

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Programa de Pós-Graduação em Física**



Tese

**Relatividade das propriedades da luz na incidência angular**

**Daniel Souza Cardoso**

Pelotas, 2022

**Daniel Souza Cardoso**

**Relatividade das propriedades da luz na incidência angular**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito à obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: José Rafael Bordin

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas  
Catalogação na Publicação

C268r Cardoso, Daniel Souza

Relatividade das propriedades da luz na incidência angular / Daniel Souza Cardoso ; José Rafael Bordin, orientador. — Pelotas, 2022.

82 f. : il.

Tese (Doutorado) — Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Relatividade. 2. Inércia. 3. Momento do fóton. 4. Momento angular. 5. Incidência angular. I. Bordin, José Rafael, orient. II. Título.

CDD : 535.3

Elaborada por Ubirajara Buddin Cruz CRB: 10/901

**Daniel Souza Cardoso**

**Relatividade das propriedades da luz na incidência angular**

Tese aprovada como requisito para obtenção do grau de Doutor em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Tese: 16 de dezembro de 2022

Banca examinadora:

Prof. Dr. Mário Lúcio Moreira

---

Doutor em Física  
Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Wagner Tenfen

---

Doutor em Física  
Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Mateus Henrique Kohler

---

Doutor em Física  
Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Alexandre Bonatto

---

Doutor em Física  
Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre

### **Dedicatória**

Dedico este trabalho à minha esposa Istael de Lima Espinosa e filhos  
Raul Espinosa Cardoso e Theo Espinosa Cardoso.  
Dedico ao meu pai Wanderlem Barbosa Cardoso (1937-2021), que nos  
últimos momentos, manifestou seu orgulho em sua percepção de  
minha profissão, dizendo; “se pudesse, noutra vida, seria cientista”.

## **Agradecimentos**

Agradeço ao prof. Dr. José Rafael Bordin, pela orientação, ensinamentos, paciência e oportunidade de percorrer os caminhos deste trabalho.

Agradeço à minha esposa Istael de Lima Espinosa pela compreensão e apoio na dedicação a este trabalho e doutorado.

Agradeço ao Instituto Federal Sul Rio-grandense pela oportunidade de capacitação docente no Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pelotas.

## Resumo

CARDOSO, Daniel Souza. **Relatividade das propriedades da luz na incidência angular**. 2022. 83 p., Tese (Doutorado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

Realizou-se uma análise da consistência dos momentos de Abraham e Minkowski na determinação da trajetória do fóton considerando um novo princípio de conservação da energia mecânica, no qual conserva energia translacional em momento angular orbital ao transitar entre dois meios, introduzindo a onda de energia relativística (REW). Confrontou-se a recente teoria das ondas espaço-tempo (ST) à REW, ponderando suas diferenças. Verificou-se que o momento de Abraham surge como um dispositivo de ignição relativística do fóton na transição entre dois meios, atuando como o momento oculto do momento relativístico de Minkowski. O comportamento ondulatório na matéria é relativístico e a trajetória relativística surge com atrasos e adiantamentos, havendo pontos de sincronização fonte-observador. As trajetórias clássicas ou relativísticas são determinadas em função do ângulo de incidência e do índice de refração relativo, por um de dois distintos torques não aditivos, seja o clássico de Abraham ou o relativístico de Minkowski. Verificou-se que a mesma análise conduzida sob o princípio de conservação da energia mecânica do fóton pode ser tratada por um efeito Doppler Aparente que pode se confundir com os demais Dopplers no tratamento do redshift de fontes distantes. Constatou-se que a conservação da energia em momento angular orbital (OAM), na interação com a matéria, explica que os instantes de sincronização são encontrados na inversão do OAM, onde os adiantamentos e atrasos da REW transcorrem sob variações desprezíveis do OAM, porém contrárias. Verificou-se os efeitos da inércia do fóton na determinação de sua trajetória e considerou-se a representação de uma massa de deslocamento caracterizada pelo fluxo do número de frentes de onda e a decomposição da inércia do fóton em partes associadas aos movimentos de translação e rotação. Constatou-se que a inércia clássica é predominante na faixa angular de incidência de maior resistência à alternâncias das propriedades

direcionais do fóton, inibindo a trajetória relativística determinada pelo segundo torque, de Minkowski. Nas sincronizações, transcorre a alternância de predominância da inércia clássica para relativística, onde a trajetória relativística é permitida ao passo que o fóton oferece menor resistência à mudanças de suas propriedades direcionais. Na alternância das predominâncias, sob efeito do segundo torque, transcorre a inversão do OAM. A variabilidade clássica-relativística da inércia do fóton caracteriza o perfil clássico ou relativístico da distribuição energética em formas de movimento, onde ajustes das partes rotacionais e translacional podem ser realizados em função da taxa do índice de refração, da temperatura e do ângulo de incidência. Constatou-se que com aumento da temperatura do meio refringente, as sincronizações se deslocam no sentido da incidência normal. Caracterizou-se uma temperatura de vácuo específico para o meio refringente, onde o fóton apresenta uma sincronização clássica-relativística sob todos os ângulos de incidência, característica do seu estado imaterial no vácuo.

**Palavras-chave:** Fóton, momento de Abraham, momento de Minkowski, ignição relativística, Doppler Aparente, momento angular orbital, Inércia do fóton, momento de inércia do fóton, inércia translacional, inércia rotacional.

## Abstract

CARDOSO, Daniel Souza. **Relativity of the properties of light at angular incidence**. 2022. 83 p., Thesis (Doctor in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

An analysis of the consistency of the Abraham and Minkowski momenta in the determination of the photon trajectory was carried out considering a new principle of conservation of the photon's mechanical energy, in which the photon conserves translational energy in orbital angular momentum when transiting between two media, introducing the relativistic energy wave (REW). The confrontation between REW and the recent theory of space-time waves (ST) was considered, pondering their differences. Throughout this study it was possible to verify that the Abraham momentum appears as photon relativistic ignition device in the transition between two media, acting as the hidden momentum of the Minkowski's relativistic momentum. The wavy behavior in the matter is relativistic, and the relativistic trajectory appears with delays and advances, with points of synchronization between source-observer. The classical or relativistic trajectories are determined as a function of the angle of incidence and the relative refractive index, by one of two distinct non-additive torques, the classic by Abraham or the relativistic by Minkowski. It was found that the same analysis conducted under the principle of conservation of the mechanical energy of the photon can be treated by an new Doppler, Relativistic Apparent, that can be confused with other Dopplers in the treatment of redshift from distant sources. It was found that the conservation of energy in Orbital Angular Momentum (OAM), in the interaction with matter, explains that the synchronization instants are found in the inversion of the OAM, where the advances and delays of REW occur under negligible variations of the OAM, however, opposites. The effects of photon inertia on the determination of its trajectory were verified and the representation of a displacement mass characterized by the flow of the number of wavefronts and the decomposition of photon inertia into parts associated with translation and rotation motions was

considered. It was found that the classical inertia is predominant in the angular range of incidence of greater resistance to changes in the photon directional properties, inhibiting the relativistic trajectory determined by the Minkowski torque. In the synchronizations, the alternation of predominance from classical to relativistic inertia takes place, where the relativistic trajectory is allowed while the photon offers less resistance to changes in its directional properties. In the alternation of predominances, under the effect of the second torque, the inversion of the OAM elapses. The classical-relativistic variability of the photon inertia characterizes the classical or relativistic profile of the energy distribution in forms of motion, where adjustments of the rotational and translational parts can be performed as a function of the refractive index rate, temperature and angle of incidence. It was found that with increasing temperature of the refringent medium, the synchronization displacements in the sense of the normal incidence. A specific vacuum temperature for the refringent medium was characterized, where the photon exhibits a classical-relativistic synchronization under all angles of incidence, characteristic of its immaterial state in vacuum.

**Keywords:** Photon, Relativistic Ignition, Apparent Doppler, Orbital Angular Momentum, photon inertia, photon inertia momenta, Abraham momenta, Minkowski momenta, translational inertia, rotational inertia.

## Lista de Figuras

Figura 1	Regiões de trajetórias Clássicas e Relativísticas em função do ângulo de incidência. Para ângulos de incidência até $\sim 41,39^\circ$ , a deformação angular se deve ao torque de Abraham, para ângulos maiores a predominância é de Minkowski. A variação do momento de Minkowski ilustrada representa sua projeção na direção considerada. (Fonte: autor).....	15
Figura 2	Estimativas do ângulo refratado segundo às deformações frente aos dados ( $\theta_2^*$ ). (Fonte: autor).....	18
Figura 3	Representação das frentes de onda constatadas no laboratório, num processo de refração. As linhas tracejadas em cinza representam as frentes de onda. (Fonte: autor).....	19
Figura 4	O gráfico à esquerda apresenta o atraso da REW e suas estimativas do ângulo refratado e comparação com os dados experimentais segundo tabela 1. O gráfico a direita apresenta o comportamento do atraso da REW em função do ângulo de incidência. (Fonte: autor).....	23
Figura 5	Atrasos da REW na transição entre alguns pares de materiais (Fonte: autor).....	25
Figura 6	O momento angular orbital em função de ângulo de incidência, para a transição entre alguns pares de meios. (Fonte: autor).....	26
Figura 7	Caracterização da variação do momento angular na refração devido aos torques de Abraham e Minkowski. (Fonte: autor).....	28
Figura 8	Variabilidade do momento de inércia do fóton em função do ângulo de incidência. (Fonte: autor).....	29
Figura 9	Ilustração de um fóton transitando através de uma descontinuidade material. ....	31
Figura 10	Comportamento das partes translacionais e rotacionais da	

	inércia do fóton, em função da refração do meio. (Fonte: autor).....	32
Figura 11	Variabilidade da Inércia do fóton em função do índice de refração relativo e do ângulo de incidência. (Fonte: autor).....	33
Figura 12	Variabilidade do momento de inércia do fóton em função da temperatura e do ângulo de incidência. (Fonte: autor).....	34
Figura 13	Variabilidade da Inércia do fóton em função do ângulo de incidência e da temperatura, e a temperatura de vácuo específico. As regiões de predominâncias apresentadas são no domínio do OAM. (Fonte: autor).....	36
Figura 14	Variabilidade da ar-água (direita) e no vácuo-ar (esquerda), para as temperaturas de vácuo específico respectivamente em aproximadamente $-277,82^{\circ}\text{C}$ e $-571,37^{\circ}\text{C}$ , com $\lambda = 589 \text{ nm}$ . (Fonte: autor).....	38
Figura 15	Configuração da projeção de $\Delta p$ .....	53
Figura 16	OAM da REW em unidades quantizadas.....	56
Figura 17	Representação Quântico-Relativístico da estimativa média do OAM da REW em unidades quantizadas.....	58
Figura 18	QR CODE de acesso ao artigo I .....	62
Figura 19	QR CODE de acesso ao artigo II .....	63

## Lista de Tabelas

Tabela 1	Comparação entre as estimativas do ângulo refratado na água entre a lei de Snell-Descartes e as deformações do momento linear. Considerou-se uma transição ar-água com os índices de refração 1,0003 e 1,3333, respectivamente, para $\theta_2^*$ e $\theta_2^{**}$ . Em cinza escuro a estimativa das deformações do momento linear do fóton e em cinza claro as estimativas das deformações do momento linear da onda material de energia. Em magenta se indica os melhores desempenhos das deformações nos dois casos (Fonte: autor).....	17
----------	--	----

## Lista de Abreviaturas e Siglas

OAM	Momento angular orbital
SAM	Momento angular de spin
REW	Onda de energia relativística
ST	Espaço-tempo
$Z_{\text{CEF-G}}$	Redshift gravitacional
$Z_{\text{CEF-R}}$	Redshift refrativo
$Z_{\text{CEF}}$	Redshift balanço

## Lista de Símbolos

$n$	Índice de refração
$n_{12}$	Índice de refração relativo
$n_1$	Índice de refração do meio refringente 1
$n_2$	Índice de refração do meio refringente 2
$T$	Temperatura
$p$	Momento linear
$h$	Constante de Planck
$\lambda$	Comprimento de onda
$\nu$	Frequência
$E$	Energia
$m_e$	Massa do elétron
$m_\gamma$	Massa do fóton
$\omega$	Frequência angular
$L$	Momento angular
$\gamma$	Constante relativística
$\gamma(\theta_1, n_{12})$	Constante relativística angular
$\theta_1$	Ângulo de incidência
$\theta_2$	Ângulo refratado
$\tau$	Torque
$N$	Número de frentes de onda
$\Delta t$	Intervalo de tempo
$c$	Velocidade da luz
$v$	Velocidade da luz no meio refringente
$P$	Pressão

## Sumário

1 Introdução .....	1
2 Metodologia .....	6
3 Desenvolvimento e resultados.....	8
3.1 Os momentos relativístico e oculto de Minkowski e Abraham, numa onda de energia relativística.....	8
3.1.1 Ignição relativística do fóton.....	11
3.1.2 Doppler aparente relativístico.....	18
3.1.3 Onda de energia relativística (REW).....	21
3.1.4 Conservação da energia em movimento angular orbital (OAM).....	25
3.2 Variabilidade clássica-relativística da inércia da massa de deslocamento do fóton na matéria e a temperatura de vácuo específica .....	27
4 Ponderações das extrapolações.....	39
5 Considerações finais.....	40
6 Referências .....	43
Apêndice I - Análise trigonométrica da projeção de $\Delta p$ .....	53
Apêndice II - Descrição da variabilidade clássica-relativística da inércia do fóton e das predominâncias.....	54
Apêndice III - Perspectivas de futuros estudos do OAM da REW em espectroscopia.....	55
Apêndice IV - Nota sobre os dados de refração e análise.....	60
Anexo A - Artigo I da Tese.....	62
Anexo B - Artigo II da Tese.....	63
Anexo C - Artigos do doutorado.....	64
Anexo D - Produtos de comunicação da Tese.....	65

## 1 Introdução

A natureza e dinâmica da luz ganham destaque no recente cenário da computação e informação quântica [96, 98, 25, 54], onde suas propriedades associadas aos estados quantizados e suas modulações se destacam constituindo uma base para informação quântica [94, 13], enquanto aquelas associadas à interação fóton-matéria se destacam nos avanços em processos de teletransporte de informação quântica [58, 77, 76, 7], envolvendo processos de emaranhamento em cavidades ópticas [72, 10].

Algumas variáveis como os momentos angulares orbital (OAM) e de spin (SAM) se destacam em processos que envolvem a transmissão de estados e de informação quântica [9, 85]. O momento angular orbital (OAM) apresenta destaques recentes também na manipulação e controle das propriedades luz, onde estudos atuais indicam que feixes torcidos no vácuo apresentam efeitos subluminais [41, 30], e que sua adição pode alterar a intensidade do feixe [5].

Em acordo com Curtis e Grier [29], um feixe convencional pode ser modulado através de conversores de modos, obtendo modos helicoidais, originando os vórtices ópticos. Os autores apresentam um modelo no qual descrevem que o movimento de um fóton no entorno do vórtice apresenta contribuições diretas para o momento angular do feixe, relatando que há um aumento da potência com a redução da velocidade, na percepção de quanto mais empurrados mais vagarosos.

A conservação do momento angular na interação fóton-matéria é discutida em recente trabalho, onde Zhang et al. [97] apresentam que um elétron sujeito à radiação de micro-ondas dotada de OAM, experimentará o balanço das conservações dos momentos linear e angular. Os autores constataram que a interação fóton-matéria, considerando fótons inicialmente dotados de OAM, pode gerar vórtices de elétrons, com diferentes números quânticos.

Ji et al. [51] projetaram um fotodetector para análise do OAM da Luz, verificando que na interação fóton-matéria o elétron pode adquirir energia e OAM da luz incidente, simultaneamente, induzindo um desequilíbrio espacial dos portadores envolvidos. Os autores atribuíram o nome de efeito fotogalvânico orbital à corrente induzida, por sua distinção ao passo que se origina do OAM da luz.

Schmiegelow et al. [82], considerando que na interação fóton-matéria um fóton portador de OAM pode transferir OAM para um elétron livre, realizaram um estudo analisando a transferência de OAM para um elétron ligado, demonstrando a transferência de OAM e momento angular de spin, SAM, de campo para o íon.

Em acordo com Forbes et al. [40], o momento angular total é composto dos momentos OAM [1] e SAM, onde o SAM está presente independentemente da presença de um meio material conservando a helicidade que por sua vez não é transferível para a matéria. O OAM por fóton ao longo do eixo de propagação, caracteriza o movimento de uma partícula entorno do eixo de propagação, podendo ser transferível para a matéria. O OAM caracteriza uma estrutura transversal de um feixe, onde a experiência [43] demonstra que a estrutura transversal ocasiona um atraso na velocidade média dos fótons de um feixe, quando comparados com um feixe sem estrutura, mesmo no ar.

O impulso de novos estudos frente a demanda de desenvolvimento tecnológico para computação e informação quântica, com perspectivas nas propriedades da luz às condicionam a um potencial emprego. Neste cenário a massa do fóton ressurgue com interesse em diferentes estudos [84, 66, 44, 46, 87, 42, 3, 86, 60], e mesmo a dualidade onda-partícula é discutida [74, 4, 42].

O controle das propriedades físicas de condutores ópticos se mostram ponderantes em diferentes estudos para a manipulação das propriedades cinemáticas e cinéticas de feixes [16, 93, 81, 49, 92], onde as propriedades termodinâmicas do meio refringente se apresentam como variáveis de controle. A temperatura do meio refringente é uma variável de controle da velocidade da luz [88, 49], onde em diferentes análises da transmissão o índice de refração é uma função da temperatura [35, 31, 2, 99], e pressão [71].

Algumas propriedades da luz são conhecidas e bem estabelecidas na literatura, seja no tratamento corpuscular ou ondulatório. Contudo, o comportamento do fóton é centro de discussões que perduram por décadas, a exemplo dos desvio para o vermelho [65, 26, 21], da controvérsia entre os momentos de Abraham e Minkowski [27, 14, 69], e que por vezes se pensou estar cansada<sup>1</sup> [38].

---

1 Referência à Teoria da Luz Cansada.

Os momentos de Abraham e Minkowski são protagonistas do momento do fóton em dielétricos, que embora distintos respondem corretamente a experimentos que apoiam um ou outro [8, 6, 61, 70]. Estes momentos discordam quanto à intensidade do momento do fóton em dielétricos, a exemplo que para Minkowski o momento linear do fóton aumenta no meio dielétrico na proporção do índice de refração do meio,  $n$ , enquanto o momento de Abraham caracteriza um decréscimo do momento linear do fóton, na proporção inversa do índice de refração.

Recentemente, Barnett [8] caracteriza o momento de Minkowski como canônico e o momento de Abraham como o momento cinético, pois embora o momento de Abraham se mostre mais ajustado teoricamente com a conservação do momento cinético global na perspectiva corpuscular, o de Minkowski é ajustado à teoria quântica na perspectiva ondulatória. Os momentos de Abraham e Minkowski são consistentes com o momento de De Broglie que por sua vez caracteriza o comprimento de onda de uma onda de matéria [32].

O momento oculto surge no âmbito da descrição do movimento de dipolos magnéticos sujeitos a campos externos, em meios refringentes, onde a resultante oculta é o próprio momento relativístico [33], que por sua vez permite que o dipolo tenha um momento oculto mesmo quando em repouso. O autor conclui que o momento de Abraham está associado à parte cinética e o de Minkowski à parte canônica. Segundo Saldanha [69], a separação do momento da onda eletromagnética em meios elétricos e magnéticos, em partes eletromagnética e material é consistente, onde o momento oculto caracteriza o momento de Abraham.

Em análise teórica do comportamento corpuscular da luz, Cardoso [23] introduz um princípio para a conservação da energia mecânica do fóton, onde o fóton ao transitar entre dois meios conserva energia translacional em movimento angular orbital (OAM), deslocando seu comprimento de onda. Posteriormente [19], este deslocamento de onda é verificado na previsão de franjas de interferência comparando a dados experimentais de um interferômetro de Michelson, verificando que o modelo segundo o princípio de conservação da energia mecânica do fóton apresenta estimativas com menores

incertezas percentuais ( $< 0.5\%$ ) e menores desvios percentuais ( $< 2.0\%$ ) quando comparado com as estimativas do modelo da literatura, na representação dos dados.

Recentemente, Cardoso [21] demonstra a natureza do redshift segundo o princípio de conservação da energia mecânica do fóton, apresentando os redshifts gravitacional ( $z_{\text{CEF-G}}$ ) e refrativo ( $z_{\text{CEF-R}}$ ) os quais individualmente são capazes de descrever os redshifts gravitacional e cosmológico mantendo a constante de Hubble fixa. Entretanto, o autor ponderou com a composição de todos os efeitos capazes de promover um deslocamento do comprimento de onda da luz, passíveis na trajetória, apresentando um balanço através do redshift  $Z_{\text{CEF}}$ , considerando o efeito Doppler, demonstrando que na ausência do princípio de conservação da energia mecânica, a constante de Hubble deve variar mediante pequenas variações da velocidade relativa entre fonte-observador.

Neste estudo, verificou-se a consistência entre os momentos de Abraham e Minkowski na determinação da trajetória do fóton na incidência angular, considerando a conservação da energia mecânica do fóton segundo Cardoso [23] onde na interação fóton-matéria considerou que o elétron antes da interação apresentava momentos lineares e angulares, diferentemente do modelo Compton, no qual o elétron se encontrava numa condição estacionária.

Na determinação das trajetórias do fóton na incidência angular considerou-se os aspectos determinantes das propriedades direcionais através da análise do momento de inércia do fóton, na perspectiva relativa entre o referencial da fonte e do observador. Realizou-se a decomposição da inércia do fóton em formas de movimento, translacional e rotacional, ponderando as propriedades termodinâmicas do meio óptico.

Considerou-se que a massa do fóton possa ser composta por uma parte clássica e um incremento relativístico, particionando a variabilidade da inércia. Diferentes estudos particionam grandezas físicas em diferentes propriedades a exemplos da energia total da luz em parte ondulatória e outra material [42]; da massa de um pulso em partes mecânica e eletromagnética [86]; da dualidade em partes ondulatória e corpuscular [74]; da inércia em partes radiativas, instantâneas e rotacional [47] e quanto à identidades onde uma é associada ao armazenamento de energia e outra material [55].

Realizou-se uma análise comparativa entre o comportamento relativístico do fóton e as recentes ondas espaço-tempo (ST), na perspectiva dos atrasos entre as percepções fonte-observador. Propõe-se verificar a existência de anomalias na refração na perspectiva de um único fóton, num análogo ponderando as diferenças com aquelas recentemente associadas às velocidades de grupo [12, 64, 95]. Nesta perspectiva, se conduziu a análise da relação entre a variação do momento angular orbital e os atrasos entre as percepções fonte-observador, na perspectiva da conservação da energia mecânica do fóton.

## 2 Metodologia

A análise considerou a transmissão de um único fóton na transição entre pares de meios previamente conhecidos na literatura, no que tange às propriedades refrativas. Os dados de refração estabelecidos na literatura e Leis de refração são confrontados para verificar a variabilidade dos dados estimadas pelos modelos propostos.

No tratamento corpuscular da interação fóton-matéria considerou-se as conservações da energia, momento linear e momento angular. O elétron de interação é condicionado a uma região delimitada por  $r$ , onde a incerteza do momento linear é comum às suas componentes em acordo com princípio de incerteza. A região delimitada por  $r$  corresponde ao tamanho do átomo associado, onde, por exemplo, numa região com geometria esférica corresponda ao raio da camada eletrônica.

Na caracterização enquanto pacote de energia considerou-se a quantização da energia e o princípio de incerteza. A análise do estado de movimento considerou uma descrição relativística consistente com o comportamento dos dados.

As variabilidades da inércia e do momento de inércia foram verificadas em função do ângulo de incidência, refringência do meio e sua temperatura. As estimativas do índice de refração da água em função da temperatura consideraram o modelo apresentado por Djurišić e Stanić [35], para um comprimento de onda de 589,3 nm, desconsiderando a margem de erro, segundo a expressão:

$$n(T) = 1,33455 - 0,0000553132 T - 0,00000112008 T^2 \quad (1)$$

No tratamento do índice de refração do ar em função da temperatura, adotou-se o modelo de Walker [91], dado por:

$$n(T, P) = 1 + \frac{0,0002928}{1 + 0,0036 T} \frac{P}{76}, \quad (2)$$

desprezando a margem de erro inerente ao modelo [91], assumindo a pressão atmosférica constante de 76 cm de Hg.

Embora os modelos das eq.(s) (1) e (2) não sejam recentes, são bem ajustados para a estimativa do índice de refração da água e do ar. Para mesmos materiais as estimativas do índice de refração não apresentam desvios relevantes entre medidas ou de

estimativas entre modelos, com exceções a exemplo de materiais com comportamentos sazonais ou tendenciosos.

Considerou-se a análise da consistência do modelo conservativo recente de Cardoso [19, 21, 23], representado na eq. (16), com os momentos de De Broglie [32], segundo a eq. (3), e Minkowski [8], eq. (25). As diferenças entre os momentos angulares de Minkowski e Abraham [70], eq. (21), foram adotadas como referência para o modelo do momento angular desenvolvido neste trabalho (seção 3.1.4).

A análise da inércia considerou que o fóton possui uma massa de deslocamento no vácuo e apresenta suas características massivas na interação fóton-matéria. Considerou-se a decomposição da inércia do fóton em acordo com a decomposição da energia em formas de movimento.

Nos modelos desenvolvidos<sup>2</sup> neste trabalho, se buscou simplicidade e representatividade. O desenvolvimento considerou variáveis independentes das quais suas propriedades em diferentes meios refringentes são conhecidas na literatura e de fácil verificação, permitindo que as propriedades da dinâmica da luz na interação fóton-matéria na escala atômica possam ser acessadas com a exemplo de um parâmetro macroscópico como a temperatura. Os modelos foram analisados nas estimativas do índice de refração e desvios em relação a comportamento dos dados, embora o modelo de deslocamento do comprimento de onda que compõe a base dos modelos desenvolvidos apresente representatividade na previsão do número de frentes de onda [19].

---

2 No desenvolvimento dos modelos apresentados na seção 3 e seguintes, são considerados àqueles discutidos na metodologia a exemplo da relação incerteza e entre outra as Leis de refração mediante a Lei dos senos, apresentados e citados gradualmente. Entre outros não citados nesta seção, podemos destacar a constante relativística. Optou-se em introduzi-los gradualmente ao longo do desenvolvimento para que o leitor tenha uma experiência sequencial e contínua. Esses modelos constituem uma base amplamente conhecida na literatura e suas referências são devidamente apresentadas.

### 3 Desenvolvimento e resultados

#### 3.1 Os momentos relativístico e oculto de Minkowski e Abraham, numa onda de energia relativística

Vamos considerar que o fóton longe do vácuo, comporte-se como uma onda material de energia, onde seu estado de movimento seja caracterizado pelo momento de De Broglie [32]:

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (3)$$

embora claramente trata-se de uma grandeza quantizada, podemos sugerir que há uma parte clássica que pode ser descrita pela Lei de Snell-Descartes [67] ( $\lambda n_{21} = \lambda_0$ ):

$$\Delta \lambda = \lambda(1 - n_{21}), \quad (4)$$

Substituindo a eq. (4) em (3) e considerando que ao transitar entre dois meios com frequência constante as variações são condicionadas à  $\Delta v = v \Delta \lambda$ , passamos a escrever que o momento linear do fóton carrega uma incerteza em suas componentes<sup>3</sup> ao transitar entre dois meios:

$$\Delta p = \frac{h}{\Delta \lambda}(1 - n_{21}), \quad (5)$$

onde o deslocamento do comprimento de onda na transição entre dois meios:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{\Delta p}(1 - n_{21}). \quad (6)$$

Na interação com a matéria, os fótons não absorvidos ou espalhados, interagem com elétrons à curtas distâncias e sem contato, caracterizando uma colisão elástica num análogo aos processos de espalhamento, onde verificaremos que há uma direção angular preferencial na incidência angular em função das propriedades inerciais, da temperatura do meio refringente e entre outros do OAM (seções 3.1.4 , 3.2 ). No modelo de Compton, o elétron estava em repouso antes da interação, porém em acordo com Cardoso [23] o elétron apresenta momentos linear e angular antes da interação, tal que pela conservação do momento linear deve ser:

---

<sup>3</sup> Assume-se uma incerteza a cada componente mutuamente ortogonal do fóton, num análogo à incerteza do momento atribuída ao elétron conforme eq. (9).

$$\Delta \vec{p}_{el\acute{e}tron} = -\Delta \vec{p}_{f\acute{o}ton}. \quad (7)$$

Em acordo com a literatura [37], quando um el\acute{e}tron \acute{e} encontrado numa regi\~ao delimitada por  $r$ , a incerteza do momento:

$$\Delta p = \frac{h}{2\pi r}, \quad (8)$$

onde cada componente do momento linear carrega consigo essa incerteza, de forma que podemos aproximar:

$$\Delta p = p, \quad (9)$$

permitindo representar acr\^escimos ou decr\^escimos da energia mec\~anica do el\acute{e}tron, em termos da varia\~ao do momento linear do f\~oton, considerando as rela\~oes (7) e (9):

$$|\Delta E_{el\acute{e}tron}| = \frac{1}{2m_e} (\Delta \vec{p}_{f\acute{o}ton})^2, \quad (10)$$

de forma que o deslocamento do comprimento de onda do f\~oton caracterize em parte o deslocamento do comprimento de onda de De Broglie [32] na descri\~ao de ondas de mat\^eria, tal que substituindo (10)<sup>4</sup> em (6):

$$\Delta \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e |\Delta E_{el\acute{e}tron}|}} (1 - n_{21}). \quad (11)$$

A varia\~ao do momento linear do f\~oton, tem uma energia associada que deve compor o balan\~co da conserva\~ao da energia mec\~anica do f\~oton:

$$m_y c^2 = m_y v^2 + \Delta E_{f\acute{o}ton}, \quad (12)$$

onde o incremento de energia:

$$\Delta E_{f\acute{o}ton} = m_y c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (13)$$

considerando novamente a Lei de Snell-Descartes e em termos da energia quantizada do f\~oton:

$$\Delta E_{f\acute{o}ton} = h v \left( 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \right). \quad (14)$$

No balan\~co energ\^etico apresentado na eq. (12) \acute{e} poss\~ivel notar que a energia cin\^etica no meio material \acute{e} o dobro do modelo cl\~assico, pois assumiu-se um balan\~co na

---

4 A eq. (10) \acute{e} consistente com as propriedades corpusculares, como exemplificada na literatura [36].

perspectiva desta análise, onde o fóton se desloca com frequência constante conservando sua energia em formas de movimento. A energia cinética clássica está associada ao trabalho realizado por agentes externos ou forças associadas a potenciais a exemplo do gravitacional, onde na ausência destes podemos aceitar como uma boa aproximação, como discutido por Feynman [39], que as imprecisões surgem a exemplo quando grandes altitudes são consideradas, ainda no âmbito clássico.

Nesta análise, ponderou-se que o fóton se desloca com velocidade constante ( $v$ ) na ausência de forças dissipativas ou de trabalho para deslocá-lo de um ponto ao outro no meio material, e que não há sentido em experimentar uma queda de 50% de sua energia associada ao movimento de translação enquanto se desloca com uma velocidade muito próxima à da luz no vácuo, onde o exemplo mais claro seria através do questionamento: será que a energia cinética translacional do fóton decresce pela metade no ar?

No segundo termo do somatório,  $\Delta E$ , por sua vez expressou a variação da energia do elétron de interação satisfazendo a conservação da energia conforme a eq. (10) onde consideramos o termo  $(\frac{1}{2})$  pois o elétron de interação está sujeito a potenciais em redes cristalinas de átomos ou gravitacional quando a interação transcorre nas imediações de astros, a exemplo daquelas que ocorrem nas proximidades do Sol. Na eq. (22) considerou-se o termo  $(\frac{1}{2})$  a passo que o torque na transmissão está associado a ação de um força capaz de alterar as propriedades direcionais do fóton, conservando parte de sua energia noutra forma de movimento, relacionando corretamente as grandezas envolvidas, onde o incremento de energia  $\Delta E$  conservado carrega a informação do balanço da eq. (12).

Considerando a conservação da energia na interação fóton-matéria, onde as intensidades concordam:

$$|\Delta E_{el\acute{e}tron}| = |\Delta E_{f\acute{o}ton}|, \quad (15)$$

tal que o deslocamento do comprimento de onda de uma onda material de energia caracteriza o deslocamento do comprimento em acordo com principio de conservação da energia mecânica [23, 19, 21]:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e h \nu (1 - n_{12}^2)}} (1 - n_{21}). \quad (16)$$

### 3.1.1 Ignição relativística do fóton

A expressão (16) demonstra que o deslocamento do comprimento de onda é relativístico<sup>5</sup>:

$$\Delta \lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{h}{\sqrt{2m_e h \nu}} (1 - n_{21}), \quad (17)$$

concordando com Saldanha [69] que há uma parte material, onde o comprimento de onda de De Broglie agora pode representar esta quantidade:

$$\lambda_{Broglie} = \frac{h}{\sqrt{2m_e h \nu}}, \quad (18)$$

podendo simplificar a expressão (15):

$$\Delta \lambda = \gamma \lambda_{Broglie} (1 - n_{21}), \quad (19)$$

onde nota-se que a dilatação do comprimento de onda de De Broglie ( $\gamma\lambda$ ) é uma consequência da variação da energia do fóton, associada ao momento angular adquirido pelo fóton na interação:

$$\Delta \vec{L}_{el\acute{e}tron} = -\vec{L}_{f\acute{o}ton}, \quad (20)$$

pois, uma vez que o fóton apresentava apenas momento linear antes da interação.

Considerando os momentos angulares de Abraham e Minkowski para o fóton [70], podemos escrever:

$$L_{Minkowski} - L_{Abraham} = l \hbar (1 - n_{12}^2), \quad (21)$$

onde "l" é o modo de Laguerre-Gauss.

A energia dada pela equação (14) pode ser relacionada ao momento angular devido os torques associados aos momentos de Abraham e Minkowski:

---

5 A equação (17) apenas terá caráter relativístico se a velocidade do fóton no meio refringente (no segundo termo do radical) for a velocidade relativa entre dois referenciais. Aqui seguimos a análise previamente tratando como relativístico, embora este critério seja discutido posteriormente na seção 3.1.2.

$$\frac{1}{2}\omega L = h\nu(1 - n_{12}^2), \quad (22)$$

onde a eq. (22), considerando a eq. (11) revela uma estruturação<sup>6</sup> do OAM no movimento do fóton onde de forma análoga  $l = 2$ , coerente com outros estudos [48]. Na seção 3.1.4 verificaremos uma modulação mais peculiar surge na interação fóton-matéria.

Neste modelo conservativo estamos considerando que o fóton conserva sua energia em uma forma de movimento, conforme a eq. (22), pois se o decréscimo de energia é empregado ao meio, logo será dissipado. O processo de refração a exemplo, é um processo em que o fóton transita entre dois meios com frequência constante e naturalmente conserva energia em formas de movimento.

O decréscimo energético empregado ao momento angular implica num decréscimo no momento linear, que passa a ser caracterizado pelo momento de Abraham<sup>7</sup> ( $hn_{12}/\lambda$ ), atuando como um dispositivo de ignição relativística que conduz o fóton a um movimento relativístico:

$$\Delta p = \gamma \frac{h}{\Delta \lambda} [1 - n_{21}], \quad (23)$$

explicando um momento maior no meio refringente, centro do conflito Abraham-Minkowski, ao passo que decorre de uma dilatação do momento, de forma que possamos tratar o momento de Minkowski como momento relativístico no meio material:

$$p_{Minkowski} = \gamma \frac{h}{\Delta \lambda} n_{21}. \quad (24)$$

Caracterizado o momento relativístico em acordo com o princípio de conservação da energia mecânica do fóton [23, 19, 21], com representação do momento de Minkowski, podemos verificar a relação diretamente do próprio momento de Minkowski [8], seja:

$$p(n_{21}) = \frac{h}{\lambda_0} n_{21}, \quad (25)$$

considerando a relação (9), podemos escrever:

---

6 Na seção 3.1.4 apresenta-se modulações em função do índice de refração relativo e do ângulo de incidência.

7 A partir da análise das deformações caracterizadas a partir da equação (28), o momento de Abraham passa a ser mais familiar ao leitor.

$$\lambda = \frac{h}{\Delta p} n_{21}, \quad (26)$$

analogamente, considerando novamente a Lei de Snell-Descaters em acordo com a eq. (4):

$$\lambda_0 = \frac{h}{\Delta p}, \quad (27)$$

onde na subtração entre as eq.(s) (27) e (26) se encontra novamente a eq. (6), da qual seguindo as mesmas análises considerando as eq. (s) (10, 15 e 14) resulta na eq. (17).

A eq. (17) mostra que o deslocamento de uma onda relativística do fóton decorre do decréscimo de energia associada ao movimento de translação. O momento linear de Abraham ( $hn_{12}/\lambda$ ) caracteriza um momento oculto em acordo com Saldanha [69], sendo agora caracterizado como o momento oculto do momento relativístico de Minkowski, onde o momento de Abraham induz uma dinâmica relativística sob o momento de Minkowski.

A parte material da eq. (17) mostra concordância com Goray et al. [44], que a luz enquanto partícula ao incidir na superfície separatriz entre dois meios apresentará um comportamento ondulatório. Aqui demonstramos a composição de uma onda material de energia caracterizada pelo momento de De Broglie, onde o fóton no meio material apresenta um comprimento de onda e momento relativístico equivalentes ao de um elétron com energia  $h\nu$ . Tan [83], num estudo da massa de repouso imaginária do fóton, encontrou uma relação semelhante à eq. (17), onde discute que a excitação da matéria implica numa onda material de uma partícula semelhante ao neutrino do elétron, com energia  $h\nu$ .

Neste contexto, sugerimos que o fóton ao interagir com a matéria passa a se comportar na forma de uma onda de energia relativística da qual a trajetória linear pode ser encontrada através da deformação relativística do momento linear da onda:

$$\left[ \frac{\Delta p}{p} \right] = \left[ \frac{\Delta \theta}{\theta_1} \right] = \frac{(1 - n_{21})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cos(90^\circ - \theta_2) = - \frac{(1 - n_{12})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{sen} \theta_1, \quad (28)$$

embora uma trajetória clássica<sup>8</sup> também seja permitida, a qual concorda com a Lei de Snell-Descartes para pequenos ângulos e se dá por um decréscimo do momento de Abraham:

$$\left[ \frac{\Delta p}{p_0} \right] = \left[ \frac{\Delta \theta}{\theta_1} \right] = -(1 - n_{12}). \quad (29)$$

Pode-se notar que a eq.(29) tem caráter clássico enquanto a (28) relativístico, sendo perceptível que nesta última a variação do momento linear caracteriza sua projeção<sup>9</sup> na direção perpendicular à trajetória real do fóton Figura 1, enquanto a variação do momento linear de Abraham representa a deformação de pequenos ângulos, propriamente. Embora os efeitos relativísticos transcorram na transição entre os dois meios, a trajetória real a ser seguida pelo fóton pode ser definida por dois torques não aditivos, pois estão em cenários diferentes, um clássico ( $\tau_{\text{Abraham}}$ ) e outro relativístico ( $\tau_{\text{Minkowski}}$ ), onde verificaremos que o de Minkowski concorda com a trajetória relativística que surge com atrasos, adiantamentos e sincronizações como discutiremos nesta análise. Os atrasos relativísticos são encontrados em diferentes cenários [79, 12, 57].

Na Figura 1, apresenta-se duas regiões definidas pelo ângulo de incidência. Na região clássica, a incidência até aproximadamente 41°, a trajetória imposta ao fóton na refração é aquela determinada pelo torque de Abraham, enquanto na região relativística a trajetória relativística surge com um certo atraso conforme discutido na seção 3.1.2, determinada pelo torque de Minkowski, para ângulos de incidência maiores que 41°. Desta forma, a deformação angular para incidência de até 41°:

$$\left[ \frac{\Delta \theta}{\theta_1} \right]_{0-41^\circ} = -(1 - n_{12}). \quad (30)$$

Para ângulos maiores que 41°, a deformação angular é representada pela deformação do momento linear de Minkowski conforme eq.(28), com características semelhantes às do Doppler rotacional independente da frequência como reportado por Martin et al. [62], e discutido na seção 3.2, na forma:

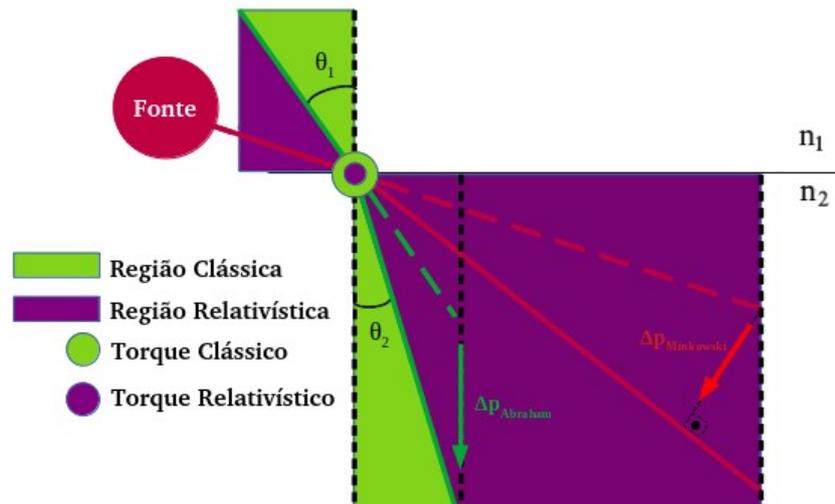
<sup>8</sup> Quando a constante relativística angular [eq. (46)] é igual a 1 (um), a eq. (28) recai na eq. (29).

<sup>9</sup> A análise trigonométrica da projeção pode ser encontrada no Apêndice I.

$$\left[ \frac{\Delta\theta}{\theta_1} \right]_{41-80^\circ} = - \frac{(1-n_{12})}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{sen } \theta_1, \quad (31)$$

onde a transição do regime de deformação é entorno de 41,39°:

$$\left[ -(1-n_{12}) \right]_{41^\circ} \approx \left[ - \frac{(1-n_{12})}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{sen } \theta_1 \right]_{41^\circ}. \quad (32)$$



**Figura 1- Regiões de trajetórias Clássicas e Relativísticas em função do ângulo de incidência. Para ângulos de incidência até ~41,39°, a deformação angular se deve ao torque de Abraham, para ângulos maiores a predominância é de Minkowski. A variação do momento de Minkowski ilustrada representa sua projeção na direção considerada. (Fonte: autor)**

As eq.(s) (30) e (31), tratadas a seguir como deformações, são verificadas frente às estimativas do ângulo refratado segundo a Lei de Snell-Descartes e ao comportamento dos dados.

Demonstramos que o deslocamento do comprimento de onda dado pela eq. (XX) apresenta uma parte clássica a qual concorda com a Lei de refração (Snell-Descartes). As deformações permitem separar as partes clássica e relativística por meio da constante relativística angular, tratada na seção ( 3.2 ) segundo eq.(46), de forma que se possa verificar os efeitos predominantes (clássico ou relativístico) na incidência angular em

processos de refração. Discutiremos a seguir, a representação das partes clássica e relativística frente aos dados de refração na água e na seção ( 3.2 ) trataremos da predominância dos efeitos clássico e relativístico no domínio da inércia do fóton.

Na Tabela 1, compara-se as estimativas do ângulo refratado entre a Lei dos senos de Snell-Descartes e as deformações dadas pelas eq.(s) (30) e (31). Optou-se por esta comparação pelo fato histórico que a Lei de Snell-Descartes se destacou frente a diferentes modelos que buscaram descrever o processo de refração, com proposições desde Ptolomeu à Kepler [17]. Considerou-se o confronto de ambos os modelos aos dados modernos [80] e de Ptolomeu [17, 80]. Os dados de Ptolomeu foram adotados ao passo que constituem medidas com base nas posições do objeto e da imagem, e são verificados experimentalmente com base na instrumentação proposta por Ptolomeu (nota sobre os dados de refração e análise: Apêndice IV).

Notoriamente as deformações são bem ajustadas, representando o comportamento dos dados com desvio relativo médio menor que 1,73% nos dois casos, com menor representação na incidência à 80° (5,77%) dos dados  $\theta_2^{**}$ . As deformações mostram-se adequadas para análise e da composição dos efeitos clássicos e relativísticos propostos neste trabalho, constituindo um modelo com duas características importantes: representatividade e simplicidade (seção 4 ).

A análise das médias dos desvios em relação aos dados dos ângulos refratados ( $\theta_2^*$  e  $\theta_2^{**}$ ), reporta uma comparação entre os comportamentos médios dos modelos. Considerando os valores absolutos dos desvios, constata-se que o desvio absoluto médio nas estimativas de Snell-Descartes é aproximadamente 0,584 enquanto o desvio absoluto médio nas estimativas das deformações é aproximadamente 0,378 para os dados de Ptolomeu. Para os dados modernos [80], o desvio absoluto médio estimado por Snell-Descartes é menor, 0,09 frente à 0,63 das deformações.

Na Tabela 1, mesmo a refração relativa média sendo estimada por Snell-Descartes, as deformações se destacam<sup>10</sup> em 50% dos desvios nas estimativas de  $\theta_2^*$  e

---

10 Os destaques das deformações com desvios nulos na tabela não são uma expressão máxima de desempenho, naturalmente se reajustarmos o índice de refração para cada caso, seja pela lei de refração ou pelas deformações, essas estimativas dos desvios podem variar, embora mantenham o destaque.

37,5% para  $\theta_2^{**}$ , onde os desvio médios são  $0,38^\circ$  e  $0,63^\circ$ . A diferença média entre as estimativas das deformações e as de Snell-Descartes é entorno de meio grau<sup>11</sup> para  $\theta_2^{**}$  e  $0,2^\circ$  para  $\theta_2^*$ , mostrando que as deformações se ajustam à sua parte clássica e que a parte relativística apresenta sua representatividade da variabilidade dos dados, com menor destaque na incidência de  $80^\circ$ , comparado à lei dos senos, em  $\theta_2^{**}$ .

Tabela 1- Comparação entre as estimativas do ângulo refratado na água entre a lei de Snell-Descartes e as deformações do momento linear. Considerou-se uma transição ar-água com os índices de refração 1,0003 e 1,3333, respectivamente, para  $\theta_2^*$  e  $\theta_2^{**}$ . Em cinza escuro a estimativa das deformações do momento linear do fóton e em cinza claro as estimativas das deformações do momento linear da onda material de energia. Em magenta se indica os melhores desempenhos das deformações nos dois casos (Fonte: autor).

			$n_{12} = 0,75024$		DESVIOS ABSOLUTOS ( $^\circ$ )				DESVIO RELATIVO (%)	
$\theta_1$	DADOS		ESTIMATIVAS		Snell-Descartes		Deformações		Deformações	
	$\theta_2^*$	$\theta_2^{**}$	Snell-Descartes	Deformações	$\theta_2^*$	$\theta_2^{**}$	$\theta_2^*$	$\theta_2^{**}$	$\theta_2^*$	$\theta_2^{**}$
10	7,75	7,5	7,49	7,5	0,26	0,01	0,25	0	3,23	0
20	15,5	15	14,87	15	0,63	0,13	0,5	0	3,23	0
30	22,5	22	22,03	22,51	0,47	0,03	0,01	0,51	0,04	2,32
40	29	29	28,83	30,01	0,17	0,17	1,01	1,01	3,48	3,48
50	35	35	35,08	35,53	0,08	0,08	0,53	0,53	1,51	1,51
60	40,5	40,5	40,52	40,37	0,02	0,02	0,13	0,13	0,32	0,32
70	45,5	45	44,83	45,15	0,67	0,17	0,35	0,15	0,77	0,33
80	50	47,5	47,63	50,24	2,37	0,13	0,24	2,74	0,48	5,77
<b>Média dos desvios:</b>					<b>0,58</b>	<b>0,09</b>	<b>0,38</b>	<b>0,63</b>	<b>1,63</b>	<b>1,72</b>

\* Os dados de  $\theta_2^*$  podem ser encontrados em Cardona et al. [17].

\*\* Os dados de  $\theta_2^{**}$  podem ser encontrados em Smith [80].

A Figura 2 apresenta as estimativas das deformações das eq.(s) (30) e (31) e os dados de ângulos refratados, onde verifica-se as trajetórias seguidas pelo fóton em função do ângulo de incidência. A trajetória clássica determinado pelo torque de Abraham representa os dados de refração da água, conforme apresentado na Tabela 1, para incidências até aproximadamente  $41,39^\circ$ , enquanto para ângulos maiores o fóton percorre a trajetória relativística determinada pelo torque de Minkowski.

11 Conforme o diâmetro de abertura do feixe, é comum margens de erro de  $1^\circ$  em medidas de refração.

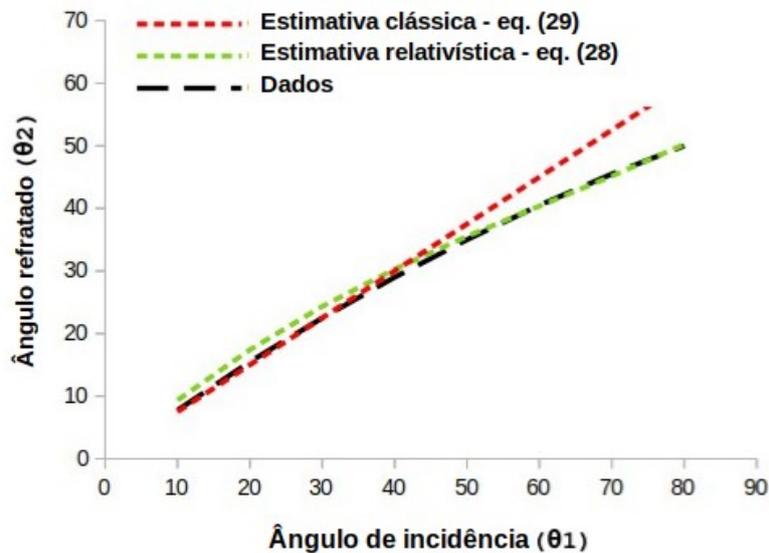


Figura 2 - Estimativas do ângulo refratado segundo às deformações frente aos dados ( $\theta_2^*$ ). (Fonte: autor)

### 3.1.2 Doppler aparente relativístico

As deformações apresentadas nas eq.(s) (30) e (31) são claras assinaturas Doppler, o que sugere que tenhamos um efeito Doppler onde fonte e observador estão fixos, se diferenciando dos efeitos Dopplers translacional, transversal e angular onde há um movimento relativo associado. Trata-se de um efeito Doppler para luz, com frequência constante, no qual o fóton ao transitar entre dois meios apresenta um decréscimo de seu momento devido o torque de Abraham que por sua vez impõe uma dinâmica relativística através de do segundo torque, de Minkowski, do qual o efeito é análogo ao surgimento de movimento relativo fonte-observador, o qual passamos a observar na configuração-exemplo da Figura 3.

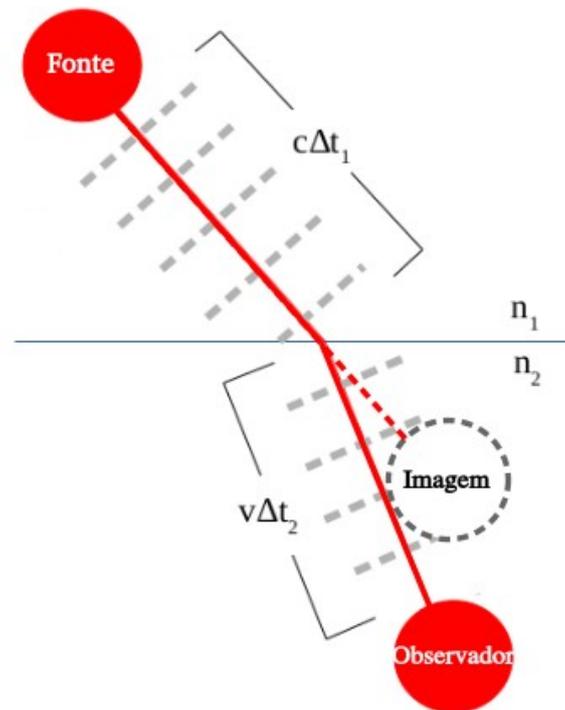


Figura 3- Representação das frentes de onda constatadas no laboratório, num processo de refração. As linhas tracejadas em cinza representam as frentes de onda. (Fonte: autor)

Na perspectiva do observador, os comprimentos de onda nos dois meios:

$$\lambda_1 = \frac{c \Delta t_1}{N_1}; \lambda_2 = \frac{v \Delta t_2}{N_2}, \quad (33)$$

onde  $N_1$  e  $N_2$  são os números de frentes de ondas associados aos meios refringentes  $n_1$  e  $n_2$ , respectivamente. O deslocamento do comprimento de onda registrado pelo observador:

$$\Delta \lambda = (v - c) \frac{\Delta t_2}{N_2} = (1 - n_{21}) \frac{v \Delta t_2}{N_2}, \quad (34)$$

onde considerou-se um processo em que a frequência é constante, tal que:

$$\frac{\Delta t_1}{N_1} = \frac{\Delta t_2}{N_2}. \quad (35)$$

Num análogo ao Doppler translacional, o decréscimo de velocidade do fóton em relação ao observador caracteriza um efeito de movimento relativo entre fonte-observador, tal que em termos do tempo próprio:

$$\Delta \lambda = \frac{(1 - n_{21}) v (\Delta t_2)_{\text{Próprio}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} N_2}, \quad (36)$$

onde em acordo com as relações (33), podemos:

$$\Delta \lambda = \frac{(1 - n_{21})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \lambda_{\text{Broglie}}, \quad (37)$$

caracterizando o deslocamento apresentado na eq. (16), o comprimento de onda próprio no meio material pode ser caracterizado pelo de De Broglie.

Um aspecto importante para caracterizar o movimento relativístico aparente, é que de fato a velocidade do fóton em  $n_2$  seja a percepção de velocidade relativa aparente entre fonte-observador, embora não exista movimento real entre eles. Sabemos que ambos terão percepções de posições aparentes, em relação ao outro. No referencial da fonte, a percepção da posição aparente da imagem do observador nos permite dizer que a imagem se deslocou num intervalo de tempo muito pequeno ( $\Delta t_1 + \Delta t_2$ ) com uma velocidade muito grande  $\vec{v}_{\text{imagem}} = \vec{c} - \vec{v}$ , podendo ser projetada no cateto oposto do triângulo caracterizado na Figura 1, onde neste caso a velocidade do fóton ( $v$ ) em  $n_2$  é a velocidade relativa aparente de aproximação entre fonte-observador, caracterizando um movimento relativístico aparente entre fonte observador. O emprego da velocidade do fóton após a transmissão como velocidade relativa pode ser encontrado em outros trabalhos [24, 66, 73].

Na Figura 2, percebemos que o doppler aparente relativístico é predominante para ângulos a partir de  $41^\circ$ . Quanto maior o ângulo de incidência, maior será o deslocamento da imagem, no que implica que o tempo de deslocamento será maior já que a velocidade relativa aparente é independente da posição angular e sim da refração, para ambos os referenciais. Neste sentido o tempo é dilatado relativisticamente, com maior efeito para grandes ângulos, onde considerando as equações (28) e (29), podemos escrever:

$$[\Delta \theta]_{\text{Relativístico}} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} [\Delta \theta]_{\text{Clássico}}, \quad (38)$$

onde na perspectiva do referencial da fonte, a posição da imagem se desloca num intervalo:

$$\left[ \frac{\Delta \theta}{|\vec{c} - \vec{v}|} \right]_{Fonte} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[ \frac{\Delta \theta}{|\vec{c} - \vec{v}|} \right]_{Observador}. \quad (39)$$

A eq.(39) demonstra que com o aumento do ângulo de incidência a dilatação do tempo vai se tornando puramente relativística na percepção do referencial da fonte. Pode-se constatar que para ângulos de incidência até 41°, o tempo é contraído na percepção do referencial da fonte, dilatando-se para ângulos maiores até a próxima sincronização conforme será discutido na Figura 4, no que implica num atraso da trajetória relativística:

$$[\Delta t]_{Atraso} = [\Delta t]_{Fonte} \left[ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \text{sen } \theta_1 \right]. \quad (40)$$

Embora as últimas análises relativísticas transcorreram na percepção do referencial da fonte, o fato de ambos poderem descrever posições aparentes, poderíamos obter resultados análogos adotando o outro observador, na perspectiva da posição aparente da fonte.

O Doppler caracterizado na eq. (37), para fontes distantes pode se confundir com os demais efeitos Doppler se o único critério for o deslocamento do comprimento de onda ou redshift. Em astronomia, um Doppler Aparente pode levar à imprecisão de distâncias e velocidades de sistemas ou astros. A solução é diferenciar os efeitos que estão no domínio da frequência daqueles que estão no domínio do comprimento de onda. Nas análises conduzidas [21] sobre os redshifts gravitacional e cosmológico sugeriu-se um balanço  $Z_{CEF}$  que pondera os diferentes efeitos capazes e passíveis na trajetória de deslocar o comprimento de onda da luz.

### 3.1.3 Onda de energia relativística (REW)

A análise conduzida por Bhaduri et. al [12], que trata da refração do espaço-tempo (ST) revelam que na transição entre dois meios haverá um pacote de ondas que atravessa a superfície separatriz sem alterar a magnitude da velocidade de grupo e outro que retém a magnitude da velocidade de grupo, porém sem atraso de grupo quando

percorre distâncias iguais nos dois meios, onde a velocidade de grupo pode aumentar com o índice de refração, em função do ângulo de incidência. Os pacotes de ondas ST representam parte da superfície de um cone luz, limitada pela intersecção de um plano de isofrequência, ou simplesmente plano espectral [12, 11, 57].

Recentemente são encontradas anomalias na refração de pacotes de ondas ST [12], onde os autores apontam que pacotes de ondas tradicionais não alteram a velocidade de grupo na refração, a exemplo  $v_g > c$ , no que implica que sempre haverá atrasos na percepção de receptores distantes. Nesta perspectiva, verifica-se o comportamento de um fóton na refração segundo a Lei de Snell-Descartes e da REW numa análise comparativa a alguns resultados das ondas ST.

A onda relativística REW apresentada neste trabalho possui características semelhantes à onda ST, contudo a REW está associada a dilatação do tempo na perspectiva de um observador no referencial da fonte, do qual efeito relativístico se deve a ignição relativística do fóton, associada ao momento de Abraham.

As deformações dadas pela eq. (28) são independentes da espessura do meio e estimam o ângulo refratado conforme Figura 2, onde verificamos o seu comportamento varrendo ângulos de incidência conforme Bhaduri et al. [12], para efeitos de comparação embora tratam-se de graus de liberdades diferentes.

Na Figura 4 independentemente da geometria do pacote de onda ou da velocidade de grupo, a REW explica que não há anomalias nas velocidades em meios refringentes, e sim um efeito relativístico que atrasa ou avança o ponteiro na perspectiva do referencial da fonte, onde o momento da REW é dilatado e aumenta com o índice do meio em acordo com Minkowski e o atraso é uma função do ângulo de incidência.

Na representação da refração por ondas ST [12], o tratamento angular é em relação à inclinação do plano espectral, porém quando tratamos aqui de um único fóton, na ausência de um plano espectral, a inclinação do espectro coincide com o ângulo de incidência do fóton. Dessa forma, realizou-se uma análise análoga ponderando todas as diferenças entre as duas descrições (ST e REW).

A Figura 4 apresenta o comportamento da REW onde verifica-se a estimativa dos ângulos de refração, segundo a eq. (28), num espectro de ângulos de incidência. Não se

encontrou para um único fóton as anomalias apresentadas por Bhaduri et al. [12] onde  $\theta_2 > \theta_1$  para  $n_2 > n_1$ . Estes autores associaram as anomalias às velocidades de grupo e não às trajetórias.

As ondas ST, segundo Kondakci et al. [56] apresentam aceleração dos pacotes de onda no ar. Os resultados aqui apresentados demonstram que há atrasos, sincronização e adiantamentos entre os relógios nos referenciais da fonte e observador. A onda REW caracteriza a variabilidade das dilatações do tempo, momento e deslocamento do comprimento de onda, onde é possível verificar nos resultados apresentados nas Figura 2 e Figura 4, que o momento relativístico de Minkowski aqui apresentado, por si só, não é capaz de compensar os atrasos pois a compensação depende do ângulo de incidência.

Verificando as sincronizações fonte-observador independentes da distância, conforme Figura 4, consta-se os pacotes de ondas caracterizados pela REW são capazes de conectar fonte-receptor de forma sincronizada, justamente quando as trajetórias clássica e relativística se sobrepõe. A lei de Snell-Descartes não é capaz de representar o comportamento dos dados para grandes ângulos, bem como não estabelece uma conexão onde os atrasos sejam nulos entre fonte-receptor, como predito [12].

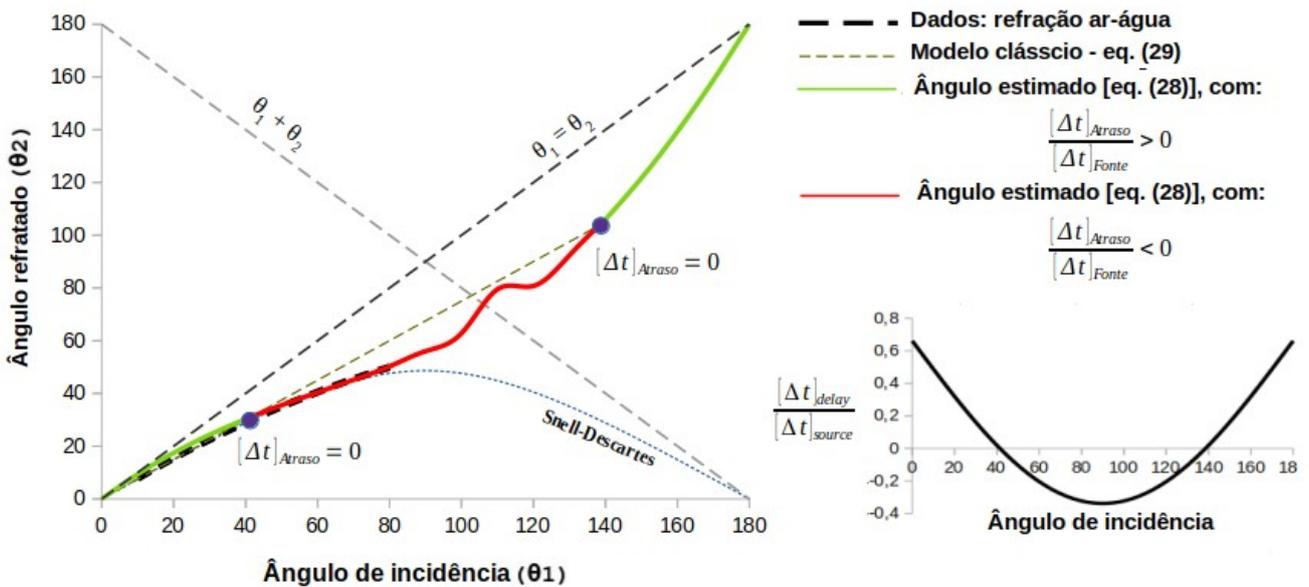


Figura 4 - O gráfico à esquerda apresenta o atraso da REW e suas estimativas do ângulo refratado e comparação com os dados experimentais segundo tabela 1. O gráfico a direita apresenta o comportamento do atraso da REW em função do ângulo de incidência. (Fonte: autor)

Na Figura 4, verifica-se que o modelo clássico dado pela eq. (29) o qual concorda com a Lei de Snell-Descartes para pequenos ângulos, tem maior representação do comportamento dos dados até aproximadamente  $41^\circ$  de incidência, enquanto a REW está atrasada. Os pontos de sincronização demarcam a inversão atraso-adiantamento do relógio no referencial da fonte, onde a REW concorda com o modelo clássico da eq. (29), porém com o aumento do ângulo de incidência o fóton passa a descrever uma trajetória relativística com adiantamento do relógio no referencial da fonte. Para ângulos de incidência maiores que  $100^\circ$  a deformação relativística aproxima-se da deformação clássica, onde o relógio no referencial da fonte se apresenta mais lento e pós sincronização a REW encontra-se atrasada novamente, para grandes ângulos de incidência.

A compensação do atraso em relação ao pulso de referência nas ondas ST está associado às variações no regime de velocidades no meio refringente, em função do ângulo de incidência, podendo deslocar os pontos de compensação para um mesmo meio refringente. Em ambas as teorias, ondas ST e REW, as variações do momento linear são determinantes para os efeitos aqui tratados, porém enquanto nas ondas ST essas variações estão associadas ao regime de velocidades, na REW estão associadas à variabilidade de sua inércia entre as predominâncias clássica e relativística (seção 3.2). Verifica-se adiante que as propriedades termodinâmicas são parâmetros de controle dos deslocamentos dos pontos de sincronização clássico-relativístico (seção 3.2).

Embora a análise comparativa entre as ondas ST e REW, devemos considerar que tratam de refrações diferentes, em parte. A REW trata da refração considerando as trajetórias reais do pacote de onda, não encontrando anomalias como as encontradas em ondas ST. As anomalias na refração encontradas através das ondas ST, são anomalias associadas às velocidades de grupo no âmbito da geometria adotada para o pacote de onda segundo os autores [12], encontradas em relação à inclinação do plano espectral característico daquela abordagem dos autores.

Na Figura 5 apresenta-se as zonas de atrasos e adiantamentos da REW, bem com as sincronizações na refração para diferentes pares de meios. Para ambos os pares, na incidência inclinada em relação a normal, o atraso é explicado pela percepção de tempo

no referencial da fonte e com o aumento da inclinação de incidência ocorre a sincronização/dessincronização fonte-observador. No ar a REW não apresenta atrasos, exceto para inclinações ligeiramente próximas à normal.

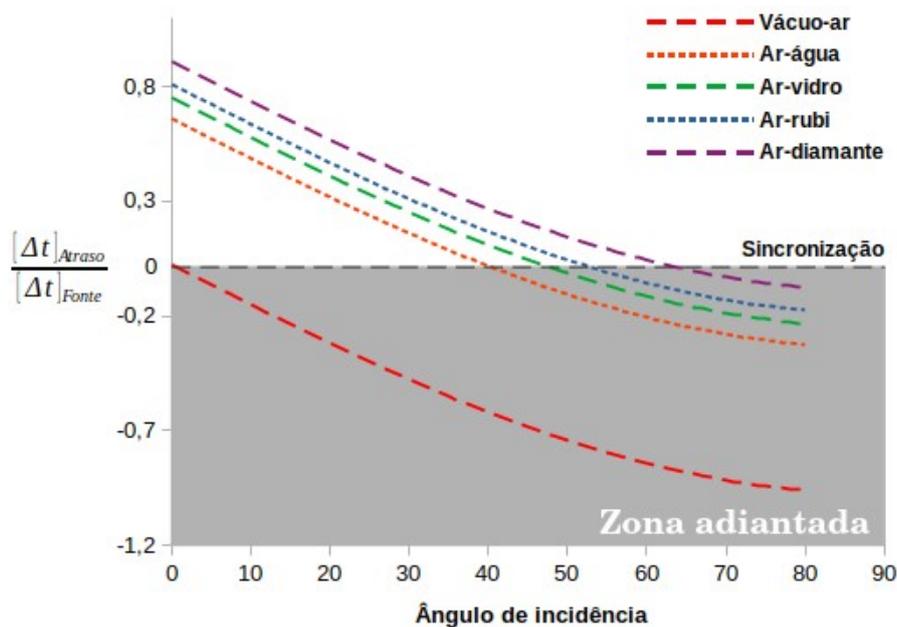


Figura 5- Atrasos da REW na transição entre alguns pares de materiais (Fonte: autor)

Pode-se ponderar que a relação da qual tratamos o atraso, eq. (40), é diferente daquela tratada nos trabalhos aqui discutidos [12, 64, 95], pois os autores dividem os tempos de observações entre antes e após a superfície separatriz, considerando que os pulsos percorrerão distâncias iguais. Neste trabalho os atrasos apresentados pela eq. (40) são independentes das distâncias fonte/observador em relação à superfície e considera os tempos totais suficientes para que o observador/fonte perceba a fonte/observador.

### 3.1.4 Conservação da energia em movimento angular orbital (OAM)

Um fóton ou número muito grande de fótons atravessando diferentes meios num processo em que há deslocamento do comprimento de onda, mantendo a frequência constante, conservarão energia em alguma forma de movimento. Mostramos nas eq.(s) (21) e (22) que o decréscimo de energia na transição entre dois meios é conservada em

OAM, um caracterizado pelo de Abraham e outro de Minkowski, onde passamos a verificar a variação desses momentos em função do ângulo de incidência.

Considerando que os torques de Abraham e Minkowski transcorrem durante o intervalo de atraso, podemos expressar a variação do OAM na perspectiva do referencial da fonte dado por:

$$\Delta L_{Fonte} = \tau [\Delta t]_{Fonte} = \frac{2 \hbar (1 - n_{12}^2)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} - \text{sen} \theta_1}} \quad (41)$$

Na Figura 6, constata-se a partir da eq. (41) que as variações mais pronunciadas do OAM são encontradas nas sincronizações fonte-observador, apresentando variação no sentido do OAM. Constata-se que as variações do OAM são muito pequenas, próximo a zero, nas regiões de atrasos. No ar, na Figura 6, é possível observar numa escala menor que as variações mais relevantes do OAM ocorrem para pequenos ângulos de incidência, próximos à normal.

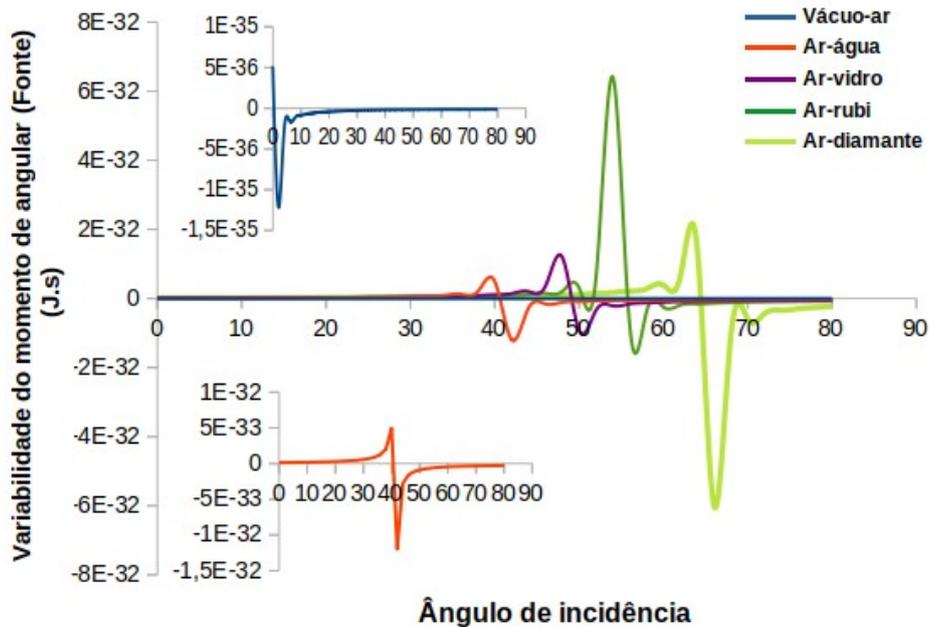


Figura 6- O momento angular orbital em função de ângulo de incidência, para a transição entre alguns pares de meios. (Fonte: autor)

A assinatura da variação do OAM apresentado na Figura 6 é característica de sua variabilidade como tratado por outros autores [68, 45]. As intensidades encontradas neste trabalho são pequenas ao passo que nesta perspectiva teórica o pulso não é previamente modulado.

A variação do OAM em função do ângulo de incidência caracterizado na Figura 6 apresenta novas modulações. Os modos do OAM são amplamente aplicados em computação e informação quântica [20].

A conservação da energia mecânica do fóton em movimento angular orbital discutida neste trabalho, em acordo com Cardoso [23, 21, 19], descreve um OAM natural da interação fóton-matéria, longe das perspectivas de moduladores artificiais. Recentemente, estudos mostram resultados preliminares do OAM de fótons emitidos por fontes naturais [89] e resultados teóricos e experimentais caracterizam os OAM(s) naturais da ejeção e da interação fóton-matéria, seja por espalhamento [53].

### **3.2 Variabilidade clássica-relativística da inércia da massa de deslocamento do fóton na matéria e a temperatura de vácuo específica**

Na conservação da energia de translação em OAM apresentada na seção 3.1.4, há conservação da massa do fóton na interface de transição da luz entre pares de meios. Considerando que após o torque de Abraham uma inversão do momento angular é possível sob o torque de Minkowski, nos instantes de sincronização discutidos nas seções 3.1.2 e 3.1.3, conforme se ilustra na Figura 7, passamos a investigar os efeitos relativísticos sobre a massa e por consequência as respostas da inércia do fóton mediante às ações de Abraham e Minkowisk.

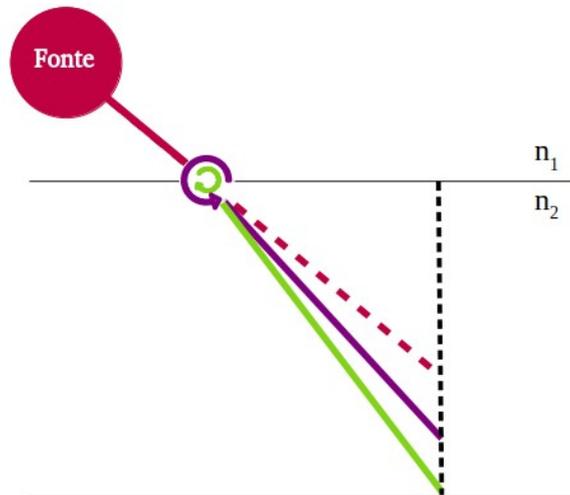
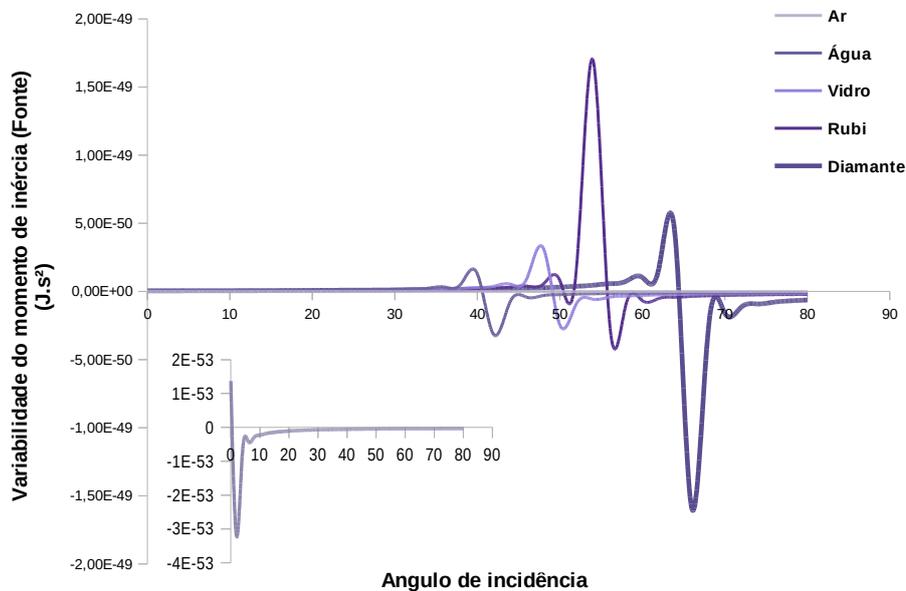


Figura 7- Caracterização da variação do momento angular na refração devido aos torques de Abraham e Minkowski. (Fonte: autor)

Na perspectiva da seção 3.1, o torque clássico impõe o momento de Abraham o qual atua como dispositivo de ignição relativística do fóton, onde o novo estado de movimento é regido pelo momento relativístico de Minkowski, o qual é maior que o de Abraham bem como considerado por outros autores [15, 8, 27].

Considerando que a transição entre dois meios ocorra sob frequência constante, podemos conhecer a variabilidade do momento de inércia do fóton a partir da variabilidade do OAM natural da interação fóton-matéria (seção 3.1.4), considerando  $\Delta L = \omega \Delta l$ . Assumindo um fóton de frequência igual a 60 PHz, podemos verificar na Figura 8 que a assinatura da variabilidade do momento de inércia são as mesmas àquelas tratadas no OAM, onde constata-se que a sincronização é antecedida com o aumento do momento angular, onde o fóton passa a assumir a trajetória relativística mais próxima à trajetória original, quando comparada com a clássica.

Claramente, a causa deste efeito está associado ao aumento da capacidade do fóton de oferecer resistência à mudanças no seu estado de movimento, atenuando a inclinação em relação a trajetória original. Considerando que há parcelas energéticas empregadas aos movimentos de translação e OAM, bem como ponderando que as propriedades direcionais da trajetória estão associadas ao movimento de translação, passamos a analisar a inércias em partes translacional e rotacional.



**Figura 8- Variabilidade do momento de inércia do fóton em função do ângulo de incidência. (Fonte: autor)**

A variabilidade do momento de inércia está diretamente associado com as variações das dimensões da estrutura do OAM, contudo a inércia do fóton é bem caracteriza pela medida de sua massa, da qual passamos a tratar.

Embora o fóton assuma uma trajetória relativística com certos atrasos, avanços e sincronizações entre fonte-observador, a ignição relativística do fóton transcorre sob qualquer incidência a exemplo de outros estudos onde as estimativas são consistentes com os dados, com incidência normal implícita [19, 21]. Neste sentido, verificaremos o comportamento da inércia do fóton ao transitar entre dois meios, com e sem inclinação em relação à normal.

Vamos considerar um fóton que no meio material apresenta o comportamento de uma onda material de energia do qual o comprimento de onda de De Broglie é dilatado relativisticamente, mas que ao transitar pelo vácuo, com velocidade  $c$ , torna-se imaterial e o espectro visível, invisível, se confundindo ao próprio vácuo. No meio material, a interação com a matéria o condiciona à materialidade, demonstrando toda sua massividade, conforme ilustrado na Figura 9.

Considerando a conhecida relação massa-energia do fóton e a conservação da energia translacional em OAM segundo a eq. (41):

$$\frac{1}{c^2} E = m_\gamma \frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{c^2} dE, \quad (42)$$

onde a variação da energia é uma função do índice de refração relativo em acordo com a eq. (14), tal que a conservação da massa é satisfeita:

$$m_\gamma = m_\gamma n_{12}^2 + \frac{h\nu}{c^2} (1 - n_{12}^2), \quad (43)$$

o segundo termo da eq. (42) é nulo no vácuo onde  $dE = 0$ . Neste sentido, podemos dizer que o fóton apresenta um comportamento massivo exclusivamente quando conserva energia em outra forma de movimento onde  $dE$  é não nulo.

Numa analogia à corrente de deslocamento de Maxwell, onde não há transporte de carga ou massa, podemos tratar através do fluxo do número de frente de ondas onde o fóton possui uma massa de deslocamento:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = [m_\gamma n_{12}^2]_{\text{Inércia translacional}} + [m_\gamma (1 - n_{12}^2)]_{\text{Inércia rotacional}}, \quad (44)$$

onde considerou-se a frequência da pela eq.(35),  $\phi = hN(n_{12}, t)$  e  $c^{-2} = \mu_0 \varepsilon_0$ . Sendo  $N(n_{12}, t)$  o número de frentes de onda em função do índice de refração relativo e do tempo, onde fluxo terá maior representação da variabilidade com o aumento do índice de refração relativo, conforme Figura 10. O primeiro termo da eq. (44), lado direito, é uma medida da inércia<sup>12</sup> associada ao movimento de translação e o segundo termo é a medida de inércia empregada à outra forma de movimento, associada ao OAM segundo Cardoso [23, 19, 21], como representado na eq. (41).

Atribuímos a percepção de massa do fóton às perturbações de seu estado de imponderabilidade mediante a interação fóton-matéria. Nota-se que o lado esquerdo da eq. (44) representa o estado de imponderabilidade do fóton associado ao movimento translacional no vácuo onde suas propriedades dinâmicas não se alteram. Na interação, o

---

12 Embora a análise da inércia fora conduzida através de duas contribuições, translação e rotação, não se trata de dissociação da massa. As medidas de inércia consideram as partes de energia empregadas aos movimentos de translação e rotação.

particionamento de sua inércia indica que houve uma perturbação do seu estado de imponderabilidade translacional, onde indicamos a percepção de sua massividade.

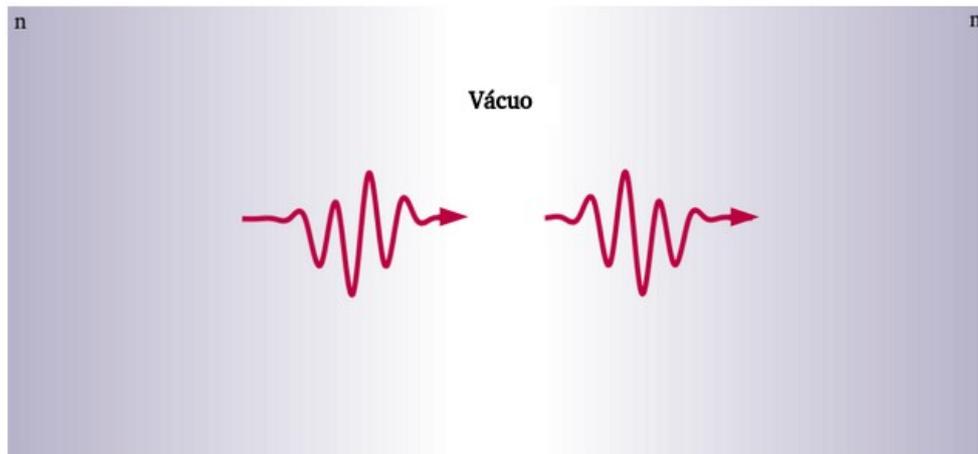


Figura 9- Ilustração de um fóton transitando através de uma descontinuidade material. (Fonte autor)

Na Figura 10, constata-se na incidência normal um aumento da inércia associada ao movimento angular com o aumento do índice de refração relativo, que tende a corresponder à integridade da representação da inércia do fóton. Neste sentido é possível dizer que com o aumento da refração há menor resistência em alterar as propriedades direcionais do fóton enquanto há maior resistência a mudanças no seu estado de movimento angular.

O aumento da temperatura do meio refringente indica que para um mesmo par de meios, sob diferentes temperaturas, que as proporções entre as partes da inércia do fóton no meio refringente serão diferentes onde o efeito relativístico decresce com o aumento da temperatura. Considerando que as partes de inércia aqui tratadas representam proporções da energia do fóton em formas de movimento, naturalmente com o aumento ou decréscimo gradual pode-se ajustar as partes enérgicas entregues à translação e OAM.

Em acordo com a eq. (38), o incremento relativístico pode ser escrita em termos do incremento clássico, de forma que estendemos esta relação onde o incremento de massa pode se dilatar com simetria angular:

$$[dm]_{\text{Relativístico}} = \gamma(\theta_1, n_{12}) [dm]_{\text{Clássico}}, \quad (45)$$

sendo a constante relativística angular:

$$\gamma(\theta_1, n_{12}) = \frac{\text{sen } \theta_1}{\sqrt{1 - n_{12}^2}}. \quad (46)$$

Verifica-se na Figura 11, que o balanço das contribuições de inércia translacional e rotacional é uma função do ângulo de incidência. A variabilidade clássica-relativística da inércia do fóton representa a diferença entre as partes da inércia dadas pela eq.(44) e as partes considerando o incremento relativístico da eq.(45). Pode-se verificar<sup>13</sup> que a variabilidade clássica-relativística da translacional é o negativo da variabilidade da inércia rotacional:

$$[\Delta m]_{\text{Translacional}} = -[\Delta m]_{\text{Rotacional}} = -[1 - \gamma(\theta_1, n_{12})][dm]_{\text{Clássico}}. \quad (47)$$

As partes de inércia em função do índice de refração para cada material elencado na Figura 10, são identificados na incidência angular na Figura 11. Nota-se uma predominância clássica em ambas as partes na Incidência normal. A medida que o efeito relativístico aumenta frente ao clássico sobre a parte translacional, diminui proporcionalmente a parte clássico rotacional.

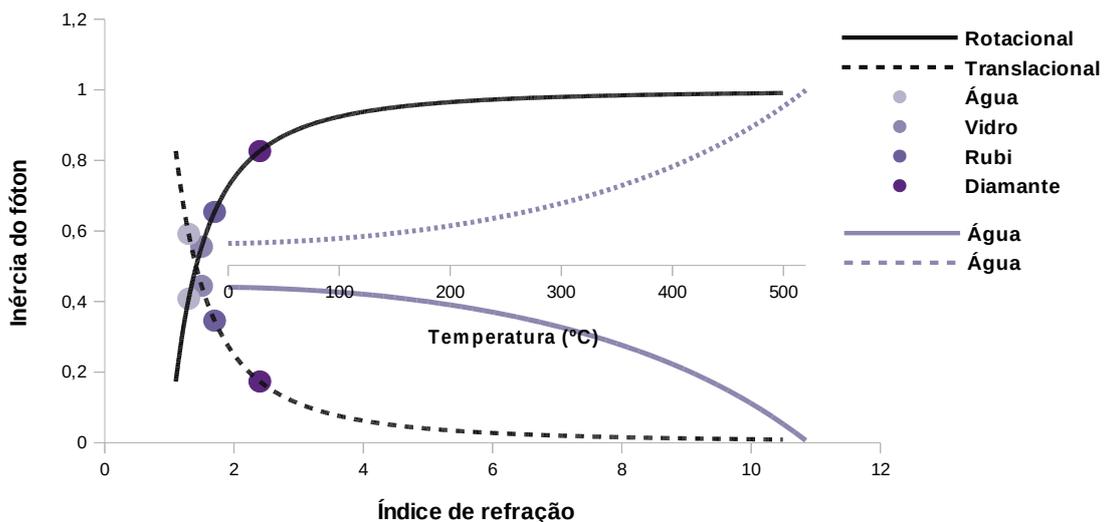


Figura 10- Comportamento das partes translacionais e rotacionais da inércia do fóton, em função da refração do meio. (Fonte: autor)

13 A variabilidade apresentada na eq. (47) e suas predominâncias é demonstrada no Apêndice II.

Nas sincronizações encontramos o momento de transição Clássico-Relativístico nas partes de inércia associadas às formas de movimentos Figura 11, onde ambas as partes translacional e rotacional apresentam predominância relativística.

Essa variabilidade Clássico-Relativística da inércia do fóton explica o atraso da trajetória relativística discutida nas seções 3.1.2, 3.1.3 e 3.1.4. O fóton ao transitar entre dois meios, é recepcionado pelo primeiro torque de Abraham, responsável pela variação de energia eq. (s) (42) e (43) impondo o regime clássico, que por sua vez atua como dispositivo de ignição relativística do fóton acionando o segundo torque de Minkowski. Nesse sentido, o efeito relativístico transcorre mesmo sob incidência normal, porém a trajetória é atrasada devido ao fato que a predominância clássica da inércia se traduz em maior resistência em alterações nas propriedades direcionais do fóton. O segundo torque passa a ser relevante com a redução gradual da predominância clássica sobre a parte translacional, justamente nas sincronizações onde a parte translacional assume predominância relativística (Figura 11), o torque de Minkowski consegue introduzir sua trajetória ao passo tem maior facilidade em alterar suas propriedades direcionais.

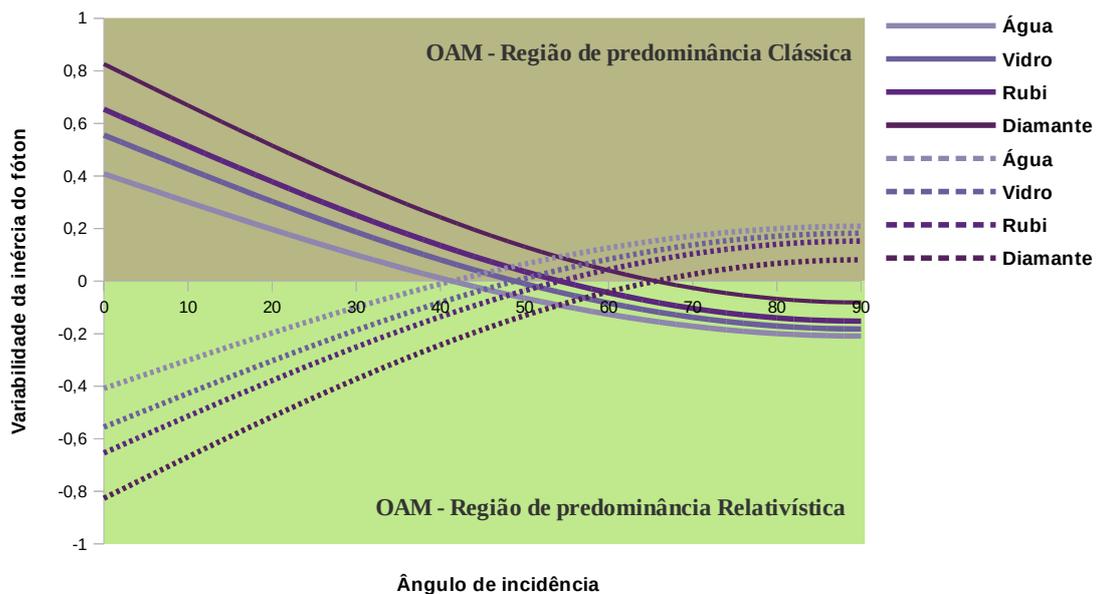


Figura 11- Variabilidade da Inércia do fóton em função do índice de refração relativo e do ângulo de incidência. (Fonte: autor)

As regiões de sincronização para determinado grupo de materiais, podem ser adiantadas em função do estado termodinâmico do meio refringente, a exemplo do adiantamento do ângulo de incidência para a sincronização das trajetórias apresentados na inversão da variabilidade do momento de inércia apresentado no gráfico principal da Figura 12. Comparando com a variabilidade da Figura 8, há um adiantamento<sup>14</sup> dos pontos de sincronização com o aumento da temperatura e verifica-se que para o mesmo material haverá diferentes pontos de sincronização em função da temperatura conforme o gráfico superior da Figura 12.

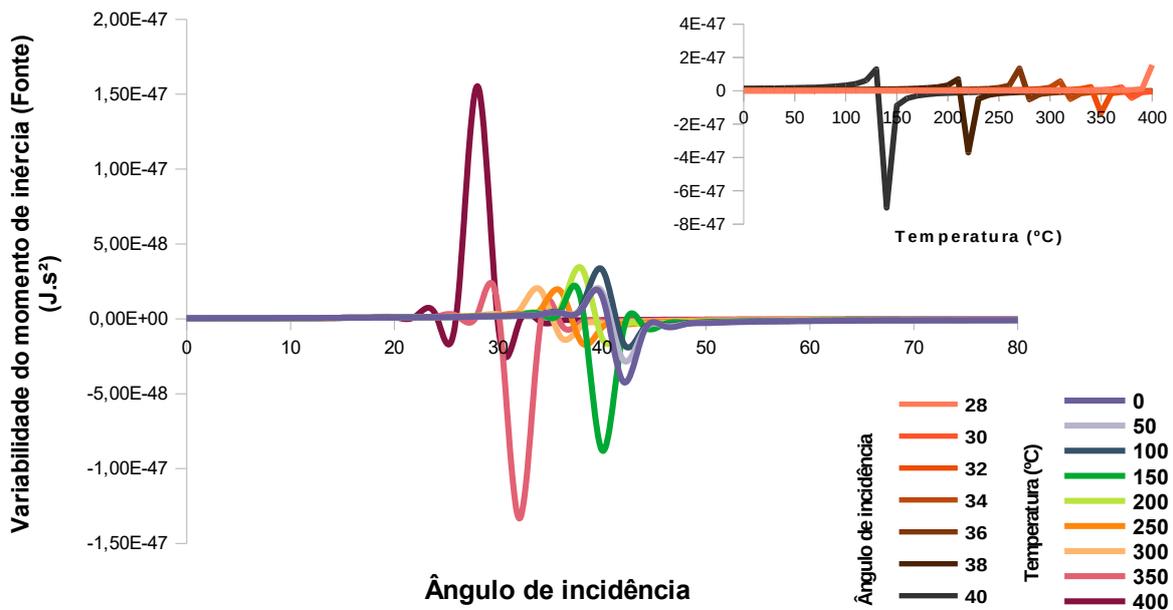


Figura 12- Variabilidade do momento de inércia do fóton em função da temperatura e do ângulo de incidência. (Fonte: autor)

Na Figura 13 constata-se que para  $n(T)$  segundo a eq. (1), sob pressão de 1 atm, há uma faixa limitada de ângulos de incidência (0-40°) com sincronização entre trajetórias<sup>15</sup> clássicas e relativísticas com o aumento da temperatura. Considerando que na água independente da temperatura a sincronização transcorreria sob o ângulo entorno

14 A análise da variabilidade do momento de inércia do fóton em função da temperatura foi conduzida sob o comprimento de onda de 589,3 nm.

15 As sincronizações das trajetórias na Figura 13 são encontradas nas intersecções das variabilidades da inércia e rotacional, no eixo central onde a variabilidade é nula.

de  $41,39^\circ$ , naturalmente a escala adotada na Figura 13 suprime uma pequena faixa de ângulos que permitem a sincronização acima de  $40^\circ$ , que por sua vez deve divergir ao passo usamos extrapolações de um modelo que particulariza o comprimento de onda. Nota-se, que embora o deslocamento das sincronizações com a temperatura e particularização do comprimento de onda, que as faixas angulares das predominâncias são limitadas a estimativa independente da temperatura e do comprimento de onda, onde para ângulos maiores que  $40^\circ$ , a variabilidade da inércia translacional e rotacional se encontram no domínio relativístico, não havendo sincronização ao passo que se verifica a ausência de intersecções.

Nota-se que há uma temperatura limite<sup>16</sup>, justamente onde  $n(T)$  assume o índice de refração do vácuo. Nestes termos, considerando que possamos encontrar esses limites de temperatura na diversidade de materiais conhecidos, poderemos dizer que cada material possui uma temperatura crítica em que passa a ter características do vácuo, ou simplesmente uma temperatura de vácuo específica. Nesta temperatura a matéria se confunde ao vácuo para o fóton, pois as variabilidades clássica-relativística de sua inércia são nulas, onde  $dE = 0$ , identificaremos aqui a temperatura de vácuo específica como região de sincronização clássico-relativístico para qualquer incidência.

A análise conduzida considerou a função  $n(T)$  segundo a eq. (1), indicando que as estimativas do índice de refração em função de parâmetros termodinâmicos para outros materiais podem apresentar não apenas informações do controle da inércia e por consequência da distribuição energética da luz em formas de movimento, mas também a temperatura de vácuo para diferentes materiais, inclusive para metamateriais onde o índice de refração é negativo [21].

---

16 A temperatura limite nas estimativas da Figura 13 está próxima à  $522,386^\circ\text{C}$ . Para valores negativos da temperatura, a temperatura de vácuo específica é entorno de  $-571,768^\circ\text{C}$  e há inversão entre as predominâncias clássicas e relativísticas da variabilidade da inércia do fóton.

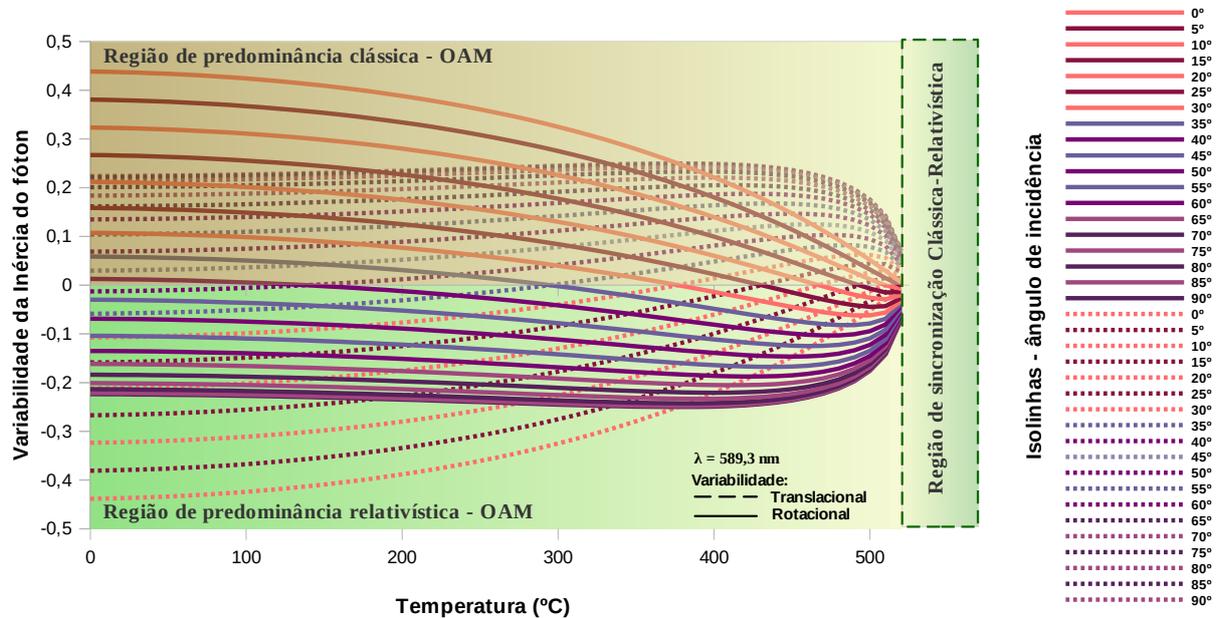


Figura 13- Variabilidade da Inércia do fóton em função do ângulo de incidência e da temperatura, e a temperatura de vácuo específico. As regiões de predominâncias apresentadas são no domínio do OAM. (Fonte: autor)

Experimentos recentes foram capazes de desacelerar fótons variando as propriedades do meio refringente [16, 93, 81]. No domínio da inércia, verificamos o ajuste das inércias translacional e rotacional em função do índice de refração relativo e um segundo ajuste em função do ângulo de incidência, que por sua vez estão diretamente associadas ao emprego energético a cada forma de movimento. Nota-se que as taxas do índice de refração e do ângulo de incidência podem atuar no sentido de modular as distribuições energéticas nas diferentes formas de movimento que se possa encontrar num determinado pulso.

Da perspectiva da temperatura de vácuo específica, nos extremos de temperaturas, onde o fóton interpreta uma descontinuidade do material, resultados recentes demonstram para temperaturas próximas de zero absoluto, que a matéria pode exibir invisibilidade [59, 34, 78], onde o número de fótons dispersos em colisões elásticas diminui com a temperatura [59], com aumento da transmissão em um gás de Fermi

degenerado ultra-frio [34] e suprimindo não apenas a dispersão, mas também a absorção com diminuição da temperatura [78].

Na perspectiva destes resultados [59, 34, 78], considerou-se a variabilidade da inércia do fóton sob baixas temperaturas, conforme apresentado na Figura 14 para a água e o ar, ponderando que se tratam de análises, metodologia e sistemas diferentes mas se identificam no que tange ao estado do fóton em baixas temperaturas. Nesta análise demonstra-se que cada material apresenta uma temperatura específica na qual suas propriedades ópticas se aproximam às do vácuo, onde para baixas temperaturas, considerando as eq.(s) (1) e (2), constata-se que a temperatura de vácuo específica é menor que o zero absoluto, sendo mais próximo quanto menor for o índice de refração onde verifica-se que o ar apresenta uma temperatura de vácuo específica entorno de  $-277,818\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Na Figura 14, verifica-se<sup>17</sup> com materiais de menor índice de refração que com o decréscimo da temperatura que majoritariamente a variabilidade da inércia translacional do fóton está no domínio clássico, enquanto a rotacional está no domínio relativístico, onde no ar apenas dois ângulos de incidência apresentam sincronizações com o decréscimo da temperatura, apresentando cessamento das variabilidades clássicas e relativísticas entorno do zero absoluto. Na água, com maior número de sincronizações, indica que quando maior o índice de refração menor será a temperatura de vácuo específica para baixas temperaturas [ $T(^{\circ}\text{C}) < 0$ ], sem simetria com a temperatura de vácuo específico para altas temperaturas [ $T(^{\circ}\text{C}) > 0$ ] tratada na Figura 13, para um mesmo material.

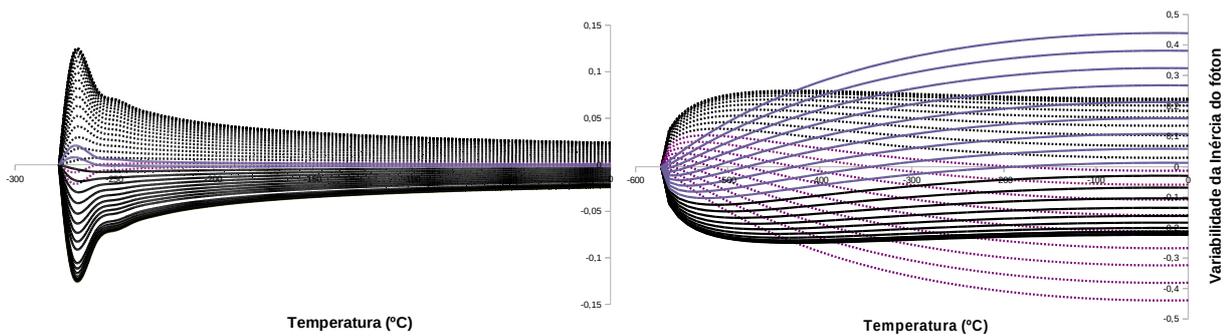
As temperaturas de vácuo específico onde há sincronizações sob todos os ângulos de incidência é um cenário previsto pelo modelo, e podem não ser encontrados na natureza a exemplo para baixas temperaturas ultrapassando o zero absoluto. Naturalmente, o estudo destes cenários por meio de outros modelos para o índice de refração em função de parâmetros termodinâmicos, mais ajustados à ampla faixa de

---

17 A análise conduzida no tratamento da variabilidade na Figura 14 consideraram dois modelos para o índice de refração em função da temperatura,  $n(T)$ , dados pelas eqs. (1, 2), previamente conhecidos na literatura. Outros modelos para  $n(T)$  podem ser adotados para mesma análise, podendo atenuar ou acentuar curvas e/ou variar numa faixa estreita a estimativa da temperatura de vácuo específica.

temperaturas analisadas, reduzindo a faixa de extrapolações, poderão deslocar as temperaturas de vácuo específico para uma faixa de temperaturas mais próximas à da realidade física e considerando os processos de transição de fase<sup>18</sup>.

Para altas temperaturas a expectativa de encontrarmos este cenário é mais promissora, considerando a ampla faixa de altas temperaturas encontradas na natureza e a diversidade de materiais os quais possam ser analisados. Neste sentido, destaca-se a importância de novos estudos para sua verificação.



**Figura 14- Variabilidade da ar-água (direita) e no vácuo-ar (esquerda), para as temperaturas de vácuo específico respectivamente em aproximadamente  $-277,82^{\circ}\text{C}$  e  $-571,37^{\circ}\text{C}$ , com  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . (Fonte: autor)**

<sup>18</sup> Neste trabalho não consideramos efeitos associados às transições de fase, alguns desses efeitos são introduzidos no trabalho sequencial desta Tese, com análise dos ângulos de sincronização clássico-relativístico na região de transição de fase [18].

#### 4 Ponderações das extrapolações

As extrapolações nem sempre compõe os objetivos de trabalhos de modelagem. Modelos bem ajustados não são necessariamente previsores, embora tenham propriedades importantes como simplicidade e representatividade [22].

Em acordo com Cardoso [22], modelos ajustados permitem estimar valores por interpolação dentro do intervalo da variável independente. As estimativas fora do intervalo não são válidas, chamadas de extrapolações. Sob hipótese que a variável se mantenha aproximadamente inalterada, podem-se extrapolar alguns passos a frente onde a qualidade das previsões se perde com o aumento do número de passos.

Neste estudo se apresentou as extrapolações das estimativas dos modelos desenvolvidos. Na água por exemplo, estimou-se à grandes valores de temperatura ( $400^{\circ}$ ) e baixas ultrapassando o limite inferior de temperatura negativa da natureza, o zero absoluto. Portanto, além desse limite ( $-273,15^{\circ}\text{C}$ ) consideraremos um cenário não físico onde as estimativas são hipotéticas.

As extrapolações foram consideradas com o interesse de examinar os deslocamentos dos pontos de sincronização em função da temperatura até os extremos onde  $n(T) = 1$ , bem como as possíveis regiões de sincronização sob todos os ângulos de incidência.

## 5 Considerações finais

Constatou-se neste trabalho que o fóton ao transitar entre dois meios fica sujeito a dois torques não aditivos, um clássico associado ao momento de Abraham e outro relativístico caracterizado pelo momento de Minkowski. A determinação da trajetória do fóton enquanto clássica ou relativística é uma função do ângulo de incidência e do par de meios refrativos, onde a trajetória relativística surge com atrasos.

O decréscimo energético do fóton, na transição entre dois meios, condiciona o fóton ao momento de Abraham, porém também a uma dinâmica relativística. Embora não desfrute de sua velocidade comum no vácuo, move-se com velocidade próxima à  $c$ , tornando-se uma partícula relativística onde seu momento e deslocamento do comprimento de onda são dilatados e o fóton se encontra num novo estado de movimento, descrito pelo momento de Minkowski, caracterizando o momento de Abraham como o momento oculto do momento relativístico de Minkowski, ao passo que surge como dispositivo de ignição relativística do fóton.

Verificou-se um Doppler Aparente para um sistema em que fonte e observador estão fixos, onde a velocidade do fóton no meio refringente caracteriza a velocidade relativa aparente entre fonte e observador, caracterizando um efeito Doppler para um sistema de frequência constante, com deslocamento do comprimento de onda.

A trajetória relativística da REW surge com certo atraso em função do ângulo de incidência e do par de meios envolvidos no cenário de refração. Num análogo com as ondas ST, mostrou-se capaz de prever pontos de sincronização entre fonte-observador. Os instantes de sincronização demarcam as alternâncias entre atrasos e adiantamentos da REW e também a concordância entre descrição clássica e relativística.

A conservação da energia mecânica do fóton em momento angular orbital (OAM) indica variações desprezíveis enquanto a REW apresenta atrasos e adiantamentos, havendo inversão de sentido do OAM na sincronização, indicando que as variações na determinação do percurso do fóton enquanto às trajetórias clássica ou relativística, é precedida de uma inversão do OAM. Essas variações do OAM dependem do par de meios envolvidos e do ângulo de incidência, podendo caracterizar novas modulações para computação e informação quântica.

O fóton foi tratado como uma quantidade imaterial longe da interação, onde fluxo do número de frentes de onda caracterizam uma massa de deslocamento da qual o efeito massivo surge com a interação como consequência das propriedades conservativas do sistema fóton-matéria,. Os efeitos massivos foram tratados no domínio da inércia e da temperatura do meio refringente.

A análise da decomposição da inércia do fóton em partes translacional e rotacional na transição entre dois meios permitiu verificar um ajuste do balanço energético empregado às partes de translação e OAM, na perspectiva da inércia, em função da refringência do meio, da temperatura e do ângulo de incidência.

O aumento relativístico da parte translacional da inércia explica que os atrasos das trajetórias relativísticas se devem a maior resistência dos fótons à alterações de suas propriedades direcionais, suprimindo a trajetória imposta pelo torque de Minkowski numa faixa de incidência. As sincronizações das trajetórias clássicas e relativísticas compreendem transição da predominância clássica para relativística da inércia translacional onde a resistência à mudanças das propriedades direcionais do fóton é facilitada, permitindo que o torque de Minkowski imponha sua trajetória.

Constatou-se que a trajetória relativística é antecedida por um aumento do momento de inércia relativística em função do ângulo de incidência. A parte rotacional da inércia apresenta um aumento relativístico significativo ao ponto de sobrepor a parte clássica. A partir das sincronizações a predominância da parte rotacional é relativística porém com uma intensidade de variabilidade da inércia menor comparada àquela que antecede a sincronização, concordando com as variações negativas do momento de inércia.

A análise do momento de inércia em função da temperatura do meio refringente verificou que as sincronizações se aproximam da incidência normal com o aumento da temperatura e que cada material possui uma faixa maior de incidência angular com sincronizações, em função da temperatura. A sincronização sobre todos os ângulos de incidência, onde as variabilidades clássicas e relativísticas são nulas, ocorrem na temperatura de vácuo específica. A temperatura de vácuo específica é aquela do meio refringente no qual o fóton encontra-se numa sincronização clássica-relativística sob

todos os ângulos de incidência, não apresentando estruturação natural da interação fóton-matéria, tornando-se imaterial, assim como no vácuo.

## 6 Referências

- 1 Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C., & Woerdman, J. P. (1992). **Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes**. *Physical Review A*, 45(11), 8185–8189.
- 2 Andryieuski, A., Kuznetsova, S., Zhukovsky, S. et al. Water: **Promising Opportunities For Tunable All-dielectric Electromagnetic Metamaterials**. *Sci Rep* 5, 13535 (2015).
- 3 Arbab, A. I. (2016). **On the refractive index and photon mass**. *Optik*, 127(16), 6682–6687.
- 4 ARBAB, A. I.; MOHAMED, Fatma O. **Wave-Particle duality revisited**. *Optik*, p. 168061, 2021.
- 5 Ashley Lyons, Thomas Roger, Niclas Westerberg, Stefano Vezzoli, Calum Maitland, Jonathan Leach, Miles J. Padgett e Daniele Faccio, "**How fast is a twisted photon?**," *Optica* 5 , 682-686 (2018).
- 6 ASTRATH, Nelson GC *et al.* **Unravelling the effects of radiation forces in water**. *Nature communications*, v. 5, n. 1, p. 1-6, 2014.
- 7 Ball, P. **Quantum teleportation is even weirder than you think**. *Nature* (2017).
- 8 Barnett Stephen M. e Loudon Rodney, 2010. **The enigma of optical momentum in a medium**. *Phil. Trans. R. Soc. A*. 368 927-939.
- 9 Barreiro, J., Wei, TC. & Kwiat, P. **Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding**. *Nature Phys* 4, 282–286 (2008).
- 10 Ben Bartlett, Avik Dutt, and Shanhui Fan, "**Deterministic photonic quantum computation in a synthetic time dimension**," *Optica* 8, 1515-1523 (2021)
- 11 Bhaduri B., Murat Yessenov, and Ayman F. Abouraddy, "**Space–time wave packets that travel in optical materials at the speed of light in vacuum**," *Optica* 6, 139-146 (2019).
- 12 Bhaduri, B., Yessenov, M. & Abouraddy, AF **Anomalous refraction of óptico spacetime wave packets**. *Nat. Photonics* 14, 416-421 (2020).

- 13 Blais, A., Girvin, S.M. & Oliver, W.D. **Quantum information processing and quantum optics with circuit quantum electrodynamics**. *Nat. Phys.* 16, 247–256 (2020).
- 14 BOWYER, Peter. **The momentum of light in media: the Abraham-Minkowski controversy**. School of Physics & Astronomy. Southampton, UK, 2005.
- 15 Buchanan, M. **Minkowski, Abraham and the photon momentum**. *Nature Phys* 3, 73 (2007).
- 16 C. Sayrin, C. Clausen, B. Albrecht, P. Schneeweiss, e A. Rauschenbeutel, "**Storage of fibre-oriented light in a nanofiber-trapped ensemble of cold atoms**," *Optica* 2, 353-356 (2015).
- 17 Cardona Suárez, C.A., Gutiérrez Valderrama, J. **The law of refraction and Kepler's heuristics**. *Arch. Hist. Exact Sci.* 74, 45–75 (2020).
- 18 CARDOSO, Daniel Souza; BORDIN, José Rafael. **Relativistic dilation and contraction of the probabilities of quantum states of light at angular incidence**. *Optik*, Volume 267, 169712, ISSN 0030-4026, 2022.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2022.169712>
- 19 CARDOSO, Daniel Souza. **A conservação da energia mecânica do fóton, em energia cinética rotacional, frente à alguns resultados e expectativas teóricas com interferômetros de Michelson na literatura**. *Ciência e Natura*, v. 40, p. e59, 2018.
- 20 CARDOSO, Daniel Souza. **A NATUREZA DO MOMENTO ANGULAR ORBITAL DO FÓTON COMO PROPRIEDADE DA INTERAÇÃO FÓTON-MATÉRIA**. *Revista Sociedade Científica*, v. 2, n. 4, p. 1-12, 2019.
- 21 CARDOSO, Daniel Souza. **A NATUREZA DO REDSHIFT SEGUNDO O PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA DO FÓTON**. *Revista Sociedade Científica* 4 (1), 1-21
- 22 CARDOSO, Daniel Souza. **Análise harmônica dos totais de chuvas mensais de regiões homogêneas do Estado do Rio Grande do Sul**. 2010. 135 f. Dissertação (Mestrado em Meteorologia) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2010.

- 23 CARDOSO, Daniel Souza. **Theory of Conservation of Photon Mechanical Energy , in the Transition between Two Middles , in Rotational Kinetic Energy.** International Journal of Science and Research (IJSR) 7 (7), 810-815, 2018.
- 24 CARROLL, Bradley W.; AMIRI, Farhang; GALLI, J. Ronald. **An Effective Photon Momentum in a Dielectric Medium: A Relativistic Approach.** arXiv preprint arXiv:1801.00679, 2017.
- 25 Caspani, L., Xiong, C., Eggleton, B. et al. **Integrated sources of photon quantum states based on nonlinear optics.** Light Sci Appl 6, e17100 (2017).
- 26 CATALDO, Carmine *et al.* **A short discussion on the Gravitational Redshift in the light of an alleged local variability of the Planck Constant.** Journal of Applied Mathematics and Physics, v. 5, n. 05, p. 1001, 2017.
- 27 Chen, J., Dai, Y. & Xuanyuan, Y. **Possible solution of Abraham–Minkowski controversy by generalizing the principle of invariance of light speed.** *J Opt* 49, 127–131 (2020).
- 28 CHIBENI, Silvio Seno. **Certezas e incertezas sobre as relações de Heisenberg.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 27, n. 2, p. 181-192, 2005.
- 29 Curtis, J. E., & Grier, D. G. (2003). **Structure of Optical Vortices.** Physical Review Letters, 90(13).
- 30 D. Giovannini, J. Romero, V. Potoček, G. Ferenczi, F. Speirits, SM Barnett, D. Faccio, e MJ Padgett. **Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light.** Science 347 , 857 (2015).
- 31 Davies, C.L., Patel, J.B., Xia, C.Q. et al. **Temperature-Dependent Refractive Index of Quartz at Terahertz Frequencies.** J Infrared Milli Terahz Waves 39, 1236–1248 (2018).
- 32 DE Broglie, Louis. **The wave nature of the electron.** Nobel lecture, v. 12, p. 244-256, 1929.
- 33 DE OLIVEIRA FILHO, Juvenil Siqueira. **Momento oculto em sistemas quânticos e sua relação com o momento da luz na matéria.** 2016.

- 34 DEB, Amita B.; KJÆRGAARD, Niels. **Observation of Pauli blocking in light scattering from quantum degenerate fermions**. *Science*, vol. 347, in. 6570, 972-975 pag., 2021.
- 35 Djurišić, A. B., & Stanić, B. V. (1999). **Modeling the temperature dependence of the index of refraction of liquid water in the visible and the near-ultraviolet ranges by a genetic algorithm**. *Applied Optics*, 38(1), 11.
- 36 EINSBERG, Robert; RESNICK, Robert. **Física Quântica**. Rio de Janeiro: Elsevier, ISBN 85-700-1309-4, 24ª reimpressão, p. 249 , 1979.
- 37 EINSBERG, Robert; RESNICK, Robert. **Física Quântica**. Rio de Janeiro: Elsevier, ISBN 85-700-1309-4, 24ª reimpressão, p. 319, 1979.
- 38 F. Zwicky. **ON THE REDSHIFT OF SPECTRAL LINES THROUGH INTERSTELLAR SPACE** .*Proceedings of the National Academy of Sciences Oct 1929*, 15 (10) 773-779; DOI: 10.1073/pnas.15.10.773.
- 39 FEYNMAN, Richard Phillips. **Física em 12 lições**. Ediouro Publicações, 1999.
- 40 FORBES, Kayn A.; ANDREWS, David L. **Orbital angular momentum of twisted light: chirality and optical activity**. *Journal of Physics: Photonics*, 2021.
- 41 Frédéric Bouchard, Jérémie Harris, Harjaspreet Mand, Robert W. Boyd e Ebrahim Karimi, "**Observation of subluminal twisted light in vacuum**", *Optica* 3 , 351-354 (2016).
- 42 Gil Na, H., & Jin, C. (2019). **Mass-energy equivalence in wave–particle duality of light: Integrated quantum and classical mechanics**. *Optik*.
- 43 GIOVANNINI, Daniel et al. **Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light**. *Science*, 347(6224), 857–860.
- 44 GORAY, Mahendra; ANNAVARAPU, Ramesh Naidu. **Rest mass of photon on the surface of matter**. *Results in Physics*, v. 16, p. 102866, 2020.
- 45 Götte, J. B., & Dennis, M. R. (2013). **Limits to superweak amplification of beam shifts**. *Optics Letters*, 38(13), 2295.
- 46 Grado-Caffaro, M. A.; Grado-Caffaro, M. **Photon rest-mass and velocity versus wavelength**. *Optik*, 124(16), 2013 2549–2550.

- 47 GRAHN, Patrick; ANNILA, Arto; KOLEHMAINEN, Erkki. **On the carrier of inertia.** *AIP Advances*, v. 8, n. 3, p. 035028, 2018.
- 48 Gui, G., Brooks, N.J., Kapteyn, H.C. et al. **Second-harmonic generation and the conservation of spatiotemporal orbital angular momentum of light.** *Nat. Photon.* 15, 608–613 (2021).
- 49 Hau, L., Harris, S., Dutton, Z. et al. **Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas.** *Nature* 397, 594-598 (1999).
- 50 Hernández-García, C.; Vieira, J.; Mendonça, J.T.; Rego, L.; San Román, J.; Plaja, L.; Ribic, P.R.; Gauthier, D.; Picón, A. **Generation and Applications of Extreme-Ultraviolet Vortices.** *Photonics* 2017, 4, 28.  
<https://doi.org/10.3390/photonics4020028>
- 51 Ji, Zhurun *et al.* **Photocurrent detection of the orbital angular momentum of light.** *Science*, v. 368, n. 6492, p. 763-767, 2020.
- 52 Jones, RR, Hooper, DC, Zhang, L. *et al.* **Técnicas Raman: Fundamentos e Fronteiras.** *Nanoscale Res Lett* 14 , 231 (2019). <https://doi.org/10.1186/s11671-019-3039-2>
- 53 Katoh, M., Fujimoto, M., Mirian, N.S. *et al.* **Helical Phase Structure of Radiation from an Electron in Circular Motion.** *Sci Rep* 7, 6130 (2017).
- 54 KHAN, Md Shohag et al. **Exploring refractive index sensor using gold coated D-shaped photonic crystal fiber for biosensing applications.** *Optik*, v. 202, p. 163649, 2020.
- 55 KLEVGARD, Paul A. **Is the photon really a particle?.** *Optik*, v. 237, p. 166679, 2021.
- 56 Kondakci, H. E., & Abouraddy, A. F. (2018). **Airy Wave Packets Accelerating in Space-Time.** *Physical Review Letters*, 120(16). 163901.
- 57 Kondakci, HE, Abouraddy, AF **Optical space-time wave packets having arbitrary group velocities in free space.** *Nat Commun* 10, 929 (2019).
- 58 Llewellyn, D., Ding, Y., Faruque, I.I. et al. **Chip-to-chip quantum teleportation and multi-photon entanglement in silicon.** *Nat. Phys.* 16, 148–153 (2020).

- 59 LU, Yu-Kun et al. **Pauli blocking of light scattering in degenerate fermions.** Bulletin of the American Physical Society, 2021.
- 60 MADARÁSZ, Judit X. et al. **Why do the relativistic masses and momenta of faster-than-light particles decrease as their speeds increase?.**SIGMA. Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications, v. 10, p. 005, 2014.
- 61 MANSURIPUR, Masud. **Radiation pressure and the linear momentum of light in dispersive dielectric media.** Optics Express, v. 13, n. 6, p. 2245-2250, 2005.
- 62 Martin P. J. Lavery, Stephen M. Barnett, Fiona C. Speirits, and Miles J. Padgett, **"Observation of the rotational Doppler shift of a white-light, orbital-angular-momentum-carrying beam backscattered from a rotating body,"** Optica 1, 1-4 (2014).
- 63 MARTINHO, Marcos Paulo; SOARES, Vitorvani. **Determinação do índice de refração dos materiais pelo método de Ptolomeu.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 39, 2017.
- 64 MOTZ, Alyssa M. Allende *et al.* **Refraction of space-time wave packets: II. Experiments at normal incidence.** arXiv preprint arXiv:2104.12969, 2021.
- 65 NEVES, Marcos Cesar Danhoni. **A QUESTÃO CONTROVERSA DA COSMOLOGIA MODERNA: HUBBLE E O INFINITO parte 1.** CADERNO CATARINENSE DE ENSINO DE FÍSICA, p. 189, 2000.
- 66 Nikolai B. Chichkov and Boris N. Chichkov, **"On the origin of photon mass, momentum, and energy in a dielectric medium [Invited],"** Opt. Mater. Express 11, 2722-2729 (2021)
- 67 NUSSENZVEIG, H. Moysés. **Física Básica 4,** São Paulo: Ed. Blücher, ISBN 85-212-0163-X, vol. 4, 4 ed., 437 p., 2002
- 68 Ou, J., Jiang, Y., Zhang, J., & He, Y. (2013). **Reflection of Laguerre–Gaussian beams carrying orbital angular momentum: a full Taylor expanded solution.** Journal of the Optical Society of America A, 30(12), 2561.

- 69 Pablo L. Saldanha, "**Division of the momentum of electromagnetic waves in linear media into electromagnetic and material parts,**" *Opt. Express* 18, 2258-2268 (2010)
- 70 PADGETT, Miles; BARNETT, Stephen M.; LOUDON, Rodney. **The angular momentum of light inside a dielectric.** *Journal of Modern Optics*, v. 50, n. 10, p. 1555-1562, 2003.
- 71 Pan, D., Wan, Q. & Galli, G. **The refractive index and electronic gap of water and ice increase with increasing pressure.** *Nat Commun* 5, 3919 (2014).
- 72 Partanen, M., Häyrynen, T., Oksanen, J., & Tulkki, J. (2016). **Photon momentum and optical forces in cavities.** *Physics and Simulation of Optoelectronic Devices XXIV*.
- 73 Partanen, M., Häyrynen, T., Oksanen, J., & Tulkki, J. (2017). **Photon mass drag and the momentum of light in a medium.** *Physical Review A*, 95(6).
- 74 Pratyusha Chowdhury, Arun Kumar Pati, and Jing-Ling Chen, "**Wave and particle properties can be spatially separated in a quantum entity,**" *Photon. Res.* 9, 1379-1383 (2021)
- 75 REGO, Laura et al. **Generation of extreme-ultraviolet beams with time-varying orbital angular momentum.** *Science*, v. 364, n. 6447, p. eaaw9486, 2019.
- 76 Ren, JG., Xu, P., Yong, HL. et al. **Ground-to-satellite quantum teleportation.** *Nature* 549, 70–73 (2017).
- 77 Rui Zhang, Li-Zheng Liu, Zheng-Da Li, Yue-Yang Fei, Xu-Fei Yin, Li Li, Nai-Le Liu, Yingqiu Mao, Yu-Ao Chen, Jian-Wei Pan, **Loss-tolerant all-photon quantum repeater with generalized Shor code,** *Optica*, 10.1364/OPTICA.439170, 9, 2, (152), (2022)
- 78 Sanner C, Sonderhouse L, Hutson RB, Yan L, Milner WR, Ye J. **Pauli blocking of atom-light scattering.** *Science*. 2021 Nov 19;374(6570):979-983. doi: 10.1126/science.abh3483. Epub 2021 Nov 18. PMID: 34793223.
- 79 Shapiro, I. I. (1964). **Fourth Test of General Relativity.** *Physical Review Letters*, 13(26), 789–791.

- 80 SMITH, A. Mark. **Ptolemy's search for a law of refraction: A case-study in the classical methodology of "saving the appearances" and its limitations**. Archive for History of Exact Sciences, p. 221-240, 1982.
- 81 Sprague, M., Michelberger, P., Champion, T. et al. **Broadband single-photon-level memory in a hollow-core photonic crystal fibre**. *Nature Photon* 8, 287–291 (2014).
- 82 Schmiegelow, C., Schulz, J., Kaufmann, H. et al. **Transfer of optical orbital angular momentum to a bound electron**. *Nat Commun* 7, 12998 (2016).
- 83 Tan, C. Z. (2015). **Imaginary rest mass of a photon in a dispersive medium**. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 126(24), 5304–5306.
- 84 Tan, C. Z. (2015). **Imaginary rest mass of a photon in a dispersive medium**. *Optik*, 126(24), 5304–5306.
- 85 Tauchert, S.R., Volkov, M., Ehberger, D. et al. **Polarized phonons carry angular momentum in ultrafast demagnetization**. *Nature* 602, 73–77 (2022).
- 86 Torchigin, V. P. (2019). **Mass of the photon propagating in an optical medium and mass of its electromagnetic and mechanical components**. *Optik*, 194, 163125.
- 87 TORCHIGIN, V. P. **Momentum and mass of a pulse of light wave as a particular case of waves of arbitrary physical nature**. *Optik*, v. 202, p. 163605, 2020.
- 88 Turukhin, AV et al. **Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid**. *Physical Review Letters*, 88, 023602, (2002).
- 89 URIBE-PATARROYO, N. et al. **Detecting photons with orbital angular momentum in extended astronomical objects: application to solar observations**. *Astronomy & Astrophysics*, v. 526, p. A56, 2011.
- 90 Vieira, J., Trines, R., Alves, E. et al. **Amplification and generation of ultra-intense twisted laser pulses via stimulated Raman scattering**. *Nat Commun* 7, 10371 (2016). <https://doi.org/10.1038/ncomms10371>
- 91 Walker, George W. **On the Dependence of the Refractive Index of Gases on Temperature**. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*,

Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Vol. 201 (1903), pp. 435-455.

- 92 Wang, L., Kuzmich, A. e Dogariu, A. **Gain-assisted superluminal light propagation**. Nature 406, 277-279 (2000). <https://doi.org/10.1038/35018520>.
- 93 Wu, B., Hulbert, J., Lunt, E. et al. **Slow light on a chip via atomic quantum state control**. Nature Photon 4, 776–779 (2010).
- 94 YAMANISHI, Masamichi. **Ultrafast modulation of quantum states by virtual charge polarization in biased quantum well structures**. Superlattices and microstructures, v. 6, n. 4, p. 403-408, 1989.
- 95 YESSENOV, Murat *et al.* **Refraction of space-time wave packets: III. Experiments at oblique incidence**. arXiv preprint arXiv:2104.12972, 2021.
- 96 Zhang, A., Zhan, H., Liao, J. et al. **Quantum verification of NP problems with single photons and linear optics**. Light Sci Appl 10, 169 (2021).
- 97 Zhang, C., Xu, P., & Jiang, X. (2020). **Vortex electron generated by microwave photon with orbital angular momentum in a magnetic field**. AIP Advances, 10(10), 105230.
- 98 ZHONG, Han-Sen et al. **Quantum computational advantage using photons**. Science, v. 370, n. 6523, p. 1460-1463, 2020.
- 99 ZHOU, Fengfeng et al. **Temperature insensitive fiber optical refractive index probe with large dynamic range at 1,550 nm**. Sensors and Actuators A: Physical, v. 312, p. 112102, 2020.

## **Apêndices**

## Apêndice I - Análise trigonométrica da projeção de $\Delta p$

Considerou-se a configuração abaixo em acordo a Figura 1.

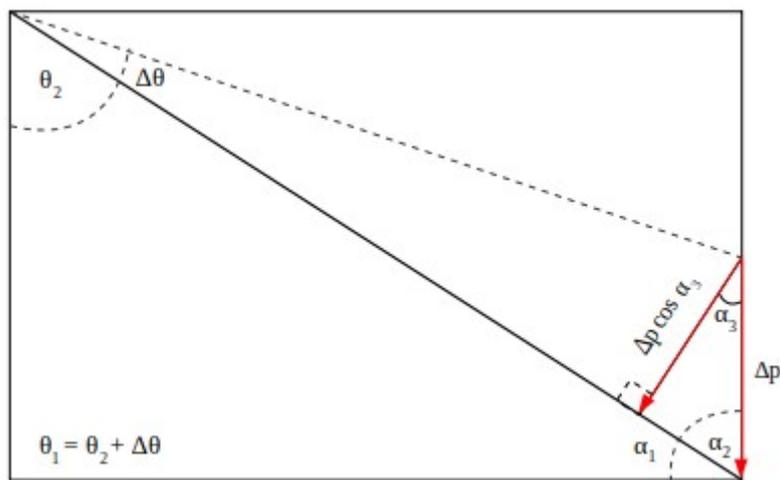


Figura 15- Configuração da projeção de  $\Delta p$ . (Fonte: autor)

Na Figura 15, verifica-se as relações:

$$\theta_2 + \alpha_1 = 90^\circ, \quad (48)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ, \quad (49)$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 = 90^\circ, \quad (50)$$

onde verifica-se que  $\alpha_2 = \theta_2$ , no que implica que:

$$\alpha_3 = 90^\circ - \theta_2. \quad (51)$$

Considerando a relação trigonométrica e Lei de Snell-Descartes:

$$\cos(90^\circ - \theta_2) = \cos(90^\circ) \cos(\theta_2) + \sin(90^\circ) \sin(\theta_2) = n_{12} \sin(\theta_1). \quad (52)$$

## Apêndice II - Descrição da variabilidade clássica-relativística da inércia do fóton e das predominâncias

A variabilidade clássica-relativística da massa associada ao movimento de rotação apresentado na eq. (44), pode ser caracterizada por:

$$[\Delta m]_{Rotacional} = [dm]_{Clássico} - [dm]_{Relativístico}, \quad (53)$$

onde considerando a eq. (45):

$$[\Delta m]_{Rotacional} = [1 - \gamma(\theta_1, n_{12})][dm]_{Clássico}, \quad (54)$$

podemos considerar a haverá predominância clássica quando  $[\Delta m]_{rot} > 0$  e predominância relativística para  $[\Delta m]_{rot} < 0$ .

Assumindo que a massa do fóton possa descrita em dois cenários:

$$m_{Fóton} = [m_{Translacional}]_{Clássico} + [dm]_{Clássico}, \quad (55)$$

$$m_{Fóton} = [m_{Translacional}]_{Relativístico} + [dm]_{Relativístico}, \quad (56)$$

de forma que em ambos os cenários há concordância que  $m_{photon} = E/c^2$ , podemos escrever:

$$[m_{Translacional}]_{Clássico} - [m_{Translacional}]_{Relativístico} = [dm]_{Relativístico} - [dm]_{Clássico}, \quad (57)$$

onde a relação entre as variabilidades:

$$[\Delta m]_{Tranlacional} = -[\Delta m]_{Rotacional}. \quad (58)$$

Quando  $[\Delta m]_{Rot} > 0$  encontraremos a predominância clássica associada ao movimento de translação  $[\Delta m]_{Tra} < 0$  e predominância relativística associada ao movimento de translação  $[\Delta m]_{Tra} > 0$  para  $[\Delta m]_{Rot} < 0$ .

### **Apêndice III - Perspectivas de futuros estudos do OAM da REW em espectroscopia**

A espectroscopia Raman permite conhecer aspectos de estruturas à níveis atômicos e moleculares. O método consiste na análise da diferença entre as intensidades do pulso incidente e o espalhado, onde incremento energético reporta informações importantes da amostra, seja a frequência associada à vibração de átomos. O OAM característico da REW por sua vez, reporta informações da variabilidade do momento angular do elétron de interação.

O efeito Raman e a REW embora se apresentem no cenário da interação fóton-matéria, são caracterizados por efeitos distintos ao passo que o efeito Raman apresenta espalhamento em todas as direções enquanto a REW apresenta desvios de trajetórias com direções preferenciais, bem como admite controle de pulso, seja através das propriedades ópticas e termodinâmicas do meio refringente.

Enquanto no espalhamento Raman possa se prever os espalhamentos Stokes e Anti-Stokes onde o espalhado apresente acréscimos (anti-Stokes Raman) ou decréscimos (Stokes Raman) energéticos, em relação a energia do fóton incidente [52], o OAM da REW é dilatado ou contraído relativisticamente, com efeitos associados à parte energética empregada a cada forma de movimento do fóton.

Na Figura 6, apresentamos OAM caracterizado na Figura 16 em unidades de  $\hbar$ . Na teoria quântica o esperado para o SAM é  $\hbar$ , enquanto o OAM associado a cada pacote de ondas é  $l\hbar$  [1, 20, 40 50, 70], onde claramente os efeitos relativísticos tratados na REW não são encontrados no âmbito quântico e apresentam modulações maiores entorno dos pontos de sincronização clássico-relativístico. A quantidade dilatada ou contraída na REW  $2(1 - n_{12}^2)$  caracterizada na eq. (41) é uma fração do modo  $l = 2$ , por analogia à modos comuns no cenário quântico, conforme eq. (21).

Recentemente, na análise da amplificação de pulsos retroespalhados ( $180^\circ$ ) dotados de OAM, considerando a conservação dos momentos linear e angular, a amplificação de Raman do OAM associado à pulsos retroespalhados em plasmas transcorre mantendo a frequência e o momento constantes [50, 90]. A amplificação de Raman para o OAM está associada àqueles com harmônicos de ordens maiores e por

consequências maiores variações  $(\Delta l)\hbar$ . Teoricamente, Hernández-García et al. [50], associam ao movimento relativístico de elétrons, dos quais as oscilações na superfície alvo constituem um espelho oscilante de vórtice, onde o pulso refletido são amplificados linearmente em função de um parâmetro associado à amplitude de oscilação dos elétrons.

Por sua vez na REW, na percepção da posição do observador no referencial da fonte, embora que aparente, o pulso real de retorno retrata um processo análogo ao retroespalhamento de pulsos dotados de OAM onde, neste, o fóton ao transitar entre dois meios adquire OAM antes de incidir sobre o objeto/observador o qual retroespalha o fóton incidente à ser detectado no referencial da fonte, com o OAM amplificado (dilatado), e na incidência angular poderá indicar um OAM dilatado, contraído ou nulo.

Nessa perspectiva, surge uma estreita relação entre os pulsos com OAM amplificados no retroespalhamento explicado pelo espalhamento Raman e os efeitos de dilatação e contração do OAM tratados na REW. Por sua vez, as ampliações do OAM da luz também surgem com recentes propriedades da luz, a exemplo do auto-torque [75].

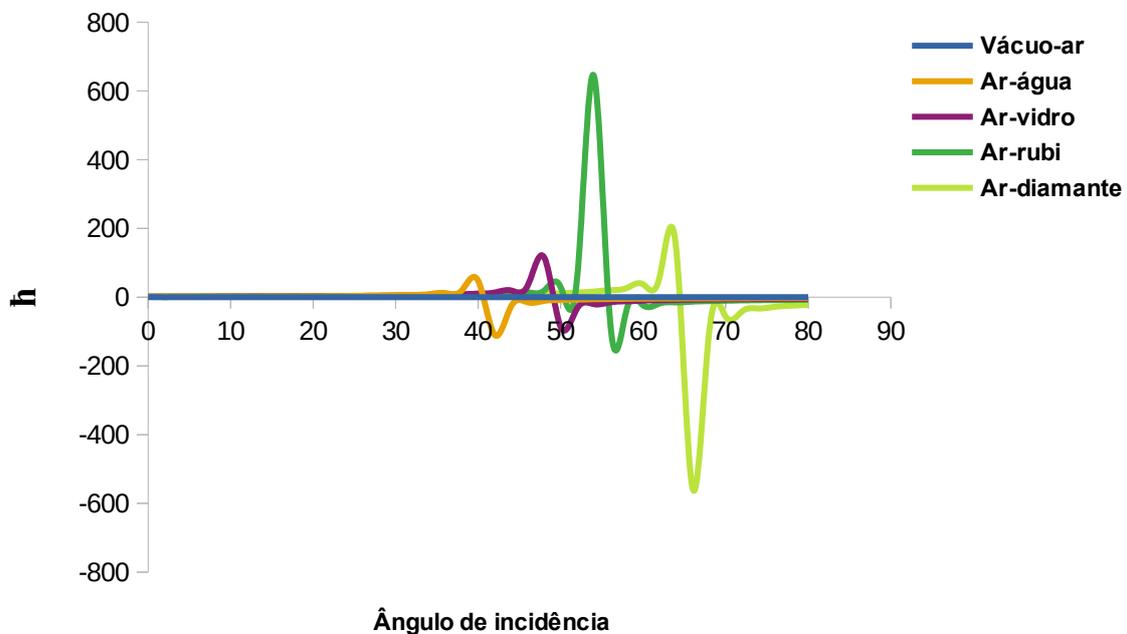


Figura 16- OAM da REW em unidades quantizadas.

Devemos destacar que a percepção de  $\Delta L$  na incidência angular, no referencial da fonte, discute a interpretação relativística do OAM entre dois referenciais. Nesta análise foi considerado o OAM no intervalo de atraso, onde os atrasos e adiantamentos estão associados ao ponto de sincronização clássico-relativístico e a introdução da trajetória relativística.

Neste sentido, considerou-se as representações das trajetórias clássicas e relativística, onde é análogo considerar que o OAM da REW pode ser representado pelo atraso entre dois pulsos incidentes, neste caso um clássico e um relativístico com incidências antes e após sincronização clássico-relativística, respectivamente. Rego et al. [75] destacam um auto-torque da luz na transmissão onde o OAM do pulso gerado é amplificado. Este pulso surge na interferência de dois pulsos incidentes com diferentes OAM, com atraso relativo.

No cenário das percepções relativas a amplificação do OAM da REW apresenta características semelhantes à amplificação por retroespalhamento. Na análise da amplificação do OAM da REW na diferença entre dois pulsos, clássico e relativístico, com atraso no domínio das trajetórias, há possíveis relações à se comparar com aquelas amplificações associadas ao processo de auto-torque da luz, ainda recente.

Contudo, a representação dada pela eq.(41) e os modos apresentados na Figura 16, reportam a percepção relativa entre os cenários clássicos e relativísticos no intervalo de atraso. Para constituir análise dos efeitos relativísticos no cenário quântico, deve-se considerar a percepção relativa quântico-relativística da REW, apresentada no estudo sequencial deste trabalho [18], onde demonstrou-se que os efeitos relativísticos são capazes de contrair ou dilatar relativisticamente as probabilidades de encontrarmos determinado estado quantizado ( $|\mathcal{C}\rangle, |\mathcal{D}\rangle$ ) da luz na incidência angular, onde o valor esperado médio do OAM da REW na incidência angular é dado por [18]:

$$\langle \Delta L \rangle = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{2\hbar(1-n_{12}^2)}{\sqrt{1-n_{12}^2} - \text{sen}\theta} - \frac{2\hbar(1-n_{12}^2)}{\sqrt{1-n_{12}^2}} \right]. \quad (59)$$

Os valores esperados médios na perspectiva do referencial da fonte dados pela eq. (59), são ajustados às modulações encontradas em cenários quânticos conforme Figura

17, embora as modulações não sejam dadas por um múltiplo inteiro ao passo que sob o efeito da constante relativística ou da constante relativística angular, mesmo àquelas previamente moduladas com modos inteiros são dilatadas ou contraídas relativisticamente.

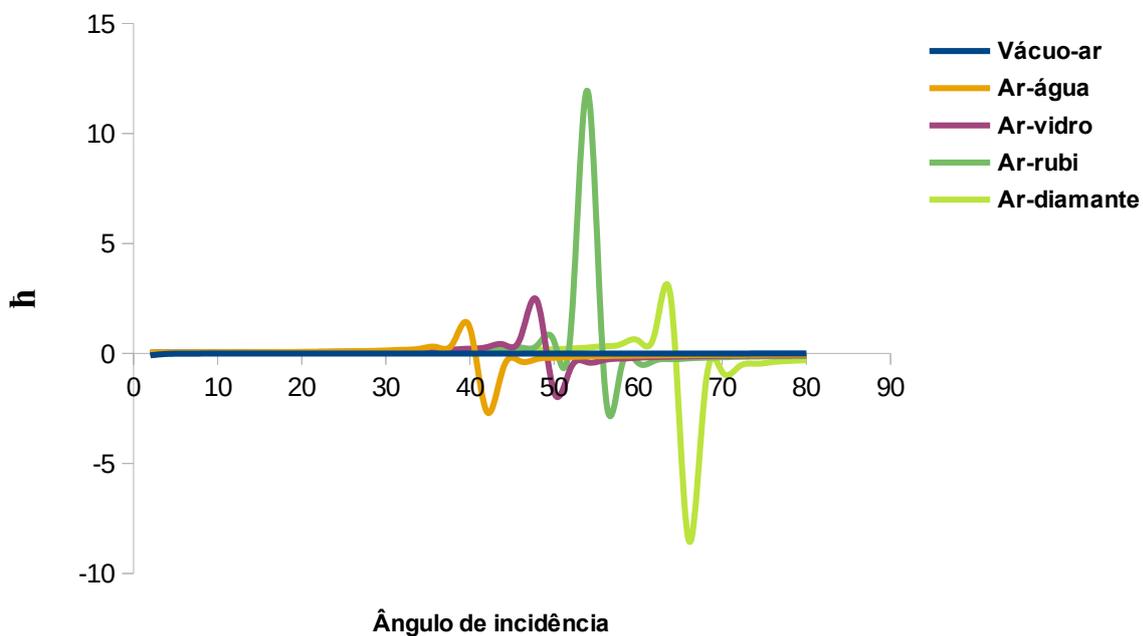


Figura 17- Representação Quântico-Relativístico da estimativa média do OAM da REW em unidades quantizadas.

Nota-se que a amplificação do OAM da REW apresenta magnitudes entre os modos ( $l$ ) passíveis das amplificações Raman e às associadas ao auto-torque, mantendo essa faixa de magnitudes numa faixa angular majoritária na incidência e apresenta seus maiores modos entorno da inversão dos relógios, onde os atrasos e adiantamentos em relação ao referencial da fonte, eq.(40), se aproximam de zero bruscamente<sup>19</sup>, tonificando as amplitudes. Por sua vez, reportando possíveis novos efeitos à própria dinâmica relativística nas inversões de movimento, onde os relógios devem ser sincronizados, que podem transcorrer com variações graduais ou bruscas da velocidade relativa. No caso da

19 O perfil exponencial pode ser verificado na Figura 4.

REW, tratado neste trabalho, com velocidade relativa aparente constante, a faixa angular de incidência e os efeitos inerciais são determinantes para os atrasos e adiantamentos.

Os cenários das amplificações por retroespalhamento e em processos de autotorque, constituem indícios e perspectivas para novos estudos no sentido de possíveis aplicações da REW, no âmbito da amplificação da variabilidade do OAM para espectroscopia.

#### Apêndice IV - Nota sobre os dados de refração e análise

Adotou-se o mesmo índice de refração relativo ( $n_{12}$ ) para ambos os casos, por ser o valor esperado para o par de meios envolvidos, mas também por considerar a própria estimativa média da Lei de refração para água (Lei dos senos de Snell-Descartes). Compreendendo que não faz sentido estimar os índices de refração para cada inclinação para compor o índice de refração relativo médio para cada caso ( $\theta_2^*$  e  $\theta_2^{**}$ ), pois reajustar a Lei de Snell-Descartes em dois casos onde supõe-se que o par de meios é o mesmo, seria incoerente na comparação se não reajustarmos as deformações permitindo que também por sua vez possa determinar a refringência média. Verificou-se<sup>20</sup> que, embora não apresentamos aqui, se o índice relativo médio for determinado pelas deformações, a lei dos senos teria maiores desvios médios em ambos os casos, não atingindo a metade do desempenho que as deformações apresentam na Tabela 1.

Devemos ressaltar que os dados de Ptolomeu ainda são encontrados em reprises de sua instrumentação com o Baptistir [63], mesmo que com variações dos procedimentos os ângulos encontrados são próximos daqueles de  $\theta_2^*$ . Neste sentido, considerando que as deformações estimam adequadamente os ângulos no Baptistir considerando um índice 1,3333<sup>21</sup> para a água, surge um possível cenário próprio para a instrumentação das deformações, indicando estudo sequencial deste trabalho com interesse nos processos de refração, podendo estender a análise da refringência média sob o domínio do deslocamento do comprimento de onda em meios refringentes segundo a eq. (16).

Destaca-se que o Baptistir apresenta suas estimativas do ângulo refratado  $\theta_2$ , a partir da posição angular da imagem registrada no instrumento, indicando que as divergências entre os modelos refrativos de Ptolomeu e Snell-Descartes possam ser discutidas na perspectiva da posição aparente e do instrumento de medida. Por sua vez,

20 Não apresentamos aqui as estimativas considerando o índice de refração determinado pelas deformações, pelo fato que neste trabalho os índices de refração são dados pela Lei de Refração. O trabalho não trata de uma revisão de dados experimentais, ou da Lei de refração.

21 O modelo teórico de Ptolomeu com os dados reprisados no Baptistir ficam ligeiramente distantes, registrando um índice de refração menor que 1,2 para a água [63].

a posição aparente constitui uma das bases teóricas desenvolvidas neste trabalho, através do Doppler Aparente Relativístico (seção 3.1.2 ), podendo indicar sua análise através do Baptistir.

## Anexo A - Artigo I da Tese

### **The relativistic and the hidden momentum of minkowski and abraham in relativistic energy wave**

Daniel Souza Cardoso

Publicado na revista Optik em outubro de 2021



Figura 18- QR CODE de acesso ao artigo I

## Anexo B - Artigo II da Tese

### **Classical-relativistic variability of inertia of photon displacement mass in the matter and the specific vacuum temperature**

Daniel Souza Cardoso; José Rafael Bordin

Publicado na revista Optik em abril de 2022.



Figura 19- QR CODE de acesso  
ao artigo II

### Anexo C - Artigos do doutorado

CARDOSO, Daniel Souza; BORDIN, José Rafael. **Relativistic dilation and contraction of the probabilities of quantum states of light at angular incidence**. *Optik*, v. 267, p. 169712, 2022.



CARDOSO, Daniel Souza; BORDIN, José Rafael. **Classical-relativistic variability of inertia of photon displacement mass in the matter and the specific vacuum temperature**. *Optik*, v. 260, p. 169081, 2022.



CARDOSO, Daniel Souza. **The relativistic and the hidden momentum of Minkowski and Abraham in relativistic energy wave**. *Optik*, v. 248, p. 168166, 2021.



CARDOSO, Daniel Souza et al. **Structural behavior of a two length scale core-softened fluid in two dimensions**. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 566, p. 125628, 2021.



CARDOSO, Daniel Souza. **A natureza do redshift segundo o princípio de conservação da energia mecânica do fóton**. *Revista Sociedade Científica*, v. 4, n. 1, p. 1-21, 2021.



## Anexo D - Produtos de comunicação da Tese

Na perspectiva da difusão de aspectos da Tese para um público ligeiramente maior, foram desenvolvidos vídeos curtos abordando detalhes da Tese.



### **Uma Inconsistência Teórica Histórica na Física**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **Qual a diferença entre o modelo conservativo do autor e o de Compton?**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)

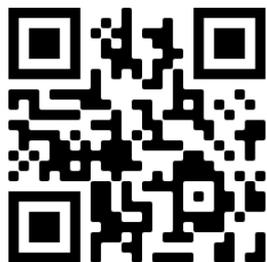


### **Ignição Relativística**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **Doppler Aparente Relativístico**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **Inversão dos relógios na matéria**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **2 Torques na Refração?**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **As propriedades direcionais da luz se alternam entre os regimes clássico e relativístico?**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **Fóton de deslocamento?**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



### **Predominâncias da inércia do fóton**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)



**Deslocamento das sincronizações com a temperatura**

Produção: Daniel Cardoso

Apresentação estendida:

[www.dscardoso.com.br/destaques](http://www.dscardoso.com.br/destaques)