UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

# Título: Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes

Yuri do Nascimento Lima

Pelotas, 2020

Yuri do Nascimento Lima

# Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Victor Paulo Barros Gonçalves

### Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas Catalogação na Publicação

L732p Lima, Yuri do Nascimento

Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes / Yuri do Nascimento Lima ; Victor Paulo Barros Gonçalves, orientador. — Pelotas, 2020.

108 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2020.

 Cromodinâmica quântica. 2. Interações hadrônicas.
 Produção de fótons. I. Gonçalves, Victor Paulo Barros, orient. II. Título.

CDD: 530.12

Elaborada por Ubirajara Buddin Cruz CRB: 10/901

## Yuri do Nascimento Lima

Título: Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 29 de setembro de 2020

Banca examinadora:

Victor Paulo Barros Gonçalves (Orientador)

Dicfordanta

Doutor em Física Universidade Federal de Pelotas

Doutor em Física Universidade Federal de Pelotas

Roumo D, Ja 5. J

Doutor em Física Universidade do Estado de Santa Catarina

Bruno Duarte da Silva Moreira

Werner Krambeck Sauter

À JJJ.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço (imensamente) ao meu orientador, Professor Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves, pela amizade e por toda sua contribuição no meu desenvolvimento neste período de mestrado. Por toda a atenção, paciência, incentivos, cobranças, ensinamentos (incontáveis) e discussões realizadas. Uma pessoa singular que sou muito grato por ter conhecido.

Agradeço à minha grande amiga e companheira, JJJ, que faz parte da minha vida há tanto tempo que já perdi a conta. Com quem compartilho cada momento; uma irmã na adversidade.

Agradeço à minha mãe por sempre acreditar, incentivar e fomentar meus estudos. Sou grato aos meus amigos e familiares, em especial ao meu irmão e minhas tias, que sempre estão presentes. Também aos meus filhos, Caleb N. Lima e Pedro N. Lima, que me motivam e inspiram.

Aos colegas e professores do Grupo de Altas e Médias Energias (GAME), pela convivência, companheirismo, troca de informações e conhecimentos.

A Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), em particular ao Programa de Pós-Graduação em Física (PPGFis) e ao Instituto de Física e Matematica da UFPEL pelo acolhimento, pela oportunidade de estudo e todo o suporte para a minha pequisa.

Também agradeço à Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo importante apoio financeiro.

#### RESUMO

LIMA, Yuri do Nascimento, **Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes** 2020, 108p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.

A descrição da estrutura do próton na região de altas energias ainda é desconhecida, mas sabe-se que nessa região os glúons são os constituintes preponderantes do hádron. O conteúdo gluônico no regime de altas energias é determinado pela dinâmica das interações fortes. Uma forma de investigar essa região é através do estudo da produção de fótons isolados em colisões hadrônicas, cuja seção de choque é dominada pelo processo de espalhamento Compton, sendo assim, fortemente dependente da distribuição de glúons. Neste trabalho, investigamos o impacto dos efeitos não-lineares da dinâmica das interações fortes na produção de fótons isolados produzidos em colisões próton-próton e próton-núcleo nos aceleradores RHIC e LHC. O formalismo de dipolos para a produção de fótons isolados é apresentado e a distribuição de momentum transverso é estimada para diferentes modelos para a amplitude de espalhamento dipolo-alvo. Além disso, estimamos a função de correlação angular fóton-hádron, a qual pode ser analisada experimentalmente, e demonstramos que esta é sensível a presença e magnitude dos efeitos não-lineares.

Palavras Chave: Cromodinâmica Quântica, interações hadrônicas, produção de fótons

#### ABSTRACT

LIMA, Yuri do Nascimento, Photon production in hadronic collisions at the LHC as a evidence to the dynamics of strong interactions 2020, 108p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2020.

The description of the proton structure in the high-energy region is still unknown, but it is known that in this region, gluons are the predominant constituents of hadron. The gluonic content in the high energy regime is determined by the dynamics of strong interactions. We can investigate this region through the study of the production of photons isolated in hadronic collisions, whose cross section is dominated by the Compton scattering process, thus being strongly dependent on the distribution of gluons. In this work, we investigate the impact of the nonlinear effects of the dynamics of strong interactions on the production of isolated photons produced in proton-proton and proton-nucleus collisions in the RHIC and LHC accelerators. The dipole formalism for the production of isolated photons is presented and the transverse momentum distribution is estimated for different models for dipole-target scattering amplitude. In addition, we estimate the photon-hadron angular correlation function, which can be analyzed experimentally, and demonstrate that it is sensitive to the presence and magnitude of non-linear effects.

Key-words: Quantum Chromodynamics, hadronic interactions, photon production

# SUMÁRIO

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE TABELAS

1	INTRODUÇÃO	<b>21</b>
2	ESTRUTURA HADRÔNICA	27
2.1	Cromodinâmica Quântica	27
2.1.	1 Liberdade assintótica e confinamento	31
2.2	Espalhamento profundamente inelástico	34
2.2.	1 Váriaveis cinemáticas e tensores	35
2.2.	2 Funções de estrutura e escalonamento de Bjorken	38
2.3	O modelo quark-párton e as PDFs	41
2.4	Determinação das PDFs e equações DGLAP	44
2.5	DIS na representação de dipolo de cor	51
2.6	Condensado de Vidros Coloridos e modelos fenomenológicos	56
2.7	Conclusões	61
3	PRODUÇÃO DE FÓTONS NA FATORIZAÇÃO COLINEAR	63
3.1	Fótons isolados	63
3.2	Fótons isolados na fatorização colinear	65
3.3	Resultados	71
3.4	Conclusões	74
4	PRODUÇÃO DE FÓTONS NO FORMALISMO DE DIPOLO DE COR '	75
4.1	Fótons isolados no formalismo de dipolos de cor	75
4.2	Função correlação	83
4.3	Resultados	86
4.3.	1 Produção de fótons isolados no experimento PHENIX	86
4.3.	2 Expectativas para fótons isolados no RHIC	87
4.3.	3 Expectativas para fótons isolados no LHC	88
4.3.	4 Previsões para fótons isolados+píon nas energias do RHIC e LHC	89
4.4	Conclusões	93
<b>5</b>	CONCLUSÕES E PERSPECTIVA	95

A - RAPIDEZ E PSEUDORAPIDEZ	97
B - PREVISÕES DA FATORIZAÇÃO COLINEAR PARA FÓTONS	
ISOLADOS NO FCC	99
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	101

## LISTA DE FIGURAS

Pág.	•

2.1	Renormalização na QED, relacionando a carga corrente $e(q^2)$ à carga simples $e_0$ .	32
2.2	Renormalização na QCD.	33
2.3	Diagrama de espalhamento inelástico elétron-próton	34
2.4	Função de estrutura $F^2$ em função da virtualidade $Q^2$ [28]	40
2.5	Diagrama de Feynman em mais baixa ordem correspondente do espalhamento	
	elétron-quark no referencial centro de massa	41
2.6	Quatro formas possiveis para as PDFs do quark: (a) uma única partícula pon-	
	tual; (b) três quarks estáticos, cada um carregando $1/3$ do mometo do próton;	
	(c) três quarks interagindo que podem trocar momento; (d) quarks em in-	
	teração, incluindo diagramas de alta ordem.	43
2.7	Produção de pares $q\bar{q}$ virtuais no interior do próton	44
2.8	Diagramas de emissão de glúons no estado inicial e final	45
2.9	Diagramas da criação de quarks a partir de glúons no estado inicial	45
2.10	Fração de momento da contribuição $\gamma^* q \to qg$ para $e^- p \to eX. \ldots \ldots$	46
2.11	Representação da equação DGLAP para o setor de quarks	48
2.12	Representação da equação DGLAP para o setor de glúons	49
2.13	Distribuição de pártons, especificamente quarks leves e glúons, no interior do	
	próton de acordo com as parametrizações CTEQ6, para (a) $Q^2 = 4~{\rm GeV^2}$ e	
	$(b)Q^2 = 100 \text{ GeV}^2. \dots \dots$	50
2.14	Distribuição de glúons no interior do próton de acordo com as parametrizações	
	CTEQ6 e MSTW e banda de incerteza para a parametrização MSTW, para	
	(a) $Q = 4 \text{ GeV}^2$ e (b) $Q = 100 \text{ GeV}^2$ .	51
2.15	Amplitude de espalhamento elástica para o DIS na representação de dipolos	
	de cor : $z$ é a fração de momento do fóton portada pelo quark e $r$ é o tamanho	
	do dipolo no plano transverso	52
2.16	Amplitude $\mathcal{N}(x,r)$ para diferentes modelos em dois valores de $x. \ldots \ldots$	61
<b>२</b> 1	Produção do fótons diretos $\alpha_{-}$ , por: (a) espalhamento Compton $aa \rightarrow aa$	
0.1	(b) aniquilação $q\bar{q} \rightarrow qq$ ; (c) aniquilação puramento eletromagnética quark	
	(b) and magao $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ , (c) and magao puramente eletromagnetica quark-	64
30	$Processo A + B \rightarrow c + d + Y resultante de subprecesso de espalhamente dure$	04
9.4	$2 \rightarrow 2$ $a \pm b \rightarrow c \pm d$	66
33	$2 \rightarrow 2, u = 0 \rightarrow c = u.$	00
0.0	Seção de enoque unerenerar de rotoris un cos medida em consoles $pp$ em $\sqrt{s} = 7$ ToV, comparadas com as provisões toóricas correspondentes	79
	1ev, comparadas com as previsões teoricas correspondentes	12

3.4	Distribuição em (a) $p_T$ e em (b) $\eta$ para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no LHC (14 TeV), com comparação das contribuições dos subprocessos Compton, aniquilação e a soma desses, usando as parametrizações dos grupos	
3.5	CTEQ6	73 73
4.1	Os diagramas (a) e (b) ilustram o processo $\gamma$ "Bremsstrahlung" de um projétil, um quark (antiquark) de sabor, após e antes de sua interação com o campo de	-
4.2	cor do alvo (indicado por um circulo sombreado), respectivamente Diagrama correspondente a uma das possíveis contribuições para a produção	76
4.3	de pares de fóton-píon no formalismo de dipolos de cor	84
4.4	choque de dipolo. Os dados experimentais são do experimento PHENIX [73] Espectros de momento transverso do fóton isolado em colisões $pp$ em $\sqrt{s} = 0.5$ TeV no experimento RHIC para dois valores distintos da pseudo-rapidez $\eta$ do	86
4.5	Ioton. Os resultados são apresentados para diferentes modelos para a seção de choque de dipolo	87
4.6	choque de dipolo	88
	dipolo-núcleo.	89
4.7	Função correlação $C(\Delta \phi)$ para a produção de fóton isolado + píon em colisões $pp \ e \ pAu \ no \ RHIC \ (\sqrt{s} = 0.2 \text{TeV}) \ considerando \ duas \ configurações \ diferentes$	
4.8	para a rapidez do fóton e do píon	90
4.0	$pp$ e $pPo$ no LHC ( $\sqrt{s} = 8,81\text{ev}$ ), considerando tres configurações distintas para as rapidez do fóton isolado e do píon	92
4.9	lisões de $pA$ no LHC ( $\sqrt{s} = 8,8$ TeV) para diferentes núcleos	92

4.10	A função de correlação $C(\Delta\phi)$ para a produção de fóton isolado e píon em	
	colisões $pp$ e $pPb$ no LHC ( $\sqrt{s} = 8,8$ TeV), considerando três configurações	
	distintas para as rapidez de fóton isolado e píon	93
B.1	Distribuição de $p_T$ para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no LHC	
	(100 TeV), comparando as parametrizações do grupo CTEQ6 e MSTW: (a)	
	na faixa cinemática 1 GeV < $p_T <\!\!400$ GeV; (b) e no recorte 1 GeV < $p_T <\!\!20$	
	GeV	99
B.2	Distribuição em $p_T$ para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no	
	$\mathrm{FCC}\;(100\;\mathrm{TeV}),$ com comparação das contribuições dos subprocessos Compton,	
	aniquilação e a soma desses na faixa cinemática 1 GeV < $p_T <\!\!400$ GeV: para	
	as parametrizações do grupo (a) CTEQ6 e (b) MSTW $\ldots \ldots \ldots \ldots$	100
B.3	Distribuição em $\eta$ para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no FCC	
	(100 TeV), com comparação das contribuições dos subprocessos Compton, ani-	
	quilação e a soma desses na faixa cinemática 1 GeV < $p_T <\!\!400$ GeV: para as	
	parametrizações do grupo (a) CTEQ6 e (b) MSTW. (c) Além de um compa-	
	rativo entre as contribuições totais dos dois grupos.	100

## LISTA DE TABELAS

	-	
1.1	Forças e suas respectivas teorias quânticas de campos	. 21
2.1	Regras de Feynman para QCD: orientação quark e antiquark	. 30
2.2	Regras de Feynman para QCD: propagadores	. 30
2.3	Regras de Feynman para QCD: vértices	. 31

## Pág.

### 1 INTRODUÇÃO

A Física de Partículas é a área da Física que se propõe a estudar as partículas elementares que constituem todo o Universo e suas interações. Para tanto, faz-se uso do Modelo Padrão, que é uma teoria a qual descreve a interação entre as partículas constituintes da matéria, os férmions, como sendo a troca de outras outras partículas, os bósons de calibre. Esse modelo reúne as forças Forte, Eletromagnética e Fraca (a força Gravitacional ainda não se integra a essa teoria), assim, construindo uma estrutura teórica que fornece uma imagem unificada acerca das partículas elementares e suas interações, sendo cada uma dessas forças descrita por uma teoria quântica de campos. A Tabela (1.1) lista as forças e as devidas teorias quânticas de campos em ordem decrescente de intensidade relativa.

Tabela 1.1 - Forças e suas respectivas teorias quânticas de campos.

Força	Intensidade	Teoria	Mediador
Forte	1	Cromodinâmica	Glúon
Eletromagnética	$10^{-2}$	Eletrodinâmica	Fóton
Fraca	$10^{-13}$	Flavordinâmica	W e Z

De acordo com o Modelo Padrão, o grupo dos férmions é composto por doze partículas que estão subdivididas em dois tipos; os léptons (elétron (e), múon  $(\mu)$ , tau  $(\tau)$ , neutrino do elétron  $(\mu_e)$ , neutrino do múon  $(\mu_{\mu})$  e neutrino do tau  $(\mu_{\tau})$ ) e os quarks (quark up (u), quark down (d), quark charme (c), quark strange (s), quark bottom (b) e quark top (t)), essas seriam partículas genuinamente elementares, assim, não possuem uma estrutura interna. No entanto, os quarks possuem uma particularidade, eles são portadores da carga de cor (objeto de estudo da Seção 2.1) e assim cada um apresenta três cores (vermelho, verde e azul). O grupo dos bósons de calibre (também ditas como partículas mediadoras ou partículas de força) é composto pelas partículas responsáveis pelas interações fundamentais. Nesse grupo temos o fóton  $(\gamma)$  na interação eletromagnética, os glúons (g) na interação forte e os bósons  $W \in Z$  na interação fraca. Ou seja, partículas que carregam carga elétrica interagem trocando fótons, partículas que carregam carga de cor interagem via troca de glúons e as partículas com carga fraca interagem através da troca das partículas  $W \in Z$  [1,2].

Quanto às partículas que possuem estrutura interna, são denominadas hádrons e são constituídas pelos quarks, podendo ser do tipo; bárions, quando construídas por três quarks ou três antiquarks, ou mésons, quando construídas por um quark e um antiquark [1,2].

A teoria das interações fortes, Cromodinâmica Quântica (Quantum Chromodynamics -QCD), descreve a dinâmica interna dos hádrons. A QCD é uma teoria de calibre invariante às transformações do grupo SU(3), e é considerada uma teoria correta para a descrição das interações fortes. Devido à natureza da interação forte, os quarks nunca são observados como partículas livres, sempre são confinados em estados chamados hádrons (prótons, nêutrons, píons, káons, etc). Além da carga elétrica, os quarks também possuem carga de cor, e a interação forte ocorre exatamente através dessa última, que se caracteriza como um número quântico. Portanto, os quarks interagem via força fraca, eletromagneticamente e também através da interação forte. Em relação aos glúons, estes possuem apenas carga de cor, assim, participam de forma exclusiva da interação forte. É interessante observar que. enquanto o fóton (partícula mediadora na Eletrodinâmica Quântica - QED) não porta carga elétrica, o bóson (mediador na QCD) também porta a carga envolvida na interação. Além disso, a QCD não prediz o quantitativo de pártons existentes em um dado hádron, na verdade, ela faz uma descrição de como ocorre a evolução partônica considerando uma condição inicial específica, ou seja, a QCD descreve a dinâmica hadrônica via equações de evolução para as Funções de Distribuição de Pártons (Parton Distribution Functions -PDFs) [3, 4].

Na QCD, técnicas perturbativas podem ser utilizadas, uma vez que em altas energias, e portanto pequenas distâncias, a constante de acoplamento  $\alpha_S$  da teoria é suficientemente pequena. Assim, a descrição perturbativa da evolução das distribuições de quarks  $xq(x,Q^2)$  e glúons  $xg(x,Q^2)$  no interior de um hádron, pode ser fornecida pelas equações desenvolvidas, separadamente em trabalhos realizados entre 1971 e 1977, por Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [5–7] ou pela equação proposta, em trabalhos realizados entre 1975 e 1978, por Balitski-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [8–11]. Com x(variável de Bjorken) sendo a fração de momento do hádron carregada pelo párton, e  $Q^2$  sendo o momento trocado no processo. Tanto as equações de evolução DGLAP, que evolui em  $Q^2$  quanto a BFKL, que evolui em x, levam a ocorrência de um crescimento significativo das distribuições de pártons na região de pequeno valores de x.

Aqui surge uma importante questão: em altas energias e pequena fração de momento (pequeno x), o crescimento das distribuições partônicas levam a violação do princípio da unitariedade. Ou seja, para grandes valores do número atômico e altas energias, a QCD prevê que o sistema de hádrons tenha uma alta densidade de pártons, fazendo surgir a necessidade de passar de um regime descrito pela dinâmica linear, onde somente processos de emissão  $(1 \rightarrow 2)$  são considerados, para um regime não-linear, no qual os processos físicos conhecidos como recombinação de pártons  $(2 \rightarrow 1)$  tornam-se relevantes. Espera-se que exista um limite na máxima densidade de pártons e que possa ser alcançada na função

de onda hadrônica, esta é a chamada "saturação partônica", caracterizada por elevados valores da intensidade de campos da QCD, assim, formando um estado conhecido como Condensado de Vidros Coloridos (Color Glass Condensate - CGC). No formalismo CGC, considera-se como premissa básica a existência de um sistema denso e saturado. Portanto, o número de glúons por unidade de volume do espaço de fase está praticamente no limite e, estando em densidades elevadas, deve crescer lentamente com a energia. Comparada com as predições da dinâmica linear, o CGC indica uma grande modificação na forma como a distribuição de glúons deve se apresentar. É conhecida há muitos anos a predição da existência de um regime no qual o sistema satura-se e também a escala de momento na qual isto ocorre. Esta escala é conhecida como "escala de saturação"  $(Q_s^2)$ . No entanto, as equações que descrevem de forma completa o regime de saturação só foram conhecidas recentemente. Da solução destas equações surge uma propriedade interessante: neste regime, as funções de onda dos hádrons apresentam propriedades universais, consequentemente, podem ser usadas não só para hádrons mas também para núcleos. Tem-se então funções de onda universais, que governam os estágios iniciais das colisões entre hádrons em altas energias, permitindo a princípio aplicar a QCD perturbativa para calcular as suas propriedades [12, 13].

Existem processos descritos pela QCD que ainda apresentam questões em aberto. Uma questão é saber se os efeitos não-lineares preditos pelo CGC são significativos na região cinemática alcançada pelo Grande Colisor de Hádrons (Large Hadron Collider - LHC). Para responder, é importante o estudo de observáveis que sejam sensíveis ao comportamento da distribuição de glúons. A produção de fótons detectados na região frontal em colisões hadrônicas pode ser usada como ferramenta para provar a dinâmica das interações fortes no regime não-linear. Os fótons produzidos em colisões hadrônicas e detectados na região frontal de colisores estão intimamente relacionados ao conteúdo de glúons dos hádrons. Em geral, a seção de choque da produção de partículas é expressa em termos da fatorização colinear e das distribuições de pártons integradas, as quais são solução de equações de evolução como a DGLAP, que por sua vez são equações lineares. É importante observar que essa descrição não leva em conta o momento transverso intrínseco dos pártons incidentes, bem como, não contabiliza os termos associados às correções dos termos proporcionais à  $\log(1/x)$ , os quais possuem relevância em altas energias. A fim de inserir tais correções, alguns autores propuseram, em trabalhados publicados em 2007 [14,15], a generalização da fatorização colinear para uma outra fatorização de alta energia conhecida como fatorização  $k_T$ . Nessa fatorização é levado em conta os efeitos das virtualidades finitas e o momento transverso  $(p_T)$  dos pártons incidentes. Ou seja, a seção de choque é descrita em termos de distribuições partônicas não-integradas no momentum transverso gluônico, portanto, soluções da equação linear BFKL ou da equação não-linear proposta por Balitsky e Kovchegov [16, 17]. Além disso, em estudos de N. Nikolaev, W. Schäfer e colaboradores [18] e também de C. Dominguez e colaboradores [19], é mostrado que a fatorização  $k_T$  deve ser generalizada de tal forma que as seções de choque no regime de alta densidade passam a depender não-linearmente nas distribuições partônicas. A fatorização não-linear, proposta nestes trabalhos, indica que uma combinação da seção de choque de interação entre um dipolo de cor e o alvo, pode ser usada para expressar a seção de choque para produção de fótons na região frontal.

Tendo em vista que esta quantidade é a mesma presente na descrição de interações elétronpróton para altas energias estudadas no DESY-HERA (sigla em alemão para "Deutsches Elektronen-Synchrotron - DESY" e "Hadron-Elektron-Ringanlage - HERA". Traduzido como: "Síncrotron de Elétrons Alemão" e "Sistema de Anéis Hádron-Elétron"), tal fatorização tem grande potencial fenomenológico para a predição das seções de choque hadrônicas medidas no LHC. Recentemente, este formalismo foi estendido, em uma série de artigos [20–22], para o processo de produção de diléptons (processo Drell-Yan), onde foi demonstrado que o formalismo do CGC descreve de forma satisfatória os dados experimentais para o processo Drell-Yan em colisões próton-próton. Também, foi tratado este processo em colisões próton-núcleo no LHC levando em consideração os efeitos de coerência nuclear. Em particular, foram rederivadas as expressões básicas do formalismo, obtidas originalmente no espaço de parâmetros de impacto, no espaço de momento, o que permitiu estimar a correlação entre o jato e a partícula emitida. Nestes trabalhos, também foi demonstrado que este observável é fortemente sensível à dinâmica não-linear da teoria das interações fortes.

Nesta dissertação, o formalismo da fatorização não-linear foi estendido para a produção de fótons isolados, os quais podem ser medidos em colisões próton-próton e próton-núcleo nos aceleradores RHIC e LHC. As expressões básicas são derivadas, demonstrando que os observáveis são sensíveis ao tratamento da dinâmica QCD. Em particular, no caso de colisões próton-próton, demonstramos que estes são univocamente determinados pela amplitude de espalhamento dipolo-próton vinculada pelos dados de colisões elétron-próton no HERA. As predições são comparadas com os dados do acelerador RHIC, demonstrando que o formalismo descreve os dados sem a necessidade da introdução de um fator adicional associado a correções além da ordem dominante. Predições para o espectro em momentum transverso para colisões pp no RHIC e LHC e diferentes valores de rapidez são apresentadas considerando diferentes modelos para descrever a dinâmica QCD. Além disso, os efeitos nucleares, presentes em colisões próton-núcleo, são estimados. Por fim, a função de correlação angular fóton-hádron é definida e estimada para diferentes configurações cinemáticas. Os resultados aqui apresentados demonstram que este observável é

sensível a presença e magnitude dos efeitos não-lineares, sendo assim, ideal para vincular a descrição da dinâmica das interações fortes. Ressaltamos que os resultados apresentados nesta dissertação foram publicados na Referência [23].

Desta forma, nesta dissertação, são apresentados os conceitos básicos necessários para a descrição da produção de fótons, bem como, os resultados obtidos. Para tanto, o capítulo seguinte (Capítulo 2) é iniciado com uma introdução à QCD, abordando os principais conceitos que constroem essa teoria, a qual é responsável pela descrição das interações fortes. Em seguida, ainda neste capítulo, é feito um estudo acerca da estrutura hadrônica e como ela pode ser investigada e provada através do Espalhamento Profundamento Inelástico (Deep Inelastic Scattering - DIS). É através do DIS que se pode afirmar que os hádrons são formados por partículas elementares e puntiformes, os pártons. Ainda no segundo capítulo, será mostrado que a descrição da dinâmica hadrônica é realizada através das PDFs e das equações de evolução DGLAP. Além disso, é realizado um estudo sobre o DIS no formalismo de dipolos de cor e também sobre os quarks, os glúons e a interação via força forte que ocorre no interior hadrônico. A produção de fótons na fatorização colinear é o tema do Capítulo 3, onde é realizada uma revisão sobre os tipos e a produção dos fótons, bem como, é descrito o método de separação e identificação dos fótons diretos (que é o tipo que interessa para este estudo). Este capítulo é encerrado com os resultados obtidos para predições da produção dos fótons isolados em energias limites do LHC (14 TeV) e a conclusão extraída destes. No Capítulo 4, é apresentada uma outra alternativa para descrever a produção de fótons: através do formalismo de dipolos, onde a principal quantidade é a seção de choque do dipolo alvo e o tratamento é realizado via modelos fenomenológicos (estudados no Capítulo 2) que levam em conta os efeitos de saturação. Tal formalismo fornece uma descrição unificada de observáveis inclusivos em processos elétron-próton, ou seja, produção de fótons isolados e quarks pesados em colisões hadrônicas. Desta forma, será realizada uma breve revisão do formalismo de dipolos aplicado a produção de fótons e também será apresentado um outro observável sensível à dinâmica QCD em pequeno x: a função de correlação  $C(\Delta \phi)$ . Este capítulo é encerrado com os resultados obtidos (publicados em [23]) para as predições da produção dos fótons isolados em energias do RHIC (0,5 TeV) e do LHC (14 TeV), bem como, as predições para produção de fóton isolado + píon considerando a correlação azimutal e as conclusões extraidas destes resultados. O capítulo final é destinado a descrever a conclusão geral de todos os resultados obtidos e lançar perspectivas para possíveis trabalhos futuros nesta linha de pesquisa.

Por fim, é interessante informar que, nesta dissertação, as figuras nas quais não há referência foram feitas pelo próprio autor.

#### 2 ESTRUTURA HADRÔNICA

Devido a natureza da interação forte, a qual é descrita pela Cromodinâmica Quântica (Quantum Chromodynamics - QCD), os quarks sempre apresentam-se confinados em estados ligados chamados de hádrons, como o próton, o nêutron, o píon, o káon e etc. Além disso, os quarks interagem via troca de glúons, assim, tanto o quark quanto o glúon são partículas que constituem a estrutura hadrônica e são denominadas como pártons. Essa estrutura é acessada e explorada através do Espalhamento Profundamente Inelástico (Deep Inelastic Scattering - DIS) lépton-núcleon. Desta forma, este capítulo é iniciado com uma revisão sobre a QCD, onde será explorado os conceitos de liberdade assintótica, confinamento e fatorização. Em seguida será apresentado o DIS e estudada a determinação das PDFs e as equações DGLAP. Por fim, será revisado o DIS considerando a representação de dipolos de cor.

#### 2.1 Cromodinâmica Quântica

A QCD é a teoria que busca descrever as interações de natureza forte que ocorrem no interior hadrônico entre os quarks, que são partículas de spin 1/2 e possuem massa, via troca de glúons, que são bósons vetoriais de calibre de spin 1 e não possuem massa. A QCD é uma teoria de calibre não-abeliana construida de forma análoga a QED, mas para um sistema no qual as partículas carregam mais de uma "carga". Nesta teoria temos o grau de liberdade denominando "cor", que respeita a simetria do grupo SU(3) indicando que partículas portadoras da carga de cor estão sujeitas à interação forte. Existem semelhanças e generalizações da QED para QCD, desta forma, neste capítulo, a descrição da QCD será construída usando comparações com a teria de calibre U(1) (teoria que descreve a QED).

A QED tem como único bóson mediador o fóton, que é uma partícula sem massa e corresponde ao gerador da simetria de calibre local U(1). A QCD, por outro lado, tem oito glúons como mediadores, que também são partículas sem massa, mas correspondem aos oito geradores de simetria de calibre local SU(3). Na QED tem-se apenas uma única carga, enquanto que na QCD são três cargas "coloridas" conservadas: vermelho (red - r), verde (green - g) e azul (blue - b), sendo que a cor é simplesmente uma rotulação dos estados ortogonais no espaço de cores SU(3). Além disso, assim como na QED, onde as antipartículas carregam carga elétrica oposta a carga das partículas, para a QCD os antiquarks carregam carga de cor oposta a carga dos quarks ( $\bar{r}, \bar{g} \in \bar{b}$ ). Assim, somente partículas com carga de cor diferente de zero acoplam-se com os glúons. O que justifica os léptons não interagirem fortemente, devido a inexistência da carga de cor em sua composição. Quanto aos quarks, eles carregam carga de cor e existem em três estados de cores ortogonais, onde a simetria de cores SU(3) é exata e a QCD é invariante sob

transformações unitárias no espaço de cores. Isto implica que a força de interação na QCD não depende do espaço de cor, assim, a força de interação na QCD independe da carga de cor do quark [2–4].

Enquanto a QED tem uma simetria de calibre local U(1), a QCD possui simetria subjacente associada a invariância das transformações de fase local SU(3),

$$\psi(x) \to \psi'(x) = \exp\left[ig_S \vec{\alpha}(x) \cdot \hat{\mathbf{T}}\right] \psi(x),$$
(2.1)

onde  $\hat{\mathbf{T}} = T^a$  são oito geradores de SU(3) que em ordem mais baixa estão relacionados as matrizes de Gell-Mann por  $T^a = (1/2)\lambda^a$ ,  $g_S$  é o acoplamento e  $\alpha^a(x)$  são oito funções de coordenadas espaço-tempo x. As matrizes de Gell-Mann são os geradores das álgebra de Lie correspondente ao grupo SU(3). O que mostra o carater não-abeliano da QCD, uma vez que os geradores do grupo não comutam. O campo de férmion  $\psi(x)$  com massa m (mais especificamente, o campo de quarks) pertence à representação fundamental Ndimensional do grupo G, portanto, o campo  $\psi(x)$  possui N componentes ( $\psi_i$ , com i =1,2,...,N). Aqui é interessante salientar que o grupo G carrega o grupo SU(3) de cor. Para simplificar, mantem-se o argumento restrito ao grupo de Lie, onde a álgebra deste grupo correspondente ao grupo G é gerado por n geradores  $T^a$  (a = 1,2,...,n), sujeitos a relação de comutação [ $T^a, T^b$ ] =  $if^{abc}T^c$ .

A lagrangeana para a QED é obtida a partir do princípio de calibre abeliano complementada por algumas outras condições, onde as cargas elétricas obedecem à álgebra comutativa (abeliana) correspondente ao grupo U(1). Ao estender para uma álgebra mais geral, não comutativa (não-abeliana), extrai-se a teoria conhecida como teoria de Yang-Mills (ou teoria de calibre não-abeliana) [2, 3, 24]. Disto, pode-se chegar a forma clássica da lagrangeana para a QCD [2]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{a}_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}^k (i\gamma^{\mu} D_{\mu} - m_k) \psi^k, \qquad (2.2)$$

com a soma em k ocorrendo sobre todos os sabores do quark, e cada sabor k manifesta-se em três cores i distintas, assim, o estado do quark no espaço das cores pode ser representado como

$$\psi^{k} = \begin{pmatrix} \psi_{r}^{k} \\ \psi_{g}^{k} \\ \psi_{b}^{k} \end{pmatrix}, \qquad \bar{\psi}^{k} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_{r}^{k} & \psi_{g}^{k} & \bar{\psi}_{b}^{k} \end{pmatrix}, \qquad (2.3)$$

onde cada componente  $\psi_i^k$  é um espinor de Dirac com quatro componentes. Tem-se

também

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \qquad (2.4)$$

como sendo o campo tensorial, com  $A^a_{\mu}(x)$  representado oito novos campos de calibre de spin 1 e massa nula, onde o índice a = 1,...,8 tem correspondência com cada um dos oito geradores de simetria do grupo SU(3) e o termo  $f^{abc}$  pode ser interpretado como as constantes de estrutura do grupo SU(3). Além de carregar um índice de cor a, o tensor intensidade de campo forte  $F^a_{\mu\nu}$  porta um termo a mais que o tensor para o caso eletromagnético, esse termo "extra" garante que a lagrangeana seja invariante sob transformações locais de calibre não-abelianas. Ou seja, a forma do tensor associado ao campo de glúons é uma das características que diferencia a QCD da QED, visto que origina os vértices triplos e quárticos. Além disso,

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} - igT^a A^{\mu}_a, \qquad (2.5)$$

é a derivada covariante, com  $T^a$  sendo os geradores de SU(3). É importante observar que o termo  $f^{abc}$  se origina devido os geradores de simetria do grupo SU(3) não se comutarem, desta forma,  $f^{abc}$  são as constantes de estrutura do grupo SU(3), e são definidas de acordo com as relações de comutação  $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$ . Disto, pode-se identificar que, como os geradores SU(3) não comutam, entende-se a QCD como sendo uma teoria de calibre nãoabeliana.

Pode-se observar que o primeiro termo após a igualdade  $(-(1/4)F_{\mu\nu}^{a}F^{a\mu\nu})$  na lagrangeana (2.2) é análogo ao termo de energia cinemática eletromagnética, no caso da QCD,  $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$  é o termo cinético correspondente ao campo de glúons. É importante observar que, basicamente, o termo  $gf^{abc}A^{b}_{\mu}A^{c}_{\nu}$  diferencia entre os tensores intensidade de campo forte e eletromagnético e a presença do termo  $f^{abc}$  dá origem a autointerações dos campos de glúons  $A^{a}_{\mu}$ . Assim como é a fonte da liberdade assintótica da QCD [2, 24]. O segundo termo depois da igualdade, o que contém a somatória na lagrangeana (2.2), é semelhante a lagrangeana livre de Dirac (ou lagrangeana do campo de férmion livre), dada por  $\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\psi}_i(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi_i$ , que é invariante sob transformações de fase (2.1) desde que se aplique a derivada covariante. Esse termo contém o termo cinético e de massa dos quarks e descreve a interação dos quarks com oito glúons, isto é, a interação do campo fermiônico com o campo de calibre  $A^{a}_{\mu}$ . No entanto, além da lagrangeana clássica dada em (2.2), a lagrangeana completa para a QCD ainda conta com mais duas contibuições

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{clássica}} + \mathcal{L}_{\text{calibre}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}, \qquad (2.6)$$

onde o termo  $\mathcal{L}_{calibre}$  é o responsável pela fixação de calibre, restringindo as contribuições

infinitas no cálculo dos propagadores, análogo à QED, mas na QCD a escolha do parâmetro de calibre não afeta a física, dado que o calibre escolhido normalmente afeta apenas a parte longitudinal do campo do fóton, o qual não interage com os graus de liberdade físicos (tranversais). Por outro lado,  $\mathcal{L}_{\text{calibre}}$  também atua sobre a parte longitudinal do campo gluônico, mas como este pode interagir com as componentes transversais de  $A^a_{\mu}$ , as componentes não físicas (longitudinais) que contribuem para os laços de glúons podem ser subtraídas ao incluir um campo fictício: o campo conhecido como campo fantasma de Faddeev-Popov, responsável por cancelar a contribuição não física oriunda da fixação de calibre [25]. Portanto, para cada laço de glúon é acrescido um laço do campo fantasma, que cancela a contribuição longitudinal [3, 4]. As regras de Feynman para a QCD são apresentadas nas Tabelas (2.1), (2.2) e (2.3) [3]. Onde é utilizado o calibre de Lorentz,  $\partial \cdot A^a = 0$ , e serão adotadas letras gregas para os índices de espaço-tempo, letras latinas para os índices das cores (i, j, k = 1, 2, 3) para quarks e  $a, b, \dots = 1, \dots, 8$  para glúons e fantasmas), p para identificar o momento e os espinores do quark e do antiquark serão identificados por  $u \in v$ , respectivamente. Além disso, observando que no calibre de Lorentz  $D_{\mu\nu}(p) = g_{\mu\nu} - (1-\xi)(p_{\mu}p_{\nu}/p^2)$ , com  $\xi = 0$  conhecida como calibre de Landau e  $\xi = 1$ conhecida como calibre de Feynman.

Tabela 2.1 - Regras de Feynman para QCD: orientação quark e antiquark. ark entrando  $i p = u^i$ 

Quark entrando		$= u^i(p)$
Quark saindo	p i	$= \bar{u}^i(p)$
Antiquark entrando	i p	$= \bar{v}^i(p)$
Antiquark saindo		$=v^{i}(p)$

Tabela 2.2 - Regras de Feynman para QCD: propagadores.

Propagador do quark	j ●	p	i •	$=\frac{i(p+m_f)}{p^2-m_f^2+i\epsilon}\delta^{ij}$
Propagador fantasma	<i>b</i> ● – –	<i>p</i> 	_ <b>a</b>	$=rac{i}{p^2+i\epsilon}\delta^{ab}$
Propagador do glúon	ь •0000 v	р 0000000		$= -\frac{iD_{\mu\nu}(p)}{p^2 + i\epsilon}\delta^{ab}$



Tabela 2.3 - Regras de Feynman para QCD: vértices.

#### 2.1.1 Liberdade assintótica e confinamento

Em baixas energias, a constante de acoplamento  $\alpha_S$  da QCD é grande o suficiente para evitar que a expansão de perturbação não convirja rapidamente, contrastando com o observado para a expansão de perturbação da QED que converge rapidamente devido sua constante de acoplamento ser pequena. Este fato explica a impossibilidade de calcular processos QCD em baixas energias através da teoria de perturbação tradicional (particularmente, cálculos de primeiros príncipios). No entanto, é importante observar que, a "constante de acomplamento" é uma quantidade cuja utilidade (como o próprio nome indica) é o acoplamento, mas, na verdade, ela não é constante. Uma vez que  $\alpha_S$  não é constante, seu valor então depende da escala de energia da interação, logo, depende da distância entre as partículas interagentes, a qual é denominada de "constante de acoplamento em execução". Ao aumentar a energia  $\alpha_S$  decresce. Isto implica que para um nível de energia alto o suficiente  $\alpha_S$  torna-se suficientemente pequeno para que se possa fazer uso da teoria da perturbação. Assim, em baixas energias manifesta-se uma QCD não perturbativa e em altas energias uma QCD perturbativa. Nestes termos, há duas propriedades importantes: a "liberdade assintótica" e o "confinamento" [22, 24], as quais decorrem a seguir.

É importante saber que o conceito de renormalização está diretamente ligado ao  $\alpha_S$  em

execução. Assim é interessante fazer uma introdução às ideias básicas da renormalização para uma melhor compreensão (apenas qualitativa) das constantes de acoplamento em execução.

Em resumo, a renormalização é aplicada para contrabalancear os infinitos que surgem do cálculo de diagramas com laços (Figura (2.1)).



Figura 2.1 - Renormalização na QED, relacionando a carga corrente  $e(q^2)$  à carga simples  $e_0$ .

Nesse processo, assume-se que os valores de massa e constante de acoplamento, o quais fornecem a intensidade da interação (medidos experimentalmente) já possuem fatores que contrabalanceiam os infinitos, ignorando as contribuições de diagramas divergentes em mais alta ordem. A constante de acoplamento  $\alpha_{em}(Q^2)$  é de fato um fator variável porque o seu valor efetivo também é possuidor de um termo de correção finita que depende de  $Q^2$ , implicando variação com a distância, que é inversamente proporcional a Q. Para a QED, deduz-se então que a intensidade do acoplamento intensifica-se a medida que as cargas aproximam-se, isto é, quanto maior  $Q^2$  mais intenso é o acoplamento. Na QED, o próprio vácuo tem um comportamento de dielétrico (isto é, uma substância cujas moléculas polarizam-se na presença de um campo elétrico): dada as flutuações do fóton em pares de elétrons-pósitrons ou em pares mais massivos. Como resultado, a partícula adquire uma "blindagem" de carga negativa, que cancela parcialmente seu campo, de forma que quanto maior  $Q^2$  menos completa é a blindagem, e maior é a carga efetiva. Considerando apenas os diagramas com laços da aproximação de ordem dominante, pode-se explicitamente somar essas contribuições, que leva a uma expressão para  $\alpha_{em}(Q^2)$ . A dependência, no caso eletromagnético, é normalmente a aproximação  $\alpha_{em} \approx 1/137$  [22,25].

Ocorre o mesmo de forma análoga para o caso da QCD, mas com uma importante diferença. Agora, além do vértice quark-quark-glúon (laços de quarks), que atua blindando a carga de cor do quark e faz com que a constante de acoplamento da interação forte  $(\alpha_S)$  cresça em pequenas distâncias, da mesma forma que o caso eletromagnético, surge também vértices glúon-glúon diretos (laços de glúons), que possuem um efeito contrário


Figura 2.2 - Renormalização na QCD.

aos laços de quarks, produzindo uma antiblindagem que diminui o acoplamento em pequenas distâncias. Portanto, além dos diagramas análogos à polarização a vácuo na QED, deve-se incluir também os laços gluônicos, assim, a forma de  $\alpha_s$  resultante é dado por [1,2]:

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f)ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \qquad Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2.$$
(2.7)

onde  $\Lambda_{QCD}$  é um parâmetro de escala que restringe à regiões na qual  $\alpha_S$  não possua um valor muito elevado, o que garante  $\alpha_S$  suficientemente pequeno para a utilização de expansões perturbativas. O efeito da antiblindagem domina e, a medida que  $Q^2$  cresce, a constante de acoplamento diminui, devido, no Modelo Padrão,  $N_c = 3 \text{ e } N_f = 6$ , portanto,  $11N_c > 2N_f$ . Indicando que o acoplamento enfraquece e considerando valores assintóticos de  $Q^2$  os quarks passam a comportar-se como partículas aproximadamente livres, isto é, a força forte é relativamente pouco intensa em distâncias curtas [2]. Essa propriedade que permite o tratamento perturbativo de interações fortes a curtas distâncias, é conhecido como "liberdade assintótica" [26,27]. Do ponto de vista teórico, a descoberta da liberdade assintótica resgatou o cálculo de Feynman como uma ferramenta legítima para a QCD, no regime de alta energia. Visto que, por essa propriedade, os quarks podem ser tratados como partículas livres ao serem sondados por um fóton de grande virtualidade  $Q^2$ , pode-se usar a liberdade assintótica como uma justificativa do modelo partônico. Mas, quando se trabalha em maiores distâncias, logo, menores energias, ocorre um aumento na intensidade da interação forte fazendo com que os quarks exerçam atração entre si de tal forma que os mantenha presos no interior hadrônico. Esta é a chamada propriedade de "confinamento".

É a presença do conteúdo gluônico que leva a uma "violação do escalonamento de Bjorken". Essa violação é predita em forma logarítmica. É conhecido que o tratamento perturbativo da QCD descreve cada um dos observáveis físicos como uma série de potências na constante de acoplamento forte, desprezando os termos de maior ordem em  $\alpha_S$ . Quanto maior a potência de  $\alpha_S$ , menor é a contribuição do diagrama correspondente ao processo analisado. Algumas séries carregam  $\alpha_S$  acompanhado de logaritmos, e que podem ser grandes o suficiente para que seja necessário ressomar. É importante salientar que, em DIS existe a possibilidade de ressomar grandes logaritmos em  $Q^2$ . Desta forma, existe uma dependência de  $Q^2$  que é dada pelas equações DGLAP, a qual será discutida na Seção 2.4.

## 2.2 Espalhamento profundamente inelástico

O DIS tem como ideia básica a investigação da estrutura hadrônica via interação de um lépton de alta energia com um núcleon (próton ou nêutron). Esse é um dos processos mais importantes para estudar a estrutura dos hádrons, fornecendo acesso mais direto à distribuição de pártons (quarks e glúons) dentro do próton, bem como, fornece um importante teste para a Cromodinâmica Quântica perturbativa (pQCD) [1,3].

Nas interações elétron-próton  $(e^-p)$  em altas energias prevalecem os processos de espalhamento inelástico (onde ocorre a quebra do próton), uma vez que a seção de choque do espalhamento elástico  $e^-p$  diminui muito rapidamente com a energia, devido o próton ser uma estrutura finita.



Figura 2.3 - Diagrama de espalhamento inelástico elétron-próton.

O diagrama na Figura (2.3) ilustra o espalhamento inelástico  $e^-p \rightarrow e^-X$ , mostrando que o estado hadrônico final que resulta da quebra do próton é na verdade um conjunto de muitas partículas. A massa invariante desse sistema de hádrons, que pode ser denotada por W, depende do quadrimomento (tipo espaço,  $q^2 < 0$ ) do fóton virtual,  $W^2 = p_4^2 = (p_2 + q)^2$ , o que permite assumir uma determinada faixa para os valores de W. Desta forma, no processo de espalhamento inelástico, como a massa invariante do estado final pode assumir diferentes valores da massa do próton (diferentemente do processo de espalhamento elástico, onde ambas as massas são sempre as mesmas. Assim, pode-se descrever esse espalhamento em termos apenas do ângulo de espalhamento), faz-se necessário duas quantidades para descrever a cinemática do evento estudado. Desta forma, estão definidas a seguir as variáveis cinemáticas em detalhes.

#### 2.2.1 Váriaveis cinemáticas e tensores

A cinemática do DIS necessita da especificação de duas quantidades; variáveis cinemáticas a serem escolhidas entre as quantidades invariantes de Lorentz: massa invariante (W), virtualidade  $(Q^2)$ , x de Bjorken (x), inelasticidade (y) e variável  $\nu$  [1,3]. A seguir vamos descrevê-las separadamente.

A virtualidade do fóton trocado entre o elétron e o hádron (ou quadri-momento do fóton virtual),  $Q^2$ , é dada por

$$Q^2 = -q^2, (2.8)$$

e essencialmente define em qual escala a estrutura hadrônica está sendo sondada, portanto, o quanto no interior do hádron estudado está se observando. Também pode-se escrever a virtualidade do fóton em termos do quadrimomento dos elétrons nos estados inicial e final, e considerando que no espalhamento inelástico as energias são altas o suficiente, permitindo negligenciar a massa dos elétrons, pode-se considerar a aproximação

$$Q^2 \approx 2E_1 E_3 (1 - \cos \theta) = 4E_1 E_3 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$
 (2.9)

assim, implicando que  $Q^2$  é sempre positivo.

O x de Bjorken é outra variável cinemática de grande relevância na discussão do modelo de quarks, sendo o DIS basicamente descrito por esta variável de quantidade adimensional e invariante de Lorentz, definida por

$$x \equiv \frac{Q^2}{2p_2 \cdot q}.\tag{2.10}$$

Ao escrever o quadri-momento do sistema hadrônico em termos do fóton virtual encontramos a faixa de valores possíveis de x, como sendo

$$W^{2} \equiv p_{4}^{2} = (q + p_{2})^{2} = q^{2} + 2p_{2} \cdot q + p_{2}^{2} \Rightarrow W^{2} + Q^{2} - m_{p}^{2} = 2p_{2} \cdot q, \qquad (2.11)$$

que nos leva a

$$x = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - m_p^2}.$$
(2.12)

Visto que pode ser assumido que o próton é constituído por três quarks de valência e como

a conservação de cargas exige que a produção de partículas ocorra aos pares, espera-se que o estado final hadrônico em um processo de espalhamento inelástico  $e^-p$  deva possuir ao menos um bárion (qqq). Isso implica em

$$W^2 \equiv p_4^2 \ge m_p^2,$$
 (2.13)

ou seja, no estado final, a massa invariante do sistema de hádrons deve sempre ser maior que a massa do próton. Desta forma, como temos  $Q^2 \ge 0$  e  $W^2 \ge m_p$  a expressão (2.12) indica que x está sempre na faixa  $0 \le x \le 1$ . De forma resumida, podemos afirmar que o valor de x representa a "elasticidade" do processo de espalhamento. Nota-se que, no limite em que x = 1 temos a equivalência  $W^2 = m_p$ , que é o caso do espahamento elástico.

Outra importante quantidade sem dimensão e invariante de Lorentz é a inelasticidade, dada por

$$y \equiv \frac{p_2 \cdot q}{p_2 \cdot p_1}.\tag{2.14}$$

Se observamos no referencial em que o próton está inicialmente em repouso,  $p_2 = (m_p, 0, 0, 0)$ , temos o momento do estado inicial de  $e^-$ ,  $p_1 = (E_1, 0, 0, E_1)$ , o momento do estado final de  $e^-$ ,  $p_3 = (E_3, E_3 \sin \theta, 0, E_3 \cos \theta)$ , e o fóton virtual  $q = (E_1 - E_3, \vec{p_1} - \vec{p_3})$ . Desta forma, pode-se reescrever a Equação (2.14) como

$$y = \frac{m_p(E_1 - E_3)}{m_p E_1} = 1 - \frac{E_3}{E_1},$$
(2.15)

a qual mostra que y representa, na verdade, a fração de energia perdida pelo elétron no processo de espalhamento, no referencial em que o próton está inicialmente estacionário, ou seja, y é a fração da energia inicial do lépton carregada pelo fóton trocado. Desta forma, o sistema de hádrons no estado final possui sempre energia maior do que a energia do próton do estado incial,  $E_4 \ge m_p$ , portanto, existe uma perda de energia do elétron, assim, y estará limitado à faixa  $0 \le y \le 1$ .

Com frequência é mais conveniente fazer uso de um outro invariante de Lorentz que, ao invés de trabalhar com a perda de energia fracionária (descrita por y), seja expressa em termos de energia. Neste caso faz-se uso da quantidade

$$\nu \equiv \frac{p_2 \cdot q}{m_p}.\tag{2.16}$$

Quando o próton do estado inicial está em repouso, é a energia perdida pelo elétron,

$$\nu = E_1 - E_3. \tag{2.17}$$

A cinemática do espalhamento inelástico pode ser totalmente definida em uma dada energia de centro de massa ( $\sqrt{s}$ ) através da especificação de duas variáveis independentes, podendo ser escolhida entre grandezas invariantes de Lorentz ( $W, x \in Q^2$ ), excetuando-se as quantidades  $y \in \nu$ , que são independentes. Pode-se fazer uso das relações (2.8), (2.10), (2.14) e (2.16), para determinar as quantidades [1,3].

Relacionando as Equações (2.10) e (2.16) chega-se na relação entre  $x, Q^2 \in \nu$ ,

$$x = \frac{Q^2}{2m_p\nu}.$$
(2.18)

Para uma energia fixa do centro de massa e considerando  $m_e^2 \ll m_p^2,$ tem-se uma boa aproximação

$$s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = 2p_1 \cdot p_2 + m_p^2 + m_e^2 \Rightarrow 2p_1 \cdot p_2 \approx s - m_p^2$$
(2.19)

que, combinando com (2.14) e (2.16), obtemos

$$y = \left(\frac{2m_p}{s - m_p^2}\right)\nu. \tag{2.20}$$

Desta forma, as equações (2.18) e (2.20), fornecem

$$Q^2 = (s - m_p^2)xy. (2.21)$$

A investigação do espalhamento elétron-próton seria relativamente simples se o próton fosse uma partícula pontual de spin 1/2. Neste caso, a amplitude de espalhamento  $\mathcal{M}$ poderia ser escrita através do produto de dois tensores leptônicos  $L^{\mu\nu}$ , ou seja,  $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu}L_{\mu\nu}$ . Uma vez que este tensor é conhecido na QED e  $\mathcal{M}$  está relacionado a seção de choque por

$$\sigma \propto \frac{|\mathcal{M}|^2}{(\text{fluxo inicial})} (\text{número de estados finais}).$$
(2.22)

No entanto, este não é o caso. Conforme descrito no início deste capítulo, o próton é composto por outras partículas, isto é, ele possui uma subestrutura. Portanto, é necessário inserir um tensor hadrônico a fim de parametrizar essa "lacuna" sobre a estrutura do próton,  $W^{\mu\nu}$ . Desta forma,  $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}$ . Na Figura (2.3) é possível identificar as três variáveis cinemáticas que o vértice hadrônico depende:  $p_2$  (momento inicial do próton), q (momento do fóton trocado entre o elétron e o próton) e  $p_4$  (momento do estado final X). Há um vínculo entre essas variáveis: a conservação de momento, que permite escrever  $p_2 + q = p_4$ . Logo, pode-se usar um tensor de segunda ordem em termos dessas variáveis

independentes para construir uma forma geral de  $W^{\mu\nu}$ ,

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{m_p^2} p_2^{\mu} p_2^{\nu} + \frac{W_4}{m_p^2} q^{\mu} q^{\nu} + \frac{W_5}{m_p^2} (p_2^{\mu} q^{\nu} + p_2^{\nu} q^{\mu}), \qquad (2.23)$$

e como, na seção de choque do espalhamento elétron-próton,  $W^{\mu\nu}$  está contraído com o tensor simétrico  $L_{\mu\nu}$ , a parte antissimétrica é omitida. É inserido o fator de massa do próton  $(m_p)$  para equiparar as dimensões dos  $W_i$ . A conservação de corrente no vértice hadrônico  $(q_{\mu}W^{\mu\nu} = 0)$  implica na independência dos  $W_i$  e, portanto, permitindo que se escreva

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{q^2} \right) + \frac{W_2}{m_p^2} \left( p_2^{\mu} + \frac{p_2 \cdot q}{q^2} q^{\mu} \right) \left( p_2^{\nu} + \frac{p_2 \cdot q}{q^2} q^{\nu} \right),$$
(2.24)

sendo as funções de estrutura inelásticas,  $W_i$ , funções das variáveis escalares de Lorentz, que podem ser construídas a partir dos momentos do vértice hadrônico [12].

Na Figura (2.3), observa-se que o vértice superior contribui com o tensor leptônico  $L^{\mu\nu}$ para seção de choque. Das regras de Feynman para QED obtêm-se [2,3]

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{spins} [\bar{u}(p_3)\gamma^{\mu}u(p_1)][\bar{u}(p_3)\gamma^{\nu}u(p_1)]^{\dagger}, \qquad (2.25)$$

sendo u o espinor associado ao elétron entrando no vértice,  $\bar{u}$  o espinor associado ao elétron saindo do vértice e  $\gamma^{\mu}$  as matrizes de Dirac. Aqui, pode-se fazer uso do truque de Casimir para escrever a média sobre spins em termos de traços de matrizes de Dirac e dos momentos [2],

$$L^{\mu\nu} = 2[p_3^{\mu}p_1^{\nu} + p_3^{\nu}p_1^{\mu} + g^{\mu\nu}(m^2 - p_3 \cdot p_1)].$$
(2.26)

Assim sendo, a média sobre todos os spins iniciais com a soma sobre todos os spins finais (ou amplitude de espalhamento não polarizado)  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ , pode ser escrita fazendo uso dos tensores  $W^{\mu\nu}$  e  $L^{\mu\nu}$ 

$$\left\langle |\mathcal{M}|^2 \right\rangle = \frac{e^4}{q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \tag{2.27}$$

# 2.2.2 Funções de estrutura e escalonamento de Bjorken

Observando que a seção de choque do espalhamento elástico  $e^-p$ , tem sua forma mais geral e invariante de Lorentz dada pela fórmula de Rosenbluth:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{E_3}{E_1} \left( \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right),$$
(2.28)

que também pode ser expressa explicitando a invariância de Lorentz, usando as definições de  $Q^2$  e y, conforme

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \left( 1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) + \frac{1}{2} y^2 G_M^2 \right],$$
(2.29)

onde, a dependência  $Q^2$  dos fatores de forma  $G_E(Q^2) \in G_M(Q^2)$  e também de  $\tau = Q^2/4m_p$ pode ser absorvida em duas novas funções, tais como:  $f_1(Q^2) \in f_2(Q^2)$ , de tal modo que a equação acima pode ser reescrita como

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \left( 1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) f_2(Q^2) + \frac{1}{2} y^2 f_1(Q^2) \right].$$
 (2.30)

É interessante notar que, embora y apareça nesta equação, deve-se observar que para o espalhamento elástico x = 1 e, portanto, y é uma função de  $Q^2$  sozinho. Nesta forma,  $f_1(Q^2)$ está associado à interação puramente magnética e  $f_2(Q^2)$  tem contribuições elétricas e magnéticas [1].

No processo de espalhamento inelástico, a seção de choque diferencial deve ser expressa em termos de duas quantidades cinemáticas independentes, assim, considerando as funções de estrutura  $F_1(x,Q^2)$  e  $F_2(x,Q^2)$  como sendo

$$F_1(x,Q^2) = m_p W_1(\nu,Q^2) \tag{2.31}$$

е

$$F_2(x,Q^2) = \nu W_2(\nu,Q^2), \qquad (2.32)$$

a Equação (2.30) pode ser generalizada para o processo de espalhamento inelástico:

$$\frac{d\sigma}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \left( 1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) \frac{F_2(x,Q^2)}{x} + y^2 F_1(x,Q^2), \right],$$
(2.33)

que é a expressão invariante de Lorentz mais geral (conservadora de paridade) para a seção de choque inelástica  $e^-p \rightarrow eX$ , mediada pela troca de um único fóton virtual. Aqui as funções  $f_1(Q^2) \in f_2(Q^2)$  da Equação (2.30) foram substituídas pelas duas funções de estrutura,  $F_1(x,Q^2) \in F_2(x,Q^2)$  [1].

No caso do DIS, onde temos  $Q^2 \gg m_p^2 y^2,$ a equação (2.33) pode ser reescrita como

$$\frac{d\sigma}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ (1-y)\frac{F_2(x,Q^2)}{x} + \frac{1}{2}y^2F_1(x,Q^2), \right].$$
(2.34)

A propriedade de escalonamento de Bjorken, pode ser melhor entendida observando a Figura (2.4), onde estão os resultados dos dados de DIS das experiências H1 e ZEUS, que fornecem com precisão as funções de estrutura dos prótons em uma faixa muito ampla de  $x \in Q^2$ .



Figura 2.4 - Função de estrutura  $F^2$  em função da virtualidade  $Q^2$  [28].

É possível observar algumas características interessantes, como por exemplo: na faixa 0,01 < x < 0,5, onde as medições estendem-se até  $Q^2 = 2 \times 10^4 \text{ GeV}^2$ , é observada uma fraca dependência de  $Q^2$  em  $F_2^{ep}(x,Q^2)$ .  $F_1(x,Q^2)$  e  $F_2(x,Q^2)$  são quase totalmente independentes da virtualidade  $Q^2$ , desta forma,  $F_1(x,Q^2) \rightarrow F_1(x)$  e  $F_2(x,Q^2) \rightarrow F_2(x)$ . Na próxima seção será demonstrado que este comportamento pode ser interpretado como um indício da presença de partículas pontuais dentro do hádron que portam uma fração de momentum x. Portanto, as funções de estrutura são praticamente dependentes apenas da fração do momento total do hádron que cada párton carrega, independentemente da virtualidade do fóton trocado entre o elétron e o hádron. É interessante notar que, se o quark possuísse subestrutura, seria esperado que desvios na escala de Bjorken quando o comprimento de onda do fóton virtual ( $\lambda \sim hc/|\vec{Q}|$ ) fosse comparável ao tamanho do quark. Mas não é isso que se observa, na verdade, os dados indicam que se pode tomar os quarks como partículas pontuais em escalas de até  $Q^2 = 2 \times 10^4 \text{ GeV}^2$  [1,28].

# 2.3 O modelo quark-párton e as PDFs

No modelo quark-párton (ou modelo de pártons em outras literaturas) entende-se que os hádrons possuem uma subestrutura constituida por partículas mais elementares e pontuais denominadas pártons. Neste modelo, a interação básica no DIS  $e^-p$  é o espalhamento elástico de um quark de spin 1/2. Portanto, trabalhando com um fóton de alta energia (maior  $Q^2$ ), na verdade, estaremos aumentando o poder de resolução com a qual estamos observando a interação, ou seja, sondar um próton com um fóton de menor comprimento de onda implica em uma possível interação do fóton diretamente com os contituintes da subestrutura do próton que possuam carga, conforme representado na Figura (2.5).



Figura 2.5 - Diagrama de Feynman em mais baixa ordem correspondente do espalhamento elétron-quark no referencial centro de massa.

No DIS, o modelo quark-párton é construído no referencial momento infinito, que é uma estrutura na qual o próton possui uma energia muita alta  $(E \gg m_p)$ . Nesse referencial, pode-se negligenciar a massa do próton, assim, o quadrimomento pode ser escrito como  $p_2 = (E_2, 0, 0, E_2)$ , bem como, também pode ser negligenciada qualquer contribuição de quark que venham a ser atingida tranversalmente à direção na qual o próton se move. Assim, nesse referencial, o quadrimomento do quark alvo pode ser escrito como

$$p_q = \xi p_2 = (\xi E_2, 0, 0, \xi E_2), \tag{2.35}$$

sendo  $\xi$  a fração de momento que o quark carrega.

Temos que, após a interação com o fóton virtual, o quadrimomento do quark no estado final é  $\xi p_2 + q$ , e pode ser relacionado com a sua massa da seguinte forma

$$(\xi p_2 + q)^2 = \xi^2 p_2^2 + 2\xi p_2 \cdot q + q^2 = m_q^2, \qquad (2.36)$$

sendo  $\xi p_2$  o quadrimomento do quark antes da interação, logo, pode-se inferir que  $\xi^2 p_2^2 = m_q^2$ . Assim, permitindo que a Equação (2.36) possa ser reescrita como

$$\xi = \frac{-q^2}{2p_2 \cdot q} = \frac{Q^2}{2p_2 \cdot q} \equiv x.$$
 (2.37)

Aqui é importante observar que, no modelo quark-párton, o x de Bjorken surge novamente e identifica a fração de momento que o quark atingido carrega do próton. Logo, na função de estrutura, as medidas de x estão diretamente relacionadas à distribuição de momento dos quarks no interior hadrônico.

Pode-se fazer uso da definição de PDF, a qual está relacionada com a probabilidade de o párton interagente carregar uma fração de momento x, para obter uma equação para a seção de choque do DIS do próton baseada na previsão do modelo de pártons

$$\frac{d^2 \sigma^{ep}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi \alpha^2}{Q^4} \left[ (1-y) + \frac{y^2}{2} \right] \sum_i Q_i^2 q_i^p(x),$$
(2.38)

que é a a seção de choque duplamente diferencial.

Nota-se que, comparando as equações (2.34) e (2.38), tem-se a seguinte previsão do modelo de pártons

$$F_2^{ep}(x,Q^2) = 2xF_1^{ep}(x,Q^2) = x\sum_i Q_i^2 q_i^p(x).$$
(2.39)

Desta forma, implementando a discussão da Seção 2.2.2, o modelo de pártons prevê naturalmente a escala de Bjorken, e sendo que o processo subjacente é a dispersão elástica oriunda de quarks pontuais, não se espera uma forte dependência de  $Q^2$ . Implicando que tanto  $F_1$  quanto  $F_2$  podem ser escritos apenas em função de x, ou seja,  $F_1(x,Q^2) \rightarrow F_1(x)$ e  $F_2(x,Q^2) \rightarrow F_2(x)$ . Além disso, o modelo de párton também prevê a relação de Callan-Gross. Sobre a relação de Callan-Gross é importante observar que: assumindo que o processo implícito no espalhamento  $e^-p$  é o espalhamento elástico de elétrons oriundos das partículas constituintes de spin 1/2 que se encontram no interior do próton (os quarks), tem-se que no regime de DIS (onde  $Q^2$  é maior que alguns GeV<sup>2</sup>) as funções de estrutura possuem alguma dependência, e satisfazem a relação de Callan-Gross:  $F_2(x) = 2xF_1(x)$ .

Uma quantidade importante no modelo quark-párton é a função que descreve a distribuição partônica. Conforme visto anteriormente, a troca de glúons é a forma pela qual os quarks interagem no interior hadrônico. Essa interação é de tal forma que sua dinâmica resulta em uma distribuição de momento entre os constituintes da subestrutura do hádron, sendo essas distribuições descritas por meio das Funções de Distribuição de Pártons (PDFs). Uma breve análise desta quantidade, pode ser feita ao considerar algumas hipóteses simples, mostradas na Figura (2.6):



Figura 2.6 - Quatro formas possiveis para as PDFs do quark: (a) uma única partícula pontual; (b) três quarks estáticos, cada um carregando 1/3 do mometo do próton; (c) três quarks interagindo que podem trocar momento; (d) quarks em interação, incluindo diagramas de alta ordem.

(a) se o próton consistisse em uma única partícula pontual, ele carregaria todo o momento, assim, a PDF seria facilmente determinada por uma delta de Dirac em x = 1; (b) se considerado que o protón possui subestrutura e esta for composta apenas pelos três quarks estáticos de valência, neste caso, cada quark carregaria exatamente 1/3 do momento total do próton, ou seja, uma função delta em x = 1/3; (c) quando levado em conta que os quarks interagem entre si, com a mediação dessa interação ocorrendo via glúons, o momento dos quarks passa a ser distribuído em torno de 1/3 com um acentuamento em 1/3; (d) se considerado processos de alta ordem, com os pares de quarks virtuais sendo produzidos a partir de glúons, a distribuição partônica além de apresentar um pico em x = 1/3 passa a apresentar também um crescimento na região de pequenos valores de x. Desta forma, embora a representação do modelo estático do próton ilustre sua constituição a partir de dois quarks up e um down (quarks de valência), sabe-se que, na verdade, o próton é um sistema dinâmico onde os quarks interagem constantemente e fortemente sendo mediados pelos glúons virtuais. Os glúons podem flutuar em pares  $q\bar{q}$  virtuais, conforme mostra a Figura (2.7).



Figura 2.7 - Produção de pares  $q\bar{q}$  virtuais no interior do próton.

Portanto, a fim de descrever os processos representados nas Figuras (2.6.c) e (2.6.d), assim como os dados experimentais fora do regime do escalonamento de Bjorken, a QCD é necessária.

# 2.4 Determinação das PDFs e equações DGLAP

Calcular as PDFs dos prótons através de primeiros princípios da QCD ainda não é possível, porque a constante de acoplamento associada a QCD é grande ( $\alpha_S \sim \mathcal{O}(1)$ ), impossibilitando a aplicação da teoria de perturbação. No entanto, a dependência  $Q^2$  das PDFs pode ser calculada via equações de evolução do conteúdo de pártons, conhecidas como equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP). As equações DGLAP baseiamse em funções universais de divisão de pártons para os processos  $q \to qg$  e  $g \to qq$  [1,29].

Na Figura (2.5) do modelo quark-párton, havia apenas o vértice fóton-quark, mas ao incluir glúons essa dinâmica muda, agora passando a apresentar também diagramas com o vértice quark-glúon (Figura (2.8)).

Os diagramas da Figura (2.8) revelam que a inclusão do processo de emissão de glúons é feita através de um importante processo: o espalhamento Compton (que é de grande relevância na abordagem da produção de fótons, conforme será discutido no capítulo seguinte). A Figura (2.8) também mostra que o espalhamento elétron-próton conta com



Figura 2.8 - Diagramas de emissão de glúons no estado inicial e final.

a contribuição de dois diagramas. Ou seja, o vértice quark-glúon pode ocorrer com o fóton interagindo com o quark depois deste emitir um glúon, mas também pode ocorrer com o fóton interagindo com o quark antes da emissão de um glúon. Além disso, pode-se observar que agora existe um diagrama que indica a geração de quarks a partir de glúons, portanto, deve-se incluir os diagramas para as possibilidades a partir do glúon no estado inicial, conforme a Figura (2.9).



Figura 2.9 - Diagramas da criação de quarks a partir de glúons no estado inicial.

Relacionando os referenciais fóton-próton e fóton-párton, pode-se escrever a relação das seções de choque desses sistemas como

$$\frac{\sigma_T(x,Q^2)}{\sigma_0} = \sum_i \int_0^1 dz \int_0^1 dy f_i(y) \delta(x-zy) \frac{\hat{\sigma}_T(z,Q^2)}{\hat{\sigma}_0} = \sum_i \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y) \frac{\hat{\sigma}_T(x/y,Q^2)}{\hat{\sigma}_0},$$
(2.40)

sendo  $f_i(y)$  as PDFs para a probabilidade de encontrar um párton *i* com fração *y* do momento *p* do próton, e  $\hat{\sigma}_T$  é a seção de choque da absorção de um fóton transverso de momento *q* por um párton de momento  $p_i$ . Para a Equação (2.40), é interessante notar que, conforme ilustrado na Figura (2.10), em relação ao próton com momento *p* há um párton com momento  $p_i = yp$  (*y* é a fração de momento do próton que o quark *i* carrega antes da interação com o fóton), e para a fração de momento  $x = Q^2/2p \cdot q$  no referencial do próton, tem-se  $z = Q^2/2p_i \cdot q = x/y$  no referencial do párton [12,29].

Observando os fatores de cor, a constante de acoplamento e tomando o limite de espalha-



Figura 2.10 - Fração de momento da contribuição  $\gamma^*q \rightarrow qg$  para  $e^-p \rightarrow eX$ .

mento em pequeno ângulo, a seção de choque diferencial pelo momento transverso

$$p_T = k' \sin \theta \tag{2.41}$$

do quark emitido pode ser escrita como

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} \approx e_i^2 \hat{\sigma}_0 \frac{1}{p_T^2} \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{4}{3} \left(\frac{1+z^2}{1-z}\right),\tag{2.42}$$

onde  $\hat{\sigma}_0 = 4\pi^2 \alpha_{em}/(p_i+q)^2.$ Além disso, o termo

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right), \qquad (2.43)$$

é conhecido como função desdobramento. Essa função informa a probabilidade de um glúon ser emitido de um quark, e seu momento ser reduzido por uma fração z. Integrando a seção de choque (2.42) em  $p_T^2$  obtém-se

$$\hat{\sigma} \approx e_i^2 \hat{\sigma}_0 \left[ \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{qq}(z) ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \right].$$
(2.44)

A fim de regularizar a divergência em  $p_T^2 \to 0$ , é inserido o termo  $\mu$  como um corte no valor mínimom de  $p_T$ . Em resumo, inserir a emissão de glúons é introduzir o termo (2.44) na Equação (2.40), desta forma

$$\frac{F_2(x,Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{qq}(z) ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right],$$
(2.45)

que permite a identificação do tipo de párton, com  $f_i \rightarrow q_f$  (para este caso é a PDF do setor de quarks de sabor f). Usando

$$\Delta q_f(x,Q^2) = \frac{\alpha_S}{2\pi} ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right), \qquad (2.46)$$

pode-se reescrever a Equação (2.45) como

$$\frac{F_2(x,Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_f(y) + \Delta q_f(x,Q^2)] \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) = \sum_f e_f^2 [q_f(y) + \Delta q_f(x,Q^2)].$$
(2.47)

Agora, a densidade de quarks é dependente de  $Q^2$ . Portanto, cabe fazer a seguinte análise: o fóton "enxerga" os quarks de valência no interior do próton como pontuais quando  $Q^2$ cresce até um determinado valor  $Q_0^2$ . Se os quarks não interagissem entre si, não haveria nenhuma outra estrutura a ser vista com o aumento de  $Q^2$ . No entanto, a QCD diz que quando  $Q^2 \gg Q_0^2$  o fóton passa a "enxergar" ao redor de cada quark uma nuvem partônica, e a medida que se aumenta  $Q^2$  também é observado um aumento do número de pártons. Esses pártons compartilham o momento total do próton e, desta forma, com esse aumento também cresce a probabilidade de detectar um quark com pequeno x, enquanto que diminui a probalidade da detecção de quarks com grande x [12]. É interessante notar que tais afirmações estão de acordo com as observações dos pontos experimentais apresentados na Figura (2.4). A Equação (2.46) determina a evolução  $q_f(x,Q^2)$  em  $Q^2$ , e sua versão integro-diferencial (que considera a mudança na densidade de quarks ( $\Delta q_f(x,Q^2)$ )), quando provada em um intervalo de virtualidade do fóton ( $\Delta \ln Q^2$ )) é dada por

$$\frac{\partial q_f(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y,Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right).$$
(2.48)

Aqui, está expressa a ideia de que um quark com fração de momento x pode ser oriundo de um quark "pai" com fração de momento maior y, que irradiou um glúon (vide Figura (2.10)), sendo  $\alpha_S P_{qq}(x/y)$  a probabilidade disto ocorrer, e a soma sobre todas as possíveis frações de momento y do quark "pai" é dada pela integral [12,29].

É importante notar que a densidade de quarks também depende do processo  $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$ , e não somente das contribuições com um quark no estado inicial,  $\gamma q \rightarrow qg$  (o que foi visto até agora). Sendo assim, de forma análoga a obtenção da Equação (2.45), o processo  $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$  pode ser escrito como

$$\frac{F_2(x,Q^2)}{x} = \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y) \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right), \qquad (2.49)$$

com g(y) sendo a PDF que fornece a densidade gluônica no próton e o termo

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2]$$
(2.50)

é a função desdobramento, que fornece a probabilidade de aniquilação de um glúon, ori-

ginando um par quark-antiquark, que possui uma fração z de momento do glúon.

Estando disponíveis todas as informações dos tipos de vértices que alteram a densidade de quarks no interior do próton, logo, a evolução completa da densidade de quarks é dada por

$$\frac{\partial q_f(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q_f(y,Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y,Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) \right].$$
(2.51)

Para chegar em uma equação de evolução para a densidade de glúons pode-se fazer uso dos mesmos argumentos que levaram à equação (2.51), desta forma pode-se escrever

$$\frac{\partial g(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_f q_f(y,Q^2) P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y,Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) \right],\tag{2.52}$$

sendo que a soma é realizada sobre todos os sabores de quarks e antiquarks, e as funções de desdobramento são dadas por

$$P_{gq} = \frac{3}{4} \frac{1 + (1 - z)^2}{z},$$
(2.53)

$$P_{gg} = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right], \qquad (2.54)$$

com  $P_{gq}$  fornecendo a probabilidade de um quark (do próton) com fração de momento yoriginar um glúon com fração de momento x, e  $P_{gg}$  sendo a probabilidade de um glúon (do próton) com fração de momento y dar origem a um glúon com fração de momento x. As equações (2.51) e (2.52) podem ser mais claramente entendidas quando expressas simbolicamente, conforme apresentadas nas Figuras (2.11) e (2.12), respectivamente.



Figura 2.11 - Representação da equação DGLAP para o setor de quarks.

Desta forma, as Equações (2.51) e (2.52) são as conhecidas equações de evolução DGLAP.

De acordo com a QCD perturbativa é somente via equações de evolução DGLAP que se determina a evolução das distribuições de pártons, sendo as condições iniciais para tal



Figura 2.12 - Representação da equação DGLAP para o setor de glúons.

evolução pertencentes à região não perturbativa. As condições iniciais devem ser obtidas de forma experimental para uma determinada escala de momento. No entanto, como as distribuições partônicas são universais (independente do processo considerado), ao se obter uma condição inicial, pode-se usar as equações DGLAP como ferramenta para determinar seu valor para outras virtualidades e utilizá-las no cálculo do processo de interesse [30].

Colisões em altas energias envolvendo prótons podem fornecer informações sobre as PDFs do próton, por exemplo: espalhamento elétron-próton e elétron-nêutron de alvo fixo; dados de colisão elétron-próton de alta energia; dados de espalhamento de neutrino-núcleon; dados de colisão pp de alta energia do Tevatron; e dados de colisão de pp de energia muito alta do LHC. Informações complementares acerca das PDFs são obtidas em diferentes medições experimentais, por exemplo: os dados de espalhamento de neutrinos fornecem uma medida direta do conteúdo  $\bar{u}(x,Q^2)$  e  $\bar{d}(x,Q^2)$  do próton, e os dados de colisão ppfornecem informações sobre a PDF do glúon,  $g(x,Q^2)$  [1]. Das muitas medições experimentais, as PDFs para os prótons são extraídas e o caráter complementar das diferentes medidas fornecem restrições pouco flexíveis para as PDFs.

Diferentes grupos fornecem diferentes parametrizações para as PDFs, alguns exemplos são encontrados nas Referências [31–33], as quais são obtidas de análises globais através do uso de dados de uma ampla gama de processos de espalhamento, associadas a cálculos teóricos da DGLAP considerando termos de mais alta ordem em  $\alpha_S$  [34]. Aqui é utilizada a parametrização do grupo CTEQ6 [35] para apresentar, nos gráficos a seguir, as predições do conteúdo de pártons no próton para virtualidades  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ .

Os gráficos apresentados nas Figuras (2.13a) e (2.13b) mostram que existem conteúdos de quarks e glúons no interior do próton, e concordam que na região de grande x a estrutura hadrônica apresenta uma concentração dos momentos nos quarks de valência, isto é, o que se observa nesta região são os dois quarks up e um quark down. A diferença entre os gráficos está na região de pequeno x. Embora o gráfico para  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  (Figura (2.13a)) mostre que o conteúdo de glúons é maior que o de quarks nesta região, quando se



Figura 2.13 - Distribuição de pártons, especificamente quarks leves e glúons, no interior do próton de acordo com as parametrizações CTEQ6, para (a)  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  e (b) $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ .

eleva o poder de resolução, ou seja, quando é observado, por exemplo, em  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ (Figura (2.13b)) é revelado que o conteúdo de glúons é na verdade muitas vezes maior que o conteúdo de quarks. Além disso, os glúons carregam frações muito pequenas do momento total do próton. A conclusão é: a utilização de um fóton suficientemente energético (por exemplo,  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ ) para sondar a estrutura do próton, acessa um regime que é densamente "populado" por glúons, isto é, a distribuição gluônica domina a dinâmica em altas energias. Sendo assim, os gráficos apresentados na Figura (2.14) mostram apenas a distribuição de glúons com um comparativo entre dois grupos, CTEQ6 e MSTW [36], em virtualidades  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ , também é mostrada a banda de incerteza da parametrização MSTW. Cabe ressaltar que, para a parametrização CTEQ6 não há banda de incerteza, uma vez que esse grupo somente passou a fornecer a estimativa de incerteza de suas predições em versões mais recentes da parametrização CTEQ.

Observa-se que, em grandes valores da virtualidade  $Q^2$  os grupos relativamente concordam quanto ao conteúdo de glúons no interior do próton. Por outro lado, há uma grande incerteza sobre o conteúdo de glúons em baixos valores de  $Q^2$ , com a incerteza acentuando na região de pequenos valores de x. Este fato fica ainda mais evidente ao observar a banda de incerteza da parametrização MSTW, onde, uma vez que para a distribuição gluônica, especialmente na região de pequeno x, não há dados que vinculem esta distribuição precisamente, então o comportamento nessa região não é bem definido, o que justifica a grande incerteza observada. Isto posto, faz-se necessário vincular o comportamento da distribuição gluônica para baixos valores de  $Q^2$  e pequeno x. Uma forma de trabalhar nessa região é investigando a produção dos fótons diretos, assunto discutido no capítulo seguinte. Além disso, é importante salientar que o crescimento da distribuição de glúons para pequeno x não pode persistir indefinidamente, pois implicaria a violação da unitari-



Figura 2.14 - Distribuição de glúons no interior do próton de acordo com as parametrizações CTEQ6 e MSTW e banda de incerteza para a parametrização MSTW, para (a)  $Q = 4 \text{ GeV}^2$  e (b) $Q = 100 \text{ GeV}^2$ .

edade e, portanto, novos efeitos dinâmicos devem fazer-se presentes. A alta densidade de glúons nesta região implica que efeitos não-lineares na dinâmica QCD, não considerados pelas equações DGLAP, tornam-se não desprezíveis e devem ser considerados. Uma importante questão em aberto é a determinação da região cinemática em que estes efeitos não-lineares, os quais afetam o comportamento da distribuição de glúons, são essenciais para descrever o comportamento dos observáveis. Uma das motivações para este estudo da produção de fótons isolados é a possibilidade de vincular a distribuição de glúons e, consequentemente, a dinâmica QCD.

#### 2.5 DIS na representação de dipolo de cor

O formalismo de dipolo de cor é utilizado para estudar o Espalhamento Profundamente Inelástico no regime de pequeno x (altas energias), em especial no referencial de repouso do próton (referencial de dipolo). Aqui, em  $x \to 0$ , o fóton possui energia suficiente para se transformar em um par quark-antiquark, portanto, constituindo um dipolo de cor, que após um tempo suficientemente longo, colide com o alvo que está a uma grande distância. O tamanho transversal do par  $q\bar{q}$  pode ser considerado fixo durante o processo de espalhamento, se o tempo de interação for muito mais curto do que o tempo de vida do par, permitindo uma interpretação do DIS como o espalhamento de um dipolo  $q\bar{q}$  com um núcleon, e a seção de choque do dipolo  $\sigma_{dip}$  descrevendo a interação [37–40]. A amplitude elástica para este processo está representada na Figura (2.15)), a qual representa o modelo de dipolos aplicado ao DIS.

A seguir será apresentada uma discussão sobre as variáveis deste formalismo.



Figura 2.15 - Amplitude de espalhamento elástica para o DIS na representação de dipolos de cor: z é a fração de momento do fóton portada pelo quark e r é o tamanho do dipolo no plano transverso.

No referencial de repouso do alvo, o quadrimomento do fóton é

$$q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2}), \tag{2.55}$$

sendo  $\nu = k - k'$  (k é momento do quark e k' do antiquark) e lembrando que  $Q^2 = -q^2$  (conforme visto no tópico 2.2.1, Equação (2.8)). Usando as variáveis do cone de luz  $(q^+, k, \vec{k})$ , pode-se escrever os momentos do fóton virtual (q), do quark (k) e do antiquark(k'):

$$q = \left(q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, \vec{0}\right);$$
(2.56)

$$k = \left(zq^+, \frac{k^2}{2zq^+}, \vec{k}\right); \tag{2.57}$$

$$k' = \left[ (1-z)q^+, \frac{k^2}{2(1-z)q^+}, \vec{k} \right];$$
(2.58)

com z sendo a fração de momento do fóton carregada pelo quark e (1 - z) a fração de momento do fóton que o antiquark carrega. Além disso,

$$M^{2} = (k+k')^{2} = \frac{k^{2}}{z(1-z)},$$
(2.59)

é a massa invariante do par  $q\bar{q}$ .

Pelo princípio da incerteza é possível estimar o tempo de vida do par  $(\tau_f)$ :

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E},$$
(2.60)

 $\operatorname{com} \Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*},$ sendo

$$E_{par} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ q^+ + \frac{k^2}{2z(1-z)q^+} \right]$$
(2.61)

е

$$E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right].$$
 (2.62)

Desta forma, o termo  $\Delta E$  pode ser reescrito como

$$\Delta E = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} \left[ Q^2 + \frac{k^2}{z(1-z)} \right],$$
(2.63)

e em  $Q^2 \geq M^2$ 

$$\Delta E \approx \frac{Q^2}{\sqrt{2}q^+} = m_N x. \tag{2.64}$$

Portanto, o tempo de vida do par (2.60) pode ser reescrito como

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x}.$$
(2.65)

Conclui-se então que, para  $x \to 0$ , o tempo de vida do par  $(\tau_f)$  é muito maior que o tempo característico de interação  $\tau_{int} \sim R_p$  ( $R_p$  sendo o raio do alvo, neste caso é o próton). Isso permite uma interpretação do DIS na região de pequeno x como sendo o espalhamento de um dipolo colorido  $q\bar{q}$  com um nucleon. A seguir, é desenvolvida a representação de dipolos com a descrição de processos inclusivos que, juntamente do exposto até aqui, levará a uma descrição da seção de choque do espalhamento inclusivo fóton-próton de acordo com o formalismo de dipolos de cor.

Agora será representada a matriz de transição que descreve o espalhamento elástico e difrativo (dois autoestados) de um hádron N por T, supondo que a amplitude de espalhamento seja puramente imaginária: T = iD, com D sendo real. Considerando uma base de estados hadrônicos físicos  $|i\rangle$  com os mesmos números quânticos. O espalhamento difrativo leva um desses estados em outro e o espalhamento elástico leva cada estado nele mesmo. Desta forma, a amplitude para a transição difrativa,  $|k\rangle \rightarrow |i\rangle$ , é descrita por  $D_{ik} = \langle k|D|i\rangle$ . E os elementos da diagonal  $D_{ii} = \langle i|D|i\rangle$  são as amplitudes elásticas [41].

Introduzindo o conjunto completo de autoestados de D:

$$D|\alpha\rangle = d_{\alpha}|\alpha\rangle,\tag{2.66}$$

onde o autovalor  $d_{\alpha}$  é proporcional à seção de choque total para o espalhamento  $\alpha N$ ,  $\sigma_{\alpha}$ . A

relação entre a seção de choque total e a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica (dada pelo teorema ótico [42]) é dada por

$$\sigma_{\alpha} \equiv \sigma_{tot}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im}[\langle \alpha | iD | \alpha \rangle] = \frac{1}{s} \text{Im}[i \langle \alpha | \alpha \rangle d_{\alpha}] = \frac{1}{s} d_{\alpha}.$$
 (2.67)

Expandindo o estado físico  $|i\rangle$  em termos da base  $|\alpha\rangle$  de autoestados de D:

$$|i\rangle = \sum_{\alpha} |\alpha\rangle \langle \alpha |i\rangle = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} |\alpha\rangle, \qquad (2.68)$$

da mesma forma para  $\langle k |$ :

$$\langle k| = \sum_{\beta} \langle k|\beta \rangle \langle \beta| = \sum_{\beta} c_{k\beta}^* \langle \beta|.$$
(2.69)

A partir das duas equações acima os elementos de matriz do operador D podem ser escritos como

$$D_{ik} = \langle k|D|i \rangle = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta|D|\alpha \rangle = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta|\alpha \rangle d_{\alpha}$$
$$= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \delta_{\alpha\beta} d_{\alpha} = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} c_{k\alpha}^* d_{\alpha}, \qquad (2.70)$$

e a amplitude elástica (elementos da diagonal) fica:

$$D_{ii} = \langle i|D|i\rangle = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* d_{\alpha} = \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 d_{\alpha}, \qquad (2.71)$$

assim, a seção de choque total do espalhamento iN (2.67) pode ser reescrita como [41]

$$D_{tot}^{iN} = \frac{1}{s} D_{ii} = \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \frac{d\alpha}{s} = \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \sigma_{\alpha}.$$
 (2.72)

O valor esperado do operador  $\mathcal{O}$  no estado  $|i\rangle$  é

$$\langle \mathcal{O} \rangle \equiv \langle i | \mathcal{O} | i \rangle, \tag{2.73}$$

ao expandir nos autoestados de D:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \langle i | \beta \rangle \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle \langle \beta | i \rangle = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle, \qquad (2.74)$$

se  $\mathcal{O}$  é um operador diagonal na base  $|\alpha\rangle$ :

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \alpha \rangle = \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \mathcal{O}_{\alpha}.$$
(2.75)

Assim, ao comparar (2.72) com (2.75):

$$\sigma_{tot}^{iN} = \langle \sigma_{\alpha} \rangle, \tag{2.76}$$

indicando que a seção de choque de um espalhamento iN expressa-se em termos do valor esperado da seção de choque de interação do autoestado  $\alpha$  com o alvo [41].

O formalismo visto até aqui pode ser usado para descrever o DIS em termos de dipolos de cor. No formalismo de dipolos de cor o autoestado  $|\alpha\rangle$  definido anteriormente será identificado com o estado de Fock  $q\bar{q}$ , que por sua vez é o estado no qual o fóton flutua antes de encontrar o alvo.  $\sigma_{\alpha}$  será a seção de choque de espalhamento dipolo-próton,  $\sigma_{dip}(x,r)$ , e o valor esperado da seção de choque do espalhamento  $\sigma_{\alpha}$  (aqui identificada como  $\sigma_{dip}$ ) pode ser escrito somando dipolos de todos tamanhos e com qualquer divisão de fração de momento do fóton (entre  $q \in \bar{q}$ , de z = 0 a z = 1), sendo tal quantidade mediada pela função de onda do fóton, isto é [41],

$$\langle \sigma_{L,T}^{dip}(x,Q^2) \rangle = \int_0^1 dz \int d^2r |\Psi_{L,T}(z,r)|^2 \sigma_{dip}(x,r),$$
 (2.77)

com r sendo o raio transversal do par  $q\bar{q}$ , z a fração de momento do fóton carregada pelo quark,  $\bar{z} = (1 - z)$  seria a fração de momento do fóton carregado pelo antiquark,  $\Psi_{L,T}$  a função de onda que descreve a flutuação do fóton em um dipolo colorido e  $\sigma_{dip}$  a seção de choque da interação entre o par e o alvo [30, 41]. Nikolaev e Zakharov [37–39] e posteriormente Mueller [40, 43, 44] mostram que a Equação (2.77) é valida, bem como, expressaram em seus trabalhos a validade da abordagem de dipolo de cor. Além disso,  $|\Psi_{L,T}(z,r)|^2$  pode ser escrito em termos das funções de Bessel modificadas de segundo tipo  $(K_0 \in K_1)$  e de  $\epsilon^2 = Q^2 z \bar{z} + m_f^2$ , com  $L \in T$  representando, respectivamente, a polarização longitudinal e transversal do fóton. As relações que surgem disto são a probabilidade do fóton virtual flutuar em um par  $q\bar{q}$ :

$$|\Psi_L(z,r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 \bar{z}^2 K_0^2(\epsilon r)$$
(2.78)

е

$$|\Psi_T(z,r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [(z^2 + \bar{z}^2)\epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r)].$$
(2.79)

A quantidade  $\sigma_{dip}(x,r)$  dada na equação (2.77) é a seção de choque da interação do par  $q\bar{q}$  com o alvo, e é dada por

$$\sigma_{dip}(x,r) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2k}{k^4} \alpha_S f(x,k^2) (1 - e^{ik \cdot r}), \qquad (2.80)$$

sendo  $f(x,k^2)$  a distribuição gluônica não integrada, que possui relação com a distribuição gluônica usual via

$$f(x,k^2) = \frac{\partial g(x,k^2)}{\partial \ln k^2},\tag{2.81}$$

indicando que a seção de choque de dipolo carrega a dinâmica do processo. Considerando o limite de pequenos dipolos, pode-se escrever [41,45]:

$$\sigma_{dip}(x,r) \sim r^2 \alpha_S(r) x g(x, 1/r^2). \tag{2.82}$$

Finalmente, fazendo uso de (2.76) e (2.77), pode-se escrever o espalhamento inclusivo fóton-próton de acordo com o formalismo de dipolos de cor:

$$\sigma_{L,T}^{\gamma p}(x,Q^2) \equiv \int_0^1 dz \int d^2 r |\Psi_{L,T}(z,r)|^2 \sigma_{dip}(x,r).$$
(2.83)

A produção de fótons, que é um observável de interesse neste trabalho, depende particularmente do termo  $\sigma_{dip}(x,r)$ , que por sua vez depende do seu tratamento. Desta forma, no tópico a seguir serão estudados alguns diferentes modelos que levam em conta os efeitos não lineares. Salientando que os dados para o DIS podem ser utilizados para vincular o comportamento da seção de choque de dipolo e, consequentemente, do tratamento da dinâmica QCD para pequenos valores de x.

#### 2.6 Condensado de Vidros Coloridos e modelos fenomenológicos

O Condensado de Vidros de Cor (Color Glass Condensate - CGC) é uma teoria efetiva da QCD que visa descrever as interações entre os pártons em sistemas com alta densidade gluônica, portanto, em altas energias. Dada a necessidade de desenvolver uma teoria da saturação, o CGC origina-se a partir da abordagem proposta por Venugopalan e McLerran para tratar o campo de glúons no regime de altas densidades de pártons [46–48]. Iancu, Leonidov e McLerran [49] propõem que o CGC seria uma nova forma de matéria, um denso condensado de glúons, que controla as propriedades das interações hadrônicas com energias muito altas. O nome CGC faz alusão as principais características do sistema que a teoria descreve: tem "cor", visto que é um sistema composto por glúons; é "vidro", uma vez que sua dinâmica interna está congelada, isto é, o sistema como um todo não varia durante as escalas de tempo envolvidas no espalhamento; é "condensado", porque o sistema se caracteriza por um grande número de ocupação e fortes campos coloridos clássicos. Além disso, a alta densidade e a liberdade assintótica implicam que o CGC é fracamente acoplado.

A discussão anterior, para as soluções da equação DGLAP, revela que a dinâmica de interações fortes, em altas energias (pequeno x), é densamente populada por glúons. Sendo assim, a descrição de  $\sigma_{dip}(x,r)$  deve considerar que a densidade gluônica cresce quando: mantendo x fixo eleva-se  $Q^2$  para altos valores, bem como, quando ao considerar um valor fixo de  $Q^2$  a medida que se reduz x para valores cada vez menores. Em um regime de alta densidade de glúons espera-se uma sobreposição dos mesmos, uma saturação, na qual as equações de evolução linear da QCD sejam invalidadas. Este é o ponto de transição entre uma dinâmica linear para uma não linear. A dinâmica não linear seria caracterizada por uma escala de saturação  $Q_s$ , onde, para  $Q^2 \sim Q_s^2$  o efeito não linear de saturação passa a ser de extrema relevância.

Modelar a função de glúons não integrada, de forma razoavelmente precisa, é uma dificuldade que surge no cálculo da seção de choque  $\sigma_{dip}$  (seção de choque de espalhamento efetivo do dipolo de cor com separação transversa fixa, Equação (2.80)). Esta dificuldade pode ser contornada com a inserção de uma forma paramétrica. Onde a característica principal desses modelos parametrizadores é a interpolação da região de pequena separação transversa (descrita pela pQCD) e a região de grande separação transversa (descrita pela QCD não perturbativa). É importante lembrar que toda a informação acerca do alvo e a correspondente física da QCD está contida na seção de choque de dipolos. No formalismo CGC,  $\sigma_{dip}$  é calculada usando

$$\sigma_{dip}(x,r) = 2 \int d^2 b \mathcal{N}(x,r,b), \qquad (2.84)$$

com *b* sendo o parâmetro de impacto e  $\mathcal{N}$  denotando a amplitude de espalhamento dipoloalvo, que carrega toda a informação sobre o espalhamento hadrônico para um determinado parâmetro de impacto. Pode-se escrever  $\mathcal{N}$  em uma forma fatorizada

$$\mathcal{N}(x,r,b) = \mathcal{N}(x,r)S(b), \qquad (2.85)$$

com a dependência em *b* contida na função *S*. É importante ressaltar que a equação acima indica que a amplitude de espalhamento de dipolo é invariante translacional, ou seja, é invariante em toda a região transversal do hádron, o alvo é homogêneo. Ao usar (2.85) em (2.84) pode-se integrar a função *S* e obter um parâmetro constante  $\sigma_0 = 2\pi R_p^2$ , desta forma, reescrevemos a Equação (2.84) como

$$\sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \mathcal{N}(x,r). \tag{2.86}$$

O termo  $\sigma_0$  está relacionado à QCD não perturbativa e é um parâmetro arbitrário, logo, é definido de uma forma capaz de descrever os dados experimentais.

Conforme mencionado anteriormente, a amplitude de espalhamento  $\mathcal{N}(x,r)$  carrega toda a informação sobre o alvo e a física de interação forte. Na física do CGC, a amplitude pode ser obtida através da equação Balitsky-Kovchegov (BK) [16, 17]. A equação BK independente do parâmetro de impacto pode ser escrita como [50, 51]:

$$\frac{\partial \mathcal{N}(r,x)}{\partial \ln(x_0/x)} = \int d\vec{r}_1 K(\vec{r},\vec{r}_1,\vec{r}_2) [\mathcal{N}(r_1,x) + \mathcal{N}(r_2,x) - \mathcal{N}(r,x) - \mathcal{N}(r_1,x)\mathcal{N}(r_2,x)] \quad (2.87)$$

onde  $\mathcal{N}(r,x)$  é a amplitude de espalhamento para um dipolo  $q\bar{q}$ , de tamanho  $r \equiv |\vec{r}|$ , no alvo. Além disso, as quantidades  $r_1$  e  $r_2$  são dadas em termos das localizações do quark e do antiquark, que se escrevem:

$$\vec{r} = \vec{x} - \vec{y}, \qquad \vec{b} = \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2}, \qquad \vec{r}_1 = \vec{x} - \vec{z}, \qquad \vec{r}_2 = \vec{y} - \vec{z},$$
 (2.88)

sendo  $\vec{x}$  a posição do quark e  $\vec{y}$  a posição do antiquark, no espaço transversal em relação ao centro do alvo [30].

A interpretação probabilística para a equação BK é a que se segue: quando observado com uma energia maior, isto é, quando evolui em  $\ln(x_0/x)$  (sendo  $x_0$  o valor inicial de x) o dipolo "pai", com final  $(\vec{x}, \vec{y})$ , emite um glúon, que no limite de grande  $N_c$  corresponde a mais um par  $q\bar{q}$ , de forma que após o aumento de energia temos dois dipolos, com finais  $(\vec{x}, \vec{z}) \in (\vec{z}, \vec{y})$ . A probabilidade de emissão  $K(\vec{r}, \vec{r_1}, \vec{r_2})$  é multiplicada pela probabilidade de espalhamento dos dois novos dipolos  $\mathcal{N}(r_1, x) \in \mathcal{N}(r_2, x)$  subtraindo-se da probabilidade do espalhamento com o dipolo "pai" $\mathcal{N}(r, x)$ . O termo não linear  $\mathcal{N}(r_1, x)\mathcal{N}(r_2, x)$  é subtraído para evitar uma contagem dupla, uma vez que a probabilidade de ambos se espalharem simultaneamente é dada por  $\mathcal{N}(r_1, x) + \mathcal{N}(r_2, x)$ . A evolução descrita acima pode ser vista como um impulso (boost) em  $\ln(x_0/x)$  (consequentemente, em energia) [30, 50, 51].

Quanto ao núcleo (kernel) de evolução, incluindo correções de acoplamento em execução, é proposta por Balitsky [52] como:

$$K^{Bal}(\vec{r},\vec{r_1},\vec{r_2}) = \frac{N_c \alpha_s(r^2)}{2\pi^2} \left[ \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{1}{r_2^2} \left( \frac{\alpha_s(r_1^2)}{\alpha_s(r_2^2)} - 1 \right) \right],$$
(2.89)

que leva a resultados mais coerentes com os dados de DIS na região de pequeno x [53].

Como a amplitude de espalhamento  $\mathcal{N}(x,r)$  carrega toda a informação sobre o alvo e a física de interação forte. É importante estudar os modelos que consideram o conceito de saturação gluônica, de onde surgem algumas propriedades interessantes, e são entendidos como parametrizações para a amplitude de espalhamento dipolo-hádron.

Conforme visto anteriormente, na física do CGC, a amplitude pode ser obtida através da equação BK. Desta forma, pode-se usar o modelo rcBK, que é uma abordagem para calcular a amplitude do espalhamento dipolo-hádron considerando a equação BK e a constante de acoplamento variável, juntamente do núcleo (kernel) de evolução de Balitsky (2.89). A equação BK nesses moldes é uma equação integro-diferencial não linear, sem solução analítica. Neste trabalho, serão usadas as soluções numéricas da rcBK, utilizando os resultados obtidos para a amplitude  $\mathcal{N}$  levando em conta uma condição incial baseada no modelo GBW:

$$\mathcal{N}(r, x = x_0) = 1 - \exp\left[-\frac{(r^2 Q_{s0}^2)^{\gamma}}{4}\right],$$
(2.90)

com  $Q_{s0}$  sendo a escala de saturação inicial e  $\gamma$  a dimensão anômala que regula a velocidade com a qual  $\mathcal{N}$  trânsita da região de baixa densidade (ou diluída) para a região de alta densidade com a variação de r, isto é, controla a inclinação da queda da amplitude do dipolo com r [50]. Esse modelo é interessante principalmente devido prover uma solução numérica da equação BK, porém, essa solução é usada como um ajuste válida apenas em x < 0,01.

Além da solução rcBK, aqui também é considerado o modelo fenomenológico de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [54], que se baseia na ideia de saturação a fim de descrever dados de DIS na região de pequeno x e é um dos primeiros usado para a seção de choque de dipolos. Esse é um modelo puramente fenomenológico, ou seja, não tem como base equações de evolução, e sua amplitude de espalhamento dipolo-próton é denotada por

$$\mathcal{N}(x,r) = 1 - \exp\left(-\frac{[Q_s(x)r]^2}{4}\right),\tag{2.91}$$

com  $Q_s(x)$  sendo a escala de saturação dependente de x e definida por

$$Q_s^2(x) = Q_0^2 (x_0/x)^{\lambda}.$$
(2.92)

A seção de choque dipolo-hádron já é conhecida; Equação (2.86):  $\sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \mathcal{N}(x,r)$ . As quantidades  $\sigma_0$ ,  $\lambda \in x_0$  são parâmetros livres que podem ser ajustados a partir dos dados de DIS, os quais, neste trabalho, atribuímos os mesmos valores de parâmetros propostos no trabalho original ( $\sigma_0 = 23,03$  mb,  $\lambda = 0,288$ ,  $x_0 = 3,04 \times 10^{-4}$ ). Além disso, a quantidade  $Q_0$  ajusta a dimensão (assume-se  $Q_0 = 1$  GeV). Neste modelo, a massa efetiva dos quarks leves  $(u,d \in s), m = 0,14$  GeV, é um parâmetro livre adicional e seria uma entrada não perturbativa do modelo GBW. O modelo GBW apresenta dois comportamentos assintóticos: tranparência à cor em pequenos valores de  $r (\sigma_{dip} \sim r^2)$ ; saturado em grandes valores de  $r (\sigma_{dip} \sim \sigma_0)$ .

É importante esclarecer que, neste trabalho, é considerada uma solução rcBK com acoplamento variável, obtida na Referência [50], como um modelo alternativo para a seção de choque dipolo-próton, denotado como AAMQS a seguir. Da mesma forma, suas condições iniciais foram restringidas por um ajuste aos dados de DIS no HERA. Finalmente, também será utilizado outro modelo fenomenológico de saturação para  $\sigma_{dip}(x,r)$  baseado na abordagem CGC [55]:

$$\sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \times \begin{cases} \mathcal{N}_0(rQ_s/2)^{2[\gamma_s + (\ln(2/rQ_s)/k\lambda Y)]}, & \text{para} & rQ_s \le 2, \\ 1 - \exp^{-A\ln^2(BrQ_s)}, & \text{para} & rQ_s > 2 \end{cases}$$
(2.93)

para comparação e para estimar a sensibilidade das previsões apresentadas neste trabalho à dinâmica dos efeitos de saturação. Aqui,  $k = \chi''(\gamma_s)/\chi'(\gamma_s)$ , onde  $\chi$  é a função característica LO BFKL, e os coeficientes A e B são determinados exclusivamente a partir da condição de continuidade para a seção de choque do dipolo e sua derivação em relação a  $rQ_s$  em  $rQ_s = 2$ .

Uma vez introduzidos alguns diferentes modelos fenomenológicos agora será realizado uma discussão acerca da amplitude de espalhamento de dipolo  $\mathcal{N}(x,r)$  em função do tamanho do dipolo ao quadrado  $r^2$ , considerando diferentes valores de energia. Possibilitando a observação do comportamento da transição entre o regime linear e o não linear: os gráficos apresentados na Figura (2.16) explicitam uma concordância entre os modelos para pequenos e grandes valores de  $r^2$ , enquanto que diferem na transição dos regimes. Ou seja, os modelos utilizados divergem quanto à região de  $r^2$  em que se alcança o ponto de saturação. Especificamente, o modelo AAMQS é quem tem a transição mais suave e o modelo GBW a mais acentuada, tanto para  $x = 10^{-3}$  quanto para  $x = 10^{-6}$ .

Embora a seção de choque do dipolo do alvo próton seja bem restrita e testada por ampla fenomenologia ep e pp, no caso de um alvo de núcleo pesado, os dados não são tão precisos quanto os do próton, enquanto a modelagem da seção de choque do dipolo correspondente ainda é objeto de debates contínuos. Uma alternativa possível presente em vários estudos na literatura é considerar a abordagem de Glauber-Mueller (GM) [56, 57], com base na retomada de todos os múltiplos diagramas de reabsorção elástica para a propagação de dipolo  $q\bar{q}$  através do alvo do núcleo. Neste modelo, a seção de choque dipolo-núcleo pode



Figura 2.16 - Amplitude  $\mathcal{N}(x,r)$  para diferentes modelos em dois valores de x.

ser escrita como

$$\sigma_{dip}^{A}(x,r) = 2 \int d^{2}b_{A} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_{dip}(x,r)T_{A}(b_{A})\right] \right\}$$
(2.94)

onde  $T_A(b_A)$  é a função de espessura nuclear que é tipicamente obtida da distribuição Woods-Saxon para a densidade nuclear normalizada para a massa atômica A, e  $b_A$  é o parâmetro de impacto do dipolo em relação ao centro do núcleo. Outra possibilidade é (novamente) considerar uma solução rcBK com acoplamento variável, mas agora considerando o caso nuclear discutido, por exemplo, nas Referências [58,59], que leva em conta as mútuas interações gluônicas entre o dipolo e o núcleo. Essas duas abordagens incluem diagramas diferentes e têm previsões distintas para o início dos fenômenos de saturação.

# 2.7 Conclusões

Neste capítulo foi realizada uma breve revisão sobre a QCD, apontando suas principais características e, também, foi estudado os elementos básicos do DIS, que é a forma de acessar a estrutura hadrônica. Estrutura esta que está no escopo do modelo quark-párton (ou modelo de pártons), no qual se considera o párton como sendo uma partícula sem estrutura, existente no interior hadrônico e proveniente da sondagem hadrônica em altas energias utilizando DIS lépton-núcleon. Trazendo consigo a chamada "propriedade de escalonamento", onde é observado que a estrutura hadrônica é função apenas da fração de momento carregada pelos pártons. Além disso, também foi apresentada a dinâmica DGLAP, que são equações de evolução para descrição da distribuição partônica no interior dos núcleons. As equações DGLAP permitem a verificação de que os glúons, embora carreguem frações muito pequenas do momento total do hádron, são preponderantes na região de pequeno x. É importante ressaltar que há um desacordo entre os grupos de parametrizações das PDFs, quanto ao conteúdo de glúons na região de pequeno x e baixo  $Q^2$ , o que mostra a necessidade de vincular o comportamento da distribuição gluônica nessa região. Além disso, foi apresentada a descrição do DIS no formalismo de dipolos, em que a dinâmica QCD determina o comportamento da seção de choque dipolo-próton. Foi demonstrado que, em ordem dominante, esta quantidade relaciona-se com a distribuição de glúons. Tal formalismo permite incluir de uma forma mais simples os efeitos não-lineares associados à alta densidade de glúons no regime de pequeno x. Também, foi revisado o formalismo do Condensado de Vidros de Cor e a equação BK, a qual generaliza a equação DGLAP para pequeno x e leva em consideração os efeitos de física de saturação preditos para estarem presentes para altas energias. Ainda, foi apresentada a solução da equação BK e comparado suas predições para a amplitude de espalhamento dipolo-próton com aquelas preditas por dois modelos fenomenológicos que serão usados nesta dissertação. No próximo capítulo, serão apresentados os conceitos básicos necessários à descrição de fótons isolados em colisões hadrônicas.

# 3 PRODUÇÃO DE FÓTONS NA FATORIZAÇÃO COLINEAR

A produção de fótons, especificamente de fótons isolados, é o interesse deste estudo. A investigação do interior hadrônico via fótons diretos possibilita testar a Cromodinâmica Quântica perturbativa bem como vincular as PDFs. O objetivo deste capítulo é introduzir os conceitos fundamentais acerca da produção dos fótons, revisar o formalismo colinear e mostrar onde esse observável é sensível a produção dos fótons isolados. Desta forma, em relação ao formalismo colinear, a análise aqui presente descreve o estudo dos fótons isolados na região cinemática acessível no Grande Colisor de Hádrons (Large Hadron Collider - LHC), especificamente para  $\sqrt{s} = 7$  e 14 TeV. Essa mesma análise foi estendida para o Futuro Colisor Circular (Future Circular Collider - FCC) ( $\sqrt{s} = 100$  TeV) e pode ser encontrado no Apêndice B.

#### 3.1 Fótons isolados

A produção de fótons pode ser categorizada em dois grupos: os fótons "não diretos", aqueles que são produzidos a partir de decaimentos secundários; e os fótons "diretos", que são produzidos de forma direta a partir das interações entre os pártons, ou seja,

$$\gamma_{tot} = \gamma_{dir} + \gamma_{dec}. \tag{3.1}$$

O grupo dos fótons diretos é composto a partir da contribuição de três tipos de produção de fótons: produção dos fótons oriundos de um mecanismo do tipo "dois para dois" ( $\gamma_{2\rightarrow 2}$ ), isto é, quando a partir da colisão entre duas partículas se produz outras duas partículas sendo uma delas um fóton; produção de fótons por fragmentação ( $\gamma_{frag}$ ), onde os fótons são originados a partir da fragmentação de um outro párton advindo da colisão hadrônica; e a produção de fótons térmicos ( $\gamma_{term}$ ), que são mais comuns em colisões nucleares, dado que há materia suficiente para produzir efeitos térmicos. Portanto, o termo  $\gamma_{dir}$  da equação (3.1) pode ser escrito como

$$\gamma_{dir} = \gamma_{2 \to 2} + \gamma_{frag} + \gamma_{term}. \tag{3.2}$$

Para este estudo interessa especificamente os fótons produzidos diretamente, que emergem inalterados do processo de colisão hadrônica, ou seja, os fótons diretos produzidos pelo mecanismo do tipo "dois para dois", também ditos como "isolados". Uma vez que estes possuem menos subprocessos envolvidos que as demais formas de produção, eles fornecem a possibilidade de sondar com clareza a dinâmica do espalhamento duro. Em teoria, quanto menos subprocessos envolvidos na produção dos fótons diretos e quanto mais bem compreendido o acoplamento pontual do fóton ao quark e o glúon, mais facilmente poderão ser realizados os cálculos pQCD em ordem superior. Experimentalmente, os fótons podem ser claramente identificados e suas energia e direção podem ser mensuradas com boa precisão. Portanto, temos a possibilidade de uma comparação incisiva entre teoria e experimento, assim, temos que o estudo dos fótons diretos em colisões hadrônicas, em grande momento transverso, caracteriza-se como um bom teste para as predições da pQCD [60,61].

A seção de choque do fóton isolado é muito sensível ao conteúdo de glúons no interior hadrônico, devido a contribuição dominante do espalhamento duro de quark-glúon (conforme explanado nos tópicos seguintes) em ordem dominante nas colisões próton-próton e próton-antipróton. Assim, contrastando com o experimento de Espalhamento Profundamente Inelástico (Deep Inelastic Scattering - DIS), onde a peça principal é o quark, e o glúon surge como efeitos de ordem secundária. Desta forma, a seção de choque do fóton isolado tem a importância de delimitar o conteúdo de glúons juntamente com dados de DIS.

Os fótons diretos  $\gamma_{2\to2}$ , em ordem dominante (Leading Order - LO), podem ser produzidos através dos subprocessos: espalhamento Compton quark-glúon ( $qg \to g\gamma$ ), espalhamento aniquilação quark-antiquark ( $q\bar{q} \to q\gamma$ ) ou via aniquilação puramente eletromagnética quark-antiquark ( $q\bar{q} \to \gamma\gamma$ ), conforme representados nos diagramas da Figura (3.1).



Figura 3.1 - Produção de fótons diretos  $\gamma_{2\to 2}$  por: (a) espalhamento Compton  $qg \to g\gamma$ ; (b) aniquilação  $q\bar{q} \to g\gamma$ ; (c) aniquilação puramente eletromagnética quark-antiquark  $q\bar{q} \to \gamma\gamma$ .

Tanto o espalhamento Compton quanto o aniquilação são os subprocessos que podem produzir um único fóton, enquanto que o subprocesso de aniquilação puramente eletromagnético pode produzir dois fótons. Uma vez que a constante de acoplamento  $\alpha_{em}$  do fóton é da ordem de 1/137, o processo  $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$ , por produzir dois fótons é de ordem  $O(\alpha^2)$  e então contribui muito menos que os dois primeiros que são da ordem  $O(\alpha \alpha_S)$ . Portanto, neste trabalho, não é considerada a contribuição do espalhamento  $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$ . Além disso, conforme será demonstrado a seguir, tem-se que o espalhamento Compton é diretamente sensível a densidade de glúons no interior hadrônico, e devido a existência de uma grande quantidade de glúons com pequena fração de momento (em pequeno x) neste interior, o espalhamento Compton é o mecanismo QCD dominante na produção dos fótons diretos. Assim, a produção de fótons diretos fornece uma sonda bastante sensível da distribuição de glúons. Conforme será explicitado nos tópicos seguintes, o espalhamento  $qg \rightarrow q\gamma$  é o que mais contribui (muito mais que o espalhamento  $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ ) para a produção de fótons isolados sobre a maior parte da região cinemática em colisões próton-próton. O processo aniquilação tem uma contribuição muito pequena na produção de fótons em pequeno x, mas a medida que se observa em regiões de x mais elevadas, sua contribuição é um pouco mais substancial [13,61].

Aqui, é importante ressaltar que, experimentalmente o processo de produção de fótons diretos (especificamente os do tipo  $\gamma_{2\rightarrow2}$ , neste caso o Compton e o aniquilação), pode ser acessado e diferenciado em meio aos demais processos de produção (vide equações (3.1) e (3.2)), que agora passam a ser os "eventos de fundo" [61] do qual os fótons  $\gamma_{2\rightarrow2}$ serão isolados. Essa identificação usada na análise dos fótons diretos é baseada em três etapas: (i) reconstrução das partículas no calorímetro; (ii) identificação de fótons através de cortes combinados entre faixas e estudo da forma do chuveiro produzida pela partícula; (iii) seleção de fótons isolados [62].

## 3.2 Fótons isolados na fatorização colinear

Pela pQCD, a seção de choque diferencial da produção inclusiva de fótons isolados únicos, de momento transverso  $p_T$  e pseudorapidez  $\eta$  (há uma relação entre pseudorapidez e rapidez abordada no Apêndice A) pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma}{d\eta dp_T^2} = \frac{d\sigma^{dir}}{d\eta dp_T^2} + \frac{d\sigma^{frag}}{d\eta dp_T^2}$$
(3.3)

Conforme discutido no tópico anterior, a segunda componente da Equação (3.3) pode ser retirada pelo critério de isolamento usado na análise de dados experimentais, o que permite um estudo apenas no componente direto, dado por

$$\frac{d\sigma^{dir}}{d\eta dp_T^2} = \frac{d\sigma_{pp \to \gamma X}}{d\eta dp_T^2}.$$
(3.4)

Visto que em colisões hadrônicas, os fótons reais com alto momento transverso podem



Figura 3.2 - Processo  $A+B \rightarrow c+d+X$  resultante do subprocesso de espalhamento duro  $2 \rightarrow 2$ ,  $a+b \rightarrow c+d$ .

ser usados como uma sonda de curta distância dos hádrons incidentes e a equação da seção de choque do processo de espalhamento estudado é uma ferramenta de extrema importância, é interessante fazer uma discussão detalhada acerca da construção desta equação. Aqui, é importante registrar que a discussão a seguir é baseada em [63], mas é amplamente explorada na literatura da produção de partículas e há alguns detalhes que podem variar na descrição de cada autor. Assim, inicialmente é importante saber que, em geral, o processo exclusivo  $A + B \rightarrow c + d + X$ , representado na Figura (3.2), é descrito pelas variáveis de Mandelstam que são invariantes relativísticos e observáveis experimentais, definidas por

$$s \equiv (p_A + p_B)^2 = 2p_A \cdot p_B, \tag{3.5}$$

$$t \equiv (p_c + p_A)^2 = -2p_c \cdot p_A = -\frac{s}{2} x_T \mathcal{T}_c, \qquad (3.6)$$

$$u \equiv (p_c + p_B)^2 = -2p_c \cdot p_B = -\frac{s}{2} x_T \frac{1}{\mathcal{T}_c},$$
(3.7)

com

$$x_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}} \tag{3.8}$$

е

$$\mathcal{T}_c \equiv \tan\left(\frac{\theta_c}{2}\right),\tag{3.9}$$

sendo  $p_T$  o momento transverso do constituinte c (também do constituinte d, desde que os pártons incidentes sejam paralelos aos hádrons incidentes). Os invariantes "internos", que são os subprocessos  $2 \rightarrow 2$  constituintes, são definidos pelas seguintes variáveis de Mandelstam:

$$\hat{s} \equiv (p_a + p_b)^2 = 2p_a \cdot p_b = x_a x_b s,$$
(3.10)

$$\hat{t} \equiv (p_c - p_a)^2 = -2p_c \cdot p_a = x_a t,$$
(3.11)

$$\hat{u} \equiv (p_c + p_b)^2 = -2p_c \cdot p_b = x_b u,$$
(3.12)

sendo as frações de momento  $p_a = x + ap_A$  e  $p_b = x_b p_B$ . Além disso, a conservação de momento e energia do subprocesso constituinte  $2 \rightarrow 2$ ,

$$p_a + p_b = p_c + p_d, (3.13)$$

garante que  $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ . Logo,  $x_a x_b s + x_a t + x_b u = 0$ , ou seja,

$$x_a = \frac{x_b x_1}{x_b - x_2} \tag{3.14}$$

е

$$x_b = \frac{x_a x_2}{x_a - x_1},\tag{3.15}$$

sendo

$$x_1 = -\frac{u}{s} = \frac{1}{2} x_T \frac{1}{\mathcal{T}_c}$$
(3.16)

е

$$x_1 = -\frac{t}{s} = \frac{1}{2} x_T \mathcal{T}_c, \tag{3.17}$$

e ainda

$$p_T = \frac{tu}{s} = \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}},\tag{3.18}$$

sendo que o invariante  $\hat{t}$  pode ser expresso por

$$\hat{t} = (p_c - p_a)^2 = -2p_c p_a = -s\frac{s}{2}x_T x_a \mathcal{T}_c, \qquad (3.19)$$

ou ainda, usando a Equação (3.13), por

$$\hat{t} = (p_c - p_b)^2 = -2p_d p_b = -s\frac{s}{2}x_T x_b \mathcal{T}_d, \qquad (3.20)$$

com  $\mathcal{T}_c$  dado pela Equação (3.9) e

$$\mathcal{T}_d \equiv \tan\left(\frac{\theta_d}{2}\right).$$
 (3.21)

Das Equações (3.19) e (3.20) para o invariante  $\hat{t}$ , nota-se que

$$x_a \mathcal{T}_c = x_b \mathcal{T}_d, \tag{3.22}$$

e pela conservação de momento longitudinal

$$p_a - p_b = E_c \cos(\theta_c) + E_d \cos(\theta_d), \qquad (3.23)$$

e também

$$x_a - x_b = x_T [\cot(\theta_c) + \cot(\theta_d)].$$
(3.24)

Ao combinar as Equações (3.22) e (3.23) obtêm-se

$$x_a = \frac{1}{2} x_T \left( \frac{1}{\mathcal{T}_c} + \frac{1}{\mathcal{T}_d} \right) \tag{3.25}$$

е

$$x_b = \frac{1}{2} x_T \left( \mathcal{T}_c + \mathcal{T}_d \right), \qquad (3.26)$$

que ao aplicar às Equações (3.10), (3.11) e (3.12) chega-se as seguintes relações:

$$\hat{s} = \frac{s}{4} x_T^2 \left( 2 + \frac{\mathcal{T}_c}{\mathcal{T}_d} + \frac{\mathcal{T}_d}{\mathcal{T}_c} \right), \qquad (3.27)$$

$$\hat{t} = -\frac{s}{4}x_T^2 \left(1 + \frac{\mathcal{T}_c}{\mathcal{T}_d}\right),\tag{3.28}$$

$$\hat{u} = -\frac{s}{4} x_T^2 \left( 1 + \frac{\mathcal{T}_d}{\mathcal{T}_c} \right).$$
(3.29)

A seção de choque experimental externa é dada em termos da seção de choque diferencial dos constituintes,  $d\hat{\sigma}/d\hat{t}$ , por

$$d\sigma = f_a(x_a) dx_a f_b(x_b) dx_b \left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t})\right) d\hat{t}, \qquad (3.30)$$

onde  $f_a(x_a)dx_a$  é a probabilidade de encontrar o constituinte *a* no interior do hádron *A* carregando a fração de momento  $x_a$ , e  $f_b(x_b)dx_b$  é a probabilidade de encontrar o constituinte *b* no interior do hádron *B* carregando a fração de momento  $x_b$ . É através da integração da Equação (3.30) sobre  $\theta_d$  (ou de forma equivalente, sobre  $x_A$ ) que se chega na seção de choque inclusiva da partícula singular  $(A + B \rightarrow c + X)$ . Das Equações (3.14) e (3.15) pode-se calcular o Jacobiano:

$$\frac{\partial(x_b,t)}{\partial(\theta_c,x_T)} = \frac{s}{2} \frac{x_a x_b}{(x_a - x_1)} \frac{x_T}{\sin(\theta_c)}.$$
(3.31)

O invariante diferencial é dado por

$$\frac{d^3p}{E} = dyd^2p_T = \frac{\pi}{2}\frac{sx_T}{\sin(\theta_c)}d\theta_c dx_T,$$
(3.32)
com y sendo a rapidez da partícula c (definida no Apêndice A) e

$$dy = \frac{d\theta_c}{\sin(\theta_c)}.$$
(3.33)

Ao combinar a equação (3.33) com (3.32) pode-se escrever

$$dx_b d\hat{t} = \frac{1}{\pi} \frac{x_a x_b}{(x_a - x_1)} \frac{d^3 p}{E},$$
(3.34)

e também (3.30), uma vez que

$$E\frac{d\sigma}{d^3p}(A+B\to c+X;s,p_T,\theta_c) = \frac{1}{\pi} \int_{x_a^{min}}^{1} dx_a f_a(x_a) f_b(x_b) \\ \times \left(\frac{x_a x_b}{x_a - x_1}\right) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(a+b\to c+d;\hat{s},\hat{t}),$$
(3.35)

com  $x_b = x_a x_2/(x_a - x_1)$ ,  $\hat{s} = x_a x_b s$  e  $\hat{t} = (-s/2) x_a x_T \mathcal{T}_c$ . Além disso, o termo  $x_{min}^a$  é determinado aplicando a configuração  $x_b = 1$  na Equação (3.14), que leva à

$$x_a^{min} = \frac{x_1}{1 - x_2} = \frac{x_T / \mathcal{T}_c}{2 - x_T \mathcal{T}_c}.$$
(3.36)

Se não integrar sobre o ângulo  $\theta_d$ , então

$$dx_a^{min} = (x_a - x_1)dy_d, (3.37)$$

com  $y_d$  sendo a rapidez da partícula d, assim, pode-se escrever a seção de choque duplamente diferencial da seguinte forma:

$$E_c \frac{d\sigma}{d^3 p_c dy_d} (A + B \to c + d + X; s, p_T, \theta_c, \theta_d) = x_a x_b f_a(x_a) f_b(x_b) \frac{1}{\pi} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} (a + b \to c + d, \hat{s}, \hat{t}),$$
(3.38)

sendo  $x_a$  e  $x_b$  fornecidos respectivamente pelas Equações (3.25) e (3.26), e  $\hat{s}$  e  $\hat{t}$  dados respectivamente pelas Equações (3.27) e (3.28).

Somar as principais contribuições logarítimicas do glúon "Bremsstrahlung" converte as funções de estrutura dadas em (3.35) e (3.37) em funções de estrutura dependentes de  $Q^2$ ,  $f_a(x,Q^2)$  e  $f_b(x,Q^2)$ . Essas funções de estrutura satisfazem as equações de evolução

de  $Q^2$ , por exemplo, a Equação (3.35) torna-se:

$$E\frac{d\sigma}{d^3p}(A+B\to c+X;s,p_T,\theta_c) = \frac{1}{\pi} \int_{x_a^{min}}^1 dx_a f_a(x_a,Q^2) f_b(x_b,Q^2) \left(\frac{x_a x_b}{x_a - x_1}\right) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(a+b\to c+d;\hat{s},\hat{t}).$$
(3.39)

A variável Q determina a escala na qual as funções de estrutura  $f(x,Q^2)$  são mostradas, bem como, define a intensidade da força de acoplamento da interação, dada por  $\alpha_s$ . É interessante salientar que, em ordem dominante, há equivalência nas opções em que Qaumenta com a energia do centro de massa párton-párton. Mas, escolhas diferentes afetam os termos além da ordem dominante. Portanto, a melhor opção seria a que minimizasse os termos de ordem superior, fornecendo uma aproximação precisa. No entanto, isso não pode ser decidido sem conhecer os termos além da ordem dominante que, na maioria dos casos, estão além da capacidade de cálculo. Em relação a melhor escolha, algumas suposições:  $Q^2 = 4p_T^2$  e  $Q^2 = s\hat{s}\hat{t}\hat{u}/(\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2)$ . Na grande maioria dos casos, a escolha de  $Q^2$  não faz diferença, uma vez que sempre aparece um conjunto com o parâmetro da QCD  $\Lambda^2$ , ou seja,  $Q^2/\Lambda^2$ , sendo que o valor de  $\Lambda$  ainda é incerto.

A Equação (3.39) é um exemplo da fatorização colinear para qualquer subprocesso. O teorema de fatorização tem como problema básico o cálculo das seções de choque em alta energia. Esse teorema traz que a seção de choque pode ser escrita como uma associação de dois fatores: os teoremas de fatoração permitem derivar previsões para essas seções de choque, separando (fatorando) o comportamento de longa distância e o de curta distância de maneira sistemática, isto é, do regime perturbativo e o não perturbativo. Assim, quase todas as aplicações de QCD perturbativa usam algum tipo de fatorização. Neste sentido, é interessante ressaltar que a separação entre o regime perturbativo e o não perturbativa de básicamente o fundamento da fatorização. Essa separação é viabilizada pelas escalas de tempo que caracterizam o processo de espalhamento: escalas de energia cinemática da dispersão (Q), massas (m) e uma escala de renormalização  $(\mu)$  [29,64].

Podemos ainda reescrever a seção de choque para um processo inclusivo (onde estamos observando apenas um dos pártons do estado final) de forma mais conveniente (e considerando as observações sobre rapidez e pseudorapidez do Apêndice A) como

$$\frac{d\sigma_{pp\to\gamma X}}{d\eta dp_T^2} = \sum_{i,j,k} \int_{x_1^{min}}^1 dx_1 f_i(x_1,Q^2) f_j(x_2,Q^2) \times \frac{x_1 x_2}{2x_1 - x_T e^\eta} \frac{d\hat{\sigma}_{ij\to\gamma k}}{d\hat{t}} (Q^2,x_1,x_2).$$
(3.40)

O cálculo da seção de choque através da equação (3.40) carrega implicitamente consigo

a validade da fatorização colinear [65]. Sendo  $x_T = 2p_T/\sqrt{s}$ ,  $f_i(x_1,Q^2)$  as densidades partônicas,  $x_1 \in x_2$  as frações de momento dos partóns envolvidos no processo,  $Q^2$  a escala e  $d\hat{\sigma}/d\hat{t}$  representa as seções de choque partônicas, isto é, as seções de choque dos subprocessos constituintes, que geram os fótons diretos (os processos Compton e o aniquilação) [60]:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q}\to\gamma g) = \frac{8}{9} \frac{\pi\alpha\alpha_s e_q^2}{\hat{s}^2} \left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}}\right),\tag{3.41}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qg \to \gamma q) = \frac{1}{3} \frac{\pi \alpha \alpha_s e_q^2}{\hat{s}^2} \left(\frac{\hat{u}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{u}}\right),\tag{3.42}$$

com  $\hat{u}$ ,  $\hat{s} \in \hat{t}$  sendo as variáveis de Mandelstam.

#### 3.3 Resultados

A seguir, são apresentados os resultados considerando o formalismo colinear juntamente da dinâmica DGLAP. Primeiramente, é apresentado um comparativo dos dados do experimento ALICE ( $\sqrt{s} = 7$  TeV) com os dados teóricos calculados neste trabalho, em seguida são apresentadas as expectativas da produção de fótons nas energias do LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV).

A seção de choque da produção de fótons isolados inclusivos foi medida pelo experimento ALICE no CERN LHC em colisões pp (energia no centro do momento de  $\sqrt{s} = 7$  TeV). Essa medição é realizada com o calorímetro eletromagnético (EMCal) e os detectores de rastreamento central, em uma faixa de  $|\eta| < 0,27$  para a pseudo-rapidez e um intervalo de momento transverso de 10 GeV<  $p_T < 60$  GeV [62]. Aqui será feita uma comparação desses dados experimentais com as previsões teóricas correspondentes. Os cálculos em ordem dominante (Leading-Order - LO) são gerados simulando os eventos de fótons diretos usando CTEQ6 como parametrizações para as PDFs.

A Figura (3.3) mostra a seção de choque do fóton em função de  $p_T$ . Tem-se que para descrever os dados é necessário considerar um fator multiplicativo, denominado fator K, o qual emula as correções além da ordem dominante, considerada nos cálculos aqui apresentados. Além disso, como enfatizado anteriormente, em um cálculo em ordem dominante, há uma incerteza quanto à escala de fatorização do processo. Em função disso, foi testado três diferentes escolhas para  $\mu_F^2$ .

Este comparativo entre dados experimentais e dados teóricos mostra que, considerando qualquer um dos três ajustes escolhidos ( $K = 3(\mu_F^2 = 4p_T^2)$ ,  $K = 3,5(\mu_F^2 = p_T^2)$  e  $K = 4,5(\mu_F^2 = p_T^2/4)$ ), há uma concordância das linhas obtidas dos cálculos teóricos com os pontos experimentais. Ou seja, as predições aqui apresentadas descrevem os dados



Figura 3.3 - Seção de choque diferencial de fótons diretos medida em colisões pp em  $\sqrt{s} = 7$  TeV, comparadas com as previsões teóricas correspondentes.

experimentais desde que se considere um ajuste K, conforme explicitado no gráfico. As linhas e os pontos estão de comum acordo na região de pequeno  $p_T$ , já na região de grandes valores de  $p_T$  há uma divergência entre as predições teóricas considerando distintos  $\mu_F$ , mas ainda assim os dados teóricos estão dentro da margem de erro dos dados experimentais. Portanto, existe uma concordância geral entre os dados experimentais e os teóricos na região estudada (5 GeV<  $p_T < 60$  GeV).

No que segue, será estimada a contribuição dos canais de aniquilação e Compton para a produção de fótons isolados, assim como a dependência das predições na parametrização utilizada para descrever o conteúdo de pártons no interior do próton no regime de altas energias. Em particular, serão apresentados os resultados dos cálculos da seção de choque da produção de fótons isolados, considerando as parametrizações das PDFs dadas pelos grupos CTEQ6 e MSTW, considerando a energia máxima prevista para o LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV).

O primeiro gráfico, (3.4a), mostra a distribuição  $p_T$  pela seção de choque diferencial, usando as parametrizações CTEQ6. Ao lado, na Figura (3.4b), é apresentado um gráfico da distribuição  $\eta$  pela seção de choque diferencial também usando as parametrizações CTEQ6. Ambos os gráficos mostram a produção de fótons isolados em colisões prótonpróton no LHC na faixa cinemática 1 GeV<  $p_T$  <400 GeV, onde é possível observar que tanto o gráfico (3.4a) quanto o (3.4b) revelam que a contribuição Compton é dominante na produção de fótons em toda a região cinemática trabalhada.

O último gráfico desta sequência (Figura (3.5)) fornece um comparativo entre o cálculo da produção de fótons usando o grupo CTEQ6 e o MSTW. Observa-se que a produção



Figura 3.4 - Distribuição em (a)  $p_T$  e em (b)  $\eta$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no LHC (14 TeV), com comparação das contribuições dos subprocessos Compton, aniquilação e a soma desses, usando as parametrizações dos grupos CTEQ6.

de fótons é bastante alta nas regiões periféricas e decai na região de rapidez central. Além disso, diferentemente do caso da distribuição em  $p_T$ , o espectro  $\eta$  é bastante sensível à PDF escolhida. Isto fica explicito ao observar o gráfico (3.5), que é o espectro da seção de choque para diferentes PDFs.



Figura 3.5 - Distribuição de  $\eta$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO para energias do LHC (14 TeV), comparando as parametrizações do grupo CTEQ6 e MSTW.

Além disso, é interessante notar que, quanto ao espectro  $\eta$ , a sensibilidade identificada reflete o caso apresentado na Figura (2.14a): para pequenos valores de virtualidade  $Q^2$ , os grupos de parametrizações divergem quanto ao conteúdo de glúons na região de pequeno x. Este efeito ocorre porque, ao calcular o espectro em  $\eta$ , na verdade está sendo realizada uma integração sobre todos os valores de  $p_T$  e essa integral é dominada por pequenos valores de  $p_T$ , região onde a diferença entre as PDFs é maior.

## 3.4 Conclusões

Investigar o interior do hádron, neste caso em particular o próton, via produção dos fótons isolados no formalismo de fatorização colinear possibilita testar a pQCD bem como as PDFs. Os resultados aqui mostrados evidenciam que a produção de fótons pode ser usada como uma forma de vincular o conteúdo de glúons, isto é, a produção de fótons isolados fornece uma sonda sensível da distribuição gluônica no interior hadrônico. Além disso, foi comparado os dados do experimento ALICE com os cálculos teóricos, e observou-se que os cálculos estão em concordância com os dados experimentais. No entanto, há uma questão que deve ser considerada: a física do Condensado de Vidro Colorido (Color Glass Condensate - CGC) prevê a quebra dessa fatorização, forçando a utilização de uma fatorização mais geral. Isto nos leva a considerar um outro formalismo, o formalismo de dipolo, que será apresentado no próximo capítulo.

# 4 PRODUÇÃO DE FÓTONS NO FORMALISMO DE DIPOLO DE COR

Uma alternativa para descrever a produção de fótons é o formalismo de dipolos [37,39,66]. Esse formalismo fornece uma descrição unificada de observáveis inclusivos em processos elétron-próton, assim como em Drell-Yan, produção de fótons isolados e quarks pesados em colisões hadrônicas. A ideia básica presente na descrição das colisões hadrônicas usando o formalismo de dipolo de cor é que, embora as seções de choque sejam invariantes de Lorentz, a interpretação partônica do processo microscópico depende do referencial. A principal quantidade no formalismo de dipolo é a seção de choque do dipolo alvo que tem caráter universal e pode ser determinada pela dinâmica QCD em altas energias, isto é, o tratamento é realizado via modelos fenomenológicos que levam em conta os efeitos de saturação [67].

No formalismo de dipolos de cor, além da produção de fótons isolados, um outro observável sensível à dinâmica QCD em pequeno x (em particular os fenômenos não lineares e de saturação da QCD) útil para sondar a dinâmica subjacente da produção de partículas (com alta rapidez) é a função de correlação  $C(\Delta\phi)$ . Desta forma, aqui também será realizada uma análise da correlação no ângulo azimutal entre o fóton do estado final e um hádron emergente devido à hadronização do (anti)quark do projétil associado à radiação do fóton.

### 4.1 Fótons isolados no formalismo de dipolos de cor

A produção de fótons isolados pode ser estudada no formalismo de dipolos de cor, o qual é adequado para descrever este processo em uma estrutura livre de parâmetros bem como para incluir os efeitos de saturação e nucleares. Tal formalismo é aplicável somente em altas energias (portanto, acessa o regime de alta densidade partônica) e é formulado no referêncial de repouso do alvo, onde o processo é visto como o "Bremsstrahlung" de um fóton [68,69]. O que se espera é que a distribuição de momento transverso  $(p_T)$  do fóton possa ser sensível aos efeitos de saturação.

É importante ressaltar que o estudo dos processos de produção de fótons isolados nas energias alcançadas pelo LHC além de fornecer um teste importante do Modelo Padrão, também fornece informações adicionais de uma física para além do Modelo Padrão. O processo de produção de fótons virtuais (Processo Drell - Yan) e fótons reais em colisões pp, pA e AA no LHC são excelentes ferramentas para investigações da dinâmica de interações fortes em uma faixa cinemática extensa de energia e rapidez [20].

É importante fazer um estudo detalhado acerca do cálculo da seção de choque para a distribuição em momento transverso no formalismo de dipolos de cor. Neste sentido, inicialmente, é válido ressaltar que a obtenção da seção de choque hadrônica a partir das

seções de choque partônicas elementares pode ser feita somando todas as contribuições de quarks e antiquarks pesados através das funções de distribuições de pártons (PDFs) correspondentes [68], tendo por resultado a seguinte expressão:

$$\frac{d^3\sigma(pp\to\gamma X)}{dx_F d^2 p_T} = \frac{1}{x_1 + x_2} \int_{x_1}^1 \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}, Q^2\right) \frac{d^3\sigma(qp\to\gamma X)}{d(\ln\alpha) d^2 p_T},\tag{4.1}$$

onde  $x_F = 2p_L/\sqrt{s}$ , com  $p_L$  denotando o momento longitudinal do fóton no referêncial de centro de massa hádron-hádron e  $\sqrt{s}$  a energia do centro de massa dos prótons em colisão. As PDFs do projétil estão presentes em uma combinação que pode ser escrita em termos da função de estrutura do próton  $F_2^p$ . Além disso, as seções de choque partônicas elementares são descritas pelo termo  $d^3\sigma(qp \to \gamma X)/d(\ln \alpha)d^2p_T$ . Desta forma, os diagramas apresentados na Figura (4.1) representam o processo de um fóton irradiado por um sabor de quark (antiquark) após ou antes da interação com o campo de cores do alvo.



Figura 4.1 - Os diagramas (a) e (b) ilustram o processo  $\gamma$  "Bremsstrahlung" de um projétil, um quark (antiquark) de sabor, após e antes de sua interação com o campo de cor do alvo (indicado por um círculo sombreado), respectivamente.

Em [70] é derivada, em termos do formalismo de dipolos, a distribuição do momento transverso  $(p_T)$  dos fótons "Bremsstrahlung" em interações quark-núcleon integradas sobre o momento transverso final do quark, onde as seções de choque partônicas elementares  $(d^3\sigma(qp \to \gamma X)/d(\ln \alpha)d^2p_T)$  são dadas por

$$\frac{d^{3}\sigma(qp \to \gamma X)}{d(\ln \alpha)d^{2}p_{T}} = \frac{1}{(2\pi)^{2}} \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}\Psi_{\gamma q}^{*}(\alpha,\rho_{1})\Psi_{\gamma q}(\alpha,\rho_{2}) \\
\times \frac{1}{2}[\sigma_{dip}^{N}(\alpha\rho_{1},x_{2}) + \sigma_{dip}^{N}(\alpha\rho_{2},x_{2}) - \sigma_{dip}^{N}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|,x_{2})],$$
(4.2)

com

$$\Psi_{\gamma q}^{*}(\alpha,\rho_{1})\Psi_{\gamma q}(\alpha,\rho_{2}) = \frac{\alpha_{em}}{2\pi^{2}} \bigg[ m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2}) + (1+(1-\alpha)^{2})\varepsilon^{2}\frac{\vec{\rho_{1}}\cdot\vec{\rho_{2}}}{\rho_{1}\rho_{2}}K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2}) \bigg],$$

$$(4.3)$$

onde,  $\vec{\rho_1}$  e  $\vec{\rho_2}$ são as separações transversas no sistema quark-fóton em duas amplitudes de radiação que contribuem para a seção de choque. O parâmetro  $\alpha$  está associado a fração do momento do quark que o fóton carrega, sendo o mesmo para ambas as amplitudes, visto que o momento longitudinal que é compartilhado não é alterado pela interação. O deslocamento transversal entre os quarks inicial e final é  $\alpha \rho_1$  e  $\alpha \rho_2$ , respectivamente. A dependência da seção de choque do dipolo pela energia, vinda da variável  $x = 2(p_1 \cdot q)/s =$  $(p_T/\sqrt{s})e^{-y}$ , com  $p_1$  sendo o quadrimomento do projétil e q o quadrimomento do fóton, é gerada pela radiação adicional dos glúons. Assim como, é feita uma média da polarização inicial do quark e uma soma de todos os estados de polarização final do quark e do fóton [68]. Além disso, como no formalismo de dipolo de cor, a seção de choque do processo de produção de fótons pode ser escrita em termos da mesma seção de choque do DIS em pequeno x, embora no processo "Bremsstrahlung" eletromagnético por um quark [70] nenhum dipolo participe, a seção de choque do dipolo decorre de uma seção de choque mais elementar  $\sigma_{dip}$  advinda da interação de um dipolo  $q\bar{q}$ . Desta forma, a seção de choque para a radiação de um fóton virtual a partir de um quark espalhado em um nucleon (N)pode ser escrita numa forma fatorizada considerando a função de onda da flutuação, onde, integrando sobre todos os momentos saímos da Equação (4.1) para  $q\gamma$  e a seção de choque de dipolo [68, 69],

$$\frac{d\sigma(qN \to \gamma X)}{d\ln \alpha} = \int d^2 r_{\perp} |\Psi_{\gamma q}^T(\alpha, r_{\perp})|^2 \sigma_{dip}(\alpha r_{\perp}), \qquad (4.4)$$

com T significando "transverso", além disso,  $\sigma_{dip}$  a mesma seção de choque de dipolos do DIS, que deve levar em conta os efeitos perturbativos e não perturbativos na descrição do fenômeno de saturação em altas energias [71]. A dependência energética de  $\sigma_{dip}$  não é explicitamente apresentada. Aqui  $r_{\perp}$  representa a separação de choque do fóton-quark, e o argumento da seção de choque do dipolo  $(\alpha r_{\perp})$  é o deslocamento do quark do projétil no espaço dos parâmetros de impacto devido à radiação do fóton virtual, diferente do caso DIS, onde a separação dipolo é apenas  $r_{\perp}$ . Além disso,  $\Psi_{\gamma q}^{T}$  é a função de onda do cone de luz para a radiação de um fóton polarizado transversalmente, conforme visto na Seção 2.5 nas Equações (2.78) e (2.79) [69]. Usando a Equação (4.3), pode-se separar a integral na Equação (4.2) em seis partes:

$$\frac{d^{3}\sigma(qp \to \gamma X)}{d(\ln \alpha)d^{2}p_{T}} = \frac{\alpha_{em}}{(2\pi)^{2}(2\pi)^{2}} \times \left\{ \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) \right. \\ \left. + \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{2}) \right. \\ \left. - \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) \right. \\ \left. + \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) \right. \\ \left. + \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) \right\}$$

$$\left. - \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) \right\}$$

No que segue, será estimado cada termo presente na Equação (4.5). Para tanto, é importante lembrar a definição integral da função de Bessel modificada de segundo tipo, dada por

$$K_0(\varepsilon\rho) = \frac{1}{2\pi} \int d^2 \vec{l} \frac{e^{i\vec{l}\cdot\vec{\rho}}}{l^2 + \varepsilon^2}.$$
(4.6)

Logo,

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = \\
= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{\rho}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{e^{i\vec{l}_{2}\cdot\vec{\rho}_{2}}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) \\
= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{\rho}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}e^{i\vec{\rho}_{2}(\vec{l}_{2}-\vec{p}_{T})}\frac{1}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{1}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) \\
= m_{q}^{2}\alpha^{4}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\frac{1}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{1}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1})\cdot\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{2}e^{i\vec{\rho}_{2}(\vec{l}_{2}-\vec{p}_{T})}, \\$$
(4.7)

sendo a última integral da Equação (4.7) conhecida:

$$\frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{\rho}_2 e^{i\vec{\rho}_2(\vec{l}_2 - \vec{p}_T)} = \delta^{(2)}(\vec{l}_2 - \vec{p}_T), \qquad (4.8)$$

assim, a Equação (4.7) pode ser reescrita como

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\frac{1}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{1}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1})$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{1}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}\int \frac{d^{2}\vec{l}_{1}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}), \qquad (4.9)$$

e usando a Equação (4.6) chega-se em

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{2\pi}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}).$$
(4.10)

Usando

$$J_0(p_T \rho) = \frac{1}{2\pi} \int d\phi e^{i\vec{p}_T \cdot \vec{\rho}} = \frac{1}{2\pi} \int d\phi e^{ip_T \rho \cos\phi},$$
(4.11)

pode-se reescrever a primeira integral como:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d\rho_{1}\rho_{1}J_{0}(p_{T}\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{1})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}).$$
(4.12)

Trabalhando a segunda integral de forma análoga a primeira, escreve-se:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{2}) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d\rho_{2}d\rho_{2}J_{0}(p_{T}\rho_{2})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{2}).$$
(4.13)

Na terceira integral, serão usados

$$\vec{r}_1 = \vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2, \qquad \vec{r}_2 = \vec{\rho}_2; \qquad \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{\rho}_1,$$
(4.14)

para escrever

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{r}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}K_{0}(\varepsilon|\vec{r}_{1}+\vec{r}_{2}|)K_{0}(\varepsilon r_{2})\sigma_{dip}(\alpha r_{1})$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{r}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}(\vec{r}_{1}+\vec{r}_{2})}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{e^{i\vec{l}_{2}\cdot\vec{r}_{2}}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1}),$$

$$(4.15)$$

que ao aplicar a Equação (4.8) obtém-se:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}m_{q}^{2}\alpha^{4}K_{0}(\varepsilon\rho_{1})K_{0}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) =$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{1}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1})\delta^{(2)}(\vec{l}_{1}+\vec{l}_{2})$$

$$= m_{q}^{2}\alpha^{4}\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{(l_{1}^{2}+\varepsilon^{2})^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1}). \qquad (4.16)$$

Considerando ainda que

$$K_1(\varepsilon r) = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{dK_0(\varepsilon r)}{dr} = -\frac{1}{r\varepsilon} K_0(\varepsilon r) = -\frac{1}{2\pi\varepsilon} \int d^2 \vec{l} \frac{e^{i\vec{l}\cdot\vec{r}}}{l^2 + \varepsilon^2} \frac{\vec{l}\cdot\vec{r}}{r} = \frac{1}{2\pi} \int d^2 \vec{l} \frac{e^{i\vec{l}\cdot\vec{r}}}{(l^2 + r^2)^2} 2\varepsilon,$$
(4.17)

finalmente, pode-se reescrever a terceira integral como

$$\int d^2 \rho_1 d^2 \rho_2 e^{i\vec{p}_T(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)} m_q^2 \alpha^4 K_0(\varepsilon \rho_1) K_0(\varepsilon \rho_2) \sigma_{dip}(\alpha |\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2|) =$$

$$= m_q^2 \alpha^4 \int d^2 \vec{r}_1 e^{i\vec{p}_T \cdot \vec{r}_1} \frac{\pi r_1}{\varepsilon} K_1(\varepsilon r_1) \sigma_{dip}(\alpha r_1)$$

$$= m_q^2 \alpha^4 \frac{2\pi^2}{\varepsilon} \int d\vec{r}_1 r_1^2 J_0(p_T r_1) K_1(\varepsilon r_1) \sigma_{dip}(\alpha r_1). \qquad (4.18)$$

A quarta e a quinta integrais podem ser reformuladas usando a definição de  ${\cal K}_1$ dada na

Equação (4.17), conforme a seguir:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = \\ = [1+(1-\alpha)^{2}]\frac{\varepsilon}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{\rho}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})} \\ \times \frac{\vec{\rho}_{1}\cdot\vec{\rho}_{2}}{\rho_{1}\rho_{2}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}{\varepsilon\rho_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{2}\cdot\vec{\rho}_{2}}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{\vec{l}_{2}\cdot\vec{\rho}_{2}}{\varepsilon\rho_{2}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) \\ = [1+(1-\alpha)^{2}]\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}} \\ \times \frac{\vec{l}_{1}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{\vec{l}_{2}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1})\int d^{2}\vec{\rho}_{2}e^{i\vec{\rho}_{2}(\vec{l}_{2}-\vec{p}_{T})},$$
(4.19)

onde, ao aplicar a Equação (4.7) na segunda integral permite reescrevê-la como

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = = [1+(1-\alpha)^{2}]\int d^{2}\vec{\rho}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}\frac{\vec{l}_{1}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{\vec{l}_{2}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = -[1+(1-\alpha)^{2}]\int d^{2}\vec{\rho}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}\frac{\vec{p}_{T}}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}} \times \left[-\int d^{2}\vec{l}_{1}\frac{\vec{l}_{1}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{\rho}_{1}}\right]\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}),$$
(4.20)

e considerando que

$$-\int d^{2}\vec{l_{1}}\frac{\vec{l_{1}}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}e^{i\vec{l_{1}}\cdot\vec{\rho_{1}}} = 2\pi\varepsilon\frac{\vec{\rho_{1}}}{\rho_{1}}K_{1}(\varepsilon\rho_{1}), \qquad (4.21)$$

a Equação (4.20) fica

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = \\ = -[1+(1-\alpha)^{2}]\frac{2\pi\varepsilon}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d^{2}\vec{\rho}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{\rho}_{1}}\frac{\vec{\rho}_{1}\cdot\vec{p}_{T}}{\rho_{1}}K_{1}(\varepsilon\rho_{1})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}).$$
(4.22)

Usando

$$J_1(p_T \rho) = -\frac{dJ_0(p_T \rho)}{d\rho} = -\frac{dJ_0(p_T \rho)}{dp_T} = -\frac{1}{2\pi} \int d\phi e^{ip_T \rho \cos\phi} \cos\phi = -\frac{1}{2\pi} \int d\phi e^{i\vec{p}_T \cdot \rho} \frac{\vec{p}_T \cdot \vec{\rho}}{p_T \rho}$$
(4.23)

na Equação (4.22) obtém-se a seguinte forma para a quarta integral:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}) = -[1+(1-\alpha)^{2}] \times \frac{(2\pi)^{2}\varepsilon p_{T}}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d\rho_{2}\rho_{2}J_{1}(p_{T}\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{1})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{1}).$$
(4.24)

Bem como, a seguinte forma para a quinta integral:

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{2}) = [1+(1-\alpha)^{2}] \times \frac{(2\pi)^{2}\varepsilon p_{T}}{p_{T}^{2}+\varepsilon^{2}}\int d\rho_{2}\rho_{2}J_{1}(p_{T}\rho_{2})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha\rho_{2}).$$
(4.25)

Para a sexta e última integral, as relação dadas em (4.14) permite escrever:

$$\begin{split} \int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|) \\ &= [1+(1-\alpha)^{2}]\frac{1}{(2\pi)^{2}}\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{r}_{2}d^{2}\vec{l}_{1}d^{2}\vec{l}_{2}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}(\vec{r}_{1}+\vec{r}_{2})}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\vec{l}_{1}\vec{l}_{2}\frac{e^{i\vec{l}_{2}\cdot\vec{r}_{2}}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1}) \\ &= [1+(1-\alpha)^{2}]\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{l_{1}^{2}+\varepsilon^{2}}\frac{\vec{l}_{1}\vec{l}_{2}}{l_{2}^{2}+\varepsilon^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1})\delta^{(2)}(\vec{l}_{1}+\vec{l}_{2}) \\ &= [1+(1-\alpha)^{2}]\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}l_{1}^{2}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{(l_{1}^{2}+\varepsilon^{2})^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1}) \\ &= [1+(1-\alpha)^{2}]\left\{\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}(l_{1}^{2}+\varepsilon^{2})\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{(l_{1}^{2}+\varepsilon^{2})^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1})\right. \\ &\quad -\int d^{2}\vec{r}_{1}d^{2}\vec{l}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\varepsilon^{2}\frac{e^{i\vec{l}_{1}\cdot\vec{r}_{1}}}{(l_{1}^{2}+\varepsilon^{2})^{2}}\sigma_{dip}(\alpha r_{1}) \\ &= [1+(1-\alpha)^{2}]\left\{\int d^{2}\vec{r}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}2\pi K_{0}(\varepsilon r_{1})\sigma_{dip}(\alpha r_{1})\right. \\ &\left. -\int d^{2}\vec{r}_{1}e^{i\vec{p}_{T}\cdot\vec{r}_{1}}\frac{2\pi r_{1}\varepsilon^{2}}{2\varepsilon}K_{1}(\varepsilon r_{1})\sigma_{dip}(\alpha r_{1})\right\}$$
(4.26)

Finalmente, a sexta integral pode ser reescrita, considerando a resolução acima, como

$$\int d^{2}\rho_{1}d^{2}\rho_{2}e^{i\vec{p}_{T}(\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2})}[1+(1-\alpha)^{2}]K_{1}(\varepsilon\rho_{1})K_{1}(\varepsilon\rho_{2})\sigma_{dip}(\alpha|\vec{\rho}_{1}-\vec{\rho}_{2}|)$$

$$= [1+(1-\alpha)^{2}](2\pi)^{2}\int dr_{1}r_{1}J_{0}(p_{T}r_{1})K_{0}(\varepsilon r_{1})\sigma_{dip}(\alpha r_{1})$$

$$-[1+(1-\alpha)^{2}]2\pi^{2}\varepsilon\int dr_{1}r_{1}J_{0}(p_{T}r_{1})K_{1}(\varepsilon r_{1})\sigma_{dip}(\alpha r_{1}).$$
(4.27)

As integrais das Equações (4.12), (4.13), (4.18), (4.25), (4.26) e (4.27) são das formas:

$$I_{1}(p_{T},\alpha) = \int_{0}^{\infty} d\rho \rho J_{0}(p_{T}\rho) K_{0}(\varepsilon\rho) \sigma_{dip}(\alpha\rho);$$
  

$$I_{2}(p_{T},\alpha) = \int_{0}^{\infty} d\rho \rho^{2} J_{0}(p_{T}\rho) K_{1}(\varepsilon\rho) \sigma_{dip}(\alpha\rho);$$
  

$$I_{3}(p_{T},\alpha) = \int_{0}^{\infty} d\rho \rho J_{1}(p_{T}\rho) K_{1}(\varepsilon\rho) \sigma_{dip}(\alpha\rho).$$
  
(4.28)

Assim, a Equação (4.2) pode ser reescrita considerando as Equações (4.12), (4.13), (4.18), (4.25), (4.26) e (4.27) com suas integrais nas formas dadas em (4.28), conforme a seguir:

$$\frac{d^{3}\sigma(qp \to \gamma X)}{d(\ln \alpha)d^{2}p_{T}} = \frac{\alpha_{em}}{(2\pi)^{2}(2\pi)^{2}} \left\{ m_{q}^{2}\alpha^{4} \left[ \frac{(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2} + \varepsilon^{2}} I_{1}(p_{T},\alpha) + \frac{(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2} + \varepsilon^{2}} I_{1}(p_{T},\alpha) - \frac{2\pi^{2}}{\varepsilon} I_{2}(p_{T},\alpha) \right] + \left[ 1 + (1-\alpha)^{2} \right] + \left[ \frac{\varepsilon p_{T}(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2} + \varepsilon^{2}} I_{3}(p_{T},\alpha) \frac{\varepsilon p_{T}(2\pi)^{2}}{p_{T}^{2} + \varepsilon^{2}} I_{3}(p_{T},\alpha) - (2\pi)^{2} I_{1}(p_{T},\alpha) + 2\pi^{2} \varepsilon I_{2}(p_{T},\alpha) \right] \right\},$$
(4.29)

ou, finalmente,

$$\frac{d^3\sigma(qp \to \gamma X)}{d(\ln \alpha)d^2p_T} = \frac{\alpha_{em}}{2\pi^2} \left\{ m^2 q \alpha^4 \left[ \frac{I_1(p_T,\alpha)}{p_T^2 + \varepsilon^2} - \frac{I_2(p_T,\alpha)}{4\varepsilon} \right] \left[ 1 + (1-\alpha)^2 \right] \\ \left[ \frac{\varepsilon p_T}{p_T^2 + \varepsilon^2} I_3(p_T,\alpha) - \frac{I_1(p_T,\alpha)}{2} + \frac{\varepsilon}{4} I_2(p_T,\alpha) \right] \right\}.$$
(4.30)

Portanto, usando a Equação (4.30) em (4.1) pode-se calcular a seção de choque da produção de fótons para a distribuição em momento transverso no formalismo de dipolos de cor. Para tanto, deve-se especificar a função de distribuição partônica e a seção de choque de dipolo, a qual é determinada pela dinâmica QCD.

#### 4.2 Função correlação

Até aqui, o interesse de estudo estava apenas sobre a produção dos fótons isolados, tendo sido integrado no espaço de fase do quark emissor. Mas, além da produção de fótons isolados, um dos observáveis importantes e sensíveis à dinâmica da saturação é a função correlação  $C(\Delta\phi)$  no ângulo azimutal  $\Delta\phi$  entre o estado final do fóton e o hádron [20]. O diagrama dado na Figura (4.2) representa a correlação azimutal entre o fóton e um píon que emerge de uma hadronização de quarks.



Figura 4.2 - Diagrama correspondente a uma das possíveis contribuições para a produção de pares de fótonpíon no formalismo de dipolos de cor.

No que se segue, é realizada uma análise da correlação no ângulo azimutal entre o fóton do estado final e um hádron emergente devido à hadronização do (anti)quark do projétil associado à radiação do fóton.

Uma análise análoga, para o processo Drell-Yan (DY), onde os fótons são profundamente virtuais, foi realizada anteriormente no trabalho de Golec-Biernat e Wüsthoff [54]. Mais recentemente, um cálculo numérico da seção transversal diferencial do processo DY foi realizado diretamente na representação do momento por V. P. Gonçalves, R. Pasechnik e colaboradores [20]. Neste trabalho, ficou demonstrado que o cálculo da função correlação é simplificado se realizado no espaço de momento ao invés do espaço de parâmetro de impacto. Adaptando para o formalismo de fótons reais, a seção de choque da produção de um fóton associado a um hádron h é dada por

$$\frac{d\sigma(pT \to h\gamma X)}{d\eta dy_h d^2 p_T d^2 p_T^h} = \frac{\alpha_{em}}{2\pi^2} \int_{\frac{x_h}{1-x_1}}^1 \frac{dz_h}{z_h^2} \sum_f e_f^2 D_{h/f}(z_h, \mu_F^2) x_p q_f(x_p, \mu_F) S_\perp F_T(x_g, k_T^g) \frac{\bar{z} z^2 (1+\bar{z}^2) k_T^{g^2}}{P_T^2 (\vec{P}_T + z \vec{k}_T^g)^2},$$
(4.31)

onde as principais variáveis cinemáticas são determinadas da seguinte forma:

$$x_h \simeq \frac{p_T^h}{\sqrt{s}} e^{yh}, \qquad x_p = x_1 + \frac{x_h}{z_h}, \qquad z = \frac{x_1}{x_p}, \qquad x_g = x_1 e^{-2\eta} + \frac{x_h}{z_h} e^{-2y_h}$$
(4.32)

е

$$\vec{k}_T^g = \vec{p}_T + \vec{k}_T^q, \qquad \vec{P}_T = \bar{z}\vec{p}_T - z\vec{k}_T^q, \qquad \vec{k}_T^q = \frac{\vec{p}_T^n}{z_h}.$$
 (4.33)

Aqui, para simplificar, são considerados apenas os sabores f = u,d,s dos quarks e é negligênciado termos proporcionais a  $m_f$  devido  $p_T \gg m_f$ . Na Equação (4.31),  $D_{h/f}$  representa a função de fragmentação do quark do projétil  $q_f$  (que emitiu o fóton) em um hádron de estado final h (leve) carregando o momento transverso  $\bar{p}_T^h$  que deve ser detectado em uma medição. As demais variáveis cinemáticas são definidas da seguinte forma:  $y_h$  é a rapidez do hádron h no estado final, respectivamente,  $z_h \in x_h$  são a fração de momento LC obtida pelo hádron h do quark "pai"<br/>  $q_f$ e do próton recebido;  $\vec{P_T}$ é o momento transverso relativo entre o fóton e o quark  $q_f$ ;  $\vec{k}_T^q$  é o momento transverso do quark de projétil q (antes de fragmentar-se em um hádron h);  $\vec{k}_T^g$  é o momento transverso do glúon trocado no canal t. Finalmente,  $S_{\perp}$  denota a área transversal do alvo T considerado, cuja forma explícita é irrelevante para os propósitos deste trabalho,  $F_T(x_q, k_T^g)$  representa a chamada Função de Distribuição de Glúons não Integrada (Unintegrated Gluon Distribution Function -UGDF) no alvo T. No regime de saturação e para o glúon leve  $k_T^g$ , este último pode ser encontrado em termos de uma transformada de Fourier da seção de choque dipolar  $\sigma_{dip}$  [72]. É possível observar que as frações de momento z e  $x_p$  compartilham o mesmo significado físico que  $\alpha$  e  $x_q$  introduzidas na Equação (4.2), respectivamente. Uma notação diferente é usada aqui, já que z e  $x_p$  agora estão relacionadas as variáveis cinemáticas hadrônicas  $z_h$ ,  $y_h \in p_T^h$  no estado final.

Assumindo que o fóton isolado seja uma partícula de referência, a função de correlação pode ser construída como [20]

$$C(\Delta\phi) = \frac{2\pi \int_{p_T, p_T^h > p_T^{cut}} dp_T p_T dp_T^h p_T^h \frac{d\sigma(pT \to h\gamma X)}{d\eta dy_h d^2 p_T d^2 p_T^h}}{\int_{p_T > p_T^{cut}} dp_T p_T \frac{d\sigma(pT \to \gamma X)}{d\eta d^2 p_T}},$$
(4.34)

em termos de um corte em baixo valor de momento transverso  $(p_T > p_T^{cut})$  de  $\gamma \in h$ . No denominador, temos a seção de choque para a produção inclusiva de fótons. Por consistência, o último pode ser obtido diretamente através da integração da seção de choque do fóton-hádron na Equação (4.31) sobre o momento e a rapidez do hádron, bem como sobre  $\Delta \phi$ . Dessa forma, chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{d\sigma(pT \to \gamma X)}{d\eta d^2 p_T} = \frac{\alpha_{em}}{2\pi^2} \int_{x_1}^1 \frac{dz}{z} \int d^2 k_T^g \sum_f e_f^2 x_p q_f(x_p,\mu_F) S_\perp F_T(x_g,k_T^g) \frac{z^2(1+\bar{z}^2)k_T^{g^2}}{p_T^2(\vec{p}_T - z\vec{k}_T^g)^2},$$
(4.35)

que é equivalente à expressão obtida na seção anterior na represetação do parâmetro de impacto (dipolo).

#### 4.3 Resultados

A seguir, será apresentado um estudo fenomenológico da produção de fótons isolados nas colisões  $pp \ pA$  nas energias do RHIC e LHC considerando os efeitos não-lineares na dinâmica QCD via formalismo de dipolos de cor, portanto, sendo uma aplicação dos tópicos anteriores deste capítulo. Nesta análise, será empregada três parametrizações fenomenológicas para a seção de choque de dipolo discutida acima e usamos a parametrizações fenomenológicas para a seção de choque de dipolo discutida acima e usamos a parametrização CT10 em NLO para as PDFs dos projéteis quarks [31] (quarks de mar e valência estão incluídos). Portanto, será investigada a seção de choque diferencial no momento transverso da produção do fóton, bem como as previsões para a dependência da rapidez da razão entre as seções pA e pp. Desta forma, iniciaremos na próxima seção uma análise numérica do fator de modificação nuclear  $R_{pA}$  (a relação  $pA \rightarrow pp$  das seções de choque diferenciais) e a correlação azimutal para a produção fótons isoladas, além de comparar as previsões obtidas com esses dois modelos para o dipolo.

#### 4.3.1 Produção de fótons isolados no experimento PHENIX

A Figura (4.3) compara as previsões aqui obtidas com os dados do experimento PHENIX [73], para produção de fótons isolados em colisões pp em  $\sqrt{s} = 0.2$  TeV, obtidos usando três modelos distintos para a seção de choque do dipolo fora do alvo do próton.



Figura 4.3 - Espectros de momento transverso do fóton isolado em colisões pp em  $\sqrt{s} = 0.2$  TeV e rapidez,  $\eta = 0$ , obtidos usando os diferentes modelos para a seção de choque de dipolo. Os dados experimentais são do experimento PHENIX [73].

Observa-se que os modelos GBW e AAMQS descrevem os dados muito bem, enquanto o modelo CGC fica abaixo de todos os pontos do experimento PHENIX de 2012 e abaixo da maioria dos pontos do experimento PHENIX de 2007. Além disso, é interessante notar que os resultados aqui apresentados englobam as parametrizações existentes para a seção de choque do dipolo ajustada aos dados HERA, sem nenhum parâmetro livre adicional. Em particular, nenhum fator K em NLO foi imposto nos cálculos, em contraste com a abordagem colinear da QCD em que esse fator é necessário.

#### 4.3.2 Expectativas para fótons isolados no RHIC

A Figura (4.4) mostra as previsões para a produção de fótons isolados em colisões pp em  $\sqrt{s} = 0.5$  TeV considerando dois valores distintos para a pseudorapidez do fóton,  $\eta = 2$  (gráfico (4.4.a)) e  $\eta = 4$  (gráfico (4.4.b)). Aqui, foi selecionada a pseudorapidez de maior ordem para investigar pequenos valores de  $x_2$  no domínio de validade da abordagem de dipolos de cor. O que se espera, neste caso, é que os espectros de fótons isolados em  $p_T$  sejam mais sensíveis ao tratamento dos efeitos de saturação.



Figura 4.4 - Espectros de momento transverso do fóton isolado em colisões pp em  $\sqrt{s} = 0.5$  TeV no experimento RHIC para dois valores distintos da pseudo-rapidez  $\eta$  do fóton. Os resultados são apresentados para diferentes modelos para a seção de choque de dipolo.

Os resultados apresentados na Figura (4.4a) confirmam que a expectativa mostra-se válida já em  $\eta = 2$ . As previsões para o espectro de fótons são semelhantes em pequenos valores de  $p_T$ , mas começam a se desviar significativamente em  $p_T > 6$  GeV. Em particular, o resultado do AAMQS, associado à solução da equação rcBK, prevê valores maiores para os espectros em grandes valores de  $p_T$  do que para os modelos GBW e CGC.

Por outro lado, os resultados para  $\eta = 4$  mostrados na Figura (4.4b) indicam que em uma

rapidez tão grande não é possível distinguir as previsões dos diferentes modelos de dipolo. De fato, a abordagem de dipolos torna-se mais precisa para valores menores de  $x_2$ . Além disso, essa pequena diferença entre as previsões do modelo de dipolos deve-se em parte ao fato de aqui é sondando o espectro de fótons  $p_T$  na borda do espaço de fase, onde seu comportamento é determinado essencialmente pela cinemática do processo.

#### 4.3.3 Expectativas para fótons isolados no LHC

As previsões para colisões pp na energia limite do LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV) considerando dois diferentes valores de pseudorapidez do fóton são apresentadas na Figura (4.5). Da mesma forma que observado no caso do RHIC, nota-se que a previsão do AAMQS produz um espectro mais alto do que os outros modelos, particularmente em grandes momentos transversos do fóton, enquanto as parametrizações CGC e GBW fornecem previsões semelhantes. Em princípio, dados experimentais futuros em  $p_T$  podem ser usados para discriminar entre os modelos AAMQS e GBW. No entanto, observa-se que em pequenos valores de  $p_T$  a previsão do AAMQS está ligeiramente abaixo da previsão de GBW.



Figura 4.5 - Espectros de momento transverso do fóton isolado em colisões pp em  $\sqrt{s} = 14$  TeV no experimento LHC para dois valores distintos da pseudorapidez  $\eta$  do fóton. Os resultados são apresentados para diferentes modelos para a seção de choque de dipolo.

Para estimar o impacto dos efeitos nucleares nas previsões para a produção de fótons isolados em colisões próton-chumbo (pPb) no LHC ( $\sqrt{s} = 14$  TeV), na Figura (4.6) são apresentadas previsões para o momento transverso do fóton, com dependência do fator de modificação nuclear  $R_{pA}$ , definido como uma razão entre as seções de choque diferenciais nuclear e do próton, normalizadas pela massa atômica A. As previsões derivadas usando a abordagem de Glauber-Mueller para a seção de choque dipolo-núcleo, Equação (2.94), são denotados como "GM". Este modelo prevê que  $R_{pA}$  torna-se menor que 1 em pequeno valores de  $p_T$ , enquanto os efeitos nucleares tornam-se essencialmente desprezíveis em grandes valores de  $p_T$ . Além disso, a posição do máximo depende da rapidez e muda para maiores valores de  $p_T$  quando a rapidez é aumentada. Por outro lado, quando uma solução da equação BK (denominada "rcBK") é usada para avaliar o espectro de fótons em rapidez nas colisões pp e pPb, a razão  $R_{pA}$  fica abaixo da unidade no conjunto de valores de  $p_T$  considerado, de acordo com os resultados obtidos em [74]. Os resultados aqui apresentados indicam que uma análise experimental futura do fator de modificação nuclear em alta rapidez pode ser muito útil para discriminar entre essas duas abordagens.



Figura 4.6 - Dependência do momento transverso do fator de modificação nuclear normalizado  $R_{pA}$  para produção de fótons isolados em colisões próton-chumbo (A = 208) no LHC ( $\sqrt{s} = 8,8$ TeV) para diferentes valores de pseudorapidez do fóton  $\eta$  e para dois modelos distintos (GM e rcBK) da seção de choque dipolo-núcleo.

#### 4.3.4 Previsões para fótons isolados+píon nas energias do RHIC e LHC

Aqui, o objetivo é fazer previsões para a produção de fótons isolados+píon em colisões pp e pA nas energias do RHIC e LHC. Como foi feito tipicamente em estudos anteriores, vamos considerar inicialmente o modelo GBW para a seção de choque do dipolo-próton, sendo a UGDF do próton dada por

$$F_p(x_g, k_T^g) = \frac{1}{\pi Q_{s,p}^2(x_g)} e^{-k_T^g/Q_{s,p}^2(x_g)},$$
(4.36)

com a escala de saturação apresentada na Equação (2.92). Seguindo a Referência [75], a UGDF nuclear, $F_A$ , também pode ser aproximadamente descrita pela Equação (4.36) substituindo a escala de saturação de prótons por um núcleo:

$$Q_{s,p}^2 \to Q_{s,A}^2(x) = A^{1/3}c(b)Q_{s,p}^2(x),$$
(4.37)

onde c = c(b) é a função perfil do parâmetro de impacto b (para colisões centrais, usamos c = 0.85, seguindo a Referência [76]). Além disso, em cálculos práticos, adotamos a parametrização CT10 em NLO para as distribuições de pártons e a função de fragmentação Kniehl-Kramer-Potter (KKP)  $D_{h/f}(z_h, \mu_F^2)$  de um quark em um píon neutro. Na análise aqui presente, o momento transvero mínimo  $(p_T^{cut})$  para o fóton e o píon na Equação (4.34) será assumido igual a 1,0(3,0) GeV para energias RHIC(LHC).

Na Figura (4.7), são apresentadas previsões usando o modelo GBW para a função correlação no caso de colisões pp e pAu em energias do RHIC ( $\sqrt{s} = 0.2$  TeV) considerando duas configurações para as rapidez do fóton e do píon. São consideradas duas configurações cinemáticas distintas: primeiro, quando o fóton e o píon são produzidos com rapidez direta, com  $\eta = y_{\pi} = 3$ ; segundo, quando o fóton é produzido com a rapidez direta ( $\eta = 3$ ), mas o píon é produzido na rapidez central ( $y_{\pi} = 0$ ). Tais configurações podem ser estudadas experimentalmente pela colaboração STAR em colisões pp e pA. É importante enfatizar que a escala de saturação aumenta para valores menores de  $x_g$ , com  $x_g = x_1 e^{-2\eta} + (x_h/z_h) e^{-2y_h}$ , e para núcleos maiores. Portanto, maior rapidez do píon e do fóton implica numa crescente escala de saturação. Consequentemente, deve-se esperar uma decorrelação maior em rapidez direta e em valores maiores da massa atômica A.



Figura 4.7 - Função correlação  $C(\Delta\phi)$  para a produção de fóton isolado + píon em colisões pp e pAu no RHIC ( $\sqrt{s}=0,2{\rm TeV}$ ) considerando duas configurações diferentes para a rapidez do fóton e do píon.

Além disso, para rapidez frontal, o momento transverso das partículas produzidas é limitado pelo espaço de fase e, em geral, não assume um grande valor. Portanto, para esse intervalo cinemático, a escala de saturação não é desprezível em comparação com o momento transverso típico das partículas espalhadas em "back-to-back". Nesse caso, a escala de saturação induz uma decorrelação notável entre eles. Tal expectativa é confirmada pelos resultados apresentados na Figura (4.7). Para as duas configurações de rapidez mencionadas acima, prevemos a presença de um pico duplo na função correlação em colisões de pp com uma "queda" em  $\Delta \phi = \pi$ , em consistência com a análise DY+píon da Referência [20,75]. Além disso, a largura do pico duplo aumenta quando as duas rapidez são grandes. Para colisões de pAu, a decorrelação cresce com a função correlação sendo quase plana para  $\eta = y_{\pi} = 3$ . Uma decorrelação tão grande pode, em princípio, ser sondada em futuras medições experimentais no RHIC.

Previsões para a função correlação em colisões pp e pPb em  $\sqrt{s} = 8.8$  TeV são apresentadas na Figura (4.8). No caso de colisões pp, observa-se uma diminuição na correlação "back-toback" quando os valores de rapidez são aumentados, em outras palavras, o gráfico de pico único dá lugar a um de pico duplo com uma "queda" em  $\Delta \phi = \pi$  a medida que se aplica maiores valores de rapidez, o que está diretamente relacionado ao crescimento da escala de saturação. Um comportamento semelhante é previsto para o processo DY+píon [20,75]. Por outro lado, para colisões de pPb na mesma energia do centro de massa, nota-se uma decorrelação maior, em particular para  $\eta = y_{\pi} = 5$ .

Para analisar o impacto da massa atômica na função de correlação, na Figura (4.9) são apresentadas previsões para  $C(\Delta \phi)$  nas colisões de pA em  $\sqrt{s} = 8,8$  TeV com diferentes valores de  $A \in \eta = y_{\pi} = 4,4$ . Como esperado, devido ao crescimento da escala de saturação com A, observa-se que a decorrelação torna-se mais forte para núcleos mais pesados. Tal resultado indica que, em princípio, o estudo de  $C(\Delta \phi)$  para uma energia fixa e para um determinado conjunto de rapidez pode ser usado para sondar a dependência A da escala de saturação nuclear  $Q_{s,A}$ .

Finalmente, dada as previsões acima para a função correlação, pode-se analisar como elas dependem da modelagem da dinâmica QCD através dos distintos modelos para a UGDF. Até agora usamos a Equação (4.37) inspirada no modelo GBW como entrada para os cálculos. É interessante comparar esses resultados com os obtidos usando a solução da equação rcBK discutida anteriormente. Na Figura (4.10), é apresentada uma comparação entre as previsões de GBW e as derivadas usando o modelo AAMQS. Observa-se que ambos os modelos preveem um comportamento semelhante para a função correlação e diferem principalmente na região lateral ( $\Delta \phi = 0$ ).



Figura 4.8 - Função correlação  $C(\Delta \phi)$  para a produção de fóton isolado + píon em colisões pp e pPb no LHC  $(\sqrt{s} = 8,8$ TeV), considerando três configurações distintas para as rapidez do fóton isolado e do píon.



Figura 4.9 - Função correlação  $C(\Delta \phi)$  para a produção de fótons isolados + píons em colisões de pA no LHC  $(\sqrt{s} = 8.8 \text{TeV})$  para diferentes núcleos.



Figura 4.10 - A função de correlação  $C(\Delta \phi)$  para a produção de fóton isolado e píon em colisões pp e pPb no LHC ( $\sqrt{s} = 8.8$ TeV), considerando três configurações distintas para as rapidez de fóton isolado e píon.

#### 4.4 Conclusões

Neste capítulo foi realizada uma análise fenomenológica detalhada da produção de fótons isolados em colisões pp e pA em energias típicas do RHIC e do LHC no contexto da abordagem de dipolos de cor. Foram empregados três diferentes modelos de saturação fenomenológicos para o espalhamento dipolo-alvo e analisada as distribuições diferenciais de fótons isolados no momento transverso  $p_T$ . Além disso, foi investigada a função correlação  $C(\Delta\phi)$  no ângulo azimutal entre a produção do fóton real de alto  $p_T$  em associação com um píon emergindo através da fragmentação de um quark que emite o fóton. Este observável foi estudado em colisões pp e pA nas energias RHIC e LHC e em diferentes valores de rapidez dos estados finais. Em colisões pp, a função correlação exibe uma estrutura de pico duplo próxima a  $\Delta\phi \simeq \pi$  em certas configurações cinemáticas correspondentes ao fóton real e ao píon produzidos em grande rapidez. No caso de colisões de pA, uma escala de saturação nuclear maior reforça uma forte decorrelação entre o fóton e o píon. A função correlação é uma observação mais exclusiva que os espectros de momento trans-

verso padrão do fóton isolado e parece ser fortemente sensível aos detalhes da modelagem teórica dos fenômenos de saturação na QCD. Uma futura medida em diferentes energias RHIC e LHC será capaz de estabelecer restrições mais fortes na densidade não integrada de glúons nos domínios de pequeno x e pequeno  $k_T$ , bem como nas parametrizações do modelo de dipolo, permitindo assim uma sonda à escala de saturação.

## 5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVA

A subestrutura existente no interior dos hádrons torna-se "visível" em altas energias e é através do DIS lépton-núcleon que esse acesso é possível; primeiro revelando a existência de uma propriedade de escalonamento e, posteriormente, quando comparado os dados experimentais com o modelo, identificando que essa propriedade está restrita a um regime cinemático especifico, isto é, há uma violação de escalonamento. Essa violação pode ser explicada ao incluir os glúons através das equações DGLAP. Pode-se fazer uso de diferentes parametrizações para as PDFs associadas aos cálculos teóricos da DGLAP a fim de fornecer predições do conteúdo de pártons no interior hadrônico. Entretanto, há uma discordância sobre o comportamento da distribuição de glúons para pequeno x. Essa é uma questão em aberto, e o estudo aqui presente presente propõe que a produção de fótons é uma forma de vincular o conteúdo de glúons no interior hadrônico.

Desta forma, este trabaho é iniciado investigando a produção dos fótons isolados no formalismo colinear, onde são observados principalmente dois subprocessos: o espalhamento Compton e o de aniquilação. Aqui, foi demonstrado que o subprocesso Compton é quem mais contribui para a produção dos fótons isolados. Esse é um ponto importante, visto que permite chegar a uma primeira conclusão: uma vez que o espalhamento Compton é a produção de um fóton e um quark a partir da colisão de um quark com um glúon, ou seja, é a ocorrência de um fóton oriundo de um processo no qual um glúon está no estado inicial, há a possibilidade de utilizar a produção de fótons para estudar a vinculação de glúons na região de pequeno x. Porém, o CGC prevê a quebra da fatorização colinear; fenômenos de saturação da QCD forçam a utilização de uma fatorização mais geral. Assim, neste trabalho, os observáveis são estudados considerando o formalismo de dipolos de cor.

A produção de fótons isolados via formalismo de dipolos de cor é uma ferramenta importante para estudar a dinâmica na região de pequeno x (altas energias), visto que ele é adequado para descrever a produção de interesse em uma estrutura livre de parâmetros e os efeitos nucleares associados à saturação são mais convenientemente descritos dentro deste formalismo. Sendo assim, uma análise fenomenológica detalhada desta produção em colisões pp e pA em energias típicas do RHIC e do LHC, empregando diferentes modelos de saturação fenomenológica (GBW, AAMQS e CGC), revelam alguns resultados interessantes: a comparação das previsões aqui apresentadas com os dados do experimento PHENIX, para produção de fótons isolados em colisões pp em  $\sqrt{s} = 0.2$  TeV, revelam que os modelos GBW e AAMQS descrevem bem os dados, enquanto que o modelo CGC fica abaixo de todos os dados do experimento PHENIX de 2012 e abaixo da maioria dos dados de 2007; observa-se que os resultados englobam as parametrizações existentes para a seção de choque do dipolo ajustada aos dados HERA, sem nenhum parâmetro livre adicional, ou seja, nenhum fator K em NLO foi imposto nos cálculos, o que contrasta com a abordagem colinear; a produção de fótons isolados em relação ao espectro  $p_T$  no LHC apresenta-se de forma semelhante ao RHIC, sendo sensíveis ao tratamento dos efeitos de saturação. Nota-se que a previsão do AAMQS produz um espectro mais alto do que os outros modelos, particularmente em grandes momentos transversos do fóton, enquanto as parametrizações CGC e GBW fornecem previsões semelhantes.

Um outro observável importante e sensível à dinâmica da saturação é a função de correlação  $C(\Delta\phi)$  no ângulo azimutal  $\Delta\phi$  entre o estado final do fóton e o hádron. A função correlação é uma observação mais exclusiva que os espectros de momento transverso padrão do fóton isolado e parece ser fortemente sensível aos detalhes da modelagem teórica dos fenômenos de saturação na QCD. Uma medida futura desse observável em diferentes energias RHIC e LHC seria capaz de estabelecer restrições mais fortes na densidade não integrada de glúons nos domínios de pequeno x e pequeno  $k_T$ , bem como nas parametrizações do modelo de dipolo, permitindo assim uma sonda à escala de saturação.

Como perspectiva pretendemos estender nossa análise para o caso da emissão de glúons ao invés de fótons pelos quarks (e glúons) do projétil. Neste caso, a descrição torna-se mais complexa devido a possibilidade do glúon emitido poder interagir com o alvo, diferentemente do que ocorre no caso do fóton. Temos a expectativa que a experiência adquirida nesta dissertação permitirá avançar rapidamente na compreensão deste novo processo, de forma tal que possamos predizer a produção de jatos, assim como a correlação entre hádrons, no caso de colisões próton-próton e próton-núcleo. A comparação destas predições com futuros dados experimentais do LHC são importantes testes da universalidade do formalismo de dipolos, assim como da descrição da dinâmica QCD no limite de altas energias.

## A - RAPIDEZ E PSEUDORAPIDEZ

A rapidez de uma partícula é uma quantidade invariante de Lorentz definida por

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \tag{A.1}$$

com E sendo a energia da partícula e  $p_z$  a componente do momento no eixo z. Como aqui interessa que estejamos lidando com um produto de altíssima energia de uma colisão, no regime altamente relativístico, mesmo que para z a rapidez seja uma variável invariante de Lorentz, no limite de altas energias  $(p \gg m)$  ocorre que  $E \simeq |p|$ , assim, a rapidez pode ser diretamente relacionada ao ângulo de espalhamento  $\theta$ , que especifica a direção do movimento em relação ao eixo z, ou seja,

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right)^2 = -\ln \left( \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right).$$
(A.2)

Disto, pode-se extrair uma importante observação: a rapidez é aproximadamente igual a pseudorapidez  $(\eta)$ , no limite em que a partícula viaja com a velocidade próxima da luz, ou na aproximação onde  $m \to 0$ . Sendo a pseudorapidez dada por

$$\eta = -\ln\left(\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right),\tag{A.3}$$

onde,  $\theta$  é o ângulo entre o momento p da partícula e a direção positiva do eixo de colisão. De modo que, para partículas altamente relativísticas ocorre que  $y \simeq \eta$ . De forma geral, a pseudorapidez é mais conveniente, dado que o ângulo  $\theta$  da partícula pode ser medido diretamente no detector e, também, as diferenças em pseudorapidez também são invariantes de Lorentz. Além disso, é interessante ressaltar que a pseudorapidez é de grande utilidade em colisores hadrônicos (como é o caso do LHC), visto que a natureza dos prótons indica que nas colisões as interações raramente têm seu referencial de centro de massa coindindo com o referencial de repouso do detector. Dada a complexidade física,  $\eta$  é muito mais rápido e fácil de estimar do que y. Outro fato é que a natureza das colisões em altas energias indica que as duas quantidades podem ser quase idênticas.

# B - PREVISÕES DA FATORIZAÇÃO COLINEAR PARA FÓTONS ISO-LADOS NO FCC

A seguir, são apresentados os resultados dos cálculos da seção de choque da produção de fótons isolados considerando os grupos CTEQ6 e MSTW para PDFs na energia limite prevista para o FCC ( $\sqrt{s} = 100$  TeV).

Os gráficos que se seguem, tanto para o espectro  $p_T$  quanto para o escpetro  $\eta$ , são muito semelhantes aos da produção de fótons na energia do LHC, vistos no terceiro capítulo, onde foram analizadas as sensibilidades da produção de fótons diretos para os subprocesso Compton e aniquilação, de acordo com a distribuição do momento transverso  $(p_T)$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO, considerando dois diferentes grupos de PDFs, CTEQ6 e MSTW. A observação dos gráficos levou a conclusão de que a contribuição Compton é o modo dominante da produção de fótons, em toda a região cinemática trabalhada. O mesmo vale para este tópico, com a diferença de que agora, devido a energia usada ser  $\sqrt{s} = 100$  TeV, ocorre um aumento na taxa de produção dos fótons isolados, e também, nota-se uma leve divergência entre os grupos com relação a distribuição em  $p_T$ , principalmente em valores pequenos.



Figura B.1 - Distribuição de  $p_T$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no LHC (100 TeV), comparando as parametrizações do grupo CTEQ6 e MSTW: (a) na faixa cinemática 1 GeV<  $p_T < 400$  GeV; (b) e no recorte 1 GeV<  $p_T < 20$  GeV.



Figura B.2 - Distribuição em  $p_T$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no FCC (100 TeV), com comparação das contribuições dos subprocessos Compton, aniquilação e a soma desses na faixa cinemática 1 GeV<  $p_T <$ 400 GeV: para as parametrizações do grupo (a) CTEQ6 e (b) MSTW



Figura B.3 - Distribuição em  $\eta$  para a seção de choque diferencial inclusiva em LO no FCC (100 TeV), com comparação das contribuições dos subprocessos Compton, aniquilação e a soma desses na faixa cinemática 1 GeV<  $p_T$  <400 GeV: para as parametrizações do grupo (a) CTEQ6 e (b) MSTW. (c) Além de um comparativo entre as contribuições totais dos dois grupos.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] THOMSON, M. Modern Particle Physics. New York: Cambridge University Press, 2013. 21, 33, 34, 35, 37, 39, 41, 44, 49
- [2] GRIFFITHS, D. Introduction to Elementary Particles. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, 2004. 21, 28, 29, 33, 38
- [3] MUTA, T. Foundations of Quantum Chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories. 3. ed. [S.l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010. 22, 28, 30, 34, 35, 37, 38
- [4] GREINER W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. Quantum Chromodynamics. 2. ed. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg., 2002. 22, 28, 30
- [5] DOKSHITSER, L. Y. Calculation of structure functions of deep-inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by pertubation theory in quantum chromodynamics. **Soviet Physics JETP**, v. 46, p. 641–653, Oct. 1977. 22
- [6] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. Nuclear Physics B, v. 126, p. 298–318, Apr. 1977. 22
- [7] GRIBOV, N. V.; LIPATOV, N. L. Deep Inelastic Scattering in Perturbation Theory.
   Physics Letters B, v. 37, p. 78–80, Nov. 1971. 22
- [8] FADIN S. V.; KURAEV, A. E.; LIPATOV, N. L. On the Pomeranchuk Singularity in Asymptotically Free Theories. **Physics Letters B**, v. 60, p. 50–52, Dec. 1975. 22
- [9] KURAEV A. E.; LIPATOV, N. L.; FADIN, S. V. Multi-Reggeon processes in the Yang-Mills theory. **Soviet Physics JETP**, v. 44, p. 443–451, Sep. 1976. 22
- [10] \_\_\_\_\_. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. Soviet Physics JETP, v. 45, p. 443–451, Feb. 1977. 22
- [11] BALITSKY, I. I.; LIPATOV, L. N. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. Soviet Physics JETP, v. 28, p. 822–829, 1978. 22
- [12] HALZEN, F.; MARTIN, D. A. Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics. New York: John Wiley and Sons, 1984. 23, 38, 45, 47
- [13] STERMAN, G.; AL. et. Handbook of perturbative QCD: Version 1.0. Reviews of Modern Physics, v. 67, p. 157–248, Jan. 1995. 23, 65

- [14] LIPATOV, V. A.; ZOTOV, P. N. Prompt Photon Hadroproduction at High Energies in the k<sub>T</sub>-Factorization Approach. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, v. 34, p. 219–237, Dec. 2006. 23
- [15] PIETRYCKI, T.; SZCZUREK, A. Parton Transverse Momenta and Direct Photon Production in Hadronic Collisions at High Energies. Physical Review D, v. 75, p. 014023, Jan. 2007. 23
- BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. Nuclear Physics
   B, v. 463, p. 99–160, Sep. 1996. 24, 58
- [17] KOVCHEGOV, Y. Small-x  $F_2$  Structure Function of a Nucleus Including Multiple Pomeron Exchanges. **Physical Review D**, v. 60, Jan. 1999. 24, 58
- [18] NIKOLAEV, N. N.; SCHÄFER, W.; ZAKHAROV, B. G. Nonuniversality Aspects of Nonlinear  $k_{\perp}$  Factorization for Hard Dijets. **Physical Review Letters**, v. 95, p. 221803, Nov. 2005. 24
- [19] DOMINGUEZ, F.; MARQUET, C.; XIAO, B.; YUAN, F. Universality of unintegrated gluon distributions at small x. Physical Review D, v. 83, p. 105005, May. 2011. 24
- [20] BASSO, E.; GONÇALVES, V. P.; NEMCHIK, J.; PASECHNIK, R.; SUMBERA,
  M. Drell-Yan phenomenology in the color dipole picture revisited. Physical Review D,
  v. 93, p. 034023, Feb. 2016. 24, 75, 83, 84, 85, 91
- [21] BASSO, E.; GONÇALVES, V. P.; KRELINA, M.; NEMCHIK, J.; PASECHNIK, R. Nuclear effects in Drell-Yan pair production in high-energy pA collisions. Physical Review D, v. 93, Mar. 2016. 24
- [22] GONÇALVES, V. P.; KRELINA, M.; NEMCHIK, J.; PASECHNIK, R. Drell-Yan process in pA collisions: Path-integral treatment of coherence effects. Physical Review D, v. 94, p. 114009, Aug. 2016. 24, 31, 32
- [23] GONCALVES, V. P.; LIMA, Y.; PASECHNIK, R.; ŠUMBERA, M. Isolated photon production and pion-photon correlations in high-energy *pp* and *pa* collisions. **Physical Review D**, v. 101, p. 094019, May 2020. 25
- [24] YANG, C.; MILLS, R. L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. Physical Review, v. 96, p. 191–195, Oct. 1954. 28, 29, 31
- [25] FADDEEV, L. D.; POPOV, V. N. Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field.
   Physical Letters B, v. 25, p. 29–30, Jun. 1967. 30, 32

- [26] POLITZER, H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? Physical Review Letters, v. 30, p. 1346–1349, Jun. 1973. 33
- [27] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Non-abelian Gauge Theories.
   Physical Review Letters, v. 30, p. 1343–1346, Jun. 1973. 33
- [28] NEWMAN, P. Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering at HERA. International Journal of Modern Physics A, v. 19, p. 1061–1073, Mar. 2004. 15, 40, 41
- [29] DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. Deep Inelastic Scattering. New York: Oxford University Press Inc., 2004. 44, 45, 47, 70
- [30] PIRES, S. D. Espalhamento Compton Profundamente Virtual em Colisões Elétron-Próton e Elétron-Núcleo. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Física e Matemática da UFPEL, Universidade Federal de Pelotas, 2014. 49, 55, 58
- [31] LAI, H.; GUZZI, M.; HUSTON, J.; LI, Z.; NADOLSKY, P. M.; PUMPLIN, J.;
  YUAN, C. P. New parton distributions for collider physics. Physical Review D, v. 82,
  p. 1550–2368, Oct. 2010. 49, 86
- [32] BALL, R. D.; BERTONE, V.; CERUTTI, F.; L.;, D. D.; FORTE, S.; GUFFANTI,
  A.; LATORRE, J.; ROJO, J.; UBIALI, M. Impact of heavy quark masses on parton distributions and LHC phenomenology. Nuclear Physics B, v. 849, p. 296–363, Aug. 2011. 49
- [33] HARLAND-LANG, L. A.; MARTIN, A. D.; MOTYLINSKI, P.; THORNE, R. S. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. The European Physical Journal C, v. 75, May. 2015. 49
- [34] TUNG, W. Global QCD Analysis and Hadron Collider Physics. International Journal of Modern Physics A, v. 21, Jan. 2012. 49
- [35] PUMPLIN, J.; STUMP, D.; HUSTON, J.; LAI, H.; NADOLSKY, P. M.; TUNG,
  W. New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis.
  Journal of High Energy Physics, v. 07, p. 012, 2002. 49
- [36] MARTIN, A.; STIRLING, W.; THORNE, R.; WATT, G. Parton distributions for the LHC. European Physical Journal C, v. 63, p. 189–285, 2009. 50
- [37] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, v. 49, p. 607–618, Jul. 1991. 51, 55, 75

- [38] \_\_\_\_\_. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, v. 53, p. 331–345, Jul. 1992. 51, 55
- [39] \_\_\_\_\_. The triple-pomeron regime and structure function of the pomeron in diffractive deep inelastic scattering at very small x. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, v. 64, p. 631–651, Dec. 1994. 51, 55, 75
- [40] MUELLER, A. H. Soft gluons in the infinite-momentum wave function and the BFKL pomeron. Nuclear Physics B, v. 415, p. 373–385, Mar. 1994. 51, 55
- [41] BARONE, V.; PREDAZZI, E. High-Energy Particle Diffraction. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 53, 54, 55, 56
- [42] NEWTON, G. R. Optical theorem and beyond. American Journal of Physics, v. 44, p. 639–642, Jul. 1976. 54
- [43] MUELLER, A. H.; PATEL, B. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high energy hard processes. Nuclear Physics B, v. 425, p. 471–488, Aug. 1994. 55
- [44] MUELLER, A. H. Unitarity and the BFKL pomeron. Nuclear Physics B, v. 437,
   p. 107–126, Mar. 1995. 55
- [45] ARNEODO, M.; DIEHL, M. Diffraction for non-believers. In: HERA and the LHC: A Workshop on the Implications of HERA and LHC Physics (Startup Meeting, CERN, 26-27 March 2004; Midterm Meeting, CERN, 11-13
  October 2004). [S.l.: s.n.], 2005. p. 425–446. 56
- [46] MCLERRAN, L. D.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. Physical Review D, v. 49, p. 2233–2241, Mar. 1994. 56
- [47] \_\_\_\_\_. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. **Physical Review D**, v. 49, p. 3352–3355, Apr. 1994. 56
- [48] \_\_\_\_\_. Green's functions in the color field of a large nucleus. Physical Review D,
   v. 50, p. 2225–2233, Feb. 1994. 56
- [49] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. The Color glass condensate: An Introduction. In: Cargese Summer School on QCD Perspectives on Hot and Dense Matter. [S.l.: s.n.], 2002. p. 73–145. 56
- [50] ALBACETE, J. L.; ARMESTO, N.; MILHANO, J. G.; P., Q. A.; SALGADO,
  C. A. AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small-x including heavy quarks. The European Physical Journal C, v. 71, Jul. 2011. 58, 59, 60
- [51] BALITSKY, I.; CHIRILLI, G. A. Next-to-leading order evolution of color dipoles.Physical Review D, v. 77, Jan. 2008. 58
- [52] BALITSKY, I. Quark contribution to the small-x evolution of color dipole.Physical Review D, v. 75, p. 014001, Jan. 2007. 58
- [53] GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M.; MENESES, A. Non-linear QCD dynamics and exclusive production in *ep* collisions. European Physical Journal C, v. 68, Mar. 2010. 59
- [54] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q<sup>2</sup> and its implications on diffraction. Physical Review D, v. 59, p. 014017, Nov. 1998. 59, 84
- [55] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small-x. **Physics Letters B**, v. 590, n. 3, p. 199–208, Jun. 2004. 60
- [56] GLAUBER, R. J.; MATTHIAE, G. High-energy scattering of protons by nuclei.
   Nuclear Physics B, v. 21, p. 135–157, Feb. 1970. 60
- [57] MUELLER, A. H. Small-x behavior and parton saturation: A QCD model.
   Nuclear Physics B, v. 335, p. 115–137, Sep. 1990. 60
- [58] DUSLING, K.; GELIS, F.; LAPPI, T.; VENUGOPALAN, R. Long range two-particle rapidity correlations in collisions from high energy QCD evolution. Nuclear Physics A, v. 836, n. 1-2, p. 159–182, May 2010. 61
- [59] LAPPI, T.; MANTYSAARI, H. Single inclusive particle production at high energy from HERA data to proton-nucleus collisions. Physical Review D, v. 88, Dec 2013. 61
- [60] OWENS, J. F. Large-momentum-transfer production of direct photons, jets and particles. **Reviews of Modern Physics**, v. 59, p. 465–503, Apr. 1987. 64, 71
- [61] KUMAR, A.; JHA, M.; SODERMARK, B.; BHARDWAJ, A.; RANJAN, K.; SHIVPURI, R. Study of direct photon production at the CERN LHC. Physical Review D, v. 67, p. 014016, Jan. 2003. 64, 65
- [62] ACHARYA, S.; ADAMOVA, D.; ADHYA, S. P.; ADLER, A.; ADOLFSSON, J.; AGGARWAL, M. M.; G., A. R.; AGNELLO, M.; AGRAWAL, N. et al. Measurement of

the inclusive isolated photon production cross section in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV. The European Physical Journal C, v. 79, p. 896, Nov. 2019. 65, 71

- [63] FIELD, R. D. Applications of Perturbative QCD. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1989. 66
- [64] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E.; STERMAN, G. F. Factorization of Hard Processes in QCD. In: Perturbative Quantum Chromodynamics. [S.l.: s.n.], 1989. v. 5, p. 1–91. 70
- [65] MARIOTTO, C. B.; GONÇALVES, V. P. Enhancement of prompt photons in ultrarelativistic proton-proton collisions from nonlinear gluon evolution at small x.
   Physical Review C, v. 75, Jun. 2007. 71
- [66] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. On determination of the large 1/x gluon distribution at HERA. Physics Letters B, v. 332, p. 184–190, 1994. 75
- [67] BASSO, E. A. F.; GONÇALVES, V. P.; RANGEL, M. Inclusive gauge boson production in the color dipole formalism. Physical Review D, v. 90, p. 094025, Oct. 2014. 75
- [68] KOPELIOVICH, B. Z.; REZAEIAN, A. H.; PIRNER, H. J.; SCHMIDT, I. Direct photons and dileptons via color dipoles. Physics Letters B, v. 653, p. 210–215, Sep. 2007. 75, 76, 77
- [69] BETEMPS, M. A.; DUCATI, M. B. G.; MACHADO, M. V. T.; RAUFEISEN, J. Investigating the Drell-Yan transverse momentum distribution in the color dipole approach. Physical Review D, v. 67, Jun. 2003. 75, 77
- [70] KOPELIOVICH, B. Z.; SCHÄFER, A.; TARASOV, A. V. Bremsstrahlung of a quark propagating through a nucleus. Physical Review C, v. 59, p. 1609–1619, Mar. 1999. 76, 77
- [71] BETEMPS, M. A.; DUCATI, M. B. G.; MACHADO, M. V. T. Unitarity corrections to the Drell-Yan process in the target rest frame. Physical Review D, v. 66, Jul. 2002. 77
- [72] STASTO, A.; XIAO, B.-W.; ZASLAVSKY, D. Drell-Yan Lepton-Pair-Jet Correlation in pA collisions. **Physical Review D**, v. 86, p. 014009, Jul. 85
- [73] AFANASIEV, S.; AIDALA, C.; AJITANAND, N.; AKIBA, Y.; AL-BATAINEH, H.; ALEXANDER, J.; AOKI, K.; APHECETCHE, L. et al. Direct photon production in p + p collisions at  $\sqrt{s} = 200$  GeV at midrapidity. **Physical Review D**, v. 86, n. 7, Oct. 2012. 16, 86

- [74] DUCLOUÈ, B.; LAPPI, T.; MÄNTYSAARI, H. Forward rapidity isolated photon production in proton-nucleus collisions. Nuclear Physics A, v. 982, p. 267–270, Jul. 2019. 89
- [75] KRELINA, M.; BASSO, E.; GONÇALVES, V. P.; NEMCHIK, J.; PASECHNIK, R. Drell-Yan process in p + Pb collisions at the LHC. **Proceedings of Science**, LHCP2016, p. 227, Set. 2016. 90, 91
- [76] JALILIAN-MARIAN, J. Probing high energy QCD via 2-particle correlations.
   Nuclear Physics A, v. 904-905, p. 791c-794c, 2013. 90