

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Física



Dissertação

Estudo da fotoprodução e decaimento de $f_2(1270)$

Kamila Elen Silva Mendes

Pelotas, 2025

Kamila Elen Silva Mendes

Estudo da fotoprodução e decaimento de $f_2(1270)$

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Mário Luiz Lopes da Silva

Pelotas, 2025

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação da Publicação

M538e Mendes, Kamila Elen Silva

Estudo da fotoprodução e decaimento de $f_2(1270)$ [recurso eletrônico] / Kamila Elen Silva Mendes ; Mário Luiz Lopes da Silva, orientador. — Pelotas, 2025.
80 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2025.

1. Mésons. 2. Decaimento radioativo. 3. Fotoprodução. 4. Seção de choque. I. Silva, Mário Luiz Lopes da, orient. II. Título.

CDD 539.72162

Elaborada por Gabriela Machado Lopes CRB: 10/1842

Kamila Elen Silva Mendes

Estudo da fotoprodução e decaimento de $f_2(1270)$

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 27 de agosto de 2025

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARIO LUIZ LOPES DA SILVA**
Data: 28/08/2025 18:17:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Mário Luiz Lopes da Silva (orientador)
Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Documento assinado digitalmente
 **RAFAEL CAVAGNOLI**
Data: 28/08/2025 22:45:12-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Rafael Cavagnoli
Doutor em Física pela Universidade Federal de Santa Catarina.

Documento assinado digitalmente
 **MAGNO VALERIO TRINDADE MACHADO**
Data: 28/08/2025 21:53:21-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado
Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

*Aos meus pais, Iolanda e Erinaldo (in memoriam),
por todo o amor, incentivo e pelo esforço incansável
que me permitiram chegar até aqui. Minha eterna
gratidão por tudo que fizeram e representam em
minha vida.*

AGRADECIMENTOS

- Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a capacidade de desenvolver este trabalho.
- À minha família pelo amor, apoio e incentivo que sempre me deram.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Mário Luiz Lopes da Silva, pela orientação paciente e dedicada.
- À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de pesquisa.
- Aos professores do PPGFis pela contribuição na minha formação acadêmica.
- Aos professores do GAME (Grupo de Altas e Médias Energias) pelas contribuições na escrita e desenvolvimento deste trabalho.
- Aos amigos e colegas do GAME (Grupo de Altas e Médias Energias), em especial os amigos Sandra Tacianny, Juciene Teixeira e João Bulhões pela amizade e parceria nos últimos dois anos.
- Aos meus amigos físicos de longa data, Alice Santos e Guilherme Melo pela parceria e amizade sincera.

"A persistência é o caminho do êxito."
CHARLES CHAPLIN.

RESUMO

MENDES, Kamila Elen Silva. **Estudo da fotoprodução e decaimento de $f_2(1270)$** . Orientador: Mário Luiz Lopes da Silva. 2025. 80 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2025.

A ressonância $f_2(1270)$ de massa 1275.5 ± 0.8 MeV, números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$ e largura de decaimento total $186.6^{+2.8}_{-2.2}$ MeV, é considerada, de acordo com o modelo de quarks, um par $q\bar{q}$ simples, no entanto são encontrados na literatura vários outros modelos para sua estrutura. Nesse contexto, utilizamos neste trabalho de mestrado o decaimento radioativo e a fotoprodução de mésons como ferramentas para investigar a estrutura interna do méson $f_2(1270)$. Lançamos mão do Modelo de Regge para calcular a seção de choque, considerando o processo de fotoprodução $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, onde consideramos que a principal contribuição para a seção de choque para $-t \leq 1,2 \text{ GeV}^2$ está relacionada à troca dos mésons vetoriais ρ (de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ e massa $775,26 \pm 0,23$ MeV) e ω (de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$ e massa $782,66 \pm 0,13$ MeV) no canal t . O decaimento radioativo é obtido através de um modelo não-relativístico. Calculamos o decaimento do méson $f_2(1270)$ nos mésons ρ e ϕ e obtivemos como resultado $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \rho^0} = 566,24$ KeV e $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \phi} = 150,88$ KeV.

Palavras-chave: mésons; decaimento radioativo; fotoprodução; seção de choque.

ABSTRACT

MENDES, Kamila Elen Silva. **Study of the photoproduction and decay of $f_2(1270)$.** Advisor: Mário Luiz Lopes da Silva. 2025. 80 f. Dissertation (Master's degree in Physics) – Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2025.

The resonance $f_2(1270)$ of mass 1275.5 ± 0.8 MeV, quantum numbers $I^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$ and width of total decay $186.6^{+2.8}_{-2.2}$ MeV, is considered, according to the quark model, a simple $q\bar{q}$ pair, however it is found in literature several other models for its structure. In this context, in this master's work, we use radioactive decay and photoproduction of mesons as tools to investigate the internal structure of the $f_2(1270)$ meson. We use the Regge Model to calculate the cross section, considering the photoproduction process $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, where we consider that the main contribution to the cross section for $-t \leq 1,2 \text{ GeV}^2$ is related to the exchange of vector mesons ρ (of quantum numbers $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ and mass $775,26 \pm 0,23$ MeV) and ω (from quantum numbers $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$ and mass $782,66 \pm 0,13$ MeV) in the t channel. Radioactive decay is obtained through a non-relativistic model. We calculated the decay of the $f_2(1270)$ meson into the ρ and ϕ mesons and obtained as a result $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \rho^0} = 566,24$ KeV and $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \phi} = 150,88$ KeV.

Keywords: mesons; radiative decays; photoproduction; cross section.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação dos hádrons do modelo padrão.	16
Figura 2	Comparação entre os modelos com os resultados da seção de choque diferencial obtidos pelo CLAS.	18
Figura 3	Representação da configuração dos quarks em hádrons exóticos .	22
Figura 4	Representação do Caminho Óctuplo para os mésons e para o bárions, respectivamente.	23
Figura 5	Visão geral do LHC.	25
Figura 6	Representação CEBAF e Detector CLAS.	26
Figura 7	Troca simples de um méson no canal t	36
Figura 8	Principais trajetórias mesônicas	40
Figura 9	Diagrama de Feynman da fotoprodução do méson $f_2(1270)$ via troca de mésons ρ e ω no canal t.	47
Figura 10	Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetórias dos mésons ρ e ω , ambos com trajetórias não-degeneradas e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via decaimento radioativo, comparada aos resultados experiemntais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).	51
Figura 11	Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetórias dos mésons ρ e ω , ambos com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experiemntais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).	52
Figura 12	Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetórias dos mésons ρ , com trajetória degenerada e ω , com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experiemntais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).	53

Figura 13	Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de foto-produção $\gamma p \rightarrow p f_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetoriais dos mésons ρ , com trajetória degenerada e ω , com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experiemntais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).	54
Figura 14	(a) <i>Canal s.</i> (b) <i>Canal t.</i> (c) <i>Canal u.</i>	66
Figura 15	Sistema de centro de massa.	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Algumas propriedades dos quarks e seus respectivos antiquarks.	21
Tabela 2	Propriedades de alguns mésons.(Navas et al., 2024)	23
Tabela 3	Números quânticos para as trajetórias mesônicas f_2, ρ, ω, a_2	40
Tabela 4	Valores de β_M e suas respectivas massas obtidos para os estados $n\bar{n}$	44
Tabela 5	Valores de β_M e suas respectivas massas obtidos para os estados $s\bar{s}$	45
Tabela 6	Valores das taxas de decaimento para ρ e ϕ	45
Tabela 7	Sistema de unidades para algumas grandezas físicas	62
Tabela 8	Valores de β_M obtidos para estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PDG	Particle Data Group
CLAS	CEBAF Large Acceptance Spectrometer
JLab	Thomas Jefferson National Accelerator Facility (Jefferson Lab)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	O ESTUDO DOS MÉSONS	20
2.1	Modelo de quarks	20
2.2	Espectroscopia mesônica	21
2.3	A Física de Partículas do ponto de vista experimental	24
2.3.1	LHC	24
2.3.2	Detector CLAS no JLab	25
3	MATRIZ DE ESPALHAMENTO	27
3.1	Definição	27
3.2	Amplitude de espalhamento e seção de choque	27
3.3	Espalhamento de dois corpos	29
3.4	Unitariedade e Teorema Óptico	29
3.5	Analiticidade	31
3.6	Cruzamento	32
4	TEORIA DE REGGE	35
4.1	Fundamentos da teoria	35
4.2	O modelo de canal t	36
4.3	Momento angular complexo	37
4.4	Trajetórias de Regge	39
5	DECAIMENTO RADIOATIVO	41
5.1	Introdução	41
5.2	Potencial de Confinamento	41
5.3	Modelo	42
5.4	Resultados e Discussão	44
6	FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS	46
6.1	Introdução	46
6.2	Formalismo para a seção de choque	46
6.3	Modelo de Regge para a fotoprodução de mésons	48
6.4	Resultados	50
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	56
	REFERÊNCIAS	58
	APÊNDICES	61

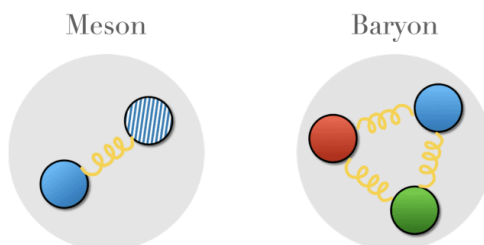
APÊNDICE A - SISTEMA DE UNIDADES	62
APÊNDICE B - VARIÁVEIS CINEMÁTICAS	64
APÊNDICE C - CÁLCULO DO PARÂMETRO VARIACIONAL	72
APÊNDICE D - TRANSFORMADA DE FOURIER	75
APÊNDICE E - DEDUÇÃO DA MATRIZ DE ESPALHAMENTO	77

1 INTRODUÇÃO

Em 1934, Yukawa propôs a existência de uma partícula mediadora da força forte e que explicasse a constante atração entre os constituintes do núcleo, com massa cerca de 300 vezes maior que a do elétron, essa partícula foi chamada de méson (Griffiths, 2008). Mais tarde o méson π foi detectado e identificado como o méson responsável por mediar a força entre prótons e nêutrons, chamada de força forte residual, mantendo-os unidos no interior do núcleo. Desde então, muitos outros mésons foram detectados e têm sido objeto de grande interesse em física de partículas.

Com a descoberta de que os hádrons possuem uma estrutura interna, composta por quarks e glúons, como representado na Figura 1, surgiu uma nova teoria responsável por descrever a interação entre eles, denominada Cromodinâmica Quântica (QCD). O estudo das propriedades dos hádrons é, atualmente, objeto de muito interesse em Física de Partículas tanto do ponto de vista teórico como experimental (Kochetev; Battaglieri; Vita, 2009) e algumas das formas de investigar as propriedades destes estados é por meio de processos como decaimento radiativo e fotoprodução de hádrons. Mésons leves estão no centro de vários estudos experimentais, como os experimentos CLAS 12 e GlueX. Em particular, a fotoprodução de mésons tensoriais ¹ representa um tópico experimental e fenomenológico ativo (Jafarzade; Vereijken; Piotrowska; Giacosa, 2022).

Figura 1 – Representação dos hádrons do modelo padrão.



Fonte: (Mccune, 2022).

Apesar da QCD fornecer uma boa descrição da interação forte no regime de altas

¹Mésons que possuem o momento angular total J igual a 2 e a paridade intrínseca P igual a +1, isto é, $J^P = 2^+$ são classificados como tensoriais (Endler, 2010).

energias, o mesmo não ocorre quando se trata de baixas e médias energias, onde obter previsões quantitativas da QCD se torna mais complexo (Silva; Natti, 2007). Dessa forma, se faz necessário que lancemos mão de métodos não-perturbativos a fim de descrever estes processos, como faremos neste trabalho ao utilizar a abordagem de Regge como formalismo para o cálculo da seção de choque de fotoprodução do méson $f_2(1270)$.

O méson $f_2(1270)$, de massa $1275,5 \pm 0,8$ MeV, largura de decaimento total $186.6^{+2.8}_{-2.2}$ MeV e números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$, é considerado, de acordo com o modelo de quarks, um méson leve, isto é, constituído por quarks leves, os quarks u , d ou s e os seus respectivos antiquarks (Amsler et al., 2023). Na literatura existem vários modelos possíveis para a estrutura interna do méson tensor $f_2(1270)$ (Carver; Celentano; Hicks; Marsicano; Mathieu; Pilloni; Adhikari; Adhikari; Amaryan; Angelini et al., 2021). Além da adotada pelo modelo de quarks, que o considera um par $q\bar{q}$ simples, é levantada a possibilidade de que o $f_2(1270)$ se misture com um glueball tensor de menor massa, ambos possuindo o mesmo $J^{PC} = 2^{++}$ (Shen; Yu, 1989).

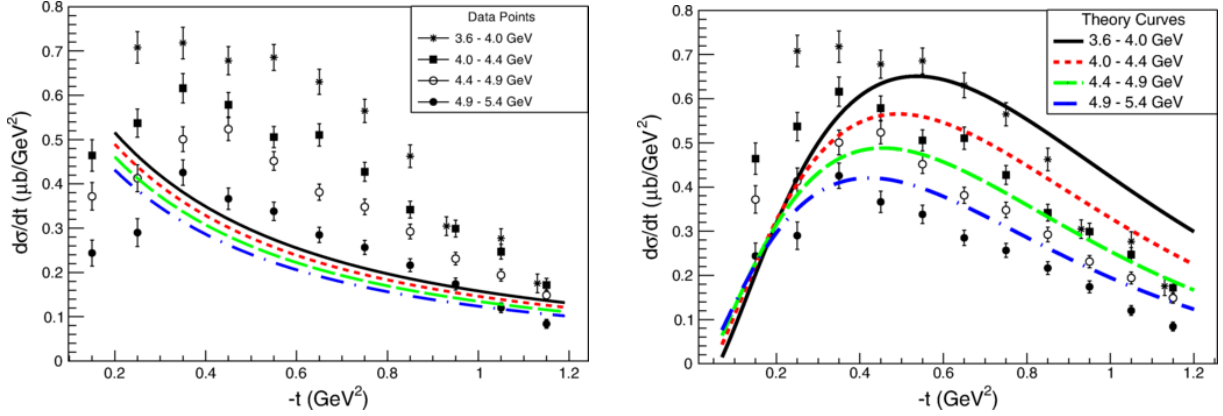
Neste trabalho, o foco é investigar a estrutura interna do méson $f_2(1270)$ a partir do estudo do seu decaimento radiativo e da sua fotoprodução, utilizando teoria de Regge. Essa teoria descreve processos no canal s , com a troca de ressonâncias no canal t , para $s \ll -t$. Recentemente foram divulgados dados experimentais para seções de choque diferenciais da reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p \rightarrow \pi^0\pi^0p$ em pequena transferência de quadri-momentos t . Os dados para esta reação foram obtidos pelo experimento g12 (Carver; Celentano; Hicks; Marsicano; Mathieu; Pilloni; Adhikari; Adhikari; Amaryan; Angelini et al., 2021), em 2008 no detector CLAS, no Thomas Jefferson National Accelerator Facility, e foram comparados com duas previsões teóricas que consideraram trocas de Regge no processo de fotoprodução do $f_2(1270)$.

A reação $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0p$ foi medida pela primeira vez pela Colaboração CLAS com o objetivo de aprender mais sobre a estrutura do $f_2(1270)$ através da comparação de modelos teóricos e a seção de choque diferencial $d\sigma/dt$. O experimento utilizou um feixe de fótons marcado com faixa de energia de 3,6 a 5,4 GeV em um alvo de hidrogênio líquido de 40 cm de comprimento, sendo extraídas as seções de choque diferenciais para o estado final $f_2(1270)p$.

Os resultados obtidos pelo CLAS mostram um aumento nas seções de choque do $t_{\min}$ até $-t \sim 0,35 \text{ GeV}^2$, que cai linearmente até $-t = 1,2 \text{ GeV}^2$. A dependência no momento transferido t discorda das previsões feitas por Xie e Oset (Figura 2a). Neste modelo, $f_2(1270)$ é descrito como uma ressonância gerada dinamicamente a partir da atração de dois mésons ρ . Os dados do CLAS são mais compatíveis com o modelo de Dominância do Méson Tensor (TMD) (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020) (Figura 2b), que inclui a troca de vetores e vetores axiais para o $f_2(1270)$, sugerindo fortemente o domínio das trocas vetoriais

no processo de fotoprodução do $f_2(1270)$.

Figura 2 – Comparação entre os modelos com os resultados da seção de choque diferencial obtidos pelo CLAS.



(a) Modelo de Xie e Oset

(b) Modelo TMD (Mésen Tensor Dominante)

Fonte: (Dupré et al., 2021)

Dessa forma, num primeiro momento iremos abordar o estudo dos mésons, no Capítulo 2, passando pela espectroscopia mesônica e os laboratórios experimentais de física de partículas, como o LHC e o Detector CLAS no JLab, responsável pelos dados experimentais de seção de choque para o processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, os quais motivaram nossa pesquisa e a elaboração deste trabalho.

No Capítulo 3 abordamos conceitos envolvidos no espalhamento de dois corpos, amplitude de espalhamento e seção de choque, bem como a definição da Matriz-S e suas propriedades: unitariedade, analiticidade e cruzamento. Tais conceitos são essenciais para a compreensão dos fundamentos da Teoria de Regge, cuja formulação decorre diretamente das propriedades analíticas da Matriz-S.

No Capítulo 4 apresentamos os conceitos da Teoria de Regge, passando pelos fundamentos da teoria, momento angular complexo e trajetórias de Regge. Estes conceitos são essenciais para a compreensão do formalismo apresentado no Capítulo 6, utilizado para calcular as seções de choque diferenciais para o processo de fotoprodução do méson $f_2(1270)$.

No Capítulo 5 estudamos o processo de decaimento radioativo $f_2(1270) \rightarrow \gamma V$ através do modelo de quarks não-relativístico, a fim de termos uma ideia de qual seria a contribuição das componentes $|n\bar{n}\rangle$ (estados compostos por quarks u e d), $|s\bar{s}\rangle$ (estados compostos por quarks s) e $|G\rangle$ para a estrutura do $f_2(1270)$. O méson $f_2(1270)$ é uma partícula instável, que pode decair em mésons mais leves, como os mesons vetoriais $\rho(770)$ e $\phi(1020)$, emitindo um fóton no processo de decaimento. Os resultados deste estudo são apresentados na Seção 5.4.

No Capítulo 6 apresentamos o formalismo utilizado para o cálculo das seções de choque, com o objetivo de descrever os resultados experimentais obtidos pelo CLAS para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, baseado no modelo de Regge para a

fotoprodução escalar, desenvolvido por (Donnachie; Kalashnikova, 2008) e (Silva; Machado, 2012), onde a reação $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$ ocorre no canal s e troca de reggeons se dá no canal t . Os resultados, juntamente com a discussão destes, são apresentados na Seção 6.4.

E no Capítulo 7 apresentamos as conclusões e perspectivas, discorrendo sobre os resultados obtidos e as perspectivas para trabalhos futuros. Nos Apêndices estão listadas algumas informações úteis e cálculos mais detalhados do que foi feito neste trabalho.

2 O ESTUDO DOS MÉSONS

2.1 Modelo de quarks

Os mésons são partículas constituídas por um quark e um antiquark e são classificadas como hádrons, palavra de origem grega que significa pesado. Essa classe agrupa todas as partículas que além da força fraca e eletromagnética também experimentam a força forte, interação responsável por manter os quarks unidos no interior do núcleo. A ideia de que os hádrons são compostos por partículas elementares, chamadas de quarks, foi proposta por Gell-Mann e Zweig em 1964, definindo que estes podem ser de três tipos(sabores): *up*, *down* e *strange* (Griffiths, 2008). Mais tarde, foram observados mais três sabores de quarks: *bottom*, *top* e *charm*.

Experimentalmente, os quarks não são vistos livremente, devido a um fenômeno chamado de confinamento, que está relacionada a carga cor, que por convenção podem ser vermelho, azul e verde e suas respectivas anticorres. De acordo com o modelo, somente estados sem cor podem ser observados. Para que isso seja possível, somente podem ser formados estados com três quarks qqq , classificados como bárions, e por um quark e antiquark $q\bar{q}$, classificados como mésons. A teoria que estuda a interação de cores é chamada Cromodinâmica Quântica (QCD)(Silva; Natti, 2007). Os quarks possuem spin semi inteiro, sendo classificados, portanto como férmions, partículas que obedecem ao Princípio de Exclusão de Pauli e a estatística de Fermi-Dirac. Já os mésons, por outro lado, por possuírem os números quânticos de um par $q\bar{q}$, possuem spin inteiro, sendo classificados como bósons, partículas que não obedecem o princípio de Exclusão de Pauli e obedecem a estatística de Bose-Einstein.

Como os quarks não podem ser detectados isoladamente, suas massas não podem ser medidas experimentalmente, sendo possível apenas estimar de acordo com o modelo utilizado, como no Bag Model², por exemplo (Bernardini, 2003). De modo geral, usamos a expressão de que as massas dos quarks variam de acordo com o

²Modelo desenvolvido pelo MIT(Massachusetts Institute of Technology) para explicar as propriedades das partículas elementares. Ele descreve as partículas como sistemas compostos, tendo sua estrutura interna associada a variáveis de campo de quarks e glúons (Johnson et al., 1975)que estão confinados em um "saco". O confinamento, neste modelo, é descrito por uma condição de contorno e uma densidade de energia constante B (Mathieu; Kochelev; Vento, 2009).

Tabela 1 – Algumas propriedades dos quarks e seus respectivos antiquarks.

Sabores	Carga Q (e)	Estranheza S	Massa	Isospin I_z	Nº Bariônico B
$u(\bar{u})$	$+\frac{2}{3}$	0	2.16 ± 0.07 MeV	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$
$d(\bar{d})$	$-\frac{1}{3}$	0	4.70 ± 0.07 MeV	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$
$s(\bar{s})$	$-\frac{1}{3}$	-1	93.5 ± 0.8 MeV	0	$+\frac{1}{3}$
$c(\bar{c})$	$+\frac{2}{3}$	0	1.27 ± 0.01 GeV	0	$+\frac{1}{3}$
$b(\bar{b})$	$-\frac{1}{3}$	0	4.18 ± 0.03 GeV	0	$+\frac{1}{3}$
$t(\bar{t})$	$+\frac{2}{3}$	0	172.76 ± 0.30 GeV	0	$+\frac{1}{3}$

modelo, já que não sabemos como estimar o efeito não perturbativo de confinamento da QCD.

2.2 Espectroscopia mesônica

Um méson, de acordo com o modelo de quarks, consiste em um estado ligado do tipo $q\bar{q}$ que, por ser constituído de uma partícula e uma antipartícula, possui uma paridade negativa intrínseca $P = -1$ (Crede; Meyer, 2009). A paridade total de um sistema é dada por $P = (-1)^{L+1}$, onde L é momento angular orbital. Como os quarks possuem spin $1/2$ o spin total de um méson pode ser $S = 0$ ou $S = 1$, desse modo o momento angular total é dado pela soma do momento angular orbital e o spin total dos sistema: $J = L + S$. Além da paridade tem a conjugação de carga que para um sistema $q\bar{q}$ é $C = (-1)^{(L+S)}$.

Os dois quarks mais leves, u e d , carregam também um número quântico a mais: o isospin. Cada um tem isospin $1/2$, sendo que o quark u possui $+1/2$ e o quark d $-1/2$. Se formarmos um méson constituído apenas de quarks destes sabores, podemos ter isospin $I = 0$ ou $I = 1$. Podemos ainda, para um sistema $q\bar{q}$, definir adicionalmente um número quântico conservado, paridade G: $G = (-1)^{L+S+I}$.

Usando estas relações para construir possíveis J^{PC} 's para sistemas $q\bar{q}$, obtemos os seguintes números quânticos permitidos pelo modelo de quarks:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, 3^{--}, 3^{+-}, 3^{++}, \dots \quad (1)$$

Observando este conjunto de número quânticos, nota-se que há uma sequência de J^{PC} 's que não são permitidos para um sistema $q\bar{q}$ simples:

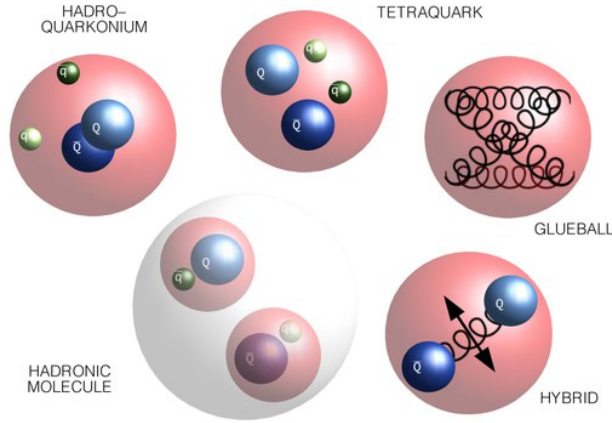
$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots \quad (2)$$

Estes números são conhecidos como números quânticos explicitamente exóticos, pois se observados experimentalmente corresponderiam a algo além dos estados $q\bar{q}$

do modelo quark, como os estados multiquarks, moléculas hádrônicas, híbridos e glu-
eball (ver Figura 3). No entanto, os números quânticos listados em (1) também podem
representar um sistema não- $q\bar{q}$, sendo seu estado geral representado pela seguinte
sobreposição de estados:

$$|\text{mésão}\rangle = |q\bar{q}\rangle + |\text{não} - q\bar{q}\rangle. \quad (3)$$

Figura 3 – Representação da configuração dos quarks em hádrons exóticos



Fonte: (Hanhart, 2022).

Considerando apenas os três quarks mais leves, u , d e s , podemos formar nove
combinações de estados $q\bar{q}$, com os mesmos números quânticos S , L e J .

$$\begin{array}{ccc} (d\bar{s}) & & (u\bar{s}) \\ (d\bar{u}) & \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}) & (u\bar{d}) \\ (s\bar{d}) & & (s\bar{u}) \end{array} \quad (4)$$

e

$$|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \quad |8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \quad (5)$$

A expressão dada em (4) corresponde a estados de $I \neq 0$ e (5) a um par de estados
de $I = 0$, que são misturados para produzir um estado singleto $|1\rangle$ e um octeto $|8\rangle$. Em
um dado noneto, os dois mésons de isospon nulo ($I = 0$) são misturas dos estados
singleto $|1\rangle$ e octeto $|8\rangle$. Os estados f e f' são misturas, onde o grau de mistura é
dado por um ângulo θ ,

$$f = \cos \theta |1\rangle + \text{sen} \theta |8\rangle, \quad (6)$$

$$f' = \cos \theta |8\rangle - \text{sen} \theta |1\rangle. \quad (7)$$

O ângulo de mistura θ pode ser usado no cálculo de taxas de decaimentos.

O decaimento radioativo é um processo no qual uma partícula instável decai em uma ou mais partículas mais estáveis emitindo outras partículas.

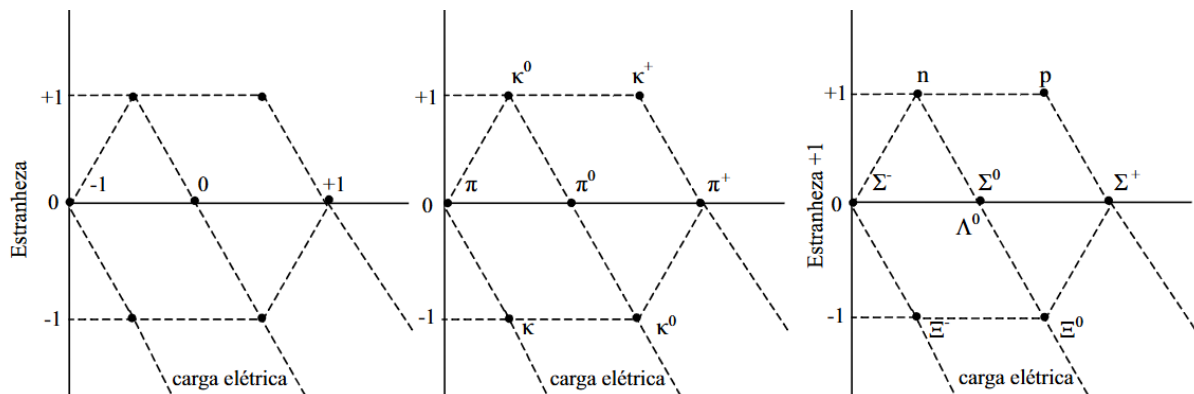
A Tabela 2 resume as propriedades de alguns mésons publicadas pelo *Particle Data Group*(PDG) (Navas et al., 2024).

Tabela 2 – Propriedades de alguns mésons.(Navas et al., 2024)

$n^{2S+1}L_J$	J^{PC}	$I = 1$	$I = 1/2$	$I = 0$
1^1S_0	0^{-+}	π	K	η, η'
1^3S_1	1^{--}	$\rho(770)$	$K^*(892)$	$\phi(1020), \omega(782)$
1^1P_1	1^{+-}	$b_1(1235)$	K_{1B}	$h_1(1380), h_1(1170)$
1^3P_1	1^{++}	$a_1(1260)$	K_{1A}	$f_1(1420), f_1(1285)$
1^3P_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f_2(1525), f_2(1270)$
2^1S_0	0^{-+}	$\pi(1300)$	$K(1460)$	$\eta(1440), \eta(1295)$
2^3S_1	1^{--}	$\rho(1450)$	$K^*(1410)$	$\phi(1680), \omega(1420)$

A Figura 4 mostra um esquema no qual os bárions e mésons são organizados em padrões geométricos de acordo com a carga e a estranheza, esse é o chamado *Caminho Óctuplo*, organizado por Gell-Mann em 1961 (essencialmente, o mesmo esquema foi proposto independentemente por Ne'eman)(Griffiths, 2008).

Figura 4 – Representação do Caminho Óctuplo para os mésons e para o bárions, respectivamente.



Fonte: (Moreira, 2007).

Neste esquema, partículas de carga semelhante ficam ao longo das linhas diagonais inclinadas para baixo, como mostra a Figura 4, e partículas de estranheza semelhante ficam ao longo das linhas horizontais. Os oito bárions mais leves cabem

num arranjo hexagonal, com duas partículas posicionadas no centro. Este é o octeto bárion. Da mesma forma, os oito mésons mais leves preenchem um arranjo hexagonal semelhante ao octeto bariônico, formando o grupo dos mésons classificados como pseudoescalares.

2.3 A Física de Partículas do ponto de vista experimental

A Física experimental de partículas consiste basicamente de aceleradores e detectores. Os aceleradores têm como função acelerar partículas a altas energias fazendo-as colidir com um alvo fixo ou até mesmo com outras partículas aceleradas (Griffiths, 2008). As partículas resultantes de uma colisão deixam um rastro e depositam energia em um detector (Pereira, 2011). A detecção de partículas ocorre quando estas interagem com a matéria deixando sinais perceptíveis da interação (Kolanoski; Wormes, 2020). Em experimentos de física de partículas, geralmente se deseja medir a cinemática da partícula (direção, momento, energia) e, de preferência, também determinar a identidade da partícula detectada. Os detectores de partículas em aceleradores são geralmente espectômetros de ímãs, ou seja, eles incluem um ou vários ímãs e detectores de rastreamento com os quais os momentos de partículas carregadas podem ser determinadas medindo a curvatura das suas trajetórias.

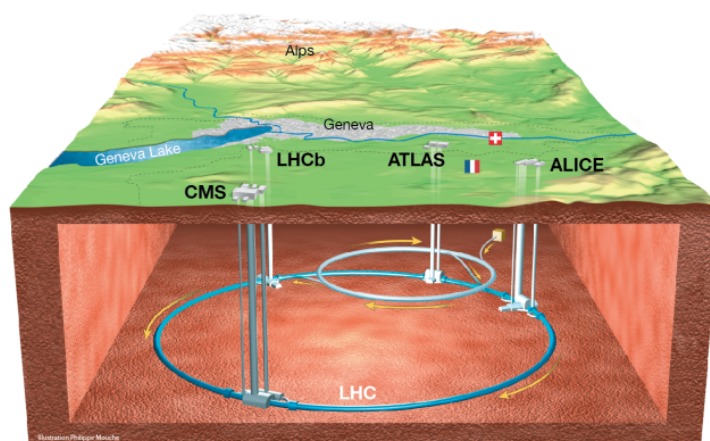
2.3.1 LHC

O LHC (*Large Hadron Collider*, em português, *Grande Colisor de Hádrons*), mostrado na Figura 5, foi construído no CERN (Organização Européia para Pesquisa Nuclear), considerado um dos maiores e mais importantes centros de pesquisa da atualidade, com o objetivo de tornar possível a colisão entre partículas a energias extremamente altas, algo que nunca antes havia sido alcançado pelos colisores que existiam até então (Pereira, 2011). O LHC está localizado na fronteira entre a França e a Suíça a cerca de 175 m abaixo do solo. Diferente dos demais aceleradores, o LHC foi projetado especificamente para colidir dois prótons um contra o outro ou dois feixes de íons pesados um contra o outro, com energia máxima de 7 TeV por feixe. Tais feixes percorrem a estrutura do LHC, que consiste em túnel circular com um perímetro de 27 km, guiados por ímãs que geram um campo magnético capaz de alterar suas trajetórias. Esses ímãs são supercondutores à baixa temperatura, por isso todo o anel do LHC é refrigerado a uma temperatura aproximada de 4,5 K.

Para acelerar as partículas antes da colisão, há no LHC aceleradores do tipo LINAC (*Linear Particle Accelerator*, em português, *Acelerador de Partículas Linear*) que acelera as partículas de modo retilíneo, e PS (*Proton Synchrotron*, em português, *Síncrotron de Prótons*) que aumenta a velocidade das partículas carregadas de forma que elas descrevam uma trajetória circular quando aceleradas.

Há atualmente quatro experimentos principais em funcionamento no LHC, são eles: o ATLAS (*A Toroidal LHC AparatuS*, em português, *Aparato Toroidal do LHC*) que é um detector onde feixes de prótons colidem com energia de centro de massa de até 7 TeV, o CMS (*Compact Muon Solenoid*, em português, *Solenóide Compacto de Múons*) que é um detector de múons que também permite a detecção de fótons, elétrons e hádrons e a identificação de neutrinos, o LHCb (*Large Hadron Collider beauty*), onde *beauty* se refere ao quark *b* (*bottom*), que se trata de um experimento desenvolvido para medidas precisas da violação da simetria CP (simetria de carga e paridade) e decaimentos raros de mésons compostos pelos quarks *b* e anti-*b*, e o ALICE (*A Large Ion Collider Experiment*, em português, *Experiência do Grande Colisor de Íons*) que é voltado para o estudo da colisão entre íons pesados.

Figura 5 – Visão geral do LHC.



Fonte: (Server, 2014).

2.3.2 Detector CLAS no JLab

Desde a década de 1950, o espalhamento de elétrons tem sido empregado como uma sonda para a estrutura interna de núcleons e núcleos, principalmente em reações inclusivas (ver Apêndice 7). No entanto, uma compreensão mais detalhada destes estados requer a medição de canais exclusivos (ver Apêndice 7), em razão de que identificação de spin, paridade e isospin de um estado só podem ser obtidos através de canais de decaimento de ressonância e, portanto, requer medidas exclusivas (Mecking et al., 2003).

O Thomas Jefferson National Accelerator Facility (Jefferson Lab), representado na Figura 6a, é um laboratório nacional do Departamento de Energia dos EUA, onde foi instalado o espectômetro de grande aceitação CEBAF (CLAS), usado para estudar reações nucleares e hadrônicas foto e eletroinduzidas.

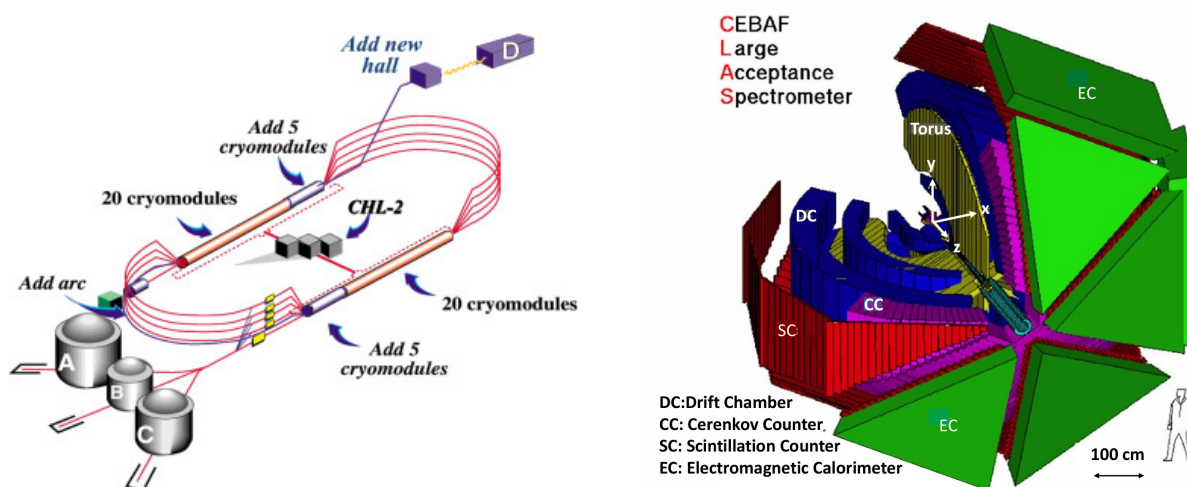
O feixe primário de elétrons do acelerador CEBAF pode ser separado e enviado para quatro áreas de experimento, Halls A, B, C e D, o mais recente. O Hall B era o lo-

cal do detector CEBAF Large Acceptance Spectrometer (CLAS), que operou de 1997 a 2012, e agora é o local de uma versão atualizada desse espectrômetro chamada CLAS12, que foi construída como parte do projeto de atualização JLab 12 GeV. Foi projetado para operação com elétrons e feixe de fótons marcados. O design do CLAS é baseado em um campo magnético toroidal, gerado por um ímã toroidal supercondutor, cuja função é gerar o campo magnético que curva as trajetórias das partículas carregadas (Dickson, 2011). O ímã é composto por seis bobinas supercondutoras, dispostas simetricamente ao redor da região interna que contém o alvo. Em sua configuração usual, o campo magnético toroidal faz com que partículas carregadas positivamente se curvem para longe do feixe e partículas carregadas negativamente se curvem em direção ao feixe.

O detector CLAS, mostrado na Figura 6b, foi construído como uma cebola com sucessivas camadas de detectores. Seu sistema de detecção de partículas consistia em:

- Seis câmaras de deriva que determinam as trajetórias de partículas carregadas. Ao combinar a trajetória de uma partícula com o nosso conhecimento do campo magnético, é possível determinar seu momento;
- Contadores de gás Cherenkov que possuem a dupla função de disparar elétrons e distinguir elétrons e píons;
- Barras cintiladoras para medição de tempo de voo (TOF);
- Calorímetros eletromagnéticos para detectar elétrons e nêutrons.

Figura 6 – Representação CEBAF e Detector CLAS.



(a) Acelerador contínuo de feixe de elétrons CEBAF após a duplicação da energia do feixe para 12 GeV e adição do Hall D.

(b) Representação do Detector CLAS.

Fonte: (Burkert et al., 2020; Dupré et al., 2021)

3 MATRIZ DE ESPALHAMENTO

3.1 Definição

A matriz de espalhamento (matriz S)(Barone; Predazzi, 2013) é um operador que em um processo de espalhamento atua em um estado inicial $|i\rangle$ levando a um estado final $|f\rangle$,

$$S|i\rangle = |f\rangle, \quad (8)$$

tal que:

$$P_{fi} = |\langle f|S|i\rangle|^2 = \langle f|S^\dagger|i\rangle\langle f|S|i\rangle \quad (9)$$

é a probabilidade de que $|f\rangle$ seja o estado final quando $|i\rangle$ for o estado inicial.

A matriz S está relacionada com o operador de evolução temporal $U(t, t_0)$ no intervalo entre $-\infty$ e $+\infty$:

$$S \equiv U(-\infty, +\infty) \quad (10)$$

e, em teoria quântica de campos, é dada pela série de Dyson:

$$S = \mathbb{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \mathcal{T}(H'_{\text{int}}(x_1) \cdots H'_{\text{int}}(x_n)), \quad (11)$$

onde H'_{int} é o Hamiltoniano de interação e $\mathcal{T}$ o produto ordenado no tempo. A matriz S possui algumas propriedades gerais como unitariedade, analiticidade e cruzamento.

3.2 Amplitude de espalhamento e seção de choque

Podemos obter a matriz de transição T subtraindo o operador identidade de S ,

$$S = \mathbb{I} + iT. \quad (12)$$

Dessa forma, os elementos da matriz S são:

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i \rangle = \delta_{if} + i\langle f|T|i \rangle = \delta_{if} + iT_{if}. \quad (13)$$

Que, se introduzirmos a função δ em T , ao assumirmos que $p_i = p_f$, podemos reescrever como:

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i \rangle = \delta_{if} + i(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) A(i \rightarrow f), \quad (14)$$

onde $A(i \rightarrow f)$ é a amplitude de espalhamento relativística. Para um processo de espalhamento do tipo $1 + 2 \rightarrow n$, o estado inicial é dado por:

$$|i\rangle = |p_1 p_2\rangle \quad (15)$$

com o quadri-momentum total $p_i = p_1 + p_2$ e o estado final composto de n partículas é da forma:

$$|f_n\rangle = |p'_1 \cdots p'_n\rangle \quad (16)$$

Desse modo, a seção de choque para este tipo de reação é dada por:

$$d\sigma = \frac{1}{\Phi} |A(i \rightarrow f_n)|^2 d\Pi_n, \quad (17)$$

onde Φ é o fluxo incidente:

$$\Phi = 2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|. \quad (18)$$

e $v_1 = \frac{p_1}{E_1}$ e $v_2 = \frac{p_2}{E_2}$ são as velocidades de colisão das partículas 1 e 2, respectivamente, e $d\Pi_n$ é o espaço de fase invariante de Lorentz dado por:

$$d\Pi_n = \prod_{j=1}^n \frac{d^4 p'_j}{(2\pi)^3 2E'_j} (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right). \quad (19)$$

A seção de choque total σ_{tot} pode ser obtida integrando 17 e somando sobre todas as possibilidades de partículas produzidas no estado final,

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{1}{\Phi} \sum_n \int d\Pi_n |A(i \rightarrow f_n)|^2. \quad (20)$$

3.3 Espalhamento de dois corpos

Considerando um processo de espalhamento de dois corpos $1+2 \rightarrow 3+4$, podemos escrever a seção de choque diferencial como:

$$d\sigma = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} |A(12 \rightarrow 34)|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3\mathbf{p}_3 d^3\mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_3 (2\pi)^3 2E_4}. \quad (21)$$

Para integrar sobre $d^3\mathbf{p}_4$, usamos $\delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4)$ e decompondo $d^3\mathbf{p}_3$ como $\mathbf{p}_3^2 d|\mathbf{p}| d\Omega$, onde $d\Omega = d\cos\theta d\phi$, obtemos:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2) (2\pi)^2} \int \frac{\mathbf{p}_3^2 d|\mathbf{p}_3|}{2E_3 2E_4} \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |A(12 \rightarrow 34)|^2 \quad (22)$$

No referencial de CM:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)}{64\pi^2 s \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} |A(s, t)|^2, \quad (23)$$

que, em altas energias se reduz a:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq \frac{1}{64\pi^2 s} |A(s, t)|^2 \quad (24)$$

A seção de choque diferencial também pode ser expressa em função do momento transferido t , tal que para $s \rightarrow \infty$:

$$d\cos\theta = \frac{2s}{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)} dt \simeq \frac{2}{s} dt, \quad (25)$$

que para partículas sem spin, onde a amplitude de espalhamento não depende do ângulo azimutal ϕ , a equação se torna:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi \lambda(s, m_1^2, m_2^2)} |A(s, t)|^2. \quad (26)$$

3.4 Unitariedade e Teorema Óptico

A unitariedade nos fornece uma conexão importante entre a amplitude de espalhamento e a seção de choque, esta conexão é conhecida como o teorema óptico (Donnachie; Dosch; Landshoff; Nachtmann, 2002). Porque o operador S é unitário, isto é:

$$S^\dagger S = S S^\dagger = \mathbb{I}, \quad (27)$$

para quaisquer estados $\langle j|$ e $|i\rangle$:

$$\delta_{ji} = \langle j|SS^\dagger|i\rangle = \sum_f \langle j|S|f\rangle \langle f|S^\dagger|i\rangle. \quad (28)$$

Podemos reescrever a condição de unitariedade em termos da matriz de transição T :

$$(\mathbb{I} - iT^\dagger)(\mathbb{I} + iT) = \mathbb{I}, \quad (29)$$

que é

$$i(T^\dagger - T) = T^\dagger T. \quad (30)$$

Tomando agora os elementos da matriz entre os estados inicial $\langle i|$ e final $|f\rangle$ do processo de espalhamento, inserindo um conjunto de estados intermediários $|n\rangle$:

$$i\langle f|T^\dagger - T|i\rangle = \sum_{\{n\}} \langle f|T^\dagger|n\rangle \langle n|T|i\rangle, \quad (31)$$

nos leva a:

$$2\text{Im}T_{if} = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}. \quad (32)$$

Supondo que em um processo os estados inicial e final são idênticos (Barone; Predazzi, 2013):

$$|i\rangle = |f\rangle, \quad (33)$$

e que para uma colisão de partículas $2 \rightarrow 2$, ou seja, um espalhamento do tipo elástico, temos que:

$$2\text{Im}A_{\text{el}}(s, t=0) = \sum_n \int d\Pi_n |A(i \rightarrow n)|^2. \quad (34)$$

Comparando (34) com (20):

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{2}{\Phi} \text{Im}A_{\text{el}}(s, t=0), \quad (35)$$

que para $s \rightarrow \infty$, se torna:

$$\sigma_{\text{tot}} \simeq \frac{1}{s} \text{Im} A_{\text{el}}(s, t = 0), \quad (36)$$

que se refere ao teorema óptico para um espalhamento relativístico.

3.5 Analiticidade

Esta propriedade diz que as amplitudes de espalhamento, quando continuadas para valores complexos, são funções analíticas das variáveis cinemáticas (Barone; Predazzi, 2013).

Considerando um processo de dois corpos, o postulado da analiticidade afirma que a amplitude de espalhamento é uma função analítica das variáveis cinemáticas s e t , consideradas complexas. As amplitudes físicas são obtidas a partir dos valores de limite real dessas funções analíticas. Nesse caso, entre as singularidades das amplitudes de espalhamento, são encontrados polos simples no eixo real que correspondem a troca de partículas físicas. Isso significa que a amplitude do canal s , $A_{\ell}(s, t)$ é singular em:

$$s = m^2, \quad (37)$$

onde a partícula que é trocada no canal s tem um propagador:

$$\frac{1}{s - m^2 + i\epsilon}. \quad (38)$$

As amplitudes de espalhamento podem apresentar também outras singularidades, além de polos simples, como as que correspondem à troca de duas ou mais partículas físicas. Dessa forma:

$$s = (2m)^2, \quad s = (3m)^2, \text{ etc.} \quad (39)$$

Considerando agora o canal t , sendo t o quadrado da energia do centro de massa, a amplitude de espalhamento é singular em:

$$t = m^2, \quad (40)$$

e, para vários pontos de singularidades:

$$t = (2m)^2, \quad (3m)^2, \quad \text{etc..} \quad (41)$$

De modo similar, a amplitude do canal u é singular em:

$$u = m^2, \quad (42)$$

e para vários pontos de singularidade:

$$u = (2m)^2, \quad (3m)^2, \quad \text{etc.} \quad (43)$$

3.6 Cruzamento

A simetria de cruzamento assume que, em uma determinada reação, uma partícula de momento p que entra pode ser vista como uma antipartícula que sai com momento $-p$.

$$\begin{aligned} \text{I} : 1 + 2 &\rightarrow 3 + 4 && \text{canal } s \\ \text{II} : 1 + \bar{3} &\rightarrow \bar{2} + 4 && \text{canal } t \\ \text{III} : 1 + \bar{4} &\rightarrow \bar{2} + 3 && \text{canal } u \end{aligned} \quad (44)$$

As reações transformadas pela simetria CPT (conjugação de carga+paridade+tempo reverso) são:

$$\begin{aligned} \bar{3} + \bar{4} &\rightarrow \bar{1} + \bar{2} && \text{canal } s \\ 2 + \bar{4} &\rightarrow \bar{1} + 3 && \text{canal } t \\ 2 + \bar{3} &\rightarrow \bar{1} + 4 && \text{canal } u \end{aligned} \quad (45)$$

O princípio fundamental da propriedade de simetria de cruzamento afirma que uma mesma amplitude de espalhamento $A(s, t)$ que descreve um dos três processos relacionados por cruzamento (Eq. 44), também descreve os outros dois. Isso decorre da simetria CPT, assumindo que a reversão temporal é válida (Eq. 45).

Como as regiões cinemáticas dos três canais são diferentes e portanto não se sobrepõem, de acordo com a propriedade de simetria de cruzamento, a mesma função das variáveis de Mandelstam s, t, u descreve os seis processos dados (44, 45) em diferentes domínios. Portanto, sabendo as propriedades analíticas da amplitude de espalhamento em qualquer canal, podemos continuá-la analiticamente para outros canais.

Mais uma vez tomando as variáveis s e t como independentes, $A(s, t)$ é a amplitude de espalhamento para todos os processos dados em (44) e (45). Se t for mantido fixo, as singularidades do canal u aparecem como singularidades de $A(s, t)$ no plano s em:

$$s = 3m^2 - t, \quad (46)$$

e pontos de singularidade:

$$s = -t, \quad s = -t - 5m^2, \quad \text{etc}, \quad (47)$$

onde usamos a relação $s + t + u = 4m^2$.

Convencionalmente, assumimos que a amplitude física para o canal s é obtida por aproximação do eixo real,

$$A_S(s, t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} A(s + i\epsilon, t). \quad (48)$$

Devido ao princípio de reflexão de Schwarz³, a parte real de $A(s, t)$ para $-t < s < 4m^2$ implica:

$$A(s^*, t) = A^*(s, t) \quad (49)$$

e, portanto, fica claro que há uma descontinuidade de $A(s, t)$ através do corte associado ao canal s denominado $D_s(s, t)$, definido como:

$$D_s(s, t) \equiv \text{Disc}_s A(s, t, u) = \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} [A(s + i\epsilon, t) - A(s - i\epsilon, t)], \quad (50)$$

e coincide com a parte imaginária de $A(s, t)$:

$$D_s(s, t) \equiv \text{Im} A(s, t). \quad (51)$$

Para obter a amplitude física para o canal u , continuamos analiticamente a amplitude física do canal s ,

$$\begin{aligned} A_u(s, t) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} A(s(u + i\epsilon, t), t) \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} A(4m^2 - u - t - i\epsilon, t) \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} A(s(u, t) - i\epsilon, t). \end{aligned} \quad (52)$$

A descontinuidade para o canal u é, portanto, definida como:

$$\begin{aligned} D_u(u, t) &\equiv \text{Disc}_u A(s(u, t), t) = \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} [A(s(u + i\epsilon), t) - A(s(u - i\epsilon), t)] \\ &= \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} [A(4m^2 - u - t - i\epsilon, t) - A(4m^2 - u - t + i\epsilon, t)]. \end{aligned} \quad (53)$$

³Este princípio afirma que se $f_1(z)$ é uma função analítica em um domínio D ($\text{Im } z > 0$) e possui valores reais ao longo de uma porção do eixo real e seja $f_1(z)$ real para $z \in D$ existe, então, uma extensão analítica única de $f_1(z)$ no domínio D^* que é imagem refletida de D em relação ao eixo real que é dada por: $f_2(z) = f_1^*(z^*)$ para $z \in D^*$ (Oliveira, 2006).

Para partículas idênticas, a simetria de cruzamento afirma que $A_s(s, t) = A_u(s, t) = A(s, t)$ e, portanto, implica:

$$A(s + i\epsilon, t) = A(4m^2 - s - t - i\epsilon, t). \quad (54)$$

No limite de altas energias:

$$A(s, t) = A(-s, t). \quad (55)$$

4 TEORIA DE REGGE

Este capítulo introduz os principais conceitos envolvidos na teoria de Regge (ver Capítulo 5 de (Barone; Predazzi, 2013)), formulada em 1959 pelo italiano Tulio Regge que, ao discutir soluções para a equação de Schrödinger, mostrou que é útil considerar o momento angular como uma variável complexa.

4.1 Fundamentos da teoria

A teoria de Regge foi originalmente formulada com base nos conceitos da Mecânica Quântica não Relativística, a partir da observação de estados ligados de um potencial atrativo de simetria esférica. Estes estados ligados caem em famílias com momento angular e energia crescentes e aparecem como polos da amplitude de onda parcial $a_\ell(k)$, para um dado ℓ que seja inteiro e positivo. A ideia inicial era continuar $a_\ell(k)$ para valores complexos de ℓ a fim de obter uma amplitude do tipo $a(\ell, k)$ que para $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$ se reduz a $a_\ell(k)$.

Para potenciais bem comportados, como os de Yukawa, por exemplo, as singularidades de $a(\ell, k)$ se tornam polos simples, chamados *polos de Regge* ou *reggeons*, definidos a partir da relação:

$$\ell = \alpha(k), \quad (56)$$

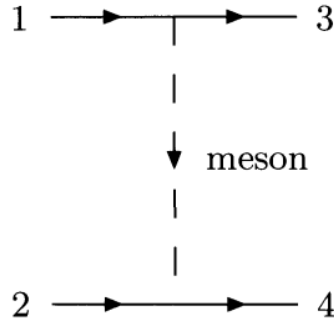
onde $\alpha(k)$ é denominada *trajetória de Regge*. Cada família de estados ligados ou ressonâncias se refere a uma trajetória de Regge.

Fazendo uso das propriedades gerais da matriz S, a amplitude da onda parcial relativística $A_\ell(t)$ pode ser continuada analiticamente para valores complexos de ℓ , resultando em uma função do tipo $A(\ell, t)$ e que tem polos simples,

$$\ell = \alpha(t). \quad (57)$$

Cada polo contribui para a amplitude de espalhamento com o comportamento assín-

Figura 7 – Troca simples de um méson no canal t



Fonte: (Barone; Predazzi, 2013)

tótico de s ($s \rightarrow \infty$),

$$A(s, t) \sim s^{\alpha(t)}. \quad (58)$$

Isto é, a singularidade principal no canal t , $\alpha(t)$, determina o comportamento da amplitude no canal s .

4.2 O modelo de canal t

A proposta da teoria de Regge era descrever processos hadrônicos em termos da troca de partículas no canal t (ver Figura 15), que em sua versão mais simples se dá por meio de partículas virtuais. Dessa forma as forças nucleares são usualmente atribuídas a troca de mésons (π , ρ , etc.) assim como as interações eletromagnéticas a troca de fótons virtuais entre os elétrons. No entanto, em altas energias, este exemplo torna-se inaplicável devido a contribuição de reggeons ser menor. Considerando um processo do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, com partículas de massa m mediado pela troca de um méson.

A amplitude de espalhamento para a troca de um méson de massa M e spin J é dada por:

$$A_{mes}(s, t) \sim A_J(t) P_J(\cos \theta_t), \quad (59)$$

onde

$$\cos \theta_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2}. \quad (60)$$

A amplitude de onda parcial $A_J(t)$ possui uma singularidade de polo,

$$A_{mes}(s, t) \sim \frac{P_J(\cos \theta_t)}{t - M^2}. \quad (61)$$

Se fixarmos t e tomarmos $s \rightarrow \infty$,

$$A_{mes}(s, t) \sim s^J. \quad (62)$$

A amplitude para a troca de uma ressonância é real e por isso não contribui para a seção de choque que é proporcional a parte imaginária da amplitude de espalhamento. Para calcular a parte imaginária para o processo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, utilizamos a equação:

$$ImA(s, t) = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2\varepsilon_1} \int \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2\varepsilon_2} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) A(s, t_1) A(s, t_2), \quad (63)$$

que para $s \rightarrow \infty$, se torna:

$$ImA(s, t = 0) \sim s^{2J-1}, \quad (64)$$

e o teorema óptico implica:

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s} ImA(s, t = 0) \sim s^{2J-2}. \quad (65)$$

Da expressão anterior fica claro que se o spin dos mésons trocados for maior que 1, o modelo leva a violação do limite de Froissart-Martin ⁴, isto é, a violação da unitariedade. Superando essa desvantagem e preservando a ideia de troca no canal t , a teoria de Regge explica que a interação forte não se deve a troca de partículas com spin definido, mas sim através da troca de uma trajetória regge, isto é, toda uma família de ressonâncias. Dessa forma, o limite assintótico de s em um processo hadrônico é determinado pela troca de uma ou mais trajetórias Regge, frequentemente chamadas de reggeons. A troca de reggeons leva a amplitudes de espalhamento como a da (Eq. 58) que não violam o limite de Froissart-Martin se $\alpha(0) < 1$.

4.3 Momento angular complexo

Ao introduzir o momento angular complexo de forma a construir uma função interpoladora do tipo $A(\ell, s)$, é possível obter uma representação para $A(s, t)$ que seja válida em todos os canais. Supondo que $A(\ell, s)$ tenha apenas singularidades isoladas no plano complexo ℓ e que $A(\ell, s) \rightarrow 0$ como $|\ell| \rightarrow \infty$, para $\text{Re } \ell > 0$. Podemos

⁴O limite de Froissart-Martin afirma que as seções de choque totais não podem crescer mais rápido que $\ln^2$, ou seja, $\sigma_{tot} \leq C \ln^2 s$, com $s \rightarrow \infty$, onde C é uma constante. Este limite restringe a taxa de crescimento de qualquer seção de choque total com a energia (Barone; Predazzi, 2013).

reescrever a expansão de onda parcial como:

$$A(s, z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell+1)A_\ell(s)P_\ell(z) - \frac{1}{2i} \int_C (2\ell+1)A(\ell, s) \frac{P_\ell(-z)}{\text{sen}\pi\ell} d\ell, \quad (66)$$

onde N é o primeiro inteiro maior que ℓ e C é o contorno da integração. O integrando $f(\ell)$ possui polos simples em $\ell = n$ (onde n é um inteiro qualquer $\geq N$), com resíduos:

$$\text{Res } f(\ell)_{\ell=n} = 2i(2n+1)A_n(s)P_n(z), \quad (67)$$

com $P_n(-z) = (-1)^n P_n(z)$.

Deformando o contorno C , temos então:

$$A(s, z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell+1)A_\ell(s)P_\ell(z), \quad (68)$$

com $\text{Re } a \geq L$.

Se as singularidades de $A(\ell, s)$ são *polos*, ao deformarmos os contornos para valores menores que $\text{Re } \ell$, obtemos contribuições dos resíduos dos polos de $A(\ell, s)$ e de $(\text{sen}\pi\ell)^{-1}$ para o cancelamento de alguns termos da série de ondas parciais. Podemos, novamente, deformar o contorno para $-\frac{1}{2} \leq \text{Re } \ell < 0$,

$$A(s, z) = - \sum_i \pi(2\alpha_i(s) + 1)\beta_i(s) \frac{P_{\alpha_i(-z)}}{\text{sen}\pi\alpha_i} - \frac{1}{2i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} (2\ell+1)A(\ell, s) \frac{P_\ell(-z)}{\text{sen}\pi\ell} d\ell, \quad (69)$$

onde $\alpha_i(s)$ é a localização do i -ésimo polo de $A(\ell, s)$ (polo de Regge) no plano complexo ℓ e $\beta_i(s)$ é o resíduo nesse polo. A integral 69 se comporta como $|z|^{-\frac{1}{2}}$ e $|z| \rightarrow \infty$, consequentemente resultando numa contribuição assintoticamente desprezível. Assim, no limite assintótico de $|z|$, resta apenas a série de polos,

$$A(s, z) \simeq - \sum_i \beta_i(s) \frac{(-z)^{\alpha_i(s)}}{\text{sen}\pi\alpha_i(s)} \quad \text{para } |z| \rightarrow \infty. \quad (70)$$

O termo dominante desta série é o polo para o qual $\text{Re } \alpha_i$ é maior. Se chamarmos essa trajetória de $\alpha(s)$, o comportamento assintótico da amplitude de espalhamento para s fixado é:

$$A(s, t) \sim -\beta(s) \frac{t^{\alpha(s)}}{\text{sen}\pi\alpha(s)} \quad \text{quando } t \rightarrow \infty. \quad (71)$$

Em vez de considerar essa expansão para o canal s , como em (71), considerar a

partir da onda parcial do canal t nos leva a expressão:

$$A(s, t) \sim -\beta(t) \frac{s^{\alpha(t)}}{\text{sen} \pi \alpha(t)} \quad \text{quando } s \rightarrow \infty. \quad (72)$$

Temos assim uma previsão teórica para o comportamento da amplitude de espalhamento no limite $s \rightarrow \infty$.

4.4 Trajetórias de Regge

Na presença de um polo de Regge, a amplitude de onda parcial $A(\ell, t)$ se comporta para $\ell \rightarrow \alpha(t)$ como:

$$A(\ell, t) \sim \frac{\beta(t)}{\ell - \alpha(t)}. \quad (73)$$

A trajetória $\alpha(t)$ assume valores inteiros de ℓ para $t > 0$. Estes polos de Regge correspondem a estados ligados ou ressonâncias.

Supondo que para algum valor de t_0 real, temos:

$$\alpha(t_0) = \ell + i\epsilon, \quad (74)$$

onde ℓ é um número inteiro e ϵ é um número muito pequeno. Expandindo $\alpha(t)$ em torno de t_0 :

$$\alpha(t) = \ell + i\epsilon + \alpha'(t_0)(t - t_0) + \dots, \quad (75)$$

e temos que o comportamento do denominador de (73) é da forma:

$$\frac{1}{\ell - \alpha(t)} \propto \frac{1}{t - t_0 + i\Gamma}, \quad (76)$$

onde,

$$\Gamma = \frac{\text{Im } \alpha(t_0)}{\alpha'(t_0)} = \frac{\epsilon}{\alpha'(t_0)}. \quad (77)$$

Assumindo que Γ seja real, temos:

$$\left. \frac{d \text{Im } \alpha(t)}{dt} \right|_{t_0} \ll \left. \frac{d \text{Re } \alpha(t)}{dt} \right|_{t_0}. \quad (78)$$

Em geral, diferentes processos recebem contribuições de diferentes trajetórias, estas contribuições dependem dos números quânticos da reação em questão. De maneira simples podemos visualizar as trajetórias de regge ao expandir $\alpha(t)$ em séries

de potência em torno de $t = 0$:

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \quad (79)$$

onde $\alpha(0)$ e α' correspondem a interceptação e inclinação da trajetória, respectivamente.

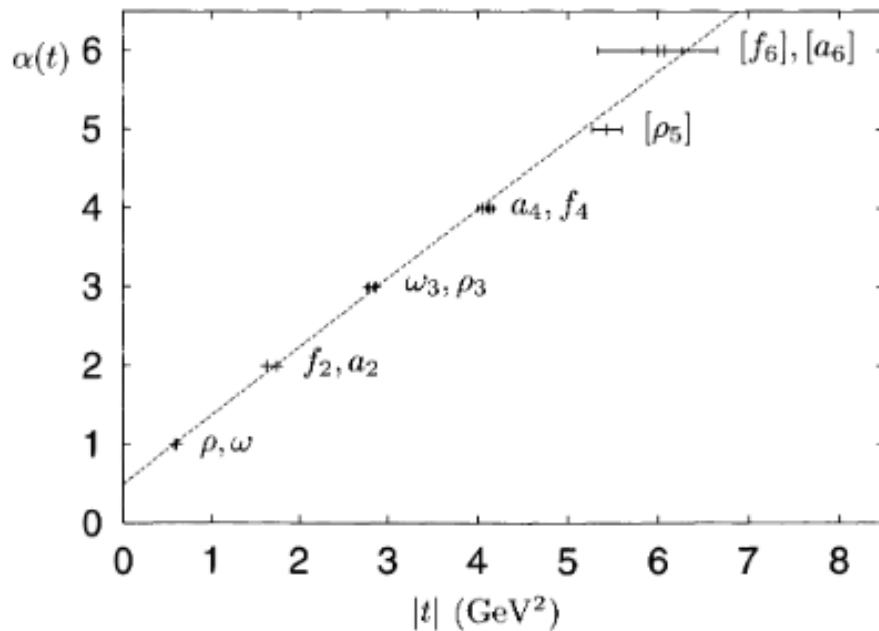
Na Figura 8, temos as principais trajetórias mesônicas sobrepostas. Cada trajetória tem os números quânticos da primeira recorrência que leva o nome. Mais especificamente, para f_2, ρ, ω e a_2 , seus números quânticos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Números quânticos para as trajetórias mesônicas f_2, ρ, ω, a_2

Reggeon	Paridade	Conjugação de carga	G-Paridade	Isospin
f_2	+1	+1	+1	0
ρ	-1	-1	+1	+1
ω	-1	-1	-1	0
a_2	+1	-1	+1	1

Fonte: Adaptado de (Barone; Predazzi, 2013)

Figura 8 – Principais trajetórias mesônicas



Fonte: (Barone; Predazzi, 2013)

As trajetórias mesônicas são fundamentais na formulação do modelo de Regge, utilizado no Capítulo 6 para o cálculo da seção de choque de fotoprodução do méson $f_2(1270)$.

5 DECAIMENTO RADIOATIVO

Neste capítulo, os valores dos decaimentos foram obtidos utilizando o *Modelo de Quark Não-Relativístico* (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2002) (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2003) e alguns parâmetros da literatura (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2002), as massas do PDG (Navas et al., 2024) e os parâmetros da gaussiana, β_M , pelo método variacional (Zettili, 2009).

5.1 Introdução

O méson $f_2(1270)$ é considerado pelo modelo quark padrão um estado $q\bar{q}$ simples, mais especificamente um estado $n\bar{n}$, no entanto, ainda não há um consenso quanto sua estrutura interna. Na literatura, existem vários modelos possíveis, um deles é a hipótese de que haja uma componente glueball em sua estrutura, podendo ser descrito como uma mistura de estados $|n\bar{n}\rangle$, $|s\bar{s}\rangle$ e $|G\rangle$.

Uma das maneiras de se investigar a estrutura interna do méson $f_2(1270)$ é por meio do decaimento radioativo, já que esta ferramenta oferece uma investigação bastante direta da estrutura dos hádrons (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2002).

5.2 Potencial de Confinamento

No modelo quark constituinte não relativístico, um méson é descrito como sendo composto por um quark e um antiquark. Sendo suas funções de onda descritas por um Hamiltoniano, da forma:

$$H = \frac{p^2}{m_q} + V(r), \quad (80)$$

onde $V(r)$ é o potencial responsável pelo comportamento do sistema, conhecido como o potencial de Cornell, uma combinação do potencial Coulomb + linear, que combina o comportamento da interação de cores nos dois limites assintóticos (Keren-zur, 2008),

$$V(r) = \sigma r - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + C \quad (81)$$

com $\sigma = 0,18 \text{ GeV}^2$ e $\alpha_s = 0,5$. Onde o primeiro termo, que é linear em r , corresponde ao potencial de confinamento, e o segundo termo representa a interação de curta distância quark-antiquark, correspondente à uma troca de glúon (Guidal; Laget; Vanderhaeghen, 1997).

Utilizaremos esse potencial para encontrar os parâmetros da gaussiana β_M ao resolver a equação de Schrödinger por meio do Método variacional do Hamiltoniano.

As funções de onda dos mésons são definidas por uma gaussiana multiplicada por um polinômio de Legendre de acordo com o ℓ do méson. Para estados em que $\ell = 0$, a função de onda, em termos de r , é definida por:

$$\Psi_M = A \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{00}. \quad (82)$$

Aqui A representa a constante de normalização que é obtida pela normalização,

$$\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |\Psi_M|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi = 1, \quad (83)$$

resultando em:

$$A = \frac{2\beta_M^{3/2}}{\pi^{1/4}}. \quad (84)$$

Para $\ell = 1$, a função de onda em termos de r é definida por:

$$\Psi_M = B r \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{10}, \quad (85)$$

onde B é constante de normalização, cujo valor, obtido pela normalização, é dado por

$$B = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_M^{5/2}}{\pi^{1/4}}. \quad (86)$$

5.3 Modelo

No modelo quark não relativístico o decaimento de um méson A, de massa m_A , em repouso, para um méson B, de massa m_B , é descrito pela expressão (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2002)(Close; Donnachie; Kalashnikova, 2003):

$$\mathcal{M}_{A \rightarrow B} = \mathcal{M}_{A \rightarrow B}^q + \mathcal{M}_{A \rightarrow B}^{\bar{q}}, \quad (87)$$

onde $\mathcal{M}_{A \rightarrow B}^q$ e $\mathcal{M}_{A \rightarrow B}^{\bar{q}}$ corresponde a probabilidade de emissão de um fóton pelo quark e pelo antiquark, dados respectivamente por:

$$\mathcal{M}_{A \rightarrow B}^q = \frac{I_q}{2m_q} \int d^3k \left[\text{Tr} \left\{ \phi_B^\dagger \left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{p} \right) \phi_A(\mathbf{k}) \right\} (2\mathbf{k} - \mathbf{p}) - i \text{Tr} \left\{ \phi_B^\dagger \left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{p} \right) \sigma \phi_A(\mathbf{k}) \right\} \times \mathbf{p} \right] \quad (88)$$

e

$$\mathcal{M}_{A \rightarrow B}^{\bar{q}} = \frac{I_{\bar{q}}}{2m_q} \int d^3k \left[\text{Tr} \left\{ \phi_A(\mathbf{k}) \phi_B^\dagger \left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{p} \right) \right\} (2\mathbf{k} + \mathbf{p}) - i \text{Tr} \left\{ \phi_A(\mathbf{k}) \sigma \phi_B^\dagger \left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{p} \right) \right\} \times \mathbf{p} \right], \quad (89)$$

sendo que I_q e $I_{\bar{q}}$ são os fatores de isospin e m_q é a massa do quark. ϕ_A e ϕ_B são as funções de onda do méson no estado inicial e final, respectivamente.

Usando a forma matricial, para um méson M , com quark de spin 0, momento angular total j , e número quântico magnético m , a função de onda é dada por:

$$\phi_M(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{1} Y_{jm}(\hat{q}) R_M(q), \quad (90)$$

onde $\hat{1}$ é a matriz unitária 2×2 e $\sigma R_M(q)$ é a função de onda radial mesônica na representação de momento,

$$R_M(q) = \exp \left(-\frac{q^2}{2\beta_M^2} \right). \quad (91)$$

E para um méson de momento angular j , quark de spin 1 e momento orbital l , a função de onda é dada por:

$$\phi_M(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{jlm}(\hat{q}) \sigma R_M(q), \quad (92)$$

onde σ é a matriz de Pauli.

A taxa de decaimento diferencial é avaliada para a polarização inicial do fóton $m_0 = 1$ e é dada por:

$$\frac{d\Gamma}{d\cos\theta} = 4p \frac{E_B}{m_A} \alpha I \sum |\mathcal{M}_{A \rightarrow B}^{\bar{q}}|^2, \quad (93)$$

E_B é a energia de centro de massa do méson no estado final e $I = I_q^2 = I_{\bar{q}}^2$ é o fator de isospin.

O decaimento $f_2(1270) \rightarrow \gamma V$ é dado por:

$$\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma V) = \frac{8}{3} \alpha p \frac{E_B}{m_A} \frac{\beta^2}{m_q^2} F^2 \times \left(1 - \lambda \frac{p^2}{\beta^2} \frac{7}{10} \lambda^2 \frac{p^4}{\beta^4} \right) I, \quad (94)$$

com

$$\lambda = \frac{\beta_A^2}{2(\beta_A^2 + \beta_B^2)}, \quad (95)$$

$$F = \frac{\beta^4}{\beta_A^{3/2} \beta_B^{3/2}} \exp \left(-\frac{p^2}{8(\beta_A^2 + \beta_B^2)} \right) \quad (96)$$

e

$$\beta^2 = \frac{2\beta_A^2 \beta_B^2}{(\beta_A^2 + \beta_B^2)}, \quad (97)$$

onde β é o parâmetro variacional, I é um fator isospin($1/4$ para $n\bar{n} \rightarrow \gamma\rho$ e $1/9$ para $s\bar{s} \rightarrow \gamma\phi$). Os estados finais denotados por V , correspondem aos mésons vetoriais $\rho(770)$ e $\phi(1020)$. O $\rho(770)$ possui massa $775,26 \pm 0,23 \text{ MeV}$ e números quânticos $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$, o $\phi(1020)$ possui massa $1019,461 \pm 0,016 \text{ MeV}$ e números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$. A escolha desses mésons em específico se deve ao fato de serem ressonâncias bem definidas por estados $n\bar{n}$ (corresponde a estados constituídos pelos quarks u e d e seus respectivos antiquarks) ($\rho(770)$) e $s\bar{s}$ (corresponde a estados constituídos pelos quarks s e seus respectivos antiquarks) ($\phi(1020)$), sendo assim transições de ρ acoplam diretamente ao conteúdo $u\bar{u} \pm d\bar{d}$, e transições que envolvem ϕ acoplam ao conteúdo $s\bar{s}$ do méson.

5.4 Resultados e Discussão

Abaixo, nas Tabelas 4 e 5, estão os valores dos parâmetros da gaussiana, obtidos pelo método variacional para os estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$, respectivamente. E os resultados obtidos para $f_2(1270) \rightarrow \gamma\rho^0$ e para $f_2(1270) \rightarrow \gamma\phi$ são mostrados na Tabela 6.

Tabela 4 – Valores de β_M e suas respectivas massas obtidos para os estados $n\bar{n}$.

Méson	Massa (GeV)	$\beta_M(\text{GeV})$
1^{--}	775,26	0,312
2^{++}	1275,5	0,272

De acordo com Close e Donnachie (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2003), devido a contribuição negativa de p^2/β^2 o decaimento $f_2(1270) \rightarrow \gamma\rho$ tem seu valor menor que o dos demais já mensurados, como o $f_1(1285)$, por exemplo. É previsto uma largura

Tabela 5 – Valores de β_M e suas respectivas massas obtidos para os estados $s\bar{s}$.

Méson	Massa (GeV)	$\beta_M(GeV)$
1^{--}	1019,46	0,354
2^{++}	1275,5	0,305

Tabela 6 – Valores das taxas de decaimento para ρ e ϕ

Modelo	$\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \rho^0}(\text{keV})$	$\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma \phi}(\text{keV})$
Γ_{MOD}	566,24	150,88

de 644 KeV para o $f_2(1270)$. Close e Donnachie argumentam ainda que experimentalmente esta largura é pequena, pois não há observação de qualquer sinal de $f_2(1270)$ no decaimento $J/\Psi \rightarrow \gamma(\gamma p)$, deduzindo assim um limite superior de 500 KeV para $\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma \rho)$ com nível de confiança de 95%.

Comparando os resultados obtidos para $f_2(1270) \rightarrow \gamma \rho^0$ e para $f_2(1270) \rightarrow \gamma \phi$, mostrados na Tabela 6, nota-se uma diferença marcante entre as larguras teóricas, sugerindo que o conteúdo $n\bar{n}$ (quarks u e d) contribui mais fortemente para a estrutura do méson $f_2(1270)$ que o componente $s\bar{s}$.

Em suma, nossos resultados são compatíveis com outras previsões teóricas quanto a largura de decaimento esperada para o $f_2(1270)$, entretanto, a ausência de dados experimentais para ambos os canais de decaimento impede a estimativa precisa do ângulo de mistura com o componente glueball. A expectativa é de que sejam feitas medidas experimentais que nos permitam investigar de forma mais efetiva sua estrutura, distinguindo entre os diferentes componentes estruturais do méson.

6 FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS

Neste capítulo iremos abordar a seção de choque para a fotoprodução do méson $f_2(1270)$, à energia de fótons de poucos GeV, utilizando o modelo de Regge.

6.1 Introdução

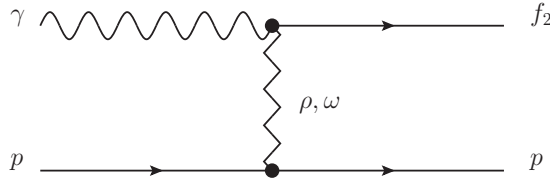
O estudo das propriedades dos hádrons é hoje um tópico de grande interesse em Física de partículas, sendo alvo de diversos estudos dentro de abordagens não perturbativas da QCD. A possível existência de estados exóticos de hádrons é alvo tanto de investigações teóricas quanto experimentais (Kochetov; Battaglieri; Vita, 2009). O méson $f_2(1270)$ de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$ e massa $1275,5 \pm 0,8$ MeV, é geralmente aceito como um par $q\bar{q}$ simples em acordo com o modelo de quarks padrão, entretanto existe na literatura uma possibilidade de que haja uma mistura de glueball em sua função de onda (Shen; Yu, 1989).

Neste capítulo faremos uma estimativa da seção de choque diferencial para o processo de fotoprodução $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$ à baixa energia, em termos de poucos GeV, numa faixa de 3,6 a 5,4 GeV, dentro da abordagem de Regge, pois ainda não há modelos teóricos que se adequem aos resultados experimentais obtidos pelo CLAS.

6.2 Formalismo para a seção de choque

Iremos nos basear no formalismo desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova (Donnachie; Kalashnikova, 2008) para a fotoprodução escalar, a fim de estudar o processo de fotoprodução do méson $f_2(1270)$.

Figura 9 – Diagrama de Feynman da fotoprodução do méson $f_2(1270)$ via troca de mésons ρ e ω no canal t.



Fonte: Adaptado de (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020)

Sendo a estrutura do vértice do processo γMV (fóton, méson tensorial, méson vetorial) (ver Figura 9) dada por:

$$iF_{\mu}^{\gamma MV} = g_S[q_{\mu}(q - k) \cdot \epsilon - \epsilon_{\mu} q \cdot (q - k)], \quad (98)$$

onde ϵ é o vetor de polarização do fóton, q e k são o quadrimomento do fóton e do méson tensorial, respectivamente. Obtemos o acoplamento do vértice γMV , g_S , a partir do decaimento radioativo,

$$\Gamma(M \rightarrow \gamma V) = g_S^2 \frac{m_M^2}{32\pi} \left(1 - \frac{m_V^2}{m_M^2}\right)^3, \quad (99)$$

onde m_M é a massa do méson tensorial e m_V do méson vetorial, dada por $m_V^2 = (k - q)^2$.

O vértice VNN (ver Figura 9) é:

$$F_{\nu}^{VNN} = ig_V \gamma_{\nu} - g_T \sigma_{\nu\tau} (p_2 - p_1)_{\tau}, \quad (100)$$

sendo p_1 e p_2 o quadrimomento do próton no estado inicial e final, respectivamente.

O propagador do méson vetorial é dado por:

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu}^V &= \frac{1}{m_V^2 - t} \left\{ g_{\mu\nu} - \frac{1}{m_V^2} (p_2 - p_1)_{\mu} (p_2 - p_1)_{\nu} \right\} \\ &= \frac{1}{m_V^2 - t} \left\{ g_{\mu\nu} - \frac{1}{m_V^2} (q - k)_{\mu} (q - k)_{\nu} \right\}. \end{aligned} \quad (101)$$

E a amplitude completa da fotoprodução, considerando a troca de mésons vetoriais, é:

$$\mathcal{M}_{\mu}(s, t) \epsilon_{\mu} = \bar{u}(p_2) (A_{\mu\nu} \gamma_{\nu} + B_{\mu}) u(p_1) \epsilon_{\mu}, \quad (102)$$

onde

$$A_{\mu\nu} = a[g_{\mu\nu}(q \cdot k) - k_\mu q_\nu] = a[g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_\mu q - \nu], \quad (103)$$

com

$$a = \frac{g_S(g_V + 2m_p g_T)}{m_V^2 - t} \quad (104)$$

e

$$\begin{aligned} B_\mu &= b[p_{1\mu}(q \cdot k) - k_\mu(q \cdot p_1)] \\ &= b[p_{1\mu}(q \cdot p) - p_\mu(q \cdot p_1)], \end{aligned} \quad (105)$$

onde

$$b = -\frac{2g_S g_T}{m_V^2 - t}. \quad (106)$$

6.3 Modelo de Regge para a fotoprodução de mésons

O modelo de Regge para a fotoprodução de mésons vem sendo amplamente utilizado para calcular seções de choque para diversas reações na região cinemática $s \gg -t$. A reação proposta é $\gamma p \rightarrow p f_2(1270)$, com um feixe de fótons marcado com faixa de energia de 3,6 a 5,4 GeV, onde consideramos que a principal contribuição para a seção de choque para $-t \leq 1,2 \text{ GeV}^2$ está relacionada à troca dos mésons vetoriais ρ (de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ e massa $775,26 \pm 0,23 \text{ MeV}$) e ω (de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$ e massa $782,66 \pm 0,13 \text{ MeV}$) no canal t (Figura 9).

Para reggeizar os propagadores de Feynman, assumindo uma trajetória linear, $\alpha_V(t) = \alpha_{V0} + \alpha'_V t$, fazemos a seguinte substituição:

$$\frac{1}{1 - m_V^2} \rightarrow \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_V(t)-1} \frac{\pi \alpha'_V}{\text{sen}(\pi \alpha_V(t))} \frac{-1 + e^{-i\pi \alpha_V(t)}}{2} \frac{1}{\Gamma(\alpha_V(t))} \quad (107)$$

A Equação (107) não requer a adição de fatores de forma em nenhum dos vértices quando aplicado à fotoprodução de pseudoescalares, sendo assim adotamos o mesmo procedimento aqui (Donnachie; Kalashnikova, 2008).

Dessa forma, os propagadores dos mésons ρ e ω , representados por a e b são dados por:

$$a(s, t) = g_a \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_V(t)-1} \frac{\pi \alpha'_V}{\text{sen}[\pi \alpha_V(t)] \Gamma[\alpha_V(t)]} D_V(t) \quad (108)$$

$$b(s, t) = -\frac{g_a}{g_b}a(s, t), \quad (109)$$

onde $D_V(t)$ é denominado o fator de assinatura. As trajetórias de Regge podem ser degeneradas⁵ ou não-degeneradas (Collins, 1977), de modo que as expressões para os fatores de assinatura para ρ e ω são definidas como (Kochalev; Battaglieri; Vita, 2009):

$$D_\rho(t) = \exp(-i\pi\alpha_\rho(t)) \quad (110)$$

$$D_\omega(t) = \frac{-1 + \exp(-i\pi\alpha_\omega(t))}{2}, \quad (111)$$

para a trajetória de ρ degenerada e de ω não-degenerada, onde $\alpha_\rho(t)$ e $\alpha_\omega(t)$ são as trajetórias de Regge, definidas como:

$$\alpha_\rho = 0,55 + 0,8t, \quad (112)$$

$$\alpha_\omega = 0,44 + 0,9t. \quad (113)$$

Uma trajetória degenerada é obtida a partir da adição ou subtração de trajetórias não-degeneradas com assinaturas de sinais opostos (+1 e -1). Isto leva a trajetórias degeneradas que possui uma fase rotativa ($e^{-i\pi\alpha(t)}$) ou constante (1) (Guidal; Laget; Vanderhaeghen, 1997).

Aqui assumimos, num primeiro momento, ambas as trajetórias como não-degeneradas (Donnachie; Kalashnikova, 2008)(Silva; Machado, 2012), com fatores de assinatura descritos pela Equação (111).

Nas Equações (108) e (109) g_a e g_b são dados por (Silva; Machado, 2012):

$$g_a = g_S(g_V + 2m_p g_T), \quad (114)$$

$$g_b = 2g_S g_T, \quad (115)$$

onde g_T e g_V correspondem aos acoplamentos tensorial e vetorial, respectivamente. O acoplamento g_S , que corresponde ao vértice eletromagnético γMV , é obtido pela expressão de decaimento dada na Equação (99).

⁵São consideradas trajetórias degeneradas quando o coeficiente linear é igual ao angular (Capítulo 4).

Considerando a troca de um único méson vetorial (ρ ou ω), a amplitude para o processo é:

$$|\mathcal{M}(s, t)|^2 = \frac{1}{2}a(s, t)a^*(s, t) \left[s(t - t_1)(t - t_2) + \frac{1}{2}t(t - 2(m_{f_2}^2 + s)t + m_{f_2}^4) \right] \\ - a(s, t)a^*(s, t)b(s, t)b^*(s, t)m_p s(t - t_1)(t - t_2) \\ - \frac{1}{8}b(s, t)b^*(s, t)^2 s(4m_p^2 - t)(t - t_1)(t - t_2) \quad (116)$$

onde t_1 e t_2 são os limites cinemáticos:

$$t_{1,2} = \frac{1}{2s} \left[- (m_p^2 - s)^2 + m_{f_2}^2(m_p^2 + s) \right. \\ \left. \pm (m_p^2 - s) \sqrt{(m_p^2 - s)^2 - 2m_{f_2}^2(m_p^2 + s) + m_{f_2}^4} \right] \quad (117)$$

e a seção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow f_2 p) = \frac{|\mathcal{M}(s, t)|^2}{64\pi|\mathbf{p}|^2 s}, \quad (118)$$

onde $\mathcal{M}$ é a amplitude de espalhamento e m_p a massa do próton $m_p = 938,27\text{MeV}$ (Navas et al., 2024).

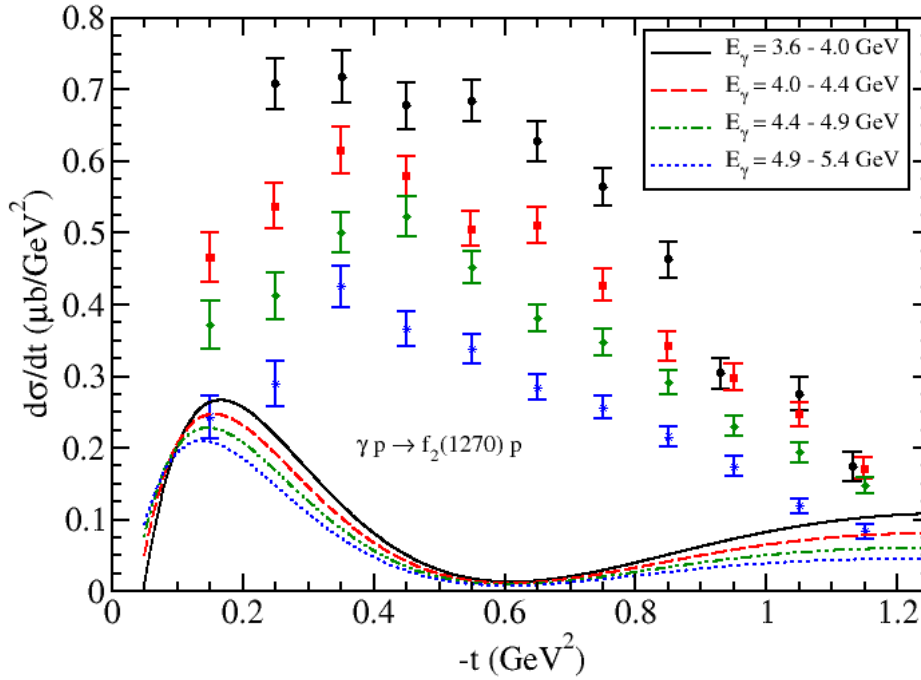
6.4 Resultados

Nesta seção, mostramos os resultados para a seção de choque diferencial para o processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$ obtidos no âmbito da teoria de Regge, para o intervalo de energia do fóton de 3, 6 GeV a 5, 4 GeV. Nas Figuras 10 e 11, foram consideradas as trocas das trajetórias dos mésons ρ e ω não-degeneradas. Nas Figuras 12 e 13, consideramos a troca de trajetórias dos mésons ρ e ω , degeneradas e não-degeneradas respectivamente. Os acoplamentos vetorial e tensorial foram fixados em $g_V^\rho = 3, 4$; $g_T^\omega = 0$; $g_V^\omega = 15$ e $g_T^\rho = 11$ (Donnachie; Kalashnikova, 2008), e o acoplamento eletromagnético γMV , g_S , inicialmente, foi calculado a partir do decaimento radioativo obtido no Capítulo 3 ($\Gamma(f_2 \rightarrow \gamma\rho) = 566,24 \text{ KeV}$). Em etapa posterior, adotamos valores de acoplamentos extraídos da literatura.

Na Figura 10, são apresentados os resultados teóricos obtidos ao se considerar o acoplamento estimado com base na largura de decaimento radiativo do méson $f_2(1270)$.

Os resultados apresentados no Gráfico da Figura 10, que considera a troca dos vetores ρ e ω com os acoplamentos utilizados é insuficiente para explicar os dados,

Figura 10 – Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetoriais dos mésons ρ e ω , ambos com trajetórias não-degeneradas e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via decaimento radioativo, comparada aos resultados experimentais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).



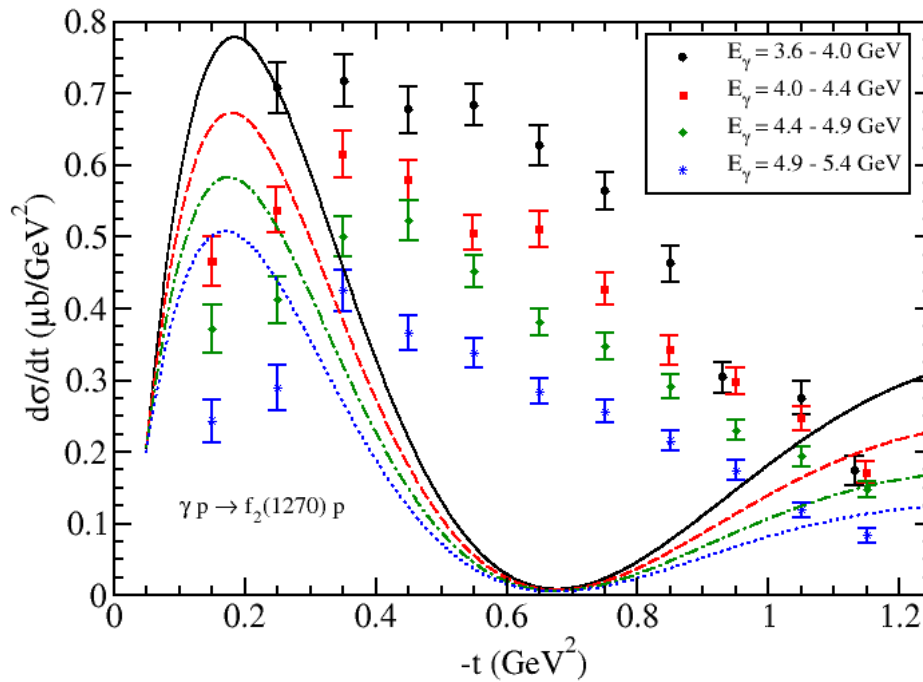
visto que nossos resultados estão bem abaixo dos dados experimentais obtidos pela Colaboração CLAS. Nota-se que a não-degenerescência das trajetórias implica em oscilações e interferências destrutivas em certas regiões de t .

Podemos fazer mais uma tentativa utilizando os acoplamentos obtidos em (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020), já que os acoplamentos utilizados para obter o resultado mostrado na Figura 10 são apenas uma previsão teórica que, por não ser um resultado experimental, aumenta as incertezas quanto aos nossos resultados.

A Figura 11 apresenta os resultados obtidos com os acoplamentos extraídos da literatura, adotando os valores $g_S^\rho = 0,7$ e $g_S^\omega = 0,233$, e considerando ambas as trajetórias (ρ e ω) como não-degeneradas. Ao adotar a trajetória não-degenerada tanto para ρ quanto para ω , consideramos o fator de assinatura dado pela Equação (111), resultando em oscilações na amplitude que impacta diretamente a forma da seção de choque diferencial. Conforme evidenciado nas Figuras 10 e 11, as curvas obtidas com essa abordagem não reproduzem adequadamente o comportamento experimental da seção de choque para o processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, em especial o crescimento da se-

ção de choque até $t \sim 0,35 \text{ GeV}^2$, como mostrado nos dados obtidos pela Colaboração CLAS.

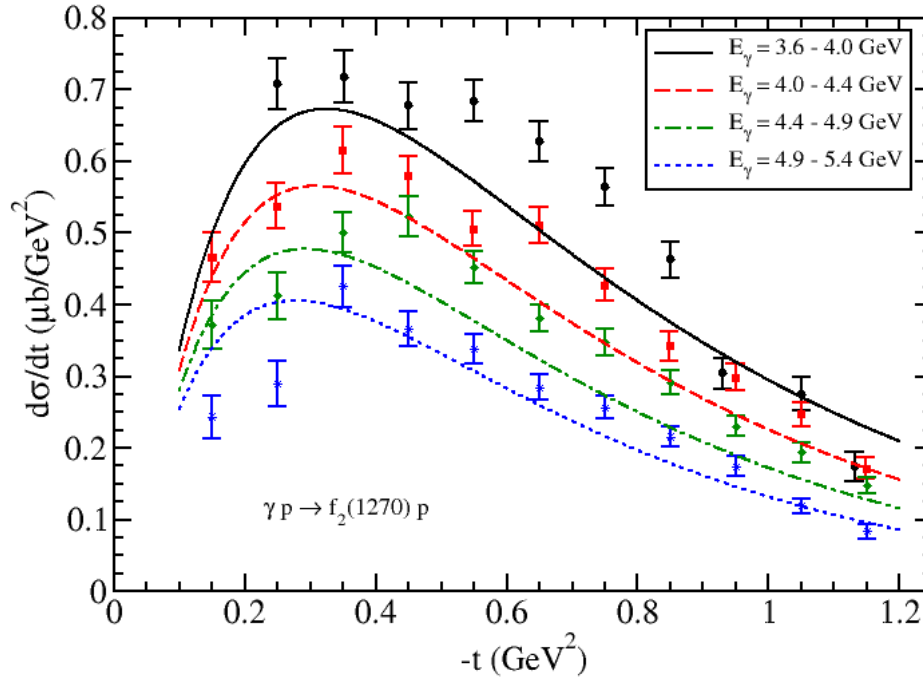
Figura 11 – Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton $3,6 - 5,4 \text{ GeV}$, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetoriais dos mésons ρ e ω , ambos com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experimentais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).



Portanto, nas Figuras 10 e 11, os gráficos gerados para as seções de choque, obtidas via Modelo de Regge, considerando ambas as trajetórias trocadas como não-degeneradas, evidenciam a necessidade de revisão nos cálculos para uma melhor adequação aos resultados obtidos pelo CLAS, onde as seções de choque crescem até $-t \sim 0,35 \text{ GeV}^2$ e caem linearmente até $-t \sim 1,2 \text{ GeV}^2$. De modo geral, observa-se que as seções de choque diminuem com o aumento da energia do feixe, comportamento este reproduzido tanto pelos dados experimentais quanto pelas previsões teóricas.

Na tentativa de melhor adequar nossos resultados aos resultados experimentais obtidos pela Colaboração CLAS, consideramos ainda a hipótese de que a trajetória do méson ρ seja degenerada, conforme discutido em (Kocheshev; Battaglieri; Vita, 2009). Além disso, adotamos os valores dos acoplamentos eletromagnéticos $g_S^\rho = 0,7$ e $g_S^\omega = 0,233$, conforme apresentados em (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).

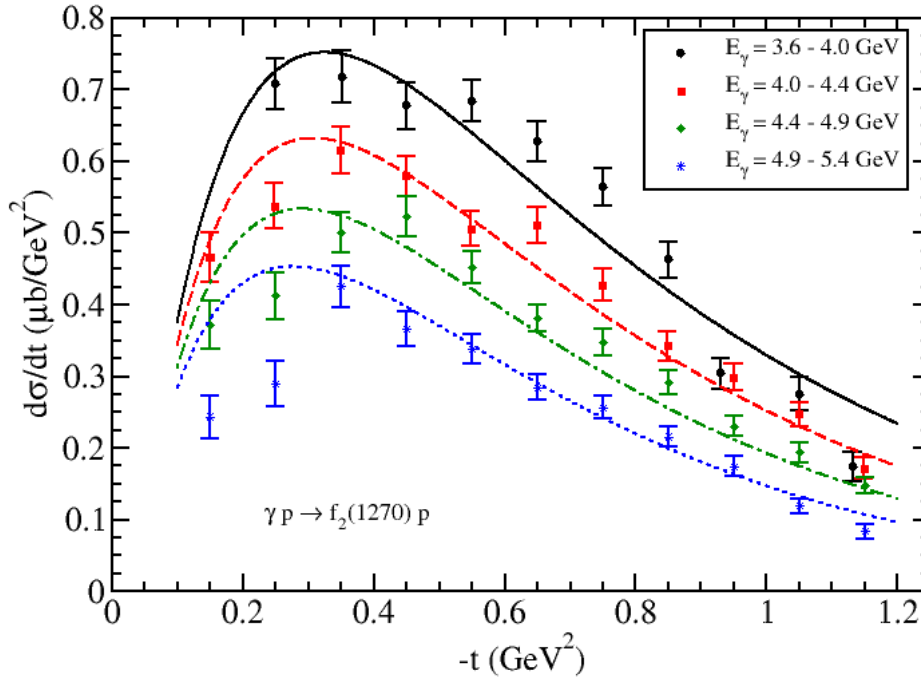
Figura 12 – Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow p f_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetoriais dos mésons ρ , com trajetória degenerada e ω , com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experimentais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).



Os resultados apresentados no gráfico da Figura 12 mostram-se mais compatíveis com os resultados obtidos pelo CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020), evidenciando que a degenerescência de ρ resulta em um melhor ajuste no crescimento das amplitudes, refletindo na dominância desse méson no processo de fotoprodução.

Ao modificar o acoplamento $g_S^{\rho} = 0.7$ para $g_S^{\rho} = 0.74$, para um melhor ajuste dos resultados, observa-se uma melhor correspondência aos dados experimentais, conforme mostra o Gráfico da Figura 13.

Figura 13 – Estimativa da seção de choque diferencial para a reação de fotoprodução $\gamma p \rightarrow pf_2(1270)$ na faixa de energia do fóton 3,6 – 5,4 GeV, obtidas via modelo de Regge, considerando as trocas vetoriais dos mésons ρ , com trajetória degenerada e ω , com trajetória não-degenerada e acoplamento eletromagnético, g_S , obtido via literatura, comparada aos resultados experimentais do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020).



Nas Figuras 12 e 13 observamos uma melhora significativa na concordância com os dados do CLAS (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020) na região de $-t = 0,4 \text{ GeV}^2$, em comparação com os resultados apresentados na Figuras 10 e 11, indicando que a fase de assinatura associada à degenerescência exerce um papel relevante nos valores das amplitudes, em especial nos domínios de t baixos, onde a troca vetorial é dominante.

Neste caso, a degenerescência da trajetória do méson ρ , que possui uma fase rotativa ($e^{-i\pi\alpha(t)}$), resultou em um crescimento suave das amplitudes, sem interferências ou cortes.

De fato, as trajetórias não-degeneradas produzem quedas nas seções de choque diferenciais, estas correspondem aos polos da função Γ que não foram removidos pela função seno, enquanto as trajetórias degeneradas produzem curvas suaves (Galata, 2011).

Os gráficos obtidos indicam que, de modo geral, as seções de choque diferenciais estão em boa concordância qualitativa com os dados, especialmente no regime de $0,4 - 1,0 \text{ GeV}^2$. Entretanto, as previsões teóricas ainda subestimam os dados experi-

mentais em várias faixas.

Nas previsões feitas em (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020), os resultados se mostraram mais compatíveis com os dados experimentais quando incluídas as trocas não naturais dos vetores axiais h_1 e b_1 . Isso sugere que a inclusão dessas trocas representem um importante papel na descrição dos dados experimentais, portanto é uma possibilidade de ajuste a ser feito em nosso modelo.

Os resultados obtidos para a seção de choque diferencial do processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, mediado pela troca dos mésons vetoriais ρ e ω , fornecem indícios sobre a estrutura interna do méson $f_2(1270)$. O bom ajuste com os dados experimentais utilizando apenas essas trocas sugere que o $f_2(1270)$ possui acoplamentos fortes com correntes vetoriais associadas a quarks leves, consistentes com uma composição predominantemente $u\bar{u} + d\bar{d}$. Assim, os resultados de fotoprodução se alinham com análises que apontam o $f_2(1270)$ como um estado tensorial leve do tipo $q\bar{q}$, com possível pequena mistura com estados gluônicos.

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, estudamos a fotoprodução do méson tensorial $f_2(1270)$ com base no formalismo de Regge, por meio do qual foi possível estimar a seção de choque para o processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$, considerando a troca dos mésons vetoriais ρ e ω no canal t . A seção de choque diferencial foi calculada utilizando o formalismo desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova (2008) (Donnachie; Kalashnikova, 2008), posteriormente estendido por Silva e Machado (2012), assumindo que a troca dos mésons $\rho(770)$ e $\omega(782)$ ocorre em trajetórias lineares.

Com o objetivo de descrever os resultados experimentais obtidos pelo CLAS (Carver; Celentano; Hicks; Marsicano; Mathieu; Pilloni; Adhikari; Adhikari; Amarian; Angelini et al., 2021) foram feitos alguns ajustes no modelo, como a troca de degenerescência das trajetórias dos mésons ρ e ω , ambas, inicialmente tidas como não-degeneradas, e posteriormente, considerando apenas ρ como degenerada e ω como não-degenerada.

No primeiro caso, os resultados obtidos não descreveram os dados experimentais, com valores bem abaixo dos obtidos pelo CLAS.

Já os resultados obtidos para o segundo caso, considerando que a trajetória de ρ possa ser degenerada, se mostraram mais compatíveis com os dados do CLAS. As curvas teóricas apresentaram um comportamento mais compatível com os resultados experimentais, especialmente no regime de $0,4 - 1,0 \text{ GeV}^2$, sugerindo que a fase de assinatura associada à degenerescência exerce um importante papel no comportamento das amplitudes, em especial nos domínios de t baixos, onde a troca vetorial é dominante.

De modo geral, nossos resultados estão em boa concordância com os dados experimentais, entretanto, estes ainda são subestimados pelas previsões teóricas em várias faixas, indicando a necessidade de que mais ajustes sejam feitos no modelo. A ideia então é, futuramente, incluir as trocas não naturais, dos vetores axiais h_1 e b_1 , como foi proposto em (Mathieu; Pilloni; Albaladejo; Celentano; Fernandez-ramirez; Szczepaniak et al., 2020). Nossa expectativa é de que, com a adição destas trajetórias, as curvas teóricas descrevam com mais precisão os dados experimentais obtidos

pelo CLAS.

Os resultados para $f_2(1270) \rightarrow \gamma\rho^0$ e para $f_2(1270) \rightarrow \gamma\phi$, calculados via modelo quark não-relativístico (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2002) (Close; Donnachie; Kalashnikova, 2003) são apresentados no Capítulo 5. Estes sugerem que a contribuição de quarks u e d seja maior que do quark s para estrutura interna do $f_2(1270)$, devido a largura de decaimento $f_2(1270) \rightarrow \gamma\phi$ ser pequena em relação a $f_2(1270) \rightarrow \gamma\rho^0$.

Entretanto, para podermos estimar a contribuição das componentes $|n\bar{n}\rangle$, $|s\bar{s}\rangle$ e glúons para a estrutura interna do méson $f_2(1270)$ é necessário a existência de resultados experimentais para os decaimentos $f_2(1270) \rightarrow \gamma\rho^0$ e $f_2(1270) \rightarrow \gamma\phi$, tornando possível a estimativa quanto ao ângulo de mistura de cada componente. A expectativa é de que sejam feitas medidas experimentais que nos permitam investigar de forma mais completa sua estrutura, estimando a contribuição de cada componente.

REFERÊNCIAS

AMSLER, C. et al. Spectroscopy of Light Meson Resonances. **Particle Data Group**, [S.l.], 2023.

BARONE, V.; PREDAZZI, E. **High-energy particle diffraction**. [S.l.]: Springer Science e Business Media, 2013.

BERNARDINI, A. E. d. Um modelo para interações entre quarks: a redução não-relativística em modelos de potenciais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [S.l.], v. 25, p. 305–316, 2003.

BURKERT, V. et al. The CLAS12 Spectrometer at Jefferson Laboratory. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, [S.l.], v. 959, p. 163419, 2020.

CARVER, M.; CELENTANO, A.; HICKS, K.; MARSICANO, L.; MATHIEU, V.; PILLONI, A.; ADHIKARI, K.; ADHIKARI, S.; AMARYAN, M.; ANGELINI, G. et al. Photoproduction of the $f_2(1270)$ Meson Using the CLAS Detector. **Physical Review letters**, [S.l.], v. 126, n. 8, p. 082002, 2021.

CLOSE, F. E.; DONNACHIE, A.; KALASHNIKOVA, Y. S. Radiative decays of excited vector mesons. **Physical Review D**, [S.l.], v. 65, n. 9, p. 092003, 2002.

CLOSE, F. E.; DONNACHIE, A.; KALASHNIKOVA, Y. S. Radiative decays: A new flavor filter. **Physical Review D**, [S.l.], v. 67, n. 7, p. 074031, 2003.

COLLINS, P. D. B. **An introduction to Regge theory and high energy physics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1977.

CREDE, V.; MEYER, C. The experimental status of glueballs. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, [S.l.], v. 63, n. 1, p. 74–116, 2009.

DICKSON, R. **Photoproduction of the $f_1(1285)/\eta(1295)$ Mesons using CLAS at Jefferson Lab**. [S.l.]: Carnegie Mellon University, 2011. Disponível em: http://www.jlab.org/Hall-B/general/clas_thesis.html. Acesso em: 11/03/2025.

DONNACHIE, A.; KALASHNIKOVA, Y. S. Scalar meson photoproduction. **Physical Review C—Nuclear Physics**, [S.I.], v. 78, n. 6, p. 064603, 2008.

DONNACHIE, S.; DOSCH, G.; LANDSHOFF, P.; NACHTMANN, O. **Pomeron physics and QCD**. [S.I.]: Cambridge University Press, 2002. v. 19.

DUPRÉ, R. et al. Measurement of deeply virtual Compton scattering off ^4He with the CEBAF Large Acceptance Spectrometer at Jefferson Lab. **Phys. Rev. C**, [S.I.], v. 104, n. 2, p. 025203, 2021.

ENDLER, A. M. F. Introdução à física de partículas. **1ª edição, São Paulo, Editora Livraria da física**, [S.I.], 2010.

GALATA, G. Photoproduction of $Z(4430)$ through mesonic Regge trajectories exchange. **Phys. Rev. C**, [S.I.], v. 83, p. 065203, 2011.

GIONGO, S. L. Analiticidade e espalhamento elástico de hádrons em altas energias. , [S.I.], 2016.

GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. [S.I.]: John Wiley e Sons, 2008.

GUIDAL, M.; LAGET, J.-M.; VANDERHAEGHEN, M. Pion and kaon photoproduction at high energies: forward and intermediate angles. **Nuclear Physics A**, [S.I.], v. 627, n. 4, p. 645–678, 1997.

HANHART, C. Exotic hadrons. , [S.I.], 2022. Disponível em: <https://www.fz-juelich.de/en/ias/ias-4/research/exotic-hadrons>. Acesso em 30/01/2025.

JAFARZADE, S.; VEREIJKEN, A.; PIOTROWSKA, M.; GIACOSA, F. From well-known tensor mesons to yet unknown axial-tensor mesons. **Phys. Rev. D**, [S.I.], v. 106, n. 3, p. 036008, 2022.

JOHNSON, K. et al. The MIT bag model. **Acta Phys. Pol. B**, [S.I.], v. 6, n. 12, p. 8, 1975.

KEREN-ZUR, B. Testing confining potentials through meson/baryon hyperfine splittings. **Annals of Physics**, [S.I.], v. 323, n. 3, p. 631–642, 2008.

KOCHELEV, N.; BATTAGLIERI, M.; VITA, R. D. Exclusive photoproduction of $f_1(1285)$ meson off the proton in kinematics available at the Jefferson Laboratory Experimental Facilities. **Physical Review C — Nuclear Physics**, [S.I.], v. 80, n. 2, p. 025201, 2009.

KOLANOSKI, H.; WERMES, N. **Particle Detectors: Fundamentals and Applications**. [S.I.]: Oxford University Press, USA, 2020.

MATHIEU, V.; KOICHELEV, N.; VENTO, V. The physics of glueballs. **International Journal of Modern Physics E**, [S.l.], v. 18, n. 01, p. 1–49, 2009.

MATHIEU, V.; PILLONI, A.; ALBALADEJO, M.; CELENTANO, A.; FERNANDEZ-RAMIREZ, C.; SZCZEPANIAK, A. et al. Exclusive tensor meson photoproduction. **Physical Review D**, [S.l.], v. 102, n. 1, p. 014003, 2020.

MCCUNE, A. Quantum computers take on quarks. , [S.l.], 2022. Disponível em: <https://physicsworld.com/a/quantum-computers-take-on-quarks/>. Acesso em 30/01/2025.

MECKING, B. et al. The CEBAF large acceptance spectrometer (CLAS). **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, [S.l.], v. 503, n. 3, p. 513–553, 2003.

MOREIRA, M. A. A física dos quarks e a epistemologia. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [S.l.], v. 29, p. 161–173, 2007.

NAVAS, S. et al. Review of particle physics. **Phys. Rev. D**, [S.l.], v. 110, n. 3, p. 030001, 2024.

OLIVEIRA, E. C. de. **Funções analíticas com aplicações**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006.

PEREIRA, M. M. LHC: o que é, para que serve e como funciona. **Física na Escola**, [S.l.], 2011.

SERVER, C. D. Overall view of the LHC. , [S.l.], 2014. Disponível em: <https://cds.cern.ch/record/1708847>. Acesso em 05/01/2025.

SHEN, Q.-X.; YU, H. Glueball components of the meson $f_2(1270)$. **Physical Review D**, [S.l.], v. 40, n. 5, p. 1517, 1989.

SILVA, C. O. da; NATTI, P. L. Modelo de quarks e sistemas multiquarks. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [S.l.], v. 29, p. 175–187, 2007.

SILVA, M. L. L. da; MACHADO, M. V. T. Investigating photoproduction of scalar mesons at medium energies. **Physical Review C—Nuclear Physics**, [S.l.], v. 86, n. 1, p. 015209, 2012.

ZETTILI, N. Quantum mechanics: concepts and applications. , [S.l.], 2009.

Apêndices

APÊNDICE A - SISTEMA DE UNIDADES

Sistema de unidades Unidades naturais

Tabela 7 – Sistema de unidades para algumas grandezas físicas

Grandeza	Unidade HEP	Unidade SI
comprimento	1 fm	10^{-15} m
energia	1 GeV	$1,602 \times 10^{-10}$ J
massa	$1\text{GeV}/c^2$	$1,78 \times 10^{-27}$ kg
$\hbar = h/2\pi$	$6,588 \times 10^{-25}$ GeV s	$1,055 \times 10^{-34}$ J s
$\hbar c$	0,1973 GeV fm	$3,162 \times 10^{-26}$ J m
c	$2,988 \times 10^{23}$ fm/s	$2,988 \times 10^8$ m/s

- Unidades naturais de algumas grandezas físicas

$$\begin{aligned}
 \text{massa} &\longrightarrow 1 \text{ GeV} \\
 \text{Comprimento} &\longrightarrow 1 \text{ GeV} \\
 \text{tempo} &\longrightarrow 1 \text{ GeV}^{-1} = 0,1973 \text{ fm}
 \end{aligned}
 \tag{119}$$

Unidades de seção de choque

$$\begin{aligned}
 \text{mb} &\rightarrow 10^{-27} \text{ cm}^2 \\
 \text{GeV}^{-2} &\rightarrow 0,389 \text{ mb} \\
 1\text{mb} &\rightarrow 2,57 \text{ GeV}^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{120}$$

Outras unidades usuais

$$\begin{aligned}
 \text{Massa} &\rightarrow \text{eV}/c^2 \\
 \text{Momentum} &\rightarrow \text{eV}/c \\
 \text{Energia} &\rightarrow \text{eV} \\
 \text{Carga, spin, ...} &\rightarrow e
 \end{aligned}
 \tag{121}$$

Algumas conversões

$$\mathbf{eV} \rightarrow 1,6 \times 10^{-19} \mathbf{J}$$

$$\mathbf{c} \rightarrow 299792458 \mathbf{m/s}$$

$$\mathbf{e} \rightarrow 1,602176484 \times 10^{-19} \mathbf{C}$$

APÊNDICE B - VARIÁVEIS CINEMÁTICAS

Processos de Espalhamentos Generalizados

Considerando um processo de produção genérico do tipo:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + N \quad (122)$$

que implica na conservação de quadri-momentum

$$p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4 + \dots + p_N \quad (123)$$

e nas condições de camada de massa

$$p_i^2 = m_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (124)$$

Podemos considerar aqui dois tipos de processos:

- Espalhamento exclusivo de dois corpos,

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4, \quad (125)$$

- Espalhamento inclusivo de partícula única,

$$1 + 2 \rightarrow 3 + X, \quad (126)$$

nesse caso, X denota um sistema de partículas não definido (ou uma ressonância).

Processo de Espalhamento de Dois Corpos *Variáveis de Mandelstam* Chama-mos de *variáveis de Mandelstam* as grandezas s , t e u definidas por (Giongo, 2016):

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \quad (127)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \quad (128)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2. \quad (129)$$

que são invariantes de Lorentz e satisfazem a seguinte identidade:

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2. \quad (130)$$

Devido a identidade dada em (130), apenas duas destas variáveis são independentes e as mais utilizadas nos processos de espalhamento são as variáveis s e t .

Para processos de espalhamento de dois corpos, no *canal s* (Figura 15)

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \quad (131)$$

s é o quadrado do centro de massa,

$$s = E_{CM}^2, \quad (132)$$

e t é o quadrado do momento transferido,

$$t = p^2. \quad (133)$$

Neste caso, chamamos o processo de *canal s*.

Processos em que a energia do centro de massa é representada pela variável t ou u , são chamados de *canal t* e *canal u*, respectivamente.

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4 \quad (\text{canal } t) \quad (134)$$

$$1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3 \quad (\text{canal } u) \quad (135)$$

Supondo que partimos de uma reação no *canal s* (entre parênteses os momenta das partículas):

$$p(p_1) + \pi^+(p_2) \rightarrow p(p_3) + \pi^+(p_4), \quad (136)$$

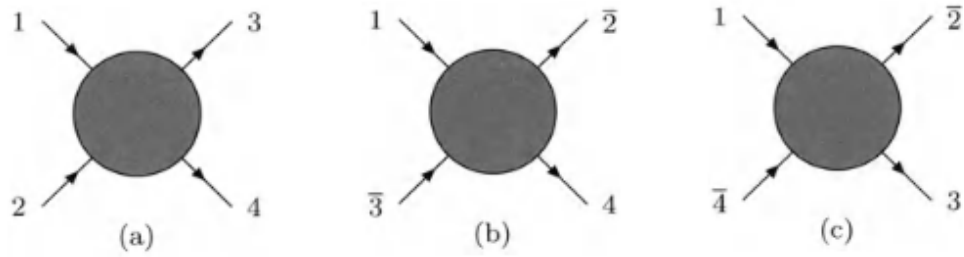
o *canal t* correspondente é:

$$p(p_1) + \bar{p}(-p_3) \rightarrow \pi^-(p_2) + \pi^+(p_4), \quad (137)$$

e o *canal u* é:

$$p(p_1) + \pi^-(p_4) \rightarrow \pi^-(p_2) + p(p_3). \quad (138)$$

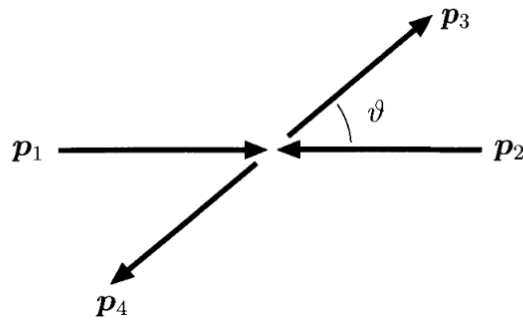
Figura 14 – (a) *Canal s*. (b) *Canal t*. (c) *Canal u*.



Fonte: (Barone; Predazzi, 2013)

Sistema do centro de massa

Figura 15 – Sistema de centro de massa.



Fonte: (Barone; Predazzi, 2013)

Considerando a reação dada na Equação 131. No sistema de centro de massa (CM), temos, por definição:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0. \quad (139)$$

Assumindo que 1 e 2 se deslocam no sentido do eixo z :

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z) \quad (140)$$

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, -p_z) \quad (141)$$

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = E_3 \quad (142)$$

$$p_4 = (E_4, -\mathbf{p}') = (E_4, -\mathbf{p}_\perp, -p'_z) \quad (143)$$

sendo $\mathbf{p}_\perp$ sendo a transversal de dois vetores. Apenas duas das variáveis que aparecem nas Equações (140-143) são independentes. Escolhemos como o momentum

do CM $|\mathbf{p}| = p_z$ (por convenção, a partícula 1 se move na direção z), e o ângulo de espalhamento θ (no canal s) é definido por:

$$p'_z = |\mathbf{p}'| \cos \theta \quad (144)$$

$$|\mathbf{p}_\perp| = |\mathbf{p}'| \sin \theta \quad (145)$$

Dessa forma, as energias podem ser expressas em termos do quadrado da energia do CM $s = (p_1 + p_2)^2$ como:

$$E_1 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_1^2 - m_2^2), \quad (146)$$

$$E_2 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_2^2 - m_1^2), \quad (147)$$

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_3^2 - m_4^2), \quad (148)$$

$$E_4 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_4^2 - m_3^2) \quad (149)$$

Das condições de camada de massa, temos as seguintes relações entre $|\mathbf{p}|$, $|\mathbf{p}'|$ e s :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^2 &= p_z^2 = E_1^2 - m_1^2 \\ &= \frac{1}{4s} [s - (m_1 + m_2)^2] [s - (m_1 - m_2)^2] \\ &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_1^2, m_2^2), \end{aligned} \quad (150)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}'^2 &= \mathbf{p}_\perp^2 + p_z^2 = E_3^2 - m_3^2 \\ &= \frac{1}{4s} [s - (m_3 + m_4)^2] [s - (m_3 - m_4)^2] \\ &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_3^2, m_4^2), \end{aligned} \quad (151)$$

a função triangular $\lambda(x, y, z)$ é definida como:

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz. \quad (152)$$

Em altas energias ($s \rightarrow \infty$) as massas podem ser desprezadas:

$$E_1, E_2, E_3, E_4 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}, \quad (153)$$

e

$$|\mathbf{p}|, |\mathbf{p}'| \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}. \quad (154)$$

Expressando a variável de Mandelstam t em termos das variáveis de CM:

$$\begin{aligned} t &= (p_1 - p_3)^2 \\ &= m_1^2 + m_3^2 - 2E_1E_3 + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'| \cos \theta, \end{aligned} \quad (155)$$

onde o $\cos \theta$ é dado por:

$$\cos \theta = \frac{s^2 + (2t - \sum_i m_i^2) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)} \quad (156)$$

Quando todas as partículas possuem massas iguais, as relações entre as variáveis de centro de massa ($|\mathbf{p}|, \theta$) e as variáveis de Mandelstam (s, t) é:

$$|\mathbf{p}| = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m^2}, \quad (157)$$

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s - 4m^2} \quad (158)$$

.

E as relações inversas são:

$$s = 4(\mathbf{p}^2 + m^2), \quad (159)$$

$$t = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos \theta), \quad (160)$$

$$u = -2\mathbf{p}^2(1 + \cos \theta), \quad (161)$$

usando $s + t + u = 4m^2$.

Para partículas sem massa ou massa desprezível (isto é, para $s \rightarrow \infty$), temos:

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s} \quad (162)$$

De maneira análoga, podemos obter as mesmas relações para o *canal* t e para o *canal*

u , considerando o caso em que as massas das partículas são iguais:

$$\cos \theta_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2} \quad (163)$$

$$\cos \theta_u = 1 + \frac{2t}{u - 4m^2} \quad (164)$$

Sistema de Laboratório Por definição, no referencial de Laboratório, uma das partículas do estado inicial está em repouso:

$$\mathbf{p}_2 = 0. \quad (165)$$

Os quadri-momenta das partículas que colidem, assumindo que a partícula 1 se move na direção z , podem ser escritos como:

$$p_1 = (E_L, 0, 0, p_L), \quad (166)$$

$$p_2 = (m_2, 0, 0, 0), \quad (167)$$

onde p_L é o momentum total do sistema Laboratório. Os quadri-momenta de saída das partículas são:

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}_3), \quad (168)$$

$$p_4 = (E_4, \mathbf{p}_4). \quad (169)$$

As variáveis de Mandelstam s , t e u podem ser escritas em termos das variáveis de laboratório como:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_L, \quad (170)$$

$$t = (p_2 - p_4)^2 = m_2^2 + m_4^2 - 2m_2 E_4 \quad (171)$$

$$u = (p_2 - p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 - 2m_2 E_3. \quad (172)$$

Sendo as energias expressas como:

$$E_L = \frac{1}{2m_2}(s - m_1^2 - m_2^2) \quad (173)$$

$$E_4 = \frac{1}{2m_2}(m_2^2 + m_4^2 - t), \quad (174)$$

$$E_3 = \frac{1}{2m_2}(m_2^2 + m_3^2 - u), \quad (175)$$

e os momenta:

$$p_L^2 = E_L^2 - m_1^2 = \frac{1}{4m_2^2} \lambda(s, m_1^2, m_2^2), \quad (176)$$

$$\mathbf{p}_4^2 = E_4^2 - m_4^2 = \frac{1}{4m_2^2} \lambda(t, m_2^2, m_4^2), \quad (177)$$

$$\mathbf{p}_3^2 = E_3^2 - m_3^2 = \frac{1}{4m_2^2} \lambda(u, m_2^2, m_3^2). \quad (178)$$

Em altas energias, quando as massas podem ser desprezadas, temos:

$$s \simeq 2m - 2E_L \simeq 2m_2 p_L, \quad (179)$$

$$t \simeq -2m_2 E_4, \quad (180)$$

$$u \simeq -2m_2 E_3. \quad (181)$$

Usando

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_L E_3 + 2p_L |\mathbf{p}_3| \cos \theta_L, \quad (182)$$

temos para o caso de massas iguais

$$\cos \theta_L = \frac{s(s+t-4m^2)}{\lambda^{\frac{1}{2}}}(s, m^2, m^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(s+t, m^2, m^2) \quad (183)$$

Processo de Espalhamento Inclusivo Único

Reações inclusivas de partícula única

$$1 + 2 \rightarrow 3 + X \quad (184)$$

são descritas por três variáveis independentes, s , t e a massa invariante $M^2 = (p_1 + p_2 - p_3)^2$ do sistema X .

No sistema de CM, os quadri-momenta podem ser escritos como:

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z), \quad (185)$$

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z), \quad (186)$$

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_\perp, p'_z). \quad (187)$$

As relações entre as variáveis de CM e invariantes de Mandelstam quando $s \gg m_1^2, m_2^2$

$$|\mathbf{p}| = p_4 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}, \quad E_1, E_2 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (188)$$

e para $s, M^2 \gg m_3^2$

$$|\mathbf{p}'| \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}}, \quad E_3 \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}} \quad (189)$$

De

$$t = (p_1 + p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1E_3 + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'| \cos \theta \quad (190)$$

e usando as relações 188 e 189 temos para $s, M^2 \gg m_1^2, m_3^2$:

$$\cos \theta \simeq 1 + \frac{2t}{s - M^2}. \quad (191)$$

E no mesmo limite, o momentum transverso é:

$$\mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}'^2 \sin^2 \theta \simeq -t \left(1 - \frac{M^2}{s} \right). \quad (192)$$

APÊNDICE C - CÁLCULO DO PARÂMETRO VARIACIONAL

Neste apêndice, mostramos como foi realizado o cálculo do parâmetro variacional da gaussiana a partir do *método variacional da Hamiltoniano*(ver (Zettili, 2009)). O método variacional é particularmente útil para encontrar a energia do estado fundamental e seus autoestados sem resolver a equação de Schrödinger de forma explícita. A equação de Schrödinger pode ser expressa como:

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle. \quad (193)$$

Dessa forma, a energia pode ser determinada pela relação:

$$E = \frac{\langle\Psi|H|\Psi\rangle}{\langle\Psi|\Psi\rangle} \geq E_0 \quad (194)$$

onde para qualquer estado Ψ escolhido a energia E é sempre maior que a energia do estado fundamental E_0 .

Expandindo as funções de onda em termos de autoestados exatos

$$H|\Psi\rangle = \sum_n a_n |\phi_n\rangle \quad (195)$$

No Capítulo 5 definimos as funções de onda dos mésons como uma gaussiana do tipo:

$$\exp(-p^2/2\beta_M^2) \quad (196)$$

multiplicada por um polinômio de apropriado. A partir de uma Transformada de Fourier esta função, que antes dependia do quadri-momentum p , passa a depender de r :

$$\Psi(r) = Ar^\ell R(r)Y_{\ell m} \quad (197)$$

$Y_{\ell m}$ são os harmônicos esféricos dependentes de um ângulo θ e dos parâmetros m e

ℓ :

$$\begin{aligned}
Y_0^0(\theta, \phi) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi}} \\
Y_1^{-1}(\theta, \phi) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin\theta e^{-i\phi} \\
Y_1^0(\theta, \phi) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos\theta \\
Y_1^1(\theta, \phi) &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin\theta e^{i\phi}.
\end{aligned} \tag{198}$$

Para estados com $\ell = 0$ e $m = 0$ a função de onda é da forma:

$$\Psi(r) = A \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{00} \tag{199}$$

onde A é a constante de normalização obtida pela normalização da função de onda:

$$\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \pi_0 |\Psi_M|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi, \tag{200}$$

que resulta em:

$$A = \frac{2\beta_M^{3/2}}{\pi^{1/4}}. \tag{201}$$

Para estados com $\ell = 1$ e $m = 0$ a função de onda é:

$$\Psi(r) = B r \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{10}, \tag{202}$$

onde B é a constante de normalização

$$B = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_M^{5/2}}{\pi^{1/4}} \tag{203}$$

A partir do hamiltoniano definido como:

$$H = \frac{p^2}{m_q} + V(r), \tag{204}$$

cujo potencial $V(r)$ é o potencial de confinamento dado por:

$$V(r) = \sigma r - \frac{4\alpha_s}{3r} + C, \tag{205}$$

podemos resolver, pelo método variacional, a equação Schrödinger e obter os parâmetros variacionais da gaussiana β_M .

Da equação radial:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Psi_M(r)}{dr} \right) - \frac{2m_q r^2}{\hbar^2} [V(r) - E] \Psi_M(r) = \ell(\ell + 1) \Psi_M(r) \quad (206)$$

ou

$$E \Psi_M(r) = -\frac{1}{m_q r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Psi_M(r)}{dr} \right) + \frac{\ell(\ell + 1)}{m_q r^2} \Psi_M(r) + V(r) \Psi_M(r), \quad (207)$$

com $\hbar = 1$, em unidades naturais, obtemos para $\ell = 0$ e $\ell = 1$:

$$E = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta \left[-\Psi_M^\dagger(r) \frac{1}{m_q r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Psi_M(r)}{dr} \right) + \Psi_M^\dagger(r) \frac{\ell(\ell + 1)}{m_q r^2} \Psi_M(r) + \Psi_M^\dagger(r) V(r) \Psi_M(r) \right]. \quad (208)$$

Derivando a expressão obtida em 208 em função de β_M e utilizando os parâmetros definidos no Capítulo 5, obtivemos os valores dos parâmetros variacionais (em GeV), conforme mostrado na Tabela 8.

Tabela 8 – Valores de β_M obtidos para estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$.

$\ell(M)$	$ \Psi\rangle$	β_M
0(1 ⁻⁻)	$n\bar{n}$	0,312
1(2 ⁺⁺)	$n\bar{n}$	0,272
0(1 ⁻⁻)	$s\bar{s}$	0,354
1(2 ⁺⁺)	$s\bar{s}$	0,305

Onde os estados $n\bar{n}$ representam os mésons compostos por quarks u e d e seus respectivos antiquarks (com $\ell = 0$ para $\rho(770)$ e $\ell = 1$ para $f_2(1270)$), e os estados $s\bar{s}$ representam os mésons compostos de quarks s e seus respectivos antiquarks (com $\ell = 0$ para $\phi(1020)$ e $\ell = 1$ para $f_2(1270)$).

APÊNDICE D - TRANSFORMADA DE FOURIER

A Transformada de Fourier em MQ

- equação de Schrödinger $\rightarrow$ funodeonda $\psi(r) \rightarrow$ espaço de coordenadas (x, y, z) .
- $\psi(r) \iff \bar{\psi}(p)$
- $\bar{\psi}(p) \rightarrow$ funodeondanoespaodosmomenta ($\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$).

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} dp \exp\left(\frac{ipr}{\hbar}\right) \bar{\psi}(p) \quad (209)$$

$$\bar{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} dr \exp\left(\frac{-ipr}{\hbar}\right) \psi(r) \quad (210)$$

A função de onda dos mésons é dada no espaço de momenta pela expressão:

$$\psi(p) = \exp\left(-p^2/2\beta_M^2\right). \quad (211)$$

Para que possamos expressá-la em termos das variáveis de posição, aplicamos a transformada inversa de Fourier dada na Equação 209, que em 3D e em unidades naturais ($\hbar = 1$) é:

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \exp(ip \cdot r) \bar{\psi}(p) d^3p. \quad (212)$$

Em coordenadas esféricas, $d^3p = p^2 dp d\Omega$ e $p \cdot r = pr \cos \theta$, então obtemos a integral:

$$\psi(r) = \int_0^\infty dp \int_0^\pi d\theta \psi(p) \exp(ipr \cos \theta) p^2 \sin \theta, \quad (213)$$

que resulta em:

$$\psi(r) = \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) \beta^3. \quad (214)$$

Normalizando a Equação 214, obtemos as funções de onda para os estados com $\ell = 0$ e $\ell = 1$ e suas respectivas constantes de normalização A e B (ver Apêndice 7).

APÊNDICE E - DEDUÇÃO DA MATRIZ DE ESPALHAMENTO

Para obter a Equação (116) da qual depende a seção de choque de fotoprodução para o processo $\gamma p \rightarrow f_2(1270)p$ podemos escrever (Donnachie; Kalashnikova, 2008):

$$A_{\mu\nu}\gamma_\nu + B_\mu = M_{\mu\nu}(a\gamma_\nu + bp_{1\nu}) = aM_{\mu\nu}\gamma_\nu + bN_\mu, \quad (215)$$

onde,

$$M_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_\mu q_\nu, \quad N_\nu = M_{\mu\nu}p_{1\nu}. \quad (216)$$

Sendo que o cálculo do traço é dado por:

$$\begin{aligned} T_C &= \frac{1}{4} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)(aM_{\mu\lambda}\gamma_\lambda + bN_\mu)(\gamma \cdot p_1 + m_p)(a^*M_{\mu\nu}\gamma_\nu + b^*N_\mu)\} \\ &= \frac{1}{4} aa^* M_{\mu\lambda} M_{\mu\nu} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)\gamma_\lambda(\gamma \cdot p_1 + m_p)\gamma_\nu\} \\ &\quad + \frac{1}{4} a^* b N_\mu M_{\mu\nu} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)(\gamma \cdot p_1 + m_p)\gamma_\nu\} \\ &\quad + \frac{1}{4} ab^* M_{\mu\lambda} N_\mu \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)\gamma_\lambda(\gamma \cdot p_1 + m_p)\} \\ &\quad + \frac{1}{4} bb^* N_\mu N_\mu \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)(\gamma \cdot p_1 + m_p)\}. \end{aligned} \quad (217)$$

Resolvendo os traços da Equação (217):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)\gamma_\lambda(\gamma \cdot p_1 + m_p)\gamma_\nu\} \\ &= g_{\lambda\nu} (m_p^2 - p_1 \cdot p_2) + p_{2\lambda}p_{1\nu} + p_{1\lambda}p_{2\nu}, \end{aligned} \quad (218)$$

$$\frac{1}{4} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)\gamma_\lambda(\gamma \cdot p_1 + m_p)\} = m_p(p_{1\lambda} + p_{2\lambda}), \quad (219)$$

$$\frac{1}{4} \text{Tr}\{(\gamma \cdot p_2 + m_p)(\gamma \cdot p_1 + m_p)\} = m_p^2 + p_1 \cdot p_2. \quad (220)$$

Inserindo os resultados obtidos em (218), (219) e (220) na Equação (217), temos:

$$T_C = aa^* [(m_p^2 - (p_1 \cdot p_2)) M_{\mu\nu} M_{\mu\nu} + 2N_\mu N_\mu] \\ + 2m_p(a^*b + ab^*)N_\mu N_\mu + (m_p^2 + (p_1 \cdot p_2)) bb^* N_\mu N_\mu. \quad (221)$$

Tomando as variáveis de Mandelstam, dadas pelas expressões:

$$s = (q + p_1)^2 = (p + p_2)^2 \quad (222) \\ t = (q - p)^2 = (p_1 - p_2)^2 \\ u = (q - p_2)^2 = (p_1 - p)^2 \\ s + t + u = 2m_p^2 + m_{f_2}^2 + m_\gamma^2$$

com $m_\gamma = 0$, temos:

$$s = q^2 + 2(q \cdot p_1) + p_1^2 \quad (223)$$

$$t = q^2 - 2(q \cdot p) + p^2$$

$$u = p_1^2 - 2(p_1 \cdot p) + p^2$$

$$(224)$$

que definindo $p_1^2 = m_p^2$, $p^2 = m_{f_2}^2$ e $q^2 = 0$, se torna:

$$s = m_p^2 + 2(q \cdot p_1) \quad (225)$$

$$t = m_{f_2}^2 - 2(q \cdot p)$$

$$u = m_p^2 + m_{f_2}^2 - 2(p_1 \cdot p).$$

Os produtos escalares podem ser descritos como:

$$(q \cdot p_1) = \frac{1}{2}(s - m_p^2) \quad (226)$$

$$(q \cdot p) = \frac{1}{2}(m_{f_2}^2 - t)$$

$$(p_1 \cdot p) = \frac{1}{2}(m_p^2 + m_{f_2}^2 - u).$$

Dessa forma, das expressões dadas em (216) podemos escrever:

$$N_\mu N_\mu = [g_\mu \nu (q \cdot p) - p] \mu q_\nu [g_\mu \nu (q \cdot p) - p] \mu q_\nu p_{1\nu} \quad (227) \\ = [(q \cdot p) p_{1\mu} - p_\mu (q \cdot p_1)] [(q \cdot p) p_{1\mu} - p_\mu (q \cdot p_1)] \\ = (q \cdot p) p_1^2 (q \cdot p) - 2(q \cdot p) (p_1 \cdot p) (q \cdot p_1) + p^2 (q \cdot p_1) (q \cdot p_1).$$

Como $p_1^2 = m_p^2$ e $p^2 = m_{f_2}^2$, a Equação (227) se torna:

$$N_\mu N_\mu = m_p^2(q \cdot p)(q \cdot p) - 2(q \cdot p)(p_1 \cdot p)(q \cdot p_1) + m_{f_2}^2(q \cdot p_1)(q \cdot p_1). \quad (228)$$

Substituindo (226) em (228), obtemos:

$$\begin{aligned} N_\mu N_\mu &= \frac{1}{4}[m_p^2(m_{f_2}^2 - t)2 - (m_{f_2}^2 - t)(s + t - m_p^2)(s - m_p^2) + m_{f_2}^2(s - m_p^2)^2] \\ &= \frac{1}{4}[m_p^2 m_{f_2}^4 - m_p^2 m_{f_2}^2 t - m_{f_2}^2 t + s^2 t + t^2 s - 2m_p^2 t s + m_p^4 t] \\ &= \frac{1}{4}[st(t - m_{f_2} - 2m_p^2) + m_p^2(m_{f_2}^4 - m_{f_2}^2 t + m_p^2 t)s^2 t]. \end{aligned} \quad (229)$$

Fazendo

$$\begin{aligned} M_{\mu\nu} M_{\mu\nu} &= [g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_\mu q_\nu][g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_\mu q_\nu] \\ &= g_{\mu\nu}(q \cdot p)g_{\mu\nu}(q \cdot p) - 2g_{\mu\nu}(q \cdot p)p_\mu q_\nu + p_\mu q_\nu p_\mu q_\nu \\ &= 4(q \cdot p)^2 - 2(q \cdot p)^2 + p^2 q^2 \\ &= \frac{1}{2}(m_{f_2}^2 - t)^2 \\ &= \frac{1}{2}(m_{f_2}^4 + t^2 - 2m_{f_2}^2 t), \end{aligned} \quad (230)$$

a Equação (221) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} T_C &= aa^* \left[\frac{1}{2}(m_{f_2}^4 + t^2 - 2m_{f_2}^2 t)(m_p^2 - (p_1 \cdot p_2)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}[st(t - m_{f_2}^2 - 2m_p^2) + m_p^2(m_{f_2}^4 - m_{f_2}^2 t + m_p^2 t) + s^2 t] \right] \\ &\quad + (ab^* + ba^*) \frac{1}{2}[m_p st(t - m_{f_2}^2 - 2m_p^2) + m_p^3(m_{f_2}^4 - m_{f_2}^2 t + m_p^2 t) + m_p s^2 t] \\ &\quad + bb^* \frac{1}{4}[st(t - m_{f_2}^2 - 2m_p^2) + m_p^2(m_{f_2}^4 - m_{f_2}^2 t + m_p^2 t) + s^2 t] \times [m_p^2 + (p_1 \cdot p_2)], \end{aligned} \quad (231)$$

onde

$$\begin{aligned} t &= p_1^2 + p_2^2 - 2(p_1 \cdot p_2) \\ &= 2m_p^2 - 2(p_1 \cdot p_2) \end{aligned} \quad (233)$$

$$(p_1 \cdot p_2) = m_p^2 - \frac{t}{2}, \quad (234)$$

logo, a Equação (221) é novamente reescrita como:

$$\begin{aligned}
T_C = & aa^* \left\{ \frac{1}{2}s^2t + \frac{1}{2}st(t - 2m_p^2 - m_{f_2}^2) + \frac{1}{4} [2m_p^4t + t(t - m_{f_2}^2)^2 + m_p^2(-2tm_{f_2}^2 + 2m_{f_2}^4)] \right\} \\
& + (ab^* + a^*b) [m_pst + m_pst(-2m_p^2 + t - m_{f_2}^2) + m_p^3(m_p^2t - m_{f_2}^2t + m_{f_2}^4)] \\
& + bb^*(4m_p^2 - t) \frac{1}{8} [s^2t - st(2m_p^2 - t + m_{f_2}^2) + m_p^2(m_p^2t - m_{f_2}^2t + m_{f_2}^4)] , \quad (235)
\end{aligned}$$

que dados os limites cinemáticos t_1 e t_2 definidos na Equação 117 no Capítulo 6:

$$t_{1,2} = \frac{1}{2s} \left[-(m_p^2 - s)^2 + m_S(m_p^2 + s) \pm (m_p^2 - s) \sqrt{(m_p^2 - s)^2 - 2m_{f_2}^2(m_p + s) + m_{f_2}^4} \right] , \quad (236)$$

pode ser expressa de forma mais compacta como:

$$T_C = \frac{1}{2}aa^* \left[s(t - t_1)(t - t_2) + \frac{1}{2}t[m_{f_2}^4 - 2m_{f_2}^2t + t^2] \right] \quad (237)$$

$$+ \frac{1}{2}(ab^* + ba^*)m_p s(t - t_1)(t - t_2) + \frac{1}{8}bb^*s(4m_p^2 - t)(t - t_1)(t - t_2). \quad (238)$$

Como

$$|\mathcal{M}(s, t)|^2 = -T_C \quad (239)$$

então,

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}(s, t)|^2 = & -\frac{1}{2}aa^* \left[s(t - t_1)(t - t_2) + \frac{1}{2}st(t - m_{f_2}^2)^2 \right] \\
& - \frac{1}{2}(ab^* + a^*b)m_p s(t - t_1)(t - t_2) - \frac{1}{8}bb^*s(4m_p^2 - t)(t - t_1)(t - t_2). \quad (240)
\end{aligned}$$

Finalmente, obtemos a seção de choque diferencial dada por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{T_C}{16\pi(s - m_p^2)^2}. \quad (241)$$