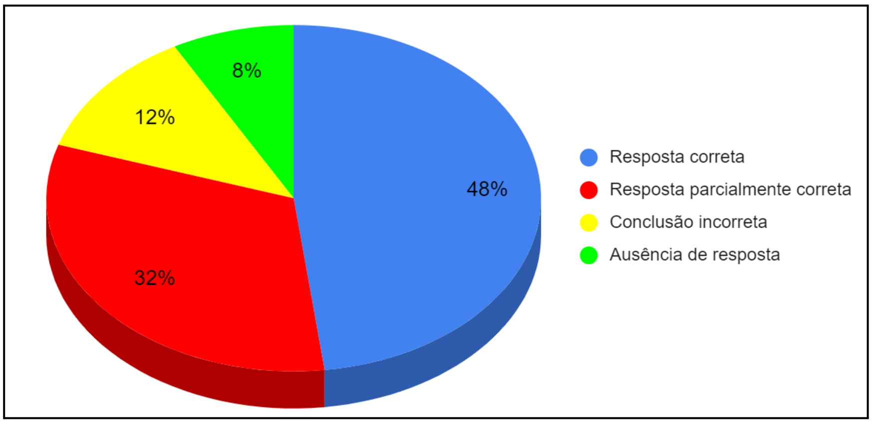
Figura 52 - Soluções apresentadas no bloco 4 por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando os quatro blocos de problemas, foram analisadas e categorizadas setenta e cinco resoluções. Como é possível verificar na Figura 53, quase metade (48%) estava correta, quase um terço (32%) estava parcialmente correta. Nove resoluções (12%) estavam incorretas e seis problemas (8%) não continham solução.

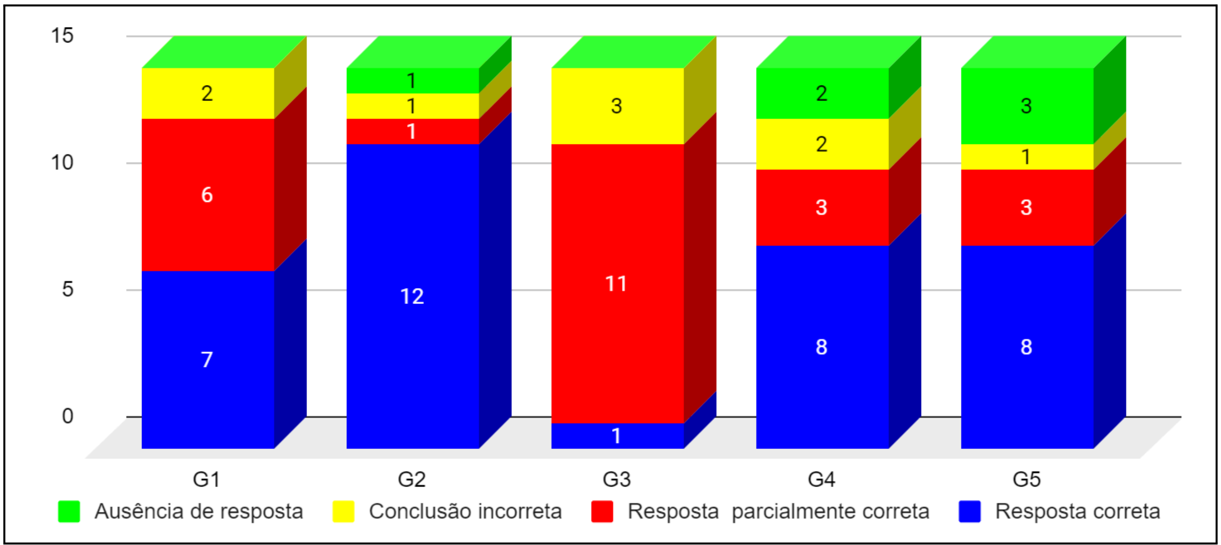
Figura 53 - Percentual de soluções apresentadas por categoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao avaliarmos o conjunto dos setenta e cinco problemas, nos quais cada grupo foi desafiado a resolver quinze, percebemos, conforme a Figura 54, que o grupo que obteve mais soluções corretas foi o G2, com doze problemas (80%). Em seguida, os grupos G4 e G5 apresentaram oito soluções corretas cada (53%). Vale ressaltar que o G3 teve apenas uma solução correta, embora onze estivessem parcialmente corretas.

Figura 54 - Quantitativo de resoluções de cada grupo por categoria



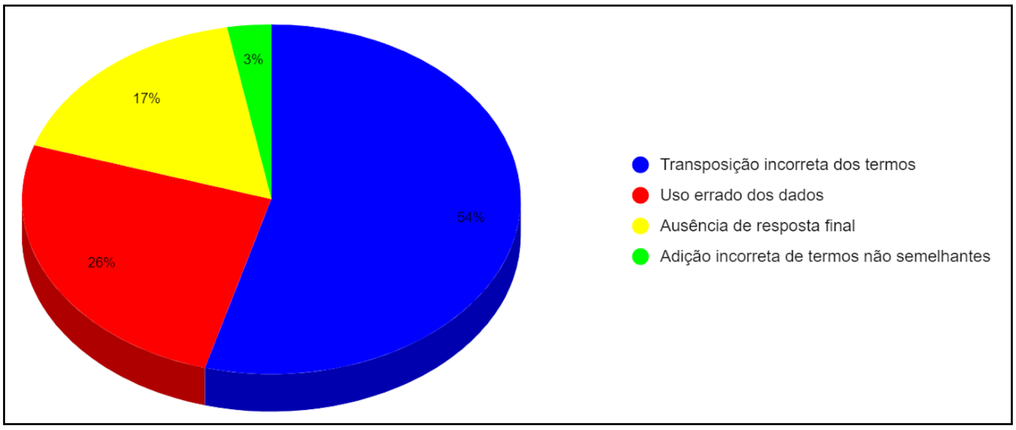
Fonte: Elaborado pelo autor.

Pensando em aprofundar a avaliação dos erros cometidos durante a resolução dos problemas propostos, fizemos uma nova análise, desta vez focando nas soluções que se encaixaram nas categorias 2 - respostas parcialmente corretas e 3 - Conclusão incorreta. Assim, das setenta e cinco soluções, trinta e três foram avaliadas. Após nova análise, baseados em Cury (2019) criamos quatro subcategorias, a saber: Classe A - Transposição incorreta de termos; Classe B - Uso errado dos dados, Classe C - Ausência de resposta final; e Classe D - Adição incorreta de termos não semelhantes.

Nos erros considerados Classe A - Transposição incorreta de termos, os princípios aditivo ou multiplicativo da igualdade não foram seguidos. Alguns exemplos incluem: **$15 = x + 5 \Leftrightarrow 15 + 7 = x$; $2x = 10 \Leftrightarrow 2x = \frac{10}{2}$**. Os erros da Classe B - Uso errado dos dados ocorrem quando os estudantes utilizam os dados da questão de forma incorreta. Na Classe C - Ausência de resposta final, os estudantes resolvem um problema corretamente, mas não apresentam a resposta final, pulando assim a última etapa. Foram consideradas nesta subcategoria situações em que os estudantes resolviam a questão, mas não expressavam o valor da incógnita ou não respondiam questões que solicitavam o valor que duas pessoas possuíam, por exemplo. Na Classe D - Adição incorreta de termos não semelhantes, foram consideradas soluções em que os estudantes cometiam erros ao adicionar termos não semelhantes de forma incorreta, como por exemplo: **$3x + 6 = x + 5 \Leftrightarrow 9x = 6$**.

Considerando as quatro subcategorias, dezenove resoluções (54%) foram da Classe A, em que os estudantes cometeram erros na transposição dos termos. A maioria desses erros (17 casos) foram do tipo: **$2x = 10 \Leftrightarrow 2x = \frac{10}{2}$**. O grupo que cometeu a maior parte deles foi o G3. A Classe B apresentou nove casos (26%) de erros, com uso errôneo dos dados, seguida da Classe C, com quatro casos (17%). A Figura 55 ilustra os erros por subcategoria.

Figura 55 - Erros cometidos por subcategoria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a análise realizada, observou-se que a grande maioria dos problemas foi resolvida de modo correto ou parcialmente correto pelos estudantes. Além disso, grande parte dos erros cometidos apresentou um padrão específico, cujas dificuldades poderiam ser superadas se fosse concedido um tempo adicional para que os estudantes elaborassem e resolvessem problemas relacionados aos blocos 3 e 4, completando a sequência didática conforme inicialmente planejado. Gomes (2013) enfatiza a importância de reconhecer esses padrões de erro como uma oportunidade para ajustar e aprofundar o ensino, sugerindo que intervenções direcionadas podem efetivamente aprimorar a compreensão dos alunos.

Considerando a análise de erros realizada, concluímos que a aplicação da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação para o ensino de equações do 1º grau via resolução de problemas revela grande potencial. Essa abordagem não apenas capacita os estudantes a construírem conceitos algébricos de maneira colaborativa, mas também oferece a oportunidade de analisar e refletir sobre seus próprios erros, conforme descrito por Cury (2019). Cury defende que, ao permitir que os alunos questionem suas soluções e reconsiderem seus entendimentos, o processo de aprendizagem torna-se mais profundo e significativo, facilitando a construção do conhecimento matemático de forma autônoma e crítica.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação de uma sequência didática possibilitou o ensino de equação do 1º grau via resolução de problemas, seguindo a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Além disso, permitiu a aquisição de um vasto material para posterior análise, com objetivo de avaliar a utilização dessa metodologia de ensino durante as intervenções.

Considerando o objetivo específico "Investigar e caracterizar as potencialidades e os desafios enfrentados pelos estudantes na elaboração e resolução de problemas de equação do 1º grau", apresentamos a seguir algumas constatações.

No que diz respeito às potencialidades, observou-se que a maioria dos grupos, conseguiu apresentar soluções iniciais para os problemas propostos, utilizando diferentes estratégias. Adicionalmente, as plenárias proporcionaram aos grupos o compartilhamento de suas soluções, promovendo a discussão e compreensão coletiva dos problemas, bem como dos erros cometidos. Destaca-se, ainda, a habilidade dos estudantes em incorporar o uso de incógnitas em suas resoluções, indicando uma notável capacidade de adaptação e aprendizado ao longo do processo. A capacidade de formular novos problemas foi evidenciada pela maioria dos grupos, refletindo uma habilidade de generalização e transferência dos conhecimentos adquiridos para situações diversas.

No entanto, ao considerar os desafios enfrentados, verificou-se a existência de divergências na escrita de equações entre os grupos, indicando dificuldades na interpretação dos problemas ou na aplicação dos conceitos matemáticos. Mesmo após a plenária, alguns grupos persistiram em cometer erros na resolução dos problemas, ressaltando a necessidade contínua de revisão e aprimoramento das habilidades matemáticas.

Além disso, alguns grupos apresentaram níveis diferentes de abstração e generalização ao elaborar problemas, com alguns ainda vinculados a contextos específicos, enquanto outros começaram a explorar situações mais abstratas. Embora tenha havido uma oportunidade para analisar e corrigir os erros, nota-se que alguns grupos não conseguiram corrigir completamente os erros em suas resoluções, indicando possíveis limitações na análise crítica. A falta de tempo para resolver os problemas propostos pelos colegas pode ter restringido a oportunidade de aplicar e consolidar completamente os conhecimentos adquiridos.

Considerando o objetivo específico “identificar e analisar as estratégias empregadas pelos alunos na resolução de problemas de equações do 1º grau”, a análise das interações e dos registros de resolução dos problemas revelou uma evolução significativa no modo como os estudantes abordavam as questões matemáticas. Inicialmente, muitos estudantes recorriam a abordagens mais intuitivas ou procedimentais para resolver os problemas. No entanto, ao longo das intervenções e com interações e discussões proporcionadas pela metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação, observou-se uma mudança considerável em suas abordagens.

Os estudantes começaram a adotar estratégias mais sistemáticas e algébricas, conforme demonstrado pela sua crescente habilidade em formular e resolver problemas com uso de equações para sua interpretação. Este progresso se mostrou mais evidente durante as etapas de plenária e consenso, onde os estudantes tinham a oportunidade de rever suas soluções iniciais, discutir os erros com seus colegas e reconstruir suas respostas a partir das discussões. Essa prática, conforme apontada por Cury (2019), é fundamental para aprofundar a compreensão matemática e desenvolver um raciocínio algébrico robusto.

Considerando o objetivo específico “Identificar e classificar os principais tipos de erros cometidos pelos estudantes ao elaborar e resolver problemas envolvendo equação do 1º grau” apresentaremos a seguir algumas considerações.

Ao analisar os problemas formulados pelos grupos, destaca-se a ausência de erros muito relevantes. Contudo, em alguns casos, a clareza do enunciado e da pergunta foi comprometida, permitindo interpretações diversas. Na análise dos erros cometidos ao resolver os problemas, foi possível categorizá-los em quatro classes distintas: Classe A - Transposição incorreta de termos; Classe B - Uso incorreto dos dados; Classe C - Ausência de resposta final; e Classe D - Adição incorreta de termos não semelhantes.

A Classe A foi a que apresentou maior incidência de erros, destacando-se um caso específico, erros do tipo: “$\mathbf{2x = 10 \Leftrightarrow 2x =} \frac{10}{2}$”, com dezessete ocorrências em um total de trinta e três erros. Além disso, merece destaque a presença de erros na

Classe B, onde os estudantes utilizaram os dados do problema de maneira equivocada, possivelmente devido a uma interpretação inadequada dos mesmos.

Em resposta ao problema de pesquisa sobre o que a análise de erros revela acerca do ensino e aprendizagem de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas, nossos resultados mostram que os erros não são simplesmente indicativos de falha, mas são importantes para o diagnóstico e aprimoramento das estratégias pedagógicas. A análise detalhada dos erros cometidos pelos alunos permitiu identificar padrões específicos que refletem tanto as dificuldades conceituais quanto as lacunas na aplicação prática dos conceitos matemáticos. Isso destacou a eficácia da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação em promover uma reflexão crítica entre os estudantes, facilitando uma abordagem mais consciente e reflexiva na resolução de problemas.

De modo geral, a sequência didática implementada com o uso da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação se mostrou eficaz para o ensino de equação do 1º grau através da resolução de problemas. É importante ressaltar que nessa abordagem o primeiro contato dos estudantes com equações se deu via resolução de problemas, conforme proposto pela abordagem metodológica. Entretanto, houve algumas lacunas na aprendizagem de alguns estudantes, que apresentavam um maior nível de dificuldade de abstração e generalização. Possivelmente, essas lacunas poderiam ter sido sanadas se houvesse um tempo maior para que os estudantes pudessem elaborar e resolver problemas em todos os blocos propostos, o que não foi possível nos blocos 3 e 4.

Similarmente, os erros cometidos pelos estudantes ao longo do processo revelam indícios de evolução no pensamento algébrico, bem como de abstração e generalização. Ainda que a metodologia permita aos estudantes a oportunidade de avaliar suas soluções bem como analisar as resoluções apresentadas pelos colegas, talvez, fosse interessante um espaço de tempo maior para essa discussão, considerando o erro como um aliado à aprendizagem.

Assim, ao desenvolver a sequência didática e após as análises realizadas, foi possível elaborar um produto educacional (Apêndice E), aprimorando assim a sequência didática sobre equação do 1º grau por meio da metodologia de resolução de problemas, levando em consideração os erros cometidos pelos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC. Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al. (Org.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

BECHER, E. L.; GROENWALD, C. L. O. Erros algébricos de estudantes do 1º ano do ensino médio. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais eletrônicos.** Salvador, 2010. Disponível em: https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11_CC572.pdf. Acesso em: 21 set. 2022.

BLANTON, M. e KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005. Disponível em: https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf. Acesso em: 23 set. 2022.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação.Brasília: 2018.

BRASIL, **Parâmetros Circulares Nacionais:** Matemática. Ministério da Educação. Brasília: 1998.

BRASIL, **Parâmetros Circulares Nacionais para o Ensino Médio**, parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Brasília: 2000.

CAMPOS, W. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para aprendizagem de equações do primeiro grau.** 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí, 2019.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I.(Orgs). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007. p.121 – 173.

CHIRONE, A. R. R. **Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da atividade de situações problema como metodologia de ensino, fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin.** 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2016.

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

CURY, H. Análise de erros. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10º, 2010, Salvador. Anais… Salvador: SBEM, 2010. p. 01-11.

CURY, H. N.; AZAMBUJA,C.R.J.; SILVEIRA, F. A.R.; GONÇALVES, N. S.; KONZEN, B. Análise de erros em disciplinas matemáticas: um estudo com alunos de engenharia e ciência da computação. In: XI EEE – XI Encontro de Educação em Engenharia. **Anais eletrônicos.** UERJ, 2005. Disponível em: http://www.eee2005.uerj.br/artigos/artigo04.prn.pdf. Acesso em 19 dez. 2023.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática: 1ª a 5ª série. São Paulo: Editora Ática, 2005.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de Matemática:** teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2011.

DUQUIA, B. S. I. **Considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau com uma incógnita.** 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

FERREIRA. F. F. S. O ensino de equações de 1º grau a nível de 7º ano sob a luz da resolução de problemas. In: XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. **Anais Eletrônicos.** Juiz de Fora, MG, 2015. Disponível em: https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd14_-_Franciely_-_Ferreira.pdf. Acesso em 08 set. 2022.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, M. L. M. **Álgebra e funções na educação básica**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. Disponível em: https://www.mat.ufmg.br/ead/wp-content/uploads/2016/08/Algebra_e_Funcoes_na_Educacao_Basica.pdf. Acesso em 24 set. 2022.

LAGO, A. S. Resolução de problemas e o ensino de equação do 1º grau: formação de professores em uma experiência com dimensões colaborativas. In: XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. **Anais Eletrônicos.** Juiz de Fora, MG, 2015.
Disponível em: https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd14_Adriano_Lago.pdf. Acesso em 08 set. 2022.

LUCENA, A. V. **Uma proposta metodológica para o ensino de equação de primeiro grau por meio da resolução de problemas de idade.** 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2020.

LUCKESI, C. C. **Prática escolar:** do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. São Paulo: FDE, 1998.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de Matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais eletrônicos.** Recife: 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf. Acesso em 28 set. 2022.

MATSUDA, F. F. S. **Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

MEINERZ, F. M. A introdução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio da resolução de problemas e do uso de Algebra Tiles. In: XXIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. **Anais Eletrônicos.** São Paulo, 2019. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/EBRAPEM2019/paper/viewFile/697/776. Acesso em 08 set. 2022.

MEINERZ, F. M. **Resolução de equações do 1º Grau com uma Incógnita por meio do uso do material Algebra Tiles**. 2020. Dissertação (Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. IN: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Jundiaí, Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, Rio Claro, SP, dez. 2011, p. 73-98. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 29 set. 2022.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial 7º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1.ed. São Paulo : Scipione, 2018.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo - 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Boletim de Educação Matemática.** Rio Claro, v. 29, n. 52, ago. 2015, p. 729- 755. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8871. Acesso em: 29 set. 2022.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e de função. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

ROCHA, F. S. M. resolução de problemas. IN: ROCHA, F. S. M.; KALINK, M. A. **Práticas contemporâneas em educação Matemática** [livro eletrônico]. Curitiba, Intersaberes, 2020.

SANMARTÍ, N. O erro é útil para regular a aprendizagem. In: **Avaliar para aprender.** Tradução Carlos Henrique Lucas Lima. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SANTANA, G. F. N.; PROENÇA, M. C. O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais eletrônicos.** São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5561_3343_ID.pdf. Acesso em: 10 set. 2022.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na aprendizagem da Matemática**. São Paulo: Centro Universitário Adventista de São Paulo, 2007.

SANTOS, M. C. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: o que estamos fazendo em nossas salas de aulas? In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais eletrônicos.** Salvador, 2010. Disponível em: https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR4_Camara.pdf. Acesso em: 25 set. 2022.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics.** Reston: NCTM, 1989, p. 31-42

SILVA, F. A. **O método da Falsa Posição:** Uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

SPERAFICO, Y. L. S.; DORNELES, B. V.; GOLBERT, C. S. Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1º Grau. In: **Boletim de Educação Matemática.** v. 29, n. 51, p. 333-348, Rio Claro, SP, abr. 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/dP793YcmQjjdR3zsbWtWjjh/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 12 set. 2022.

TORRE, S. **Aprender com os erros:** o erro como estratégia de mudança. Tradução Ernani Rosa. – Porto Alegre: Artmed, 2007.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. **In:** COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P.(Org). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e Aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Editora Artmed, 2009.

VILA, A.; CALEJJO, M. L**. Matemática para aprender e pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICES

Apêndice A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) adolescente sob sua responsabilidade está sendo convidado(a) a participar do projeto de pesquisa: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: UM OLHAR A PARTIR DA ANÁLISE DE ERROS do acadêmico TIAGO DIAS BOLZAN. Tal pesquisa faz parte das atividades da dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel e tem como objetivo,compreender os possíveis erros cometidos por estudantes de uma turma de 7º ano ao elaborar e resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.
Será permanecido o sigilo e a identidade dos participantes.
A pesquisa estará sob orientação do professor ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA.
Esperamos, como benefícios resultantes da participação do(a) adolescente sob sua responsabilidade: potencializar o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau através da Resolução de Problemas.
Caso o(a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos poderá nos contatar, mesmo após a finalização do projeto – nossos contatos estão logo abaixo:
Tiago Bolzan - 55 996590874
André Ferreira - 53 991557277
Informamos que esta pesquisa atende e respeita os direitos previstos no Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), Lei Federal no 8069 de 13 de julho de 1990, sendo eles: à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária. Garantimos também que será atendido o Artigo 18 do ECA:
"É dever de todos velar pela dignidade da criança e do adolescente, pondo-os a salvo de qualquer tratamento desumano, violento, aterrorizante, vexatório ou constrangedor. "
Caso permita que o(a) adolescente sob sua responsabilidade participe da pesquisa, pedimos que assine abaixo juntamente conosco.
Nome do(a) responsável:____
Responsável pelo(a) aluno(a): ____
Assinatura do(a) responsável:____

Tendo certeza de sua colaboração, agradecemos.

Atenciosamente,

____
PROFESSOR ORIENTADOR DR. ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA

Eu me comprometo a utilizar as informações para fins acadêmicos e a não divulgar sua identidade.

____
TIAGO DIAS BOLZAN

Faculdade de Educação, Alberto Rosa, 154, 2º andar, Centro, Pelotas, RS – CEP 96010-770

Apêndice B - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O presente termo vem solicitar sua colaboração através da participação na pesquisa do acadêmico TIAGO DIAS BOLZAN , intitulada RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU: UM OLHAR A PARTIR DA ANÁLISE DE ERROS. Tal pesquisa faz parte das atividades da dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel e tem como objetivo, compreender os possíveis erros cometidos por estudantes de uma turma de 7º ano ao elaborar e resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.
Será permanecido o sigilo e a identidade dos participantes.
A pesquisa estará sob orientação do professor ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA.
Ao concordar em participar o sujeito da pesquisa declara que está de acordo com este termo e que está ciente:
- da garantia de receber resposta a qualquer dúvida acerca dos procedimentos e outros assuntos relacionados com a pesquisa;
- da segurança de que não haverá divulgação de dados pessoais e que se manterá o carácter confidencial das informações registradas;
- que as informações fornecidas serão arquivadas sem identificação pessoal junto à Coordenação/ Orientação responsável pelo Trabalho de Pesquisa.

Tendo certeza de sua colaboração, agradecemos.

Atenciosamente,

____
PROFESSOR ORIENTADOR DR. ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA

Eu me comprometo a utilizar as informações para fins acadêmicos e a não divulgar sua identidade.

____
TIAGO DIAS BOLZAN

Eu, ____, aceito participar da pesquisa. Meus responsáveis permitiram que eu participe.

Faculdade de Educação, Alberto Rosa, 154, 2º andar, Centro, Pelotas, RS – CEP 96010-770

Apêndice C - Questionário Inicial

1) Qual sua idade? _____

2) Qual seu sexo? (   ) Masculino   (   ) Feminino

3) você já reprovou no 7º ano? (   ) Sim   (   ) Não

4) Já reprovou em anos anteriores? Em qual(ais) ano(s)?_____

5) Qual sua disciplina favorita? _________

6) Você gosta de Matemática? (   ) Sim   (   ) Não

7) Com relação a seu aprendizado em Matemática:
(   ) aprende facilmente o que é proposto;
(   ) tem um pouco de facilidade;
(   ) tem um pouco de dificuldade;
(   ) tem muita dificuldade.

8) O professor da disciplina propõe problemas matemáticos relacionados ao conteúdo? (   ) Sim   (   ) Não

9) Você comete erros quando resolve questões matemáticas?
(   ) Sim   (   ) Não   (   ) às vezes

10) Se sim, quando comete algum erro considera como algo negativo?
( ) Sim   (   ) Não

Apêndice D - Questionário final

1) Para você, existe diferença entre exercício e problema matemático?
( ) Sim ( ) Não Justifique:

2) Com relação aos problemas propostos você:
( ) Conseguiu resolver com facilidade.
( ) Conseguiu resolver com dificuldade.
( ) Não conseguiu resolver.

3) Com relação aos problemas propostos você:
( ) Conseguiu compreender os problemas propostos com facilidade.
( ) Conseguiu compreender a maioria dos problemas propostos.
( ) Teve dificuldade em compreender a maioria dos problemas propostos.
( ) Não conseguiu compreender os problemas propostos.

4) Com relação aos dados dos problemas propostos você:
( ) Conseguiu identificar todos os dados apresentados.
( ) Conseguiu identificar a maioria dos dados apresentados.
( ) Conseguiu identificar alguns dos dados apresentados.
( ) Não conseguiu identificar os dados apresentados.

5) Você saberia reconhecer uma equação? Marque com um x, a resposta que você considera melhor explicar o conceito de uma equação.
( ) É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.
( ) É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com uma ou mais letras, chamadas incógnitas.
( ) É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade.

6) Quando comete um erro, consegue perceber imediatamente ou somente após ser informado do mesmo?
( ) imediatamente ( ) após ser informado

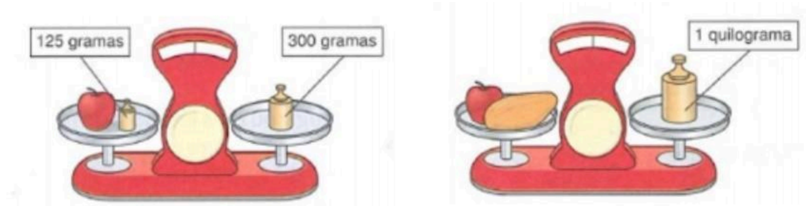
7) Você pensa ser possível aprender com os erros cometidos no desenvolvimento das questões?

( ) Sim ( ) Não

8) A soma do triplo de um número com 35 é igual a 86. Qual é esse número?

9) Resolva as equações do 1º grau com uma incógnita: **4x -2 = 2x + 8**

10) Observe as balanças em equilíbrio, e descubra quanto pesa a maçã e o mamão, respectivamente.



a) 75g e 175g

b) 175g e 825g

c) 185g e 725g

d) 275g e 185g

Apêndice E - Produto Educacional

Sequência Didática: Ensino e Aprendizagem de Equação do 1º Grau via Resolução de Problemas

APRESENTAÇÃO

Caros(as) professores (as)!

Apresentamos como produto educacional esta sequência didática que é parte da dissertação de mestrado intitulada "**Proposta de uma Sequência Didática para o ensino de Equação do 1º grau via Resolução de Problemas:** um olhar a partir da análise de erros", vinculada ao programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL) como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre.

A proposta tem como objetivo de trabalhar com a unidade temática álgebra, mais especificamente equação do 1º grau, em consonância com a habilidade EF07MA18 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

A abordagem adotada visava o ensino de equação através da resolução de problemas (SHROELDER; LESTER, 1989) com a utilização da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Para isso, foi construída uma sequência didática composta por quatro problemas relacionados ao tema.

Inicialmente a sequência didática foi aplicada em uma turma composta por dezessete estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública e, a partir da análise dos dados da pesquisa observou-se possíveis melhoras na sequência a fim de obter um material com potencial mais significativo.

A seguir apresentamos um pouco sobre a metodologia adotada e a sequência didática proposta.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A METODOLOGIA ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO

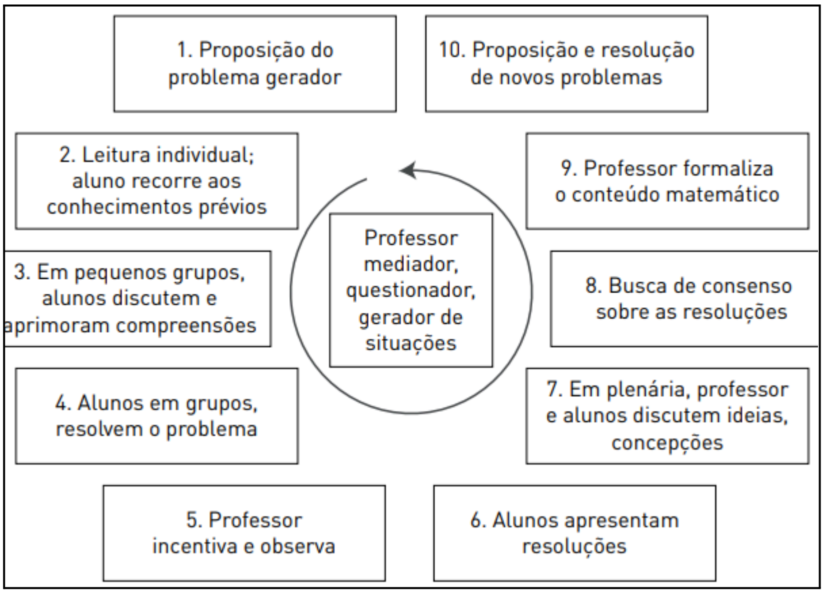
As pesquisas sobre resolução de problemas e as iniciativas de considerá-la como abordagem metodológica no ensino da Matemática surgiram no início da primeira metade do século XX e receberam atenção a partir de Polya. Entretanto, foi apenas na década de 70, que os estudos acerca da resolução de problemas foram ampliados. No Brasil, documentos oficiais para o ensino de Matemática, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) mencionam a metodologia e a habilidade de resolver problemas.

Resolver problemas é uma situação desafiadora tanto para os estudantes quanto para professores. Os estudantes ao resolver problemas se deparam com algo novo, exigindo a busca de estratégias, interpretação e reflexões. Nesse contexto, de acordo com Rocha (2020) o papel do professor é de elaborar e selecionar problemas contextualizados que desafiem os estudantes.

A resolução de problemas fundamenta-se na apresentação de situações que exijam dos alunos empenho para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento (POZO, 1998). Existem diferentes abordagens acerca da resolução de problemas (SHROELDER e LESTER, 1989; POLYA, 1995; POZO, 1998; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Porém, para este trabalho optamos pela metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação, de Alevatto e Onuchic (2021).

Para as autoras, o problema é o ponto de partida e deve ser apresentado no início do processo de aprendizagem. Ainda, propõem dez etapas na metodologia para resolver problemas: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas. A Figura 1 apresenta um esquema das etapas.

Figura 1 - Esquema das etapas da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55).

Na metodologia o professor assume o papel de mediador e questionador, observando o processo e incentivando os estudantes através de questionamentos que os levem a refletir, buscar estratégias e soluções e discuti-las em busca de um consenso para a solução do problema. Cabe destacar que a última etapa converge para as habilidades propostas pela BNCC, de resolver e elaborar problemas.

Na próxima seção apresentamos a sequência didática proposta.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, será apresentada uma sequência didática que tem por objetivo formalizar o conceito de equação do 1º grau com uma incógnita no 7º ano do ensino fundamental e que está em consonância os objetos de conhecimento e habilidades definidos para esse conteúdo definidos na BNCC (BRASIL, 2018), como apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades

Unidade temática: Álgebra
Objetos de conhecimento: Equações polinomiais do 1º grau
Habilidades: (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018).

Optamos pela utilização da sequência didática, uma vez que ela guia, por meio de etapas, todo o planejamento do professor durante as aulas. Além disso, conforme a concepção de Zabala (1998), as sequências didáticas são definidas como "um conjunto de atividades organizadas, estruturadas e articuladas para atingir objetivos educacionais específicos, com um começo e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos" (ZABALA, 1998, p.18).

As atividades foram organizadas com o objetivo de promover a aprendizagem dos conhecimentos sobre equação do 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas seguindo a metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação, de Allevato e Onuchic (2021) para resolver problemas, que possui as seguintes etapas: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro de resolução na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

A sequência didática apresentada na Figura 3 foi dividida em quatro blocos. O tempo total previsto para o desenvolvimento é de doze aulas de 45 minutos.

Figura 3 - Estrutura da Sequência Didática

Bloco 1
Atividade: Conversa inicial e Problema 1 - Qual é a minha idade?
Tempo Sugerido: Três aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema inicial relacionado à idade, com objetivo de formalizar o uso de incógnitas para representar um valor desconhecido utilizando equações para representar uma situação.
Bloco 2
Atividade: Problema 2 - Balança com pratos equilibrados
Tempo Sugerido: Três aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo uma balança com dois pratos em equilíbrio, com objetivo de formalizar o conceito equação do 1º grau.
Bloco 3
Atividade: Problema 3 - Números decimais
Tempo Sugerido: Três aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo números decimais, com objetivo de ampliar o entendimento do conceito de equação do 1º grau em diferentes contextos.
Bloco 4
Atividade: Problema 4 - Perímetro e Área
Tempo Sugerido: Três aulas de 45 minutos cada
Descrição: Aplicação de um problema envolvendo perímetro e área de dois canteiros, com objetivo utilizar equação do 1º grau em diferentes contextos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao iniciar a sequência didática, sugere-se uma conversa com estudantes para levantamento dos conhecimentos prévios sobre a álgebra, expressões algébricas, e equações, bem como sobre a metodologia de resolução de problemas, explicando as etapas a serem seguidas.

Na sequência, é o momento da aplicação dos problemas. Os problemas foram retirados/adaptados do livro didático (PATARO; BALESTRI, 2018) adotado na escola em que o professor/pesquisador atua. Pensou-se em uma sequência em que o nível de dificuldade vai sendo ampliado a cada problema. Desse modo, iniciamos com problemas mais simples, pensando que muitos estudantes ainda podem não estar habituados a resolverem problemas.

Recomenda-se, para cada problema, a seguinte sequência: Para **proposição do problema gerador**, cada estudante recebe uma cópia do problema e deve realizar a **leitura individual** e, se possível, iniciar a resolução do problema. Após essa etapa, os alunos conduzem a **leitura em conjunto,** em pequenos grupos para discutir as interpretações iniciais e aprimorar as compreensões. Em seguida, avançam na **resolução do problema**, ainda em pequenos grupos, colaborando de forma conjunta para encontrar a solução. Durante o processo, o papel do professor consiste em **observar e incentivar** , sem direcionar para a solução ou fornecer respostas prontas, mas sim fazendo questionamentos que levem os alunos a refletir e debater sobre suas ideias.

Na sexta etapa, um representante do grupo, faz o **registro das resoluções** na lousa, independente de estarem corretas ou não. Diante das diferentes resoluções, os estudantes justificam suas respostas e defendem seus pontos de vista em uma discussão em **plenária**. Nesse momento, em conjunto, professor e alunos iniciam a **busca do consenso** pela resolução correta. A próxima etapa é dedicada à **formalização do conteúdo**, na qual o professor apresenta de maneira organizada, utilizando a nomenclatura adequada, o conceito ou procedimento que era o objetivo de aprendizagem planejado para aquela aula e desenvolvido por meio da resolução do problema. Na última etapa, novos problemas relacionados ao problema central são propostos pelo professor ou pelos estudantes.

Para o primeiro bloco, o problema escolhido possui o seguinte enunciado: **"O dobro da minha idade adicionado a 9 é igual a 81. Qual é a minha idade?"**. A primeira vista pode não parecer um problema, por se tratar de uma questão simples que pode ser resolvida aplicando as operações fundamentais.

Uma possível solução seria :Sabendo que o dobro da minha idade adicionado a 9 é igual a 81, então "81 - 9 = 72" e "72 : 2 = 36". Logo, a minha idade é 36. O estudante também pode resolver por tentativa e erro, pensando que número multiplicado por 2 e somado a 9 resulta em 81. Temos que "2 * 36 + 9 = 81".

Ambas soluções estão corretas. No entanto, como a ideia é abordar equação do 1º grau via resolução de problemas, este pode ser um bom problema para introduzir os conceitos de incógnita e equação. Cabe ao professor mediar a situação através de questionamentos que levem os estudantes a conseguir expressar a situação por meio de uma equação. A Figura 4 apresenta uma possível solução para o problema através de uma equação.

Figura 4 - Possível solução ao primeiro problema proposto

$$2x + 9 = 81$$
$$2x + 9 - 9 = 81 - 9$$
$$2x = 72$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{72}{2}$$
$$x = 36$$

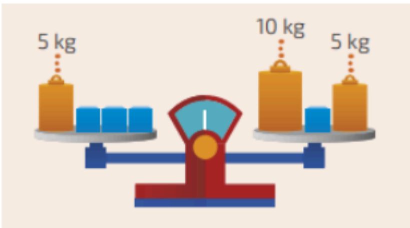
Logo, a idade é 36 anos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No segundo bloco, o problema (Figura 5) envolve dois pratos de uma balança em equilíbrio. Seguindo as etapas já citadas, espera-se que os estudantes concluam que, a partir da balança, é possível escrever a equação “3x + 5 = x + 15” e que cada caixa tem 5 kg de massa.

Figura 5 - Segundo problema proposto

A figura a seguir representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.



Sabendo que cada caixa tem a mesma medida de massa x, resolva as questões.

a) Escreva uma equação para determinar o valor de x.

b) Qual é a medida da massa de cada caixa?

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Os estudantes conseguem determinar a massa de cada caixa, novamente, sem o uso de equações. Seguindo as etapas da metodologia, o professor deve explorar as diferentes soluções apresentadas, utilizar as discussões e explanações a fim de que os estudantes percebam a importância do uso de incógnitas para generalizar diferentes situações presentes no cotidiano. Na Figura 6 é apresentada uma possível solução ao problema com o uso de equação.

Figura 6 - Possível solução ao segundo problema proposto

$$3x + 5 = x + 15$$
$$3x + 5 - x = x + 15 - x$$
$$2x + 5 = 15$$
$$2x + 5 - 5 = 15 - 5$$
$$2x = 10$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$
$$Portanto,\ a\ massa\ de\ cada\ caixa\ é\ de\ 5kg.$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após as explanações e a formalização do conteúdo, na última etapa, os estudantes devem propor novos problemas e resolver os elaborados pelos colegas. Esta etapa é muito importante e o professor precisa estar atento aos problemas propostos e nas resoluções apresentadas para discutir possíveis erros, bem como na evolução dos estudantes no processo de abstração e generalização.

Com objetivo de explorar diferentes situações, no terceiro bloco sugere-se a aplicação de um problema (Figura 7), envolvendo números decimais. O problema consiste em determinar quantos reais Mariana e Pedro possuem.

Figura 7 - Terceiro problema proposto

Mariana tem R$ 18,00 a mais que Pedro e, juntos, eles têm exatamente a quantia necessária para comprar os dois DVDs a seguir. Quantos reais tem cada um deles?

Fonte: Pataro e Balestri (2018, p.144).

Dependendo do contexto e da turma, talvez seja necessário relembrar os números decimais e suas operações. A ideia desse problema é justamente ampliar os conteúdos envolvidos, utilizando-se dos conhecimentos prévios dos estudantes e da exploração de diferentes situações. Na Figura 8, é apresentada uma possível solução para o problema com o uso de uma equação.

Figura 8 - Possível solução ao terceiro problema proposto

$$x + x + 18{,}00 = 37{,}90 + 23{,}50$$

$$2x + 18{,}00 = 61{,}40$$

$$2x + 18{,}00 - 18{,}00 = 61{,}40 - 18{,}00$$

$$2x = 43{,}40$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{43{,}40}{2}$$

$$x = 21{,}70$$

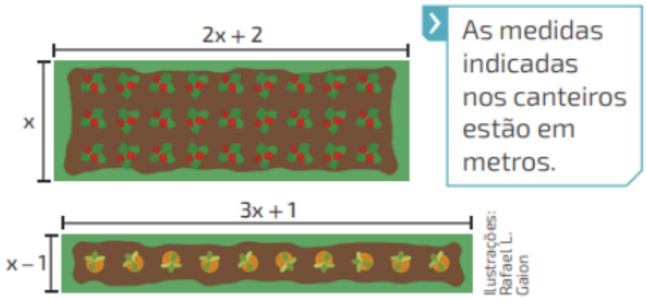
Portanto, Pedro possui R\$ 21,70 *e Mariana* R\$ 39,70 (21,70 + 18,00).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O último problema proposto, no quarto bloco, envolve área e perímetro (Figura 9). Este problema, composto por quatro itens, exige dos estudantes articulação com os conceitos de área e perímetro. A Figura 10 apresenta uma possível solução às questões propostas.

Figura 9 - Quarto problema proposto

Laércio preparou em seu sítio dois canteiros retangulares com perímetros de mesma medida. Em um deles plantou morangos e no outro, cenouras.



a) Escreva uma equação para representar a igualdade das medidas dos perímetros dos canteiros.

b) Qual é a medida da largura e do comprimento de cada retângulo?

c) Considerando que para calcular a área de um retângulo é dada pelo produto entre largura e comprimento, determine a área de cada retângulo.

d) Para o plantio de morangos é preciso deixar um espaço entre as mudas. Para o plantio do morango é comum utilizar 7,5 plantas por metro quadrado de área cultivada. Considerando essas informações, quantas mudas de morango Laércio plantou?

Fonte: Adaptado de Pataro e Balestri (2018).

Figura 10 - Possível solução ao quarto problema proposto

a) Para escrever uma precisa-se somar a medida de todos os lados de cada canteiro. Dai, obtemos:

$$x - 1 + 3x + 1 + x - 1 + 3x = x + 2x + 2 + x + 2x + 2$$

Adicionando os termos semelhantes, temos:

$$8x = 6x + 4$$

b) Para determinar a medida da largura e do comprimento, primeiramente, é necessário resolver a equação, determinando o valor da incógnita.

$$8x = 6x + 4$$

$$8x - 6x = 6x + 4 - 6x$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Para determinar a largura e o comprimento do canteiro de morangos, temos que substituir a incógnita x por 2. Assim, $x = 2$ e $2x + 2 = 2 * 2 + 2 = 6.$ Portanto, a largura é 2 metros e o comprimento do canteiro é 6 metros. Similarmente, substituindo a incógnita no canteiro de cenoura, temos que:

$$Largura = x - 1 \rightarrow 2 - 1 = 1\,metro.$$

$$Comprimento = 3x + 1 \rightarrow 3 * 2 + 1 = 7\,metros.$$

c) Para calcular a área, sabendo as medidas da largura e do comprimento dos canteiros, conforme enunciado, basta determinar o produto entre largura e comprimento. Assim:

Área do canteiro de morango:

$A = 2m * 6m = 12\,m^2$

Área do canteiro de cenoura:

$A = 1m * 7m = 7\,m^2$

d) Para determinar a quantidade de mudas que Laércio plantou,basta multiplicar a quantidade de mudas (por m²) pela área do canteiro. Como já determinado, a área do canteiro do morango é de 12 m² e, de acordo com o enunciado, é comum utilizar 7,5 mudas por metro quadrado. Desse modo, temos que a quantidade de mudas que laércio plantou foi 90 mudas (12 * 7,5).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para potencializar o desenvolvimento dos estudantes na área de Matemática, é sugerido que, ao final de cada bloco, eles elaborem novos problemas a serem resolvidos pelos colegas, seguindo a última etapa da metodologia

Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Essa prática visa estimular processos mais avançados de reflexão e abstração, proporcionando uma base sólida para modos de pensamento que favoreçam a formulação e resolução autônoma de problemas em diversos contextos, conforme preconizado pela BNCC.

Ao final dos quatro blocos é importante conversar com os estudantes para obter um feedback sobre as percepções dos estudantes a respeito da metodologia utilizada e das contribuições para o processo de aprendizagem. Quanto ao processo avaliativo dos estudantes, pode ser realizado ao longo do processo, através do envolvimento, questionamentos, discussões, soluções propostas e proposição de novos problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional aqui apresentado busca contribuir com a aprendizagem de equações do 1º grau dos estudantes do 7º ano do ensino fundamental, ou em outro momento em que for necessário, orientada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas apresenta grande potencial proporcionando aos estudantes realizar abstrações e generalizações, que contribuem para o desenvolvimento do processo algébrico.

Temos a expectativa de que este recurso educacional possa ser um catalisador para a criação de abordagens pedagógicas eficientes de ensino. Além disso, almejamos inspirar os professores a adotar iniciativas semelhantes na elaboração de suas próprias ferramentas educacionais. Acreditamos que, ao resolver problemas e com o apoio adequado do professor, os estudantes poderão desenvolver habilidades algébricas capazes de reduzir suas dificuldades em aprender os conteúdos relacionados às equações do primeiro grau.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC. Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al. (Org.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação.Brasília: 2018.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial 7º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1.ed. São Paulo : Scipione, 2018.
POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo - 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ROCHA, F. S. M. resolução de problemas. IN: ROCHA, F. S. M.; KALINK, M. A. **Práticas contemporâneas em educação Matemática** [livro eletrônico]. Curitiba, Intersaberes, 2020.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics.** Reston: NCTM, 1989, p. 31-42

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.