

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Física



Tese de Doutorado

Produção de partículas em colisões hadrônicas para
baixas e altas multiplicidades

Yuri do Nascimento Lima

Pelotas, 2024

Yuri do Nascimento Lima

Produção de partículas em colisões hadrônicas para baixas e
altas multiplicidades

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves

Coorientador: Prof. Dr. André Veiga Giannini

Pelotas

2024

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação da Publicação

L732p Lima, Yuri do Nascimento

Produção de partículas em colisões hadrônicas para baixas e altas multiplicidades [recurso eletrônico] / Yuri do Nascimento Lima ; Victor Paulo Barros Gonçalves, orientador ; André Veiga Giannini, coorientador. — Pelotas, 2024.
139 f. : il.

Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2024.

1. Cromodinâmica quântica. 2. Interações hadrônicas. 3. Multiplicidade. I. Gonçalves, Victor Paulo Barros, orient. II. Giannini, André Veiga, coorient. III. Título.

CDD 539.721

Yuri do Nascimento Lima

Produção de partículas em colisões hadrônicas para baixas e altas multiplicidades

Tese aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Doutor em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 28 de novembro de 2024

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **VICTOR PAULO BARROS GONCALVES**
Data: 02/12/2024 20:55:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Victor Paulo Barros
Gonçalves (Orientador)
Doutor em Física pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Documento assinado digitalmente
 **MURILO SANTANA RANGEL**
Data: 03/12/2024 08:36:49-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Murilo Santana Rangel
Doutor em Física pelo Centro Brasileiro de
Pesquisas Físicas

Documento assinado digitalmente
 **JOAO THIAGO DE SANTANA AMARAL**
Data: 03/12/2024 10:26:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral
Doutor em Física pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Documento assinado digitalmente
 **WERNER KRAMBECK SAUTER**
Data: 07/12/2024 07:36:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter
Doutor em Física pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Documento assinado digitalmente
 **MARIO LUIZ LOPES DA SILVA**
Data: 04/12/2024 08:23:56-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Mario Luiz Lopes da Silva
Doutor em Física pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Pelotas
2024

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves, por toda a atenção e paciência dedicada, pelos incentivos, ensinamentos, conselhos, orientações e pelas muitas boas conversas. Uma pessoa singular cuja sensibilidade o diferencia como cientista e educador. Sinto-me contente pela relação de amizade e respeito que construímos ao longo dessa jornada.

Agradeço ao meu coorientador, Professor Dr. André Veiga Giannini, pelas (muitas e muitas) horas de conversas e discussões. Sou grato pela sua amizade e por toda dedicação e rigor na transmissão dos conhecimentos e habilidades necessárias para o desenvolvimento dos nossos trabalhos, para a minha formação e além.

Agradeço à grande pequena JJJ. Uma pessoa como pouquíssimas, que compreende o Zaratustra, habituada a viver nos montes, Virgílio para mim. Alguém sempre presente e com quem aprecio compartilhar cada momento.

Agradeço à minha mãe, Ana Keila O. do Nascimento, e à minha tia, Ana Janicy O. Mock, que sempre incentivaram e fomentaram os meus estudos. Sou grato aos meus amigos e familiares, em especial ao meu irmão, Isaac N. Lima. Também aos meus pequenos, Caleb N. Lima e Pedro N. Lima, que são fontes de motivação e inspiração para mim.

Aos colegas e professores do Grupo de Altas e Médias Energias (GAME), pela convivência, companheirismo, troca de informações e conhecimentos. Em especial aos dois bons camaradas Lucas Lazzari e Yan Bandeira, com quem compartilhei muitos momentos excelentes, ideias interessantes e boas conversas (algumas impublicáveis).

A Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), em particular ao Programa de Pós-Graduação em Física (PPGFis) e ao Instituto de Física e Matemática da UFPEL pelo acolhimento, pela oportunidade de estudo e todo o suporte para o desenvolvimento da minha pesquisa. Também agradeço à Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo fundamental apoio financeiro, e ao Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC) que, por meio da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), forneceu recursos de HPC do supercomputador SDumont.

RESUMO

LIMA, Yuri do Nascimento. **Produção de partículas em colisões hadrônicas para baixas e altas multiplicidades**. 2024. 139 p. tese (Doutorado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2024.

Descrever a estrutura do próton nas regiões acessadas pelas colisões hadrônicas com altas energias de centro de massa ainda é uma questão em aberto. Sabe-se que nessas regiões o próton é superpopulado por glúons e, portanto, é caracterizado como um meio altamente denso. Também é nessa região que se espera a formação de um novo estado da matéria denominado Condensado de Vidros de Cor (CGC). Nesse sentido, uma questão importante é se os (ou quanto dos) efeitos não lineares preditos pelo CGC são identificáveis no LHC. A multiplicidade de partículas produzidas em uma colisão hadrônica apresenta-se como um observável sensível ao comportamento dos glúons e, portanto, um meio de se investigar esse e outros problemas. Por outro lado, a descrição dos dados atuais usando uma abordagem unificada que alcance baixa e alta multiplicidade mantém-se como um desafio. Ainda, diferentes colaborações experimentais identificaram que as produções de determinados estados finais, em colisões próton-próton, apresentam uma modificação no comportamento dos eventos de alta multiplicidade em relação ao caso de viés mínimo. Portanto, a questão norteadora deste trabalho é se a modificação resulta de efeitos de estado inicial, final ou ambos. Para tanto, será realizado um estudo sistemático da produção de partículas em eventos de baixa e alta multiplicidade usando o formalismo do CGC. Com isso, o intento é contribuir para o avanço do tratamento da produção de partículas na região frontal e ultra frontal para os diferentes valores de multiplicidades e obter predições que possam ser comparadas com os dados experimentais do LHC, bem como, propor observáveis que permitam demonstrar univocamente a presença dos efeitos não lineares na dinâmica QCD.

Palavras-chaves: Cromodinâmica Quântica; Interações hadrônicas; Multiplicidade.

ABSTRACT

LIMA, Yuri do Nascimento. **Particle production in hadronic collisions for low and high multiplicities**. 2024. 139 p. thesis (Doctor in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2024.

Describing the structure of the proton in the regions reached by hadronic collisions at high center-of-mass energies is still an open question. It is known that in these regions the proton is overpopulated by gluons and, therefore, is characterized as a highly dense or saturated medium. It is also in this region that the formation of a new state of matter called Color Glass Condensate (CGC) is expected. In this sense, one question is whether (or how many of) the nonlinear effects predicted by the CGC are identifiable at the LHC. The multiplicity of particles produced in a hadronic collision presents itself as an observable sensitive to the behavior of gluons and, therefore, a means of investigating this and other problems. On the other hand, the description of current data using a unified approach that achieves low and high multiplicity remains a challenge. Also, different experimental collaborations identified that the production of certain final states, in proton-proton collisions, present a modification in the behavior of high multiplicity events in relation to the case of minimum bias. Therefore, the guiding question of the studies presented here is whether this modification results from initial or final state effects, or both. Therefore, a systematic study of particle production in low and high multiplicity events using the CGC formalism will be performed. With this, the intention is to contribute to the advancement of the treatment of the particle production in the frontal and ultra frontal region for the different values of multiplicities and to obtain predictions that can be compared with the experimental data of the LHC, as well as to propose observables that allow to univocally demonstrate the presence of nonlinear effects in the QCD dynamics.

Keywords: Quantum Chromodynamics; Hadronic interactions; Multiplicity.

LISTA DE PUBLICAÇÕES

1. Yuri N. Lima, André V. Giannini, Victor P. Gonçalves, “Kaon production in high multiplicity events at the Large Hadron Collider”, *Physical Review C*, v. 106, p. 065206, Dec. 2022. DOI: 10.1103/PhysRevC.106.065206
2. Yuri N. Lima, André V. Giannini, Victor P. Gonçalves, “Isolated photon production in pp collisions at forward rapidities and high multiplicity events”, *The European Physical Journal A*, v. 60, p. 54, Fev. 2024. DOI: 10.1140/epja/s10050-024-01287-6
3. Yuri N. Lima, André V. Giannini, Victor P. Gonçalves, “B-meson production at forward rapidities in pp collisions at the LHC: estimating the intrinsic bottom contribution”, *The European Physical Journal C*, v. 84, p. 886, Mar. 2024. DOI: 10.1140/epjc/s10052-024-13278-4
4. Yuri N. Lima, André V. Giannini, Victor P. Gonçalves, “ D^0 meson production in pp collisions at large Q_s^2 ”, *Physical Review D*, v. 109, p. 094035, May. 2024. DOI: 10.1103/PhysRevD.109.094035

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Correlação da multiplicidade normalizada de (painel à esquerda) hádrons estranhos e multiestranhos e de (painel à direita) partículas J/Ψ em função da multiplicidade normalizada de partículas carregadas coproduzidas, considerando rapidez central em colisões pp a 13 TeV, para diferentes faixas de p_T [5, 6].	14
Figura 2 – O átomo e sua composição interna até os quarks de valência e as escalas de energias correspondentes.	18
Figura 3 – Os três estados hadrônicos observados: bárions, constituídos por três quarks de cores diferentes; antibárions, com três antiquarks de (anti)cores diferentes; e mésons, compostos por um quark e um antiquark de cores opostas.	20
Figura 4 – Diagrama do espalhamento inelástico elétron-próton ($e^- p \rightarrow e^- X$). . .	25
Figura 5 – Função de estrutura F^2 em função da virtualidade Q^2 [32].	29
Figura 6 – Diagramas da emissão de glúons antes (estado inicial) ou depois (estado final) do fóton interagir com o quark.	30
Figura 7 – Diagramas da criação de quarks a partir de glúons no estado inicial. . .	30
Figura 8 – Distribuição de pártons (quarks e glúons) no interior do próton de acordo com a parametrização CT14 em NLO para (painel à esquerda) $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e (painel à direita) $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$	32
Figura 9 – Distribuição de glúons no interior do próton de acordo com as parametrizações CT14 e MSTW em NLO para (painel à esquerda) $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e (painel à direita) $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$, com as bandas de incertezas via método de Monte Carlo [39].	33
Figura 10 – Projeção para (painel à esquerda) píons carregados, (painel central) káons carregados e (painel à direita) prótons/antiprótons em função da fração do momento z (do párton) transportada pelo hádron final, considerando a parametrização AKK08 [47] e comparando as contribuições dos quarks u (linhas roxas) e d (linhas verdes) e glúons (linhas amarelas).	36
Figura 11 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de píons carregados, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$	37

Figura 12 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de káons carregados, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$	38
Figura 13 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de prótons/anti-prótons, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$	39
Figura 14 – Diagrama de fase da evolução QCD da estrutura partônica no interior do próton no plano $\ln Q^2$ - $\ln(1/x)$	46
Figura 15 – Amplitude de espalhamento do DIS na representação de dipolos de cor.	49
Figura 16 – Representação da evolução do par $q\bar{q}$, no limite de grande N_c , de acordo com a equação BK.	54
Figura 17 – Comparação entre as previsões para a transformada de Fourier da amplitude de espalhamento de dipolo (fundamental), considerando diferentes valores de $Y = \ln(x_0/x)$ e diferentes condições iniciais para a equação rcBK.	57
Figura 18 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados, para colisões pp a (painel à esquerda) 7 e (painel à direita) 13 TeV na região central de rapidez ($\eta = 0$). Cada caso é multiplicado, respectivamente, pelos fatores $K = 1,6$ e $K = 1,4$ e comparado com os dados experimentais das Colaborações (painel à esquerda) CMS [90, 91] e (painel à direita) ATLAS [92].	58
Figura 19 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados, para colisões $p + Pb$ a 5.02 TeV na região central de rapidez ($\eta = 0, 0,55$ e $1,05$). Cada caso é multiplicado, respectivamente, pelos fatores $K = 1,4, 1,6, 1,8$ e é comparado com os dados experimentais da Colaboração ALICE [93].	58
Figura 20 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados e π^0 , para colisões (painel à esquerda) pp e (painel à direita) $p + Au$ a 200 GeV na região frontal de rapidez ($y = 2,2, 3,2$ e 4). Cada caso é comparado com os dados experimentais das Colaborações BRAHMS [94] e STAR [95].	59
Figura 21 – Representação esquemática da produção de um méson pesado no formalismo híbrido: um glúon (diagrama da esquerda) e um quark pesado (diagrama da direita) do hádron incidente interagem com o alvo e posteriormente ocorre a hadronização no méson pesado.	62

Figura 22 – Espectro de x das distribuições de quark c (curvas azuis) e glúons (curvas vermelhas), para configurações com e sem <i>charm</i> intrínseco da parametrização CTEQ6.5 [111] e também a CT14 [112] sem <i>charm</i> intrínseco.	66
Figura 23 – Espectros de momento transversal dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 7 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [100].	67
Figura 24 – Espectros de momento transversal dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [101].	67
Figura 25 – Distribuição de rapidez dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco), para colisões pp a 7 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [100].	68
Figura 26 – Distribuição de rapidez dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco), para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [101].	68
Figura 27 – Distribuição do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.	69
Figura 28 – Distribuição do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados para a soma dos canais iniciados por quark c e glúon com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>charm</i> intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.	69
Figura 29 – Razão das distribuições do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados com e sem a componente de <i>charm</i> intrínseco, para colisões pp a 13 TeV.	70
Figura 30 – Distribuição de quark <i>bottom</i> em função da variável x de Bjorken para os três diferentes conjuntos de PDF (com e sem componente intrínseca).	72
Figura 31 – Espectros de momento transversal do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem <i>bottom</i> intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [102].	73
Figura 32 – Distribuição de rapidez do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>bottom</i> intrínseco), para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [102].	74
Figura 33 – Distribuição do x de Feynman do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>bottom</i> intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.	75
Figura 34 – Distribuição do x de Feynman do méson, B^\pm , calculados para a soma dos canais iniciados pelo quark b e glúon com diferentes UGDs e PDFs (com e sem <i>bottom</i> intrínseco), para em colisões pp a 13 TeV.	75

Figura 35 – Representação esquemática da produção do méson K_S^0 no formalismo híbrido: um glúon (diagrama da esquerda) e um quark (diagrama da direita) do hádron incidente interage com o alvo e posteriormente hadroniza no méson K_S^0	80
Figura 36 – Painel à esquerda: espectro de momento transversal da produção do méson K_S^0 em comparação com dados experimentais da Colaboração ALICE [5]. Painel à direita: contribuição dos subprocessos iniciados por glúon e quarks para a produção do méson K_S^0 derivada usando o modelo g1.118 (MV).	82
Figura 37 – Multiplicidade relativa de mésons K_S^0 em função de n : (painel à esquerda) diferentes faixas de p_T em $y = 0$; (painel à direita) diferentes valores de y em $4,0 < p_T < 12,0$ GeV.	83
Figura 38 – Multiplicidade relativa de hádrons carregados em função de n , para diferentes faixas de p_T em $y = 0$	83
Figura 39 – Razão entre as previsões para a produção de mésons K_S^0 e partículas carregadas coproduzidas em função de n	84
Figura 40 – Correlação entre rendimentos de K_S^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. A linha sólida indica o resultado esperado para uma correlação linear. . .	85
Figura 41 – Correlação entre os rendimentos de K_S^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs, em rapidez central e colisões pp a 13 TeV. Dados da Colaboração ALICE [5].	85
Figura 42 – Multiplicidade relativa de mésons D^0 em função do fator de escala n , para distintas faixa de integração em p_T e diferentes valores de y	88
Figura 43 – Correlação entre os rendimentos de mésons D^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs, PDFs e valores de y , para colisões pp a 13 TeV.	89
Figura 44 – Processos que contribuem para o fóton <i>bremssstrahlung</i> de um quark projétil propagando-se através do campo de cores de baixos valores de x do alvo, descrito usando o formalismo Condensado de Vidro de Cor. .	91
Figura 45 – Frações de momento dos pártons do projétil (x_p) e do alvo (x_g) contribuintes para a seção de choque da Equação (5.5), calculados para diferentes valores de rapidez e momento transversal do fóton, para colisões pp a 13 TeV	93
Figura 46 – Painel à esquerda: cômputo do espectro de momento transversal dos fótons comparados aos dados da Colaboração ATLAS [180] para colisões pp a 8 TeV. Painel à direita: projeção do espectro de momento transversal para colisões pp a 13 TeV. Em ambos casos os cálculos foram realizados para diferentes UGDs e valore de rapidez.	94

Figura 47 – Multiplicidade relativa de fótons em função de n para diferentes valores de R	95
Figura 48 – Multiplicidade relativa de fótons em função do fator de escala n , para distintas faixas de integração em k_T e diferentes valores de y	95
Figura 49 – Correlação entre os rendimentos normalizados de fótons isolados e partículas carregadas, calculados com diferentes UGDs e valores da rapidez do fóton, para colisões pp a 13 TeV.	96
Figura 50 – Correlação entre o fóton isolado e as partículas carregadas normalizados, para diferentes configurações de rapidez e pseudo-rapidez em colisões pp a 13 TeV.	97
Figura 51 – Rendimentos de D^0 , K_S^0 e γ em correlação com os hádrons carregados, calculados com a UGD g1.101 (MV) e diferentes valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV.	98
Figura 52 – Fóton virtual flutuando em um dipolo quark-antiquark. O momento e o spin do quark (antiquark) é o $k(k')$ e $s(s')$, respectivamente.	104
Figura 53 – Diagrama de um quark com momento p , spin s e cor α emitindo um glúon com momento k , cor c e polarização λ . Após a emissão, o momento, o spin e a cor do quark passam a ser $p - k$, β e s' , respectivamente.	119
Figura 54 – Diagramas contribuintes para o processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$	122
Figura 55 – O glúon emitido pode ser visto como uma parte da função de onda do hádron (linha tracejada inferior) ou como uma parte da função de onda do dipolo (linha tracejada superior).	126

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	ESTRUTURA HADRÔNICA	16
2.1	O Modelo Padrão da física de partículas	16
2.2	Introdução à Cromodinâmica Quântica	20
2.3	Espalhamento inelástico profundo	24
2.4	Funções de distribuição e de fragmentação de pártons	28
2.5	Conclusões	38
3	ABORDAGENS NO REGIME DE ALTAS ENERGIAS	40
3.1	A questão da fatorização das seções de choque	41
3.2	Mapeamento da evolução da estrutura partônica	46
3.3	Espalhamento inelástico profundo na representação de dipolos	48
3.4	Equação de evolução de Balitsky-Kovchegov	53
3.5	Produção de partículas no Condensado de Vidro de Cor	56
3.6	Conclusões	59
4	PRODUÇÃO DE MÉSONS PESADOS NA REGIÃO FRONTAL	61
4.1	Formalismo híbrido para partículas pesadas	62
4.2	Produção de mésons D^0 na região frontal de rapidez	65
4.3	Produção de mésons B^0 na região frontal de rapidez	70
4.4	Conclusões	76
5	MULTIPLICIDADE DE PARTÍCULAS	77
5.1	Produção de mésons K_S^0 em eventos de alta multiplicidade	78
5.2	Produção de mésons D^0 em eventos de alta multiplicidade	87
5.3	Produção de fótons em eventos de alta multiplicidade	90
5.4	Conclusões	97
6	CONCLUSÕES E PRÓXIMOS PASSOS	99
A	DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BALITSKY-KOVCHegov	101
A.1	Teoria quântica de campos no cone de luz	101
A.2	Função de onda do fóton virtual	103
A.3	Emissão de glúons	118
A.4	Dedução da equação de Balitsky-Kovchegov	121

REFERÊNCIAS 128

1 INTRODUÇÃO

O Modelo Padrão da Física de Partículas tem sido bem sucedido em responder questões acerca das partículas elementares e suas interações. Entretanto, há questões que permanecem em aberto. Neste trabalho, as atenções são direcionadas para a subestrutura do próton, a qual, no regime de altas energias, é caracterizada por altas densidades de quarks e glúons. O objetivo mais amplo é compreender a dinâmica da distribuição de partículas no interior do próton, portanto, compreender processos que são descritos pela Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD). Naturalmente, alguns desses processos também apresentam questões em aberto, como, por exemplo, saber se os efeitos não lineares preditos pelo Condensado de Vidro de Cor (*Color Glass Condensate* - CGC) são significativos na região cinemática alcançada pelo Grande Colisor de Hádrons (*Large Hadron Collider* - LHC). Para investigar esse e outros problemas, o estudo de observáveis sensíveis ao comportamento da distribuição de glúons é importante. Nesse sentido, a produção de partículas na região frontal de rapidez e em eventos caracterizados por altas multiplicidades apresenta-se como uma ferramenta importante para a investigação da estrutura do próton e, portanto, são os observáveis de maior interesse dos estudos aqui apresentados.

A rapidez de uma partícula produzida em determinada colisão hadrônica é diretamente dependente dos valores das variáveis de Bjorken dos pártons incidentes. Por outro lado, a distribuição de multiplicidade é a probabilidade de se obter um número definido de partículas produzidas em uma dada colisão. Assim, por exemplo, a multiplicidade de partículas carregadas traduz-se como o número de partículas carregadas que seriam produzidas em uma determinada colisão. Tal observável conta com uma combinação de efeitos oriundos de processos que ocorrem nos estados inicial e final da colisão. O fato é que a multiplicidade de partículas é um dos observáveis fundamentais e é capaz de impor restrições relevantes para os modelos de produção de partículas. A distribuição da multiplicidade de partículas carregadas produzidas em colisões de íons pesados (por exemplo, núcleos de chumbo e de ouro) ou hádron-hádron, por exemplo, é importante para a compreensão dos mecanismos e restrições da produção de partículas.

Das considerações anteriores, alguns questionamentos sobrevivem: qual seria a conexão que os eventos de alta multiplicidade tem com uma eventual assinatura da formação do CGC? A teoria efetiva do CGC fornece um modo de descrever o regime de baixa e de alta multiplicidade de forma simultânea? A chave para esses questionamentos está nas flutuações das cargas de cor evento a evento. Tendo em mente que o CGC prediz a escala de saturação Q_s , observa-se que eventos de viés mínimo (*minimum bias*) referem-

se àquelas configurações usuais (ou típicas) do próton e contam com o valor usual da escala de saturação, enquanto que eventos com maior multiplicidade referem-se àquelas configurações do próton de mais alta densidade e estão associados a maiores valores da escala de saturação. Isso se traduz na ocorrência de configurações com diferentes cargas de cor: as vezes, em uma configuração equivalente a uma colisão de viés mínimo; outras vezes, em uma configuração ainda mais diluída, onde o valor da multiplicidade seria menor que o caso de viés mínimo; ou ainda, em uma configuração de grandes cargas de cor, onde é esperada a ocorrência de eventos de alta multiplicidade. Portanto, cada evento prova uma configuração específica dos prótons colidentes e essa configuração flutua a cada evento. Atualmente, entende-se que as propriedades do formalismo CGC são aquelas que mais estão de acordo com os eventos de alta multiplicidade.

A despeito dos esforços aplicados no desenvolvimento de uma estrutura teórica para eventos de alta multiplicidade, a descrição dos dados atuais usando uma abordagem unificada que alcance baixa e alta multiplicidade mantém-se como um desafio. Soma-se a isso o fato de que nos anos recentes diferentes colaborações experimentais no Colisor Relativístico de Íons Pesados (*Relativistic Heavy Ion Collider* - RHIC) e no LHC identificaram que as produções dos estados finais J/Ψ , D , K_S^0 e Λ em colisões próton-próton (pp) crescem rapidamente em função das multiplicidades de partículas carregadas coproduzidas [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Portanto, revela-se uma modificação no comportamento de eventos de alta multiplicidade em relação ao caso de viés mínimo. Esse comportamento está exemplificado na Figura 1, a qual apresenta dados experimentais disponibilizados pela Colaboração ALICE (*A Large Ion Collider Experiment*) [5, 6] para colisões pp , considerando a energia do centro de massa (\sqrt{s}) a 13 TeV. O primeiro painel mostra a correlação da multiplicidade dos hádrons estranhos (K_S^0, Λ) e multi-estranhos (Ξ, Ω) auto-normalizados – isto é, divididos por sua média estimada na amostra de classe de eventos inelásticos ($\text{INEL} > 0$) – em função da multiplicidade de partículas carregadas coproduzidas, com a integração em momento transversal (p_T) para valores maiores que 4 GeV/c. Aqui também são mostradas as projeções do modelo Monte Carlo PYTHIA 6, que reproduzem as tendências gerais dos hádrons estranhos e multi-estranhos observadas nos dados. O segundo painel, parte superior, mostra a correlação da multiplicidade de partículas J/Ψ em função da multiplicidade de partículas carregadas coproduzidas, enquanto que na parte inferior está a razão dupla das multiplicidades de J/Ψ e carregados, observando que aqui leva-se em conta integrações para diferentes faixas de p_T . O esperado era um crescimento linear seguindo o caso de viés mínimo, conforme indicado na linha pontilhada $y = x$. No entanto, em ambos os painéis observa-se que a produção dos estados finais específicos aumenta mais rapidamente do que a das partículas carregadas, indicando um crescimento não linear. Desse modo, a questão que se impõe e que norteia este trabalho é: essa modificação observada nos eventos de alta multiplicidade se deve a efeitos de estado inicial, ou final ou ambos?

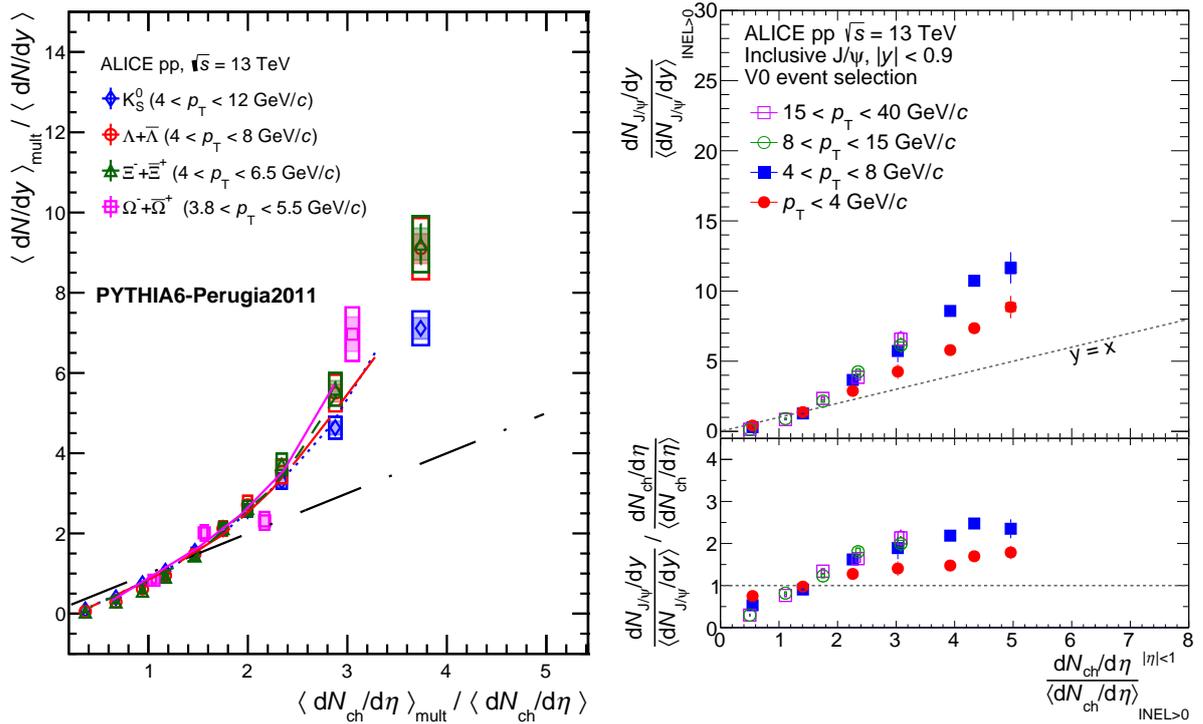


Figura 1 – Correlação da multiplicidade normalizada de (painel à esquerda) hádrons estranhos e multiestranhos e de (painel à direita) partículas J/Ψ em função da multiplicidade normalizada de partículas carregadas coproduzidas, considerando rapidez central em colisões pp a 13 TeV, para diferentes faixas de p_T [5, 6].

A expectativa é que nas colisões pp a contribuição dos efeitos de estado inicial seja dominante, em colisões núcleo-núcleo (AA) são os efeitos de estado final que preponderam e, no caso das colisões próton-núcleo (pA), há uma situação intermediária. Seguindo essas expectativas, este trabalho toma como – e busca investigar a – hipótese que o comportamento não linear dos eventos de alta multiplicidade, sobretudo nas colisões próton-próton, deve-se a efeitos de estado inicial e esses efeitos podem ser descritos pelo formalismo CGC.

É conhecido o crescimento exacerbado do número de partículas, especialmente de glúons, no interior hadrônico. Crescimento esse que implica em uma intensificação das densidades, levando ao entendimento do próton como sendo um meio altamente denso. Isso posto, percebe-se a existência de dois regimes: um seria a região de sistemas diluídos, que é descrito pela dinâmica linear, onde são considerados apenas os processos de emissão; o outro seria o de sistemas densos (também chamado de “regime de saturação”), descrito pela dinâmica não linear, onde apresentam-se os processos de “recombinação de glúons”. Espera-se que a formação do CGC ocorra no regime de saturação, ou seja, na região de sistemas altamente densos onde a evolução do conteúdo de partículas passa a ser limitado pelo mecanismo de recombinação, portanto, pela “escala de saturação semidura”. Tal escala caracteriza a transição entre os regimes linear e não linear e define os principais aspectos da produção de partículas em eventos de viés mínimo. Além disso, a estrutura CGC também

prevê configurações raras de pártons na função de onda hadrônica, que são caracterizadas por valores maiores da escala de saturação e geram eventos de alta multiplicidade. Nesse sentido, a teoria do CGC apresenta-se como uma abordagem promissora para o estudo da produção de partículas em eventos de baixa e alta multiplicidade, considerando altas energias de colisão. É importante enfatizar que existem diferentes modelos para tratar a produção frontal e eventos de alta multiplicidade [8, 9, 10, 11], não obstante, nesta tese – conforme já adiantado – será considerado o formalismo do CGC. O objetivo deste trabalho, portanto, é apresentar um estudo sistemático da produção de partículas em baixas e altas multiplicidades usando o formalismo CGC. Mais especificamente, será realizado um estudo da produção de diferentes estados finais: os mésons K e D neutros e os fótons, porque são, respectivamente, um hádron leve, um pesado e uma prova eletromagnética. Vale ainda destacar que os resultados apresentados neste texto são principalmente baseados nas Referências [12, 13, 14, 15].

Na intenção de explorar os aspectos aqui introduzidos e, principalmente, investigar a questão da produção de partículas em eventos de baixa e alta multiplicidade, este trabalho é desenvolvido em seis capítulos e um apêndice complementar. No segundo capítulo são fornecidos os conceitos básicos acerca da estrutura dos hádrons, iniciando com uma breve apresentação do Modelo Padrão e dos aspectos fundamentais que constituem a teoria QCD, seguindo com a apresentação do Espalhamento Profundamento Inelástico (*Deep Inelastic Scattering* - DIS) e das equações de evolução Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP). Aqui também será realizada a descrição da dinâmica hadrônica através das Funções de Distribuição de Pártons (*Parton Distribution Function* - PDF) e das Funções de Fragmentação (*Fragmentation Function* - FF). O terceiro capítulo discute a questão das fatorizações (colinear, fatorização k_T e híbrida), a dinâmica da evolução de partículas nos regimes diluído e saturado e também apresenta o CGC e seus formalismos. Além disso, observando o Apêndice A, será apresentada a equação de evolução de Balitsky-Kovchegov (BK), a qual contempla as recombinações e, portanto, tem a capacidade de descrever a transição para o regime de saturação. Aqui também será introduzida a correção chamada de “acoplamento variável na equação BK” (*running coupling BK* - rcBK) e as condições iniciais para a rcBK e, além disso, será discutido a produção de partículas considerando a coleção desses elementos. No quarto capítulo é realizada uma discussão acerca dos resultados obtidos no estudo da produção de partículas pesadas na região frontal de rapidez, considerando a teoria do CGC. Ainda considerando essa estrutura, o quinto capítulo é dedicado a discussão dos resultados obtidos nas investigações da produção de diferentes estados finais em eventos de baixa e alta multiplicidade. Os principais pontos discutidos ao longo do texto estão sumarizados no sexto capítulo.

Em tempo, cabe informar que, neste trabalho, as figuras que não registram ou indicam referências foram feitas pelo próprio autor.

2 ESTRUTURA HADRÔNICA

As partículas constituintes da matéria e suas interações são bem descritas pelo Modelo Padrão. Nesse nível de observação, a natureza da interação forte, descrita pela Cromodinâmica Quântica, não permite que os quarks sejam observados como partículas livres. Na verdade, eles se apresentam confinados em estados ligados conhecidos como “hádrons”. O próton, o nêutron, o pión, o káon são exemplos desses estados e podem ser produzidos na colisão entre partículas, como, por exemplo, em colisões próton-próton com a seção de choque expressa em termos das Funções de Distribuição de Pártons e Funções de Fragmentações. Os quarks e os glúons constituem a estrutura hadrônica e são denominadas como “pártons”. Essa estrutura é acessada e explorada através do Espalhamento Profundamente Inelástico lépton-núcleon. Ainda, a dinâmica interna dos hádrons ocorre de tal forma que resulta em uma distribuição de momento entre os constituintes dessa subestrutura. Nesse caso, as PDFs são densidades de probabilidades e identificam um determinado párton que carrega uma fração de momento do hádron para uma dada resolução, enquanto que as FFs caracterizam a probabilidade de um párton hadronizar em um estado específico, portanto, funcionam distinguindo os estados finais produzidos. Esse quadro compõe o ferramental básico para o entendimento da estrutura dos hádrons, portanto, para a leitura dos estudos realizados nos próximos capítulos. Desse modo, o texto que se segue apresenta e discute tais ferramentas. Vale ainda destacar que o texto deste capítulo tem como principais referências os livros [16, 17, 18, 19, 20], bem como os artigos fontes, indicados ao longo do texto, das teorias aqui exploradas.

2.1 O Modelo Padrão da física de partículas

O Modelo Padrão da física de partículas é a teoria que descreve as partículas elementares – os “blocos” básicos constituintes da matéria – e as interações entre elas. Conhece-se quatro forças fundamentais da natureza: a gravitacional, a eletromagnética, a fraca e a forte; dentre as quais, apenas a primeira não é abarcada pelo Modelo Padrão – há certo nível de segurança em negligenciar essa força, dada as escalas de interesse da física de partículas. Quanto as forças reunidas pelo modelo, observa-se o seguinte quadro: a força eletromagnética agindo entre as partículas carregadas eletricamente; a força fraca agindo entre as partículas que carregam hipercarga fraca; e a força forte agindo entre as partículas que carregam carga de cor. Sendo cada uma dessas descrita por uma teoria quântica de campos. A Tabela 1 lista as forças e suas respectivas teorias quânticas de campos em ordem decrescente de intensidade relativa.

O Modelo Padrão, portanto, resume os conhecimentos atuais sobre os constituintes

Tabela 1 – Forças e suas respectivas teorias quânticas de campos.

Força	Intensidade	Teoria	Mediador
Forte	1	Cromodinâmica	Glúon
Eletromagnética	10^{-2}	Eletrodinâmica	Fóton
Fraca	10^{-13}	Flavordinâmica	W e Z

Tabela 2 – Partículas elementares de acordo com o Modelo Padrão.

	Grupo dos Férmions			Grupo dos Bósons	
	Geração I	Geração II	Geração III	Vetoriais	Escalares
Quarks	up (u)	charm (c)	top (t)	glúon (g)	Higgs (H)
	down (d)	strange (s)	bottom (b)	fóton (γ)	
Léptons	elétron (e)	múon (μ)	tau (τ)	bóson Z (Z)	bóson W (W)
	neutrino (ν_e)	neutrino (ν_μ)	neutrino (ν_τ)		

básicos da matéria e suas interações. Nele, as partículas elementares estão divididas em dois grandes grupos: os férmions (nome dado em homenagem ao físico Enrico Fermi (1901-1954)), que são as partículas constituidoras da matéria; e os bósons (nome dado em homenagem ao físico Satyendra Nath Bose (1894-1974)), que são as partículas responsáveis por intermediar as interações entre os férmions. Desse modo, o Modelo Padrão descreve as interações das partículas fermiônicas como sendo feita através das partículas bosônicas. O grupo dos férmions está subdividido em quarks (*up* (u), *down* (d), *charm* (c), *strange* (s), *top* (t) e *bottom* (b)) e léptons (elétron (e), neutrino do elétron (ν_e), múon (μ), neutrino do múon (ν_μ), tau (τ) e neutrino do tau (ν_τ)). É interessante saber que os férmions também estão agrupados em primeira, segunda e terceira gerações, isto é, foi observado que para cada partícula da primeira geração existem duas cópias que se diferem apenas nos valores das massas, essas compõem a segunda e a terceira gerações. Embora haja contínua busca por física além do Modelo Padrão, as evidências experimentais apontam – portanto, no presente momento, ainda é seguro dizer – que existem apenas essas três gerações de partículas, indicando que todo o Universo é construído por esses doze férmions. Quanto aos bósons, tem-se que o fóton (γ) media a interação eletromagnética, o glúon (g) a interação forte e os bósons Z e W a interação fraca (vide Tabela1). Há ainda o bóson de Higgs (H), o elemento final desta teoria, descoberto em 2012, que tem a importância de providenciar o mecanismo para que todas as demais partículas possuam massa. Pode-se, portanto, entender que os férmions são os “tijolos” que compõe a matéria e os bósons o “cimento” que os une. A Tabela 2 resume o quadro de partículas apresentado pela teoria do Modelo Padrão.

A imagem do átomo – com elétrons orbitando um núcleo composto de prótons e nêutrons – ganha novas camadas a partir do Modelo Padrão. Essa ferramenta revela

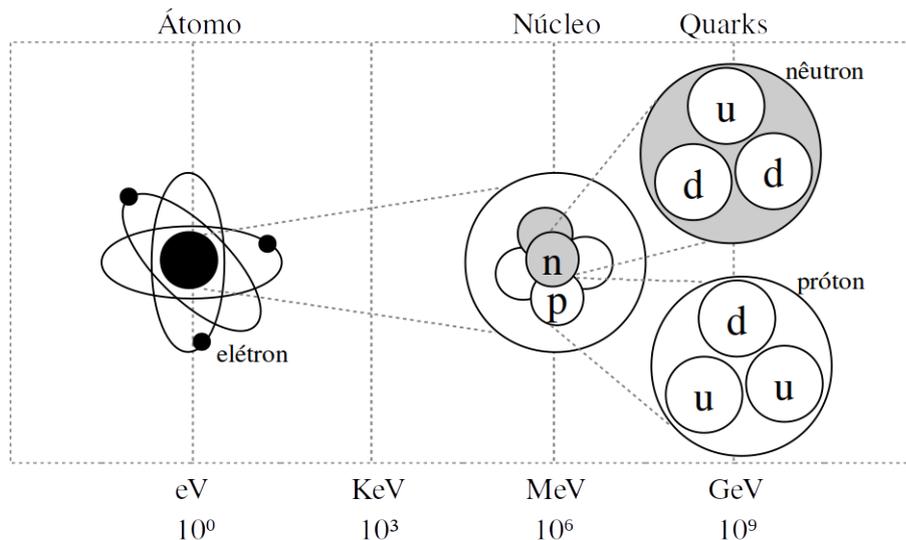


Figura 2 – O átomo e sua composição interna até os quarks de valência e as escalas de energias correspondentes.

que os prótons e os nêutrons, na verdade, possuem uma estrutura interna, portanto, são constituídos por partículas ainda menores: os quarks. Sendo o próton composto por dois quarks u e um d , e o nêutron por dois quarks d e um u . Portanto, diferentes combinações de diferentes quarks originam outras partículas semelhantes aos prótons e nêutrons como, por exemplo, os píons, os káons e etc. Tais partículas, constituídas por quarks, isto é, possuidoras de estrutura interna, são denominadas como hádrons e podem ainda ser dos tipos: bárions, quando construídas por três quarks ou três antiquarks; ou mésons, quando construídas por um quark e um antiquark. O que se tem então é um “quebra cabeça” cujas peças são os quarks. A Figura 2 ilustra as estruturas observadas em diferentes escalas de energia: o átomo (na menor escala) com o seu núcleo composto por prótons e nêutrons, os quais são compostos por diferentes quarks (na maior escala).

Já está claro que os quarks desempenham um papel fundamental, portanto, é interessante aprofundar um pouco mais a discussão sobre eles. A literatura ensina que o quark possui carga elétrica e carga de cor; sendo – como já comentado – a carga elétrica quem determina as interações eletromagnéticas, e a carga de cor quem possibilita a ocorrência das interações fortes. Pelo fato de os quarks estarem sujeitos à interação forte, isto é, estão fortemente ligados, eles nunca são observados como partículas livres, sempre estão confinados em um estado hadrônico (prótons, nêutrons, píons, etc). Portanto, fica evidente que a força forte desempenha um papel de destaque no mundo subatômico, onde esse tipo de interação, possibilitada pela carga de cor, ocorre entre os quarks (via glúons) e não permite que eles se “desconectem” um do outro. Além da carga de cor, os quarks também possuem a propriedade chamada “sabor”. Vale comentar que os nomes “sabor” e “cor” são meras identificações, não são indicativos que os quarks de fato possuam sabores ou cores. Também, vem ao caso saber que os férmions possuem spin fracionário e os bósons

spin inteiro. Portanto, sabor, cor e spin são propriedades relevantes para a compreensão das interações subatômicas, e elas serão melhor caracterizadas nos parágrafos seguintes.

i) Sabor: esse “rótulo” – já introduzido anteriormente – identifica ou denomina os diferentes tipos de quarks (u, d, s, c, t e b). Mais especificamente, os sabores são números quânticos que “etiquetam” diferentes tipos de quarks. A discussão está em termos dos quarks, mas vale acrescentar que os léptons também possuem tal propriedade, portanto, eles também apresentam-se em seis sabores diferentes ($e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau$ e ν_τ).

ii) Cor: também é previsto, na QCD, que os quarks possuam a propriedade de cor com três variedades: vermelho (*red* - r), verde (*green* - g) e azul (*blue* - b). Os quarks carregam cargas de cor positivas e os antiquarks cargas de cor negativas. Enquanto que na Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED) é a carga elétrica a fonte da força eletromagnética, de forma análoga, na QCD, é a carga de cor a fonte da força que atua entre os quarks. Isso explica o fato de os elétrons e os neutrinos não interagirem através da força forte. O paralelo entre cargas de cor e cargas elétricas leva a conclusão de que cores semelhantes repelem-se enquanto cores opostas atraem-se. Logo, por exemplo, dois quarks vermelhos repelem-se, enquanto um quark vermelho e um antiquark (anti)vermelho atraem-se. Da mesma forma, para as outras cores. Em relação à cores diferentes, a proposta é de que elas atraem-se com uma intensidade menor do que ocorre nas cargas opostas. Como sistemas livres só se apresentam numa forma “descolorida”, logo, deduz-se que apenas três possibilidades de aglomerados são possíveis: três quarks de cores diferentes (os bárions), três antiquarks com (anti)cores diferentes (os antibárions) ou quark e antiquark de cores opostas (os mésons). Com isso, fica justificado que os bárions e os mésons, são as possibilidades de formação dos hádrons. Esse quadro está representado na Figura 3. Além dessas possibilidades, vale ainda registrar que nas décadas mais recentes, com o desenvolvimento dos experimentos a altas energias, estados exóticos no setor hadrônico têm sido observados. É o caso do tetraquark, composto por quatro quarks de valência e observado em diferentes combinações [21, 22]; e também do pentaquark, formado por quatro quarks e um antiquark conforme observações recentes [23].

iii) Spin: da mesma forma que a massa e a carga elétrica, o spin é uma propriedade intrínseca da partícula. Logo, cada partícula elementar possui um valor específico de spin: os elétrons e os prótons têm spin $1/2$; mésons π possuem spin 0; fótons têm spin 1; alguns núcleos, a exemplo do núcleo de nitrogênio, têm spin inteiro; e assim por diante. É conhecido que partículas de spin fracionário devem obedecer ao Princípio da Exclusão de Pauli, isto é, duas partículas iguais não podem ocupar o mesmo estado quântico. Os quarks, portanto, estão sujeitos a este princípio e estão impedidos de ocupar o mesmo estado se os sabores forem idênticos.

O próton – “peça” fundamental abordada nos próximos capítulos – é, portanto, composto por três quarks unidos fortemente com a interação ocorrendo via glúons. Essa

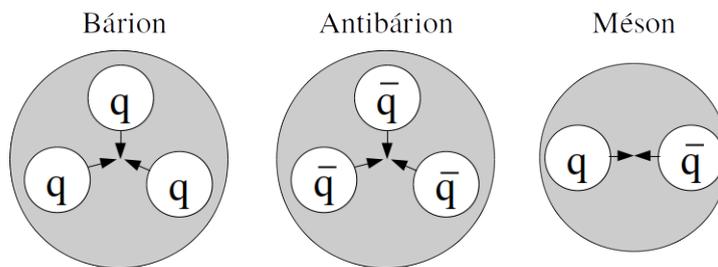


Figura 3 – Os três estados hadrônicos observados: bárions, constituídos por três quarks de cores diferentes; antibárions, com três antiquarks de (anti)cores diferentes; e mésons, compostos por um quark e um antiquark de cores opostas.

mesma dinâmica vale para as demais partículas hadrônicas, com a diferença apenas nos tipos e quantidades de quarks que as constituem. Assim, ocorre que no interior dos hádrons existe uma certa quantidade de quarks e uma certa quantidade de glúons. A QCD tem a importância de descrever essa dinâmica interna dos hádrons e é considerada a teoria correta para a descrição das interações fortes. Observando que a QCD não prediz especificamente o quantitativo de pártons existentes em um dado hádron, na verdade, ela faz uma descrição da evolução partônica para uma dada condição inicial, portanto, ela viabiliza a descrição da dinâmica hadrônica por meio das equações de evolução.

2.2 Introdução à Cromodinâmica Quântica

As interações de natureza forte que ocorrem no interior dos hádrons, entre os quarks (férmions de spin $1/2$ possuidores de massa) e através da troca de glúons (bósons vetoriais de calibre de spin 1 não possuidores de massa), é descrita pela Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD). Essa é uma teoria de calibre não-abeliana que possui algumas semelhanças com a teoria de calibre $U(1)$, a qual, por sua vez, descreve a Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED). Uma forma interessante de apresentar a QCD é explorando essas semelhanças com a QED, porque a primeira tem aparência de uma versão “forte” da segunda. Desse modo, a seguir, serão realizadas comparações e generalizações entre as duas teorias a fim de introduzir a QCD.

Enquanto a QED conta com apenas um bóson mediador, o fóton, que é uma partícula sem massa e corresponde ao gerador da simetria de calibre local $U(1)$, a QCD conta com oito glúons no papel de bósons mediadores, que também são partículas sem massa, mas correspondem aos oito geradores de simetria de calibre local $SU(3)$. Quanto as cargas – conforme já comentado –, na QED há somente uma, e na QCD são três “coloridas” conservadas (r , g e b). Sendo que o grau de liberdade denominado “cor” é uma rotulação dos estados ortogonais no espaço de cores $SU(3)$. Aqui, é importante destacar que a presença do glúon (quem carrega a carga de interação) revela as importantes diferenças de comportamentos entre as duas teorias. Além disso, na QED as antipartículas carregam

carga elétrica oposta a carga das partículas, de forma semelhante, na QCD os antiquarks carregam carga de cor oposta a carga dos quarks (\bar{r} , \bar{g} e \bar{b}). Assim, somente partículas com carga de cor diferente de zero acoplam-se com os glúons, portanto, a inexistência da carga de cor na composição dos léptons justifica a não ocorrência de interação forte entre eles. Os quarks, por sua vez, carregam carga de cor e existem em três estados de cores ortogonais, onde a simetria de cores SU(3) é exata e a QCD é invariante sob transformações unitárias no espaço de cores, implicando no fato de que a força de interação na QCD independe da carga de cor do quark. Ocorre, portanto, que o grupo da carga de cor SU(3) corresponde a uma simetria local, e o fato de a QCD ser invariante sob transformações de fase local SU(3) pode ser expresso na forma

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp [ig_S \alpha^a(x) \cdot T^a] \psi(x), \quad (2.1)$$

sendo g_S o acoplamento, $\alpha^a(x)$ as oito funções de coordenadas espaço-tempo x e T^a são os oito geradores SU(3) que em ordem mais baixa estão relacionados as matrizes de Gell-Mann através de $T^a = (1/2)\lambda^a$. Essas matrizes são as geradoras das álgebra de Lie correspondente ao grupo SU(3), o que revela o caráter não-abeliano da QCD, visto que os geradores do grupo não comutam. O campo fermiônico $\psi(x)$ com massa m (especificamente, o campo de quarks) pertence à representação fundamental N -dimensional do grupo G , portanto, o campo $\psi(x)$ possui N componentes (ψ_i , com $i = 1, 2, \dots, N$). Aqui, vale destacar que o grupo G carrega o grupo SU(3) das cores. Para simplificar, pode-se manter o argumento restrito ao grupo de Lie, porque aqui a álgebra correspondente ao grupo G é gerado por n geradores T^a ($a = 1, 2, \dots, n$) que são sujeitos a relação de comutação $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$.

Na QED, as cargas elétricas obedecem à álgebra comutativa (abeliana) correspondente ao grupo U(1). Indo para uma álgebra mais geral, não comutativa (não abeliana), abre-se espaço para a conhecida teoria de Yang-Mills (ou de calibre não abeliana) [24], de onde, obtém-se

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}^k (i\gamma^\mu D_\mu - m_k) \psi^k, \quad (2.2)$$

uma seguinte forma clássica da lagrangiana para a QCD, onde a somatória ocorre sobre todos os sabores do quark. Cada k é um sabor que se manifesta em três cores i distintas. Logo, o estado do quark no espaço das cores pode ser representado por

$$\psi^k = \begin{pmatrix} \psi_r^k \\ \psi_g^k \\ \psi_b^k \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{\psi}^k = (\bar{\psi}_r^k \quad \bar{\psi}_g^k \quad \bar{\psi}_b^k), \quad (2.3)$$

sendo cada componente ψ_i^k um espinor de Dirac com quatro componentes. Além disso,

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.4)$$

é o campo tensorial, onde o termo f^{abc} pode ser interpretado como constantes de estrutura do grupo SU(3), $A_\mu^a(x)$ representa os (oito) campos de calibre de spin 1 e massa nula e o

índice $a = 1, \dots, 8$ corresponde a cada um dos oito geradores de simetria do grupo $SU(3)$. O tensor intensidade de campo forte $F_{\mu\nu}^a$ carrega um termo a mais que o tensor para o caso eletromagnético, esse termo “extra” garante a invariância sob transformações locais de calibre não abelianas da lagrangiana para a QCD. Aqui, é interessante destacar que uma das características que diferencia a QCD da QED é a forma do tensor associado ao campo de glúons, uma vez que esse dá origem aos vértices triplos e quárticos. Além disso,

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a, \quad (2.5)$$

é a derivada covariante. Ainda, é importante observar que as constantes de estrutura f^{abc} são originadas da não comutação entre os geradores de simetria do grupo $SU(3)$, portanto, são definidas de acordo com as relações de comutação $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$. Portanto, dada a não comutação dos geradores $SU(3)$, entende-se a QCD como sendo uma teoria de calibre não abeliana. Ainda, na lagrangiana dada pela Equação (2.2), o primeiro termo após a igualdade, $-(1/4)F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$, é análogo ao termo de energia cinemática eletromagnética e, na QCD, $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ é o termo cinético correspondente ao campo de glúons. O termo $gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$ diferencia os tensores intensidade de campo forte e eletromagnético, e a presença do termo f^{abc} dá origem as auto-interações dos campos de glúons A_μ^a , bem como, é a fonte da liberdade assintótica da QCD [24]. O segundo termo depois da igualdade é semelhante a lagrangiana livre de Dirac (lagrangiana do campo de férmion livre), dada por $\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\psi}_i(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_i$, que é invariante sob as transformações de fase dadas na Equação (2.1) desde que se aplique a derivada covariante. Esse termo conta com a parte cinética e de massa dos quarks e tem a função de descrever a interação dos quarks com oito glúons, isto é, a interação do campo fermiônico com o campo de calibre A_μ^a .

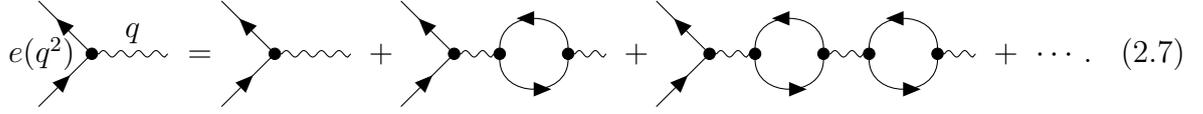
Além da lagrangiana clássica dada na Equação (2.2), outras duas contribuições devem ser consideradas para construir a lagrangiana completa para a QCD:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{clássica}} + \mathcal{L}_{\text{calibre}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}. \quad (2.6)$$

O termo $\mathcal{L}_{\text{calibre}}$ é o responsável pela fixação de calibre, desempenhando o papel de restringir as contribuições infinitas no cálculo dos propagadores, análogo à QED. O chamado “campo fantasma de Faddeev-Popov”, $\mathcal{L}_{\text{fantasma}}$, é responsável por cancelar a contribuição não física oriunda da fixação de calibre [25]. Então, para cada laço de glúon faz-se necessário a inclusão de um laço do campo fantasma, que funciona cancelando a contribuição longitudinal.

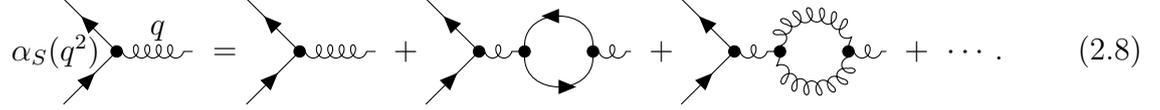
Assim como na QED a constante de acoplamento forte (α_s) varia com a escala, mas devido ao acoplamento entre glúons o comportamento para curta e grandes distâncias é distinto. Para a discussão acerca do funcionamento das constantes de acoplamento é preciso introduzir – aqui, apenas qualitativamente – o chamado processo de “renormalização”, o qual, sinteticamente, pode ser descrito como um método para contrabalancear/cancelar os infinitos que surgem do cálculo de diagramas com laços. No caso da renormalização na

QED, relacionando a carga corrente $e(q^2)$ à carga simples e_0 , obtém-se



$$e(q^2) = \text{tree} + \text{1-loop} + \text{2-loop} + \dots \quad (2.7)$$

No caso da renormalização na teoria QCD, ocorre que



$$\alpha_S(q^2) = \text{tree} + \text{1-loop} + \text{2-loop} + \dots \quad (2.8)$$

Nesse processo, é assumido que os valores de massa e constante de acoplamento, os quais fornecem a intensidade da interação (medidos experimentalmente), já possuem fatores que contrabalanceiam os infinitos, ignorando as contribuições de diagramas divergentes em mais alta ordem. Observando que Q^2 é uma escala de momento, na QED, a constante de acoplamento $\alpha_{em}(Q^2)$ é um fator variável porque o seu valor efetivo também conta com um termo de correção finita dependente de Q^2 , portanto, implica em variação com a distância inversamente proporcional a Q . Nesse caso, uma dedução possível é a de que a intensidade do acoplamento aumenta a medida da aproximação das cargas, ou seja, quanto maior Q^2 mais intenso é o acoplamento. Ainda, da QED, sabe-se que o vácuo tem comportamento dielétrico, dadas as flutuações do fóton em pares elétron-pósitron ou mais massivos. Resulta que a partícula adquire uma “blindagem” de carga negativa, a qual atua cancelando parcialmente o seu campo, e quanto maior Q^2 menos completa é essa blindagem e maior é a carga efetiva. A dependência, no caso eletromagnético, é normalmente a aproximação $\alpha_{em} \approx 1/137$ [25]. Na QCD, ocorre de forma parecida, mas com uma diferença relevante: além do vértice quark-quark-glúon (laços de quarks), que blinda a carga de cor do quark e faz com que α_S cresça em pequenas distâncias – como no caso eletromagnético –, aqui também estão presentes vértices glúon-glúon (laços de glúons). Os laços gluônicos possuem um efeito contrário aos laços de quarks, ou seja, eles produzindo uma “anti-blindagem”, que diminui o acoplamento em pequenas distâncias. Portanto, na QCD, além dos diagramas análogos à polarização do vácuo na QED, também é necessário incluir os laços de glúons. Assim, a forma de α_S pode ser expressa por

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad (2.9)$$

onde $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$, com Λ_{QCD} sendo um parâmetro de escala cujo papel é restringir α_S à regiões na qual não possui um valor muito elevado, o que garante que seu valor seja suficientemente pequeno para o uso de expansões perturbativas. Agora, tendo em mente que, no Modelo Padrão, $N_c = 3$ cores e $N_f \leq 6$ quarks, ou seja, ocorre que $11N_c > 2N_f$. Disso, resulta que o efeito da anti-blindagem é dominante e, a medida que Q^2 cresce, a constante de acoplamento diminui. Isso revela que o acoplamento enfraquece e, considerando os casos assintóticos de Q^2 , os quarks passam a ter um comportamento

que se entende como sendo o de partículas aproximadamente livres. Em outras palavras, a força forte é relativamente pouco intensa em distâncias curtas. Essa propriedade, que permite o tratamento perturbativo de interações fortes a curtas distâncias, é conhecida como “liberdade assintótica” [26, 27]. Visto que, por essa propriedade, os quarks podem ser tratados como partículas livres ao serem sondados por um fóton de grande virtualidade Q^2 , pode-se usar a liberdade assintótica como uma justificativa do modelo partônico. Por outro lado, no caso de maiores distâncias (menores energias), observa-se um aumento na intensidade da interação forte resultando numa atração entre os quarks de tal forma que os mantêm presos no interior dos hádrons. Essa é a propriedade conhecida como “confinamento”.

O tratamento perturbativo da QCD descreve cada um dos observáveis físicos como uma série de potências em α_S , desprezando os termos de maior ordem. Se a potência da constante de acoplamento forte for grande, a contribuição do diagrama correspondente à tal processo será pequena. Algumas séries carregam α_S com logaritmos, esses podem ser grandes o suficiente para que se precise ressomar, como, por exemplo, a ressonância de termos $\alpha_S \ln Q^2$ feita pelas equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [28, 29, 30].

2.3 Espalhamento inelástico profundo

Investigar a estrutura hadrônica por meio da interação entre um lépton de alta energia com um núcleon (próton ou nêutron) é a ideia básica do Espalhamento Inelástico Profundo (*Deep Inelastic Scattering* - DIS). Esse processo fornece um acesso mais direto à distribuição de pártons (quarks e glúons) dentro do próton, bem como, é um teste importante para a QCD perturbativa (pQCD).

Nas interações elétron-próton (e^-p) a altas energias e alto Q^2 prevalecem os processos de espalhamento inelástico, onde ocorre a quebra do próton, porque a seção de choque do espalhamento elástico e^-p diminui bruscamente com Q^2 . No caso, Q^2 fornece a escala dura que valida a pQCD. No espalhamento inelástico $e^-p \rightarrow e^-X$, o estado hadrônico final que resulta da quebra do próton é um conjunto de muitas partículas, conforme mostra o diagrama dado na Figura 4. A massa invariante W desse sistema de hádrons tem dependência do quadrimomento (tipo espaço, $q^2 < 0$) do fóton virtual, ou seja, $W^2 = p_4^2 = (p_2 + q)^2$, onde p_4 , p_2 e q estão representados no diagrama. Assim, é possível assumir uma determinada faixa para os valores de W . No processo de espalhamento inelástico, como a massa invariante do estado final pode ser diferentes valores da massa do próton – diferentemente do processo de espalhamento elástico, onde ambas as massas são sempre as mesmas e a descrição desse espalhamento pode ser feita considerando apenas o ângulo de espalhamento –, há a necessidade de duas quantidades para a descrição

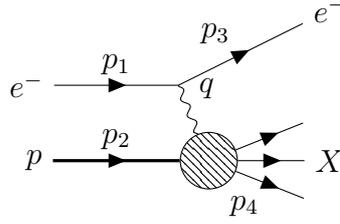


Figura 4 – Diagrama do espalhamento inelástico elétron-próton ($e^-p \rightarrow e^-X$).

cinemática do evento de interesse. Portanto, é preciso definir as variáveis cinemáticas, o que será feito a seguir.

As variáveis cinemáticas a serem escolhidas dentre as quantidades invariantes de Lorentz são: virtualidade (Q^2), x de Bjorken (x), massa invariante (W), inelasticidade (y) e variável ν . Nessa ordem, primeiro sobre a virtualidade do fóton trocado entre o elétron e o hádron (ou quadrimomento do fóton virtual), isto é, Q^2 . Essa variável é dada por

$$Q^2 = -q^2 \quad (2.10)$$

e tem o papel de definir em qual escala a estrutura hadrônica está sendo sondada, portanto, indica o quanto no interior do hádron estudado está sendo realizada a observação. Considerando que no espalhamento inelástico as energias são altas o suficiente para que se possa negligenciar a massa dos elétrons, a virtualidade do fóton pode ser reescrita, em termos do quadrimomento dos elétrons nos estados inicial e final, pela aproximação

$$Q^2 \approx 2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) = 4E_1 E_3 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (2.11)$$

implicando Q^2 sempre positivo.

Quanto ao x de Bjorken, que é uma quantidade adimensional e invariante de Lorentz, pode ser expresso na forma

$$x \equiv \frac{Q^2}{2p_2 \cdot q}. \quad (2.12)$$

Tomando o quadrimomento do sistema hadrônico em termos do fóton virtual, ou seja, a massa invariante $W^2 \equiv p_4^2 = (q + p_2)^2 = q^2 + 2p_2 \cdot q + p_2^2 \Rightarrow W^2 + Q^2 - m_p^2 = 2p_2 \cdot q$, a faixa de valores possíveis de x é expressa por

$$x = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - m_p^2}. \quad (2.13)$$

Além disso, uma vez que se pode assumir o próton como sendo constituído por três quarks de valência, e como a conservação de cargas exige que a produção de partículas ocorra aos pares, espera-se que o estado final hadrônico em um processo de espalhamento inelástico e^-p deva possuir ao menos um bárion (qqq). Isso implica em $W^2 \equiv p_4^2 \geq m_p^2$, ou seja, no

estado final, a massa invariante do sistema de hádrons deve sempre ser maior que a massa do próton. Assim, como $Q^2 \geq 0$ e $W^2 \geq m_p$ a Equação (2.13) indica que x está sempre na faixa $0 \leq x \leq 1$. Disso, resulta a interpretação de que o x de Bjorken, na verdade, é uma fração de momento.

Outra quantidade, também sem dimensão e invariante de Lorentz, é dada por

$$y \equiv \frac{p_2 \cdot q}{p_2 \cdot p_1}, \quad (2.14)$$

a qual é referida como “inelasticidade” e pode ser reescrita considerando o referencial em que o próton está inicialmente em repouso $p_2 = (m_p, 0, 0, 0)$, o momento do estado inicial de e^- sendo $p_1 = (E_1, 0, 0, E_1)$, o momento do estado final de e^- sendo $p_3 = (E_3, E_3 \sin \theta, 0, E_3 \cos \theta)$ e o fóton virtual $q = (E_1 - E_3, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)$, ou seja,

$$y = \frac{m_p(E_1 - E_3)}{m_p E_1} = 1 - \frac{E_3}{E_1}. \quad (2.15)$$

Essa forma revela que y representa, na verdade, a fração de energia perdida pelo elétron durante o processo de espalhamento. Atentando que isso se dá no referencial em que o próton está inicialmente estacionário. Portanto, em outras palavras, y é a fração da energia inicial do lépton que o fóton trocado carrega. Assim, o sistema de hádrons no estado final sempre tem sua energia maior do que a energia do próton no estado inicial ($E_4 \geq m_p$), logo, existe uma perda de energia do elétron, indicando que y fica limitado à faixa $0 \leq y \leq 1$. No entanto, além disso, é frequentemente mais conveniente fazer uso de um outro invariante de Lorentz que, ao invés de trabalhar com a perda de energia fracionária, expressa-se em termos da energia. Nesse caso, faz sentido usar a quantidade

$$\nu \equiv \frac{p_2 \cdot q}{m_p}, \quad (2.16)$$

que, com o próton no estado inicial em repouso, é a energia perdida pelo elétron, ou seja,

$$\nu = E_1 - E_3. \quad (2.17)$$

Especificando dois observáveis independentes, para uma determinada energia de centro de massa (\sqrt{s}), pode-se definir a cinemática do espalhamento inelástico. Isso será feito a seguir escolhendo entre as grandezas invariantes de Lorentz, dadas nas Equações (2.10), (2.12), (2.14) e (2.16), e determinando as relações de interesse entre elas. Iniciando pelas Equações (2.12) e (2.16), de onde as variáveis x , Q^2 e ν podem ser relacionadas por

$$x = \frac{Q^2}{2m_p \nu}. \quad (2.18)$$

Para uma determinada energia fixa do centro de massa e considerando $m_e^2 \ll m_p^2$ vale a aproximação

$$s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = 2p_1 \cdot p_2 + m_p^2 + m_e^2 \Rightarrow 2p_1 \cdot p_2 \approx s - m_p^2, \quad (2.19)$$

que, combinada com as Equações (2.14) e (2.16), fornece

$$y = \left(\frac{2m_p}{s - m_p^2} \right) \nu. \quad (2.20)$$

Observando que, com as Equações (2.18) e (2.20), obtém-se a relação

$$Q^2 = (s - m_p^2)xy. \quad (2.21)$$

Se o próton fosse uma partícula pontual de spin $1/2$ a investigação do espalhamento elétron-próton seria relativamente simples, nesse caso, a amplitude de espalhamento \mathcal{M} poderia ser escrita via produto de dois tensores leptônicos $L^{\mu\nu}$, ou seja, $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu}L_{\mu\nu}$. Tal tensor é conhecido da QED e \mathcal{M} tem relação com a seção de choque por

$$\sigma \propto \frac{|\mathcal{M}|^2}{(\text{fluxo inicial})} (\text{número de estados finais}). \quad (2.22)$$

Mas já foi elucidado que o próton é, na verdade, composto por outras partículas. Ele possui uma subestrutura. Isso informa que é necessário inserir um tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ a fim de parametrizar a parte relativa a estrutura do próton, ou seja, $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}$. Na Figura 4 é possível identificar as três variáveis cinemáticas das quais o vértice hadrônico depende: p_2 (momento inicial do próton), q (momento do fóton trocado entre o elétron e o próton) e p_4 (momento do estado final X). Há um vínculo entre essas variáveis: a conservação de momento, que permite escrever $p_2 + q = p_4$. Logo, é possível fazer uso de um tensor de segunda ordem em termos dessas variáveis independentes para construir uma forma geral de $W^{\mu\nu}$, ou seja,

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{m_p^2} p_2^\mu p_2^\nu + \frac{W_4}{m_p^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{m_p^2} (p_2^\mu q^\nu + p_2^\nu q^\mu). \quad (2.23)$$

Observando que, semelhante ao caso da seção de choque do espalhamento elétron-próton, $W^{\mu\nu}$ está contraído com o tensor simétrico $L_{\mu\nu}$, sendo a parte antissimétrica omitida. Também, é inserido o fator de massa do próton m_p para equiparar as dimensões dos W_i . Além disso, a conservação de corrente no vértice hadrônico, $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$, implica na dependência dos W_i e, portanto, permitindo que se escreva

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{m_p^2} \left(p_2^\mu + \frac{p_2 \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p_2^\nu + \frac{p_2 \cdot q}{q^2} q^\nu \right), \quad (2.24)$$

onde W_i são as funções de estrutura inelásticas, sendo essas, funções das variáveis escalares de Lorentz, que podem ser construídas a partir dos momentos do vértice hadrônico [31].

Ainda da Figura 4, observa-se que a seção de choque recebe o tensor leptônico $L^{\mu\nu}$ como contribuição do vértice superior. Logo, das regras de Feynman para QED,

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} [\bar{u}(p_3) \gamma^\mu u(p_1)] [\bar{u}(p_3) \gamma^\nu u(p_1)]^\dagger, \quad (2.25)$$

sendo u o espinor associado ao elétron entrando no vértice, \bar{u} o espinor associado ao elétron saindo do vértice e γ^μ as matrizes de Dirac. Aqui, o “truque de Casimir” [18], para escrever a média sobre spins em termos dos traços das matrizes de Dirac e dos momentos, leva a

$$L^{\mu\nu} = 2[p_3^\mu p_1^\nu + p_3^\nu p_1^\mu + g^{\mu\nu}(m^2 - p_3 \cdot p_1)]. \quad (2.26)$$

Quanto a seção de choque do espalhamento inelástico do processo $e^- p \rightarrow eX$, tem-se que

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\left(1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2}\right) \frac{F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right], \quad (2.27)$$

que é a expressão invariante de Lorentz mais geral para tal processo, a qual é mediada através da troca de um único fóton virtual e carrega as funções de estrutura nas formas $F_1(x, Q^2) = m_p W_1(\nu, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2) = \nu W_2(\nu, Q^2)$. Por fim, tomando $Q^2 \gg m_p^2 y^2$, ou seja, para o caso do DIS, observa-se que a Equação (2.27) passa a ser reescrita na forma

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\frac{(1-y)}{x} F_2(x, Q^2) + \frac{y^2}{2} F_1(x, Q^2) \right]. \quad (2.28)$$

A Figura 5 apresenta os dados de DIS dos detectores H1 e ZEUS para as funções de estrutura dos prótons, observando uma ampla faixa dos valores de x e Q^2 . Alguns apontamentos sobre as características que se apresentam na Figura 5 fazem-se necessários: em $x \sim 0,1$ observa-se que $F_2^{ep}(x, Q^2)$ possui uma fraca dependência de Q^2 . Isso nos diz que $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$ são quase totalmente independentes da virtualidade Q^2 do fóton trocado entre o elétron e o hádron, logo, essas funções de estrutura são, praticamente, dependentes apenas da fração do momento total do hádron que cada pártion carrega. Ou seja, implicando em $F_1(x, Q^2) \rightarrow F_1(x)$ e $F_2(x, Q^2) \rightarrow F_2(x)$. Portanto, há aqui a explicitação de uma importante característica das funções de estrutura – que já se apresentava em experimentos anteriores –, o “escalamento de Bjorken”: as funções de estrutura dos pártions são dependentes apenas da variável x e não mais das variáveis ν e Q^2 . É interessante notar que, se o quark possuísse subestrutura, seria esperada a ocorrência de desvios na escala de Bjorken quando o comprimento de onda do fóton virtual ($\lambda \sim hc/|\vec{Q}|$) fosse comparável ao tamanho do quark. Mas não é isso que se observa, na verdade, os dados indicam que se pode tomar os quarks como partículas pontuais em escalas de até $Q^2 = 2 \times 10^4 \text{ GeV}^2$ [32]. Esse comportamento pauta as discussões presente no tópico seguinte. No entanto, antes de seguir, é importante tomar nota de que a presença do conteúdo gluônico leva à violação do escalamento de Bjorken, sendo essa violação predita em forma logarítmica.

2.4 Funções de distribuição e de fragmentação de pártions

Sendo a dinâmica interna dos hádrons caracterizada por uma distribuição de momento entre os seus pártions constituintes, ela pode ser bem descrita pela QCD via

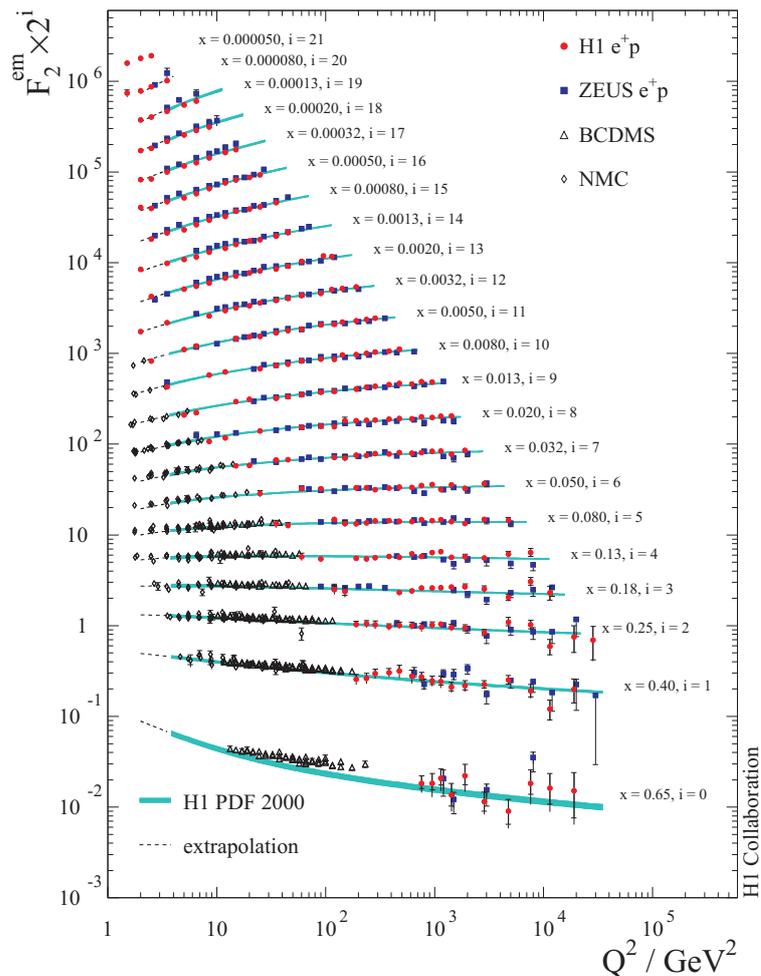


Figura 5 – Função de estrutura F^2 em função da virtualidade Q^2 [32].

Funções de Distribuição de Pártons (*Parton Distribution Functions* - PDFs). Por outro lado, a distinção dos estados hadrônicos finais é viabilizada por meio das Funções de Fragmentação (*Fragmentation Functions* - FFs). Mais explicitamente, as PDFs calculam a probabilidade de que um parton com carga de cor seja encontrada em um hádron, e as FFs descrevem a probabilidade de que um parton, produzido no espalhamento, converta-se em um estado hadrônico. Aqui, estão elencados, portanto, dois elementos importantes para o estudo da produção de partículas e que serão melhor elucidados nesta seção: iniciando pela discussão das PDFs e, em seguida, sobre as FFs.

A impossibilidade de calcular as PDFs dos prótons através de primeiros princípios da QCD se deve ao alto valor da constante de acoplamento, que é da ordem de $\alpha_S \sim \mathcal{O}(1)$. Portanto, nesse caso, inviabilizando o uso da teoria de perturbação. Por outro lado, ocorre que a dependência Q^2 das PDFs pode ser calculada pelas equações de evolução do conteúdo de pártons, ou seja, pelas equações DGLAP, as quais são baseadas em funções universais de divisão de pártons para os processos $q \rightarrow qq$ e $g \rightarrow qq$ [33]. Indo além, é preciso ter em conta que a inclusão dos diagramas de emissão de glúons modifica a dinâmica de tal modo que passa a ser necessário considerar diagramas com o vértice quark-glúon. Conforme

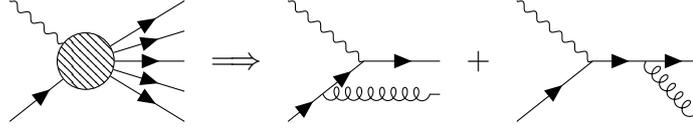


Figura 6 – Diagramas da emissão de glúons antes (estado inicial) ou depois (estado final) do fóton interagir com o quark.

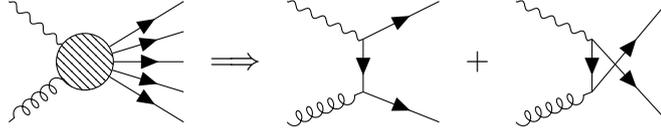


Figura 7 – Diagramas da criação de quarks a partir de glúons no estado inicial.

mostra a Figura 6, a inclusão dos processos de emissão de glúons ocorre por meio do chamado “espalhamento Compton” que, nesse caso, conta com a contribuição de processos onde o vértice quark-glúon pode ocorrer antes ou depois do fóton interagir com o quark. Além desses, há ainda os processos de emissão de quarks a partir de glúons, o qual também é composto por outros dois diagramas, conforme mostra a Figura 7. Portanto, ocorre que, contribuindo para a seção de choque do DIS, tais diagramas também modificam a função de estrutura do próton levando à violação do escalonamento de Bjorken. Vale ainda comentar que cálculos perturbativos levam em conta uma expansão em série onde $\alpha_S(Q^2)$ é muito menor que 1, implicando em uma convergência para um valor finito e sendo os termos de mais alta ordem desconsiderados. Por outro lado, mesmo $\alpha_S(Q^2)$ sendo muito menor que 1, $\ln(Q^2/\Lambda_{QCD})$ é muito maior que 1, crescendo a medida que a escala Q^2 aumenta. Resulta disso $\alpha_S(Q^2) \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}) \sim 1$, portanto, a série perturbativa diverge. Aqui atuam as equações Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [28, 29, 30], fazendo a ressonância das divergências e resultando em um valor finito.

Com as informações sobre os tipos de vértices que alteram a densidade de quarks no interior do próton a evolução completa da densidade de quarks pode ser expressa por

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[q_f(y, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.29)$$

e a equação de evolução para a densidade de glúons por

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right) \right]. \quad (2.30)$$

Sendo os termos P_{ij} chamados de “funções desdobramento” e são dados, em Ordem

Dominante (*Leading Order* - LO), pelas expressões:

$$\begin{aligned}
P_{qg}(z) &= \frac{1}{2}[z^2 + (1-z)^2]; \\
P_{gq}(z) &= \frac{3}{4} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right]; \\
P_{qq}(z) &= \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right]; \\
P_{gg}(z) &= 6 \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{33-2n_f}{6} \delta(1-z); \quad (2.31)
\end{aligned}$$

onde o termo n_f é o número de sabores de quarks considerados e as distribuições com a identificação “+” são dadas por $\int_0^1 dz [f(z)/(1-z)_+] \equiv \int_0^1 dz [(f(z) - f(1))/(1-z)]$. Ainda, a função $P_{gq}(z)$ fornece a probabilidade de um quark com fração de momento y emitir um glúon com fração de momento x , enquanto que $P_{gg}(z)$ calcula a probabilidade de um glúon com fração de momento y originar um glúon com fração de momento x . Para corroborar com o entendimento é interessante traduzir as Equações (2.29) e (2.30) numa forma simbólica. Nesse caso, o setor de quarks fica representado por

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \left(\overrightarrow{q_f(x, Q^2)} \right) = \overrightarrow{q_f(y, Q^2)} \begin{array}{c} \nearrow q_f(x, Q^2) \\ \text{---} P_{qq} \text{---} \\ \searrow \end{array} + \overrightarrow{g(y, Q^2)} \begin{array}{c} \nearrow q_f(x, Q^2) \\ \text{---} P_{qg} \text{---} \\ \searrow \end{array} \quad (2.32)$$

e o setor de glúons por

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \left(\overrightarrow{g(x, Q^2)} \right) = \sum_f \overrightarrow{q_f(y, Q^2)} \begin{array}{c} \nearrow g(x, Q^2) \\ \text{---} P_{gq} \text{---} \\ \searrow \end{array} + \overrightarrow{g(y, Q^2)} \begin{array}{c} \nearrow g(x, Q^2) \\ \text{---} P_{gg} \text{---} \\ \searrow \end{array}. \quad (2.33)$$

As Equações (2.29) e (2.30) (ou suas respectivas traduções (2.32) e (2.33)) são as chamadas “equações de evolução DGLAP”.

Da QCD perturbativa sabe-se que a evolução das distribuições de pártons pode ser determinada através das equações DGLAP, sendo as condições iniciais da evolução pertencentes à região não perturbativa. Ocorre que a obtenção de tais condições é feita experimentalmente para uma determinada escala de momento. Porém, dado que as distribuições partônicas são universais – independentes do processo considerado –, obtendo uma condição inicial, fica viabilizado o uso das equações DGLAP como ferramenta para determinar seu valor para outras virtualidades. As informações sobre as PDFs podem ser obtidas através das colisões a altas energias envolvendo prótons. Atualmente, há grupos que fornecem diferentes parametrizações para as PDFs (alguns exemplos podem ser encontrados nas Referências [34, 35, 36]), as quais são obtidas de análises globais, considerando uma ampla gama de processos de espalhamento, associadas a cálculos teóricos da DGLAP considerando termos de mais alta ordem em α_S [37].

Exemplos da utilização das PDFs são apresentadas nas Figuras 8 e 9. Os dois painéis na Figura 8 mostram projeções para o cálculo do conteúdo de pártons no interior

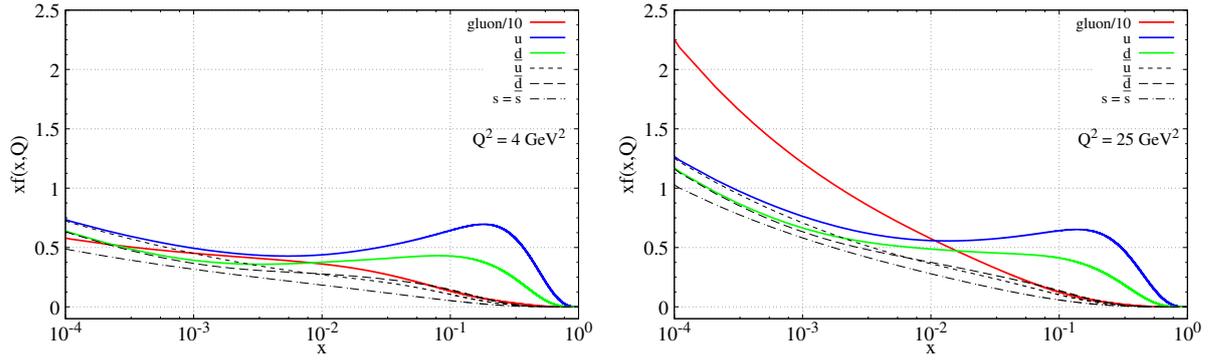


Figura 8 – Distribuição de pártons (quarks e glúons) no interior do próton de acordo com a parametrização CT14 em NLO para (painel à esquerda) $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e (painel à direita) $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$.

de um próton, especificamente, quarks u , d , s , seus respectivos antiquarks e glúons em função da fração de momento x , considerando as virtualidades $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$. Para essas projeções é considerada a parametrização nomeada “CT14” [38]. Dos painéis, observa-se que há concordância acerca do que se observa na região de grandes valores de x : a concentração dos momentos nos quarks de valência. A principal diferença entre os painéis está na região de pequenos valores x : o painel da esquerda, para $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$, mostra que o conteúdo de glúons – atentando que em ambos os gráficos o conteúdo de glúons está dividido por 10 – é maior do que o de quarks; elevando o poder de resolução, ou seja, observando com um Q^2 maior (a exemplo do painel da direita, para $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$) revela-se que, além de os conteúdos internos serem mais populosos, o conteúdo de glúons é muitas vezes maior que o conteúdo de quarks. Fica claro, portanto, que para grandes valores de Q^2 os conteúdos partônicos crescem, sobretudo, na região de pequeno x , com os glúons crescendo mais acentuadamente. Nesse sentido, a utilização de um fóton suficientemente energético para sondar a estrutura do próton acessa um regime onde há uma superpopulação dos bósons mediadores da interação forte com frações muito pequenas do momento total do próton, implicando que a distribuição gluônica domina a dinâmica em altas energias.

A fim de enfatizar apenas o setor de glúons, os gráficos apresentados na Figura 9 mostram um comparativo entre os grupos CT14 e MSTW [40], para as virtualidades $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$, com suas respectivas bandas de incertezas. Observa-se que, em grandes valores da virtualidade Q^2 os grupos relativamente concordam quanto ao conteúdo de glúons, mas há uma discordância significativa sobre o conteúdo de glúons em baixos valores de Q^2 , com uma acentuação na incerteza da região de pequenos valores de x . Esse alargamento da banda de erro se deve ao fato da inexistência de dados que vinculem a distribuição precisamente nesta região, logo, o comportamento não tem como ser bem definido, assim, justifica a grande incerteza observada. Isso posto, percebe-se a necessidade de vincular o comportamento da distribuição gluônica para baixos valores de Q^2 e pequeno

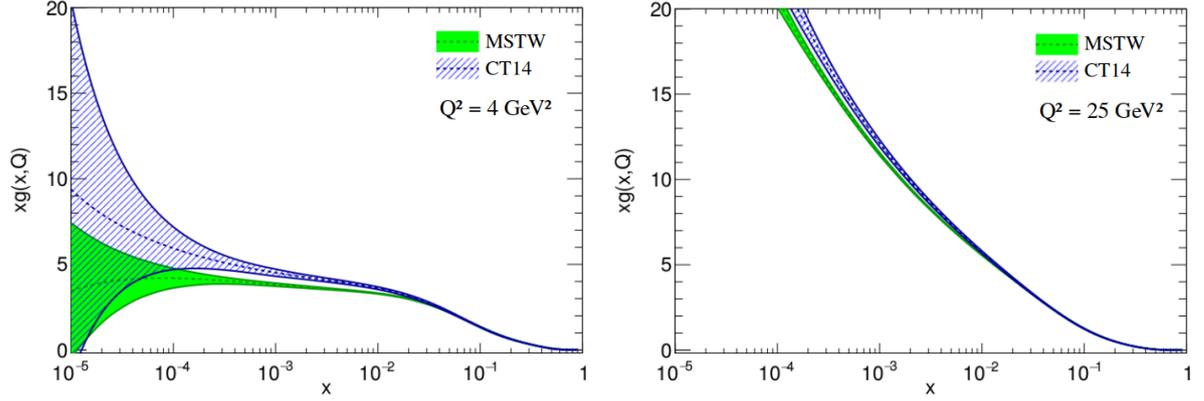


Figura 9 – Distribuição de glúons no interior do próton de acordo com as parametrizações CT14 e MSTW em NLO para (painel à esquerda) $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ e (painel à direita) $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$, com as bandas de incertezas via método de Monte Carlo [39].

x . Uma forma de trabalhar nessa região é através da investigação da produção dos fótons diretos [41]. No entanto, é preciso lembrar e destacar que o crescimento da distribuição de glúons para pequeno x não pode seguir indefinidamente, porque naturalmente isso implicaria na violação da unitariedade. Assim, fica claro que novos efeitos dinâmicos devem ser abarcados. Isso se traduz no fato de que, dada a alta densidade de glúons nesta região, efeitos não lineares na dinâmica QCD, não considerados pelas equações DGLAP, não são desprezíveis e precisam ser considerados. Nesse sentido, uma importante questão em aberto é sobre a determinação da região cinemática em que estes efeitos não lineares são essenciais para descrever o comportamento dos observáveis.

É importante enfatizar que, além dos quarks leves ($u, \bar{u}, d, \bar{d}, s$ e \bar{s}), quarks pesados ($c, \bar{c}, b, \bar{b}, t$ e \bar{t}) podem estar presentes na função de onda do próton. Estes podem surgir a partir de flutuações quânticas $g \rightarrow Q\bar{Q}$, sendo $Q(\bar{Q})$ um quark(antiquark) pesado, e são denominados como “componente extrínseca” de quarks pesados. Além dessa contribuição, há ainda a possibilidade de existir uma “componente intrínseca” de quarks pesados associada a estados de Fock de mais alta ordem. A principal diferença entre essas contribuições está relacionada ao valor típico de x que as componentes extrínseca e intrínseca carregam: no caso intrínseco, o máximo ocorre em maiores valores de x , da ordem de 0,2; no caso extrínseco, a probabilidade é de que seja um valor pequeno de x . Em anos recentes, diversos estudos apontaram evidências da existência dessa componente (vide, por exemplo, Referências [42, 43, 44, 45]). Com isso, no quarto capítulo, será analisado impacto da componente intrínseca na produção de mésons D e B .

É fato que, dada a natureza da interação forte, pártons independentes não são observados, mas sim os hádrons. Isso informa que os pártons produzidos devem hadronizar logo após a colisão e antes da observação. Nesse sentido, “hadronização” é a transformação de pártons em estados hadrônicos. Além disso, espera-se que, pela propriedade de confina-

mento de cor – a qual os pártons estão sujeitos –, a formação dos hádrons ocorra na escala do comprimento de confinamento (cerca de 1 fm). Destaca-se ainda que esse processo de formação é compreendido ser independente do estado inicial e pode ser mensurado pelas Funções de Fragmentação, as quais podem ser descritas de forma análoga às PDFs. Pelo fato de parametrizarem propriedades que são intrínsecas aos pártons, à semelhança das PDFs, assume-se que as FFs são universais, portanto, não devem ser dependentes do mecanismo que produz os pártons. O que significa dizer que, uma vez obtida a FF em um determinado processo, ela valerá para outros processos que tomam o cálculo da fragmentação partônica em vias de obter algum estado hádrônico. Assim, sabendo que há diferentes tipos de colisões, espera-se que as FFs mantenham sua aplicabilidade para os diferentes casos. No entanto, para facilitar, a discussão aqui realizada primeiro considera as colisões e^+e^- e depois generaliza para ep e pp . A escolha de iniciar pelo caso e^+e^- se deve ao fato de que os elétrons são partículas pontuais e uma vez que a produção de hádrons em colisões elétron-pósitron é um processo no qual não há hádrons no estado inicial, portanto, não depende das incertezas oriundas das PDFs, a observação dessa produção hadrônica seria a forma mais básica de obtenção das FFs e seria capaz de fornecer um estado inicial “limpo”.

As FFs podem ser inicialmente determinadas a partir de dados oriundos do processo $e^+e^- \rightarrow hX$ que, em LO, é expresso por $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ e a sequência de eventos a ser considerada é a seguinte: em uma determinada colisão ocorre o processo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, isto é, da aniquilação pósitron-elétron resulta um par quark-antiquark; em seguida, o quark produzido fragmenta-se em um hádron h ; sendo esse último o que se observa no detector. Agora, usando Q para identificar a energia do centro de massa da colisão e^+e^- , a energia do feixe de elétrons (E_{feixe}) pode ser expressa por $Q/2$. Quanto a energia do quark produzido (E_q), no referencial do centro de massa, é igual à energia do feixe do elétron ou pósitron. Logo, considerando que E_h é a energia do hádron no estado final, então, a fração da energia do quark que esse hádron carrega é dada por

$$z = \frac{E_h}{E_q} = \frac{2E_h}{Q}. \quad (2.34)$$

Dando mais um passo, a seção de choque inclusiva dos hádrons em função de z pode ser expressa por

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow hX)}{dz} = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})[D_{q/h}(z) + D_{\bar{q}/h}(z)]. \quad (2.35)$$

Observando que a produção de um hádron pode vir tanto de um quark quanto de um antiquark de algum sabor. Aqui, a função $D_{q/h}(z)$ é a Função de Fragmentação e ela informa a probabilidade da ocorrência de um hádron h no estado final carregar uma fração z do momento inicial do quark. Nesse sentido, é oportuno destacar que as FFs funcionam descrevendo a transição párton-hádron analogamente a forma pela qual as

PDFs descrevem a estrutura dos hádrons. Portanto, as FFs estão sujeitas as restrições de momento e probabilidade, logo, a totalidade das energias dos hádrons produzidos precisa ser igual a energia do quark inicial, ou seja,

$$\sum_h \int_0^1 dz z D_{q/h}(z) = 1. \quad (2.36)$$

Essa relação mantém-se válida também para \bar{q} . Vale ainda comentar que a multiplicidade de h é obtida através da somatória das probabilidades da produção hadrônica considerando todas possibilidades de quarks e antiquarks iniciais, ou seja,

$$\sum_q \int_{z_{min.}}^1 dz [D_{q/h}(z) + D_{\bar{q}/h}(z)] = n_h, \quad (2.37)$$

com o limite inferior sendo o menor valor de energia necessário para a produção de um hádron com massa m_h , ou seja, $z_{min.} = 2m_h/Q$. Outra semelhança entre as FFs e as PDFs é a forma de obtenção das mesmas, que é por meio de uma parametrização na escala inicial. A parametrização das FFs, em geral, é dada por

$$D_{q/h}(z) = N \frac{(1-z)^n}{z}, \quad (2.38)$$

onde N e n são constantes específicas para um hádron especificado.

Atualmente, existem diferentes grupos dedicados à obter conjuntos de FFs em LO e NLO. A maioria deles trabalha com a suposição de que a descrição da produção de uma partícula e sua respectiva antipartícula é dada pela mesma FF; como é o caso, por exemplo, das colaborações KKP [46] e AKK [47]. No entanto, é preciso ter em mente que a fragmentação dos quarks e antiquarks, produtores dos jatos de novas partículas, é independente uma da outra e, portanto, a princípio não haveria um fator obrigatório para que as FFs das partículas e suas respectivas antipartículas sejam as mesmas. Nesse sentido, por exemplo, a separação dos estados de hádrons carregados para píons e káons é dada no trabalho de S. Kretzer [48]. Ainda não há conjuntos de FFs para muitos estados hadrônicos finais e os mais comuns disponíveis na literatura são os que descrevem píons, káons e hádrons carregados – especialmente píons.

Para exemplificar, a Figura 10 mostra projeções da parametrização FF AKK08 [47] em função do momento longitudinal z , considerando $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$. Particularmente, são comparadas as hadronizações dos quarks u e d e glúons em píons carregados (painel à esquerda), káons carregados (painel central) e prótons/antiprótons (painel à direita). Dos painéis, é possível observar que para pequenos valores de z a produção por glúons é dominante, mas para maiores valores de z ocorre que a produção de hádrons por quarks passa a ser dominante. Essas informações encaminham para uma conclusão interessante: da discussão acerca das PDFs apreende-se que os glúons superpopulam a estrutura hadrônica, ou seja, os glúons são os maiores contribuintes para a produção de pártons em colisões

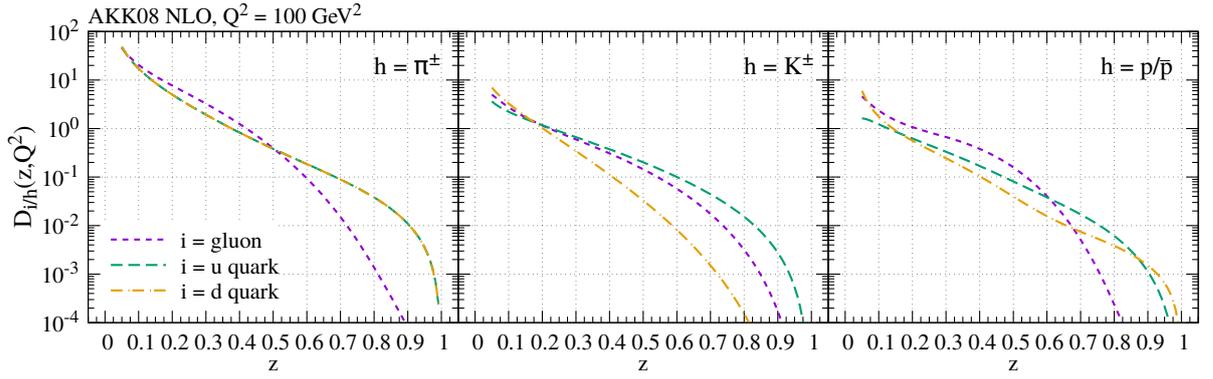


Figura 10 – Projeção para (painel à esquerda) píons carregados, (painel central) káons carregados e (painel à direita) prótons/antiprótons em função da fração do momento z (do pártion) transportada pelo hádron final, considerando a parametrização AKK08 [47] e comparando as contribuições dos quarks u (linhas roxas) e d (linhas verdes) e glúons (linhas amarelas).

entre hádrons a altas energias; agora, com as informações dadas pelas FFs, é possível concluir que, a despeito da superpopulação de glúons presentes em colisões hadrônicas, a produção de estados finais oriundos desses glúons deve ser menor que as produzidas pelos quarks, especialmente tratando-se de regiões do espaço de fase em grandes valores de z . Naturalmente, a previsão apresentada pela AKK08 é uma dentre os diferentes modelos, mas as tendências gerais não devem ser tão distintas ou sofrer fortes mudanças.

Mais exemplos, seguindo a Referência [49], são dados nas Figuras 11, 12 e 13, as quais mostram projeções das FFs em função de z para diferentes valores da escala Q^2 . São comparadas previsões das parametrizações AKK08 [47], HKNS [49], KKP [46] e Kretzer [48] para a produção de píons, káons e prótons(antiprótons), observando as contribuições partônicas desses estados finais. É possível ver que, de modo geral, há diferenças significativas entre as previsões dos diferentes grupos; com especial acentuação das diferenças no que se refere aos glúons na região de pequenos valores de Q^2 e z . Portanto, revela-se uma grande imprecisão na determinação das FFs e, uma vez que em altas energias aqueles processos iniciados por glúons são dominantes, a incerteza presente na determinação das FFs corrobora para a imprecisão no cálculo da produção de partículas, especialmente na região de pequeno valores de z .

Considerando o caráter universal das FFs, para além do caso particular das colisões e^+e^- , elas também podem ser aplicadas noutros tipos de colisões como nos casos ep , pp e $p\bar{p}$. Portanto, considerando uma colisão ep , a produção de um hádron h em função de z pode ser escrita esquematicamente na forma

$$\frac{d\sigma(ep \rightarrow hX)}{dz} \propto \sum_q e_q^2 f_{q/p}(x) D_{q/h}(z). \quad (2.39)$$

Já no caso das colisões pp é preciso observar que no estado inicial há dois pártions, portanto, muitos outros processos devem ser considerados nos espalhamentos $2 \rightarrow 2$:

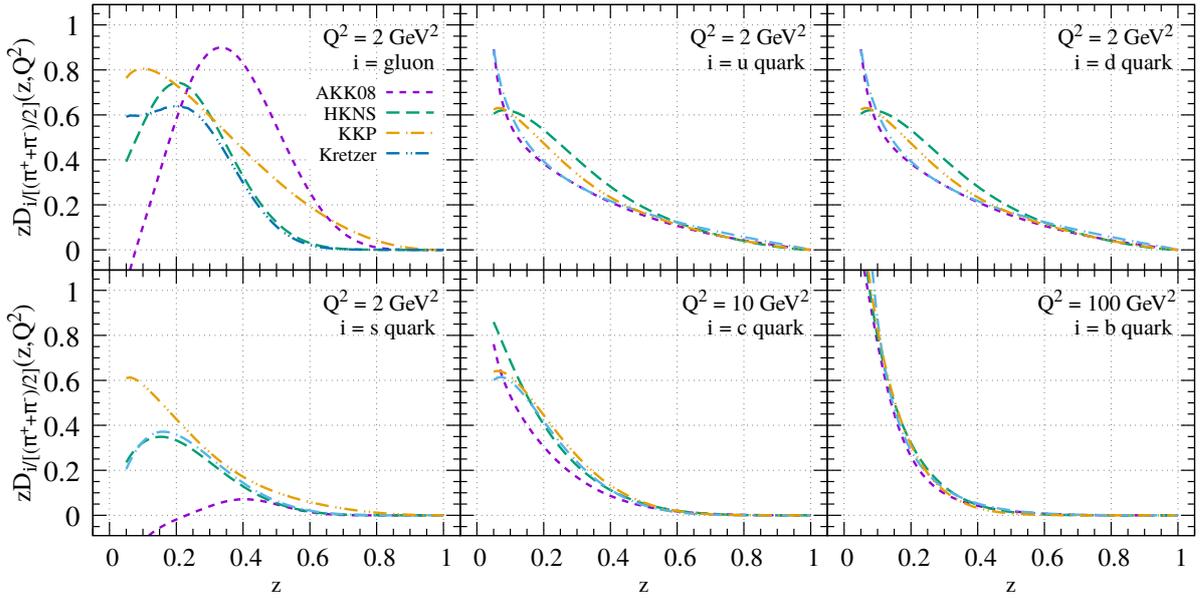


Figura 11 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de píons carregados, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$.

$qq' \rightarrow qq'$; $qq \rightarrow qq$; $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$; $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$; $q\bar{q} \rightarrow gg$; $qg \rightarrow qq$; $gg \rightarrow q\bar{q}$; $gg \rightarrow gg$. Observando que q e q' são sabores diferentes, assim, por exemplo, $qq \rightarrow qq$ inclui $uu \rightarrow uu$ enquanto $qq' \rightarrow qq'$ não inclui. Vale observar inclusive que processos como qq ou qq' , onde o estado inicial conta com dois quarks, também incluem antiquarks ($\bar{q}\bar{q}$ e $\bar{q}\bar{q}'$), bem como, no processo $qg \rightarrow qq$ também pode ocorrer a substituição de q por \bar{q} . Finalmente, para as colisões pp , a distribuição inclusiva de momento transversal (p_T) da produção de hádrons h pode ser expressa por

$$\frac{d\sigma(pp \rightarrow hX)}{dp_T} = 2p_T \int_{\theta_{min.}}^{\theta_{max.}} \frac{d\theta_{c.m.}}{\sin \theta_{c.m.}} \times \int dx_1 \int dx_2 f_{i/p}(x_1, Q^2) f_{j/p}(x_2, Q^2) \frac{D_{q/h}(z, Q^2)}{z} \frac{d\sigma_{ij}}{dt}, \quad (2.40)$$

onde o momento do outro parton produzido no espalhamento $2 \rightarrow 2$ é integrado, fazendo com que apenas uma FF apareça nessa equação. A integral sobre o ângulo de espalhamento do centro de massa $\theta_{min.} \leq \theta_{c.m.} \leq \theta_{max.}$ corresponde a integração sobre a região de rapidez abarcada pelo detector. Se for considerada toda a região de rapidez, então, $\theta_{min.} = 0$ e $\theta_{max.} = \pi$. $d\sigma_{ij}/dt$ são as seções de choque partônicas $2 \rightarrow 2$. As FFs são denotadas por $D_{q/h}(z, Q^2)$, o que se traduz como: probabilidade de, a partir de um parton q , ocorrer a produção de um hádron h que carrega uma fração de momento z do parton de origem. Aqui, é importante destacar que, assim como na PDF, a FF também possui dependência de Q^2 descrita pela DGLAP, a qual leva em conta o processo de emissão da radiação colinear no estado final onde o momento transversal deve ser integrado considerando o limite Q^2 .

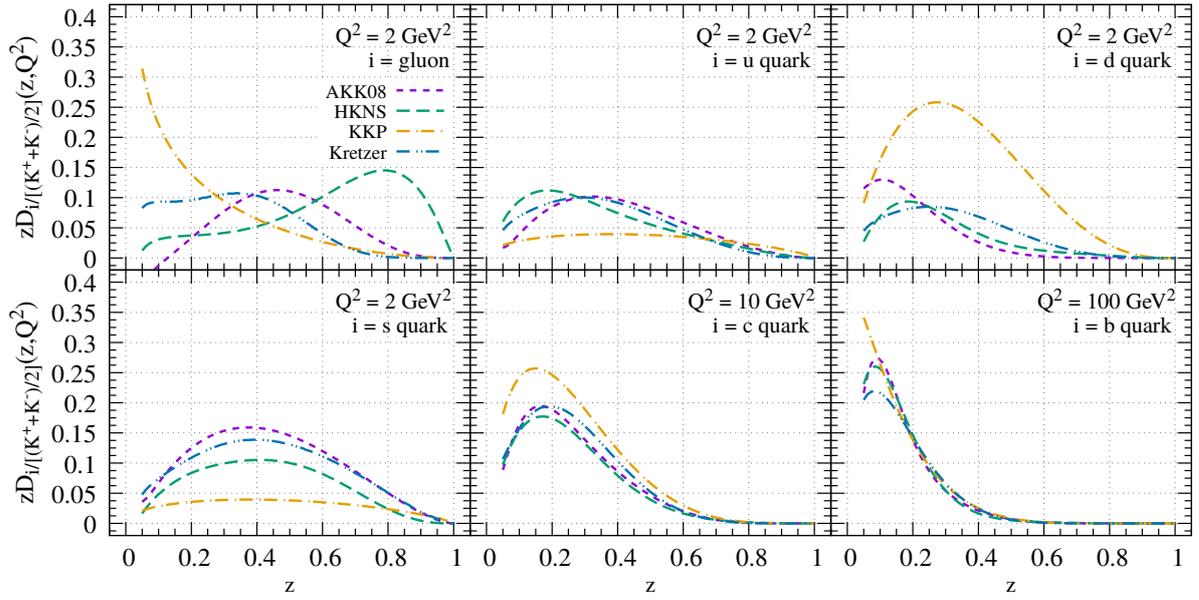


Figura 12 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de káons carregados, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$.

2.5 Conclusões

Este capítulo trouxe uma breve revisão acerca da estrutura do hádron e da dinâmica no seu interior, isto é, a dinâmica das interações fortes. Portanto, aqui foi discutido sobre as principais características da QCD, os elementos básicos do DIS e a estrutura do modelo quark-párton (ou modelo de pártons). Nessa escala, considera-se o párton como uma partícula sem estrutura e existente no interior hadrônico. Tal modelo é proveniente da sondagem hadrônica em altas energias utilizando DIS lépton-núcleon e traz consigo a chamada “propriedade de escalonamento”. Além disso, neste capítulo, também foi apresentada a dinâmica da equação de evolução DGLAP, que se caracteriza como uma equação de evolução destinada à descrição da distribuição de pártons no interior dos núcleons. A DGLAP informa que os glúons, embora carreguem frações muito pequenas do momento total do hádron, são preponderantes na região de pequeno x e baixo Q^2 , há discordâncias entre os grupos de parametrizações das PDFs. Isso revela a necessidade de vincular o comportamento da distribuição de glúons nessa região. Finalmente, no último tópico, é discutido sobre as FFs, as quais desempenham o papel de selecionar estados finais específicos, ou seja, as FFs funcionam convertendo um párton, oriundo do processo de espalhamento, em um hádron.

Agora que os conceitos mais fundamentais acerca da QCD e da dinâmica interna dos hádrons já estão apresentados, o capítulo seguinte será dedicado a explorar a questão da produção de partículas em altas energias, portanto, a região de pequenos valores de

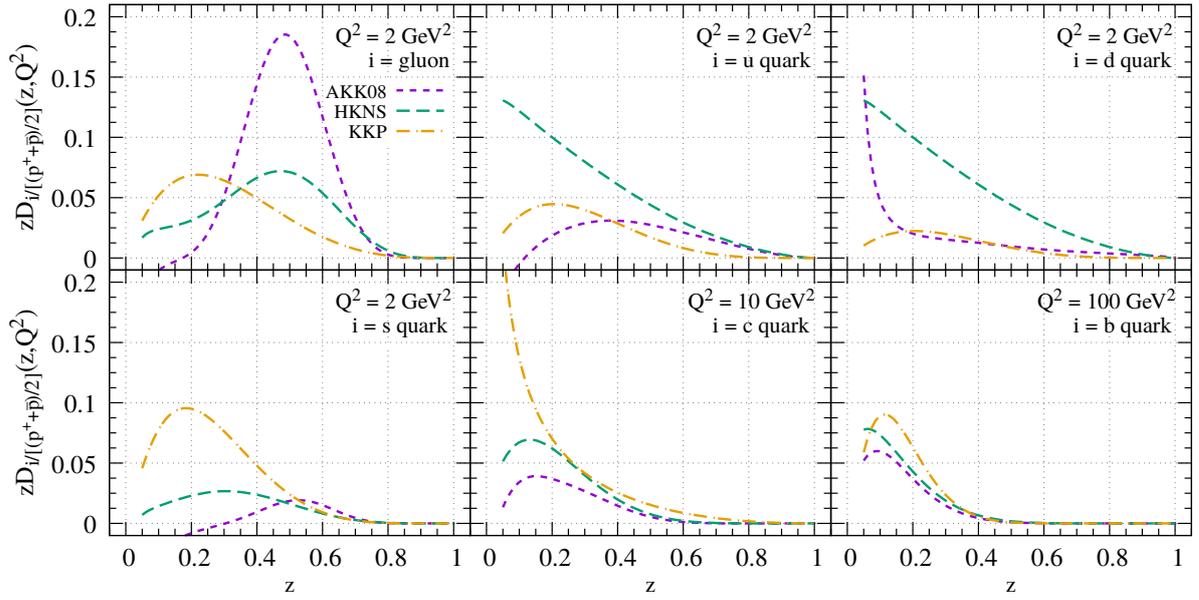


Figura 13 – Comparação entre as parametrizações AKK08 [47] (linha roxa), HKNS [49] (linha verde), KKP [46] (linha amarela) e Kretzer [48] (linha azul) em função da fração de momento z , para a produção de prótons/antiprótons, em NLO, considerando $Q^2 = 2, 10, 100 \text{ GeV}^2$.

momento (pequeno x), onde – conforme já adiantado neste capítulo – o crescimento da população de pártons, em especial os glúons, desempenha um papel fundamental para a compreensão do comportamento das partículas nessa região.

3 ABORDAGENS NO REGIME DE ALTAS ENERGIAS

A seção de choque é uma medida capaz de fornecer informações úteis acerca das interações entre as partículas envolvidas em uma determinada colisão. Nesse sentido, é a principal quantidade para descrever a produção de partículas do processo de interesse. Neste trabalho, interessa a descrição da produção de um hádron com momento transversal p_T e rapidez y . Ocorre que a seção de choque desse processo pode ser determinada pelo conteúdo de pártons que carregam frações de momento $x_1 \propto (p_T/\sqrt{s})e^{+y}$ e $x_2 \propto (p_T/\sqrt{s})e^{-y}$. Portanto, para altas energias, pequenos valores de p_T e rapidez central tem-se que $x_1 \approx x_2 \rightarrow 0$, ou seja, caracteriza-se a colisão entre dois sistemas densos. Em contraste, para rapidez frontal, x_1 será muito maior que x_2 . Nesse caso, a seção de choque dependerá do conteúdo de partículas com grande fração de momento no projétil e com pequenos valores de momento no alvo, portanto, a colisão ocorre entre um sistema diluído e um sistema denso. Vale ainda destacar que, na prática, em altas energias, a quantidade y equivale a pseudo-rapidez η e, nesse caso, ambas as quantidades são relacionadas ao ângulo de espalhamento θ . Portanto, a rapidez (ou a pseudo-rapidez) é determinante para o tipo de interação observada, porque fala da região cinemática sondada.

Para além disso, sabe-se que a descrição de uma seção de choque pode ser feita através de um processo de “fatorização”, o qual permite separar as contribuições perturbativas das não perturbativas. Um exemplo é a chamada “fatorização colinear”, que permite derivar seções de choque em termos de distribuições de pártons integradas, as quais são soluções de equações de evolução lineares como a – já introduzida – equação DGLAP. Mas essa descrição não leva em conta o momento transversal intrínseco dos pártons incidentes, bem como, não contabiliza os termos associados às correções dos termos proporcionais ao $\log(1/x)$, os quais possuem relevância em altas energias. A fim de inserir tais correções, faz-se necessária a generalização da fatorização colinear para uma outra de alta energia. Para tanto, há a proposta conhecida como “fatorização k_T ” [50, 51], a qual leva em conta os efeitos das virtualidades finitas e o momento transversal dos pártons incidentes, especificamente, considera o canal iniciado por glúons. Há também a proposta chamada “formalismo híbrido” [52], que reúne elementos da fatorização colinear e da fatorização k_T , bem como, leva em conta a contribuição dos canais iniciados por glúons e quarks.

A fatorização k_T e o formalismo híbrido estão no escopo da teoria do “Condensado de Vidro de Cor” (*Color Glass Condensate - CGC*) [53] e são abordagens complementares e capazes de descrever diferentes observáveis, bem como, a produção de diferentes esta-

dos finais. Em ambas as abordagens os hádrons são descritos através da correspondente “Distribuição Não Integrada de Glúons” (*Unintegrated Gluon Distribution* – UGD), naturalmente, quando provados no regime de altas densidades partônicas e pequenos valores de $x_{1,2}$. Na última década, ambos os formalismos têm sido aplicados para a descrição da produção de partículas em colisores hadrônicos, com suas previsões sendo, em muitos casos, bem sucedidas. A princípio, para a descrição da produção de partículas, cada um dos formalismos teria uma região cinemática mais adequada. No caso, a fatorização k_T seria, inicialmente, mais interessante para a rapidez central, enquanto que o formalismo híbrido caberia para a região frontal. No entanto, os limites de ambos os formalismos não são tão bem estabelecidos e isso abre espaço para discussões acerca de suas utilizações em diferentes regiões cinemáticas – discussão essa que perpassa esse e o próximo capítulos ao passo que também serão apresentados alguns resultados que se somam a esses entendimentos.

Para melhor elucidar os aspectos pontuados acima, a seção seguinte é dedicada ao debate das fatorizações, especificamente, as seções de choque correspondentes serão introduzidas. Em seguida será “mapeada” a evolução da estrutura partônica em x e Q^2 e esclarecido acerca do CGC. Depois, a discussão será sobre a equação de evolução de Balitsky-Kovchegov [54, 55], a inclusão da variação da constante de acoplamento na mesma e, em seguida, sobre as condições iniciais para a sua solução, isto é, as condições iniciais que serão aplicadas nos capítulos seguintes. Finalmente, este capítulo é encerrado com a apresentação de resultados exemplificadores do emprego dessas duas fatorizações e, enfim, as conclusões percebidas nestas discussões. Em tempo, vale informar que o texto deste capítulo toma como base e conversa principalmente com as Referências [53, 56, 57], bem como, os artigos fontes indicados ao longo do texto.

3.1 A questão da fatorização das seções de choque

São poucos os observáveis livres de uma dependência não perturbativa e que podem ser calculados através de primeiros princípios da teoria de perturbação. Ocorre que há casos onde é possível separar as dinâmicas de pequeno e grande momentos, e isso é feito através da técnica de fatorização. O problema básico abordado pelo teorema de fatorização é o cálculo das seções de choque em altas energias, onde essa passa a ser escrita como uma associação de dois fatores. Basicamente, os teoremas de fatorização possibilitam derivar previsões para as seções de choque separando – isto é, fatorando – o comportamento de longa distância e o de curta distância, portanto, o regime perturbativo e o não perturbativo. Assim, fica claro que a separação entre esses regimes é a base da fatorização. Essa separação é viabilizada pelas escalas de tempo que caracterizam o processo de espalhamento: escalas de energia cinemática da dispersão (Q), massas (m) e uma escala de renormalização (μ). Destaca-se ainda que muitas das aplicações da QCD perturbativa usam algum tipo de fatorização [33, 58]. A partir dessas observações preliminares, o texto a seguir é separado

em três partes: na primeira parte, o objeto de debate é a fatorização colinear; na segunda e na terceira partes, serão apresentadas as fatorizações que incluem correções e extrapolam a fatorização colinear, especificamente, primeiro será discutido sobre a fatorização k_T e em seguida sobre o formalismo híbrido.

i) A seção de choque de acordo com a fatorização colinear:

Na fatorização colinear, assume-se que os pártons estão em movimento colinear ao hádron que os contém, isto é, tem momento transversal nulo. Nesse mecanismo, a seção de choque para produção de hádrons pode ser expressa fazendo a separação entre as partes que envolvem as distribuições de pártons, o espalhamento duro e a subsequente fragmentação do párton ejetado. Aqui, as funções de distribuição são dependentes da fração de momento que os pártons carregam ($x_{a,b}$), bem como, do momento transferido durante a interação dura (Q^2). Esse processo produz o párton c que, por sua vez, hadroniza produzindo um jato no estado final – observando que é um processo inclusivo, considerando que apenas o jato produzido por c é detectado – e os outros pártons emergentes da interação são representados por X . Até este ponto, estão dados os elementos para a produção de um jato. No entanto, para a produção de um único hádron é necessário que se inclua um ingrediente extra: a probabilidade do párton c tornar-se um hádron h específico com fração z de momento. Isso pode ser feito por meio das – já discutidas – Funções de Fragmentação, isto é, incluindo um termo $D_{c/h}(z, Q^2)$ parametrizado em um determinado $Q = Q_0$. A inclusão da hadronização implica em

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p}(AB \rightarrow hX) = \frac{d^3\sigma}{dyd^2p_T} = K \sum_{abcd} \int_{x_{a_{min}}}^1 dx_a \int_{x_{b_{min}}}^1 dx_b f_a(x_a, Q^2) f_b(x_b, Q^2) \times \frac{1}{\pi z} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) D_{c/h}(z, Q^2). \quad (3.1)$$

Aqui, o fator K carrega as correções da Próxima Ordem Dominante (*Next-to-Leading Order* - NLO); $d\sigma/d\hat{t}$ é a seção de choque para o subprocesso partônico do tipo $2 \rightarrow 2$; $f_{a,b}(x_{a,b}, Q^2)$ são as Funções de Distribuição de Pártons, que têm evolução DGLAP e Q determina a escala na qual as funções de estrutura são calculadas, bem como, define a intensidade da força de acoplamento da interação, dada por α_S . É interessante salientar que, em LO, há equivalência nas opções em que Q aumenta com a energia do centro de massa párton-pártion. Mas escolhas diferentes afetam os termos em NLO. Portanto, a melhor opção seria a que minimizasse os termos de ordem superior, fornecendo uma aproximação precisa. No entanto, isso não pode ser decidido sem conhecer os termos em NLO que, na maioria dos casos, estão além da capacidade de cálculo. Tal indefinição gera uma incerteza nas previsões calculadas por meio da fatorização colinear e, usualmente, utiliza-se uma escala no intervalo $0,5p_T < Q < 2p_T$. Além disso, os limites de integração

podem ser obtidos através do valor máximo $z = 1$ e $x_{a_{min.}} = 1$, isto é,

$$z = \frac{x_T}{2x_b}e^{-y} + \frac{x_T}{2x_a}e^y, \quad x_{a_{min.}} = \frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}}. \quad \text{e} \quad x_{b_{min.}} = \frac{x_a x_T e^{-y}}{2x_a - x_T e^y}. \quad (3.2)$$

A fatorização colinear tem sido bastante utilizada em diferentes aplicações e mostra-se capaz de fornecer boas descrições quantitativas de fenômenos dados pela dinâmica QCD. Ela é capaz, por exemplo, de fornecer uma descrição muito boa dos dados do espalhamento profundamente inelástico. Em contrapartida, é preciso atentar para as suas limitações. Em colisões hadrônicas esse mecanismo começa a não ser tão bem justificável. Por exemplo, a possibilidade de que os pártons entrem na reação $2 \rightarrow 2$ com um momento transversal preexistente, isto é, intrínseco, não é levada em conta pela fatorização colinear. Outra limitação está no fato de que ela não contabiliza os termos associados às correções proporcionais à $\ln(1/x)$, os quais possuem relevância em altas energias. Fica claro, portanto, que a extrapolação da fatorização colinear se faz necessária. Há na literatura trabalhos dedicados a tal modificação e/ou extrapolação, intencionando fornecer descrições mais realistas dos fenômenos físicos observados e compreender aspectos importantes não considerados até então. Os dois formalismos apresentados em seguida vêm ao encontro desse objetivo.

ii) A seção de choque de acordo com a fatorização k_T :

Na intenção de incluir as correções discutidas anteriormente é preciso generalizar a fatorização colinear para uma outra que melhor descreva os processos em altas energias. A fatorização k_T atende a essa demanda porque leva em conta o momento transversal dos pártons incidentes e os termos associados às correções da evolução em energia. Aqui, o processo de produção de partículas inclui as distribuições de glúons não integradas (UGDs) no momento transversal. Nesse caso, a seção de choque invariante para a produção inclusiva de glúons, a partir da colisão hádron-hádron $h_{1,2}$, é dada por [51]

$$\frac{d^3\sigma}{dyd^2p_T} = \frac{2}{C_F} \frac{1}{k_T^2} \int \frac{dz}{z^2} \int d^2q \alpha_s \phi_{h_1}(q_T, y) \phi_{h_2}(k_T - q_T, Y - y) D_{g/h}(z, \mu^2), \quad (3.3)$$

a qual é composta pelas seguintes partes: y e p_T são, respectivamente, a rapidez e o momento transversal do glúon produzido; Y é o intervalo total de rapidez da colisão; k_T e q_T são vetores no plano transversal (tal qual $u_T = (u^1, u^2)$) e, portanto, as formas q_T e $k_T - q_T$ são os momentos transversais intrínsecos das distribuições de glúons. Também, vale notar que a Equação (3.3) é simétrica na troca $q_T \leftrightarrow k_T - q_T$, devido à simetria existente na troca projétil \leftrightarrow alvo no processo de espalhamento para o caso de colisões envolvendo hádrons idênticos. No caso de uma colisão pA , por outro lado, é preciso também efetuar a troca $y \leftrightarrow Y - y$. Além disso, é preciso ter em conta que, na fatorização k_T , o conteúdo de glúons é percebido como a parte mais contribuinte na função de onda dos hádrons colidentes, implicando que os efeitos não lineares da QCD não podem ser desconsiderados

no projétil e também no alvo. Aqui, diferente da fatorização colinear, os hádrons colidentes são caracterizados por funções adimensionais (uma para o projétil e outra para o alvo) que correspondem ao número de glúons por unidade de área transversal e por unidade de momento transversal no hádron h_i , ou seja, pela UGD na forma

$$\phi_{h_i}(k_T, y) = \frac{C_F}{\alpha_s(2\pi)^3} \int d^2b d^2r e^{-ik \cdot r} \nabla_r^2 \mathcal{N}_{h_i/G}(r, b, y), \quad (3.4)$$

onde $\mathcal{N}_{h_i/G}(r, b, y)$ representa a amplitude de espalhamento frontal dipolo-hádron h_i , para um dipolo de tamanho transversal $r = r_T$ formado por glúons e parâmetro de impacto do espalhamento b . Vale também mencionar que, considerando altas energias e grandes valores de rapidez (portanto, pequeno x), o termo $\mathcal{N}_{h_i/G}$ tem o seu comportamento diretamente relacionado à dinâmica da QCD.

A fatorização k_T é capaz de descrever com relativo sucesso os dados experimentais medidos, como, por exemplo, a distribuição de rapidez das partículas produzidas em colisões de íons pesados, a dependência do momento transversal médio em colisões pp , o “fator de modificação nuclear” (R_{pA}) e também a dependência da multiplicidade de hádrons carregados na região de rapidez central medida em colisões pp e AA . Vale acrescentar que os estudos de N. Nikolaev, W. Schäfer e colaboradores [59] e também de F. Dominguez e colaboradores [60], mostram que a fatorização k_T pode ser generalizada de tal modo que as seções de choque, considerando o regime de alta densidade, passam a depender não linearmente nas distribuições de pártons, as quais assumem estruturas mais complexas em comparação àquelas presentes na fatorização colinear.

iii) A seção de choque de acordo com o formalismo híbrido:

Como discutido na introdução, para rapidez frontal a cinemática é assimétrica ($x_1 \gg x_2$), com a seção de choque sendo determinada pelo conteúdo de pártons do projétil e do alvo que portam, respectivamente, grandes e pequenos frações de momento. Frente a essa assimetria, uma aproximação razoável seria, no projétil, desconsiderar o momento transversal dos pártons e, assim, descrevê-lo em termos das PDFs. Por outro lado, os efeitos associados à alta densidade partônica no alvo não podem ser desconsiderados. Tais aspectos são considerados no formalismo híbrido, o qual prediz que a seção de choque invariante da produção inclusiva de hádrons é escrita por [52]

$$\frac{1}{\sigma_{inel.}} \frac{d^3\sigma}{dy d^2k_T} = \frac{dN_h}{dy d^2p_T} = \frac{K}{(2\pi)^2} \int_1^{x_F} \frac{dz}{z^2} \left[\sum_{f=q, \bar{q}} x_1 f_f(x_1, \mu^2) \tilde{\mathcal{N}}_F(x_2, q_T) D_{f/h}(z, \mu^2) \right. \\ \left. + x_1 f_g(x_1, \mu^2) \tilde{\mathcal{N}}_A(x_2, q_T) D_{g/h}(z, \mu^2) \right], \quad (3.5)$$

onde p_T , y e $x_F = (p_T/\sqrt{s})e^y$ são, respectivamente, o momento transversal, a rapidez e o x de Feynman do hádron produzido, $q_T = p_T/z$ é o momento transversal do parton

interagente e o fator K carrega correções de mais alta ordem e outros efeitos dinâmicos não incluídos na formulação do CGC. Observa-se também que a Equação (3.5) é escrita como a convolução das seguintes partes: distribuições de pártons $f_i(x_1, \mu^2)$, com $i = q, \bar{q}, g$, que descrevem os graus de liberdade (com grandes valores de x_1) do projétil diluído (em geral um próton) com a dependência da escala μ^2 regida pelas equações DGLAP; transformada de Fourier da amplitude de espalhamento de dipolo nas representações fundamental e adjunta $\tilde{\mathcal{N}}_{F,A}(x_2, q_T)$, onde estão incluídos os efeitos de alta densidade no alvo; e as FFs dos pártons $D_{i/h}(z, \mu^2)$, que convertem o párton i no hádron h . Ainda sobre a descrição do alvo, neste formalismo, as UGDs são descritas pela forma

$$\tilde{\mathcal{N}}_{F,A}(x, p_T) = \int d^2r e^{ip_T \cdot r} [1 - \mathcal{N}_{F,A}(x, r)], \quad (3.6)$$

com $r = r_T$ sendo o tamanho transversal do dipolo. Observando que $\mathcal{N}_F(x, r)$ é a amplitude de espalhamento dipolo-hádron escrita na representação fundamental, onde o dipolo é constituído por um par quark-antiquark, e $\mathcal{N}_A(x, r)$ é a amplitude de espalhamento dipolo-hádron escrita na representação adjunta, onde o dipolo é constituído por um par de glúons. A expressão para a amplitude $\mathcal{N}_F(x, r)$ pode ser encontrada através de $\mathcal{N}_A(x, r)$, aplicando um reescalonamento na escala de saturação, isto é, $Q_{s,F}^2 = (C_F/C_A)Q_{s,A}^2$ com $C_F/C_A = 4/9$ [61]. Aqui, $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$ denota os operadores de Casimir na representação fundamental, enquanto que $C_A = N_c$ denota na representação adjunta (com $N_c = 3$).

Ainda sobre a Equação (3.5), pode-se sumarizar as duas partes do integrando a partir das seguintes informações: a primeira parte fala de um espalhamento elástico de um quark(antiquark) do projétil com o alvo que está no regime denso. Inicialmente, o párton incidente tem momento transversal nulo, mas passa a não ser nulo (na ordem da escala de saturação do alvo) após atravessar o alvo sofrendo múltiplos espalhamentos. A segunda parte tem exatamente a mesma interpretação, mas fala da interação de um glúon advindo do projétil. Também é importante tomar nota de que, na fatorização k_T , a UGD $\phi_{h_i}(k_T, y)$, dada na Equação (3.4), carrega toda a informação sobre o espalhamento hadrônico. Da mesma forma, no formalismo híbrido, quem desempenha essa função é a distribuição $\mathcal{N}_{F,A}(x, p_T)$, dada na Equação (3.6). Logo, essas são as distribuições que carregam as informações acerca dos efeitos quânticos e não lineares na função de onda do hádron, em seus respectivos formalismos. Com isso, tanto o formalismo híbrido quanto a fatorização k_T , têm sido bem sucedidos na descrição de uma variedade de dados disponibilizados pelas colaborações experimentais (vide, por exemplo, [62, 63]). Nesse sentido, neste trabalho, serão considerados a fatorização k_T e o formalismo híbrido, mas com especial foco na aplicação do último.

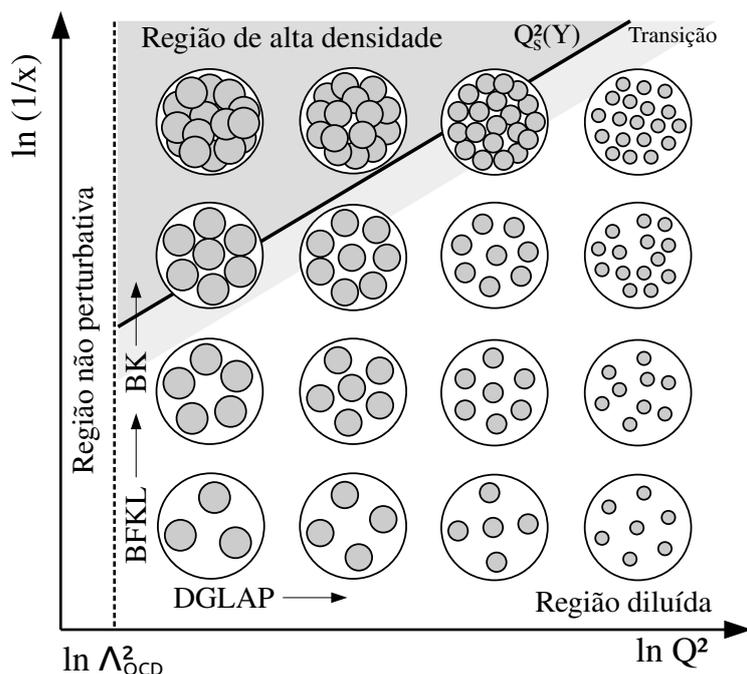


Figura 14 – Diagrama de fase da evolução QCD da estrutura partônica no interior do próton no plano $\ln Q^2$ - $\ln(1/x)$.

3.2 Mapeamento da evolução da estrutura partônica

No processo de emissão, considerado pela equação DGLAP, um glúon produz outros dois ($g \rightarrow gg$), o que implica no aumento da população de glúons e novos efeitos. Por outro lado, a recombinação de glúons é, na verdade, um processo inverso ao processo de emissão, onde dois glúons de menor momento são unidos ($gg \rightarrow g$). Portanto, a recombinação atua limitando o crescimento das distribuições de glúons através do mecanismo conhecido como “saturação de pártons”. Assim, no regime de saturação a quantidade de glúons dentro dos hádrons seria tão grande que o processo de recombinação de glúons – não incluídos nas equações de evolução lineares – assume, agora, papel tão importante quanto o dos processos de emissão. Resulta disso o cessar do rápido crescimento da distribuição de glúons. A inclusão dos processos de recombinação, portanto, altera as equações de evolução padrão da QCD tornando-as não lineares. Aqui, vale ainda ressaltar que a violação da unitariedade ocorre caso os efeitos de saturação não sejam considerados.

Para uma melhor elaboração do quadro de evolução de partículas no interior hadrônico, é interessante partir do exame do diagrama de fase dado na Figura 14, o qual apresenta um “mapeamento” ilustrativo do plano $\ln Q^2$ - $\ln(1/x)$, onde as formulações para a descrição da evolução das densidades é exibida. À esquerda, está a região não perturbativa, que compreende aqueles processos cuja constante de acoplamento tem valor alto o suficiente para a teoria perturbativa não ser aplicável. Não obstante, aqui o interesse

é discutir acerca da região que está fora dessa região (da linha tracejada para a direita). Portanto, para o melhor desenvolvimento dessa discussão, a seguir será examinado o caso onde a evolução ocorre em Q^2 e x é mantido fixo e, depois, o caso onde a evolução ocorre em x e Q^2 é fixado.

i) Evolução em Q^2 : nesse caso, é a equação DGLAP quem governa o comportamento da evolução e que se mostra válida para valores de x não tão pequenos e Q^2 acima de um determinado valor mínimo. Da evolução em Q^2 , compreende-se que a DGLAP prediz, para um determinado sistema com x fixo, um maior quantitativo de glúons cujas áreas são cada vez menores. Além disso, quanto maior Q^2 mais esse sistema apresenta-se diluído, o que afasta a possibilidade de superposição dos pártons observados.

ii) Evolução em x : a Figura 14 também mostra que, fixando Q^2 , o comportamento da evolução em x é governado pelo formalismo BFKL [64, 65, 66], o qual descreve a evolução considerando o processo $g \rightarrow gg$. Observa-se que o aumento da energia (portanto, de $y \sim \ln(1/x)$) implica no crescimento do número de pártons no interior hadrônico. Esses pártons possuem áreas iguais, uma vez que a resolução do sistema é fixada. Ainda na Figura 14, é possível observar que há uma região de transição entre as regiões diluída e de alta densidade (ou saturada), com a fronteira entre essas regiões sendo marcada pela “linha crítica” (a linha cheia preta) e determinada pela escala de saturação Q_s^2 . É importante destacar que o processo de recombinação passa a ser bastante relevante quando a soma das áreas de cada párton equivale ou é comparável com a área do próton que os encerra. É nesse momento que o regime de saturação é alcançado. Aqui, figura o regime cinemático de altas densidades de pártons, onde o sistema é tão denso que manifestações de efeitos não lineares são esperadas.

A equação BFKL descreve bem o crescimento da densidade de pártons em um hádron diluído, mas falha quando a recombinação se torna importante. Nem todos os mecanismos possíveis são levados em consideração quando se ressona as “escadas BFKL”; são negligenciadas as possíveis interações entre elas. A propósito, é preciso ter em mente que as chamadas escadas BFKL são emissões sucessivas de glúons com, a cada novo “degrau”, menor fração de momento, como numa “cascata de glúons”. Atendo-se ao fato de que a evolução BFKL trata-se de uma equação de evolução linear e desconsidera o processo de recombinação. Nesse sentido, a possibilidade de fusão ou interação entre as escadas é uma característica de não linearidade, a qual é abarcada, por exemplo, pela evolução de Jalilian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner (JIMWLK) [67, 68, 69]. Também, é nesse contexto que entra a equação proposta por I. Balitsky e Y. Kovchegov [54, 55]. A equação de evolução de Balitsky-Kovchegov (ou, simplesmente, equação BK) tem a relevância de possibilitar a transição do regime diluído para o regime de alta densidade ou saturação, a qual é de maior interesse neste trabalho e, portanto, será melhor discutida mais a frente. É interessante também comentar que no regime de campo médio a equação

JIMWLK recai na equação BK.

Agora, posta a discussão acerca do cenário que as equações de evoluções revelam sobre as partículas nos regimes diluído e denso, bem como, da transição de um para o outro, fica claro que em altas energias (ou em x muito pequenos) as funções de onda hadrônicas são caracterizadas por um grande número de glúons. Trata-se, portanto, de sistemas densos. Para além disso, sabe-se que no regime saturado espera-se a formação de um novo estado da matéria caracterizado por esses sistemas de glúons altamente densos. Tais sistemas, por sua vez, podem ser descritos pela teoria do “Condensado de Vidro de Cor” (*Color Glass Condensate* - CGC) [53], sendo a evolução da distribuição dos glúons dada, na aproximação do campo médio, pela equação de BK.

O CGC é compreendido como uma Teoria de Campo Efetiva (*Effective Field Theory* – EFT) e é estruturado em alguns componentes físicos principais, os quais – foram aludidos ao longo da discussão até aqui e – podem ser descritos de forma condensada nos seguintes pontos: (a) alta densidade de glúons, a qual pode ser descrita de forma adequada classicamente, porque essas densidades têm correspondência com os campos clássicos fortes, fato esse que também informa que o cálculo em pequeno x é adequado classicamente; (b) as equações de grupo de renormalização não linear – é o caso da equação BK – viabilizam as correções quânticas; (c) termos não lineares, os quais dependem da densidade nas equações de evolução do CGC, podem ser interpretados – considerando o quadro e o calibre apropriados – como resultados das recombinação de glúons que, por sua vez, ocasiona a saturação do crescimento da população partônica no interior dos hádrons; (d) as técnicas perturbativas padrões, que funcionam para descrever processos de produção de partículas baseadas na expansão em série de potências do acoplamento forte, perdem efeito para campos de cores fortes. Resumindo, o nome CGC faz referência as principais características do sistema que a teoria descreve: tem “cor”, porque é um sistema composto por glúons; é “vidro”, porque sua dinâmica interna está congelada, isto é, o sistema como um todo não varia durante as escalas de tempo envolvidas no espalhamento; é “condensado”, porque o sistema se caracteriza por um grande número de ocupação e fortes campos coloridos clássicos. Uma das consequências mais importantes do CGC – em particular para este trabalho – é que ele prediz que os pártons na função de onda dos hádrons podem ser caracterizados por um momento da ordem da escala de saturação, a qual pode flutuar evento a evento e que cresce com a energia e com o número atômico.

3.3 Espalhamento inelástico profundo na representação de dipolos

Dada a ocorrência de um importante crescimento do número de glúons, próximo à região saturada espera-se que as equações de evolução lineares percam poder preditivo e,

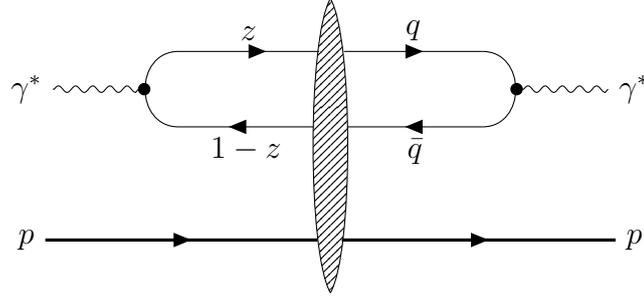


Figura 15 – Amplitude de espalhamento do DIS na representação de dipolos de cor.

portanto, faz-se necessário levar em conta equações de evolução não lineares. Isso implica em dizer que, no regime de altas densidades de glúons, ocorrem múltiplas interações entre os pártons do projétil e os pártons do alvo, inviabilizando que a descrição desse quadro seja feita através das distribuições de glúons usuais, isto é, $xg(x, Q^2)$. Agora, considerando processos de espalhamento de uma colisão a altas energias qualquer, as interações projétil-alvo podem ser descritas dentro da representação de dipolos, o qual tem relação estreita com as funções de distribuição de glúons do próton. Nesse sentido, esta seção será dedicada a apresentar os aspectos fundamentais que compõem a seção de choque de dipolo. Antes de iniciar, é preciso informar que as discussões e os cálculos que se seguem são principalmente fundamentados e dialogam com as Referências [33, 70], bem como, as referências indicadas ao longo do texto.

Frente as limitações das equações de evolução lineares, entra em ação a chamada “abordagem de dipolos de cor” [71, 72, 73, 74], que é capaz de descrever as múltiplas interações projétil-alvo oriundas de colisões a altas energias. Assim sendo, o formalismo de dipolo de cor é uma ferramenta útil para estudar o Espalhamento Inelástico Profundo no regime de pequeno x , particularmente no referencial de repouso do próton, isto é, referencial de dipolo. O diagrama dado na Figura 15 ajuda a compreender o modelo de dipolos aplicado a amplitude elástica do espalhamento γ^*p : tomando $x \rightarrow 0$, o fóton incidente carrega energia suficiente para gerar um par quark-antiquark, ou seja, ele é capaz de originar um dipolo de cor (de tamanho r no plano transversal); após um tempo suficientemente longo esse dipolo colide com o alvo, o qual está a uma distância suficientemente grande; durante o processo de espalhamento, o tamanho do dipolo pode ser considerado fixo, desde que o tempo de interação dipolo-alvo seja muito mais curto do que o tempo de vida do par; isso permite interpretar a seção de choque do DIS, a qual está relacionada com a amplitude elástica pelo teorema ótico [75], como o espalhamento de um dipolo $q\bar{q}$ com um núcleon, onde é a seção de choque σ_{dip} quem descrevendo a interação.

Para dar sequência, é preciso determinar algumas quantidades. Primeiro, o quadrimomento do fóton que, considerando o referencial de repouso do alvo, é dado por $q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2})$, com $\nu = k - k'$ (observando que k é momento do quark e k' do

antiquark) e lembrando que $Q^2 = -q^2$ (vide Equação (2.10)). Também, considerando as variáveis do cone de luz (q^+, k, k_T) – introduzidas no Apêndice A –, os momentos do fóton virtual, do quark e do antiquark podem ser, respectivamente, expressos nas formas

$$q = \left(q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, 0 \right), \quad k = \left(zq^+, \frac{k^2}{2zq^+}, k_T \right) \quad \text{e} \quad k' = \left[(1-z)q^+, \frac{k^2}{2(1-z)q^+}, k_T \right], \quad (3.7)$$

onde z e $(1-z)$ são, respectivamente, a fração de momento do fóton que o quark e o antiquark carregam. Com isso, a massa invariante do dipolo pode ser expressa por

$$M^2 = (k + k')^2 = \frac{k^2}{z(1-z)}. \quad (3.8)$$

Agora, considerando o princípio da incerteza, o tempo de vida do par $q\bar{q}$ é estimado por

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E}, \quad (3.9)$$

sendo $\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*}$, com

$$E_{par} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[q^+ + \frac{k^2}{2z(1-z)q^+} \right] \quad \text{e} \quad E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right]. \quad (3.10)$$

Assim, com as duas últimas expressões, ΔE pode ser reescrito por

$$\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*} = \frac{1}{2q^+\sqrt{2}} \left[Q^2 + \frac{k^2}{z(1-z)} \right] = \frac{Q^2 + M^2}{2q^+\sqrt{2}} \approx \frac{Q^2}{q^+\sqrt{2}} = m_N x, \quad (3.11)$$

observando que o último passo na expressão acima é dado tomando $Q^2 \geq M^2$. Agora, o tempo de vida do par, dado na Equação (3.9), pode ser reescrito na forma

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x}. \quad (3.12)$$

Então, para $x \rightarrow 0$, o tempo de vida do par é muito maior que o tempo característico de interação, o qual seria da ordem de $\tau_{int} \sim R_p$. Com R_p sendo o raio do alvo – que neste caso seria um próton. Disso, sucede uma interpretação do DIS na região de pequeno x : o espalhamento de um dipolo de cor $q\bar{q}$ com um núcleon.

Continuando o desenvolvimento da representação de dipolos de cor, agora, será introduzida a descrição dos processos inclusivos para que, em seguida, se possa fazer uma descrição da seção de choque do espalhamento inclusivo fóton-próton de acordo com o formalismo de dipolos de cor. Para tanto, primeiro, é proveitoso representar a matriz de transição que descreve o espalhamento elástico e o difrativo de um hádron N , considerando a suposição de que a amplitude de espalhamento seja puramente imaginária, isto é, $T = iD$ (com D sendo real). Também, uma base de estados hadrônicos $|i\rangle$, será levada em conta, com os mesmos números quânticos. Além disso, vale observar que o espalhamento difrativo funciona levando um desses estados para outro, enquanto que o espalhamento elástico leva cada estado em si próprio. Dessem modo, $D_{ik} = \langle k|D|i\rangle$ especifica a amplitude para a

transição difrativa $|i\rangle \rightarrow |k\rangle$, sendo que os elementos da diagonal $D_{ii} = \langle i|D|i\rangle$ caracterizam as amplitudes elásticas [70]. A parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica, que é dada pelo teorema ótico [75], e a seção de choque total podem ser relacionadas por

$$\sigma_\alpha \equiv \sigma_{tot.}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im}[\langle \alpha|iD|\alpha\rangle] = \frac{1}{s} \text{Im}[i\langle \alpha|\alpha\rangle d_\alpha] = \frac{1}{s} d_\alpha, \quad (3.13)$$

observando que aqui foi introduzido o conjunto completo de auto-estados de D : $D|\alpha\rangle = d_\alpha|\alpha\rangle$, onde o autovalor d_α proporcional à seção de choque total para o espalhamento αN , isto é, é proporcional à σ_α .

Expandindo os estados físicos $|i\rangle$ e $\langle k|$ em termos das suas respectivas bases $|\alpha\rangle$ e $\langle\beta|$ de auto-estados de D , resulta, respectivamente, nas formas

$$|i\rangle = \sum_\alpha |\alpha\rangle \langle \alpha|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} |\alpha\rangle \quad \text{e} \quad \langle k| = \sum_\beta \langle k|\beta\rangle \langle \beta| = \sum_\beta c_{k\beta}^* \langle \beta|, \quad (3.14)$$

com as quais os elementos de matriz do operador D podem ser expressos por

$$\begin{aligned} D_{ik} = \langle k|D|i\rangle &= \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta|D|\alpha\rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta|\alpha\rangle d_\alpha \\ &= \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \delta_{\alpha\beta} d_\alpha = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{k\alpha}^* d_\alpha, \end{aligned} \quad (3.15)$$

e a amplitude elástica (elementos da diagonal) por

$$D_{ii} = \langle i|D|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* d_\alpha = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 d_\alpha. \quad (3.16)$$

Assim, observando a Equação (3.13) para o espalhamento iN , a seção de choque total passa a ser expressa por

$$\sigma_{tot.}^{iN} = \frac{1}{s} D_{ii} = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \frac{d_\alpha}{s} = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \sigma_\alpha. \quad (3.17)$$

É conhecido que, dado um operador \mathcal{O} , o valor esperado do mesmo no estado $|i\rangle$ é determinado por $\langle \mathcal{O} \rangle \equiv \langle i|\mathcal{O}|i\rangle$, e expandindo nos auto-estados de D obtém-se

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_\alpha \sum_\beta \langle i|\beta\rangle \langle \alpha|\mathcal{O}|\beta\rangle \langle \beta|i\rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha|\mathcal{O}|\beta\rangle. \quad (3.18)$$

Enquanto que, se \mathcal{O} é um operador diagonal na base $|\alpha\rangle$, resulta que

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* \langle \alpha|\mathcal{O}|\alpha\rangle = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \mathcal{O}_\alpha. \quad (3.19)$$

Logo, comparando a Equação (3.17) com a Equação (3.19), um resultado interessante é obtido:

$$\sigma_{tot.}^{iN} = \langle \sigma_\alpha \rangle. \quad (3.20)$$

A Equação (3.20) traz que: a seção de choque de um espalhamento iN é o valor esperado da seção de choque da interação do auto-estado α com o alvo.

Com o formalismo introduzido, agora, ele pode ser usado para descrever o DIS em termos do dipolo de cor. Em tal formalismo, o auto-estado $|\alpha\rangle$ – há pouco comentado – é identificado como sendo o estado de Fock $|q\bar{q}\rangle$, o qual – conforme discussão realizada no início da seção – é o estado advindo da flutuação do fóton e é quem interage com o alvo. Além disso, o σ_α passa a ser a seção de choque do espalhamento dipolo-próton, ou seja, $\sigma_{dip}(x,r)$. Quanto ao valor esperado de σ_α (ou, conforme comentário anterior, σ_{dip}), ele pode ser expresso pela soma dos dipolos de diferentes tamanhos e com qualquer fração de momento do fóton; portanto, entre q e \bar{q} , de $z = 0$ a $z = 1$. Desse modo, com essas informações em mente e atentando que é preciso considerar a mediação efetuada pela função de onda do fóton, a seção de choque no formalismo em pauta pode ser declarada na forma

$$\langle\sigma_{L,T}^{dip}(x,Q^2)\rangle = \int_0^1 dz \int d^2r |\Psi_{L,T}(z,r)|^2 \sigma_{dip}(x,r). \quad (3.21)$$

com r sendo o raio transversal do par $q\bar{q}$, z e $\bar{z} = (1 - z)$ seriam respectivamente as frações de momento do fóton carregada pelo quark e do fóton carregado pelo antiquark, $\Psi_{L,T}$ é a função de onda que descreve a flutuação do fóton em um dipolo de cor. Quanto ao termo $|\Psi_{L,T}(z,r)|^2$, ele pode ser expresso em termos das funções de Bessel modificadas do segundo tipo, ou seja, K_0 e K_1 , por

$$|\Psi_L(z,r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 \bar{z}^2 K_0^2(\epsilon r) \quad (3.22)$$

e

$$|\Psi_T(z,r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [(z^2 + \bar{z}^2)\epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r)], \quad (3.23)$$

observando que $\epsilon^2 = Q^2 z\bar{z} + m_f^2$, e que as identificações L e T representam, respectivamente, a polarização longitudinal e transversal do fóton. As Equações (3.22) e (3.23) são, portanto, as probabilidades do fóton virtual flutuar em um par $q\bar{q}$. Ainda sobre a expressão (3.21), ela também carrega a quantidade $\sigma_{dip}(x,r)$, que é a seção de choque da interação dipolo-alvo e é dada por

$$\sigma_{dip}(x,r) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2k}{k^4} \alpha_S f(x,k^2) (1 - e^{ik \cdot r}), \quad (3.24)$$

quanto a quantidade $f(x,k^2)$, que é a distribuição gluônica não integrada, ela se relaciona com a distribuição gluônica usual por meio de

$$f(x,k^2) = \frac{\partial g(x,k^2)}{\partial \ln k^2}. \quad (3.25)$$

É interessante notar que a última expressão indica que a seção de choque de dipolo carrega consigo a dinâmica do processo. Dando mais um passo, agora, considerando o limite de pequenos dipolos, a expressão para o termo $\sigma_{dip}(x,r)$ da Equação (3.21) é reduzida para

$$\sigma_{dip}(x,r) \sim r^2 \alpha_S(r) x g(x, 1/r^2). \quad (3.26)$$

Antes de prosseguir, ainda sobre a Equação (3.21), é pertinente informar que os trabalhos de Nikolaev e Zakharov [71, 72, 73] e posteriormente Mueller [74, 76, 77] mostram que a Equação (3.21), bem como, a própria abordagem de dipolo de cor, são de fato válidas.

3.4 Equação de evolução de Balitsky-Kovchegov

A equação de Balitsky-Kovchegov descreve a evolução em x – portanto, em rapidez, porque $Y = \ln(x_0/x)$ (com x_0 sendo o valor inicial de x) – da amplitude de espalhamento $\mathcal{N}(r,b,Y)$ de um dipolo (quark-antiquark) no alvo. Sendo $r \equiv r_T$ o tamanho transversal e b parâmetro de impacto. Comumente, faz-se a “separação” da dependência do parâmetro de impacto de \mathcal{N} , isto é, considera-se uma forma fatorizada do seguinte modo: $\mathcal{N}(r,b,Y) = \mathcal{N}(r,Y)S(b)$, com a dependência em b contida na função S . Com isso, e utilizando o resultado encontrado no Apêndice A – que é dedicado a dedução da equação BK –, uma forma independente do parâmetro de impacto [78, 79] pode ser escrita por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{N}(r,Y)}{\partial Y} &= \int d^2r_1 K(r,r_1,r_2) \\ &\times [\mathcal{N}(r_1,Y) + \mathcal{N}(r_2,Y) - \mathcal{N}(r,Y) - \mathcal{N}(r_1,Y)\mathcal{N}(r_2,Y)], \end{aligned} \quad (3.27)$$

com as quantidades r_1 e r_2 sendo dadas em termos das localizações do quark e do antiquark: $b = (x+y)/2$, $r = r_T = x - y$, $r_1 = r'_T = x - z$ e $r_2 = r_T - r'_T = y - z$. Aqui, x é a posição do quark e y a posição do antiquark em relação ao centro do alvo no espaço transversal. O termo $K(r,r_1,r_2)$ é chamado de *Kernel* da equação BK e calcula a probabilidade de novas emissões de glúons pelo par $q\bar{q}$. Em LO esse termo é dado por

$$K(r,r_1,r_2) = \frac{\alpha_S N_c}{2\pi} \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2}. \quad (3.28)$$

Além disso, antes de seguir, é proveitoso apresentar uma interpretação probabilística para a equação BK: evoluindo em rapidez, o dipolo (de final (x, y)) emite um glúon que, no limite de grande N_c , é correspondente a um par $q\bar{q}$. Portanto, o aumento da energia (o mesmo que evoluir em rapidez) resulta em dois novos dipolos (esses, com finais (x, z) e (z, y)). Observa-se que, na Equação (3.27), o *Kernel* $K(r,r_1,r_2)$ é multiplicado pela probabilidade de derivar os dois novos dipolos $\mathcal{N}(r_1,Y)$ e $\mathcal{N}(r_2,Y)$ e a probabilidade do espalhamento com o dipolo inicial $\mathcal{N}(r,Y)$ é subtraída. É preciso ter em conta que a probabilidade de ambos espalharem simultaneamente é dada por $\mathcal{N}(r_1,Y) + \mathcal{N}(r_2,Y)$, portanto, faz-se necessário considerar também a subtração do termo não linear $\mathcal{N}(r_1,Y)\mathcal{N}(r_2,Y)$ para evitar uma contagem dupla. Esse modo de evolução é compreendido como um “impulso” em $Y = \ln(x_0/x)$, portanto, em energia [78, 79] e está representado na Figura 16.

Tomar α_S como sendo constante – conforme feito na dedução da equação BK no Apêndice A – resulta na equação BK como uma aproximação logarítmica para a soma de potências de $\alpha_S \ln(1/x)$ [80], ou seja, trata-se da equação BK em ordem dominante (vide Equação (3.27)). No entanto, considerando uma correção na Próxima Ordem Dominante (*Next-to-Leading Order* - NLO), isto é, o acoplamento forte em execução, ocorrem impactos significativos em vários observáveis. Nesse sentido, é importante considerar as contribuições que proporcionam a evolução de α_S . Portanto, é relevante conhecer o acoplamento variável na equação BK.

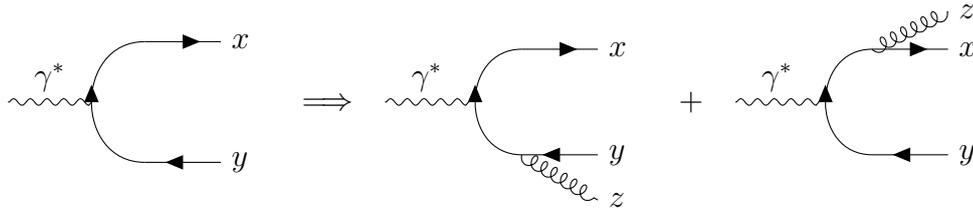


Figura 16 – Representação da evolução do par $q\bar{q}$, no limite de grande N_c , de acordo com a equação BK.

O cálculo das bolhas de quarks na linhas gluônicas fornece a parte do acoplamento variável da equação BK no Próximo termo Logarítmico Dominante (*Next-to-Leading Logarithm* - NLL). Com isso, e tendo em mente que a equação BK pode ser escrita em termos do elemento da matriz de espalhamento dipolo-hádron S através da relação $S = 1 - N$, a equação BK pode ser alterada na forma

$$\frac{\partial S(r, Y)}{\partial Y} = \mathcal{R}[S] - \mathcal{S}[S], \quad (3.29)$$

a qual denota a equação rcBK. Onde o termo $\mathcal{R}[S]$ abarca o caso em LO, bem como, o *loop* de quark, portanto, esse termo considera as correções de acoplamento variável e é dado por

$$\mathcal{R}[S(r, Y)] = \int d^2 z K(r, r_1, r_2) [S(r_1, Y) S(r_2, Y) - S(r, Y)]. \quad (3.30)$$

Enquanto que o termo $\mathcal{S}[S]$ acolhe os glúons flutuando em um par $q\bar{q}$, portanto, esse termo contém as partes não consideradas pelas correções de acoplamento variável. Sendo referido como “contribuição de subtração” (ou “termo de subtração”) e pode ser expresso por

$$\begin{aligned} \mathcal{S}[S(r, Y)] &= \alpha_\mu^2 \int d^2 z d^2 z' K_{(1)}(x, y; z, z') \\ &\quad \times [S(x - \omega, Y) S(\omega - y, Y) - S(x - z, Y) S(z' - y, Y)], \end{aligned} \quad (3.31)$$

sendo α_μ a constante de acoplamento, ω um termo que depende do esquema de subtração usado e $K_{(1)}$ é o chamado *Kernel* JIMWLK.

O *Kernel* $K(r, r_1, r_2)$ da Equação (3.30) carrega as modificações da equação. O desenvolvimento desses cálculos para NLL foi realizado por Balitsky em [81], e também por Kovchegov e Weigert em [82]. No primeiro, o *Kernel* do acoplamento em execução é dado por

$$K^{Bal.} = \frac{N_c \alpha_S(r^2)}{2\pi^2} \left[\frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{1}{r_1^2} \left(\frac{\alpha_S(r_1^2)}{\alpha_S(r_2^2)} - 1 \right) + \frac{1}{r_2^2} \left(\frac{\alpha_S(r_2^2)}{\alpha_S(r_1^2)} - 1 \right) \right], \quad (3.32)$$

onde a escala dominante seria a menor de r^2, r_1^2 e r_2^2 , logo, o menor valor possível é dado ao acoplamento, o que implica em uma velocidade de evolução menor para o caso da solução de Balitsky. Quanto à prescrição de Kovchegov e Weigert, o *Kernel* é escrito na forma

$$K^{KW} = \frac{N_c}{2\pi^2} \left[\frac{\alpha_S(r_1^2)}{r_1^2} - 2 \frac{\alpha_S(r_1^2) \alpha_S(r_2^2)}{\alpha_S(R)} \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{\alpha_S(r_2^2)}{r_2^2} \right], \quad (3.33)$$

com

$$R^2 = r_1 r_2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^a, \quad a = \frac{r_1^2 + r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} - 2 \frac{r_1^2 r_2^2}{r_1 \cdot r_2 r_1^2 - r_2^2}. \quad (3.34)$$

Ocorre que esse suposto desacordo entre os *Kernels*, dados nas Equações (3.32) e (3.33), se dá pela possibilidade de realizar a inclusão da correção do acoplamento em execução de modos diferentes no *Kernel* da equação BK. No entanto, ambas as predições concordam quando uma análise numérica é realizada incluindo os termos de subtração, conforme mostra a Referência [83]. Além disso, nesse estudo em específico, os autores mostram que a prescrição K^{Bal} funciona minimizando a contribuição do termo de subtração e, portanto, considerando grandes valores de rapidez ele pode ser negligenciado. Por outro lado, esse termo de subtração é numericamente importante para valores de rapidez não tão grandes, mas ocorre que ainda que se negligencie o termo de subtração é possível obter uma boa descrição dos dados experimentais para essa região de valores de rapidez moderadas. Ainda, o acoplamento forte no *Kernel* rcBK, para um certo número de sabores de quarks N_f (aqui é 3) e número de cores (aqui é 3) na escala dada por r^2 , é dado por

$$\alpha_S(r^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(4C^2/r^2 \Lambda_{QCD}^2)}, \quad (3.35)$$

onde o fator adimensional C^2 pode ser entendido como um parâmetro de ajuste e retrata a incerteza da transformada de Fourier no espaço de momento, aqui as correções do acoplamento variável são calculadas, para o espaço de coordenadas [84].

Agora, voltando as atenções para a Equação (3.27), observa-se que se trata de uma equação integro-diferencial onde a solução leva a amplitude de espalhamento, e isso vale para qualquer valor de rapidez ($y > 0$) caso se conheça a condição inicial, isto é, a amplitude de espalhamento dipolo-hádron em $y = 0$. É importante saber que a condição inicial é de origem não perturbativa e pode ser modelada [85]. Há na literatura diferentes modelos de dipolos e alguns deles descrevem bem os dados experimentais. Por outro lado, a precisão dos dados atuais não permite afirmar qual modelo retrata melhor a realidade. No entanto, futuros colisores de elétrons-íons podem colaborar de forma enfática para que se consiga diferenciar os modelos. Nesse sentido, para completar a coleta dos ingredientes que serão usados posteriormente é preciso especificar as condições iniciais para a equação de evolução rcBK.

Iniciando pela seção de choque de dipolo, a qual foi primeiramente dada por Golec-Biernat e Wüsthoff [86]. Aqui, seguindo a Referência [78], a dimensão anômala γ será adicionada e isso leva a escrever o modelo GBW na forma

$$\mathcal{N}^{GBW}(r, x = x_0) = 1 - \exp \left[- \frac{(r^2 Q_{s0}^2)^\gamma}{4} \right]. \quad (3.36)$$

Outro modelo usual é o de McLerran e Venugopalan [87], o qual é expresso por

$$\mathcal{N}^{MV}(r, x = x_0) = 1 - \exp \left[- \frac{(r^2 Q_{s0}^2)^\gamma}{4} \ln \left(\frac{1}{r \Lambda_{QCD}} + e \right) \right]. \quad (3.37)$$

Tabela 3 – Parâmetros para as amplitudes de espalhamento consideradas neste trabalho.

Tipo de ajuste	$Q_{s,0}^2$ (GeV ²)	Dimensão anômala	Identificação
MV	0,157	1,101	g1.101 (MV)
MV	0,1597	1,118	g1.118 (MV)
GBW	0,24	1	g1 (GBW)

Ambos os modelos serão utilizados neste trabalho. Logo, é interessante destacar alguns comentários acerca dos parâmetros que aparecem nas Equações (3.36) e (3.37): $Q_{s,0}$ é a escala de saturação no maior valor de x considerado ($x_0 = 0.01$); Λ é o corte infravermelho da seção de choque dipolo-núcleo no nível de troca de dois glúons ou no limite semiclássico; γ é o parâmetro adicional que funciona controlando a queda da amplitude de dipolo com o aumento de r . Observando que nas formas originais dos modelos GBW e MV tem-se que $\gamma = 1$. Além disso, modificar a dimensão anômala impacta principalmente na forma da Distribuição Não Integrada de Glúons (*Unintegrated Gluon Distribution* - UGD) para valores de momento transversal grandes. Portanto, espera-se que diferentes valores de γ resultam em diferenças significativas das distribuições de momento transversais [88]. Em particular, neste trabalho, para a solução da equação BK serão assumidos três diferentes conjuntos de condições iniciais para investigar o papel da dinâmica não linear da QCD: um conjunto do tipo GBW e dois conjuntos ao modo MV [78, 89], conforme detalhamento dado na Tabela 3.

Na Figura 17 consta uma comparação entre as previsões para a transformada de Fourier da amplitude do espalhamento dipolo fundamental derivada considerando as diferentes condições iniciais introduzidas há pouco. Os resultados aqui apresentados são para diferentes valores de $Y = \ln(x_0/x)$, com $x_0 = 0,01$, o que implica que $Y = 0$ referem-se às condições iniciais. Observa-se que as previsões são semelhantes para pequenos Y , mas suas previsões para grandes momentos transversais começam a ser diferentes com o aumento de Y , determinado pela evolução do rcBK. Além disso, o pico ocorre em valores maiores de p_T , o que está diretamente associado ao aumento da escala de saturação em valores menores de x . Tais resultados indicam que as previsões derivadas usando as condições iniciais g1 (GBW) e g1.118 (MV) deverão ser semelhantes, diferindo do g1.101 (MV) em grande momento transversal.

3.5 Produção de partículas no Condensado de Vidro de Cor

Nesta seção serão apresentados alguns resultados da produção de partículas utilizando os formalismos que estão no escopo da teoria do Condensado de Vidro de Cor, especificamente, a fatorização k_T e o formalismo híbrido – já introduzidos anteriormente. Observando que, considerando colisões a altas energias, as partículas produzidas na região

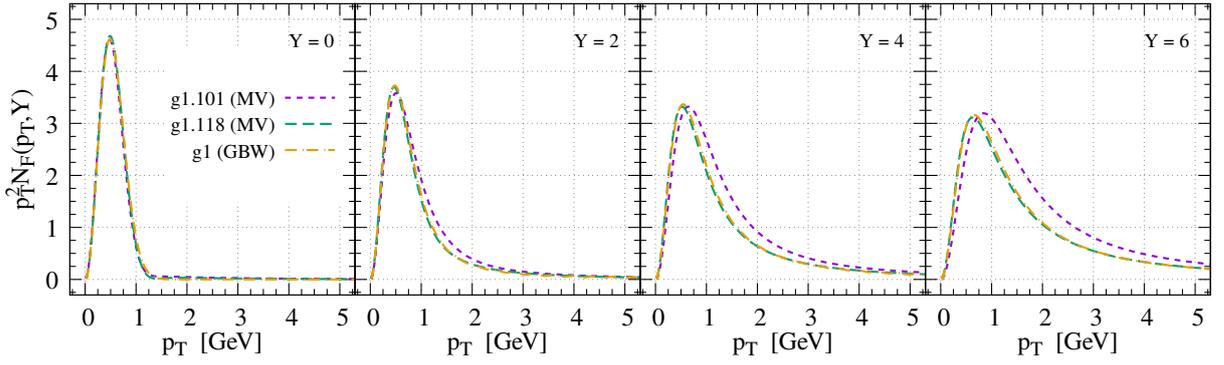


Figura 17 – Comparação entre as previsões para a transformada de Fourier da amplitude de espalhamento de dipolo (fundamental), considerando diferentes valores de $Y = \ln(x_0/x)$ e diferentes condições iniciais para a equação rcBK.

central de rapidez ($|y| \lesssim 2$) advém da colisão de hádrons densos, isto é, nesse caso, tanto o projétil quanto o alvo são provados com frações muito pequenas de momento ($x_{1,2} \lesssim 0,01$). Para essa região cinemática, de acordo com a teoria efetiva do CGC, a fatorização k_T seria uma abordagem apropriada para a descrição da dinâmica da produção de partículas. Por outro lado, quando os hádrons são produzidos na região frontal de rapidez ($|y| \gg 2$), o cenário é outro: o projétil é provado com grandes valores de momento ($x_1 \gg 0,01$), portanto, na sua região de fragmentação; e o alvo é provado com valores de momento muito menores ($x_2 \ll 0,01$), o que informa estar dentro da região de saturação. Também é preciso apontar que para o caso nuclear, neste trabalho, vale a parametrização $Q_{s,A}^2 = N_{part.} Q_{s,p}^2$, com $N_{part.} = \sum_{i=1}^A \Theta[\sqrt{\sigma_0/\pi} - |b - r_i|]$ [89], sendo que σ_0 é a área transversal e A denota o número de massa atômica do núcleo. Com as reservas dadas neste parágrafo, a seguir, serão apresentadas previsões como exemplos da aplicação dos formalismos para o regime saturado. Em particular, colisões centrais no LHC e frontais no RHIC.

Nas Figuras 18 e 19 estão os resultados da produção de partículas carregadas na região de rapidez central com a utilização da fatorização k_T . Especificamente, foi realizado o cálculo da seção de choque em função do momento transversal p_T da produção de hádrons carregados, usando a parametrização CT14 [38] em NLO para as PDFs, a parametrização KKP [46] para as FFs e a UGD g1.118 (MV) – já apresentada na Tabela 3. A Figura 18 mostra os resultados para colisões pp considerando $\eta = 0$. No painel à esquerda, está a projeção dos cálculos para $\sqrt{s} = 7$ TeV comparada com os dados experimentais da Colaboração CMS [90, 91]. No painel à direita, está a projeção para 13 TeV em comparação com os dados da Colaboração ATLAS [92]. A Figura 19 apresenta resultados para colisões próton-núcleo ($p + Pb$), com $A = 208$, para diferentes intervalos de pseudo-rapidez ($\eta = 0, 0,55$ e $1,05$) a 5,02 TeV e comparados com os dados experimentais da Colaboração ALICE [93]. Em todos os casos é possível perceber que as projeções descrevem bem os dados, desde que se considere um fator multiplicativo K . Esse fator desempenha a função de emular as correções além da ordem dominante.

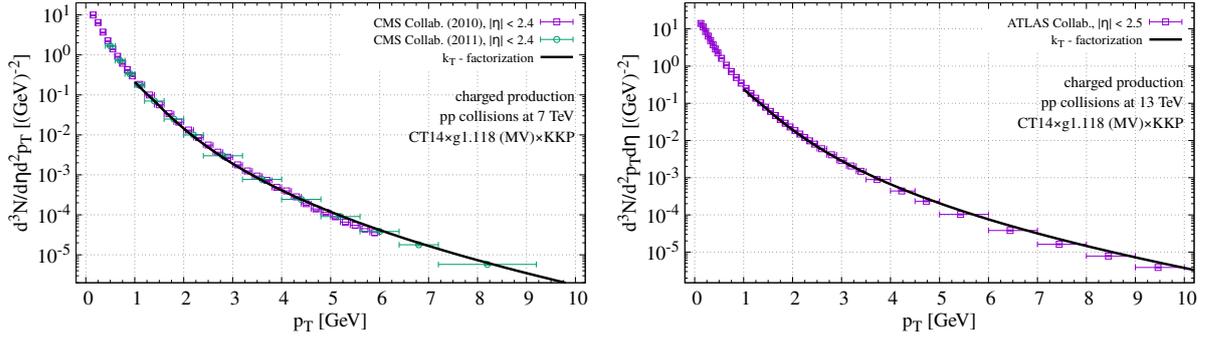


Figura 18 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados, para colisões pp a (painel à esquerda) 7 e (painel à direita) 13 TeV na região central de rapidez ($\eta = 0$). Cada caso é multiplicado, respectivamente, pelos fatores $K = 1,6$ e $K = 1,4$ e comparado com os dados experimentais das Colaborações (painel à esquerda) CMS [90, 91] e (painel à direita) ATLAS [92].

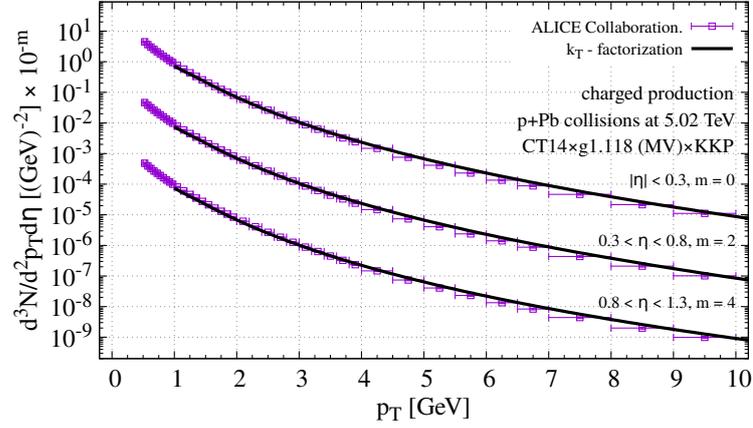


Figura 19 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados, para colisões $p + Pb$ a 5.02 TeV na região central de rapidez ($\eta = 0, 0,55$ e $1,05$). Cada caso é multiplicado, respectivamente, pelos fatores $K = 1,4, 1,6, 1,8$ e é comparado com os dados experimentais da Colaboração ALICE [93].

Os gráficos apresentados na Figura 20 são exemplos da utilização do formalismo híbrido, onde são apresentados cálculos da seção de choque em função do momento transversal p_T da produção de hádrons carregados e píons (especificamente π^0 , que é composto pela combinação $u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$) em colisões (painel à esquerda) pp e (painel à direita) próton-ouro ($p + Au$), considerando a energia de 200 GeV, na região de rapidez frontal (em particular, para $\eta = 2,2, 3,2, 4,0$). Os resultados são confrontados com os dados experimentais das Colaborações BRAHMS [94] e STAR [95]. Assim como no caso anterior, os cálculos aqui realizados fazem uso das PDFs CT14 em NLO, das FFs KKP e da UGD g1.118 (MV). É possível notar que no primeiro painel, para colisões pp , há concordância entre os pontos experimentais e a curva teórica para os três valores de pseudo-rapidez observados; enquanto que no segundo painel, das colisões $p + Au$ (com $A = 197$), as projeções descrevem bem os pontos no caso que considera o menor valor de pseudo-rapidez,

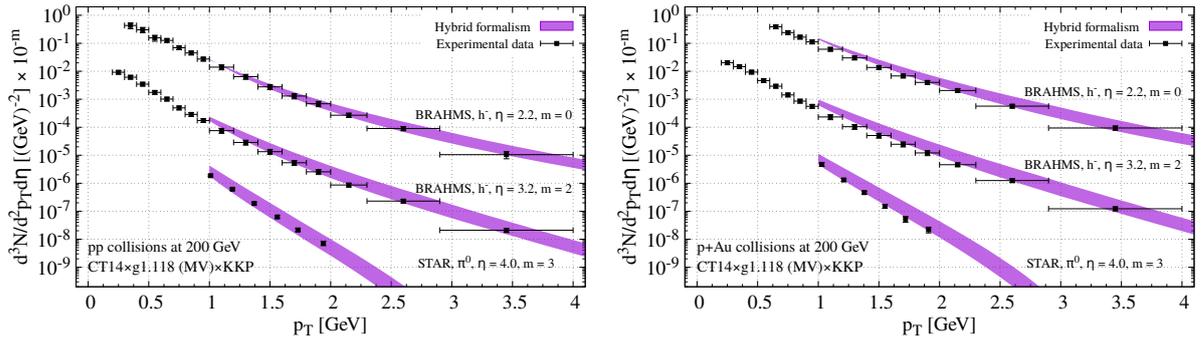


Figura 20 – Espectros de momento transversal da produção de hádrons carregados e π^0 , para colisões (painel à esquerda) pp e (painel à direita) $p + Au$ a 200 GeV na região frontal de rapidez ($y = 2,2, 3,2$ e 4). Cada caso é comparado com os dados experimentais das Colocações BRAHMS [94] e STAR [95].

mas a medida que se considera maiores valores de η ocorre uma leve superestimação, que se acentua um pouco mais em $\eta = 4.0$. Além disso, fica claro que não há a necessidade de parâmetros livres adicionais, ou seja, nenhum fator K foi imposto nos cálculos, o que contrasta com a abordagem da fatorização k_T que – conforme observado há pouco – pede a inclusão desse fator. Também é importante destacar a existência da incerteza na escala de fatorização do processo, em função disso – e porque, neste trabalho, será dado maior foco no formalismo híbrido –, aqui a banda de incerteza foi construída considerando os limites $\mu^2 = 0,25Q^2$ e $\mu^2 = 4Q^2$.

3.6 Conclusões

A discussão, neste capítulo, é iniciada com a questão das fatorizações e as respectivas seções de choque. Em seguida, no mapeamento da estrutura dos pártons, fica compreendido que equações lineares, como a DGLAP e a BFKL, governam a evolução na região linear, enquanto que equações não lineares como, por exemplo, a equação BK proporciona a “travessia” entre o regime linear e o não linear, bem como, a descrição do regime saturado. Tendo compreendido que no regime saturado espera-se a formação de um novo estado da matéria e que, pelas características desse estado ele é denominado como CGC, neste capítulo, foram apresentados dois formalismos, distintos e complementares, que estão no escopo da teoria efetiva CGC e que são capazes de descrever a produção de partículas a depender da região cinemática: a fatorização k_T e o formalismo híbrido. Em ambas as abordagens os hádrons são descritos através da sua respectiva UGD, isso é válido para quando são provados no regime de grandes densidades partônicas e pequenos valores de momento. Nesse sentido, este capítulo introduz o debate acerca do meio denso e a formação do CGC e, finalmente, apresenta a equação BK. Além disso, apresenta uma correção NLO para a equação BK, especificamente, a inserção do acoplamento variável; um ingrediente importante para explicar a dependência de x dos dados disponíveis na literatura. Ocorre

que a equação BK em NLO continua sendo tema de discussões e há diferentes propostas de formulações para o *Kernel* da mesma. Nessas propostas são considerados diferentes modos de aproximação, bem como, a variável de acoplamento. Finalmente, considerando que a equação BK é apresentada em uma forma integro-diferencial e que há abertura para a utilização de diferentes condições iniciais, são apresentadas as condições iniciais chamadas GBW e MV, as quais são usados neste trabalho.

Agora, os elementos fundamentais para o desenvolvimento de investigações sobre a produção de partículas no escopo do CGC já estão expostos e discutidos. Com esses conhecimentos, nos próximos capítulos, serão apresentados os resultados encontrados no estudo da produção de partículas na região frontal de rapidez, bem como, da multiplicidade de diferentes estados finais considerando a teoria do CGC, particularmente, o formalismo híbrido.

4 PRODUÇÃO DE MÉSONS PESADOS NA REGIÃO FRONTAL

A produção de quarks pesados em colisões hadrônicas é considerada uma das principais ferramentas para estudar as propriedades das interações fortes e também uma importante sonda da estrutura partônica do próton em altas energias [96]. O grande valor da massa (aqui denotada por m_q) desse tipo de quark garante a validade dos cálculos perturbativos, e a forte dependência da seção de choque ao comportamento da distribuição dos glúons torna seu estudo um importante modo para sondar a dinâmica da QCD a altas energias. Em particular, o estudo da produção de quarks pesados em rapidez frontal sonda projéteis (no caso, pártons) com grandes frações de momento do cone de luz ($x_1 \rightarrow 1$) e alvos (também pártons) que carregam uma fração de momento muito pequena ($x_2 \ll 1$). Para além disso, conforme discutido no capítulo anterior, acredita-se que a grande densidade de glúons com pequenos valores de x nas funções de onda dos hádrons, a altas energias, modifica a descrição usual da distribuição de glúons em termos da dinâmica linear da equação DGLAP. Isso se dá via inclusão de correções não lineares associadas ao processo físico de recombinação de pártons [53]. No caso onde $Q_s^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$, portanto, para rapidez central, o impacto dos efeitos não lineares é negligenciável. No entanto, como $Q_s^2 \propto e^y$, esses efeitos são potencializados para maiores valores de rapidez e o esperado é a modificação do momento transversal e da distribuição de rapidez. Portanto, em princípio, para a produção de quarks pesados, espera-se que os efeitos não lineares sejam insignificantes para $Q^2 \gg Q_s^2$, com $Q^2 \propto \sqrt{p_T^2 + 4m_q^2}$, onde p_T é o momento transversal do estado pesado. Em contraste, é previsto que tais efeitos modifiquem o comportamento das seções de choque e das distribuições diferenciais quando a escala de saturação passa ser da ordem ou maior que Q^2 (vide, por exemplo, as Referências [97, 98, 99]). Um outro possível novo efeito é a presença de quarks pesados intrínsecos – introduzidos anteriormente – na função onda hadrônica, que aumenta a probabilidade de encontrar um quark pesado com grande fração de momento x_1 (uma revisão detalhada pode ser encontrada na Referência [45]). Assim, este capítulo apresenta um estudo da produção de quarks pesados em colisões próton-próton no LHC, nos regimes onde – espera-se que – a desigualdade $Q_s^2 \gtrsim Q^2$ é satisfeita. Para tanto, na seção seguinte constam os elementos fundamentais do formalismo híbrido para estimar a produção de mésons pesados, e nas outras seções os cálculos das seções de choque considerando os efeitos não lineares serão comparados com os dados da Colaboração LHCb para a produção de mésons D e B em rapidez frontal [100, 101, 102]. Particularmente, observando os espectros de p_T e y , considerando projeções com e sem uma componente intrínseca. Além disso, a distribuição do x de Feynman será estimada,

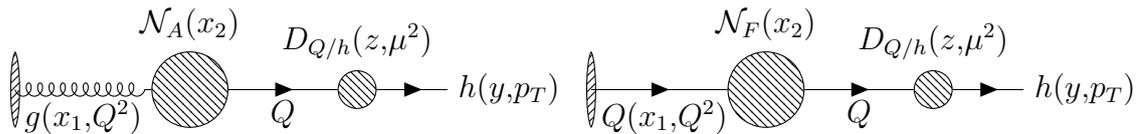


Figura 21 – Representação esquemática da produção de um méson pesado no formalismo híbrido: um glúon (diagrama da esquerda) e um quark pesado (diagrama da direita) do hádron incidente interagem com o alvo e posteriormente ocorre a hadronização no méson pesado.

também, observando o impacto da inclusão de uma componente intrínseca. Destacando que a discussão realizada neste texto é, sobretudo, baseada nas Referências [15, 14].

4.1 Formalismo híbrido para partículas pesadas

Em termos gerais, a determinação da seção de choque da produção de mésons pesados, para rapidez frontal no formalismo CGC, levando em conta as contribuições iniciadas por glúons e quarks (vide esquematização dada na Figura 21), pode ser escrita numa representação simplificada por

$$\sigma(pp \rightarrow hX) \propto g(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_A(x_2) \otimes D_{Q/h} + Q(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_F(x_2) \otimes D_{Q/h}. \quad (4.1)$$

Aqui, as partes representadas são: $g(x_1, Q^2)$ e $Q(x_1, Q^2)$ denotando, respectivamente, as densidades de glúons e quarks do próton (projétil); $D_{Q/h}$ é a função de fragmentação de um quark pesado Q no hádron pesado h (particularmente, os mésons pesados D e B); e as funções $\mathcal{N}_A(x_2)$ e $\mathcal{N}_F(x_2)$ são, respectivamente, as amplitudes de espalhamento adjunta e fundamental, as quais codificam todas as informações sobre o espalhamento hadrônico e, portanto, sobre os efeitos não lineares e quânticos na função de onda do hádron. Conforme introduzido no capítulo anterior, as amplitudes de espalhamento podem ser estimadas resolvendo a equação de Balitsky-Kovchegov para diferentes condições iniciais.

O primeiro termo da Equação (4.1) está associado ao subprocesso $gg \rightarrow Q\bar{Q}$ e é esperado que ele domine a altas energias e rapidez central. Quanto a contribuição iniciada por quarks, em geral, é insignificante. No entanto, considerando rapidez frontal, a produção de mésons pesados é dominada por colisões assimétricas, isto é, com o projétil sendo provado com grandes frações de momento e o alvo com frações de momento muito pequena. Consequentemente, além dos efeitos de pequenos x no alvo, provenientes dos aspectos não lineares da QCD, espera-se também a contribuição dos efeitos de grandes x no projétil e – conforme já adiantado – um dos possíveis novos efeitos é a presença de quarks pesados intrínsecos na função onda hadrônica. Tais aspectos serão explorados nas duas seções seguintes. Para tanto, antes, é preciso apresentar os elementos fundamentais da produção

de um méson pesado, considerando o formalismo híbrido. Isso será feito em duas partes, primeiro focando na produção iniciada por glúons e em seguida por quarks. Em particular, a discussão aqui realizada segue as abordagens discutidas nas Referências [103, 104].

i) Produção de mésons pesados iniciada por glúons:

No referencial de dipolo (para rapidez frontal), observando a Equação (4.1), o processo pode ser fatorado em termos da distribuição de glúons do projétil $x_1 g(x_1, Q^2)$, da fragmentação $D_{Q/h}$ de um quark pesado em um hádron pesado e uma parte relativa a produção de quarks pesados. Esta última se dá através do espalhamento glúon-próton, o qual é descrito pela seção de choque do processo $g + p \rightarrow Q\bar{Q}X$. Tal quantidade leva em consideração a flutuação do glúon do projétil em um par $Q\bar{Q}$ e a interação de um sistema incolor de três corpos $gQ\bar{Q}$ com o campo de fundo colorido do próton alvo. Conforme demonstrado na Referência [104], a distribuição diferencial para a produção de um hádron pesado – no caso em particular, o méson D ou o B – com momento transversal p_T e rapidez y pode ser expressa por (vide diagrama à esquerda na Figura 21)

$$\left. \frac{d\sigma_{pp \rightarrow hX}}{dy d^2 p_T} \right|_{\text{glúon}} = \int_{z_{min.}}^1 \frac{dz}{z^2} x_1 g(x_1, Q^2) \int_{\alpha_{min.}}^1 d\alpha \frac{d^3 \sigma_{gp \rightarrow Q\bar{Q}X}}{d\alpha d^2 q_T} D_{Q/h}(z, \mu^2), \quad (4.2)$$

onde z é o momento fracionário do cone de luz do quark carregado pelo méson, α é a fração do momento do glúon carregado pelo quark e $q_T = p_T/z$. Além disso,

$$z_{min.} = \frac{\sqrt{m_h^2 + p_T^2}}{\sqrt{s}} e^y \quad \text{e} \quad \alpha_{min.} = \frac{z_{min.}}{z} \sqrt{\frac{m_Q^2 z^2 + p_T^2}{m_h^2 + p_T^2}}. \quad (4.3)$$

Ainda, a seção de choque diferencial para o processo $g + p \rightarrow Q\bar{Q}X$ é dada por

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \sigma_{gp \rightarrow Q\bar{Q}X}}{d\alpha d^2 q_T} &= \frac{1}{6\pi} \int \frac{d^2 \kappa_T}{\kappa_T^4} \alpha_s(\mu^2) \mathcal{K}_{dip}(x_2, \kappa_T^2) \left\{ \left[\frac{9}{8} \mathcal{H}_0(\alpha, \bar{\alpha}, q_T) - \frac{9}{4} \mathcal{H}_1(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mathcal{H}_2(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) + \frac{1}{8} \mathcal{H}_3(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) \right] + [\alpha \longleftrightarrow \bar{\alpha}] \right\}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

com $\bar{\alpha} = 1 - \alpha$ e as funções auxiliares \mathcal{H}_i sendo definidas por

$$\mathcal{H}_0(\alpha, \bar{\alpha}, q_T) = \frac{m_q^2 + (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2)q_T^2}{(q_T^2 + m_q^2)^2}, \quad (4.5)$$

$$\mathcal{H}_1(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) = \frac{m_q^2 + (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2)q_T \cdot (q_T - \alpha\kappa_T)}{[(q_T - \alpha\kappa_T)^2 + m_q^2](q_T^2 + m_q^2)}, \quad (4.6)$$

$$\mathcal{H}_2(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) = \frac{m_q^2 + (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2)(q_T - \alpha\kappa_T)^2}{[(q_T - \alpha\kappa_T)^2 + m_q^2]^2}, \quad (4.7)$$

$$\mathcal{H}_3(\alpha, \bar{\alpha}, q_T, \kappa_T) = \frac{m_q^2 + (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2)(q_T + \alpha\kappa_T) \cdot (q_T - \bar{\alpha}\kappa_T)}{[(q_T + \alpha\kappa_T)^2 + m_q^2][(q_T - \bar{\alpha}\kappa_T)^2 + m_q^2]}. \quad (4.8)$$

Como na Referência [104], aqui também será assumido que $\mu = p_T$ e que a escala rígida Q^2 é igual ao quadrado da massa invariante do par $Q\bar{Q}$, isto é, $M_{Q\bar{Q}} = 2\sqrt{m_Q^2 + q_T^2}$.

Além disso, $x_{1,2} = (M_{Q\bar{Q}}/\sqrt{s}) e^{\pm y}$. É preciso considerar também que um dos principais ingrediente para estimar a seção de choque diferencial de um méson pesado é a “Distribuição de Momento Transversal” (*Transverse Momentum Distributions* - TMD) do dipolo $\mathcal{K}_{dip.}$, que pode ser expressa em termos da transformada de Fourier da amplitude de espalhamento frontal adjunta \mathcal{N}_A , isto é,

$$\mathcal{K}_{dip.}(x, \kappa_T^2) = \frac{C_F}{(2\pi)^3} \int d^2r e^{-i\kappa_T \cdot r} \nabla_r^2 \mathcal{N}_A(x, r). \quad (4.9)$$

Conseqüentemente, é determinada pela dinâmica da QCD a altas energias. Em particular, no limite de grande N_c , a amplitude de espalhamento adjunto pode ser obtida a partir da amplitude de espalhamento dipolo fundamental \mathcal{N}_F , que é a solução da equação rcBK, usando a relação $\mathcal{N}_A(x, r) = 2\mathcal{N}_F(x, r) - \mathcal{N}_F^2(x, r)$. Em estudos anteriores, a quantidade $\mathcal{K}_{dip.}$ foi estimada desconsiderando os efeitos não lineares e/ou considerando modelos fenomenológicos para descrevê-los. Em contraste, na análise aqui realizada, será considerado $\mathcal{K}_{dip.}$ em termos de soluções da equação de Balitsky-Kovchegov para as três condições iniciais já introduzidas na Tabela 3.

ii) Produção de mésons pesados iniciada por quarks:

Para esta parte, será considerada a abordagem proposta na Referência [105] e rederivada no formalismo híbrido na Referência [106]. A ideia básica é que um quark pesado (o *charm* ou o *bottom*), presente na função de onda do próton incidente, espalha-se com o campo de fundo colorido do próton alvo e então ocorre a sua fragmentação em um méson pesado. O formalismo híbrido implica em uma seção de choque diferencial, para a produção de um hádron pesado h (no caso, um méson D ou um B) com momento transversal p_T na rapidez y , na forma [105]

$$\left. \frac{d\sigma_{pp \rightarrow hX}}{dy d^2p_T} \right|_{quark} = \frac{\sigma_0}{2(2\pi)^2} \int_{x_F}^1 dx_1 \frac{x_1}{x_F} \left[Q(x_1, Q^2) \tilde{\mathcal{N}}_F \left(\frac{x_1}{x_F} p_T, x_2 \right) D_{Q/h} \left(z = \frac{x_F}{x_1}, \mu^2 \right) \right], \quad (4.10)$$

onde $x_1 Q(x_1, Q^2)$ é a distribuição de quarks do projétil, $D_{Q/h}$ denota a fragmentação de um quark em um hádron pesado e $\tilde{\mathcal{N}}_F$ é a transformada de Fourier da amplitude fundamental do espalhamento frontal. Essa última quantidade é determinada pela resolução da equação BK e, particularmente neste trabalho, é calculada considerando as condições iniciais dadas na Tabela 3. Além disso, σ_0 é uma constante obtida pelo ajuste dos dados HERA usando as soluções correspondentes. Como demonstrado, por exemplo, nas Referências [105, 103, 107, 108, 109, 110], tal contribuição é insignificante para valores centrais de rapidez, mas torna-se importante para rapidez frontal e pode dominar se uma componente intrínseca estiver presente na função de onda do próton. Seguindo a Referência [103], aqui serão considerados os modelos discutidos na Referência [111] para descrever a componente intrínseca. Ainda na Equação (4.10), $x_{1,2}$ representa as frações de momento do projétil e

do alvo que interagem no processo de espalhamento, e x_F é o x de Feynman do méson produzido. Essas quantidades são definidas por $x_{1,2} = (p_T/z\sqrt{s})e^{\pm y}$ e $x_F = x_1 - x_2$.

4.2 Produção de mésons D^0 na região frontal de rapidez

A seção de choque da produção dos mésons D no formalismo híbrido pode ser escrita de forma simplificada, de acordo com a Equação (4.1), por

$$\sigma(pp \rightarrow DX) \propto g(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_A(x_2) \otimes D_{c/D} + c(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_F(x_2) \otimes D_{c/D}, \quad (4.11)$$

onde $g(x_1, Q^2)$ e $c(x_1, Q^2)$ são, respectivamente, as densidades do glúon e do quark *charm* no projétil (no caso, um próton), $D_{c/D}$ denota a fragmentação do quark c em um méson D e as funções $\mathcal{N}_A(x_2)$ e $\mathcal{N}_F(x_2)$ são, respectivamente, as amplitudes de espalhamento adjunta e fundamental, que codificam todas as informações sobre o espalhamento hadrônico, portanto, os efeitos não lineares e quânticos na função de onda do próton. Mais especificamente, tais ingredientes serão mensurados considerando as seguintes parametrizações: o quark c colinear e as distribuições de glúons serão descritos pela PDF CTEQ6.5 [111], a qual fornece uma maneira de quantificar o impacto do *charm* intrínseco na função de onda do próton; também será considerada a PDF CT14 (sem *charm* intrínseco) [112], para fins de comparação com as previsões derivadas com a CTEQ6.5; para descrever o processo de fragmentação será considerada a FF BKK05 [113]; e também será levado em conta as UGDs listadas na Tabela 3, as quais carregam todas as informações sobre o espalhamento hadrônico.

Na Figura 22, as configurações com e sem componente de *charm* intrínseco são comparadas, observando separadamente as contribuições dos setores de quark c e glúon para uma escala rígida fixa $Q = 2m_c$. É importante destacar que, enquanto nas parametrizações “CTEQ6.5 no IC” e “CT14 no IC” as PDFs de *charm* são geradas perturbativamente pela divisão de glúons e vêm da evolução DGLAP, no caso das parametrizações “CTEQ6.5 BHPS” (Brodsky-Hoyer-Peterson-Sakai) [44] e “CTEQ6.5 MC” (Meson Cloud) [114, 115, 116] uma componente de *charm* não perturbativa está presente na função de onda do próton. No modelo BHPS, tal componente está associada aos estados de Fock mais elevados, como, por exemplo, o estado $|uudc\bar{c}\rangle$. Em contraste, no modelo MC, vem, por exemplo, da flutuação do núcleon para um estado intermediário composto por um bárion *charm* mais um méson *charm*. Tais modelos preveem um aprimoramento da distribuição de *charm* em grande x ($> 0,1$) (curvas inferiores na Figura 22) em comparação com as previsões sem *charm* intrínseco. Devido à regra da soma dos momentos, as distribuições de glúons correspondentes também são modificadas pela inclusão do *charm* intrínseco, como observado nas curvas superiores da Figura 22. Como consequência, a produção de quarks pesados em grandes valores de rapidez, que sonda grandes valores de x no próton

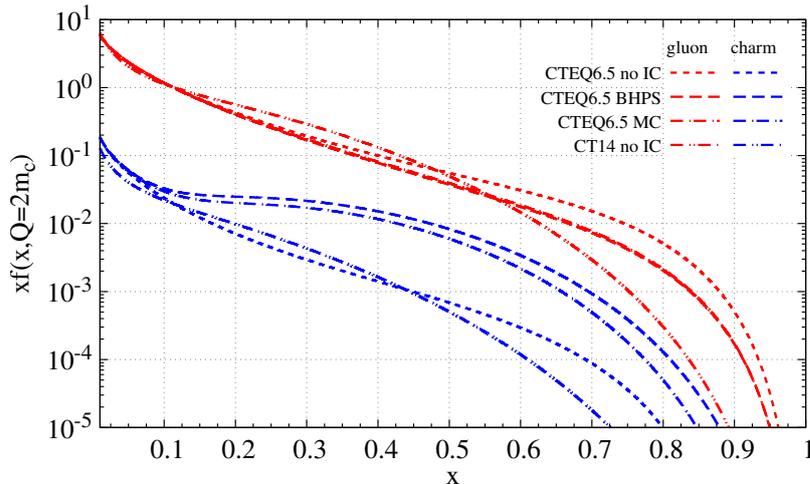


Figura 22 – Espectro de x das distribuições de quark c (curvas azuis) e glúons (curvas vermelhas), para configurações com e sem *charm* intrínseco da parametrização CTEQ6.5 [111] e também a CT14 [112] sem *charm* intrínseco.

projétil, é sensível ao componente *charm* intrínseco. Esses são resultados que motivam a análise realizada nas Referências [103, 105] e que são aprimorados neste trabalho.

Os espectros p_T de mésons D^0 produzidos em colisões pp a 7 e 13 TeV são, respectivamente, apresentados nas Figuras 23 e 24. Esses resultados são calculados considerando o valor médio da “caixa” de rapidez apropriada e são comparados com os dados da Colaboração LHCb [100, 101]. O fator multiplicativo 10^{-m} (com $m = 0,3,6,9,12$) foi aplicado para melhorar a visibilidade. A banda de incerteza foi gerada multiplicando/dividindo a escala de momento presente nas PDFs e nas FFs por um fator dois. Com isso, nas Figuras 23 e 24, observa-se que há uma boa concordância geral com os dados experimentais, independentemente da UGD ou PDF considerada. Em particular, os resultados aqui apresentados indicam que os dados atuais para os espectros de p_T dos mésons D^0 , medidos na faixa cinemática sondada pelo detector LHCb, não são sensíveis ao *charm* intrínseco. Observa-se também um crescimento da banda de erro para pequenos valores de p_T , o que está associado às limitações da descrição do projétil no quadro perturbativo da QCD. Os resultados derivados em [104] indicam que, levando em conta o momento transversal do párton projétil através de um modelo fenomenológico, a concordância pode ser melhorada. Um tratamento mais acurado da região *soft* pode ser conseguido incluindo o chamado “fator de Sudakov” [117, 118]. No entanto, tal inclusão degrada a descrição dos dados em p_T mais elevados, indicando que o tratamento da produção D^0 em pequenos valores de p_T ainda é uma questão em aberto. É importante ressaltar que resultados semelhantes foram obtidos em cálculos realizados por outros grupos [104, 119, 120, 121, 122, 123, 110, 124] – inclusive não necessariamente baseados no formalismo CGC –, portanto, a descrição completa desses dados ainda é um desafio. Certamente, os próximos dados do LHCb (run 3) serão úteis para esclarecer esse e outros aspectos.

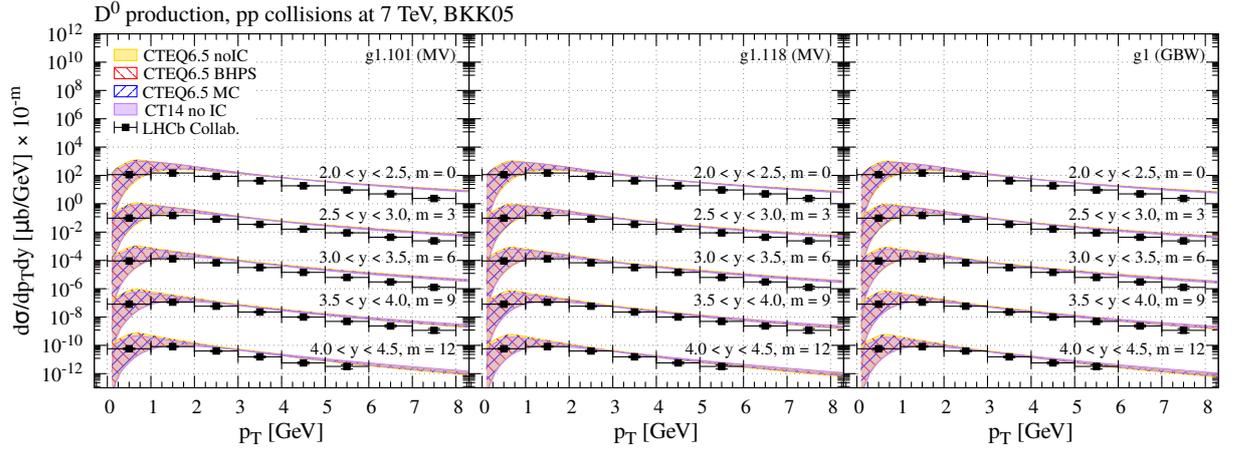


Figura 23 – Espectros de momento transversal dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem *charm* intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 7 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [100].

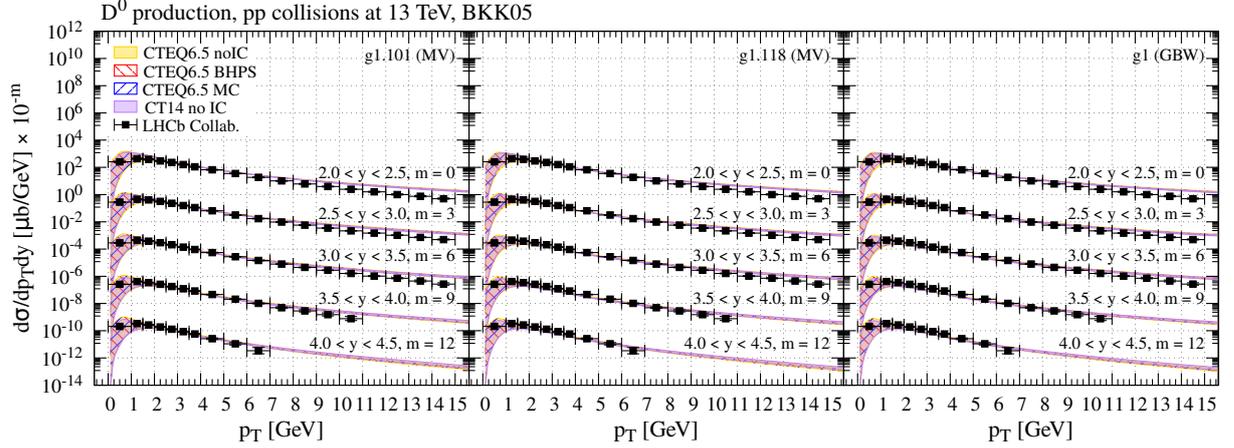


Figura 24 – Espectros de momento transversal dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem *charm* intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [101].

Resultados para a distribuição de rapidez associada à produção de mésons D^0 em colisões pp a 7 e 13 TeV são apresentados, respectivamente, nas Figuras 25 e 26. Observa-se que, para as duas energias consideradas, os dados experimentais são descritos pelas projeções calculadas. Além disso, a faixa de incerteza bastante grande pode ser atribuída ao fato de que os observáveis integrados p_T recebem grandes contribuições de partículas *soft* e de pequenos valores de momento; esse é exatamente o regime onde os cálculos para os espectros de momento transversal apresentam as maiores incertezas ao variar a escala de momento nas PDFs e FFs. A redução da banda de incerteza em rapidez frontal quando comparada com a rapidez central é puramente cinemática e acontece devido à diminuição do espaço de fase disponível; a faixa de incerteza ligeiramente menor para o cálculo com o PDF CT14 pode estar ligada a melhorias feitas pela inclusão de novos dados do Tevatron e do LHC em suas análises [112]. Os resultados que não incluem uma

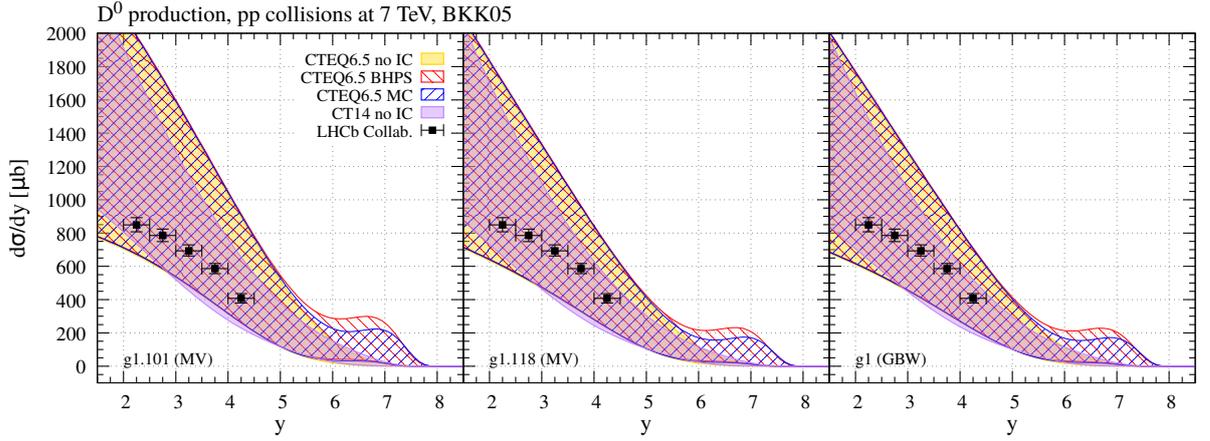


Figura 25 – Distribuição de rapidez dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *charm* intrínseco), para colisões pp a 7 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [100].

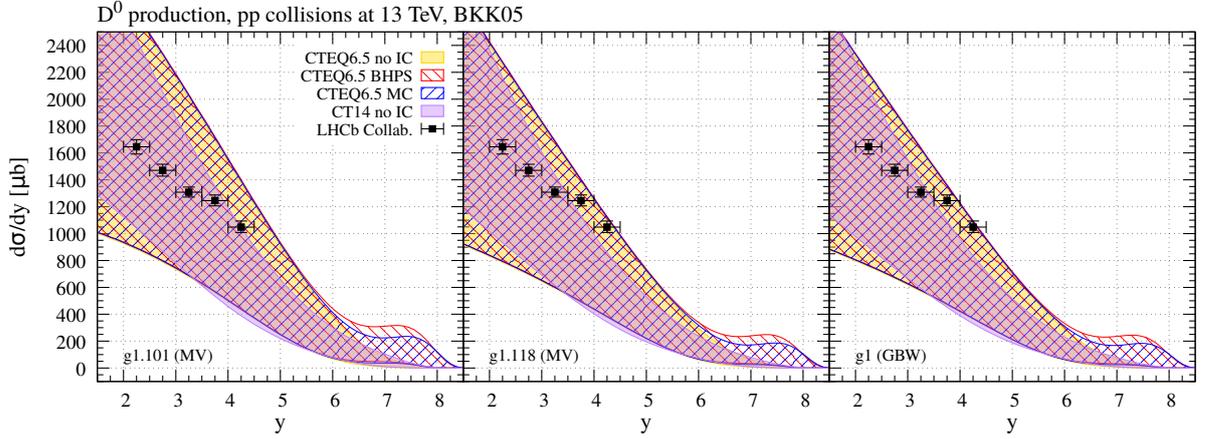


Figura 26 – Distribuição de rapidez dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *charm* intrínseco), para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [101].

componente de *charm* intrínseco, isto é, os derivados com os modelos CTEQ6.5 no IC e CT14 no IC, diminuem mais rapidamente ao passar para a região ultra-frontal, enquanto os cálculos que incluem o *charm* intrínseco, presente no conjunto CTEQ6.5, mostram um aumento em uma janela de rapidez característica. O *bump* característico da manifestação do *charm* intrínseco desloca-se para maiores valores de rapidez a medida que a energia de colisão aumenta, uma vez que é necessário atingir valores maiores de y para entrar no regime cinemático de x associado ao componente de *charm* intrínseco.

O impacto de uma componente de *charm* intrínseco para a produção de mésons D^0 pode também ser visualizado na distribuição do x de Feynman, a qual pode ser obtida a partir das distribuição de rapidez considerando que

$$x_F \frac{d\sigma_{pp \rightarrow D^0 X}}{dx_F} = \chi \frac{d\sigma_{pp \rightarrow D^0 X}}{dy}, \quad (4.12)$$

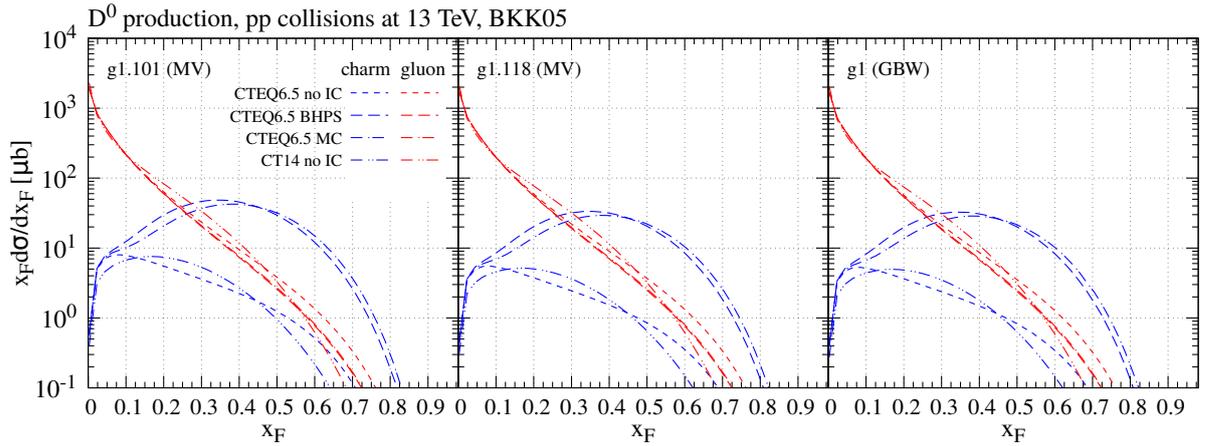


Figura 27 – Distribuição do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *charm* intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.

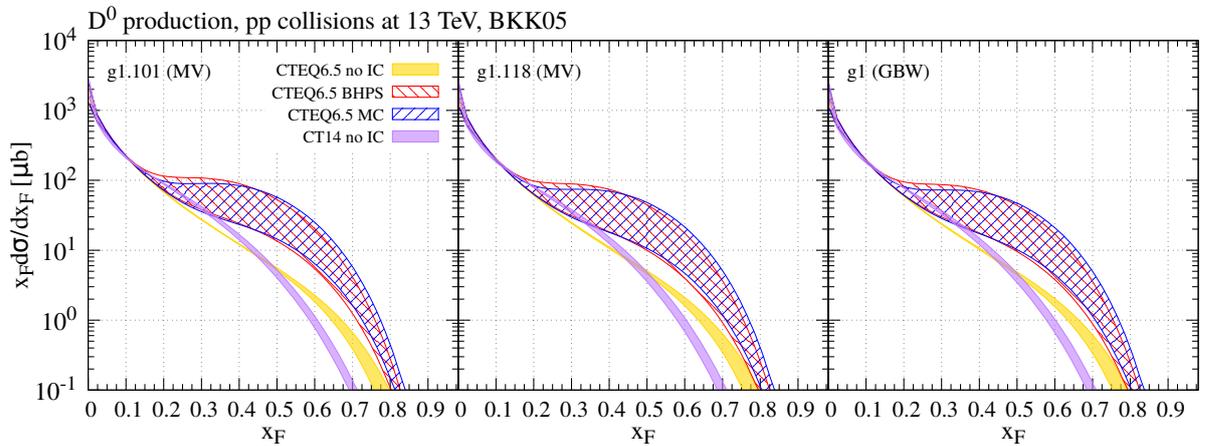


Figura 28 – Distribuição do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados para a soma dos canais iniciados por quark c e glúon com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *charm* intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.

onde $\chi = 1$ para o canal iniciado pelo quark c , e $\chi = (\sqrt{4M_{cc}^2/x_F^2 s} + 1)^{-1}$ para o canal iniciado pelo glúon. Com isso, na Figura 27 são apresentadas as distribuições x_F observando separadamente os canais iniciados por quarks e glúons. Verifica-se que o canal iniciado pelo quark c é sempre subdominante na ausência de um componente intrínseco. Embora tais recursos sejam gerais e já mostrados, por exemplo, na Referência [103], aqui vê-se que a divisão entre os canais iniciados por quarks e glúons não é tão grande como obtida anteriormente com modelos fenomenológicos para as amplitudes de espalhamento dipolo fundamental e adjacente. Em contraste, a inclusão de uma componente intrínseca implica que o processo iniciado pelo quark c domina para $x_F \geq 0,3$, com a sua magnitude sendo dependente do modelo assumido para descrever o *charm* intrínseco, como demonstrado na Figura 29.

A razão entre as distribuições x_F estimadas com e sem a componente intrínseca, apresentada na Figura 29, mostra uma grande incerteza com a escala de momento das PDFs

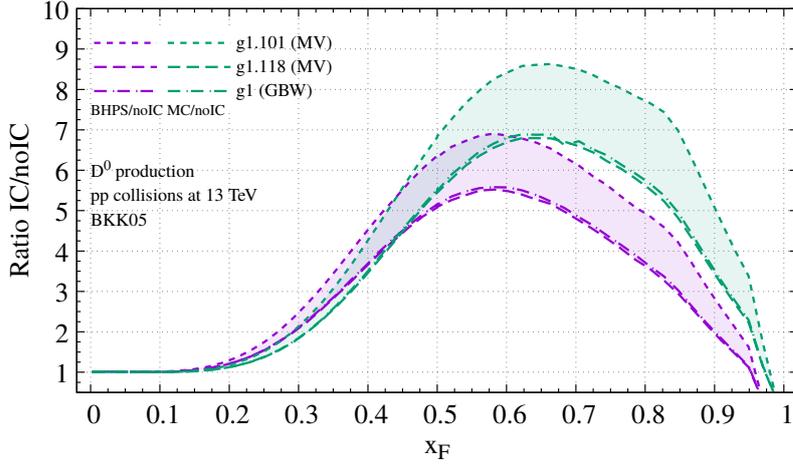


Figura 29 – Razão das distribuições do x de Feynman dos mésons D^0 , calculados com e sem a componente de *charm* intrínseco, para colisões pp a 13 TeV.

e FFs. Revelando assim a necessidade de avançar na determinação de tais ingredientes com maior precisão. Espera-se progresso em relação a esse tema na próxima década, quando o *Electron-Ion Collider* no *Brookhaven National Laboratory* (BNL) [125, 126] e o *Forward Physics Facility* no LHC [127, 128] deverão entrar em operação.

4.3 Produção de mésons B^0 na região frontal de rapidez

Nos últimos anos, além da análise experimental da produção do méson D , a Colaboração LHCb também mediu a seção de choque do méson B em rapidez frontal e forneceu dados experimentais para o momento transversal p_T e distribuições de rapidez y . Duas questões fundamentais destacam-se aqui: (a) Se há uma componente intrínseca do quark *bottom* e se estiver presente na função de onda do próton, qual seria o seu impacto nas previsões da produção de mésons B ? (b) As abordagens teóricas que fornecem uma descrição satisfatória da produção do méson D também são capazes de descrever os dados do méson B ? Para responder essas questões, o objetivo desta seção é estender a análise feita para os mésons D (seção anterior) para os mésons B . Em particular, será estimada a seção de choque da produção desse estado final usando o formalismo híbrido de acordo com o detalhamento realizado na primeira seção deste capítulo, que esquematicamente pode ser sintetizado, seguindo a Equação (4.1), na forma

$$\sigma(pp \rightarrow BX) \propto g(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_A(x_2) \otimes D_{b/B} + b(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_F(x_2) \otimes D_{b/B}, \quad (4.13)$$

onde $g(x_1, Q^2)$ e $b(x_1, Q^2)$ são, respectivamente, as densidades do glúon e do quark *bottom* no projétil (no caso, um próton), $D_{b/B}$ denota a fragmentação do quark b em um méson B e as funções $\mathcal{N}_A(x_2)$ e $\mathcal{N}_F(x_2)$ são, respectivamente, as amplitudes de espalhamento adjunta e fundamental, que codificam todas as informações sobre o espalhamento hadrônico, portanto, os efeitos não lineares e quânticos na função de onda do próton.

A contribuição iniciada pelo glúon pode ser associada ao subprocesso $gg \rightarrow b\bar{b}$ e é esperado que domine em altas energias e rapidez central. Por outro lado, a contribuição do subprocesso iniciado pelo quark b é fortemente dependente da quantidade desses quarks na função de onda de prótons. Em geral, a análise global realizada para determinar as PDFs assume que o quark b não está presente na escala inicial da evolução DGLAP e que eles são gerados perturbativamente pela divisão de glúons durante a evolução para escalas duras maiores. Esse conteúdo de *bottom* é geralmente denotado como “extrínseco”. Em contraste, uma componente intrínseca também pode se apresentar [44] associado, por exemplo, a um estado de Fock $|uudb\bar{b}\rangle$ da função de onda do próton, o qual tem múltiplas conexões com os quarks de valência do próton e é sensível à estrutura não perturbativa do próton. Espera-se que tal componente intrínseca seja suprimida por um fator m_c^2/m_b^2 em comparação com o *charm* intrínseco, no entanto, evidências recentes dessa componente [42, 43] implicam que sua contribuição para a produção de mésons B não seria totalmente insignificante. Essa é uma das principais motivações para a análise realizada nesta seção. No entanto, ocorre que atualmente, diferentemente do caso de *charm* intrínseco, a componente intrínseca do *bottom* ainda não foi considerada na análise global. Para superar tal limitação, neste estudo exploratório será considerado o *ansatz* fenomenológico recentemente proposto na Referência [129], que permite estimar a componente intrínseca do *bottom* em termos do *charm* intrínseco – esse último, como visto na seção anterior, já é restringido pelos dados atuais. Desse modo, essa aproximação viabiliza o cálculo da estimativa da contribuição do *bottom* intrínseco para a produção do méson B em colisões pp , o que será – pela primeira vez – feito a seguir.

Seguindo a seção anterior, o cálculo da seção de choque diferencial da produção dos mésons B também leva em conta diferentes parametrizações, com e sem componente de *bottom* intrínseco, para as PDFs do glúon e do quark b . Particularmente, para estimar o impacto de uma componente intrínseca de *bottom* foi adotada a proposta dada na Referência [129], ou seja, será assumido que a PDF do quark b , incluindo os componentes extrínsecos e intrínsecos, pode ser expressa por

$$b(x, Q^2) = b(x, Q^2)[\text{no IC}] + \frac{m_c^2}{m_b^2} \times \{c(x, Q^2)[\text{IC}] - c(x, Q^2)[\text{no IC}]\}. \quad (4.14)$$

Aqui está sendo considerada a expectativa teórica de que a quantidade da componente intrínseca de *bottom* é suprimida por um fator m_c^2/m_b^2 em comparação com o *charm* intrínseco, o qual é estimado pela diferença entre as PDFs do quark c com e sem a inclusão da componente de *charm* intrínseco. Além disso, assume-se que as componentes de *bottom* e *charm* têm dependência similar em relação a x . Certamente tais suposições podem ser melhoradas no futuro, mas aqui está presente uma primeira aproximação razoável para a possível quantidade de um *bottom* intrínseco na função de onda do próton. Particularmente, os cálculos aqui apresentados são computados considerando a parametrização CT14 [112] para o termo $b(x, Q^2)[\text{no IC}]$, e considerando a parametrização

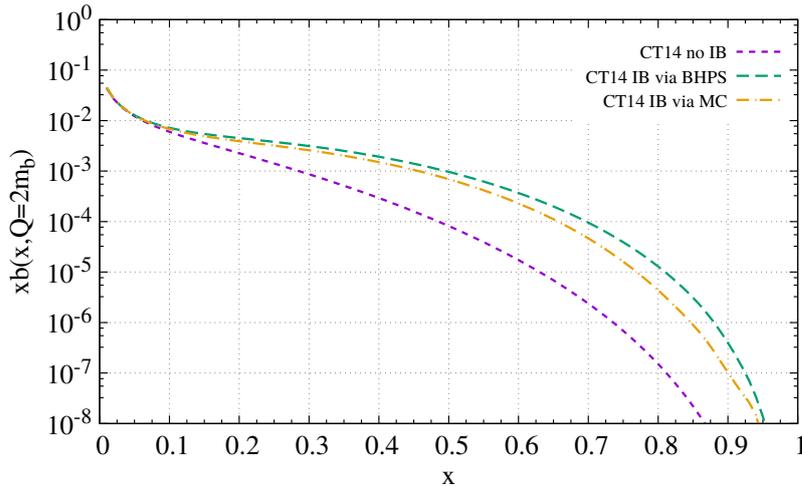


Figura 30 – Distribuição de quark *bottom* em função da variável x de Bjorken para os três diferentes conjuntos de PDF (com e sem componente intrínseca).

CTEQ6.5 $\{c(x, Q^2)[\text{IC}] - c(x, Q^2)[\text{no IC}]\}$. Essa última, conforme introduzido na seção anterior, permite estimar a quantidade de *charm* intrínseco para dois modelos distintos: o modelos BHPS e MC. No modelo BHPS, a componente intrínseca está associada a estados de Fock mais elevados como, por exemplo, o estado $|uudc\bar{c}\rangle$. Em contraste, no modelo MC, vem, por exemplo, da flutuação do núcleon para um estado intermediário composto por um bárion *charm* mais um méson *charm*. Para além disso, a seção de choque será computada também levando em conta as solução da equação de acoplamento variável de Balitsky-Kovchegov para as amplitudes de espalhamento de dipolo, adjunta e fundamental (dadas na Tabela 3), as quais são necessárias para calcular $\mathcal{K}_{dip.}$ e $\tilde{\mathcal{N}}_F$. Também será considerada a parametrização BKKSS [130] para a função $D_{b/B}$.

Na Figura 30 consta uma comparação entre os modelos de PDFs do *bottom* para uma escala fixa $Q = 2m_b$. Observa-se que a inclusão de uma componente intrínseca implica em um enaltecimento, que depende do modelo da distribuição de *bottom* em grande valores de x ($> 0,1$), em quase uma ordem de grandeza em comparação com a previsão sem componente intrínseca. Como consequência, espera-se que a presença de uma componente intrínseca de *bottom* impacte na contribuição iniciada pelo quark b para a produção do méson B^\pm .

A Figura 31 traz o cálculo do espectro p_T de mésons B^\pm produzidos em colisões próton-próton a 13 TeV para diferentes configurações de UGDs e PDFs, com as projeções comparadas com os dados do LHCb [102]. Os resultados são multiplicados por 10^{-m} ($m = 0,3,6,9,12$) para melhor visualização e a banda de incerteza foi gerada multiplicando/dividindo a escala de momento presente nas PDFs e FFs por um fator de dois. Com isso, observa-se projeções semelhantes para as UGDs e PDFs consideradas, portanto, esse observável não é sensível a essas diferentes configurações. Uma boa concordância geral com os dados experimentais é alcançada, especialmente para maiores valores de rapidez. Em

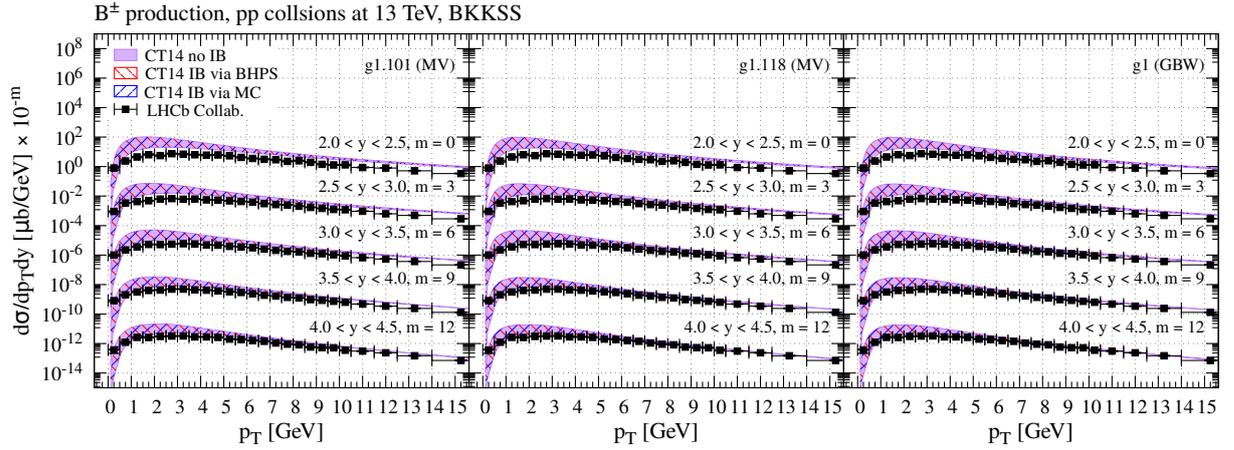


Figura 31 – Espectros de momento transversal do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs, PDFs (com e sem *bottom* intrínseco) e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [102].

particular, tais resultados indicam que os dados atuais da produção do méson B^\pm , para os espectros p_T medidos na faixa cinemática sondada pelo detector LHCb, não são sensíveis ao *bottom* intrínseco. Observa-se também que a banda de erro aumenta em p_T baixo, o que está associado às limitações relacionadas à descrição do projétil, isto é, da aproximação usando uma estrutura perturbativa da QCD. Nesse sentido, é interessante comentar que os resultados obtidos, por exemplo, na Referência [104] indicam que a concordância pode ser melhorada levando em conta o momento transversal do pártion projétil através de um modelo fenomenológico. Outra possibilidade, conforme comentado anteriormente, é a inclusão do fator de Sudakov [117], mas essa inclusão pode degradar a descrição dos dados em p_T mais elevados. Assim sendo, o tratamento da produção B^\pm em pequena escala de p_T ainda é uma questão em aberto.

Os resultados para a distribuição de rapidez comparados com os dados do LHCb [102] são apresentados na Figura 32. A faixa de incerteza bastante grande pode ser atribuída ao fato de que os observáveis integrados em p_T recebem muitas contribuições de partículas *soft* e de baixo momento. Esse é exatamente o regime onde os cálculos, aqui apresentados, para os espectros de momento transversal, apresentam as maiores incertezas ao variar a escala de momento nas PDFs e FFs. A redução da banda de incerteza para maiores valores de rapidez é puramente cinemática e ocorre devido à diminuição do espaço de fase disponível. Na Figura 32, é possível perceber que os cálculos superestimam os dados experimentais para valores menores de rapidez e estão mais próximos deles para $y > 3$. Uma explicação para este comportamento ainda é uma questão em aberto e que requer uma análise teórica mais detalhada, bem como, novos dados experimentais. Como já observado nos resultados para os espectros p_T , as previsões com e sem componente de *bottom* intrínseco na faixa cinemática $2 \leq y \leq 4,5$ são muito semelhantes, indicando que a produção do B^\pm inclusivo na faixa LHCb não é sensível a um *bottom* intrínseco.

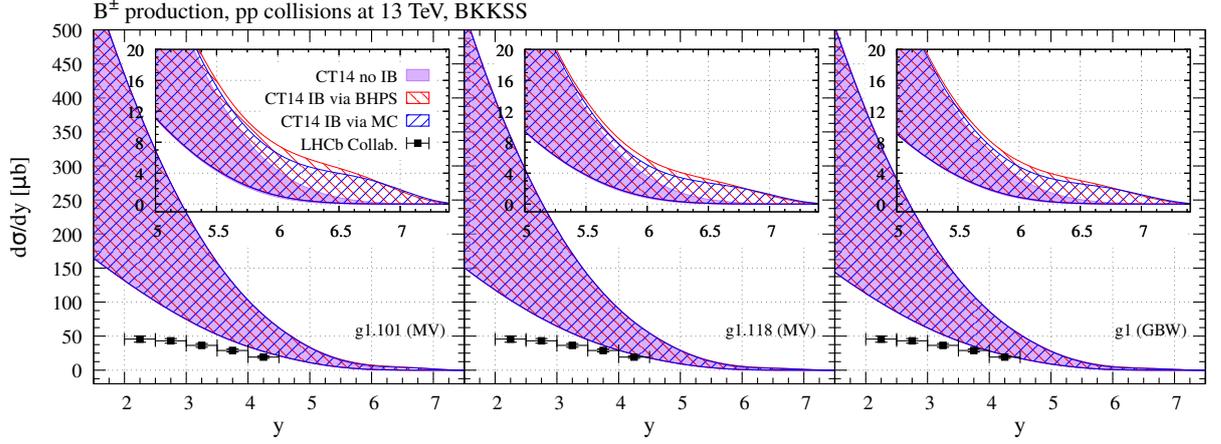


Figura 32 – Distribuição de rapidez do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *bottom* intrínseco), para colisões pp a 13 TeV. Os dados experimentais são coletados da Referência [102].

Conforme observado na seção anterior, uma conclusão semelhante também é obtida quando se considera a produção inclusiva do méson D . Portanto, esses resultados associados aos resultados para o méson D apontam que uma melhor alternativa para a busca de um componente intrínseco no LHCb poderia ser a produção associada a um bóson Z , que é determinado em LO por um canal iniciado pelo quark b . Em contraste, para rapidez ultrafrontal ($y > 5$), mostrada com mais detalhes na Figura 31, observa-se que a previsão CT14 no IB diminui mais rápido do que os cálculos incluindo uma componente intrínseca. Esses resultados apontam que a presença de uma componente intrínseca implica em um aumento na produção de B^\pm na faixa cinemática que será sondada no *Forward Physics Facility* (FPF).

Para determinar as contribuições iniciadas pelo glúon e as iniciadas pelo *bottom* para a produção do B^\pm é útil analisar as distribuições da quantidade x de Feynman, a qual pode ser obtida, conforme introduzido na seção anterior, a partir das distribuição de rapidez por

$$x_F \frac{d\sigma_{pp \rightarrow B^\pm X}}{dx_F} = \chi \frac{d\sigma_{pp \rightarrow B^\pm X}}{dy}, \quad (4.15)$$

onde $\chi = 1$ para o canal iniciado pelo quark b , e $\chi = (\sqrt{4M_{bb}^2/x_F^2 s} + 1)^{-1}$ para o canal iniciado pelo glúon. Na Figura 33, são apresentadas as previsões para as distribuições x_F derivadas considerando os três conjuntos de PDFs. Observa-se que, para o caso CT14 no IB, o canal iniciado pelo quark b é sempre menor do que o canal iniciado pelo glúon. Em contraste, a inclusão do *bottom* intrínseco implica que o canal iniciado pelo quark b domina para $x_F \geq 0,6$, com as previsões BHPS e MC sendo semelhantes. Tal comportamento tem impacto direto nas previsões para a produção B^\pm em grandes valores de x_F . Ocorre que a componente intrínseca de *bottom* implica que a distribuição x_F cresce em aproximadamente uma ordem de grandeza para $x_F \approx 0,8$. Tal resultado motiva uma análise futura do impacto na produção do méson B no FPF, bem como, uma revisão das previsões para o fluxo

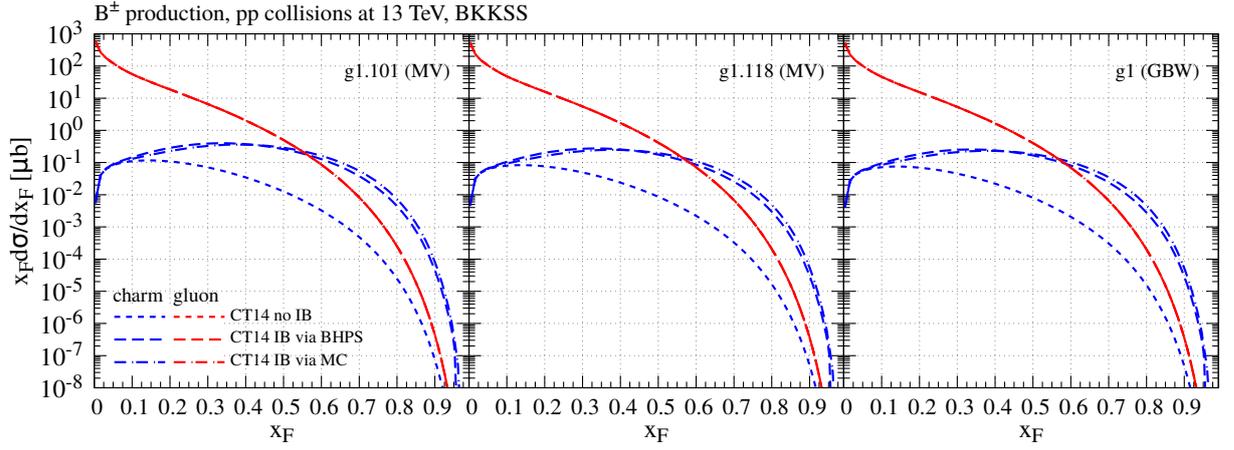


Figura 33 – Distribuição do x de Feynman do méson B^\pm , calculados com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *bottom* intrínseco), para colisões pp a 13 TeV.

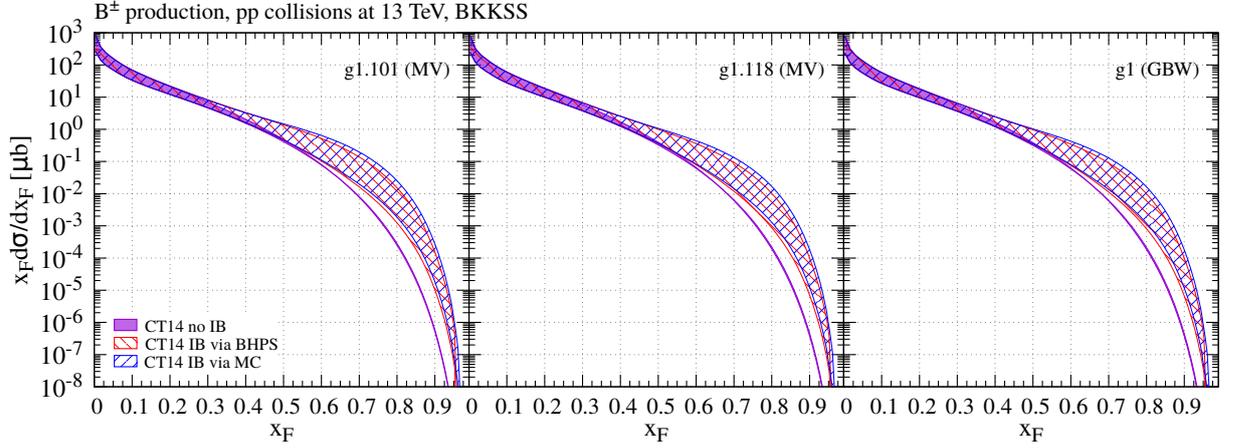


Figura 34 – Distribuição do x de Feynman do méson, B^\pm , calculados para a soma dos canais iniciados pelo quark b e glúon com diferentes UGDs e PDFs (com e sem *bottom* intrínseco), para em colisões pp a 13 TeV.

imediate de neutrinos no *IceCube*. Como demonstrado na Referência [131], em geral, o comportamento da distribuição de x_F determina a magnitude dos fluxos imediatos de neutrinos em energias ultra-altas. Além disso, os resultados derivados na Referência [132] sem *bottom* intrínseco indica que a contribuição do méson B para o fluxo é de aproximadamente 5 – 10% em $E_\nu \approx 10^5 - 10^8$ GeV, onde E_ν é a energia do neutrino. Espera-se que a presença do *bottom* intrínseco aumente tal contribuição, tendo impacto direto nas previsões para o *IceCube* e futuros observatórios de Neutrinos.

Resumindo, nesta seção foi realizado um estudo exploratório da produção de mésons B^\pm em rapidez frontal, para colisões pp em $\sqrt{s} = 13$ TeV considerando o formalismo híbrido e levando em consideração – pela primeira vez – um possível componente de *bottom* intrínseco na função de onda do próton. Assumindo um *ansatz* para a descrição do componente intrínseca, foi demonstrado que isso implica em um crescimento da PDF do quark b em grandes valores da variável x de Bjorken. Foi realiza a investigação do seu

impacto na faixa cinemática sondada pelo detector LHCb e verificou-se que a produção inclusiva de mésons B^\pm não é sensível à inclusão de uma componente de *bottom* intrínseco. Indicando que uma alternativa é a busca de *bottom* intrínseco no LHCb na produção de $Z + B$. Em contraste, os resultados aqui apresentados demonstraram que a existência de uma componente intrínseca implica o domínio do canal iniciado pelo quark b em rapidez ultrafrontal, que pode ser investigado no FPF. Além disso, observa-se que a componente intrínseca pode implicar no aumento do fluxo imediato de neutrinos em altas energias. Tais aspectos indicam que o estudo do *bottom* intrínseco merece uma fenomenologia mais detalhada, o que se pretende realizar em estudos futuros.

4.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado um estudo da produção de partículas na região frontal de rapidez de diferentes estados finais, considerando a teoria do Condensado de Vidro de Cor. Particularmente, foi investigada a produção de mésons pesados (o D^0 e o B^\pm) em colisões próton-próton. Para estados pesados, faz-se necessário considerar a contribuição de grandes valores de x na função de onda do próton. Bem como, a possibilidade da contribuição de uma componente intrínseca dos quarks pesados. Nesse sentido, o impacto dessa componente nas distribuições de momento transversal e de rapidez foi analisado. Os resultados obtidos e aqui apresentados demonstram que, de modo geral, os dados atuais do LHCb são bem descritos e que o impacto da componente intrínseca é pequeno para a produção do méson D^0 e ainda menor para a produção do méson B^\pm . Particularmente, para o caso do méson D^0 , também foi observado que, para rapidez mais elevadas, o processo iniciado pelo quark c torna-se dominante e é fortemente sensível à descrição da PDF do quark c . No caso dos mésons B^\pm , foi considerado um *ansatz* para a descrição do *bottom* intrínseco, o que permitiu investigar o impacto da inclusão dessa componente na faixa cinemática sondada pelo detector LHCb. Observou-se que a produção inclusiva de mésons B^\pm não é sensível à componente intrínseca. Uma alternativa é a busca de *bottom* intrínseco no LHCb na produção de $Z + B$. Em contraste, os resultados apresentados demonstraram que a existência de uma componente intrínseca implica o domínio do canal iniciado pelo quark b em rapidez ultrafrontal, que poderá ser investigado no FPF. Além disso, a componente intrínseca implicará no aumento do fluxo imediato de neutrinos em altas energias. Tais aspectos indicam que o estudo do *bottom* intrínseco merece uma fenomenologia mais profunda.

5 MULTIPLICIDADE DE PARTÍCULAS

Conforme discussão anterior, entende-se que o Condensado de Vidro de Cor é uma teoria de campo efetiva onde um sistema denso de pártons é produzido em colisões hadrônicas. Tal sistema é caracterizado pela – já introduzida – escala de saturação Q_s , que cresce em função da energia, do número atômico e da multiplicidade (ver, por exemplo, as Referências [133, 134]). A estrutura CGC prevê configurações raras de pártons, na função de onda hadrônica, caracterizadas por grandes valores de Q_s e gera os eventos de alta multiplicidade. Desse modo, aos eventos de alta multiplicidade atribui-se a presença de raras configurações de pártons nos hádrons que participam da colisão. Esses estados (altamente ocupados por glúons) são caracterizados por escalas de saturação maiores em comparação com as configurações típicas presentes em eventos de viés mínimo. É de se esperar que no CGC abordagens de baixa e alta multiplicidade sejam descritas de forma unificada, mas com a amplitude de espalhamento sendo estimada para diferentes valores da escala de saturação. Nesse sentido, o formalismo CGC é uma estrutura promissora para descrever a produção de partículas em eventos de baixa e alta multiplicidade no LHC e, nos últimos anos, vários autores [135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142] aplicaram-no para descrever a dependência da produção de partículas J/Ψ , D , K_S^0 e Λ medidos em colisões próton-próton, que, de acordo com medições experimentais [1, 2, 3, 6, 4, 5, 7], crescem rapidamente em função das multiplicidades de partículas carregadas coproduzidos. Esses estudos demonstram que a estrutura CGC fornece uma descrição satisfatória dos dados atuais para multiplicidades baixas e médias, com as previsões ultrapassando os dados quando a multiplicidade se torna muito alta, indicando que novos ingredientes no formalismo são necessários e/ou novos efeitos dinâmicos tornam-se relevante nesses eventos raros. Uma possibilidade é a modificação do processo de hadronização em eventos de alta multiplicidade, o que pode suprimir os rendimentos dos estados finais hadrônicos. Contudo, sua modelagem não é uma tarefa simples devido à predominância de contribuições não perturbativas e eventuais efeitos médios que possam estar presentes. Além disso, é importante ter uma imagem clara de quais são as limitações do tratamento atual de eventos de alta multiplicidade utilizando a estrutura CGC. Portanto, faz-se necessário um estudo sistemático da produção de partículas considerando diferentes configurações, o que será realizado neste capítulo. Especificamente, serão apresentados os resultados para a produção de três diferentes estados finais: o méson K_S^0 , o méson D^0 e o fóton. Em outras palavras, duas provas com massas sujeitas (em magnitudes diferentes) à força forte, às interações de estado final e os efeitos de hadronização; e, por outro lado, uma prova sem massa não sujeita à força forte, às interações de estado final e os efeitos de hadronização. Vale ainda comentar que a discussão apresentada nas próximas seções é,

sobretudo, baseada nas Referências [12, 13], que são produtos das investigações realizadas ao longo dos últimos anos.

5.1 Produção de mésons K_S^0 em eventos de alta multiplicidade

A discussão que se segue assume o formalismo híbrido, observando a Referência [52], para tratar a produção do estado final K_S^0 , com foco nos eventos de alta multiplicidade no LHC. Tal formalismo leva em conta tanto a contribuição do canal iniciado por glúons quanto as contribuições advindas dos canais iniciados por quarks. Na última década, essa abordagem tem sido extensivamente aplicada para a descrição da produção de partículas leves em colisores hadrônicos, com suas previsões descrevendo com razoável sucesso os dados do RHIC e do LHC (vide, por exemplo, as Referências. [61, 143, 62, 144, 89]). Aqui será demonstrado que tal abordagem também é capaz de descrever os dados atuais de viés mínimo para o espectro de momento transversal do méson K_S^0 e, desse modo, sua aplicação será estendida para eventos de alta multiplicidade.

Sendo a multiplicidade dos mésons K_S^0 o objeto de interesse desta seção, é oportuno fazer algumas considerações sobre esse estado. Primeiro, um modo interessante de investigar as propriedades da QCD, bem como, abordar especificamente a questão norteadora deste trabalho – apresentada na Introdução –, é por meio do estudo da produção de hádrons com conteúdo de quarks *strange*. Isso porque os quarks s , em contraposição aos quarks up e $down$, não se apresentam como quarks de valência no estado inicial mas podem ocorrer profusamente em uma dada colisão, visto que são leves o suficiente para serem produzidos em abundância. Nos estágios iniciais das colisões a altas energias, a produção dos quarks s ou, como é de costume chamar, a “estranheza”, advém de processos de espalhamento partônico perturbativo do tipo $2 \rightarrow 2$: por meio da criação de sabor ($gg \rightarrow s\bar{s}, q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$); excitação de sabor ($gs \rightarrow gs, qs \rightarrow qs$); e também da evolução de pártons subsequente via divisão de glúons ($g \rightarrow s\bar{s}$). O káon sendo um méson, logo, é uma partícula composta por um par $q\bar{q}$. Especificamente o káon neutro $K^0(\bar{K}_0)$ consiste nos quarks d e $\bar{s}(\bar{d}$ e s) e, além disso, ele conta com dois auto-estados fracos: o $K_S^0 = (1/\sqrt{2})(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$, que seria o de “curta duração”; e o $K_L^0 = (1/\sqrt{2})(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$, que seria o de “longa duração”. Ocorre que os modos de decaimentos hadrônicos conhecidos do K_S^0 são $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$ e $\pi^+\pi^-\pi^0$, sendo o primeiro modo o mais provável de acontecer [145]. Por essa razão, a maioria dos káons neutros decaem no primeiro modo, o que confere uma “vantagem” na detecção do K_S^0 , dado que o modo $\pi^+\pi^-$ trata-se de partículas carregadas e são mais facilmente registradas nos detectores.

O texto que se segue é iniciado com o uma breve discussão acerca dos ingredientes mais importantes do formalismo híbrido para a produção do méson K_S^0 . Em seguida, previsões para o espectro de momento transversal serão apresentadas, comparando com os

dados atuais da Colaboração ALICE da produção do méson K_S^0 e, também, observando a contribuição dos processos iniciados por glúons e quarks. Seguindo, uma análise da dependência da produção de K_S^0 e partículas carregadas em relação ao valor da escala de saturação será apresentada, considerando diferentes faixas de momento transversal e duas soluções distintas da equação BK. As previsões para a dependência da multiplicidade da produção do méson K_S^0 serão comparadas com os dados experimentais da Colaboração ALICE e, finalmente, serão apresentadas as principais conclusões e perspectivas para a continuidade das pesquisas neste tema.

O tratamento da produção de káons em colisões pp a altas energias é um tema em debate que, a princípio, pode ser estimado usando o formalismo colinear e as soluções da equação DGLAP. No entanto, uma abordagem baseada nesse formalismo deixa de levar em conta os efeitos não lineares da dinâmica QCD que, também, é esperado ser um contribuinte para pequenos valores de x e altas multiplicidades. Conforme discutido anteriormente, tais efeitos são levados em consideração pelo formalismo CGC, que prevê a modificação da função de onda do próton devido à alta densidade partônica presente quando ele é sondado a altas energias. Além disso, para a produção de partículas na região de rapidez central, as funções de onda do projétil e do alvo são testadas para pequenos valores de x . A prova do teorema de fatorização para essa configuração densa-densa ainda é uma questão em aberto e que é explorada, por exemplo, nas Referências [146, 147, 148, 149, 150]. É importante destacar que, comumente, a fatorização k_T é considerada ser válida na faixa cinemática sondada pelo LHC e, nesse caso, a produção de partículas em valores de rapidez centrais é estimada usando as – já introduzidas anteriormente – UGDs como entrada, as quais são obtidas resolvendo a equação BK em diferentes níveis de sofisticação (ver, por exemplo, as Referências [151, 152, 153]). Mas – conforme discutido no terceiro capítulo – há alguns problemas nesse formalismo, por exemplo, a contribuição dos processos iniciados por quarks é desconsiderada e o intervalo de rapidez em que suas previsões são válidas não é claro. Por outro lado, para a produção de partículas em rapidez frontal, tem-se que a função de onda de um dos projéteis é sondada em um grande x de Bjorken e a do outro em um x muito pequeno. Nessa configuração diluído-densa, as seções de choque podem ser estimadas usando o formalismo híbrido, onde a suposição básica é que a seção de choque para a produção de partículas pode ser expressa como uma convolução das PDFs padrões, a amplitude de espalhamento – que inclui os efeitos de alta densidade – e as FFs de pártons, levando em consideração os processos iniciados por quarks e glúons. No entanto, as contribuições dos efeitos não lineares para o projétil são desconsideradas, o que implica que a faixa de validade de suas previsões para $y \rightarrow 0$ ainda não está bem determinada. Conforme já apontado pela Referência [89], os correspondentes limites de aplicabilidade da fatoração k_T e formalismos híbridos não são claros e foram apenas estimados em bases empíricas.

É importante saber que as considerações acima são válidas para as configurações

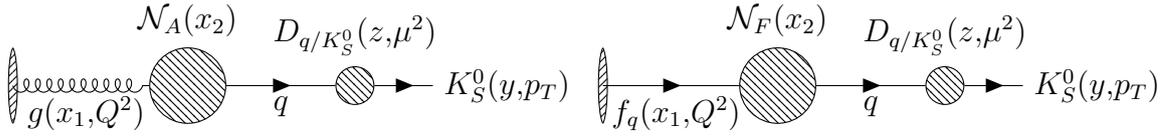


Figura 35 – Representação esquemática da produção do méson K_S^0 no formalismo híbrido: um glúon (diagrama da esquerda) e um quark (diagrama da direita) do hádron incidente interage com o alvo e posteriormente hadroniza no méson K_S^0 .

típicas da carga de cor nas funções de onda do próton, que dominam a descrição de colisões de viés mínimo. Ainda, é bem estabelecido que eventos de alta multiplicidade são gerados por uma colisão entre dois sistemas assimétricos (configuração diluído-densa), cuja manifestação característica se dá na região frontal de rapidez. No entanto, para além disso, considerando eventos raros de alta multiplicidade, espera-se que as funções de onda do projétil e/ou alvo sejam caracterizadas por uma escala de saturação maior que a média. Portanto, um evento de alta multiplicidade pode ser gerado por uma colisão entre dois sistemas assimétricos também manifestos, mais raramente, para valores de rapidez central. Esses aspectos revelam-se como fortes justificas para uma análise fenomenológica dos eventos de alta multiplicidade utilizando o formalismo híbrido. Dessa forma, é importante ter em mente que – como será demonstrado mais adiante – tal abordagem é capaz de descrever os dados atuais para o espectro K_S^0 , bem como, fornece resultados semelhantes aos obtidos usando o formalismo k_T .

A Figura 35 ilustra de forma esquemática o processo de produção dos mésons K_S^0 no formalismo híbrido, observando separadamente os subprocessos iniciados por glúon e quarks (com $q = u, d, s$). Com isso, conforme visto no terceiro capítulo, o rendimento invariante para a produção inclusiva de um estado final, no caso de interesse, o méson K_S^0 , a partir da interação hádron-hádron pode ser descrito no formalismo CGC por

$$\frac{dN_{K_S^0}}{dyd^2p_T} = \frac{K}{(2\pi)^2} \int_{x_F}^1 dx_1 \frac{x_1}{x_F} \left[\sum_{q=u,d,s} f_q(x_1, Q^2) \tilde{\mathcal{N}}_F(k_T, x_2) D_{q/K_S^0} \left(z = \frac{x_F}{x_1}, \mu^2 \right) + g(x_1, \mu^2) \tilde{\mathcal{N}}_A(k_T, x_2) D_{g/K_S^0} \left(z = \frac{x_F}{x_1}, \mu^2 \right) \right], \quad (5.1)$$

onde p_T , y e x_F são, respectivamente, o momento transversal, a rapidez e o x de Feynman do hádron produzido. Além disso, $f_q(x_1, \mu^2)$ e $g(x_1, \mu^2)$ são as PDFs do projétil, $D_{q/K_S^0}(z, \mu^2)$ são as FFs do párton no méson K_S^0 , x_1 denota a fração de momento de um párton projétil e $x_2 = x_1 e^{-2y}$ é a fração de momento do párton alvo. Ainda, $x_F = (p_T/\sqrt{s})e^y$ e $k_T = (x_1/x_F)p_T$.

Assim como em estudos anteriores, por exemplo, os encontrados nas Referências [61, 143, 62, 144, 89], no trabalho aqui apresentado é assumido que as PDFs e FFs evoluem

de acordo com as equações de evolução DGLAP e obedecem a regra da soma do momento. Em particular, para essas quantidades, foi feito uso das parametrizações CT14 [38] e AKK08 [47], respectivamente. A escala de fatorização μ^2 é assumida como sendo $\mu^2 = \max(Q_s^2, p_T^2)$. Resultados prévios derivados usando o formalismo híbrido apontaram que, para descrever os dados para diferentes faixas cinemáticas, é necessário ajustar a normalização por um fator K , que pode ser dependente da energia e da rapidez. Entende-se que tal fator carrega as correções de ordem superior e/ou outros efeitos dinâmicos não incluídos na formulação CGC. Essa incerteza não afeta a análise de eventos de alta multiplicidade, porque o esperado é que esse fator seja o mesmo em eventos de baixa e alta multiplicidade, conseqüentemente, cancelando-se para a razão entre os resultados para eventos de alta multiplicidade e viés mínimo. As previsões para a produção de K_S^0 também são fortemente dependentes da descrição das representações fundamentais e adjuntas da amplitude do dipolo direto, $\tilde{\mathcal{N}}_F$ e $\tilde{\mathcal{N}}_A$, respectivamente. Na estrutura CGC – conforme já discutido no terceiro capítulo –, as amplitudes de espalhamento de dipolo frontal codificam todas as informações sobre a dispersão hadrônica e, portanto, sobre os efeitos não lineares e quânticos na função de onda de hádron. Tais quantidades podem ser expressas tanto no espaço de momento quanto no espaço de posição, com as representações relacionadas na Equação (3.6). No estudo aqui realizado foram consideradas as soluções da equação rcBK para $\mathcal{N}_{A,F}(x,r)$. É conhecido que a equação rcBK geralmente é resolvida considerando duas formas funcionais distintas para sua condição inicial, à saber, os modelos GBW e MV (vide Equações (3.36) e (3.37)). Desse modo, nos resultados a seguir apresentados, as parametrizações utilizadas são inspiradas nesses modelos. Especificamente, são consideradas as soluções apresentadas na Tabela 3.

Considerando os elementos comentados acima, uma comparação das previsões para a distribuição de momento transversal do méson K_S^0 com os dados experimentais da Colaboração ALICE [5] é apresentada no painel à esquerda na Figura 36. Resulta que, como também destaca a Referência [140], a previsão da normalização dos rendimentos autonormalizados é fortemente afetada por efeitos não perturbativos, uma vez que tal quantidade é dominada pela contribuição da produção de káons em valores de p_T muito baixos, que não podem ser avaliados de forma confiável na abordagem aplicada neste trabalho. Além disso, pode-se notar que o formalismo híbrido é capaz de descrever os dados atuais da produção de K_S^0 em colisões pp , e os diferentes modelos de UGDs descrevem de forma satisfatória a forma do espectro. A contribuição dos canais iniciados por glúons e quarks para a produção de K_S^0 é apresentada separadamente no painel à direita na Figura 36 para o modelo g1.118 (MV) – resultados semelhantes são obtidos para os outros dois modelos. Fica evidente que o canal de glúon é dominante na faixa cinemática considerada, o que pode explicar a razão de a abordagem usada na Referência [140] também ser capaz de descrever os dados do ALICE.

Seguindo estudos prévios acerca dos eventos de alta multiplicidade no formalismo

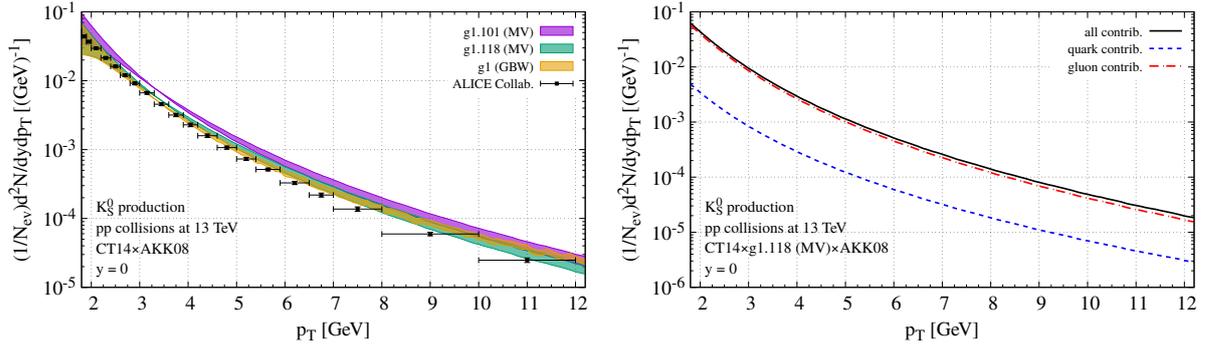


Figura 36 – Painel à esquerda: espectro de momento transversal da produção do méson K_S^0 em comparação com dados experimentais da Colaboração ALICE [5]. Painel à direita: contribuição dos subprocessos iniciados por glúon e quarks para a produção do méson K_S^0 derivada usando o modelo g1.118 (MV).

CGC, aqui também assume-se que o mecanismo de produção de partículas é o mesmo para eventos de alta e baixa multiplicidade, com a principal diferença sendo a escala de saturação presente nessas duas classes de eventos. Logo, assume-se que a Equação (5.1) tem validade para ambas as classes e que as configurações de alta multiplicidade podem ser aproximadas aumentando o valor de Q_s por

$$Q_s^2(n) = n \cdot Q_s^2 \quad (5.2)$$

com n caracterizando a multiplicidade. Essa quantidade é dada aproximadamente pela multiplicidade de partículas carregadas ponderadas por seu valor de viés mínimo: $n \approx dN_{ch}/d\eta / \langle dN_{ch}/d\eta \rangle$. Como na Referência [135], a equação BK foi resolvida considerando múltiplos da escala de saturação inicial, que é determinada a partir de ajustes para os dados de viés mínimo ep do HERA. Essa modificação naturalmente implica em valores maiores para a escala de saturação sondada em determinado evento, que depende de x e tem sua evolução determinada pela equação BK.

Na intenção de estimar o impacto da ação de variar a escala de saturação inicial, as Figuras 37 e 38 apresentam os cálculos da multiplicidade relativa de mésons K_S^0 e hádrons carregados, respectivamente, em função de n , para colisões pp a 13 TeV. Áreas sombreadas foram implementadas apenas para facilitar a observação dos diferentes conjuntos de projeções. Na Figura 37, as previsões, para os mésons K_S^0 , são derivadas considerando as três soluções da equação rcBK introduzidas anteriormente (g1.101 (MV), g1.118 (MV) e g1 (GBW)): no painel à esquerda estão as previsões para diferentes faixas de momento transversal e rapidez central, onde é possível identificar que a evolução com n é dependente do intervalo de p_T considerado; e no painel à direita, onde estão as previsões para diferentes valores de rapidez na faixa de momento transversal $4,0 < p_T < 12,0$ GeV – região para a qual há dados experimentais, que serão explorados adiante –, é possível ver que a evolução com n também depende do valor de y considerado. Na Figura 38, estão as derivações para os hádrons carregados, considerando os mesmos ingrediente utilizados nas derivações

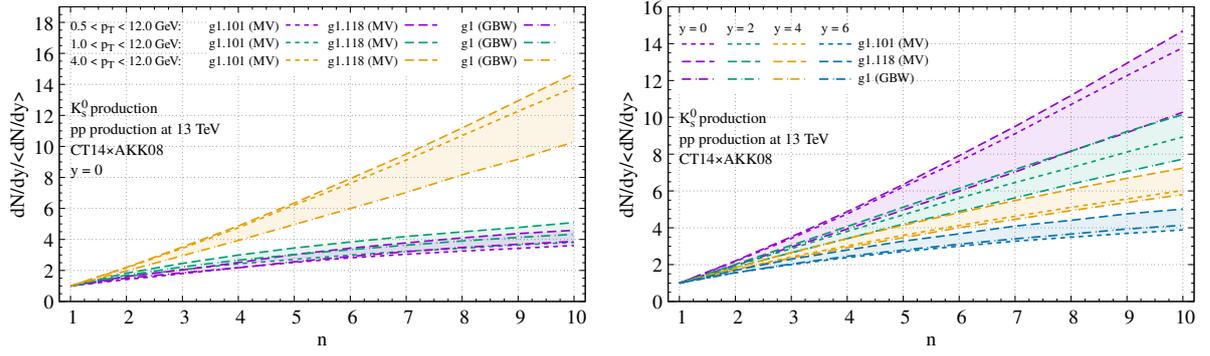


Figura 37 – Multiplicidade relativa de mésons K_S^0 em função de n : (painel à esquerda) diferentes faixas de p_T em $y = 0$; (painel à direita) diferentes valores de y em $4,0 < p_T < 12,0$ GeV.

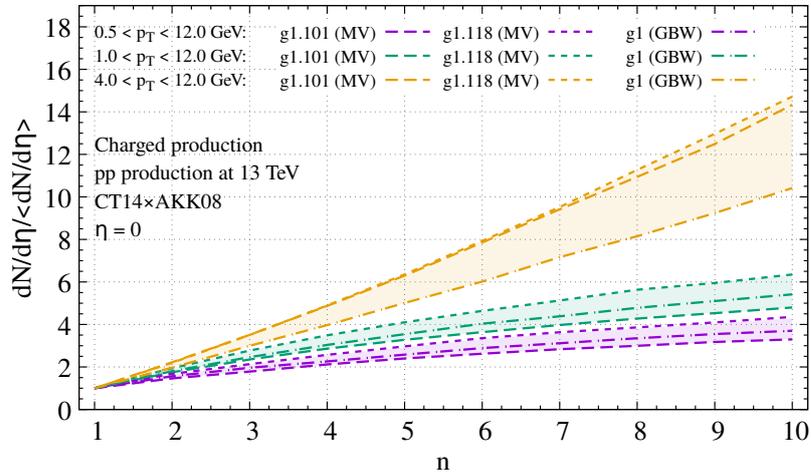


Figura 38 – Multiplicidade relativa de hádrõs carregados em função de n , para diferentes faixas de p_T em $y = 0$.

relativas aos mésons K_S^0 , fixando em rapidez central – região de interesse e para a qual há dados experimentais. Os hádrõs carregados são estimados levando em conta a contribuição de píons, bárions e mésons estranhos carregados. É importante destacar a verificação de que as previsões correspondentes descrevem os dados atuais para a produção inclusiva de hádrõs em rapidez central para colisões pp no LHC. Observa-se que as previsões para mésons K_S^0 e hádrõs carregados são semelhantes. Esses são resultados esperados, uma vez que o impacto dos efeitos não lineares são fortemente dependentes se Q_s^2 é maior ou menor que p_T^2 . Espera-se que eventos onde $Q_s^2 \gtrsim p_T^2$ sejam determinados pela dinâmica não linear da QCD. Portanto, um valor maior do valor mínimo de p_T , implica uma redução do número de eventos produzidos no regime saturado. Além disso, percebe-se, nesses painéis, uma significativa diferença (que aumenta com n) entre as soluções consideradas. Revelando uma sensibilidade da multiplicidade com os diferentes modelos de UGDs considerados.

As diferenças entre as previsões para mésons K_S^0 e hádrõs carregados podem ainda

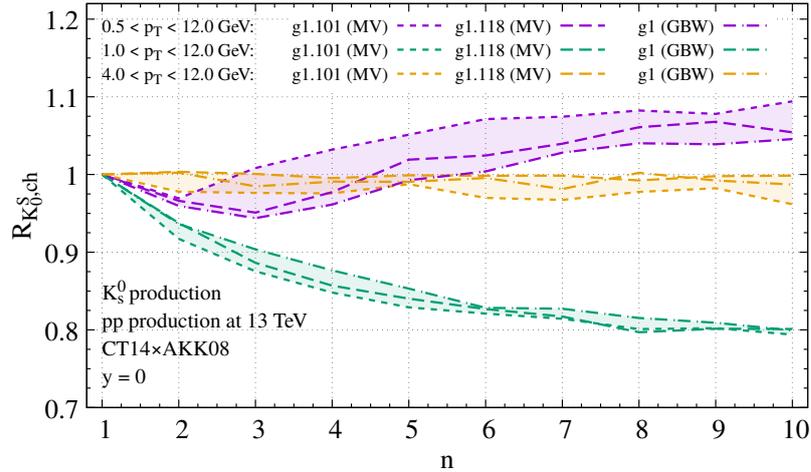


Figura 39 – Razão entre as previsões para a produção de mésons K_S^0 e partículas carregadas coproduzidas em função de n .

ser quantificadas calculando a razão entre os resultados correspondentes,

$$R_{K_S^0, ch} = \frac{dN_{K_S^0}/dy/\langle dN_{K_S^0}/dy \rangle}{dN_{ch}/d\eta/\langle dN_{ch}/d\eta \rangle}, \quad (5.3)$$

com o resultado sendo apresentado na Figura 39. Aqui, fica claro que a razão é consistente com a unidade apenas no caso onde grandes valores de p_T são considerados, indicando que a produção de mésons K_S^0 e hádrons carregados são igualmente afetados pelos efeitos de saturação. Por outro lado, se forem incluídos eventos com menor momento transversal, ocorre que o comportamento com n torna-se dependente do estado final.

Na Figura 40 são apresentadas previsões para a dependência da multiplicidade normalizada da produção de K_S^0 , considerando colisões pp a 13 TeV, diferentes valores de rapidez em uma faixa p_T fixa e assumindo as mesma três soluções da equação rcBK utilizada para os outros resultados. Como na Referência [7], os hádrons carregados foram estimados, em todos os casos, assumindo que as partículas são produzidas em valores de rapidez central. Aqui, conforme visto em resultados anteriores, também é possível observar que o aumento do rendimento de K_S^0 com a multiplicidade depende fortemente da rapidez. Em particular, para valores de rapidez muito frontal, observa-se uma dependência aproximadamente linear da multiplicidade, onde os resultados derivados com os diferentes modelos de UGDs apresentam um crescimento com n e, em particular, o modelo g1.101 (MV) apresenta um crescimento mais acentuado que os outros dois modelos. Esses resultados são esperados, uma vez que para grandes valores de y há grandes valores da escala de saturação, implicando que tanto o K_S^0 quanto o de hádrons carregados são impactados pelos efeitos não lineares na dinâmica da QCD de forma similar.

Agora, uma comparação entre as predições aqui propostas, para a dependência da multiplicidade dos mésons K_S^0 , e os dados experimentais fornecidos pela Colaboração ALICE [5] é apresentada na Figura 41. Ressaltando que esses dados foram coletados na

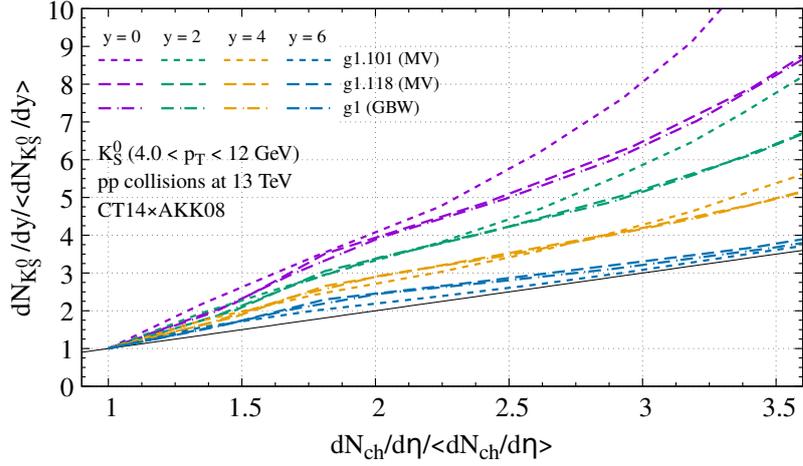


Figura 40 – Correlação entre rendimentos de K_S^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs e valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV. A linha sólida indica o resultado esperado para uma correlação linear.

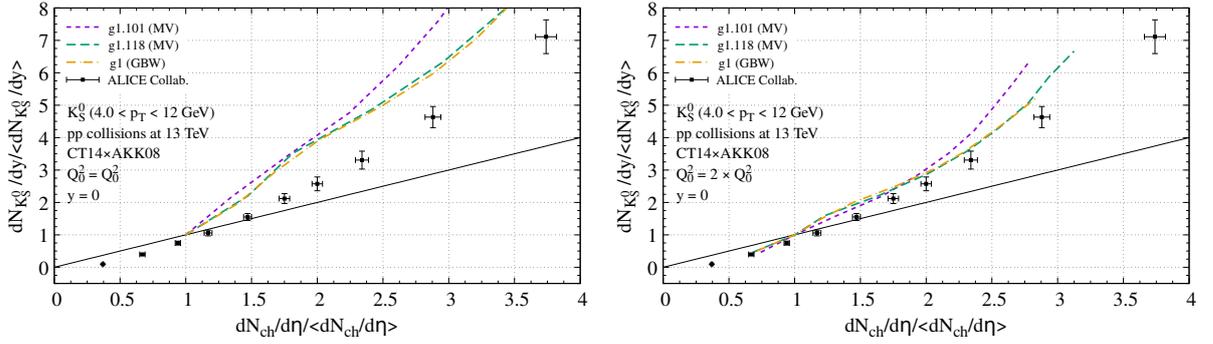


Figura 41 – Correlação entre os rendimentos de K_S^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs, em rapidez central e colisões pp a 13 TeV. Dados da Colaboração ALICE [5].

região central de rapidez $|\eta| \leq 0,5$ e para valores de momento transversal na faixa de $4,0 < p_T < 12$ GeV. No painel à esquerda, o cálculo é feito considerando a escala de saturação inicial “padrão” para cada UGD considerada. No painel à direita, o cálculo é feito considerando uma variação na escala de saturação inicial para as UGD consideradas. Os painéis apresentados na Figura 41 mostram que os cálculos resultam em projeções semelhantes para multiplicidades baixas, $dN_{ch}/d\eta / \langle dN_{ch}/d\eta \rangle \leq 2,0$, mas diferem para multiplicidades maiores. Além disso, ocorre que os modelos g1.118 (MV) e g1 (GBW) fornecem melhores descrições dos dados, mas também falham para os dados de maior valor da multiplicidade.

É interessante informar que o aumento da estranheza foi observado e discutido, por exemplo, também na Referência [140], onde os autores estudaram a produção de mésons K na abordagem de dipolos desenvolvida para o cálculo dos estados de quarks b e c abertos. Como consequência, apenas o canal $gg \rightarrow s\bar{s}$ é levado em consideração e a presença de um

(anti)quark estranho na função de onda dos hádrons incidentes é desconsiderada. Além disso, esses autores assumiram um modelo fenomenológico para a descrição da interação dipolo-hádron. Um desvio semelhante também é observado na Referência [135] para a produção do méson D quando eventos com maior momento transversal são considerados. No presente trabalho, onde interessa a abordagem híbrida, uma interpretação possível dessa superestimação para altas multiplicidades é que os efeitos de saturação não podem ser negligenciados no projétil. Outro possível efeito, não considerado neste estudo, é a modificação da função de fragmentação em eventos de alta multiplicidade. Os resultados aqui apresentados justificam essa proposição de análise.

Sumarizando, a descrição de eventos de alta multiplicidade observados em pequenos sistemas de colisão mostra-se ainda ser uma questão em aberto. Nos últimos anos, novos dados experimentais renovaram o interesse pelo tema, motivando fortemente uma grande fenomenologia baseada em modelos que levam em consideração efeitos de estado inicial, final ou ambos. Nesta seção, o estudo realizado teve como foco os efeitos de estado inicial, conforme descritos pela estrutura CGC, e foi aplicado o formalismo híbrido para a descrição da produção de K_S^0 em eventos de alta multiplicidade presentes em colisões pp a 13 TeV. Tal formalismo tem sido aplicado com sucesso para a descrição da produção de partículas em colisores hadrônicos e leva em consideração os subprocessos iniciados por glúons e quarks. Além disso, suas previsões podem ser derivadas usando as soluções da equação rcBK. Foi demonstrado que este formalismo também é capaz de descrever os dados atuais para o espectro de momento transversal e que a produção de K_S^0 é dominada pelo subprocesso iniciado por glúon. Seguindo o estudo realizado na Referência [135], que é capaz de descrever o méson D e a produção de J/Ψ em altas multiplicidades, o estudo aqui apresentado foi derivado assumindo que configurações de alta multiplicidade podem ser aproximadas aumentando o valor da saturação inicial escala na evolução BK. A dependência da multiplicidade relativa de mésons K_S^0 e partículas carregadas com a condição inicial para a equação de evolução BK foi estudada e verificou-se que eles são ligeiramente diferentes, dependendo do intervalo de p_T considerado. Finalmente, uma comparação das previsões produzidas neste estudo com os dados do ALICE para a dependência multiplicidade dos mésons K_S^0 é apresentada. Os resultados indicam que o formalismo híbrido pode descrever os dados atuais para valores de multiplicidade menores que 2,5, mas superestimam os dados para multiplicidades maiores, assim, indicando que outros efeitos e/ou correções de ordem superior devem ser levados em conta nessa faixa cinemática. Certamente, mais dados para a produção de mésons *strange* e *charm* em eventos de altíssima multiplicidade serão muito úteis para melhorar nosso entendimento dos efeitos dinâmicos presentes na nova faixa cinemática.

5.2 Produção de mésons D^0 em eventos de alta multiplicidade

Agora, retomando os elementos apresentados no quarto capítulo, que podem ser sinteticamente representados na seção de choque simplificada

$$\sigma(pp \rightarrow DX) \propto g(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_A(x_2) \otimes D_{c/D} + c(x_1, Q^2) \otimes \mathcal{N}_F(x_2) \otimes D_{c/D}, \quad (5.4)$$

resultados da produção do méson D neutro em eventos de alta multiplicidade observados no LHC serão apresentados, considerando a implementação de uma componente intrínseca – também discutida no quarto capítulo. Na Equação (5.4), $g(x_1, Q^2)$ e $c(x_1, Q^2)$ são, respectivamente, as densidades do glúon e do quark *charm* no projétil, $D_{c/D}$ denota a fragmentação do quark c em um méson D e as funções $\mathcal{N}_A(x_2)$ e $\mathcal{N}_F(x_2)$ são, respectivamente, as amplitudes de espalhamento adjunta e fundamental, que codificam todas as informações sobre o espalhamento hadrônico. Lembrando que, no formalismo CGC, eventos de alta multiplicidade são atribuídos à presença de configurações raras de pártons (chamados “pontos quentes”) nos hádrons participantes da colisão, que são caracterizados por escalas de saturação maiores do que as configurações típicas das presentes em eventos de viés mínimo [135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 12, 13]. Além disso, nos últimos anos, conforme já discutido na Introdução, diferentes colaborações experimentais no RHIC e no LHC estudaram a produção de partículas em eventos de alta multiplicidade em colisões pp [1, 2, 3, 6, 4, 5, 7] e observou-se que os rendimentos de diferentes estados finais, medido em rapidez central, cresce rapidamente em função das multiplicidades de partículas carregadas coproduzidas. Atualmente, esses dados podem ser descritos por modelos baseados em suposições subjacentes e mecanismos físicos muito distintos, e não há clareza se a modificação observada em eventos de alta multiplicidade em comparação com o caso de viés mínimo se deve a efeitos de estado inicial ou final, ou a ambos os casos. Portanto, dados futuros, também para rapidez frontal, serão úteis para a distinção dos diferentes modelos. Desse modo, aqui serão apresentadas previsões para os rendimentos autonormalizados do mésons D^0 . Assim, como na seção anterior, a análise aqui apresentada baseia-se em duas suposições principais: (a) a produção de mésons D^0 também é válida ao estudar eventos de alta multiplicidade; e (b) colisões que geram mais mésons D^0 estão associadas a interações onde o alvo está em uma configuração com maior escala de saturação. No formalismo CGC o aumento está associado a configurações raras na função de onda do próton e, portanto, está associado a um efeito de estado inicial e tem sua dependência de rapidez totalmente determinada pela dependência x de Q_s . Como consequência, uma futura análise experimental da produção de mésons D^0 em eventos de altas multiplicidades e rapidez frontal será um teste para o formalismo CGC e útil para esclarecer se os efeitos do estado final devem ser incluídos na descrição desses eventos.

Como nas Referências [135, 139, 140, 141, 142, 12, 13], os resultados a seguir apresentados, são calculados considerando que o aumento na escala de saturação se dá

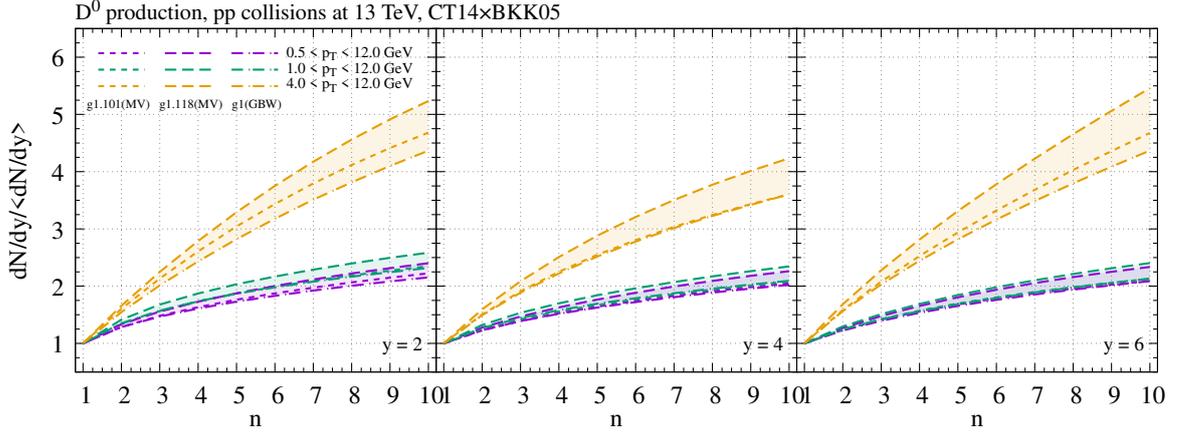


Figura 42 – Multiplicidade relativa de mésons D^0 em função do fator de escala n , para distintas faixa de integração em p_T e diferentes valores de y .

redimensionando a condição inicial para a equação de Balitsky-Kovchegov, ou seja, a escala de saturação para um evento com uma multiplicidade n é obtida resolvendo a equação rcBK para uma escala de saturação inicial dada pela Equação (5.2), à saber, $Q_{s,0}^2(n) = n \cdot Q_{s,0}^2$, com $Q_{s,0}^2$ determinado pelo ajuste dos dados HERA. Além disso, espera-se que, sobretudo, a produção de mésons pesados no formalismo CGC seja melhor descrita considerando maiores valores de rapidez. Observando que, dada a possibilidade de pontos quentes nas interação hadrônica, é possível a ocorrência (mais raramente) de eventos de alta multiplicidade na região central de rapidez.

Na Figura 42 são apresentadas estimativas do impacto da ação de variar a escala de saturação inicial, isto é, a multiplicidade relativa de mésons D^0 em função de n , para colisões pp a 13 TeV, considerando diferentes faixas de momento transversal e valores de rapidez ($y = 2, 4, 6$). Além disso, essas previsões são derivadas considerando soluções da equação rcBK introduzidas anteriormente (vide Tabela 3). É possível identificar que a evolução com n é fortemente dependente do intervalo de p_T considerado, bem como, é sensível à solução BK levada em conta. O aumento do rendimento de méson D^0 normalizado com n é mais acentuado quando o valor mínimo de p_T é maior e apresenta um comportamento mais próximo do linear para menores valores de y . É preciso observar que na faixa de maiores valores de p_T a projeção para $y = 6$ apresenta um crescimento mais acentuado. Isso se deve ao fato de que, no caso da produção de mésons D^0 , a contribuição dos canais iniciados por glúon (que dominam em menores n e y) é semelhante ou menor à contribuição de *charm* em altas multiplicidades (grande n).

A Figura 43 traz as previsões normalizadas para a correlação entre o méson D^0 e as partículas carregadas coproduzidas em colisões pp a 13 TeV para diferentes valores da rapidez do méson D^0 ($y = 2, 4, 6$). As previsões foram derivadas considerando a faixa de momento transversal $4,0 \leq p_T \leq 12$ GeV, bem como, considerando as mesmas PDFs, FFs e soluções da equação BK utilizadas nos resultados anteriores. Como feito na seção anterior,

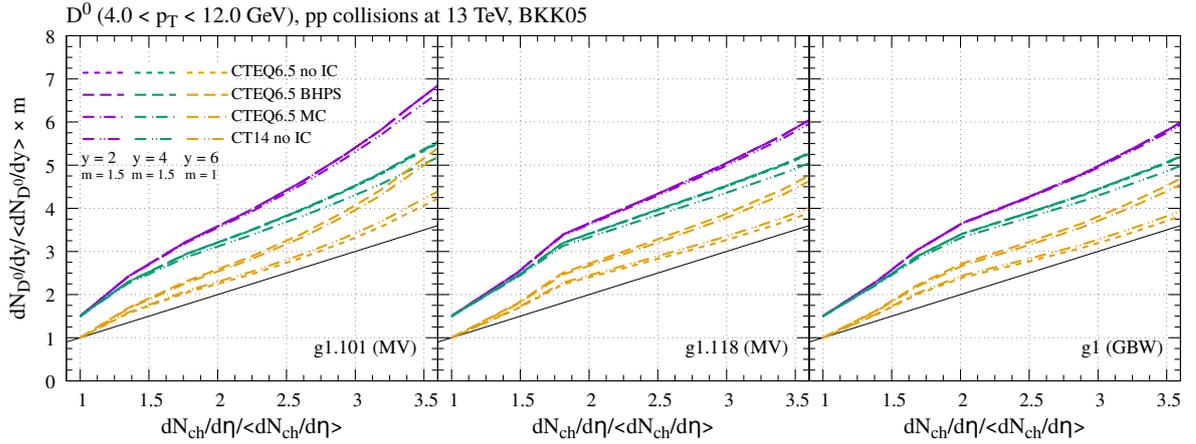


Figura 43 – Correlação entre os rendimentos de mésons D^0 e hádrons carregados, calculados com diferentes UGDs, PDFs e valores de y , para colisões pp a 13 TeV.

para os mésons K_S^0 , o rendimento normalizado para partículas carregadas é calculado na faixa cinemática de pseudorapidez $|\eta| < 0,5$ e integrando todos os valores possíveis do momento transversal das partículas carregadas, o que implica que tal quantidade é fortemente modificada pelos efeitos de saturação. Além disso, como na Figura 42, aqui também as projeções ficam muito próximas umas das outras ou sobrepõem-se, logo, foi considerado um fator multiplicativo $m = 1,5$ para facilitar a observação. Observa-se que, em relação as diferentes PDFs (com e sem *charm* intrínseco), as previsões para $y = 2$ e $y = 4$ não apresentam diferenças muito expressivas, no entanto, para $y = 6$ há diferença significativa entre as projeções, com as previsões que consideram uma componente intrínseca aumentando mais rapidamente com a multiplicidade. Da mesma forma, percebe-se que as previsões são sensíveis à solução da equação rcBK considerada, o que é esperado uma vez que o aumento com a multiplicidade é determinado pela escala de saturação que é determinada pela evolução da QCD. Ainda, os resultado aqui apresentados indicam que a correlação das multiplicidades também é dependente do valor de rapidez considerado.

Sumarizando, nesta seção, foi realizado um estudo da produção de mésons D^0 em colisões pp em rapidez frontal e/ou altas multiplicidades, que são os regimes onde esperamos os maiores valores da escala de saturação e, conseqüentemente, o maior impacto dos efeitos não lineares da dinâmica da QCD nas distribuições diferenciais. Como a contribuição das componentes de grandes valores de x da função de onda do próton também se torna importante para descrever as seções de choque neste regime, também foi analisado o impacto do *charm* intrínseco nas distribuições transversal e de rapidez. O processo foi descrito utilizando o formalismo CGC e foram consideradas três soluções distintas da equação rcBK. Foi demonstrado que os dados atuais do LHCb são bem descritos e que o impacto do componente intrínseco é pequeno. No entanto, para valores de rapidez mais elevadas, o processo iniciado pelo quark *charm* torna-se dominante e é fortemente sensível à descrição da PDF do quark c . Também foram apresentadas previsões para os rendimentos

autonormalizados de mésons D^0 em função da multiplicidade de hádrons carregados coproduzidos, considerando diferentes valores da rapidez do méson. Os resultados aqui apresentados indicaram que o aprimoramento em altas multiplicidades é dependente da rapidez, que está diretamente associada no formalismo CGC ao comportamento da escala de saturação.

5.3 Produção de fótons em eventos de alta multiplicidade

A produção de fótons isolados em colisões hadrônicas a altas energias é uma das sondagens mais limpas das interações fortes e da estrutura dos hádrons (revisões recentes são encontradas, por exemplo, nas Referências [154, 155]). Nas últimas décadas, esse processo tem sido amplamente estudado e a motivação principal é o fato de que, em LO, tal processo é dominado pelo espalhamento Compton $q + g \rightarrow q + \gamma$. Implicando que a produção de fótons isolados é sensível à distribuição de glúons com pequenos valores da variável x de Bjorken [156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164] e à descrição da dinâmica da QCD em altas energias [165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 118]. Outro aspecto importante é que a contribuição dos fótons gerados pela fragmentação colinear dos pártons do estado final é significativamente reduzida, suprimindo o impacto das interações do estado final e tornando a produção de fótons isolados uma excelente sonda da função de onda das partículas incidentes. Logo, na prática, a seção de choque associada não é afetada por processos de fragmentação, embora seja sensível aos efeitos não lineares na função de onda hadrônica. Portanto, uma futura análise experimental desse processo será importante para revelar a contribuição dos efeitos de estado inicial e final em eventos de alta multiplicidade e ajudará a estabelecer as melhorias necessárias na teoria.

O parágrafo seguinte traz os aspectos fundamentais e particulares para descrever a produção de fótons no formalismo do CGC. Com isso, será realizada uma verificação dos valores típicos das frações de momento do projétil e do alvo (isto é, a faixa cinemática sondada na produção de fótons no LHC), para diferentes valores de rapidez e momento transversal do fóton. Em seguida, será apresentada uma comparação dos cálculos para os espectros de fótons, derivados considerando diferentes condições iniciais para a equação BK, com os dados atuais do LHC para diferentes energias e faixas de rapidez. Além disso, será apresentada, pela primeira vez, uma análise da produção de fótons isolados em eventos de alta multiplicidade em colisões pp usando a estrutura CGC. Especificamente, o rendimento normalizado de fótons será estimado e sua dependência da multiplicidade é investigada para diferentes valores da escala de fatorização e rapidez, bem como, para soluções distintas da equação BK. Para o desfecho desta seção, as principais observações serão reunidas em um resumo final.

No formalismo colinear padrão, a seção de choque para a produção de fótons

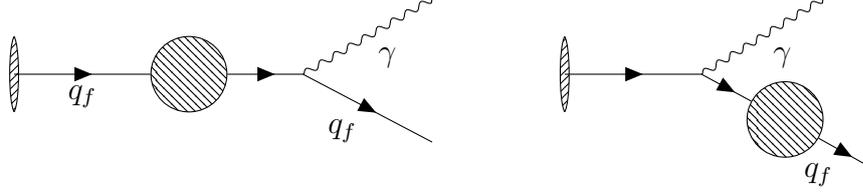


Figura 44 – Processos que contribuem para o fóton *bremsstrahlung* de um quark projétil propagando-se através do campo de cores de baixos valores de x do alvo, descrito usando o formalismo Condensado de Vidro de Cor.

isolados a altas energias é dominada pelo processo “Compton” quark-glúon ($q + g \rightarrow q\gamma$) e, como consequência, é um bom observável para determinar a distribuição de glúons. No entanto, a inclusão de efeitos não lineares associados, por exemplo, aos múltiplos espalhamentos – que se espera tornarem-se importantes em grandes valores de energias e multiplicidades –, não é uma tarefa fácil no formalismo colinear. Por outro lado, no formalismo CGC, a produção dos fótons isolados é considerada como um γ *bremsstrahlung* de um quark projétil propagando-se através do campo de cores com pequenos valores de x do alvo [165, 166], com a radiação do fóton ocorrendo depois ou antes do quark se espalhar pelo alvo (vide Figura 44). Devido à interferência entre as amplitudes correspondentes, o processo *Bremsstrahlung* do fóton pode ser visto como um espalhamento de um dipolo $q\bar{q}$ com uma determinada separação transversal. Esse formalismo prediz que, no espaço de coordenadas, a seção de choque diferencial associada pode ser expressa em termos da função de onda do cone de luz $\Psi_{q\gamma}$, que descreve a radiação de fótons (reais) do quark projétil, e a matriz de dipolo $S(x_g, r, b)$, a qual descreve o espalhamento dipolo-alvo para um dado valor da separação de dipolo r e do parâmetro de impacto b . A matriz S pode ser expressa em termos da amplitude de espalhamento dipolo-alvo $\mathcal{N}(x_g, r, b)$ considerando que $S = 1 - \mathcal{N}$, com a evolução em x_g sendo obtido resolvendo a equação de Balitsky-Kovchegov. Assim, no espaço de momentos transversais e no limite de quarks sem massa, a produção inclusiva de fótons em uma colisão pp é dada, em LO, por [172]

$$\begin{aligned} \frac{dN^{pp \rightarrow \gamma X}}{d^2k_T dy} &= \sum_q \frac{e_q^2 \alpha_{em}}{\pi(2\pi)^3} \int d^2l_T \int_{x_{min}} dx_p z^2 [1 + (1-z)^2] \\ &\times \frac{q(x_p, \mu^2)}{k_T^2} \frac{(k_T + l_T)^2}{[zl_T - (1-z)k_T]^2} \int d^2b S(k_T + l_T, b, x_g), \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde k_T e y são, respectivamente, o momento transversal e a rapidez do fóton, z é a fração do momento longitudinal do quark carregado pelo fóton, $q(x_p, \mu^2)$ é a função de distribuição colinear de quarks para uma escala rígida μ^2 , a matriz S no espaço de momentos é a transformada de Fourier $S(x_g, r, b)$ e $x_{min.} = k_T e^y / \sqrt{s}$. Além disso,

$$x_g = \frac{|k_T| e^{-y} + |l_T| e^{-y_q}}{\sqrt{s}}, \quad y_q = \log \left(\frac{-e^y |k_T| + x_p \sqrt{s}}{|l_T|} \right) \quad \text{e} \quad z = \frac{|k_T|}{x_p \sqrt{s} e^y}. \quad (5.6)$$

A fim de reduzir a componente de fragmentação para a produção de fótons, será imposto um corte de isolamento multiplicando o integrando da Equação (5.5) por

$\theta[\sqrt{(y - y_q)^2 + \Delta\phi} - R]$, onde $\Delta\phi$ é o ângulo azimutal entre o quark e o fóton, e R é o raio do cone de isolamento escolhido. Seguindo a Referência [172], aqui será aplicada a função de distribuição de parton CTEQ6 [34] LO para descrever o conteúdo de quark do projétil. Também será assumido que o parâmetro de impacto na matriz S pode ser fatorado na forma

$$\int d^2b \mathcal{N}(x_g, r, b) = \frac{\sigma_0}{2} N(x_g, r), \quad (5.7)$$

onde σ_0 é uma constante determinada via dados do HERA para a seção de choque reduzida e $N(x_g, r)$ é obtido resolvendo a equação de acoplamento BK [179, 84, 78]. No estudo aqui apresentado são considerados as três soluções para a equação rcBK já introduzidas anteriormente na Tabela 3.

Sabendo que a suposição básica na abordagem CGC, para a produção de fótons isolados, é que o projétil evolui de acordo com a dinâmica linear da DGLAP enquanto o alvo é tratado usando o formalismo CGC, logo, espera-se que essa abordagem seja válida quando a seção de choque é dominada por colisões altamente assimétricas (isto é, com partons projetéis, que carregam grandes frações de momento, e partons alvo, carregando uma fração de momento muito pequena). Na Figura 45 há uma estimativa das frações de momento típicas dos partons do projétil (x_p) e do alvo (x_g) que contribuem para o seção de choque da Equação (5.5), considerando colisões pp a 13 TeV. São assumidos valores distintos para a rapidez e dois valores para o momento transversal do fóton: $k_T = 2,0$ GeV (painel esquerdo) e $k_T = 11,0$ GeV (painel direito). Os resultados demonstram que, para grandes valores de rapidez e elevado momento transversal, a suposição presente no formalismo CGC é totalmente satisfeita. Para valores mais baixos de rapidez e momento transversal, os valores menores das frações de momento do projétil passam a contribuir e os efeitos não lineares podem se tornar não desprezível. Para reduzir o impacto dessas correções, como nos casos anteriores, aqui também será considerado $k_T \geq 4,0$ GeV na análise da multiplicidade de fótons. É importante ressaltar que para rapidez central $x_p \approx x_g$, implicando que a aplicação do formalismo CGC para a descrição da produção de fótons é teoricamente questionável. No entanto, por completeza, na análise do espectro de momento transversal as previsões do CGC serão comparadas aos atuais dados experimentais do LHC, inclusive para rapidez central, a fim de analisar se esta abordagem fornece (ou não) uma boa aproximação para a descrição do processo nesta região cinemática. Para além disso, o nosso interesse maior é elaborar as previsões para valores de rapidez dentro do regime seguro de validade deste formalismo, isto é, $y \geq 2$.

Agora, o foco será nas previsões para os espectros de momento transversal do fóton para diferentes energias do centro de massa e valores distintos de rapidez. Nos cálculos aqui apresentados serão consideradas as soluções da equação BK para a amplitude de espalhamento dipolo-próton já conhecidas. Além disso, esses são resultados derivados variando a escala de fatorização no intervalo $0,25Q^2 \leq \mu^2 \leq 4Q^2$, com $Q^2 = \max\{l_T^2, k_T^2\}$

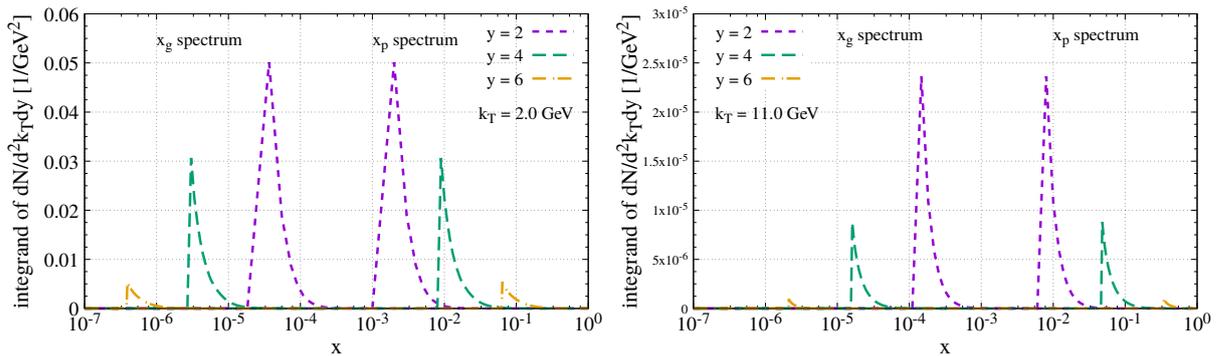


Figura 45 – Frações de momento dos pártons do projétil (x_p) e do alvo (x_g) contribuintes para a seção de choque da Equação (5.5), calculados para diferentes valores de rapidez e momento transversal do fóton, para colisões pp a 13 TeV

[172]. Na Figura 46 (painel à esquerda), constam as previsões para a distribuição diferencial dupla, $d\sigma/dk_T dy$, integrada em faixas distintas de rapidez e comparadas aos dados atuais da produção de fótons isolados disponibilizados pela Colaboração ATLAS [180]. Além disso, nesses cálculos, adota-se $R = 0,4$. Com isso, é possível observar que as previsões derivadas utilizando qualquer uma das soluções utilizadas descrevem satisfatoriamente os dados, em particular, para maiores valores de rapidez. É importante ressaltar que um fator multiplicativo K , geralmente presente em previsões originadas de cálculos baseados no formalismo colinear, não está presente nas previsões aqui apresentadas. Na Figura 46 (painel direito), constam os resultados para a dependência do momento transversal em relação à produção de fótons invariantes para colisões pp a 13 TeV, assumindo valores distintos para a rapidez do fóton. Percebe-se uma leve diferença entre as previsões, principalmente em grandes valores de k_T . É importante enfatizar que para $y = 6$ há uma forte redução da distribuição para grande momento transversal devido ao menor espaço de fase disponível para esta rapidez em comparação com valores menores de y . A comparação destas previsões com dados experimentais futuros será útil para verificar a validade do formalismo, especialmente em rapidez frontal onde espera-se um impacto maior dos efeitos não lineares na dinâmica da QCD.

No que se segue, as atenções são voltadas para a produção de fótons isolados em eventos de alta multiplicidade no LHC, particularmente, para $y \geq 2$. O interesse é estimar a razão $dN_\gamma/dy/\langle dN_\gamma/dy \rangle$ em função da multiplicidade, onde dN_γ/dy é a distribuição de rapidez para uma dada multiplicidade. Essa é obtida a partir da Equação (5.5) integrando-a em um determinado intervalo de k_T , e $\langle dN_\gamma/dy \rangle$ é seu valor de viés mínimo. Aqui, como em estudos anteriores [135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142], será assumido que o mecanismo de produção de partículas é o mesmo para eventos de baixa e alta multiplicidade, com a principal diferença sendo a escala de saturação presente nessas duas classes de eventos. Esse procedimento pode ser justificado da seguinte forma: cada evento de espalhamento sonda uma configuração de carga de cor diferente do sistema em colisão, que na abordagem CGC

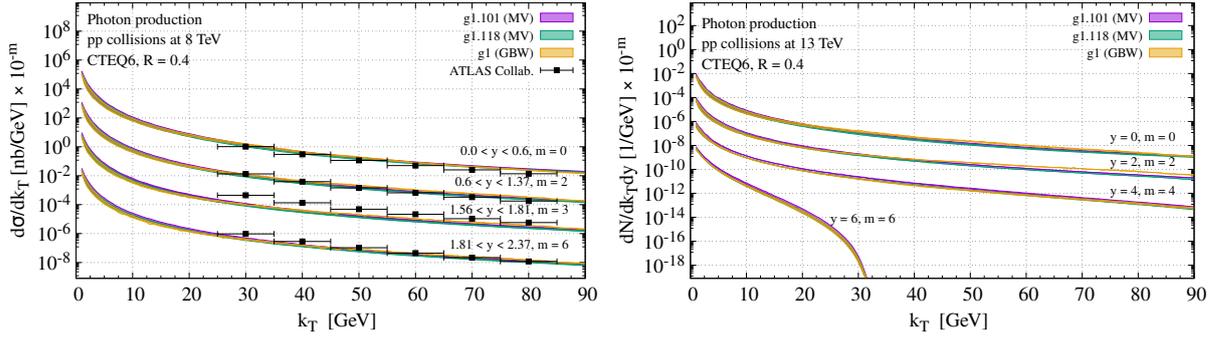


Figura 46 – Painel à esquerda: cômputo do espectro de momento transversal dos fótons comparados aos dados da Colaboração ATLAS [180] para colisões pp a 8 TeV. Painel à direita: projeção do espectro de momento transversal para colisões pp a 13 TeV. Em ambos casos os cálculos foram realizados para diferentes UGDs e valore de rapidez.

é caracterizada por uma escala de saturação distinta. Evocar a expectativa geral, baseada na dualidade local párton-hádrón, de que a multiplicidade final de um evento particular se correlaciona com a configuração partônica inicial de tais sistemas, leva à noção de que estados altamente ocupados têm escalas de saturação maiores do que aquelas configurações típicas (viés mínimo). Em particular, os resultados derivados na Referência [181] indicaram que as configurações de alta multiplicidade podem ser aproximadas aumentando o valor de Q_s por $Q_s^2(n) = n \cdot Q_s^2$ onde n caracteriza a multiplicidade. Tal suposição implica que as configurações de alta multiplicidade podem ser aproximadas aumentando o valor de $Q_{s,0}^2$ na condição inicial da equação BK, isto é, $Q_{s,0}^2(n) = n \cdot Q_{s,0}^2$. Além disso, essa suposição também implica/redunda que a Equação (5.5) pode ser assumida como válida para ambas as classes de multiplicidades.

As dependências de n em relação aos rendimentos normalizados são apresentadas nas figuras seguintes. Especificamente, nelas estão as projeções para diferentes configurações do cálculo da produção de um fóton isolado, considerando colisões pp a 13 TeV, com $y = 2, 4, 6$, e assumindo as soluções da equação BK já conhecidas (vide Tabela 3). Na Figura 47, consta a dependência das previsões em relação ao valor do raio do cone de isolamento R . Aqui, os resultados são obtidos levando em conta a integração do momento transversal do fóton no intervalo $1,0 \leq k_T \leq 12$ GeV. As previsões derivadas foram redimensionadas por diferentes fatores constantes m para melhorar a visualização. Observa-se que as previsões são semelhantes para os dois valores de R considerados, o que é esperado porque trata-se de uma estimativa do rendimento normalizado. Como consequência, os próximos resultados são limitados às previsões derivadas assumindo $R = 0,1$. A Figura 48 mostra as previsões para diferentes faixas de momento transversal e valores de rapidez, onde é possível identificar que, assim como nos casos anteriores, a evolução com n é sensível ao intervalo de k_T considerado e à solução BK considerada no cálculo. Em particular, o aumento do rendimento de fótons normalizado com n é mais acentuado quando o valor

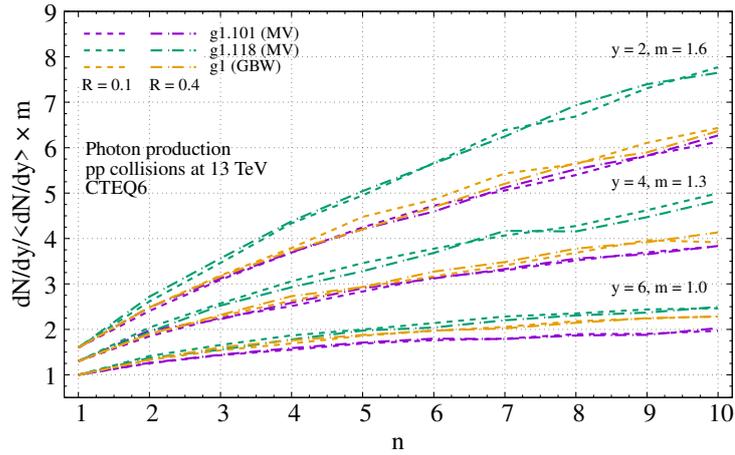


Figura 47 – Multiplicidade relativa de fótons em função de n para diferentes valores de R .

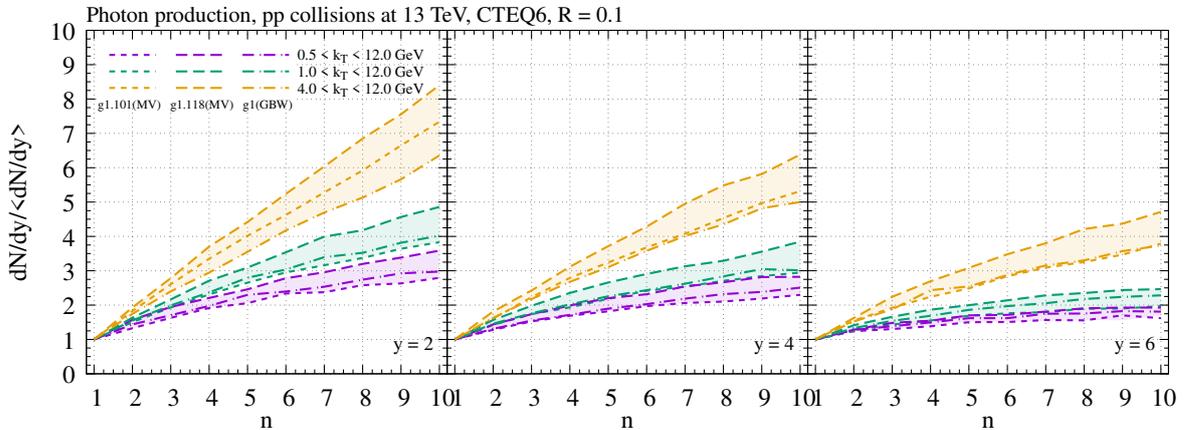


Figura 48 – Multiplicidade relativa de fótons em função do fator de escala n , para distintas faixas de integração em k_T e diferentes valores de y .

mínimo de k_T (k_T^{\min}) é maior. Comportamento semelhante já foi observado para outros estados finais [135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142]. Além disso, as previsões também se tornam mais dependentes da solução BK usada no cálculo para um k_T^{\min} maior. Tal comportamento está diretamente associado ao fato de que a principal diferença entre as soluções BK ocorre para maiores valores do momento transversal e essa diferença é amplificada quando são assumidos maiores valores da escala de saturação inicial.

As previsões apresentadas na Fig. 49 mostram a correlação para diferentes valores da rapidez do fóton y , considerando soluções distintas da equação BK. Os resultados foram obtidos integrando o momento do fóton na faixa $4,0 \leq k_T \leq 12,0$ GeV, a mesma faixa considerada pela Colaboração ALICE em sua medição do méson K_S^0 [5]. A linha sólida na Figura 49 indica o resultado esperado para uma correlação linear entre os rendimentos. Pode-se notar que o aumento do rendimento de fótons isolados com a multiplicidade é fortemente dependente da rapidez, tornando-se mais fraco à medida que y aumenta. Em particular, para rapidez muito frontal, como é o caso de $y = 6$, observa-se uma dependência quase linear da multiplicidade. Tal resultado é esperado, uma vez que para grandes valores

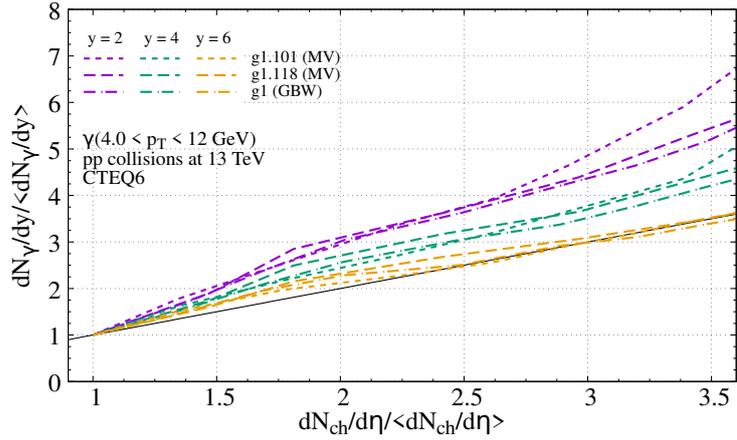


Figura 49 – Correlação entre os rendimentos normalizados de fótons isolados e partículas carregadas, calculados com diferentes UGDs e valores da rapidez do fóton, para colisões pp a 13 TeV.

de y tem-se grandes valores da escala de saturação, implicando que tanto os rendimentos de fótons isolados quanto de hádrons carregados serão impactados pelos efeitos não lineares na dinâmica da QCD de maneira semelhante. Ainda, pode-se ver que, de modo geral, o comportamento na evolução com a multiplicidade é semelhante nas diferentes soluções da equação BK consideradas. Por outro lado, também é possível perceber que esses resultados indicam que as previsões para grandes multiplicidades e rapidez centrais são sensíveis à descrição da dinâmica da QCD, com a solução g1.101 (MV) prevendo um crescimento mais acentuado. Uma futura comparação destas previsões com os dados experimentais será um teste útil do formalismo do CGC, bem como dos principais pressupostos presentes no tratamento dos eventos de alta multiplicidade.

Até aqui foram apresentados e discutidos os resultados para a correlação entre os rendimentos normalizados de fótons isolados e partículas carregadas. Tais resultados foram derivados para diferentes valores de rapidez de fótons e considerando que as partículas carregadas são sempre produzidas em rapidez central. Ainda, esses rendimentos associados são obtidos pela integração em diferentes faixas de momento transversal, conforme assumido nas análises realizadas pela Colaboração ALICE usando os dados do *Run 2*. No entanto, para o *Run 3*, espera-se também uma estatística mais elevada para maiores valores de rapidez, o que permitirá estudar a correlação entre os rendimentos para rapidez idênticas e intervalos de momento transversais. Com essa perspectiva, na Figura 50, são apresentadas as previsões derivadas para a correlação assumindo que o fóton e as partículas carregadas são produzidos na mesma rapidez e seus rendimentos são integrados na mesma faixa de momento transversal ($4,0 \text{ GeV} \leq k_T \leq 12,0 \text{ GeV}$). Tem-se que, para esse caso, as previsões são quase insensíveis à rapidez, o que é esperado, uma vez que a produção de fótons isolados e de hádrons carregados têm uma dependência semelhante dos efeitos não lineares quando a mesma região cinemática é sondada. Além disso, pode-se notar que o

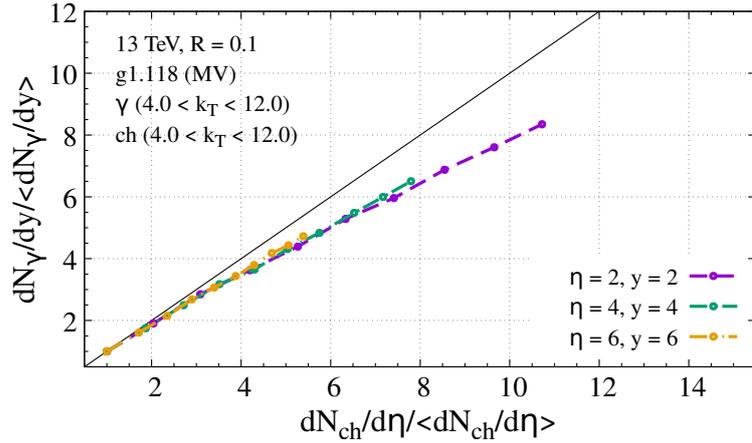


Figura 50 – Correlação entre o fóton isolado e as partículas carregadas normalizados, para diferentes configurações de rapidez e pseudo-rapidez em colisões pp a 13 TeV.

rendimento de fótons isolados será suprimido em comparação ao de hádrons carregados, o que está associado ao fato de que o rendimento de hádrons carregados tem um aumento mais rápido com o crescimento da multiplicidade. A comparação desta previsão com dados experimentais futuros é um teste importante do formalismo do CGC.

Em resumo, nesta seção, foi investigada a produção de fótons isolados em colisões pp de alta multiplicidade no LHC considerando o formalismo CGC, o qual fornece uma abordagem unificada para o tratamento de ambas as classes de eventos (baixa e alta multiplicidade), bem como, para a descrição da produção de hádrons e fótons a altas energias. O estudo aqui apresentado foi motivado pelo fato de que não se espera que o rendimento de fótons isolados seja afetado por interações de estado final e efeitos de hadronização, que podem modificar as previsões para a produção de hádrons em eventos raros. Portanto, uma comparação futura entre as previsões apresentadas com dados experimentais será uma sonda limpa do formalismo CGC e um teste importante das suposições assumidas na modelagem dos eventos de alta multiplicidade.

5.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado um estudo sistemático da multiplicidade de diferentes estados finais, no formalismo híbrido. Mais especificamente, na intenção de investigar a questão da não linearidade dos eventos de alta multiplicidade, foi verificada a produção dos mésons K_S^0 e D^0 e também dos fótons, portanto, três configurações distintas de estados finais. Desse estudo destacam-se algumas observações principais: a descrição de eventos de alta multiplicidade, observados em pequenos sistemas de colisão, mostra-se ainda ser uma questão em aberto; quanto aos conjuntos de condições iniciais para a equação BK, para as multiplicidades relativas dos três estados finais investigados, apresentam ligeiras diferenças que se acentuam em maior multiplicidade; para os três estados finais, há uma forte depen-

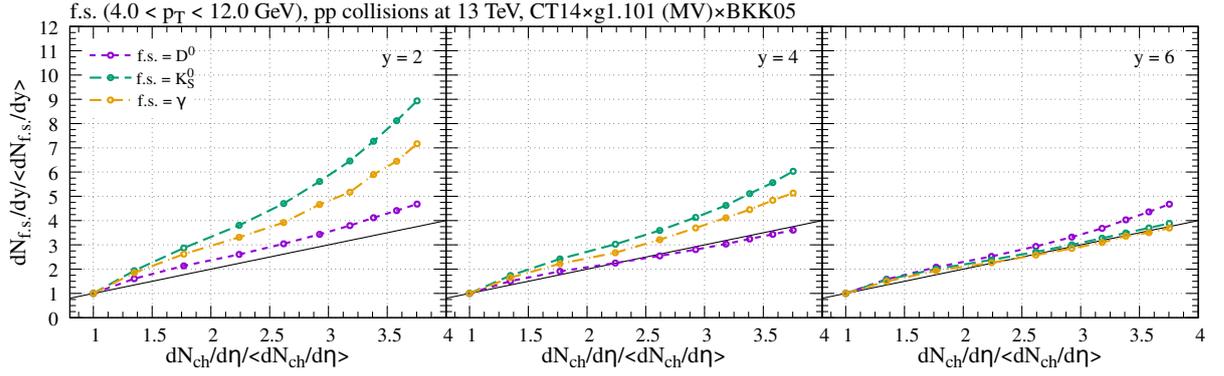


Figura 51 – Rendimentos de D^0 , K_S^0 e γ em correlação com os hádrons carregados, calculados com a UGD g1.101 (MV) e diferentes valores de rapidez, para colisões pp a 13 TeV.

dência do espectro de p_T considerado; e o crescimento com n , nos três casos, é fortemente dependente do valor da rapidez. Para ressaltar tais diferenças entre as correlações dos três estados finais contra partículas carregadas coproduzidas, a Figura 51 reúne as comparações para os três casos. Essa última comparação é motivada pelo fato de que se o enaltecimento estiver associada a efeitos de estado final, espera-se que tais observáveis sejam modificados de maneiras distintas. Em particular, não se espera que os fótons isolados sejam fortemente afetados. Em contrapartida, no formalismo CGC, que fornece uma descrição unificada destes processos, a presença de configurações raras com escalas de saturação maiores afetará todos os observáveis, sendo a magnitude dependente da relação entre Q_s e a escala dura presente no processo, que é dado pela combinação entre o momento transversal e a massa do estado final considerado. Observa-se que o comportamento da correlação das multiplicidades normalizadas é dependente da partícula produzida, com diferentes magnitudes de projeções a depender do tipo de partículas observada. Também, a Figura 51 mostra que a correlação é fortemente dependente do valor da rapidez considerada, com as projeções para maior y apresentando um comportamento linear em todo o espectro observado. A comparação dessas previsões com dados experimentais futuros poderá ajudar a separar os efeitos do estado inicial e final, bem como permitir-nos verificar a validade do formalismo CGC.

6 CONCLUSÕES E PRÓXIMOS PASSOS

A teoria efetiva do Condensado de Vidros de Cor apresenta-se como um estrutura capaz de descrever uma série de observáveis e fenômenos físicos. No entanto, ainda há muitas questões em aberto no campo da física de altas energias e muitas delas advêm da própria teoria do CGC. É preciso ter mais clareza, por exemplo, sobre a conexão que os eventos de alta multiplicidade tem com uma eventual assinatura da formação do CGC; ou, se a teoria CGC é capaz de descrever o regime de baixa e alta multiplicidade de forma simultânea. Portanto, é importante buscar modos de compreender melhor os limites dessa teoria. Nesse sentido, este trabalho apresenta um estudo sistemático da produção de partículas a partir de colisões hadrônicas, observando eventos em baixas e altas multiplicidades e rapidez frontal. Em particular, considerando formalismos que estão no escopo da teoria CGC, com maior ênfase no uso do formalismo híbrido.

Aqui foram apresentados os resultados da investigação da produção de três estados finais distintos, os mésons K_S^0 e D^0 e também fótons, considerando colisões próton-próton e diferentes valores de rapidez. Observando que é na região de rapidez frontal e/ou altas multiplicidades que se espera os maiores valores da escala de saturação e, conseqüentemente, o maior impacto dos efeitos não lineares da dinâmica da QCD nas distribuições diferenciais. No entanto, é preciso observar também que mesmo na região central de rapidez espera-se que ocorram – mais raramente – eventos de alta multiplicidade (pontos quentes). Os resultados apresentados neste trabalho, para os três diferentes estados finais, indicam que o crescimento em altas multiplicidades é fortemente dependente da faixa de momento transversal e da rapidez consideradas, bem como, o comportamento da correlação das multiplicidades normalizadas projeta-se em diferentes magnitudes a depender do tipo de partículas observada.

Além disso, cada um dos três estados finais considerados tem seus aspectos particulares, os quais são destacados nas suas respectivas seções. Por exemplo, no caso dos mésons D^0 , é possível verificar a contribuição de uma componente intrínseca (c intrínseco), a qual foi investigada na correspondente seção. Esse mecanismo não se restringe aos mésons D^0 , na verdade, observou-se que ele pode ser aproximado para o méson pesado B . Portanto, um estudo da componente intrínseca (no caso, o b intrínseco) também foi realizado, conforme a Referência [15]. Desses estudos, observou-se que, embora haja manifestação de uma parte intrínseca, a produção inclusiva de mésons D^0 é pouco sensível a essa componente intrínseca e, menos ainda, é a de produção de méson B^\pm . Especialmente, neste último caso, é preciso buscar alternativas que tragam luz sobre a manifestação do *bottom* intrínseco. Uma possibilidade é investigar a componente intrínseca na produção de $Z + B$.

Os resultados apresentados neste trabalho demonstraram que a manifestação de uma componente intrínseca de *bottom* exige a dominância do canal iniciado pelo quark b , e isso se dá na região de rapidez ultrafrontal, logo, poderá ser investigado futuramente pelo FPF. Para além disso, a altas energias, a componente intrínseca também fala sobre o aumento do fluxo imediato de neutrinos, portanto, considerando os resultados aqui apresentados, é possível também calcular as implicações da componente intrínseca de mésons D e B na produção de neutrinos em energias sondadas pelo Observatório IceCube. Esses são motivadores para novos passos a serem dados em estudos futuros. Quanto a questão do aumento não linear que ocorre em alta multiplicidade, bem como, para um aprofundamento acerca das proposições do CGC para descrição das diferentes classes de multiplicidades de eventos, os resultados aqui apresentados motivam a análise experimental de observáveis em rapidez frontal para comparações com as previsões disponibilizadas. É importante enfatizar a necessidade de sondar a estrutura CGC a fim de desemaranhar a contribuição dos efeitos de estado inicial e final. Nesse sentido, é de fundamental importância realizar o estudo, a medição e a disponibilização de novos dados sobre a distribuição de multiplicidade (e diversos outros) para diferentes tipos de interações e estados finais, com o intento de responder as questões introduzidas neste trabalho (e muitas outras). Com isso em mente, e com o intento de complementar os estudos fenomenológicos abarcados neste trabalho, pretende-se desenvolver novas investigações, agora, dentro do contexto experimental.

A DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BALITSKY-KOVCHEGOV

Aqui será fornecido e estudado, com algum grau de detalhamento, os ingredientes para a dedução da equação de Balitsky-Kovchegov: iniciando pela introdução das variáveis necessárias e o estudo da Teoria Quântica de Campos do Cone de Luz (*Light-Cone Quantum Field Theory* - LCQFT); em seguida, observando que os diagramas apresentados na Figura 54 são compostos de duas partes, primeiro será calculada a parte que corresponde a função de onda para a parte do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ – um fóton virtual produzindo um dipolo – em ordem mais baixa; depois, o foco será dado ao estudo da produção dos glúons. Vale ainda informar que as discussões e os cálculos que se seguem são principalmente baseados e dialogam com as Referências [182, 183, 184], bem como, as referências indicadas ao longo do texto.

A.1 Teoria quântica de campos no cone de luz

Para a dedução da equação BK, é interessante começar pela apresentação das variáveis no cone de luz e em seguida estudar a teoria quântica dos campos envolvidos nesse sistema. O interesse de tais variáveis decorre do seguinte: sabe-se que as leis da física não devem depender da parametrização do espaço-tempo, em outras palavras, é possível obter os mesmos resultados calculando os observáveis invariantes de Lorentz em diferentes referenciais. Uma forma de parametrizar o espaço-tempo e apresentar a Teoria Quântica de Campos (*Quantum Field Theory* - QFT) é através da chamada – em algumas literaturas – “forma instantânea”, na qual se conhece o tempo inicial da hipersuperfície $t = 0$ ou $t = -\infty$ (espaço tridimensional) do sistema de interesse. Com o conhecimento do estado inicial e via equações de movimento, a princípio, pode-se propagar o sistema para um estado posterior t . Desta forma, o papel que a transformação de Lorentz desempenha é o de viabilizar uma forma direta de mover-se entre as parametrizações, com a Teoria da Relatividade garantindo a não modificação das leis da física e as quantidades invariantes de Lorentz. No entanto, visto que não se pode aplicar um impulso para um referencial cuja velocidade é 1, logo, ocorre que nem todas as parametrizações são alcançáveis pelas transformações de Lorentz. Isso se traduz no fato de que para qualquer transformação do referencial inercial que envolva impulso à coordenada temporal a consequência é que as hipersuperfícies são alteradas. Por outro lado, algumas outras hipersuperfícies podem ser invariáveis quando sujeitas a algum impulso, é caso do hiperplano denominado “cone de luz”. Para esse referencial, um método aplicável é o nomeado LCQFT, o qual conta que a

expansão do estado de Fock do cone de luz das funções de onda fornece uma definição precisa do modelo parton, bem como, as funções de onda hadrônicas podem ser calculadas como sendo uma expansão dos estados de Fock [184]. Para os propósitos deste estudo isso basta.

Introduzindo o sistema de coordenadas no cone de luz: seja um quadrivetor na forma instantânea $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$, onde x^0 é a componente temporal e x^i (com $i = 1, 2, 3$) são as componentes espaciais. Para o cone de luz, as componentes do quadrivetor x^μ são definidas por

$$x^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 + x^3), \quad x^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 - x^3) \quad \text{e} \quad x_T = (x^1, x^2). \quad (\text{A.1})$$

Portanto, fica expresso o quadrivetor como $x^\mu = (x^+, x^-, x_T)$, sendo x^+ a componente temporal e $\bar{x} = (x^-, x_T)$ o trivetor espacial do cone de luz. O tensor métrico nessa base é dada pela matriz

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

e o produto escalar é definido como $x \cdot y = x^+ y^- + x^- y^+ - x_T \cdot y_T$.

No cone de luz, um campo escalar $\phi(x)$ pode ser quantizado em termos dos operadores de criação \tilde{a}^\dagger e aniquilação \tilde{a} de partículas, isto é,

$$\phi(x) = \int \frac{d^3\bar{p}}{\sqrt{(2\pi)^3} \sqrt{2p^+}} [e^{ip \cdot x} \tilde{a}^\dagger(\bar{p}) + e^{-ip \cdot x} \tilde{a}(\bar{p})], \quad (\text{A.3})$$

sendo \bar{p} o vetor que representa a parte espacial do momento de uma partícula no cone de luz, ou seja, $\bar{p} = (p^+, p_T)$. Os operadores \tilde{a}^\dagger e \tilde{a} devem satisfazer a relação de comutação

$$[\tilde{a}(\bar{p}), \tilde{a}^\dagger(\bar{q})] = \delta^{(3)}(\bar{p} - \bar{q}). \quad (\text{A.4})$$

De forma semelhante, para um campo de férmions ψ , temos

$$\psi(x) = \sum_s \int \frac{d^3\bar{p}}{\sqrt{(2\pi)^3} \sqrt{2p^+}} [e^{-ip \cdot x} b_s(\bar{p}) u_s(p) + e^{ip \cdot x} d_s^\dagger(\bar{p}) v_s(p)], \quad (\text{A.5})$$

onde $b_s(\bar{p})$ aniquila um férmion de spin s e momento p , enquanto $d_s^\dagger(\bar{p})$ cria um antiférmion de spin s e momento p . Também, $u_s(p)$ e $v_s(p)$ são espinores para férmions e antiférmions, respectivamente. Os espinores fermiônicos devem satisfazer as relações de anticomutação

$$\{b_s(\bar{p}), b_{s'}^\dagger(\bar{q})\} = \delta^{(3)}(\bar{p} - \bar{q}) \delta_{ss'} \quad \text{e} \quad \{d_s(\bar{p}), d_{s'}^\dagger(\bar{q})\} = \delta^{(3)}(\bar{p} - \bar{q}) \delta_{ss'}. \quad (\text{A.6})$$

Além disso, um campo para bósons de calibre A_μ pode ser escrito na forma

$$A_\mu(x) = \sum_\lambda \int \frac{d^3\bar{p}}{\sqrt{(2\pi)^3} \sqrt{2p^+}} [e^{-ip \cdot x} a^\lambda(\bar{p}) \varepsilon_\mu^\lambda(p) + e^{ip \cdot x} a^{\lambda\dagger}(\bar{p}) \varepsilon_\mu^{*\lambda}(p)], \quad (\text{A.7})$$

sendo ε o vetor polarização, λ a polarização do campo, e os operadores $a^{\lambda\dagger}$ e $a^{\lambda'}$ devem satisfazer a relação de comutação

$$[a^\lambda(\bar{p}), a^{\lambda\dagger}(\bar{q})] = \delta^{(3)}(\bar{p} - \bar{q})\delta_{\lambda\lambda'}. \quad (\text{A.8})$$

Ainda, é preciso tomar nota do termo de interação Hamiltoniana:

$$P_{int}^- = e \int d^3\bar{x} \bar{\psi} \not{A} \psi + e^2 \int d^3\bar{x} \left[\bar{\psi} \gamma^+ \psi \frac{1}{(i\partial_-)^2} \bar{\psi} \gamma^+ \psi + \bar{\psi} \not{A} \frac{\gamma^+}{i\partial_-} \not{A} \psi \right], \quad (\text{A.9})$$

com e sendo a carga elementar do elétron, $\not{A} = A_\mu \gamma^\mu$, $\gamma^+ = 1/\sqrt{2}(\gamma^0 + \gamma^3)$, onde γ^0 e γ^3 são as matrizes gama, e $\partial_- = 1/2\partial^+$ é uma derivada do tipo espaço. Lembrando que P^- é a energia no cone de luz [184]. É importante atentar que os dois últimos termos da Equação (A.9) descrevem interações como $f\bar{f}f\bar{f}$ e $\gamma f\bar{f}$, sendo que f representa um férmion, \bar{f} um antiférmion e γ um fóton, que não constam na forma instantânea. Vale destacar que neste trabalho essas interações não serão tratadas, uma vez que, ao calcular $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$, só será necessário o primeiro termo da Equação (A.9) que é a parte semelhante à forma instantânea.

A.2 Função de onda do fóton virtual

Agora que foram disponibilizadas as ferramentas em termos da teoria de perturbação do cone de luz, é possível realizar o cálculo da probabilidade da emissão de um dipolo por um fóton virtual. A QCD ensina que as regras de Feynman podem ser utilizadas para escrever a amplitude de um espalhamento qualquer, logo, também no caso do cone de luz, a escrita da amplitude do espalhamento $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ pode ser realizada com uso dessa técnica “mais direta”. No entanto, no texto que se segue, será apresentada uma construção – que leva ao mesmo resultado – mais detalhada.

Primeiro, é preciso inserir algumas definições: um estado de fóton virtual com momento \bar{q} e polarização λ na teoria livre (não interagente) é dado por

$$|\gamma^*(\bar{q})\rangle_0 = a^{\lambda\dagger}(\bar{q})|0\rangle, \quad (\text{A.10})$$

e o Hamiltoniano da teoria livre P_0^- pode ser escrito na forma

$$P_0^- |\gamma^*\rangle_0 = q^- |\gamma^*\rangle_0; \quad (\text{A.11})$$

de forma similar, um estado de dipolo na forma é dado por

$$|q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')\rangle_0 = b_s^\dagger(\bar{k})d_{s'}^\dagger(\bar{k}')|0\rangle, \quad (\text{A.12})$$

de onde segue que

$$P_0^- |q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')\rangle_0 = (k^- + k'^-)|q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')\rangle_0. \quad (\text{A.13})$$

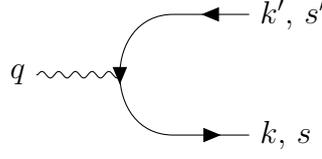


Figura 52 – Fóton virtual fluando em um dipolo quark-antiquark. O momento e o spin do quark (antiquark) é o $k(k')$ e $s(s')$, respectivamente.

Aqui, s e s' representam os spins do quark e do antiquark, respectivamente. Também, k e k' são os momentos do quark e do antiquark, respectivamente. A Figura 52 mostra essa representação esquematizada.

O passo agora é a aplicação da teoria de perturbação: considerando que é possível escrever o estado de fóton virtual na teoria interagente, $|\gamma^*\rangle$, como um estado da teoria livre, $|\gamma^*\rangle_0$, e acrescentando uma pequena perturbação pode-se escrever que

$$|\gamma^*\rangle = |\gamma^*\rangle_0 + \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{l} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{l})|q_s(\bar{l})\bar{q}_{s'}(\bar{l}')\rangle_0 + \mathcal{O}(e^2), \quad (\text{A.14})$$

onde $\psi_{ss'}$ é a função de onda do fóton virtual – ainda desconhecida –, l e l' são os momentos de um par quark-antiquark e s e s' representam seus spins. Como o espalhamento $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ inclui um acoplamento entre uma linha fermiônica e um campo de calibre, ou seja, apenas um vértice, espera-se que $\psi_{ss'}$ seja proporcional a e . Desta forma, é possível desprezar os termos de ordem mais alta no acoplamento eletromagnético $\alpha_{em} = g_e^2/4\pi$, que é equivalente a carga elementar e .

Aplicando a projeção da Equação (A.14) com ${}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|$ e levando em conta a ortogonalidade dos estados não interagentes, isto é,

$${}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|q_s(\bar{l})\bar{q}_{s'}(\bar{l}')\rangle_0 = \delta^{(3)}(\bar{k} - \bar{l})\delta^{(3)}(\bar{k}' - \bar{l}')\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'}, \quad (\text{A.15})$$

viabiliza-se o seguinte cálculo:

$$\begin{aligned} {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|\gamma^*\rangle &= \\ &= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|\gamma^*\rangle_0 \\ &\quad + \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{l} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{l}) {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|q_s(\bar{l})\bar{q}_{s'}(\bar{l}')\rangle_0 + \mathcal{O}(e^2) \\ &= \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{l} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{l})\delta^{(3)}(\bar{k} - \bar{l})\delta^{(3)}(\bar{k}' - \bar{l}')\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\ &= \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{k})\delta^{(3)}(\bar{k}' - \bar{l}')\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\ &= \sum_{ss'} \delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k})\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\ &= \delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) + \mathcal{O}(e^2), \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

observando que as funções $\delta_{s\hat{s}}$ e $\delta_{s'\hat{s}'}$ desaparecem com a somatória. Também pode-se projetar a Equação (A.14) com ${}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|(P_0^- + P_{int}^-)$, sendo $P^- = P_0^- + P_{int}^-$ a

Hamiltoniana total da teoria interagente e P_{int}^- é dado pela Equação (A.9). Logo,

$$\begin{aligned}
q^- \, {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|\gamma^*\rangle &= \\
&= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|(P_0^- + P_{int}^-)|\gamma^*\rangle_0 \\
&\quad + \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{l} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{l}) \, {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|(P_0^- + P_{int}^-)|q_s(\bar{l})\bar{q}_{s'}(\bar{l}')\rangle_0 + \mathcal{O}(e^2) \\
&= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|P_0^-|\gamma^*\rangle_0 + \langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 \\
&\quad + \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{l} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{l})(l^- + l'^-)\delta^{(3)}(\bar{k} - \bar{l})\delta^{(3)}(\bar{k}' - \bar{l}')\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\
&= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 \\
&\quad + \sum_{ss'} \int d^3\bar{l}'\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{l}')\psi_{ss'}(\bar{k})(k^- + l'^-)\delta^{(3)}(\bar{k}' - \bar{l}')\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\
&= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 + \sum_{ss'} \delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k})(k^- + k'^-)\delta_{s\hat{s}}\delta_{s'\hat{s}'} + \mathcal{O}(e^2) \\
&= {}_0\langle q_{\hat{s}}(\bar{k})\bar{q}_{\hat{s}'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 + (k^- + k'^-)\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) + \mathcal{O}(e^2), \tag{A.17}
\end{aligned}$$

observando que o termo $\psi_{ss'}\langle q\bar{q}|P_{int}^-|q\bar{q}\rangle$ está incluso em $\mathcal{O}(e^2)$. Agora, substituindo a Equação (A.16) em (A.17) e efetuando a troca de índices $\hat{s}, \hat{s}' \rightarrow s, s'$, resulta em

$$\begin{aligned}
q^- [\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) + \mathcal{O}(e^2)] &= \\
&= {}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 + (k^- + k'^-)\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) + \mathcal{O}(e^2) \\
&\Rightarrow q^- \delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) - (k^- + k'^-)\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) = {}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 \\
&\implies (q^- - k^- - k'^-)\delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) = {}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 \\
&\implies \delta^{(3)}(\bar{q} - \bar{k} - \bar{k}')\psi_{ss'}(\bar{k}) = \frac{{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0}{(q^- - k^- - k'^-)}. \tag{A.18}
\end{aligned}$$

Calculando as partes da razão na Equação (A.18): iniciando pelo produto interno dado no numerador, isto é, ${}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0$, onde inserindo a Equação (A.9) segue-se

$$\begin{aligned}
{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 &= \\
&= {}_0\left\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}') \left| e \int d^3\bar{x}\bar{\psi}A\psi + e^2 \int d^3\bar{x} \left[\bar{\psi}\gamma^+\psi \frac{1}{(i\partial_-)^2} \bar{\psi}\gamma^+\psi + \bar{\psi}A \frac{\gamma^+}{i\partial_-} A\psi \right] \right| \gamma^* \right\rangle_0 \\
&= {}_0\left\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}') \left| e \int d^3\bar{x}\bar{\psi}A_\mu\gamma^\mu\psi \right| \gamma^* \right\rangle_0, \tag{A.19}
\end{aligned}$$

tendo em mente que o segundo termo foi descartado. Seguindo com a inserção das equações do campo A_μ e do campo fermiônico, dadas em (A.5) e (A.7), pode-se escrever que

$$\begin{aligned}
{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 &= {}_0\left\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}') \left| e \int d^3\bar{x} \right. \right. \\
&\quad \times \sum_s \int \frac{d^3\bar{p}}{\sqrt{(2\pi)^3}\sqrt{2p^+}} [e^{-ip\cdot x}d_s(\bar{p})v_s(p) + e^{ip\cdot x}b_s^\dagger(\bar{p})u_s(p)] \\
&\quad \times \sum_{\lambda'} \int \frac{d^3\bar{l}}{\sqrt{(2\pi)^3}\sqrt{2p'^+}} [e^{-il\cdot x}a^{\lambda'}(\bar{l})\varepsilon_\mu^{\lambda'}(l) + e^{il\cdot x}a^{\lambda'\dagger}(\bar{l})\varepsilon_\mu^{*\lambda'}(l)]\gamma^\mu \\
&\quad \left. \times \sum_{s'} \int \frac{d^3\bar{p}'}{\sqrt{(2\pi)^3}\sqrt{2p'^+}} [e^{-ip'\cdot x}b_{s'}(\bar{p}')u_{s'}(p') + e^{ip'\cdot x}d_{s'}^\dagger(\bar{p}')v_{s'}(p')] \right| \gamma^* \left. \right\rangle_0. \tag{A.20}
\end{aligned}$$

Aplicando as Equações (A.10) e (A.12), segue-se

$$\begin{aligned}
{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 &= e_f e \sum_{ss'\lambda'} \int d^3\bar{x}d^3\bar{p}d^3\bar{p}'d^3\bar{l} \langle 0|b_s(\bar{k})d_{s'}(\bar{k}') \\
&\quad \times [d_s(\bar{p})\bar{v}_s(p)e^{-ip\cdot x} + b_s^\dagger(\bar{p})\bar{u}_s(p)e^{ip\cdot x}] \\
&\quad \times [a^{\lambda'}(\bar{l})\varepsilon_\mu^{\lambda'}(l)e^{-il\cdot x} + a^{\lambda'\dagger}(\bar{l})\varepsilon_\mu^{*\lambda'}(l)e^{il\cdot x}]\gamma^\mu \\
&\quad \times [b_{s'}(\bar{p}')u_{s'}(p')e^{-ip'\cdot x} + d_{s'}^\dagger(\bar{p}')v_{s'}(p')e^{ip'\cdot x}]a^{\lambda\dagger}(\bar{q})|0\rangle, \quad (\text{A.21})
\end{aligned}$$

onde os fatores $(2\pi)^{-3/2}(2p^+)^{-1/2}$, $(2\pi)^{-3/2}(2l^+)^{-1/2}$ e $(2\pi)^{-3/2}(2p'^+)^{-1/2}$ foram incluídos nas medidas de interação $d^3\bar{p}$, $d^3\bar{p}'$ e $d^3\bar{l}$. Além disso, e_f é a carga do quark em termos da carga elementar (-1/3 para quarks d e 2/3 para quarks u). Em seguida, as regras de comutação e de anticomutação dos operadores criação e aniquilação serão usadas, de tal modo que o operador seja movido para a direita ou operador criação seja movido para a esquerda. Usando o fato de que o operador aniquilação destrói o vácuo e, portanto, $b_p|0\rangle = 0$ e $\langle 0|b_p^\dagger = 0$. Desta forma, sucede que

$$\begin{aligned}
{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 &= \\
&= e_f e \sum_{ss'\lambda'} \int d^3\bar{x}d^3\bar{p}d^3\bar{p}'d^3\bar{l} \\
&\quad \times \langle 0|b_s(\bar{k})d_{s'}(\bar{k}')b_s^\dagger(\bar{p})a^{\lambda'}(\bar{l})d_{s'}^\dagger(\bar{p}')a^{\lambda\dagger}(\bar{q})\bar{u}_s(p)\not{\epsilon}^{\lambda'}(l)v_{s'}(p')e^{i(p+p'-l)\cdot x}|0\rangle \\
&= e_f e \sum_{ss'\lambda'} \int d^3\bar{x}d^3\bar{p}d^3\bar{p}'d^3\bar{l} \\
&\quad \times [-\delta^{(3)}(\bar{k}-\bar{p})\delta_{ss}\delta^{(3)}(\bar{l}-\bar{q})\delta_{\lambda'\lambda}\delta^{(3)}(\bar{k}'-\bar{p}')\delta_{s's'}\bar{u}_s(p)\not{\epsilon}^{\lambda'}(l)v_{s'}(p')e^{i(p+p'-l)\cdot x}] \\
&= -e_f e \sum_{ss'\lambda'} \int d^3\bar{x}e^{i(p+p'-l)\cdot x} \int d^3\bar{p}d^3\bar{p}'d^3\bar{l} \\
&\quad \times \bar{u}_s(p)\not{\epsilon}^{\lambda'}(l)v_{s'}(p')\delta^{(3)}(\bar{k}-\bar{p})\delta^{(3)}(\bar{l}-\bar{q})\delta^{(3)}(\bar{k}'-\bar{p}')\delta_{ss}\delta_{\lambda'\lambda}\delta_{s's'}. \quad (\text{A.22})
\end{aligned}$$

A primeira integração é familiar e resulta em

$$\int d^3\bar{x}e^{i(p+p'-l)\cdot x} = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\bar{p}+\bar{p}'-\bar{l}), \quad (\text{A.23})$$

sendo que as funções δ_{ss} , $\delta_{\lambda'\lambda}$ e $\delta_{s's'}$ funcionam eliminando as somas, o que fornece

$$\begin{aligned}
{}_0\langle q_s(\bar{k})\bar{q}_{s'}(\bar{k}')|P_{int}^-|\gamma^*\rangle_0 &= \\
&= -e_f e \int d^3\bar{p}d^3\bar{p}'d^3\bar{l}\bar{u}_s(p)\not{\epsilon}^{\lambda'}(l)v_{s'}(p')\delta^{(3)}(\bar{k}-\bar{p})\delta^{(3)}(\bar{l}-\bar{q})\delta^{(3)}(\bar{k}'-\bar{p}') (2\pi)^3\delta^{(3)}(\bar{p}+\bar{p}'-\bar{l}) \\
&= -e_f e \frac{\bar{u}_s(k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}} \frac{\not{\epsilon}^{\lambda'}(q)}{\sqrt{(2\pi)^3 2q^+}} \frac{v_{s'}(k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2k'^+}} (2\pi)^3\delta^{(3)}(\bar{k}+\bar{k}'-\bar{q}), \quad (\text{A.24})
\end{aligned}$$

notando que são as funções deltas quem resolvem as integrais. Além disso, lembrando da Equação (A.18), a última equação finalmente pode ser reescrita na forma

$$\psi_{ss'}(k) = e_f e \frac{\bar{u}_s(k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}} \frac{\not{\epsilon}^{\lambda'}(q)}{\sqrt{(2\pi)^3 2q^+}} \frac{v_{s'}(k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2k'^+}} \frac{(2\pi)^3}{q^- - k^- - k'^-}, \quad (\text{A.25})$$

a qual é a função de onda do fóton virtual.

É preciso, agora, determinar alguns termos da função (A.25), para em seguida reescrevê-la. Assim, sabendo que $q = (q^+, q^-, q_T)$, logo, $q^2 = q \cdot q = (q^+, q^-, q_T) \cdot (q^+, q^-, q_T) = q^+ q^- + q^- q^+ - q_T^2$. Como $q_T^2 = 0$, resulta em $q^2 = 2q^+ q^-$. Denotando $Q^2 = -q^2$, pode-se escrever

$$q^- = -\frac{Q^2}{2q^+}. \quad (\text{A.26})$$

De forma semelhante, de $k = (k^+, k^-, k_T)$ sabe-se que $k^2 = k \cdot k = (k^+, k^-, k_T) \cdot (k^+, k^-, k_T) = k^+ k^- + k^- k^+ - k_T^2 = 2k^+ k^- - k_T^2$. Denotando $m^2 = k^2$, tem-se que

$$k^- = \frac{m^2 + k_T^2}{2zq^+}, \quad (\text{A.27})$$

sendo m a massa do quark e z a fração de momento que o quark carrega (onde $k^+ = zq^+$). A mesma lógica vale para k'^- , de onde resulta

$$k'^- = \frac{m^2 + k_T^2}{2(1-z)q^+}, \quad (\text{A.28})$$

onde o termo $(1-z)$ é a fração de momento carregado pelo antiquark. Por fim, resta reunir as Equações (A.26), (A.27) e (A.28), para escrever

$$\begin{aligned} q^- - k^- - k'^- &= -\frac{Q^2}{2q^+} - \frac{m^2 + k_T^2}{2zq^+} - \frac{m^2 + k_T^2}{2(1-z)q^+} \\ &= \frac{-Q^2(1-z)z - (m^2 + k_T^2)(1-z) - (m^2 + k_T^2)z}{2q^+z(1-z)} \\ &= -\frac{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2}{2q^+z(1-z)}. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Observe que para completar a Equação (A.25) ainda falta obter $\bar{u}_s(k)\not{\epsilon}^\lambda(q)v_{s'}(k')$. Para tanto, faz-se necessário especificar o vetor polarização ϵ . Primeiro, considerando um fóton virtual possuidor apenas de polarização longitudinal, o qual pode ser escrito no calibre covariante (invariante sob transformações de Lorentz) por [31]

$$\epsilon_L(q) = \left(\frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{2q^+}, 0 \right), \quad (\text{A.30})$$

e aplicando uma transformação para o calibre do cone de luz (onde $\epsilon^+ = 0$) decorre que

$$\epsilon_L^\mu(q) \rightarrow \epsilon_L^\mu(q) - \frac{q^\mu}{Q} = \left(0, \frac{Q}{2q^+} - \frac{q^-}{Q}, 0 \right) = \left(0, \frac{Q^2 - 2q^+q^-}{2Qq^+}, 0 \right) = \left(0, \frac{Q}{q^+}, 0 \right), \quad (\text{A.31})$$

notando que $-Q^2 = 2q^+q^-$. Além disso, $\epsilon^- = Q/q^+$ e $\not{\epsilon} = \gamma_- \epsilon^- = \gamma^+ \epsilon^-$. Logo,

$$\bar{u}_s(k)\not{\epsilon}^\lambda(q)v_{s'}(k') = \bar{u}_s(k)\gamma^+\epsilon^-v_{s'}(k') = \bar{u}_s(k)\gamma^+\frac{Q}{q^+}v_{s'}(k') = \frac{Q}{q^+}u_s^\dagger(k)\gamma^0\gamma^+v_{s'}(k'), \quad (\text{A.32})$$

onde foi aplicado $\bar{u}_s(k) = u_s^\dagger(k)\gamma^0$. Aqui, demanda-se determinar $u_s^\dagger(k)\gamma^0\gamma^+v_{s'}(k')$. Para esse fim, é preciso conhecer as formas explícitas das matrizes γ e dos espinores de Dirac na base quirál, conforme convencionado na Referência [185]: os espinores são

$$\begin{aligned} u(k,1) &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k^+ \\ k_x + ik_y \\ m \\ 0 \end{pmatrix}, & u(k,-1) &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \begin{pmatrix} 0 \\ m \\ -k_x + ik_y \\ \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix}, \\ v(k,1) &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k_x + ik_y \\ \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix}, & v(k,-1) &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k^+ \\ k_x + ik_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

e as matrizes γ são

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.34})$$

onde σ^i (com $i = 1,2,3$) são as matrizes de spin de Pauli. A matriz γ^+ é definida por

$$\gamma^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma^0 + \gamma^3). \quad (\text{A.35})$$

Logo, aplicando as matrizes γ , resulta em

$$\gamma^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.36})$$

e o produto $\gamma^0\gamma^+$ fornece

$$\gamma^0\gamma^+ = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.37})$$

Com os últimos resultados e os espinores (A.33), o termo $u_s^\dagger(k)\gamma^0\gamma^+v_{s'}(k')$ da Equação

(A.32) passa a ser reescrito na forma

$$\begin{aligned}
u_s^\dagger(k)\gamma^0\gamma^+v_{s'}(k') &= \\
&= \sqrt{2}\frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}}\frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}}\begin{pmatrix}\sqrt{2}k^+ & k_x - ik_y & m & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0\end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\begin{pmatrix}\sqrt{2}k^+ & k_x - ik_y & m & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sqrt{2}k'^+ \\ 0 \\ 0 \\ 0\end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\sqrt{2}k^+\sqrt{2}k'^+ \\
&= \sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{2}\sqrt{k'^+} \\
&= \sqrt{2k^+2k'^+}\delta_{s,-s'}.
\end{aligned} \tag{A.38}$$

Aqui é importante notar que a Equação (A.38) é, na verdade, a combinação das quatro configurações de s e s' ($s = s' = 1$, $s = s' = -1$, $s = -1$ e $s' = 1$, $s = 1$ e $s' = -1$), onde as combinações $s = s' = 1$ e $s = s' = -1$ não contribuem porque resultam em 0, restando apenas as outras duas configurações, carregadas na função $\delta_{s,-s'}$.

Finalmente, aplicando as Equações (A.29), (A.32) e (A.38) na Equação (A.25), a função de onda do fóton virtual – considerando apenas a polarização longitudinal – passa a ser expressa por

$$\begin{aligned}
\psi_{ss'}^L(k) &= e_f e \frac{\bar{u}_s(k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}} \frac{\not{\epsilon}^\lambda(q)}{\sqrt{(2\pi)^3 2q^+}} \frac{v_{s'}(k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2k'^+}} \frac{(2\pi)^3}{q^- - k^- - k'^-} \\
&= e_f e \frac{\bar{u}_s(k)\not{\epsilon}^\lambda(q)v_{s'}(k')}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+ (2\pi)^3 2q^+ (2\pi)^3 2k'^+}} \left[-\frac{2q^+ z(1-z)}{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2} \right] (2\pi)^3 \\
&= -e_f e \frac{(2\pi)^3 \sqrt{2k^+ 2k'^+} \delta_{s,-s'} Q}{\sqrt{(2\pi)^9 2k^+ 2q^+ 2k'^+} q^+} \frac{2q^+ z(1-z)}{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2} \\
&= -e_f e \frac{(2\pi)^3 \sqrt{2k^+ 2k'^+} \delta_{s,-s'} Q}{(2\pi)^4 \sqrt{2\pi} \sqrt{2k^+ 2k'^+} \sqrt{2q^+} q^+} \frac{2q^+ z(1-z)}{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2} \\
&= -e_f e \frac{\delta_{s,-s'} 2q^+ Q}{2\pi \sqrt{2\pi} \sqrt{2q^+} q^+} \frac{z(1-z)}{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2} \\
&= -e_f e \frac{\delta_{s,-s'} \sqrt{q^+} Q}{2\pi \sqrt{\pi} q^+} \frac{z(1-z)}{Q^2(1-z)z + m^2 + k_T^2} \\
&= -e_f e \frac{\sqrt{q^+} z(1-z) Q}{\varepsilon^2 + k_T^2} \frac{1}{q^+ 2\pi \sqrt{\pi}} \delta_{s,-s'},
\end{aligned} \tag{A.39}$$

com $\varepsilon^2 = Q^2 z(1-z) + m_f^2$, sendo f o sabor do quark.

Até este ponto da discussão, o trabalho estava focado na função de onda do fóton virtual no espaço de momento. No entanto, é interessante levar a presente análise para o espaço de coordenadas. Para fazer isso, é necessário definir uma nova função de onda $\psi_{ss'}^L(z, k_T)$ que satisfaça a condição de normalização, isto é,

$$\int dk^+ |\psi_{ss'}^L(k)|^2 = \int dz |\psi_{ss'}^L(z, k_T)|^2, \quad (\text{A.40})$$

e como $k^+ = zq^+$, então,

$$q^+ \int dz |\psi_{ss'}^L(k)|^2 = \int dz |\psi_{ss'}^L(z, k_T)|^2 \quad \implies \quad \psi(z, k_T) = \sqrt{q^+} \psi(k). \quad (\text{A.41})$$

Enfim, através da transformação de Fourier e usando a Equação (A.39), o resultado é levado para o espaço de coordenadas na forma

$$\begin{aligned} \psi_{ss'}^L(z, r_T) &= \int \frac{d^2 k_T}{2\pi} e^{ik_T \cdot r_T} \psi(z, k_T) \\ &= \int \frac{d^2 k_T}{2\pi} e^{ik_T \cdot r_T} \sqrt{q^+} \left[-e_f e \frac{\sqrt{q^+} z(1-z) Q}{\varepsilon^2 + k_T^2} \frac{1}{q^+ 2\pi \sqrt{\pi}} \delta_{s, -s'} \right] \\ &= -\frac{e_f e}{2\pi \sqrt{\pi}} Q z(1-z) \delta_{s, -s'} \int \frac{d^2 k_T}{2\pi} e^{ik_T \cdot r_T} \frac{1}{\varepsilon^2 + k_T^2} \\ &= -\frac{e_f e}{2\pi \sqrt{\pi}} Q z(1-z) K_0(\varepsilon r_T) \delta_{s, -s'}, \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

observando que $\int d^2 k_T e^{ik_T \cdot r_T} / \varepsilon^2 + k_T^2 = 2\pi K_0(\varepsilon r_T)$, sendo K_0 a função de Bessel de segunda ordem modificada.

Dando mais um passo, a função de onda do fóton virtual no espaço de coordenadas, considerando apenas a polarização longitudinal somada sobre os spins e as cores dos quarks, pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \sum_{s, s', cor} |\psi_L(z, r_T)|^2 &= \sum_{s, s', cor} \left| -\frac{e_f e}{2\pi \sqrt{\pi}} Q z(1-z) K_0(\varepsilon r_T) \delta_{s, -s'} \right|^2 \\ &= \sum_{s, s', cor} \frac{e_f^2 e^2}{(2\pi)^2 \pi} Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r_T) \delta_{s, -s'} \\ &= \sum_{s, s', cor} \frac{e_f^2 e^2}{4\pi^3} Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r_T) \delta_{s, -s'} \\ &= \sum_{s, s', cor} e_f^2 \frac{N_c \alpha_{em}}{\pi^2} Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r_T) \delta_{s, -s'} \\ &= e_f^2 \frac{2N_c \alpha_{em}}{\pi^2} Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon r_T), \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

onde $\delta_{s, -s'}$ desaparece com a soma e $\alpha_{em} = e^2/4\pi$ e N_c é o número de cores dos quarks.

A função de onda para um fóton virtual também possui uma descrição para a polarização transversa, a qual pode ser calculada de forma semelhante ao realizado para o

caso longitudinal. A diferença está no vetor polarização que, no calibre do cone de luz, é dado por

$$\varepsilon_T^\lambda(q) = \left(0, \frac{q_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{q^+}, \varepsilon_T^\lambda \right), \quad (\text{A.44})$$

onde ε_T^λ ($\lambda = \pm 1$) são os vetores de polarização transversal. As expressões explícitas são [16]

$$\varepsilon_T^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, i) \quad \text{e} \quad \varepsilon_T^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -i). \quad (\text{A.45})$$

No caso de interesse, o fóton virtual não possui momento transversal, implicando que $q_T = 0$ e $k_T = -k'_T$. Além disso, é preciso notar que o vetor polarização transversal atende a $\varepsilon^\mu(k, \lambda = 1) = (0, 1, 0, 0)$ e $\varepsilon^\mu(k, \lambda = 2) = (0, 0, 1, 0)$. Para a completude do termo $\bar{u}_s(k) \not{\varepsilon}_T^\lambda(q) v'_s(k')$ faz-se necessário considerar as diferentes combinações dos s , s' e λ . Diferentemente de como feito para o caso longitudinal, onde o caso geral foi obtido quase que imediatamente, a seguir o cálculo será realizado em detalhes para cada combinação, uma vez que, agora, além das combinações dos s e s' também aparecem os λ – essa atenção é justificada pelo fato de serem muitas configurações possíveis e facilmente algum equívoco pode ser cometido.

Para $s = s' = 1$ e $\lambda = \pm 1$:

$$\begin{aligned}
\bar{u}_1(k)\not{x}_T^\lambda(q)v_1(k') &= \\
&= \bar{u}_1(k)\varepsilon_T^\lambda\gamma_T v_1(k') \\
&= u_1^\dagger(k)\gamma^0(\varepsilon_1^\lambda\gamma^1 + \varepsilon_2^\lambda\gamma^2)v_1(k') \\
&= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}}\frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \times \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2}k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 0 & \frac{1+\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1-\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1+\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2}k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \begin{pmatrix} -\frac{1+\lambda}{\sqrt{2}}m \\ 0 \\ -(1+\lambda)\sqrt{2}k'^+ \\ \frac{\lambda-1}{\sqrt{2}}(-k'_x + ik'_y) \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}[-(1+\lambda)mk^+ - (1+\lambda)k'^+m] \\
&= -\frac{(1+\lambda)m}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}(k^+ + k'^+) \\
&= -\frac{(1+\lambda)m}{\sqrt{2}\sqrt{zq^+}\sqrt{(1-z)q^+}}[zq^+ + (1-z)q^+] \\
&= -\frac{(1+\lambda)mq^+}{\sqrt{2}q^+\sqrt{z(1-z)}}(z + 1 - z) \\
&= -\frac{(1+\lambda)m}{\sqrt{2}\sqrt{z(1-z)}}, \tag{A.46}
\end{aligned}$$

onde foi usado $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$.

Para $s = s' = -1$ e $\lambda = \pm 1$:

$$\begin{aligned}
\bar{u}_{-1}(k)\not{x}_T^\lambda(q)v_{-1}(k') &= \\
&= \bar{u}_{-1}(k)\varepsilon_T^\lambda\gamma_T v_{-1}(k') \\
&= u_{-1}^\dagger(k)\gamma^0(\varepsilon_1^\lambda\gamma^1 + \varepsilon_2^\lambda\gamma^2)v_{-1}(k') \\
&= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}}\frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}}\begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \times \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 0 & \frac{1+\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1-\lambda}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1+\lambda}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1+\lambda}{\sqrt{2}}(k'_x + ik'_y) \\ (1-\lambda)k'^+ \\ 0 \\ -\frac{\lambda-1}{\sqrt{2}}m \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}[(1-\lambda)k'^+m - (\lambda-1)mk^+] \\
&= \frac{m}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}[(1-\lambda)k'^+ - (\lambda-1)k^+] \\
&= \frac{m}{\sqrt{2}\sqrt{zq^+}\sqrt{(1-z)q^+}}[(1-\lambda)(1-z)q^+ - (\lambda-1)zq^+] \\
&= \frac{mq^+}{\sqrt{2}q^+\sqrt{z(1-z)}}(1-z-\lambda+\lambda z-\lambda z+z) \\
&= \frac{(1-\lambda)m}{\sqrt{2}\sqrt{z(1-z)}}, \tag{A.47}
\end{aligned}$$

onde $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$.

Combinando (A.46) e (A.47) resulta em

$$\bar{u}_s(k)\not{\epsilon}_T^\lambda(q)v_{s'}(k') = -\frac{(\lambda+s)m}{\sqrt{2}\sqrt{z(1-z)}}\delta_{s,s'}. \quad (\text{A.48})$$

Para $s = 1$, $s' = -1$ e $\lambda = 1$:

$$\begin{aligned} & \bar{u}_1(k)\not{\epsilon}_T^1(q)v_{-1}(k') \\ &= \bar{u}_1(k)\varepsilon_T^1\gamma_T v_{-1}(k') \\ &= u_1^\dagger(k)\gamma^0\varepsilon_T^1(\gamma^1 + \gamma^2)v_{-1}(k') \\ &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}}\frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \\ & \quad \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}\left(\sqrt{2}k^+ \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0\right) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{2}}(k'_x + ik'_y) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}}[2k^+(k'_x + ik'_y)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{zq^+}\sqrt{(1-z)q'^+}}[2zq^+(k'_x + ik'_y)] \\ &= \frac{2zq^+}{\sqrt{2}q^+\sqrt{z(1-z)}}(\varepsilon_T^1 \cdot k'_T)\sqrt{2} \\ &= -\frac{2z}{\sqrt{z(1-z)}}(\varepsilon_T^1 \cdot k_T), \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

onde foi usado $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q'^+$, bem como, $k'_x + ik'_y = (\varepsilon_T^1 \cdot k'_T)\sqrt{2}$ e $k_T = -k'_T$.

Para $s = -1$, $s' = 1$ e $\lambda = 1$:

$$\begin{aligned}
& \bar{u}_{-1}(k) \not{\epsilon}_T^1(q) v_1(k') \\
&= \bar{u}_{-1}(k) \varepsilon_T^1 \gamma_T v_1(k') \\
&= u_{-1}^\dagger(k) \gamma^0 \varepsilon_T^1 (\gamma^1 + \gamma^2) v_1(k') \\
&= \frac{1}{\sqrt[4]{2} \sqrt{k^+}} \frac{1}{\sqrt[4]{2} \sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & -m & -k_x - ik_y & \sqrt{2} k^+ \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2} k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{k^+} \sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & -m & -k_x - ik_y & \sqrt{2} k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2} k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{k^+} \sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & -m & -k_x - ik_y & \sqrt{2} k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{2}} m \\ 0 \\ -2k'^+ \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{k^+} \sqrt{k'^+}} [-2k'^+ (-k_x - ik_y)] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{zq^+} \sqrt{(1-z)q^+}} [-2(1-z)q^+ (-k_x - ik_y)] \\
&= \frac{2(1-z)q^+}{\sqrt{2} q^+ \sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^1 \cdot k'_T) \sqrt{2} \\
&= \frac{2(1-z)}{\sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^1 \cdot k_T), \tag{A.50}
\end{aligned}$$

onde $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$, assim como, $k_x + ik_y = (\varepsilon_T^1 \cdot k_T) \sqrt{2}$.

Agora, com as Equações (A.49) e (A.50) obtém-se

$$\bar{u}_s(k) \not{\epsilon}_T^1(q) v_{s'}(k') = -\frac{2}{\sqrt{z(1-z)}} [z\delta_{s,1}\delta_{s',-1} - (1-z)\delta_{s,-1}\delta_{s',1}] (\varepsilon_T^1 \cdot k_T) \tag{A.51}$$

Para $s = 1$, $s' = -1$ e $\lambda = -1$:

$$\begin{aligned}
& \bar{u}_1(k) \not{\epsilon}_T^{-1}(q) v_{-1}(k') \\
&= \bar{u}_1(k) \varepsilon_T^{-1} \gamma_T v_{-1}(k') \\
&= u_1^\dagger(k) \gamma^0 \varepsilon_T^{-1} (\gamma^1 + \gamma^2) v_{-1}(k') \\
&= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k^+ & k_x - ik_y & m & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k^+ & k_x - ik_y & m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k'^+ \\ k'_x + ik'_y \\ -m \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}k^+ & k_x - ik_y & m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2k'^+ \\ 0 \\ \frac{2}{\sqrt{2}}m \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} [2k'^+(k_x - ik_y)] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{zq^+}\sqrt{(1-z)q^+}} [2(1-z)q^+(k_x - ik_y)] \\
&= \frac{2(1-z)q^+}{\sqrt{2}q^+\sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T) \sqrt{2} \\
&= \frac{2(1-z)}{\sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T) \tag{A.52}
\end{aligned}$$

onde $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$, além de, $k_x - ik_y = (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T) \sqrt{2}$.

Para $s = -1$, $s' = 1$ e $\lambda = -1$:

$$\begin{aligned}
& \bar{u}_{-1}(k) \not{\epsilon}_T^{-1}(q) v_1(k') \\
&= \bar{u}_1(k) \varepsilon_T^{-1} \gamma_T v_{-1}(k') \\
&= u_{-1}^\dagger(k) \gamma^0 \varepsilon_T^{-1} (\gamma^1 + \gamma^2) v_1(k') \\
&= \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k^+}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2}k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m \\ -k'_x + ik'_y \\ \sqrt{2}k'^+ \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} \begin{pmatrix} 0 & m & -k_x - ik_y & \sqrt{2}k^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{2}}(-k'_x + ik'_y) \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{k^+}\sqrt{k'^+}} [2k^+(k'_x - ik'_y)] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{zq^+}\sqrt{(1-z)q^+}} [2zq^+(k'_x - ik'_y)] \\
&= \frac{2zq^+}{\sqrt{2}q^+\sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^{-1} \cdot k'_T) \sqrt{2} \\
&= -\frac{2z}{\sqrt{z(1-z)}} (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T) \tag{A.53}
\end{aligned}$$

com $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$, além de, $k_x - ik_y = (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T) \sqrt{2}$ e $k_T = -k'_T$

Combinando (A.52) e (A.53) resulta em

$$\bar{u}_s(k) \not{\epsilon}_T^{-1}(q) v_{s'}(k') = -\frac{2}{\sqrt{z(1-z)}} [z\delta_{s,-1}\delta_{s',1} - (1-z)\delta_{s,1}\delta_{s',-1}] (\varepsilon_T^{-1} \cdot k_T). \tag{A.54}$$

Finalmente, reunindo as Equações (A.48), (A.51) e (A.54), o resultado é

$$\begin{aligned}
\bar{u}_s(k) \not{\epsilon}_T^\lambda(q) v_{s'}(k') &= -\frac{2}{\sqrt{z(1-z)}} \left\{ [z\delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\mp 1} - (1-z)\delta_{s,\mp 1}\delta_{s',\pm 1}] (\varepsilon_T^{\pm 1} \cdot k_T) \right. \\
&\quad \left. + \frac{m}{\sqrt{2}} \delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\mp 1} \right\} \tag{A.55}
\end{aligned}$$

Agora, basta fazer a substituição destes elementos de matriz na Equação (A.25) para obter a função de onda no espaço de momento:

$$\begin{aligned} \psi_{ss'}^{\lambda=\pm 1}(k_T) &= \frac{e_f e}{\sqrt{(2\pi)^3} \sqrt{q^+}} \frac{1}{\varepsilon^2 + k_T^2} \sqrt{2} \\ &\quad \times (z\delta_{s,\mp 1}\delta_{s',\pm 1} - (1-z)\delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\mp 1})\varepsilon^{\pm 1} \cdot k_T + m_f \delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\pm 1}. \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

Assim como feito anteriormente para o caso longitudinal, aqui também pode-se levar o resultado para o espaço de coordenadas, isto é,

$$\begin{aligned} \psi_{ss'}^{\lambda=\pm 1}(z, r_T) &= \int \frac{d^2 k_T}{2\pi} e^{ik_T \cdot r_T} \psi(z, k_T) \\ &= \frac{e_f e}{\sqrt{(2\pi)^3}} \left[i\sqrt{2} \frac{\varepsilon^{\pm 1} \cdot r_T}{|r_T|} K_1(\varepsilon r_T) (z\delta_{s,\mp 1} - (1-z)\delta_{s,\pm 1})\delta_{s,-s'} \right. \\ &\quad \left. + m_f K_0(\varepsilon r_T) \delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\pm 1} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

sendo K_1 a função de Bessel de segunda ordem modificada. Note que aqui foi usado $\psi^T(q^+, k_T) = \sqrt{q^+} \psi^T(z, k_T)$ para alterar a variável para z . O índice T indica que a função de onda do fóton possui polarização transversa.

Ainda, o quadrado da função de onda dos fótons virtuais que possuem polarização transversal é obtida através de uma média das funções de onda ao quadrado para os fótons com $\lambda = 1$ e $\lambda = -1$. Com isso, o resultado é

$$\sum_{s,s',cor} |\psi_T(z, r_T)|^2 = e_f^2 \frac{N_c \alpha_{em}}{2\pi^2} \{ [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon r_T) + m_f^2 K_0^2(\varepsilon r_T) \}. \quad (\text{A.58})$$

Vale também comentar que no limite $Q^2 \rightarrow 0$ a função de onda do fóton com polarização longitudinal tende a zero. Por outro lado, em relação a função correspondente ao fóton com polarização transversal, não se observa o mesmo comportamento e isso se deve ao fato de que o fóton real só pode ter polarização transversa.

A.3 Emissão de glúons

A seção anterior foi dedicada à apresentação do cálculo – com certo grau de detalhamento – da função de onda de um fóton produzindo um dipolo. Agora, os esforços serão destinados ao cálculo da segunda parte que compõem o diagrama 54, ou seja, a amplitude do processo de emissão de um glúon a partir de um quark será aqui determinada. Assim estarão apresentados os resultados necessários para que, na seção seguinte, se possa definir a equação BK. Mas por enquanto o foco será na obtenção da função de onda para o processo representado na Figura 53.

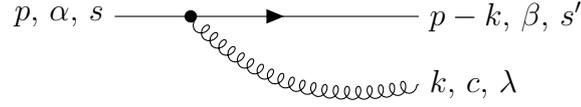


Figura 53 – Diagrama de um quark com momento p , spin s e cor α emitindo um glúon com momento k , cor c e polarização λ . Após a emissão, o momento, o spin e a cor do quark passam a ser $p - k$, β e s' , respectivamente.

Lembrando que aqui o interesse está no limite de altas energias, onde p^+ é grande e o glúon emitido é suave ($x \ll 1$). O cálculo do vértice $q \rightarrow qg$ realizado a seguir – ainda neste tópico –, será desenvolvido a partir das regras de Feynman para a QCD do cone de luz. As regras de interesse para este estudo são as seguintes [184]: (a) no caso um férmion incidente com momento p , cor α e spin s , adiciona-se um fator

$$\frac{u_s(p)}{\sqrt{(2\pi)^3 2p^+}}; \quad (\text{A.59})$$

(b) para um férmion emergente com momento $p - k$, cor β e spin s' , adiciona-se um fator

$$\frac{\bar{u}_{s'}(p - k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2(p - k)^+}}; \quad (\text{A.60})$$

(c) é possível transformar as linhas que entram em linhas que saem, ou vice e versa, através daa troca $u \leftrightarrow v$, $\bar{u} \leftrightarrow -\bar{v}$ e $\varepsilon \leftrightarrow \varepsilon^*$; (d) no caso de um vértice quark-glúon, com momento k , cor c e polarização λ , adiciona-se um fator

$$\frac{g_s t_{\alpha\beta}^c \gamma^\mu \varepsilon_\lambda^\mu}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}}, \quad (\text{A.61})$$

onde t é o gerador da representação fundamental do SU(3); (e) ainda, multiplica-se toda a expressão pelo denominador da energia do cone de luz

$$\frac{(2\pi)^3}{(P_{inicial}^- - P_{final}^-)} = \frac{(2\pi)^3}{(p^- - k^- - (p - k)^-)}. \quad (\text{A.62})$$

Desta forma, com as regras acima pontuadas, a amplitude para a emissão de um glúon é dada por

$$\begin{aligned} \Psi_{q \rightarrow qg}(k_T, z) &= \sqrt{p^+} \frac{\bar{u}_{s'}(p - k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2(p - k)^+}} \\ &\times \frac{g_s t_{\alpha\beta}^c \gamma_\mu \not{\varepsilon}_\lambda^\mu(k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}} \frac{u_s(p)}{\sqrt{(2\pi)^3 2p^+}} \frac{(2\pi)^3}{\sqrt{(2\pi)^3 2p^+ p^- - k^- - (p - k)^-}}, \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

observando a adição do fator $\sqrt{p^+}$ devido a mudança para a variável z , sendo essa a fração do momento longitudinal do quark carregado pelo glúon ($k^+ = zp^+$). A notação $(p - k)^-$ corresponde à parte negativa do momento de uma partícula na camada de massa que

possui um trimomento $(\bar{p} - \bar{k})$. Além disso, considerando que no limite de altas energias o glúon emitido é suave, ocorre que $z \ll 1$. Note que alguns termos de (A.63) podem ainda ser detalhados – o que será feito nos próximos parágrafos.

Como o interesse é no glúon produzido na camada de massa (ou seja, físico), assim, esse glúon fica restrito a ter apenas polarização transversa. Desta forma, observando que o vetor polarização para o glúon é o mesmo que para o fóton, e que no calibre $\varepsilon^+ = 0$, logo

$$\varepsilon^\lambda = \left(0, \frac{k \cdot \varepsilon^\lambda}{k^+}, \varepsilon^\lambda \right). \quad (\text{A.64})$$

Além disso, é preciso ter em mente que como k^+ é pequeno, implica que ε^- domina e, assim, vale fazer a aproximação $\lambda_\mu \varepsilon^\mu \approx \gamma^+ \varepsilon^-$. Com as últimas informações e usando os espinores e matrizes apresentados em (A.33) e (A.34), o elemento de matriz $\bar{u}_s(p-k)\varepsilon^\lambda(k)u_{s'}(p)$ pode ser calculado fazendo

$$\begin{aligned} \bar{u}_s(p-k)\varepsilon^\lambda(k)u_{s'}(p) &= \bar{u}_s(p-k)\gamma_\mu \varepsilon^\mu_\lambda u_{s'}(p) \\ &= \bar{u}_s(p-k)\gamma^+ \varepsilon^- u_{s'}(p) \\ &= \bar{u}_s(p-k)\gamma^+ \frac{k \cdot \varepsilon^\lambda}{k^+} u_{s'}(p) \\ &= \frac{k \cdot \varepsilon^\lambda}{k^+} \bar{u}_s^\dagger(p-k)\gamma^0 \gamma^+ u_{s'}(p), \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

notando que $\bar{u}(p-k) = u_s^\dagger(p-k)\gamma^0$. Da mesma forma de como feito na seção anterior, pode-se calcular o termo $u_s^\dagger(p-k)\gamma^0 \gamma^+ u_{s'}(p)$ da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u_s^\dagger(p-k)\gamma^0 \gamma^+ u_{s'}(p) &= \\ &= \sqrt{2} \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{p^+ - k^+}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}\sqrt{p^+}} \left(\sqrt{2}(p^+ - k^+) \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0 \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}p^+ \\ p_x + ip_y \\ m \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(p^+ - k^+)\sqrt{p^+}}} \left(\sqrt{2}(p^+ - k^+) \quad k_x - ik_y \quad m \quad 0 \right) \begin{pmatrix} \sqrt{2}p^+ \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(p^+ - k^+)\sqrt{p^+}}} \sqrt{2}(p^+ - k^+) \sqrt{2}p^+ \\ &= \sqrt{2}\sqrt{(p^+ - k^+)} \sqrt{2}\sqrt{p^+} \\ &= \sqrt{2(p^+ - k^+)2p^+} \delta_{s,s'}. \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

Notando que, semelhante ao caso longitudinal, o cálculo aqui presente considera as quatro diferentes configurações de s e s' , sendo que as combinações $s = 1, s' = -1$ e $s' = -1, s = 1$ fornecem 0, e as outras duas configurações estão carregadas na função $\delta_{s,s'}$. Também

é preciso calcular a energia $p^- - k^- - (p - k)^-$. E, além disso, anteriormente foi apresentado $k^2 = 2k^+k^- - k_T^2$, logo,

$$k^- = \frac{k_T^2}{2k^+}. \quad (\text{A.67})$$

De forma similar, tem-se que

$$(p - k)^- = \frac{(p - k)^2}{2(p - k)^+}. \quad (\text{A.68})$$

Com as Equações (A.67) e (A.68), resulta

$$p^- - k^- - (p - k)^- = p^- - \frac{k_T^2}{2k^+} - \frac{(p - k)^2}{2(p - k)^+} \approx -\frac{k_T^2}{2k^+}, \quad (\text{A.69})$$

visto que k^+ é pequeno. Lembrando que $k^+ = zp^+$ e que $\varepsilon^- = (k \cdot \varepsilon^\lambda)/k^+$, agora, é viável retornar para a Equação (A.63) e reescrevê-la na forma

$$\begin{aligned} \Psi_{q \rightarrow qg}(k_T, z) &= \sqrt{p^+} \frac{\bar{u}_{s'}(p - k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2(p - k)^+}} \frac{g_s t_{\alpha\beta}^c \gamma_\mu \not{\varepsilon}^\mu(k)}{\sqrt{(2\pi)^3 2k^+}} \frac{u_s(p)}{\sqrt{(2\pi)^3 2p^+}} \frac{(2\pi)^3}{p^- - k^- - (p - k)^-} \\ &= -(2\pi)^3 \sqrt{p^+} \frac{g_s t_{\alpha\beta}^c \sqrt{2(p^+ - k^+) 2p^+ \delta_{s,s'}}}{\sqrt{(2\pi)^9 \sqrt{2k^+} \sqrt{2(p - k)^+ 2p^+}}} \frac{2k^+}{k_T^2} \frac{k_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{k^+} \\ &= -\frac{(2\pi)^3 \sqrt{p^+} g_s t_{\alpha\beta}^c \delta_{s,s'} 2k^+}{(2\pi)^3 \sqrt{(2\pi)^3 \sqrt{2k^+}}} \frac{k_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{k_T^2 k^+} \\ &= -\frac{\sqrt{2} g_s}{\sqrt{(2\pi)^3}} t_{\alpha\beta}^c \frac{1}{\sqrt{z}} \frac{k_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{k^+} \delta_{s,s'}; \end{aligned} \quad (\text{A.70})$$

e no espaço de coordenadas por

$$\begin{aligned} \Psi_{q \rightarrow qg}(z, r_T) &= \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} \Psi_{q \rightarrow qg}(k_T, z) \\ &= \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} \left[-\frac{\sqrt{2} g_s}{\sqrt{(2\pi)^3}} t_{\alpha\beta}^c \frac{1}{\sqrt{z}} \frac{k_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{k^+} \delta_{s,s'} \right] \\ &= -\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2}} \frac{\sqrt{2} g_s}{\sqrt{(2\pi)^3}} t_{\alpha\beta}^c \frac{1}{\sqrt{z}} \delta_{s,s'} \int d^2 k_T e^{ik_T \cdot r_T} \frac{k_T \cdot \varepsilon_T^\lambda}{k_T^2} \\ &= -i \frac{\sqrt{2} g_s}{\sqrt{(2\pi)^3}} t_{\alpha\beta}^c \frac{1}{\sqrt{z}} \frac{r_T \cdot \varepsilon_T}{r_T^2} \delta_{s,s'}, \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

onde a transformada de Fourier do produto escalar, $\int d^2 k e^{ik_T \cdot r_T} (k_T \cdot \varepsilon^\lambda / k_T^2) = 2\pi i (r \cdot \varepsilon / r_T^2)$, foi aplicada. A Equação (A.71) é a probabilidade de um glúon ser emitido a partir de um quark.

A.4 Dedução da equação de Balitsky-Kovchegov

Para debater a evolução BK é necessário compreender a dependência da emissão de glúons com a energia da amplitude de espalhamento do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$. Neste caso, os diagrama que contribuem para esse processo são os representados na figura a seguir.

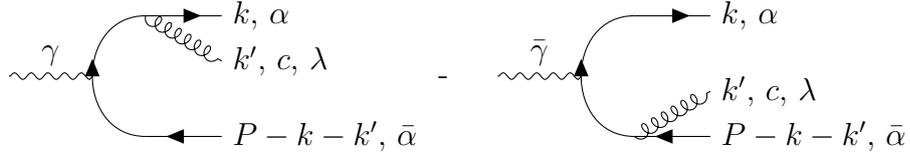


Figura 54 – Diagramas contribuintes para o processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$

Na Figura 54 está a representação diagramática de um fóton virtual espalhando-se em um dipolo (par quark-antiquark), o qual experimenta um “impulso” e é levado para uma rapidez maior, ou seja, é fornecido mais energia ao dipolo. Implicando que haverá mais espaço de fase disponível e, desta forma, tanto o quark quanto o antiquark poderão emitir um glúon. Os resultados das seções anteriores fornecem o quadro completo: o processo é iniciado com a produção de um dipolo a partir de um fóton virtual (processo em mais baixa ordem) e seguido com o impulsionamento desse dipolo para uma maior rapidez, esse impulso significa um fornecimento de mais energia ao dipolo, portanto, se traduz a disponibilização de mais espaço de fase. Logo, tanto o quark quanto o antiquark podem emitir um glúon. A emissão de glúons é exatamente a correção de ordem superior da função de onda do fóton virtual, $\sim \alpha_s \alpha_{em}$. Aqui, o objetivo é estudar a dependência com a energia da amplitude de espalhamento, calculando a amplitude do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$, o qual tem como diagramas contribuintes os representados na Figura 54. O primeiro diagrama da Figura 54 representa a emissão de um glúon com momento k' , cor c e polarização λ a partir de um quark com momento k e cor α . No diagrama seguinte está representada a emissão de um glúon com momento k' , cor c e polarização λ de um antiquark com momento $P - k - k'$ e cor $\bar{\alpha}$. Fazendo uso dessa descrição e dos resultados obtidos anteriormente, a seguir, a equação BK será deduzida de forma mais direta.

Para escrever a função de onda do fóton virtual em ordem dominante (com as contribuições em α_s e α_{em}) é necessário considerar as funções de onda do fóton virtual com polarização longitudinal (Equação (A.43)) e polarização transversal (Equação (A.58)), bem como, a amplitude de emissão do glúon (Equação (A.71)), ou seja,

$$\begin{aligned}
|\gamma^*\rangle &= |\gamma^*\rangle_0 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) C(r_T) |q_\alpha(x) \bar{q}_{\bar{\alpha}}(y)\rangle_0 \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T dz' dr'_T \Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r, r', z, z') |q_\alpha(x) q_{\bar{\alpha}}(y) g_c(z)\rangle_0, \quad (\text{A.72})
\end{aligned}$$

onde os fatores $N_c^{1/2}$ foram inseridos na intenção de manter o produto $\langle \gamma^* | \gamma^* \rangle$ normalizado, observando ainda que nesse produto interno conta com uma soma sobre todas as cores dos quarks i, j e sobre a cor do glúon c . Além disso, o termo $C(r_T)$ foi adicionado na intenção de manter inalterada a normalização da função de onda. Outro ponto importante é que a função $\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}$ da Equação (A.72) precisa ser calculada, e para tanto é útil lembrando que a amplitude de um quark emitindo um glúon no espaço de momento é dada pela Equação

(A.70). Assim, deriva que

$$\begin{aligned}\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(k_T, k'_T, z, z') &= \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T + k'_T, z) \Psi_{q \rightarrow qg}(k'_T, z') \\ &\quad - \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T, z) \Psi_{q \rightarrow qg}(k'_T, z').\end{aligned}\quad (\text{A.73})$$

Aqui, vale registrar que o sinal relativo menos advém das regras de Feynman da teoria de perturbação do cone de luz, porque no segundo termo o glúon é emitido por um antiquark (vide regra (c) citada na terceira seção). Ainda, na Equação (A.70), pode-se calcular a transformada de Fourier de $\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}$ para o espaço de coordenadas, fazendo

$$\begin{aligned}\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') &= \\ &= \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} \Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(k_T, k'_T, z, z') \\ &= \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} \Psi_{q \rightarrow qg}(k'_T, z') [\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T + k'_T, z) - \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T, z)] \\ &= - \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} \int \frac{d^2 k'_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik'_T \cdot r'_T} \frac{\sqrt{2}g_s}{\sqrt{(2\pi)^3}} t_{\alpha\beta}^c \frac{1}{\sqrt{z}} \frac{k'_T \cdot \varepsilon_T}{k_T'^2} \delta_{s,s'} \\ &\quad \times [\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T + k'_T, z) - \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T, z)] \\ &= - \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} \frac{d^2 k'_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} e^{ik'_T \cdot r'_T} \frac{g_s}{\sqrt{(4\pi)^3 z'}} \frac{k'_T \cdot \varepsilon_T}{k_T'^2} \\ &\quad \times [t_{\gamma\alpha}^c \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\bar{\alpha}\gamma}(k_T + k'_T, z) - t_{\bar{\alpha}\gamma}^c \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\bar{\alpha}\alpha}(k_T, z)],\end{aligned}\quad (\text{A.74})$$

onde o sobrescrito $\bar{\alpha}$ na função $\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}$ indica que é produzido um quark com cor α e um antiquark com cor $\bar{\gamma}$. É levado em conta a soma sobre os índices de cor repetidos e devido à conservação da carga de cor, $\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\bar{\alpha}\gamma} \sim \delta^{\bar{\alpha}\gamma}$, ocorre que $t_{\gamma\alpha}^c \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\bar{\alpha}\gamma} \sim t_{\bar{\alpha}\alpha}^c$, logo,

$$\begin{aligned}\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') &= \\ &= - \int \frac{d^2 k_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} \frac{d^2 k'_T}{\sqrt{(2\pi)^2}} e^{ik_T \cdot r_T} e^{ik'_T \cdot r'_T} \frac{g_s}{\sqrt{(4\pi)^3 z'}} \frac{k'_T \cdot \varepsilon_T}{k_T'^2} t_{\alpha\alpha}^c \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) \\ &= \frac{g_s t_{\alpha\alpha}^c}{4\pi^2 \sqrt{\pi z'}} \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) \int d^2 k'_T [e^{ik'_T \cdot (r'_T - r_T)} - e^{ik'_T \cdot r'_T}] \frac{k'_T \cdot \varepsilon_T}{k_T'^2}.\end{aligned}\quad (\text{A.75})$$

A interpretação geométrica de r'_T : quando o glúon é emitido pelo quark, o conjugado canônico de $r'_T - r_T$ é o momento transversal do glúon k' , indicando que a separação entre o quark e o glúon é dada por $r'_T - r_T$. De forma semelhante, quando o glúon é emitido pelo antiquark, r'_T é o conjunto canônico de k' e, assim, r'_T é a separação entre o glúon e o antiquark. Em ambos os casos, r_T é a distância entre o quark e o antiquark, isto é, r_T é o tamanho do dipolo.

Para a resolução das integrais na Equação (A.75) faz-se necessária conhecer a transformada de Fourier do produto escalar, ou seja,

$$\int d^2 k e^{ik\hat{r}} \frac{k \cdot x}{k^2}, \quad (\text{A.76})$$

sendo x um vetor arbitrário bidimensional. Denotando o ângulo entre k e r por α , e entre r e x por β , pode-se reescrever a equação imediatamente acima por

$$\int d^2k e^{ik \cdot r} \frac{k \cdot x}{k^2} = x \int dk d\alpha e^{ikr \cos \theta} \cos(\alpha + \beta), \quad (\text{A.77})$$

sendo os comprimentos dos vetores por x, r e k . Usando a identidade trigonométrica $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, segue que

$$\begin{aligned} \int d^2k e^{ik \cdot r} \frac{k \cdot x}{k^2} &= x \int dk \int d\theta e^{ikr \cos \theta} (\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta) \\ &= 2\pi i x \cos \alpha \int dk J_1(kr) \\ &= 2\pi i \frac{x}{r} \cos \alpha \\ &= 2\pi i \frac{x \cdot r}{r^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.78})$$

onde foi aplicado $J_1'(x) = -J_0(x)$ e notando que $e^{ikr \cos \theta} \sin \theta$ é proporcional à derivada de $e^{ikr \cos \theta}$, logo, a integral sobre θ no segundo desaparece. Agora, tendo o conhecimento das formas encontradas nas últimas expressões, a resolução das integrais em (A.75) são escritas por

$$\int d^2k'_T e^{ik'_T \cdot (r'_T - r_T)} \frac{k'_T \cdot \varepsilon_T}{k'^2_T} = 2\pi i \frac{\varepsilon_T \cdot (r'_T - r_T)}{(r'_T - r_T)^2} \quad (\text{A.79})$$

e

$$- \int d^2k'_T e^{ik'_T \cdot r'_T} = -2\pi i \frac{\varepsilon_T \cdot r'_T}{r'^2_T}. \quad (\text{A.80})$$

Assim, sucedendo na reescrita da Equação (A.75) por

$$\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') = -\frac{ig_s t^c_{\alpha\bar{\alpha}}}{2\pi\sqrt{\pi z'}} \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) \left[\frac{\varepsilon_T \cdot r'_T}{r'^2_T} - \frac{\varepsilon_T \cdot (r'_T - r_T)}{(r'_T - r_T)^2} \right]. \quad (\text{A.81})$$

Com isso, a Equação (A.72), para a ordem mais baixa – deixando de lado o termo de radiação de glúons –, pode ser retomada para escrever o produto interno na forma

$$\langle \gamma^* | \gamma^* \rangle = 1 + \frac{1}{N_c} \int dz d^2r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)|^2 = 1 + \int dz d^2r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(r_T, z)|^2. \quad (\text{A.82})$$

Lembrando que a soma sobre os índices de cor do quark α e $\bar{\alpha}$ é englobada. Por outro lado, ainda olhando para a Equação (A.72), quando considerado o termo de radiação de glúons, o produto interno fica

$$\begin{aligned} \langle \gamma^* | \gamma^* \rangle &= 1 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2r_T |C(r_T)|^2 |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)|^2 + \int dz d^2r_T dz' d^2r'_T \\ &\quad \times |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(r_T, z)|^2 \frac{g_s^2}{N_c 4\pi^3 z'} t^c_{\alpha\bar{\alpha}} t^c_{\bar{\alpha}\alpha} \left| \varepsilon_T^\lambda \cdot \left[\frac{r'_T}{r'^2_T} + \frac{(r_T - r'_T)^2}{(r_T - r'_T)^2} \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (\text{A.83})$$

onde leva-se em conta o fato de que as matrizes t^c são hermitianos ($(t^c_{\alpha\bar{\alpha}})^* = t^c_{\bar{\alpha}\alpha}$). Inclusive, a soma é feita sobre os estados de polarização transversal $\lambda = 1, 2$ do glúon produzido e os índices de cores do quark e do glúon $\alpha, \bar{\alpha}$ e c . Nesse caso, pode-se usar a propriedade

$$\sum_{\lambda=1,2} \varepsilon_\lambda^* \cdot x \varepsilon_\lambda \cdot x' = x \cdot x'. \quad (\text{A.84})$$

Observando que é a partir das expressões explícitas do vetor de polarização – introduzidas anteriormente – que se chega nesse entendimento. Além disso, nota-se que $t_{\alpha\alpha}^c t_{\alpha\bar{\alpha}}^c = (N_c^2 - 1)/2$. Consequentemente, a Equação (A.83) passa a ser reescrita na forma

$$\begin{aligned} \langle \gamma^* | \gamma^* \rangle &= 1 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)|^2 \\ &\times \left[|C(r_T)|^2 N_c + \int d^2 r'_T \frac{dz'}{z'} \frac{g_s^2}{4\pi^3} \frac{N_c^2 - 1}{2} \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.85})$$

Aqui, a integral sobre r' é divergente nos limites $r' \rightarrow 0$ e $r' \rightarrow r$. É interessante ter em mente – e também será discutido mais à frente – que essas divergências cancelam-se na equação BK.

Da comparação entre as Equações (A.82) e (A.85), o cálculo desenvolve-se nos seguintes termos:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N_c} \int dz d^2 r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)|^2 \\ &= 1 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)|^2 \left[|C(r_T)|^2 N_c + \int d^2 r'_T \frac{dz'}{z'} \frac{g_s^2}{4\pi^3} \frac{N_c^2 - 1}{2} \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} \right] \\ &\implies |C(r_T)|^2 N_c = N_c - \int d^2 r'_T \frac{dz'}{z'} \frac{g_s^2}{4\pi^3} \frac{N_c^2 - 1}{2} \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} \\ &\implies |C(r_T)|^2 = 1 - \int d^2 r'_T dy \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.86})$$

Atentando que nesse cálculo foi considerado que: a aproximação para grande número de cores $(N_c - 1)/N_c \approx N_c$; o fato de que o intervalo de rapidez é dado por $y = \ln(1/z')$; bem como, $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$.

O passo agora é, fazendo uso do último resultado, derivar uma equação para a dependência com a energia da amplitude do espalhamento elástico frontal dipolo-alvo, a qual pode ser obtida a partir da amplitude de espalhamento dipolo-próton elástico usando o teorema óptico [70], a saber,

$$\sigma_{q\bar{q}} = 2 \text{Im} \mathcal{A}(x, r_T, \Delta = 0) = 2 \int d^2 b_T N(x, r_T, b_T) = \sigma_0 N(x, r_T). \quad (\text{A.87})$$

Para tanto, aplica-se um impulso sobre o dipolo levando-o de uma rapidez y para uma rapidez $y + \Delta y$, implicando na abertura de uma região do espaço de fase que permite a emissão de um glúon. Essa probabilidade de um dipolo emitir um glúon é calculada por

$$\frac{1}{N_c} \sum_{\text{cor}} |\Psi_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z')|^2 dz' dr'_T = \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2 z'} \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} dz' d^2 r'_T, \quad (\text{A.88})$$

observando que o termo $|\Psi_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g}|^2$ é expresso a partir da equação do produto interno (A.85). Para a amplitude de espalhamento elástica frontal, a contribuição do canal $q\bar{q}g$ é dada pela expressão

$$\frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int dy d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r'_T), \quad (\text{A.89})$$

com $N_{q\bar{q}g}$ sendo a amplitude elástica frontal da interação $q\bar{q}g$, e $y = \ln(1/z')$. Enquanto que a probabilidade da obtenção de um estado $q\bar{q}$ é reduzida por $1 - |C(r_T)|^2$. Desta forma, apresenta-se dois modos de escrever uma equação para $N_{q\bar{q}}$ – a amplitude elástica frontal para o dipolo interagir com o alvo. Um modo pode ser via a adoção de um referencial no qual o glúon emitido é compreendido como parte da função de onda do fóton virtual, ou seja, a amplitude de espalhamento pode ser escrita por

$$N_{q\bar{q}}(y, r_T) + \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int dy d^2 r_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} [N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r_T') - N_{q\bar{q}}(y, r_T)], \quad (\text{A.90})$$

que corresponde à linha tracejada inferior na Figura 55: o sistema dipolo-glúon interage com o alvo.

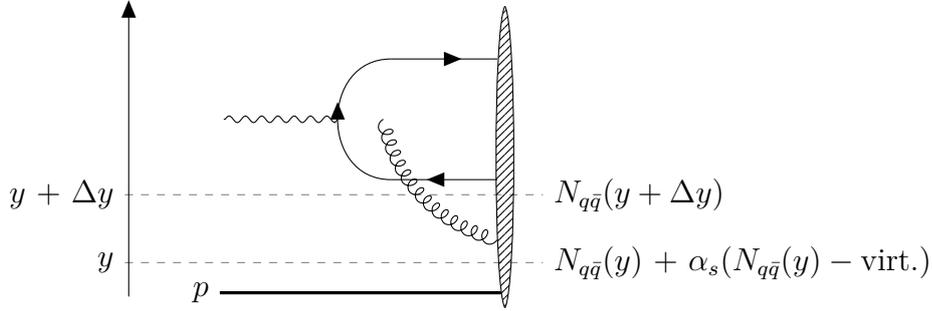


Figura 55 – O glúon emitido pode ser visto como uma parte da função de onda do hádron (linha tracejada inferior) ou como uma parte da função de onda do dipolo (linha tracejada superior).

No entanto, se assumido que o glúon é compreendido como uma parte da função de onda do alvo, neste caso, apresenta-se um cenário no qual um dipolo com rapidez $y + \Delta y$ interage com o alvo, que corresponde a uma nova escolha de referencial, representada pela linha tracejada superior na Figura 55. Todavia, sabe-se que os observáveis físicos não podem depender da escolha de referencial, portanto, é necessário que as amplitudes de espalhamento obtidas em ambos os casos sejam as mesmas. Esse fato leva a seguinte equação do grupo de renormalização:

$$N_{q\bar{q}}(y + \Delta y, r_T) = N_{q\bar{q}}(y, r_T) + \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \Delta y \int d^2 r_T' \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r_T')^2} \times [N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r_T') - N_{q\bar{q}}(y, r_T)]. \quad (\text{A.91})$$

Aqui, acha-se que: resulta do novo processo, onde o glúon é emitido, a contribuição real contida no termo $N_{q\bar{q}g}$; resulta da exigência de normalização da função de onda a correção virtual $-N_{q\bar{q}}$. Também, vale ressaltar que a terminologia aqui usada é um pouco diferente da que se costuma usar nos cálculos de QCD perturbativa, ou seja, aqui “contribuição real” faz referência a um termo resultante da existência de uma nova partícula no estado final, e “contribuição virtual” decorre da exigência de normalização sendo proporcional à

amplitude original. Além disso, foi assumido que a diferença de rapidez Δy é pequena o suficiente para ser substituída por uma integral em y por um fator Δy .

Sobre a amplitude de espalhamento $N_{q\bar{q}g}$ para um sistema de dipolo-glúon interagindo com o alvo, ela pode ser obtida quando considerado o limite de N_c grande: o glúon emitido é um estado de cor-anticor de número $N_c^2 - 1$, mas para grande N_c ocorre que $N_c^2 - 1 \approx N_c^2$ e, uma vez que o número de estados de cores diferentes para um quark é N_c , o glúon pode ser substituído por dois quarks. Assim, é justificável considerar que o glúon emitido é um novo par quark-antiquark. Vale ainda notar que r'_T e $r_T - r'_T$ são distâncias entre o quark(antiquark) e o glúon, e, assim, fica efetivamente apresentado dois novos dipolos de cor com tamanhos transversais r'_T e $r_T - r'_T$. A probabilidade desse sistema não interagir com o hádron é dada por

$$S_{q\bar{q}g}(r_T, r'_T) = S_{q\bar{q}}(r'_T)S_{q\bar{q}}(r_T - r'_T), \quad (\text{A.92})$$

e como $S = 1 - N$, logo,

$$N_{q\bar{q}g}(r_T, r'_T) = N_{q\bar{q}}(r'_T) + N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T) - N_{q\bar{q}}(r'_T)N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T), \quad (\text{A.93})$$

atentando que a dependência em y é implícita. Com o último resultado aplicado na Equação (A.91), dividindo por Δy e tomando o limite de pequeno Δy , observa-se que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta y} N_{q\bar{q}}(y + \Delta y, r_T) &= \frac{1}{\Delta y} N_{q\bar{q}}(y, r_T) + \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} \\ &\quad \times [N_{q\bar{q}}(r'_T) + N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T) - N_{q\bar{q}}(r'_T)N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T) - N_{q\bar{q}}(y, r_T)] \\ \implies \partial_y N(r_T) &= \frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \int d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} \\ &\quad \times [N(r'_T) + N(r_T - r'_T) - N(r_T) - N(r'_T)N(r_T - r'_T)], \quad (\text{A.94}) \end{aligned}$$

onde $\bar{\alpha}_s = \alpha_s N_c / \pi$.

Neste ponto da discussão já estão apresentados os elementos que permitem a compreensão de que as divergências apresentadas na Equação (A.85) cancelam-se quando $r' \rightarrow 0$ e $r' \rightarrow r$; nessa última condição porque como $N(r') \rightarrow 0$, logo, $r' \rightarrow 0$. Quanto a Equação (A.94), por sua vez, é uma equação integro-diferencial que desempenha o papel de fornecer a amplitude de espalhamento $N(r_T)$, para $y > 0$. Fica entendido também que a emissão gluônica ocorre a partir do impulsionamento do dipolo de um dado valor de rapidez para um outro valor maior, como consequência dessa emissão decorre a evolução do sistema com a energia. Desta forma, integrar o intervalo de rapidez significa múltiplas emissões gluônicas, impactando em uma função de onda do fóton virtual com uma numerosa quantidade de dipolos.

REFERÊNCIAS

- 1 ADAM, J. et al. Measurement of charm and beauty production at central rapidity versus charged-particle multiplicity in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 2015, n. 148, Sep. 2015. 13, 77, 87
- 2 ADAMOVIĆ, D. et al. J/Ψ production as a function of charged-particle pseudorapidity density in $p - Pb$ collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. *Physics Letters B*, v. 776, p. 91–104, Jan. 2018. 13, 77, 87
- 3 ADAM, J. et al. J/Ψ production cross section and its dependence on charged-particle multiplicity in $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Physics Letters B*, v. 786, p. 87–93, Nov. 2018. 13, 77, 87
- 4 ACHARYA, S. et al. J/Ψ production as a function of charged-particle multiplicity in $p - Pb$ collisions at $\sqrt{s} = 8.16$ TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 2020, n. 9, Sep. 2020. 13, 77, 87
- 5 ACHARYA, S. et al. Multiplicity dependence of (multi-)strange hadron production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *The European Physical Journal C*, v. 80, n. 2, Feb. 2020. 9, 12, 13, 14, 77, 81, 82, 84, 85, 87, 95
- 6 ACHARYA, S. et al. Multiplicity dependence of inclusive J/Ψ production at midrapidity in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Physics Letters B*, v. 810, p. 135758, Nov. 2020. 9, 13, 14, 77, 87
- 7 ACHARYA, S. et al. Forward rapidity J/Ψ production as a function of charged-particle multiplicity in pp collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ and 13 TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 2022, n. 6, Jun. 2022. 13, 77, 84, 87
- 8 FERREIRO, E. G.; PAJARES, C. High multiplicity pp events and J/ψ production at energies available at the CERN Large Hadron Collider. *Physical Review C*, v. 86, p. 034903, Sep. 2012. 15
- 9 SADHU, S.; GHOSH, P. Anomalous features of particle production in high-multiplicity events of pp collisions at the LHC energies. *Physical Review D*, v. 99, p. 034020, Feb. 2019. 15
- 10 WERNER, K. et al. Event-by-event simulation of the three-dimensional hydrodynamic evolution from flux tube initial conditions in ultrarelativistic heavy ion collisions. *Physical Review C*, v. 82, p. 044904, Oct. 2010. 15
- 11 KOPELIOVICH, B. Z. et al. J/ψ in high-multiplicity pp collisions: Lessons from pA collisions. *Physical Review D*, v. 88, p. 116002, Dec. 2013. 15
- 12 LIMA, Y. N.; GIANNINI, A. V.; GONÇALVES, V. P. Kaon production in high multiplicity events at the Large Hadron Collider. *Physical Review C*, v. 106, p. 065206, Dec. 2022. 15, 78, 87

- 13 LIMA, Y. N.; GIANNINI, A. V.; GONÇALVES, V. P. Isolated photon production in pp collisions at forward rapidities and high multiplicity events. *The European Physical Journal A*, v. 60, n. 3, p. 54, Mar. 2024. 15, 78, 87
- 14 LIMA, Y. N.; GIANNINI, A. V.; GONÇALVES, V. P. D^0 meson production in pp collisions at large Q_s^2 . *Physical Review D*, v. 109, n. 9, p. 094035, May. 2024. 15, 62
- 15 LIMA, Y. N.; GIANNINI, A. V.; GONÇALVES, V. P. B-meson production at forward rapidities in pp collisions at the LHC: estimating the intrinsic bottom contribution. *The European Physical Journal C*, v. 84, n. 9, p. 886, Mar. 2024. 15, 62, 99
- 16 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An Introduction to Quantum Field Theory*. New York: Westview Press., 1995. 16, 111
- 17 THOMSON, M. *Modern Particle Physics*. New York: Cambridge University Press, 2013. 16
- 18 GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, 2004. 16, 28
- 19 MUTA, T. *Foundations of Quantum Chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. 3. ed. [S.l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010. 16
- 20 GREINER W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. *Quantum Chromodynamics*. 2. ed. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg., 2002. 16
- 21 AAIJ, R. et al. Observation of structure in the J/ψ -pair mass spectrum. *Science Bulletin*, v. 65, n. 23, p. 1983–1993, 2020. 19
- 22 AAIJ, R. et al. Observation of New Resonances Decaying to $J/\psi K^+$ and $J/\psi \phi$. *Physical Review Letters*, v. 127, p. 082001, Aug. 2021. 19
- 23 AAIJ, R. et al. Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K p$ Decays. *Physical Review Letters*, v. 115, p. 072001, Aug. 2015. 19
- 24 YANG, C.; MILLS, R. L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. *Physical Review*, v. 96, p. 191–195, Oct. 1954. 21, 22
- 25 FADDEEV, L. D.; POPOV, V. N. Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field. *Physical Letters B*, v. 25, p. 29–30, Jun. 1967. 22, 23
- 26 POLITZER, H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Physical Review Letters*, v. 30, p. 1346–1349, Jun. 1973. 24
- 27 GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Non-abelian Gauge Theories. *Physical Review Letters*, v. 30, p. 1343–1346, Jun. 1973. 24
- 28 DOKSHITSER, L. Y. Calculation of structure functions of deep-inelastic scattering and e^+e^- annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Soviet Physics JETP*, v. 46, p. 641–653, Oct. 1977. 24, 30
- 29 ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nuclear Physics B*, v. 126, p. 298–318, Apr. 1977. 24, 30

- 30 GRIBOV, N. V.; LIPATOV, N. L. Deep Inelastic Scattering in Perturbation Theory. *Physics Letters B*, v. 37, p. 78–80, Nov. 1971. 24, 30
- 31 HALZEN, F.; MARTIN, D. A. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. New York: John Wiley and Sons, 1984. 27, 107
- 32 NEWMAN, P. Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering at HERA. *International Journal of Modern Physics A*, v. 19, p. 1061–1073, Mar. 2004. 9, 28, 29
- 33 DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. *Deep Inelastic Scattering*. New York: Oxford University Press Inc., 2004. 29, 41, 49
- 34 LAI, H. et al. New parton distributions for collider physics. *Physical Review D*, v. 82, n. 7, p. 1550–2368, Oct. 2010. 31, 92
- 35 BALL, R. D. et al. Impact of heavy quark masses on parton distributions and LHC phenomenology. *Nuclear Physics B*, v. 849, n. 2, p. 296–363, Aug. 2011. 31
- 36 HARLAND-LANG, L. A. et al. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. *The European Physical Journal C*, v. 75, n. 5, May. 2015. 31
- 37 TUNG, W. Global QCD Analysis and Hadron Collider Physics. *International Journal of Modern Physics A*, v. 21, Jan. 2012. 31
- 38 DULAT, S. et al. New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics. *Physical Review D*, v. 93, Feb. 2016. 32, 57, 81
- 39 CARRAZZA, S. et al. APFEL Web: a web-based application for the graphical visualization of parton distribution functions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, v. 42, n. 5, p. 057001, Mar. 2015. 9, 33
- 40 MARTIN, A. et al. Parton distributions for the LHC. *European Physical Journal C*, v. 63, p. 189–285, Jul. 2009. 32
- 41 LIMA, Y. N. *Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes*. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Setembro 2020. 33
- 42 BALL, R. D. et al. Evidence for intrinsic charm quarks in the proton. *Nature*, v. 608, n. 7923, p. 483–487, Aug. 2022. 33, 71
- 43 BALL, R. D. et al. Intrinsic charm quark valence distribution of the proton. *Physical Review D*, v. 109, n. 9, p. L091501, May. 2024. 33, 71
- 44 BRODSKY, S. J. et al. The Intrinsic Charm of the Proton. *Physics Letters B*, v. 93, p. 451–455, Jun. 1980. 33, 65, 71
- 45 BRODSKY, S. J. et al. A Review of the Intrinsic Heavy Quark Content of the Nucleon. *Advances in High Energy Physics*, v. 2015, p. 1–12, Oct. 2015. 33, 61
- 46 KNIEHL, B.; KRAMER, G.; PÖTTER, B. Fragmentation functions for pions, kaons, and protons at next-to-leading order. *Nuclear Physics B*, v. 582, p. 514–536, Aug. 2000. 9, 10, 35, 36, 37, 38, 39, 57

- 47 ALBINO, S.; KNIEHL, B.; KRAMER, G. AKK update: Improvements from new theoretical input and experimental data. *Nuclear Physics B*, v. 803, p. 42–104, Nov. 2008. 9, 10, 35, 36, 37, 38, 39, 81
- 48 KRETZER, S. Fragmentation functions from flavor-inclusive and flavor-tagged e^+e^- annihilations. *Physical Review D*. 9, 10, 35, 36, 37, 38, 39
- 49 HIRAI, M. et al. Determination of fragmentation functions and their uncertainties. *Physical Review D*, v. 75, n. 9, May. 2007. 9, 10, 36, 37, 38, 39
- 50 GRIBOV, L.; LEVIN, E.; RYSKIN, M. Semihard processes in QCD. *Physics Reports*, v. 100, p. 1–150, Nov. 1983. 40
- 51 KOVCHEGOV, Y. V.; TUCHIN, K. Inclusive gluon production in deep inelastic scattering at high parton density. *Physical Review D*, v. 65, n. 7, Mar. 2002. 40, 43
- 52 DUMITRU, A.; HAYASHIGAKI, A.; JALILIAN-MARIAN, J. The color glass condensate and hadron production in the forward region. *Nuclear Physics A*, v. 765, p. 464–482, Feb. 2006. 40, 44, 78
- 53 GELIS, F. et al. The Color Glass Condensate. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, v. 60, n. 1, p. 463–489, Nov. 2010. 40, 41, 48, 61
- 54 BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nuclear Physics B*, v. 463, p. 99–160, Sep. 1996. 41, 47
- 55 KOVCHEGOV, Y. Small- x F_2 Structure Function of a Nucleus Including Multiple Pomeron Exchanges. *Physical Review D*, v. 60, Jan. 1999. 41, 47
- 56 GIANNINI, A. V. *Fenomenologia da QCD com saturação de pártons*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo Instituto de Física, São Paulo, 2017. 41
- 57 LAIDET, J. *High Energy Collisions of Dense Hadrons in Quantum Chromodynamics: LHC Phenomenology and Universality of Parton Distributions*. Tese (Doutorado) — École Polytechnique e Institut de Physique Théorique - CEA/SACLAY, École Polytechnique, 2013. 41
- 58 COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. F. Factorization of Hard Processes in QCD. In: *Perturbative Quantum Chromodynamics*. [S.l.: s.n.], 1989. v. 5, p. 1–91. 41
- 59 NIKOLAEV, N. N.; SCHÄFER, W.; ZAKHAROV, B. G. Nonuniversality Aspects of Nonlinear k_\perp Factorization for Hard Dijets. *Physical Review Letters*, v. 95, p. 221803, Nov. 2005. 44
- 60 DOMINGUEZ, F. et al. Universality of unintegrated gluon distributions at small x . *Physical Review D*, v. 83, p. 105005, May. 2011. 44
- 61 BOER, D.; UTERMANN, A.; WESSELS, E. Geometric scaling at BNL RHIC and CERN LHC. *Physical Review D*, v. 77, p. 054014, Mar. 2008. 45, 78, 80
- 62 ALBACETE, J. L.; MARQUET, C. Single inclusive hadron production at RHIC and the LHC from the color glass condensate. *Physics Letters B*, v. 687, n. 2, p. 174–179, Feb. 2010. 45, 78, 80

- 63 LAPPI, T.; MÄNTYSAARI, H. Single inclusive particle production at high energy from HERA data to proton-nucleus collisions. *Physical Review D*. 45
- 64 KURAEV A. E.; LIPATOV, N. L.; FADIN, S. V. Multi-Reggeon processes in the Yang-Mills theory. *Soviet Physics JETP*, v. 44, p. 443–451, Sep. 1976. 47
- 65 KURAEV A. E.; LIPATOV, N. L.; FADIN, S. V. The Pommeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. *Soviet Physics JETP*, v. 45, p. 443–451, Feb. 1977. 47
- 66 BALITSKY, I. I.; LIPATOV, L. N. The Pommeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. *Soviet Physics JETP*, v. 28, p. 822–829, 1978. 47
- 67 JALILIAN-MARIAN, J. et al. The BFKL equation from the Wilson renormalization group. *Nuclear Physics B*, v. 504, n. 1-2, p. 415–431, Oct. 1997. 47
- 68 JALILIAN-MARIAN, J. et al. Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Physical Review D*, v. 59, n. 1, Nov. 1998. 47
- 69 JALILIAN-MARIAN, J.; KOVNER, A.; WEIGERT, H. Wilson renormalization group for low x physics: Gluon evolution at finite parton density. *Physical Review D*, v. 59, n. 1, Nov. 1998. 47
- 70 BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy Particle Diffraction*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 49, 51, 125
- 71 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, v. 49, p. 607–618, Jul. 1991. 49, 52
- 72 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, v. 53, p. 331–345, Jul. 1992. 49, 52
- 73 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. The triple-pomeron regime and structure function of the pomeron in diffractive deep inelastic scattering at very small x . *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, v. 64, p. 631–651, Dec. 1994. 49, 52
- 74 MUELLER, A. H. Soft gluons in the infinite-momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nuclear Physics B*, v. 415, p. 373–385, Mar. 1994. 49, 52
- 75 NEWTON, G. R. Optical theorem and beyond. *American Journal of Physics*, v. 44, p. 639–642, Jul. 1976. 49, 51
- 76 MUELLER, A. H.; PATEL, B. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high energy hard processes. *Nuclear Physics B*, v. 425, p. 471–488, Aug. 1994. 52
- 77 MUELLER, A. H. Unitarity and the BFKL pomeron. *Nuclear Physics B*, v. 437, p. 107–126, Mar. 1995. 52
- 78 ALBACETE, J. L. et al. AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small- x including heavy quarks. *The European Physical Journal C*, v. 71, Jul. 2011. 53, 55, 56, 92

- 79 BALITSKY, I.; CHIRILLI, G. A. Next-to-leading order evolution of color dipoles. *Physical Review D*, v. 77, Jan. 2008. 53
- 80 STASTO, A. M. Nonlinear evolution equations in QCD. *Acta Physica Polonica B*, v. 35, p. 3069–3102, 2004. 53
- 81 BALITSKY, I. Quark contribution to the small-x evolution of color dipole. *Physical Review D*, v. 75, Jan. 2007. 54
- 82 KOVCHEGOV, Y. V.; WEIGERT, H. Triumvirate of running couplings in small-x evolution. *Nuclear Physics A*, v. 784, p. 188–226, Mar. 2007. 54
- 83 ALBACETE, J. L.; KOVCHEGOV, Y. V. Solving the high energy evolution equation including running coupling corrections. *Physical Review D*, v. 75, Jun. 2007. 55
- 84 ALBACETE, J. L. et al. Non-linear QCD meets data: A global analysis of lepton-proton scattering with running coupling Balitsky-Kovchegov evolution. *Physical Review D*, v. 80, n. 3, Aug. 2009. 55, 92
- 85 WEIGERT, H. Evolution at small x : The color glass condensate. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, v. 55, p. 461–565, Oct. 2005. 55
- 86 GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Physical Review D*, v. 59, Nov. 1998. 55
- 87 MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Boost covariant gluon distributions in large nuclei. *Physics Letters B*, v. 424, p. 15–24, Apr. 1998. 55
- 88 DUMITRU, A.; HAYASHIGAKI, A.; JALILIAN-MARIAN, J. Geometric scaling violations in the central rapidity region of collisions at RHIC. *Nuclear Physics A*, v. 770, p. 57–70, May. 2006. 56
- 89 ALBACETE, J. L. et al. CGC predictions for p+Pb collisions at the LHC. *Nuclear Physics A*, v. 897, p. 1–27, Jan. 2013. 56, 57, 78, 79, 80
- 90 KHACHATRYAN, V. et al. Transverse-Momentum and Pseudorapidity Distributions of Charged Hadrons in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Physical Review Letters*, v. 105, p. 022002, Jul. 2010. 10, 57, 58
- 91 CHATRCHYAN, S. et al. Charged particle transverse momentum spectra in pp collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ and 7 TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 2011, p. 086, Aug. 2011. 10, 57, 58
- 92 AABOUD, M. et al. Charged-particle distributions in $\sqrt{s} = 13$ TeV pp interactions measured with the ATLAS detector at the LHC. *The European Physical Journal C*, v. 76, p. 67–88, Sep. 2016. 10, 57, 58
- 93 ABELEV, B. et al. Transverse Momentum Distribution and Nuclear Modification Factor of Charged Particles in $p + Pb$ Collision at $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. *Physical Review Letters*, v. 110, Feb. 2013. 10, 57, 58
- 94 ARSENE, I. et al. Evolution of the Nuclear Modification Factors with Rapidity and Centrality in $d + Au$ Collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Physical Review Letters*, v. 93, p. 242303, Dec. 2004. 10, 58, 59

- 95 ADAMS, J. et al. Forward Neutral Pion Production in $p + p$ and $d + Au$ Collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Physical Review Letters*, v. 97, Oct. 2006. 10, 58, 59
- 96 ANDRONIC, A. et al. Heavy-flavour and quarkonium production in the LHC era: from proton-proton to heavy-ion collisions. *The European Physical Journal C*, v. 76, n. 3, Feb. 2016. 61
- 97 GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Geometric scaling in inclusive charm production. *Physical Review Letters*, v. 91, p. 202002, Nov. 2003. 61
- 98 KHARZEEV, D.; TUCHIN, K. Open charm production in heavy ion collisions and the color glass condensate. *Nuclear Physics A*, v. 735, n. 1-2, p. 248–266, Apr. 2004. 61
- 99 FUJII, H.; GELIS, F.; VENUGOPALAN, R. Quantitative study of the violation of k-perpendicular-factorization in hadroproduction of quarks at collider energies. *Physical Review Letters*, v. 95, n. 16, Oct. 2005. 61
- 100 AAIJ, R. et al. Prompt charm production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Nuclear Physics B*, v. 871, n. 1, p. 1–20, Jun. 2013. 11, 61, 66, 67, 68
- 101 AAIJ, R. et al. Measurements of prompt charm production cross-sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 03, p. 159, Mar. 2016. 11, 61, 66, 67, 68
- 102 AAIJ, R. et al. Measurement of the B^\pm production cross-section in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 13 TeV. *Journal of High Energy Physics*, v. 2017, n. 12, Dec. 2017. 11, 61, 72, 73, 74
- 103 CARVALHO, F. et al. D -meson production at very forward rapidities: estimating the intrinsic charm contribution. *Physical Review D*, v. 96, n. 9, Nov. 2017. 63, 64, 66, 69
- 104 GONÇALVES, V. P. et al. Heavy flavor production in high-energy pp collisions: color dipole description. *Physical Review D*, v. 96, n. 1, Jul. 2017. 63, 66, 73
- 105 GONÇALVES, V.; NAVARRA, F.; ULLRICH, T. Looking for intrinsic charm in the forward region at BNL RHIC and CERN LHC. *Nuclear Physics A*, v. 842, n. 1-4, p. 59–71, Oct. 2010. 64, 66
- 106 ALTINOLUK, T. et al. Heavy quarks in proton-nucleus collisions: The hybrid formalism. *Physical Review D*, v. 93, n. 5, Mar. 2016. 64
- 107 GIANNINI, A.; GONÇALVES, V.; NAVARRA, F. Intrinsic charm contribution to the prompt atmospheric neutrino flux. *Physical Review D*, v. 98, n. 1, Jul. 2018. 64
- 108 MACIULA, R.; SZCZUREK, A. Intrinsic charm in the nucleon and charm production at large rapidities in collinear, hybrid and kT-factorization approaches. *Journal of High Energy Physics*, v. 2020, n. 10, Oct. 2020. 64
- 109 GONÇALVES, V. P.; MACIULA, R.; SZCZUREK, A. Impact of intrinsic charm amount in the nucleon and saturation effects on the prompt atmospheric ν_μ flux for IceCube. *The European Physical Journal C*, v. 82, n. 3, Mar. 2022. 64
- 110 MACIULA, R.; SZCZUREK, A. Far-forward production of charm mesons and neutrinos at forward physics facilities at the LHC and the intrinsic charm in the proton. *Physical Review D*, v. 107, n. 3, Feb. 2023. 64, 66

- 111 PUMPLIN, J.; LAI, H. L.; TUNG, W. K. Charm parton content of the nucleon. *Physical Review D*, v. 75, n. 5, Mar. 2007. 11, 64, 65, 66
- 112 HOU, T.-J. et al. CT14 intrinsic charm parton distribution functions from CTEQ-TEA global analysis. *Journal of High Energy Physics*, v. 2018, n. 2, Feb. 2018. 11, 65, 66, 67, 71
- 113 KNIEHL, B. A.; KRAMER, G. Charmed-hadron fragmentation functions from CERN LEP1 revisited. *Physical Review D*, v. 74, n. 3, Aug. 2006. 65
- 114 NAVARRA, F. S. et al. Intrinsic charm component of the nucleon. *Physical Review D*, v. 54, n. 1, p. 842–846, Jul. 1996. 65
- 115 PAIVA, S. et al. Virtual meson cloud of the nucleon and intrinsic strangeness and charm. *Modern Physics Letters A*, v. 13, n. 34, p. 2715–2723, Nov. 1998. 65
- 116 HOBBS, T.; LONDERGAN, J.; MELNITCHOUK, W. Phenomenology of nonperturbative charm in the nucleon. *Physical Review D*, v. 89, n. 7, Apr. 2014. 65
- 117 WATANABE, K.; XIAO, B.-W. Forward heavy quarkonium productions at the LHC. *Physical Review D*, v. 92, n. 11, Dec. 2015. 66, 73
- 118 BENIC, S.; GARCIA-MONTERO, O.; PERKOV, A. Isolated photon-hadron production in high energy pp and pA collisions at RHIC and LHC. *Physical Review D*, v. 105, n. 11, Jun. 2022. 66, 90
- 119 SANTOS, G. S. dos; MACHADO, M. V. T.; SILVEIRA, G. Gil da. D-meson production in high energy pa collisions within the qcd color dipole transverse momentum representation. *The European Physical Journal C*, v. 82, n. 9, Sep. 2022. 66
- 120 XIE, K.; CAMPBELL, J. M.; NADOLSKY, P. M. A general-mass scheme for prompt charm production at hadron colliders. *SciPost Physics Proceedings*, v. 8, p. 084, Jul. 2022. 66
- 121 BAI, W. et al. Parton distribution function uncertainties in theoretical predictions for far-forward tau neutrinos at the large hadron collider. *Journal of High Energy Physics*, v. 2022, n. 6, Jun. 2022. 66
- 122 SANTOS, G. Sampaio dos; SILVEIRA, G. Gil da; MACHADO, M. Charmed meson production based on dipole transverse momentum representation in high energy hadron-hadron collisions available at the LHC. *Physics Letters B*, v. 838, p. 137667, Mar. 2023. 66
- 123 GUIOT, B.; HAMEREN, A. van. D and B-meson production using kt-factorization calculations in a variable-flavor-number scheme. *Physical Review D*, v. 104, n. 9, p. 094038, 2021. 66
- 124 BHATTACHARYA, A. et al. Forward neutrinos from charm at the Large Hadron Collider. *Physical Review D*, v. 109, n. 1, Jan. 2024. 66
- 125 KHALEK, R. A. et al. Science Requirements and Detector Concepts for the Electron-Ion Collider. *Nuclear Physics A*, v. 1026, p. 122447, Oct. 2022. 70

- 126 BURKERT, V. et al. Precision studies of QCD in the low energy domain of the EIC. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, v. 131, p. 104032, Jul. 2023. 70
- 127 ANCHORDOQUI, L. A. et al. The Forward Physics Facility: Sites, experiments, and physics potential. *Physics Reports*, v. 968, p. 1–50, Jul. 2022. 70
- 128 FENG, J. L. et al. The Forward Physics Facility at the High-Luminosity LHC. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, v. 50, n. 3, p. 030501, Jan. 2023. 70
- 129 BOETTCHER, T. Topological heavy-flavor tagging and intrinsic bottom at the Electron-Ion Collider. *Physical Review D*, v. 109, p. 092010, May 2024. 71
- 130 BENZKE, M. et al. B-meson production in the general-mass variable-flavour-number scheme and LHC data. *The European Physical Journal C*, v. 79, n. 10, Oct. 2019. 72
- 131 GONÇALVES, V. P. et al. Mapping the dominant regions of the phase space associated with $c\bar{c}$ production relevant for the prompt atmospheric neutrino flux. *Physical Review D*, v. 96, n. 9, Nov. 2017. 75
- 132 BHATTACHARYA, A. et al. Prompt atmospheric neutrino fluxes: perturbative QCD models and nuclear effects. *Journal of High Energy Physics*, v. 2016, n. 11, Nov. 2016. 75
- 133 KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. *Quantum Chromodynamics at High Energy*. [S.l.]: Oxford University Press, 2013. 77
- 134 MORREALE, A.; SALAZAR, F. Mining for Gluon Saturation at Colliders. *Universe*, v. 7, Aug. 2021. 77
- 135 MA, Y.-Q. et al. Event engineering studies for heavy flavor production and hadronization in high multiplicity hadron-hadron and hadron-nucleus collisions. 77, 82, 86, 87, 93, 95
- 136 LEVIN, E.; SCHMIDT, I.; SIDDIKOV, M. Multiplicity dependence of quarkonia production in the CGC approach. *The European Physical Journal C*, v. 80, p. 560, Jun. 2020. 77, 87, 93, 95
- 137 KOPELIOVICH, B. et al. Heavy quarkonium in the saturated environment of high-multiplicity pp collisions. *Physical Review D*, v. 101, n. 5, Mar. 2020. 77, 87, 93, 95
- 138 GOTSMAN, E.; LEVIN, E. High energy QCD: multiplicity dependence of quarkonia production. *The European Physical Journal C*, v. 81, n. 2, Feb. 2021. 77, 87, 93, 95
- 139 SIDDIKOV, M.; SCHMIDT, I. Multiplicity dependence of χ_c and χ_b meson production. *Physical Review D*, v. 104, p. 016023, Jul. 2021. 77, 87, 93, 95
- 140 SIDDIKOV, M.; SCHMIDT, I. Strangeness production in high-multiplicity events. *Physical Review D*, v. 104, p. 016024, Jul. 2021. 77, 81, 85, 87, 93, 95
- 141 STEBEL, T.; WATANABE, K. J/ψ polarization in high multiplicity pp and pA collisions: CGC+NRQCD approach. *Physical Review D*, v. 104, n. 3, Aug. 2021. 77, 87, 93, 95
- 142 SALAZAR, F.; SCHENKE, B.; SOTO-ONTOSO, A. Accessing subnuclear fluctuations and saturation with multiplicity dependent J/Ψ production in p+p and p+Pb collisions. *Physics Letters B*, v. 827, p. 136952, Apr. 2022. 77, 87, 93, 95

- 143 BETEMPS, M.; GONÇALVES, V. Hadron and photon production in the forward region at RHIC and LHC. *Journal of High Energy Physics*, v. 2008, n. 09, p. 019–019, Sep. 2008. 78, 80
- 144 ALTINOLUK, T.; KOVNER, A. Particle production at high energy and large transverse momentum: “The hybrid formalism” revisited. *Physical Review D*, v. 83, p. 105004, May. 2011. 78, 80
- 145 WORKMAN, R. L. et al. Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, v. 2022, n. 8, p. 083C01, Aug. 2022. 78
- 146 KOVCHEGOV, Y. Classical initial conditions for nucleus-nucleus collisions. *Nuclear Physics A*, v. 698, p. 619–622, Feb. 2002. 79
- 147 GELIS, F.; LAPPI, T.; VENUGOPALAN, R. High energy factorization in nucleus-nucleus collisions. I. *Physical Review D*, v. 78, Sep. 2008. 79
- 148 GELIS, F.; LAPPI, T.; VENUGOPALAN, R. High energy factorization in nucleus-nucleus collisions. II. Multigluon correlations. *Physical Review D*, v. 78, Sep. 2008. 79
- 149 GELIS, F.; LAPPI, T.; VENUGOPALAN, R. High energy factorization in nucleus-nucleus collisions. III. Long range rapidity correlations. *Physical Review D*, v. 79, May. 2009. 79
- 150 CHIRILLI, G. A.; KOVCHEGOV, Y. V.; WERTEPNY, D. E. Classical gluon production amplitude for nucleus-nucleus collisions: First saturation correction in the projectile. *Journal of High Energy Physics*, v. 2015, Mar. 2015. 79
- 151 AES, F. O. D. et al. Testing the running coupling k_T -factorization formula for the inclusive gluon production. *Physical Review D*, v. 94, p. 054023, Sep. 2016. 79
- 152 DUMITRU, A. et al. Particle multiplicities in the central region of high-energy collisions from k_T -factorization with running coupling corrections. *Physics Letters B*, v. 784, p. 417–422, Sep. 2018. 79
- 153 ZHAO, W. et al. Hadron production with collinearly-improved unintegrated gluon distributions in high energy proton-proton collisions*. *Chinese Physics C*, v. 46, n. 9, p. 094101, Sep. 2022. 79
- 154 BLAU, D.; PERESUNKO, D. Direct Photon Production in Heavy-Ion Collisions: Theory and Experiment. *Particles*, v. 6, n. 1, p. 173–187, Jan. 2023. 90
- 155 DAVID, G. Direct real photons in relativistic heavy ion collisions. *Reports on Progress in Physics*, v. 83, n. 4, p. 046301, Feb. 2020. 90
- 156 AURENCHE, P. et al. Gluon content of the nucleon probed with real and virtual photons. *Physical Review D*, v. 39, p. 3275–3286, Jun. 1989. 90
- 157 VOGELSANG, W.; VOGT, A. Constraints on the proton’s gluon distribution from prompt photon production. *Nuclear Physics B*, v. 453, n. 1-2, p. 334–352, Oct. 1995. 90
- 158 MARIOTTO, C. B.; GONÇALVES, V. P. Enhancement of prompt photons in ultrarelativistic proton-proton collisions from nonlinear gluon evolution at small-x. *Physical Review C*, v. 75, n. 6, Jun. 2007. 90

- 159 MARIOTTO, C. B.; GONÇALVES, V. P. Nuclear shadowing and prompt photons in hadronic collisions at ultrarelativistic energies. *Physical Review C*, v. 78, p. 037901, Sep. 2008. 90
- 160 ARLEO, F. et al. Inclusive prompt photon production in nuclear collisions at RHIC and LHC. *Journal of High Energy Physics*, v. 2011, n. 4, Apr. 2011. 90
- 161 D'ENTERRIA, D.; ROJO, J. Quantitative constraints on the gluon distribution function in the proton from collider isolated-photon data. *Nuclear Physics B*, v. 860, n. 3, p. 311–338, Jul. 2012. 90
- 162 HELENIUS, I.; ESKOLA, K. J.; PAUKKUNEN, H. Probing the small-x nuclear gluon distributions with isolated photons at forward rapidities in p+Pb collisions at the LHC. *Journal of High Energy Physics*, v. 2014, n. 9, Sep. 2014. 90
- 163 KLASSEN, M.; KLEIN-BÖSING, C.; POPPENBORG, H. Prompt photon production and photon-jet correlations at the LHC. *Journal of High Energy Physics*, v. 2018, n. 3, Mar. 2018. 90
- 164 GOHARIPOUR, M.; ROSTAMI, S. Probing nuclear modifications of parton distribution functions through the isolated prompt photon production at energies available at the CERN Large Hadron Collider. *Physical Review C*, v. 99, n. 5, May. 2019. 90
- 165 KOPELIOVICH, B. Z.; SCHÄFER, A.; TARASOV, A. V. Bremsstrahlung of a quark propagating through a nucleus. v. 59, n. 3, p. 1609–1619. 90, 91
- 166 GELIS, F.; JALILIAN-MARIAN, J. Photon production in high energy proton-nucleus collisions. *Physical Review D*, v. 66, n. 1, Jul. 2002. 90, 91
- 167 KOPELIOVICH, B. et al. Direct photons and dileptons via color dipoles. *Physics Letters B*, v. 653, n. 2-4, p. 210–215, Sep. 2007. 90
- 168 KOPELIOVICH, B. et al. Direct photons at forward rapidities in high-energy pp collisions. *Physics Letters B*, v. 675, n. 2, p. 190–195, May. 2009. 90
- 169 MACHADO, M. V. T.; MARIOTTO, C. B. Investigating the high-energy QCD approaches for prompt-photon production at the LHC. *The European Physical Journal C*, v. 61, n. 4, p. 871–878, Jan. 2009. 90
- 170 JALILIAN-MARIAN, J.; REZAEIAN, A. H. Prompt photon production and photon-hadron correlations at RHIC and the LHC from the color glass condensate. *Physical Review D*, v. 86, n. 3, Aug. 2012. 90
- 171 BASSO, E. et al. Drell-Yan phenomenology in the color dipole picture revisited. *Physical Review D*, v. 93, n. 3, Feb. 2016. 90
- 172 DUCLOUÉ, B.; LAPPI, T.; MÄNTYSAARI, H. Isolated photon production in proton-nucleus collisions at forward rapidity. *Physical Review D*, v. 97, p. 054023, Mar. 2018. 90, 91, 92, 93
- 173 BENIC, S. et al. Probing gluon saturation with next-to-leading order photon production at central rapidities in proton-nucleus collisions. *Journal of High Energy Physics*, v. 2017, n. 1, Jan. 2017. 90

- 174 BENIC, S.; ADRIAN, D. Prompt photon-jet angular correlations at central rapidities in $p + A$ collisions. *Physical Review D*, v. 97, p. 014012, Jan. 2018. 90
- 175 BENIC, S. et al. Constraining unintegrated gluon distributions from inclusive photon production in proton-proton collisions at the LHC. *Physics Letters B*, v. 791, p. 11–16, Apr. 2019. 90
- 176 GONÇALVES, V. P. et al. Isolated photon production and pion-photon correlations in high-energy pp and pA collisions. *Physical Review D*, v. 101, n. 9, p. 094019, May. 2020. 90
- 177 SANTOS, G. Sampaio dos; SILVEIRA, G. Gil da; MACHADO, M. V. T. The color dipole picture for prompt photon production in pp and pPb collisions at the CERN-LHC. *The European Physical Journal C*, v. 80, n. 9, Sep. 2020. 90
- 178 GOLEC-BIERNAT, K.; MOTYKA, L.; STEBEL, T. Prompt photon production in proton collisions as a probe of parton scattering in high energy limit. *Physical Review D*, v. 103, n. 3, Feb. 2021. 90
- 179 ALBACETE, J. L.; KOVCHEGOV, Y. V. Solving the high energy evolution equation including running coupling corrections. *Physical Review D*, v. 75, n. 12, Jun. 2007. 92
- 180 AAD, G. et al. Measurement of the inclusive isolated prompt photon cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector. *Journal of High Energy Physics*, v. 2016, n. 8, Aug. 2016. 12, 93, 94
- 181 LAPPI, T. Energy dependence of the saturation scale and the charged multiplicity in pp and AA collisions. *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, v. 71, n. 8, Jul. 2011. 94
- 182 MÄNTYSAARI, H. *Balitsky-Kovchegov equation*. Dissertação (Mestrado) — Department of Physics, University of Jyväskylä, November 2011. 101
- 183 VENUGOPALAN, R. Introduction to light cone field theory and high energy scattering. In: CLEYMANS, J.; GEYER, H. B.; SCHOLTZ, F. G. (Ed.). *Hadrons in Dense Matter and Hadrosynthesis*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. p. 89–112. 101
- 184 BRODSKY, S. J.; PAULI, H.-C.; PINSKY, S. S. Quantum chromodynamics and other field theories on the light cone. *Physics Reports*, v. 301, p. 299–486, Aug. 1998. 101, 102, 103, 119
- 185 KOGUT, J. B.; SOPER, D. E. Quantum Electrodynamics in the Infinite-Momentum Frame. *Physical Review D*, v. 1, p. 2901–2914, May. 1970. 108