UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

Título: Estudo do decaimento e da fotoprodução de ${\bf f_1(1285)}$

Patricia Gonçalves Moreira

 $\mathrm{Pelotas},\ 2018$

Estudo do decaimento e da fotoprodução de ${\bf f}_1(1285)$

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Mário Luiz Lopes da Silva

Patricia Gonçalves Moreira

Título: Estudo do decaimento e da fotoprodução de $f_1(1285)$

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 16 fevereiro de 2018

Banca examinadora:

Mário Luiz Lopes da Silva (Orientador)

Ω Doutor em Ciências

Universidade Federal de Pelotas

Krenner

Doutor em Ciências Fundação Universida<u>de</u> Federal do Rio Grande

Victor Paulo Barros Gonçalves

Cristiano Brenner Mariotto

Doutor em Ciências

Universidade Federal de Pelotas

"Escolher o seu tempo é ganhar tempo."

FRANCIS BACON.

A meus filhos, Eduarda e João Pedro,

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Mário Luiz Lopes da Silva, pela amizade, puxões de orelhas, piadas futebolísticas e, principalmente, por ter uma paciência imensurável e não desistir de mim;

À CAPES pela bolsa de pesquisa e pelo livre acesso aos Periódicos;

Ao CNPq pelo financiamento da pesquisa;

Ao PPGFis pelo auxílio financeiro em Congressos, pela orientação e pelo template do LaTeX (adeus, Word!);

A todos os professores do PPGFis, em especial o Prof. Alexandre Diehl, Prof. Mário Lúcio Moreira, Prof. Fernando Jaques Ruiz Simões Jr. e os professores do GAME, Prof. Werner Krambeck Sauter e Prof. Victor Paulo Barros Gonçalves, pela amizade, conselhos e contribuições, tanto na parte acadêmica como na pesquisa;

Aos meus amigos do GAME, especialmente os parceiros de sala (e de café, dos lanches, das piadas nem tão engraçadas...) por serem maravilhosos companheiros;

Aos meus demais colegas da PPGFis, em especial aqueles que convivem comigo desde a época da Graduação, compartilhando experiências, risadas, ar-condicionado...;

Aos meus amigos da Graduação (e os que já abandonaram o barco), em especial os de longa data, onde fizemos uma parceria de sucesso, tanto no cunho acadêmico, como boêmico e gastronômico;

A todos os professores, funcionários e amigos do IFM e da UFPel;

Ao grupo Bolsistas CAPES, do Facebook, pelas experiências (e "sofrências") compartilhadas e dicas acadêmicas preciosas;

Aos meus filhotes de quatro patas, Spike, Sol e Analua, por serem tão fofos e suportarem os meus afagos nos meus momentos de síndrome de Felícia (tipo, sempre);

Ao meu finado avô, Prof. Énnio Sallaberry Gonçalves, por ser o provável responsável genético pelo meu apreço à Física;

Ao meu companheiro de cervejadas e baurus, mestre cervejeiro e assador de primeira, Leonardo, por sempre me incentivar e conseguir me botar pra cima, mesmo quando tudo parecia estar perdido;

Aos meus pais, Mayá e Antônio Eduardo, meus irmãos, Maísa e Leonardo e meu padrasto, Manoel Luís, por todo apoio, incentivo, companheirismo e amor (sou eternamente grata por sempre acreditarem que eu seria alguém na vida...);

E, finalmente, às minhas maiores riquezas e mini-terroristas (apesar de serem uns monstros gigantes), Eduarda e João Pedro, minha maior motivação de estar aqui, buscando o melhor pra eles. Filhotes: essa loucura toda é por vocês.

Muito obrigada!

RESUMO

MOREIRA, Patricia Gonçalves, **Estudo do decaimento e da fotoprodução de** $f_1(1285)$ 2018, 116p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

A ressonância $f_1(1285)$, de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, massa 1281, 9 ± $0,5 \,\mathrm{MeV}/c^2$ e largura de decaimento total 22, $7\pm1, 1 \,\mathrm{MeV}$ tem sido alvo de muitos estudos, tanto no ponto de vista experimental como teórico. Neste contexto, tanto o decaimento radioativo quanto a fotoprodução de mésons são ferramentas úteis para investigar as propriedades desses hádrons, em especial sua estrutura interna. Com esta finalidade, utilizamos a teoria de Regge para calcular a seção de choque de fotoprodução $\gamma p \to f_1(1285)p$. Neste formalismo está prevista a troca de reggeons entre as partículas envolvidas na colisão. No processo em estudo os reggeons a serem trocados são os mésons vetoriais (V) $\rho \in \omega$. A informação sobre a estrutura interna da ressonância $f_1(1285)$ está vinculada ao acoplamento do vértice $\gamma f_1 V$, que, por sua vez, pode ser vinculada ao decaimento radioativo de $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$. O decaimento radioativo de $f_1(1285)$ é obtido através de um modelo não relativístico. Como resultado, obtivemos a taxa de decaimento radioativo $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho} = 1608, 11 \text{ keV e } \Gamma_{f_1 \to \phi \gamma} = 214, 00 \text{ keV e, com base nesses resultados, fizemos uma$ estimativa para a estrutura interna de $f_1(1285)$. Os resultados para a seção de choque de fotoprodução não se ajustaram aos dados de CLAS, o que sugere que devemos considerar outras contribuições para a seção de choque, como por exemplo a troca de partículas no canal u.

Palavras Chave: mésons, conteúdo gluônico, decaimento radioativo, fotoprodução

ABSTRACT

MOREIRA, Patricia Gonçalves, **Study of decay and photoproduction of** $f_1(1285)$ 2018, 116p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

The resonance $f_1(1285)$, with quantum numbers $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, mass 1281, 9 ± $0.5 \,\mathrm{MeV}/c^2$ and total decay width $22.7 \pm 1.1 \,\mathrm{MeV}$, has been the subject of many studies, both in the experimental and theoretical points of view. In this context, both radioactive decay and meson photoproduction are useful tools to investigate the properties of these hadrons, especially their internal structure. For this purpose, we use the Regge Theory to calculate the photoproduction cross section $\gamma p \to f_1(1285)p$. In this formalism is foreseen the exchange of reggeons between the particles involved in the collision. In the process in study the reggeons to be exchanged are the vector mesons $(V) \rho$ and ω . The information on the internal structure of the $f_1(1285)$ resonance is related to the coupling of the $\gamma f_1 V$ vertex, which, in turn, can be related to the radioactive decay of $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$. The radioactive decay of $f_1(1285)$ is obtained through a non-relativistic model. As a result, we obtained the rate of radioactive decay $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho} = 1608, 11$ keV and $\Gamma_{f_1 \to \phi \gamma} = 214, 00$ keV and, based on these results, we estimate the internal structure of $f_1(1285)$. The results for the photoproduction cross section did not agree with the CLAS data, which suggests that we should consider other contributions to the cross section, such as the particle exchange in the *u*-channel.

Key-words: mesons, gluonic content, radioactive decay, photoproduction

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1	INTRODUÇÃO	21
2	INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS MÉSONS	27
2.1	O Modelo de Quarks	27
2.2	Espectroscopia Mesônica	29
2.3	A Física Experimental de Partículas	31
2.3.	1 LHC	32
2.3.	2 Colaboração CLAS no JLab	33
3	MATRIZ DE ESPALHAMENTO	37
3.1	Definição	37
3.2	Amplitude de Espalhamento e Seção de Choque	37
3.3	Espalhamento de Dois Corpos	39
3.4	Unitariedade	41
3.4.	1 O Teorema Óptico	42
3.5	Analiticidade	43
3.6	Cruzamento	44
4	TEORIA DE REGGE	47
4.1	Formulação da Teoria	47
4.2	Troca de Partículas no Modelo de Canal t	48
4.3	Momentum Angular Complexo	49
4.4	Trajetórias de Regge	51
5	DECAIMENTO RADIOATIVO	55
5.1	Introdução	55
5.2	Potencial de Confinamento	55
5.3	O Modelo de Decaimento Radioativo	57
5.4	Resultados	59
5.5	Conclusões e Discussões	62

6 FOTC	PRODUÇÃO DE MÉSONS	• •				65
6.1 Intro	dução		•			65
6.2 Form	alismo da Seção de Choque		•			65
6.3 Mode	elo de Regge		•			67
6.4 Inter	polação de Regge		•			70
6.5 Resu	ltados		•			71
6.6 Conc	lusões e Discussões		•	•		78
7 CONC	CLUSÕES E PRÓXIMOS PASSOS	•			•	85
A SISTE	EMA DE UNIDADES	•		•	•	87
B VARI	ÁVEIS CINEMÁTICAS	•				89
B.1 Proc	essos de Espalhamentos Generalizados		•	•		89
B.2 Proc	esso de Espalhamento de Dois Corpos		•	•		90
B.2.1 Va	riáveis de Mandelstam			•		90
B.2.2 Sis	tema de Centro de Massa (CM)			•		92
B.2.3 Sis	tema de Laboratório		•	•		94
B.3 Proce	esso Inclusivo Único		•	•		96
C CÁLC	CULO DO PARÂMETRO VARIACIONAL	•		•	•	99
D DEDU	JÇÃO DA AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO	•		•	•	103
A INFO	RMAÇÕES DE $f_1(1285)$ DO PARTICLE DATA GROUP)		•	•	109
REFERÊ	ÈNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	• •			•	111

LISTA DE FIGURAS

1.1	Ilustração de hádrons padrões - (a) méson e (b) bárion - e exóticos - (c) tetraquark e (d) pentaquark	21
1.2	Seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ obtido pelo CLAS para diversas previsões teóricas: a curva sólida corresponde à previsão de Kochelev [9] para $f_1(1285)$ e as linhas tracejadas e pontilhadas correspondem, respectivamente, à previsão do $\eta(1295)$ e à soma das duas ressonâncias	23
2.1	Via Óctupla com a composição de quarks: (a) para os oito bárions de spin $1/2$ e (b) para os nove mésons de spin 0 [22, p. 4]	28
2.2	(a) Ilustração da estrutura do LHC [33] e (b) imagem de um tubo acelerador de partículas [32].	32
2.3	(a) Ilustração da estrutura do JLab [34] e (b) representação do upgrade [35].	33
2.4	Representação do detector do CLAS.	35
4.1	Troca simples de méson no canal t	48
4.2	Sobreposição das principais trajetórias mesônicas [6]	53
5.1	Diagramas representando a probabilidade de (a) um quark emitir um fóton e	
	de (b) um antiquark emitir um fóton	58
6.1	Diagrama de Feynman da fotoprodução do méson $f_1(1285)$ via troca de mésons	
	$\rho \in \omega$ no canal t	67
6.2	A seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ para a fotoprodução de $f_1(1285)p$ é uma função de $\cos \Theta^{c.m.}$. O decaimento radioativo utilizado é o obtido pelo	
	CLAS $\Gamma_{\rm CLAS} = 453{\rm keV}$ e o resultado é ajustado pela razão de decaimento de	
	$f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$. Em 6.3(a), consideramos no modelo a trajetória degener-	
	ada para ρ enquanto em 6.3(b), a trajetória do ρ é não-degenerada	72
6.3	Seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) obtido pelo CLAS para \sqrt{s} =	
	2,35 GeV, $\sqrt{s} = 2,55$ GeV e $\sqrt{s} = 2,75$ GeV comparados a modelos teóricos: a	
	curva solida corresponde a previsao de Kochelev [9] para $f_1(1285)$ e as curvas tracciadas a pontilhadas são correspondentes à previsão de $r(1205)$ s à curvas	
	tracejadas e pontinadas são correspondentes a previsão do $\eta(1295)$ e a soma	70
	das duas ressonancias, respectivamente	73

- 6.4 Resultados da seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) em função de $\cos \Theta^{\text{c.m.}}$, para trajetórias degeneradas de ρ , obtidos via troca de reggeons, comparados com resultados do CLAS [10] e previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$ ($\sqrt{s} \simeq 4, 2 \text{ GeV}$). As curvas pontilhadas representam os resultados para a largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 453 \text{ keV}$ (CLAS), as curvas tracejadas para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 1203 \text{ keV}$ e a curva sólida para a largura de decaimento obtido via modelo de quark (Capítulo 5) $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 1608 \text{ keV}$. As barras de erro representam os resultados experimentais.

74

95

Resultados da seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) em função de 6.6 $\cos \Theta^{\text{c.m.}}$ obtidos via interpolação, comparados com resultados do CLAS [10], e previsão para $E_{\gamma} = 9 \,\text{GeV}$. As curvas pontilhadas representam os resultados para a largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 453 \text{ keV}$ (CLAS), as curvas tracejadas para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 1203 \,\text{keV}$ e a curva sólida para a largura de decaimento obtido via modelo de quark (Capítulo 5) $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 1608 \,\mathrm{keV}$. As barras de erro representam os resultados experi-77Resultados obtidos por Parada et al, a partir da abordagem Lagrangiana efetiva. 81 6.7 Diagramas de Feynman para o processo de fotoprodução do méson $f_1(1285)$ 6.8 via troca de núcleon nos canais $s \in u$ 82 Diagrama do espalhamento exclusivo de dois corpos $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ 89 B.1 B.2 Diagrama do espalhamento inclusivo da partícula única $1 + 2 \rightarrow 3 + X$... 90 Reações nos canais (a) s, (b) t e (c) u. B.3 91 92B.4

B.5

LISTA DE TABELAS

Pág.

$2.1 \\ 2.2$	Algumas propriedades dos quarks e seus respectivos antiquarks [8,22] Algumas propriedades dos mésons conforme PDG [8]	28 31
4.1	Números quânticos para cada trajetória mesônica demonstrada na Figura 4.2 [6].	52
5.1 5.2	Massas efetivas e seus correspondentes β_M obtidos para os estados $n\bar{n}$ Massas efetivas e seus correspondentes β_M obtidos para os estados $s\bar{s}$ Valores das tavas do decemento radicativo em kaV em comparação por dados	59 60
0.0 5 4	do PDG [8] e experimentais recentes [10]	60
0.4	não-relativísticos [39].	62
$6.1 \\ 6.2 \\ 6.3$	Parâmetros ajustados a partir de dados experimentais [48]	71 76
	$(d\sigma_I/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{CLAS} = 435 \text{ keV}$.	78
6.4	Resultados obtidos no tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e via interpolação $(d\sigma_I/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{\rm PDG}$ =	
6.5	1203 keV	79
6.6	1608 keV	80
6.7	$\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \text{ keV}.$	81
6.8	$\Gamma_{\rm PDG} = 1203 \text{keV}.$ Resultados para a trajetória não-degenerada do méson $\rho(770)$ no tratamento	82
	de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{\text{MOD}} = 1608 \text{ keV}$	83
A.1 A.2	Sistema de unidades de algumas grandezas físicas	87 87
C.1	Parâmetros da gaussiana obtidos para estados $n\bar{n} \in s\bar{s}$	101

1 INTRODUÇÃO

Desde a admissão teórica do méson π por Yukawa, em 1935, a fim de descrever a interação entre prótons e nêutrons no interior do núcleo atômico, o estudo da física de mésons e o estudo da interação forte estão interligados. Mais tarde se descobriu que os prótons e nêutrons possuíam uma estrutura interna, formados por partículas chamadas *quarks*. Então uma nova teoria foi construída para descrever a interação entre os quarks. Esta teoria é denominada Cromodinâmica Quântica (*Quantum Cromodynamics - QCD*), também conhecida como teoria das interações fortes. A QCD também descreve a interação entre os *glúons*, partículas que possuem carga de cor, que podem interagir entre si devido a essa propriedade. Sendo assim, a QCD é a teoria que descreve a interação entre quarks e glúons no interior dos *hádrons*, partículas que são formadas por um estado ligado de quarks (Figura 1.1).

Figura 1.1 - Ilustração de hádrons padrões - (a) méson e (b) bárion - e exóticos - (c) tetraquark e (d) pentaquark.



As propriedades dos hádrons vêm sendo estudadas em inúmeros trabalhos científicos ao redor do mundo e tem se mostrado um assunto de grande interesse, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental [2]. Dentre os processos nos quais estas propriedades podem ser estudadas estão o decaimento radioativo e a fotoprodução de hádrons [2], pois o acoplamento do vértice eletromagnético possui relação nos dois processos. Estes processos são objetos de estudo dos experimentos CLAS (*CEBAF Large Acceptance Spectrometer Collaboration*) e GlueX no JLab (*Thomas Jefferson National Accelerator Facility*), que recentemente receberam melhorias que possibilitaram o aumento da sua energia. Um dos principais objetivos destes experimentos é o estudo de estados exóticos, tais como glueballs, mésons híbridos, tetraquarks e pentaquarks. Desta forma, o cálculo da fotoprodução desses estados torna-se muito relevante do ponto de vista científico.

Os estados exóticos são definidos, geralmente¹, a partir de números quânticos não ad-

¹Podem haver hádrons que contêm os mesmos números quânticos de mésons usuais (do tipo $q\bar{q}$).

missíveis para mésons do tipo $q\bar{q}$, ou seja, esses números quânticos podem indicar a existência de glúons e quarks-antiquarks (mésons híbridos) em um estado ou estados puros de glúons (glueballs), estados previstos na QCD.

Os números quânticos são representados na forma J^{PC} (J - momentum angular total, P - paridade , C - conjugação de carga) e obtidos via modelo de quarks

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 2^{--}, \dots$$
(1.1)

e, a partir da sequência acima, observamos a ausência de valores de J^{PC} , valores estes considerados inadmissíveis para um sistema $q\bar{q}$, ou seja, que representam uma possível mistura de glúons ou sistemas de tetraquarks, por exemplo, com números quânticos

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, \dots$$
(1.2)

A representação J^{PC} está relacionada com operadores de números quânticos, que representam quantidades conservadas durante as reações.

Os operadores que geram números quânticos são definidos por

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$
 $P = (-1)^{L+I}$, (1.3)

$$C = (-1)^{L+S} \qquad G = (-1)^{L+S+I}.$$
(1.4)

Os hádrons exóticos são estados que despertam um grande interesse científico, porém, na maioria dos casos existem poucos dados experimentais. Do ponto de vista teórico, boa parte das ressonâncias são consideradas como uma mistura de estados de quarks e glúons. Dessa forma, o estudo da estrutura dessas ressonâncias consiste em determinar a contribuição de cada um desses estados de quarks e glúons. [3–5].

O foco desta dissertação está em previsões para os experimentos CLAS e GlueX. Desta forma, a seção de choque do processo fóton-próton pode ser obtida através de teorias de Regge [6,7]. Este formalismo descreve processos no canal s (ver Apêndice B) com a troca de mésons ou ressonâncias no canal t, onde $s \gg -t$. Os mésons, ou ressonâncias trocadas, são chamados reggeons e são descritos, na teoria, através de trajetórias chamadas trajetórias de Regge.

No caso da fotoprodução de $f_1(1285)$, que tem números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, massa $1281, 9 \pm 0, 5 \text{ MeV}/c^2$ e largura de decaimento total $22, 7 \pm 1, 1 \text{ MeV}$ [8], os mésons a serem trocados são $\rho \in \omega$ [9]. A partir desse processo, a informação da estrutura hadrônica do méson $f_1(1285)$ pode ser obtida através do vértice $\gamma f_1 V$, onde o acoplamento desse vértice está vinculado ao processo de decaimento radioativo dessa ressonância. Nosso objetivo é obter informações sobre o conteúdo gluônico na função de onda da ressonância $f_1(1285)$. Neste contexto, pretendemos obter a seção de choque de fotoprodução de $f_1(1285)$ em prótons, considerando diversas possibilidades para o conteúdo gluônico desta ressonância e, posteriormente, comparar os resultados obtidos com dados experimentais existentes [10] (Figura 1.2).

Figura 1.2 - Seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ obtido pelo CLAS para diversas previsões teóricas: a curva sólida corresponde à previsão de Kochelev [9] para $f_1(1285)$ e as linhas tracejadas e pontilhadas correspondem, respectivamente, à previsão do $\eta(1295)$ e à soma das duas ressonâncias.



Fonte: [10, p. 12].

Os dados obtidos pela Colaboração CLAS, no JLab, para o processo [11] consiste em

$$\gamma p \to X p,$$
 (1.5)

onde γ é o fóton incidente em alta energia que colide no próton p e, após a colisão,

obtemos uma ressonância X, nesse caso, o méson $f_1(1285)$, e o próton sem alterações. Essa ressonância foi medida pela primeira vez, pela Colaboração CLAS, por esse processo e os resultados da seção de choque diferencial de fotoprodução do $f_1(1285)$ indo a estados $\eta \pi^+ \pi^-$ foram obtidos com energias de centro de massa (CM) entre 2,35 até 2,75 GeV [10,12].

O méson $f_1(1285)$ é definido pelo modelo de quark e constituído basicamente por quarks leves, sendo considerado um méson leve. Foi observado pela primeira vez na década de 60 [13, 14], identificado inicialmente como méson D, em experimentos que usaram a aniquilação $p\bar{p}$ e observaram uma ressonância, de números quânticos 1⁺⁺, decaindo em mésons $K\bar{K}\pi$. A ressonância observada foi apresentada como uma mistura de estados singleto e octeto

$$|f_1(1285)\rangle = |1\rangle \cos\theta + |8\rangle \sin\theta. \tag{1.6}$$

Em [4, 5, 9], foi proposta a possibilidade de uma contribuição gluônica significativa em sua mistura, em torno de 14% na sua composição [5]. Com a finalidade de investigar essa contribuição, vamos utilizar um modelo desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova [15] e extendido por da Silva e Machado [16, 17]. Finalmente, pretendemos estimar a seção de choque de fotoprodução de $f_1(1285)$ para a energia do fóton de 9 GeV, que é o limite de energia dos experimentos CLAS e GlueX.

Neste trabalho de mestrado estudamos alguns dos observáveis mais importantes dos processos de espalhamento, como o decaimento radioativo e fotoprodução, mais especificamente para o méson $f_1(1285)$, cuja estrutura ainda não é bem estabelecida por ser uma ressonância difícil de ser detectada (se decai rapidamente em outros estados). Recentemente foram divulgados dados dessa ressonância, que objetivaram este trabalho, já que, até então, haviam apenas algumas previsões recentes sobre estes estudos.

Com esta finalidade, iremos abordar, primeiramente, sobre o estudo dos mésons, a partir do modelo de quark, espectroscopia dos mésons e também pelos laboratórios experimentais responsáveis pelos dados - essenciais para os estudos das ressonâncias - dispostos no Capítulo 2.

No Capítulo 3, estudamos a teoria de espalhamento relativístico, a *Matriz S*, que define os formalismos a serem estudados a partir das variáveis mais fundamentais nos processos de espalhamento, como as amplitudes de transição, as seções de choque total e diferencial e os decaimentos radioativos.

No Capítulo 4, iremos abordar a Teoria de Regge, estudo relacionado ao momentum angular complexo, que serve para corrigir problemas de singularidades nas amplitudes, onde, nessa correção, estão definidas as trajetórias de *reggeons*, que são famílias de ressonâncias (ou de mésons) trocadas no canal t em um processo de espalhamento que, no caso de um dos nossos objetos de estudo, os reggeons durante a reação $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ são os mésons $\rho(770) \in \omega(785)$.

No Capítulo 5 estudaremos o processo de decaimento radioativo $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$ pelo modelo de quark não-relativístico, que nos possibilita estimar a estrutura do méson $f_1(1285)$ utilizando os parâmetros da função de onda gaussiana, obtidos pelo método variacional do Hamiltoniano, e pelas taxas de decaimento de referência, como o obtido recentemente pela colaboração CLAS e pela compilação de dados do PDG. O méson $f_1(1285)$ é uma particula instável, se decaindo em mésons leves, como os mésons vetoriais $\rho(770)$ e $\phi(1020)$ e emite um fóton no processo de decaimento. Os resultados deste estudo estão apresentados na Seção 5.4.

No Capítulo 6, utilizaremos as taxas de decaimento de referência e o obtido neste trabalho para reproduzirmos os dados da seção de choque diferencial do CLAS e obtermos previsões para a energia de fótons de 9 GeV, que é o limite de energia do experimento e até então não possui dados divulgados para essa faixa de energia. Para tais objetivos, utilizamos o modelo de Regge, desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova e estendido por Silva e Machado, além do uso de interpolação de canais $s \in t$, onde a reação $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ ocorre no canal s e a troca de reggeons se dá no canal t. Os resultados deste capítulo estão apresentados na Seção 6.5.

Por fim, no Capítulo 7, discorreremos sobre os nossos resultados e as perspectivas para o trabalho de doutorado. Nos Apêndices e Anexo, estão listadas algumas informações úteis e cálculos mais detalhados para este trabalho.

2 INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS MÉSONS

2.1 O Modelo de Quarks

Nesta seção vamos abordar o modelo de quark proposto em 1963 pelos físicos Gell-Mann e George Zweig [18], que consiste em sistemas, chamados *hádrons*, compostos por partículas elementares conhecidas como *quarks*. Este modelo classifica os hádrons de acordo com suas composições, essa classificação se dá a partir das propriedades dos quarks constituintes que determinam os números quânticos dos hádrons.

No primeiro modelo proposto eram definidos três tipos de quarks (ou *sabores* de quarks), que foram: up(u), down(d) e strange (s). Acreditava-se, na época, que os quarks $u \in d$ eram suficientes para estruturar a matéria, já que o *próton* seria constituído por quarks uud e o nêutron por udd [19].

Os *mésons* possuem os números quânticos de um quark e de um antiquark, enquanto os *bárions* possuem os números quânticos de três quarks. Devido ao fenômeno chamado *confinamento* - teoria proposta para explicar o fenômeno que ocorre nos hádrons por não observarem quarks e antiquarks livres [20] - as propriedades dos quarks são difíceis de serem observadas, portanto, estas devem ser medidas pelas propriedades das partículas compostas, onde são adicionados números quânticos chamados de *sabor* (do inglês, *flavor*).

Os sabores são definidos por: número leptônico (L = 0 para cada quark); número bariônico (B = 1/3 para cada quark); carga elétrica $(Q = \pm 1/3, \pm 2/3)$; estranheza (S para quarks do tipo strange); charme (C para quarks do tipo charm); isospin (estrutura matemática usada para descrever a semelhança entre nêutrons e prótons [21]); componente z do isospin $(T_z = \pm 1/2 \text{ para cada quark})$; além do bottomness, topness, entre outros.

Os quarks fazem parte da família de *férmions*, ou seja, possuem spin semi-inteiro (1/2). Isso significa que os mésons possuem spin inteiro (0 ou 1) e os bárions possuem spin fracionário (1/2 ou 3/2). Outras propriedades dos quarks podem ser verificadas na Tabela 2.1.

A medição experimental das massas dos quarks é extremamente difícil por não serem identificados de forma isolada [23,24]. As massas são estimadas de acordo com o modelo de interação utilizado, como, por exemplo, o *Bag Model*², pois não há estimativas do efeito não-pertubativo de confinamento da QCD, já que as quantidades das massas estão analiticamente ligados aos parâmetros da Hamiltoniana de interação (como utilizado no

²Modelo de sacola do *MIT* - *Massachusetts Institute of Technology* desenvolvido para descrever quarks assintoticamente livres em uma região conhecida como *sacola*, cuja relação se dá pela densidade de energia da matéria de quarks [25].

Sabores	$d~(\bar{d})$	$u~(\bar{u})$	$s~(ar{s})$	$c~(ar{c})$	$b~(ar{b})$	$t~(ar{t})$
Carga Q	$-\frac{1}{3}(+\frac{1}{3})$	$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$	$-\frac{1}{3}(+\frac{1}{3})$	$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$	$-\frac{1}{3}(+\frac{1}{3})$	$+\frac{2}{3}(-\frac{2}{3})$
\mathbf{N}^o Bariônico B	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)$
Isospin I	$\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \right)$	$\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)$	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Isospin I_z	$-\frac{1}{2}(+\frac{1}{2})$	$+\frac{1}{2}(+\frac{1}{2})$	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Estranheza ${\cal S}$	0 (0)	0 (0)	-1 (+1)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Charme	0 (0)	0 (0)	0 (0)	+1 (-1)	0 (0)	0 (0)
Bottomness	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	-1 (+1)	0 (0)
Topness	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	+1 (-1)
Massa~(MeV)	1,5 a 4,0	4 a 8	80 a 130	1150 a 1350	4100 a 4400	172700 ± 2900

Tabela 2.1 - Algumas propriedades dos quarks e seus respectivos antiquarks [8, 22].

Capítulo 5).

Na Figura 2.1 temos o esquema baseado na classificação e ordenamento de mésons e bárions. Este esquema é conhecido por *Via Óctupla* (de *Eightfold Way*, [26–28]), na Figura 2.1*a* temos os bárions em termos de quarks e, na Figura 2.1*b*, os mésons em termos de quarks.

Figura 2.1 - Via Óctupla com a composição de quarks: (a) para os oito bárions de spin 1/2 e (b) para os nove mésons de spin 0 [22, p. 4].



Fonte: [22, p. 2].

2.2 Espectroscopia Mesônica

A espectroscopia de hádrons estuda as massas medidas e as larguras de decaimento dos estados ligados de quarks em comparação com as previsões de modelos fenomenológicos. No caso dos mésons, há mais estados observados experimentalmente do que o previsto em sistemas $q\bar{q}$. Um dos objetivos desse estudo é obter evidências experimentais de possíveis estados exóticos, como os estados ligados de glúons - chamados glueballs - bem como outros estados exóticos.

Podemos representar as combinações de quarks em duas notações: pela espectroscopia $n^{2S+1}L_J$; ou como estados de spin total, paridade e conjugação de carga J^{PC} [29].

Os estados de spins 0 e 1 possuem propriedades definidas. Já estados que possuem números quânticos do vácuo $(J^{PC} = 0^{++})$, que não estão citados na Tabela 2.2, são difíceis de medir devido as suas larguras de decaimento extensas. Geralmente são vistos como ressonâncias escalares não- $q\bar{q}$, como os glueballs.

Os mésons são usualmente estados ligados pelos quarks up, down e strange. São classificados por multipletos J^{PC} definidos pelos operadores do momentum angular total J, que partem da relação entre spins s e momentum angular orbital ℓ do estado $q\bar{q}$ definido por $|\ell - s| \leq J \leq |\ell + s|$, paridade P descrita por $P = (-1)^{\ell+1}$ e conjugação de carga C(ou paridade C), dada por $(-1)^{\ell+s}$. O operador da conjugação de carga C corresponde à troca de uma partícula por sua respectiva antipartícula [21].

Os mésons pseudoescalares (0^{-+}) e vetoriais (1^{--}) correspondem ao estado $\ell = 0$. Os mésons escalares (0^{++}) , axiais vetoriais $(1^{++} e 1^{+-})$ e os tensores (2^{++}) são dos orbitais excitados $\ell = 1$.

Os operadores acima são responsáveis por representar quantidades conservadas nos processos de interação forte, gerando então, os números quânticos. A partir da grandeza J^{PC} temos uma sequência de valores que são ditos admissíveis (representam mistura de $q\bar{q}$) [30] para os mésons:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{--}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, 3^{--}, \dots$$

$$(2.1)$$

Na expressão (2.1) percebe-se que há números não representados na sequência, que são ditos *não admissíveis* (representam possível mistura de $q\bar{q}$ com glúons, sistemas tetraquarks, entre outros) em um sistema do tipo $q\bar{q}$, que são

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots$$
(2.2)

Na sequência (2.2) temos os números quânticos conhecidos como exóticos, que configu-

ram um estado diferente do sistema $q\bar{q}$. Entretanto, a sequência mostrada em (2.1) pode representar um sistema diferente de $q\bar{q}$, logo, o estado que descreve o méson para essa situação pode ser dado pela sobreposição

$$|M\rangle = |q\bar{q}\rangle + |n\tilde{a}o - q\bar{q}\rangle, \qquad (2.3)$$

onde M representa o méson.

Considerando os três quarks leves $(u, d \in s)$ formamos nove combinações, onde terão os mesmos números quânticos S, $L \in J$. As combinações expostas em (2.4) correspondem a estados de isospin não nulos $(I \neq 0)$, enquanto, em (2.5) correspondem a um par de estados de isospin zero (I = 0). Os dois últimos estados também são misturados para obter um estado singleto $(|1\rangle)$ e um octeto $(|8\rangle)$:

$$(d\bar{s}) \qquad (u\bar{s})$$

$$(d\bar{u}) \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}) \qquad (u\bar{d})$$

$$(s\bar{d}) \qquad (s\bar{u}) \qquad (2.4)$$

е

$$|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \qquad |8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}).$$
(2.5)

Os dois mésons de isospin I = 0 em um dado noneto são geralmente misturas dos estados singleto $|1\rangle$ e octeto $|8\rangle$. Os estados físicos f e f' são misturas definidas pelo grau de mistura, onde o grau de mistura é dado por um ângulo θ

$$f = \cos \theta |1\rangle + \sin \theta |8\rangle, \qquad (2.6)$$

$$f' = \cos \theta |8\rangle - \sin \theta |1\rangle.$$
 (2.7)

O ângulo de mistura θ pode ser utilizado nos cálculos de decaimento de estados excitados para estados finais, como veremos no Capítulo 5.

O decaimento radioativo representa "o tempo de vida" de uma partícula instável, ou seja, a partícula produzida em algumas interações se decai em outras partículas. Esse fenômeno é expressado matematicamente pela taxa de decaimento Γ , que representa a propabilidade por unidade de tempo em que essa partícula decai, possuindo relação com a amplitude de transição de estados. No nosso objeto de estudo, o méson $f_1(1285)$ se decai em mésons vetoriais ($\rho(770) \in \phi(1020)$), com a propabilidade de emissão de um fóton (γ) por um quark e antiquark.

Na Tabela 2.2 temos uma amostra das propriedades de alguns mésons publicadas no *Particle Data Group* (PDG) [8].

	J^{PC}	I = 1	I = 1/2	I = 0	I = 0
$n^{2s+1}L_J$	$u\bar{d}, \bar{u}d, \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d}-u\bar{u})$	$u\bar{s}, d\bar{s}, d\bar{s}, -\bar{u}s$	$f^{'}$	f	
$1^{1}S_{0}$	0-+	π	K	η	$\eta^{'}$
$1^{3}S_{1}$	1	$\rho(770)$	$K^{*}(892)$	$\phi(1020)$	$\omega(782)$
$1^{1}P_{1}$	1^{+-}	$b_1(1235)$	K_{1B}^{\dagger}	$h_1(1380)$	$h_1(1170)$
$1^{3}P_{1}$	1^{++}	$a_1(1260)$	K_{1A}^{\dagger}	$f_1(1420)$	$f_1(1285)$
$1^{3}P_{2}$	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f_{2}'(1525)$	$f_2(1270)$
$2^{1}S_{0}$	0^{-+}	$\pi(1300)$	K(1460)	$\eta(1475)$	$\eta(1295)$
$2^{3}S_{1}$	1	$ \rho(1450) $	$K^{*}(1410)$	$\phi(1680)$	$\omega(1420)$

Tabela 2.2 - Algumas propriedades dos mésons conforme PDG [8].

2.3 A Física Experimental de Partículas

Os experimentos de física de partículas realizados em laboratórios basicamente consistem em aceleradores e detectores. Os aceleradores de partículas são ferramentas importantes para o estudo da Física. Sua função é acelerar partículas carregadas, como prótons, elétrons, pósitrons, entre outros, a velocidades próximas à velocidade da luz, utilizando campos eletromagnéticos para gerar esse efeito. Essas partículas aceleradas colidem com outras partículas - aceleradas ou em repouso - que produzem outras partículas de alta energia, porém instáveis, que decaem rapidamente em partículas de energias mais baixas. Os primeiros estudos das partículas que constituem o núcleo atômico foram realizados a partir do primeiro acelerador desenvolvido na década de 20, na qual foi realizada uma reação nuclear induzida de forma artificial.

Detectores de partículas são aparelhos que detectam e identificam partículas. São baseados na transferência de parte ou toda a energia de radiação para o detector e essa energia é convertida em uma forma mais acessível à percepção humana. O detector é composto por diversos subdetectores, cada um com a finalidade de observar um tipo

diferente de partícula, já que cada partícula resultante de colisões interage de forma diferente com cada subdetector. Como boa parte das partículas originadas de colisões são instáveis, ou seja, decaem rapidamente, os detectores identificam apenas as partículas estáveis oriundas desses decaimentos.

2.3.1 LHC

O Large Hadron Collider (em português, Grande Colisor de Hádrons), conhecido pelas suas siglas LHC, é um dos maiores aceleradores de partículas do mundo, do centro de pesquisas da Organização Europeia para Pesquisa Nuclear, o CERN (European Organization for Nuclear Research) [31]. O início de seu funcionamento é datado em 10 de setembro de 2008 e consiste em um anel de 27 quilômetros de ímãs supercondutoras, cuja estruturas de aceleração aumentam a energia das partículas em um dado percurso [32].

O objetivo do LHC é que colisões entre partículas ocorram em energias extremas e foi projetado para colisões entre dois feixes de prótons ou dois feixes de íons pesados [31]. O acelerador está localizado a 175 metros (Figuras 2.3(a) e 2.3(b)) abaixo do solo na fronteira entre França e Suíça, próximo a Genebra, na Suíça.





Fonte: [32, 33].

O LHC conta com alguns experimentos como o ALICE (A Large Collider Experiment), detector para estudar colisão entre íons pesados, ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS), detector que trabalha com feixes de prótons colidindo com energia de centro de massa de até 7 TeV, o CMS (Compact Muon Solenoid), detector de múons que trabalha também com detecção de fótons, elétrons e hádrons e o LHCb (Large Hadron Collider beauty), cujo o termo beauty está relacionado ao quark b (bottom) e trabalha mais especificamente com decaimentos raros de mésons com quarks $b\bar{b}$ [31].

Fundado em 1954, o CERN visa investigar os constituintes básicos da matéria: as partículas fundamentais. Os processos de colisões e as interações dão uma ideia de como as partículas interagem e informações sobre as leis fundamentais da natureza.

2.3.2 Colaboração CLAS no JLab

Alguns experimentos são utilizados para obtermos informações de mésons como, por exemplo, o *Thomas Jefferson National Accelerator Facility*, mais conhecido como *Jefferson Lab* (*JLab*), laboratório nacional dos Estados Unidos da América, em Virgínia. Até 1996, era conhecido como CEBAF *Continuous Electron Beam Accelerator Facility*, este nome ainda é utilizado para o principal acelerador.

O laboratório consiste (Figura 2.4(a)) em corredores de aceleração conhecidos como *halls*, cada um dos quatros halls experimentais pos suem metas distintas, porém sobrepostas. Estes halls são definidos como *Hall A*, *Hall B*, *Hall C* e o mais recente *Hall D* (Figura 2.4(b)).



Figura 2.3 - (a) Ilustração da estrutura do JLab [34] e (b) representação do upgrade [35].

O detector CLAS foi o pilar do programa experimental Hall B entre 1998 a 2012. Existem grupos de trabalho de física nas áreas de interações profundas inelásticas, espectroscopia de hádrons e interações nucleares. Na era dos feixes de 12 GeV no JLab, o programa Hall B foi reestruturado para incluir um novo detector chamado CLAS12, bem como

Fonte: [34, 35].

várias outras experiências usando hardware mais especializado. Já no caso do Hall D, foi construído para o início do programa de energia de feixe de 12 GeV a partir de 2014 (Figura 2.4(b)). Este hall abriga o experimento *GlueX*, que é projetado para mapear detalhadamente o espectro do méson leve na busca de excitações gluônicas explícitas nos mésons. Os elétrons vindos do acelerador a uma energia de 12 GeV produzirão feixes de fótons linearmente polarizados com energia de 9 GeV.

O feixe de elétrons é produzido em um injetor e são acelerados a uma energia de 100 keV, sendo posteriormente acelerados por duas cavidades supercondutoras a 45 MeV. Após, esses elétrons são enviados para aceleradores lineares de recirculação, conhecidos como LINACs, no CEBAF [11,36].

Os LINACs de recirculação possuem mais de 100 cavidades, estas cavidades são imersas em hélio líquido e resfriadas [11,36]. A partir de uma determinada temperatura a cavidade se torna supercondutora, permitindo uma alta eficiência nas operações devido à falta de aquecimento resistivo. Cada LINAC é atualmente capaz de fornecer em torno de 600 MeV de aceleração. Os LINACs são ligados por arcos de recirculação que permitem que o feixe obtenha uma energia máxima de 6 GeV e seja bem focado, sendo direcionado para os halls a partir de cavidades separadoras. Após a extração, cada pulso do feixe é então dirigido para os Halls A, B, C ou D [11,36]. Cada um desses halls possui espectrômetros personalizados para registrar os estados produzidos a partir de colisões entre o feixe de elétrons e um alvo, permitindo o estudo da estrutura do núcleo atômico, principalmente a interação dos quarks que constituem os prótons e nêutrons do núcleo.

O CLAS é um grande detector de aceitação instalado no corredor experimental *Hall-B*, no JLab. Comparado com os detectores nos Halls A, C e D, o CLAS leva vantagem em relação aos experimentos dos corredores A e C, pois pode medir o momentum e os ângulos das partículas carregadas produzidas nas colisões elétron-próton e fóton-próton [11,36].

O detector possui camadas sucessivas de diferentes detectores. Os sistemas de detecção são compostos por um contador de partícula, três regiões de câmaras de deriva, contadores de Cerenkov, cintiladores de tempo de vôo e calorímetros de chuveiro eletromagnéticos, conforme ilustração na Figura 2.4.

Quando o feixe de elétron atinge o núcleo do alvo, há uma *interação*, ou *evento*, espalhando partículas no corredor. Cada hall possui uma série de detectores de partículas específicos a fim de identificar determinadas propriedades das partículas produzidas durante a interação. Os detectores geram pulsos elétricos que são convertidos em valores digitais por diversos conversores. Então os dados digitais são coletados e armazenados


Figura 2.4 - Representação do detector do CLAS.

Fonte: [37, p. 4].

para uma análise posterior.

3 MATRIZ DE ESPALHAMENTO

No presente capítulo abordaremos a definição da matriz de espalhamento S (*scattering matrix*) [6], que tenta descrever as interações fortes, em que os principais conceitos da teoria relativística da matriz S são essenciais para abordagens dos fenômenos hadrônicos.

3.1 Definição

A matriz S [6] é um operador cuja função é transformar um sistema de um estado inicial $|i\rangle$ (definido pela função de onda no instante $t = -\infty$) em um estado final $|f\rangle$ (definido pela função de onda em $t = +\infty$) durante um processo de espalhamento.

Esses estados são determinados pelo operador de evolução temporal $U(t, t_0)$

$$|\psi(t)\rangle = U(t,t_0)|\psi(t_0)\rangle \tag{3.1}$$

e a probabiblidade de encontrar o sistema, com estado inicial $|i\rangle$, no estado final $|f\rangle$ é definida por

$$P_{i \to f} = |\langle f|S|i \rangle|^2. \tag{3.2}$$

A matriz S é dada pela série de Dyson:

$$S = \mathbb{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{i}^n}{n!} \int \mathrm{d}^4 x_1 \dots \mathrm{d}^4 x_n \tau \left(H'_{int}(x_1) \dots H'_{int}(x_n) \right), \qquad (3.3)$$

onde H_{int}' é o Hamiltoniano de interação
e τ é o produto ordenado do tempo.

Outras propriedades gerais da matriz S são: a unitariedade, consequência direta da conservação da probabilidade; a analiticidade e a simetria de cruzamento, que são postuladas pela teoria quântica de campos.

3.2 Amplitude de Espalhamento e Seção de Choque

Nesta seção, estabeleceremos uma relação dos elementos da matriz S com os observáveis mais importantes da física de partículas: as seções de choque σ , também conhecidas como seções de choque transversais.

Os elementos da matriz S estão relacionadas com a matriz de transição T. De (3.3), temos

$$S = \mathbb{I} + \mathrm{i}\,T \tag{3.4}$$

e os elementos da matriz S são dados por

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + iT_{if}, \qquad (3.5)$$

onde, impondo que $p_i = p_f$ e retirando a função δ de T, a Equação (3.5) pode ser reescrita da forma

$$S_{if} = \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + i(2\pi)^4 \,\delta^4(p_f - p_i) \,A(i \to f), \tag{3.6}$$

cujo o termo $A(i \to f)$ é a amplitude de espalhamento relativística.

Em um processo de espalhamento do tipo $1+2 \rightarrow n,$ o estado inicial é representado na forma

$$|i\rangle = |p_1 \, p_2\rangle,\tag{3.7}$$

com o quadri-momentum total $p_i = p_1 + p_2$. Já o estado final, composto por n partículas, é definido por

$$|f_n\rangle = |p_1'\dots p_n'\rangle. \tag{3.8}$$

Neste processo, a seção de choque diferencial pode ser obtida por

$$d\sigma = \frac{1}{\Phi} |A(i \to f_n)|^2 d\Pi_n, \qquad (3.9)$$

onde d Π_n é o espaço de fase invariante de Lorentz

$$d\Pi_n = \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 \, 2 \, E'_j} \, (2\pi)^4 \, \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right). \tag{3.10}$$

O fluxo incidente Φ

$$\Phi = 4 \left[(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(3.11)

que, se $2 p_1 \cdot p_2 = s - m_1^2 - m_2^2$, pode ser definido por

$$\Phi = 2\lambda^{\frac{1}{2}} (s, m_1^2, m_2^2), \qquad (3.12)$$

onde λ é uma função definida em (B.32)

$$\lambda(x, y, z) = x^{2} + y^{2} + z^{2} - 2xy - 2yz - 2xz$$
(3.13)

e, para $s \to \infty,$ é reduzido a

$$\Phi \simeq 2\,s.\tag{3.14}$$

Com as Equações (3.10) e (3.12), a seção de choque diferencial pode ser reescrita da forma

$$d\sigma = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 2 E'_j} \times (2\pi)^4 \,\delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) |A(i \to f)|^2$$
(3.15)

e, integrando a Equação (3.9), obtemos a seção de choque total

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{1}{\Phi} \sum_{n} \int d\Pi_n \, |A(i \to f)|^2, \qquad (3.16)$$

cujo o termo $|A(i \to f)|^2$ na Equação (3.16) é determinado pela troca de mésons vetoriais (Seção 6.2).

3.3 Espalhamento de Dois Corpos

A seção de choque diferencial (3.15) em um processo de espalhamento de dois corpos - do tipo $1+2\to 3+4$ - é denotada por

$$d\sigma = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}} (s, m_1^2, m_2^2)} |A(12 \to 34)|^2 \\ \times (2\pi)^4 \,\delta^4 \left(p_1 + p_2 - p_3 - p_4\right) \frac{\mathrm{d}^3 p_3 \,\mathrm{d}^3 p_4}{(2\pi)^3 \, 2 \, E_3(2\pi)^3 \, 2 \, E_4}. \tag{3.17}$$

Integrando (3.17) sobre $|\mathbf{p}_3|$ e utilizando as relações cinemáticas necessárias (ver em [6]), temos a seção de choque diferencial em função do ângulo sólido

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)}{64 \,\pi^2 \, s \, \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} \,|A(s, t)|^2 \tag{3.18}$$

onde d $\Omega = d \cos \theta \, d\phi$ e, em altas energias, a Equação (3.18) é reduzida a

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} \simeq \frac{1}{64\,\pi^2\,s}\,|A(s,t)|^2.\tag{3.19}$$

A Equação (3.18) também pode ser definida em função do momentum transferido t, com a relação

$$\cos\theta = \frac{s^2 + s(2t - \sum_i m_i^2) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)},$$
(3.20)

e, para $s \to \infty$,

$$d\cos\theta = \frac{2s}{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)\,\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_3^2, m_4^2)}\,dt \simeq \frac{2}{s}\,dt.$$
(3.21)

Para espalhamento de partículas sem spin, a amplitude de espalhamento não é uma função do ângulo azimutal, logo a Equação (3.21) é reescrita como

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{16\,\pi\,\lambda(s,m_1^2,m_2^2)}\,|A(s,t)|^2,\tag{3.22}$$

e, considerando $s \to \infty$,

$$\frac{d\sigma}{dt} \simeq \frac{1}{16 \pi s^2} |A(s,t)|^2.$$
(3.23)

Utilizando a relação cinemática de (B.38)

$$\cos\theta = 1 + \frac{2t}{s - 4m^2}$$

no canal s, podemos expressar a amplitude em termos de s e $\cos \theta$, usando a notação $A(s, \cos \theta)$, e reescrevê-la em termos das ondas parciais:

$$A(s,\cos\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) A_{\ell}(s) P_{\ell}(\cos\theta).$$
(3.24)

As amplitudes das ondas parciais $A_{\ell}(s)$ podem ser extraídas de (3.24) a partir da relação de ortogonalidade dos polinômios de Legendre³. Dessa maneira, temos

$$A_{\ell}(s) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \, P_{\ell}(\cos\theta) \, A(s,\cos\theta) \tag{3.25}$$

 $^{3} \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \, P_{\ell}(\cos\theta) \, P_{\ell'}(\cos\theta) = \frac{2\,\delta_{\ell\ell'}}{2\ell+1}$

e a relação entre as amplitudes das ondas parciais da matriz S $A_{\ell}(s)$ e as amplitudes da onda parcial da mecânica quântica⁴ $a_{\ell}(k)$ é dada por

$$\frac{1}{8\pi\sqrt{s}}A_{\ell}(s) \to a_{\ell}(k). \tag{3.26}$$

A amplitude das ondas parciais da mecânica quântica $a_{\ell}(k)$ podem ser analiticamente extendidas para valores complexos de ℓ , obtendo-se, dessa forma, uma função $a(\ell, k)$, onde as singularidades aparecerão como polos simples denominados polos de Regge [7], que serão discutidos no próximo capítulo.

3.4 Unitariedade

A unitariedade da matriz S é relacionada à conservação de probabilidade na mecânica quântica. A condição dessa propriedade é dada por

$$S^{\dagger}S = SS^{\dagger} = \mathbb{I}. \tag{3.27}$$

A probabilidade de um dado estado inicial $|i\rangle$ ir para um estado $|k\rangle$ é calculada a partir da soma

$$\sum_{k} P_{i \to k} = \sum_{k} |\langle k|S|i \rangle|^{2}$$
$$= \sum_{k} \langle i|S^{\dagger}|k \rangle \langle k|S|i \rangle$$
$$= \langle i|S S^{\dagger}|i \rangle = 1.$$
(3.28)

Reescrevendo a condição (3.27) em termos da matriz de transição (3.4),

$$(\mathbb{I} - \mathrm{i} T^{\dagger})(\mathbb{I} + \mathrm{i} T) = \mathbb{I},$$

$$\mathrm{i}(T^{\dagger} - T) = T^{\dagger} T$$
(3.29)

e, dos elementos da matriz dada pela Equação (3.29) entre os estados $|i\rangle \in |f\rangle$ e inserindo

$${}^4f(k,\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) a_\ell(k) P_\ell(\cos\theta)$$

um conjunto completo de n estados, temos

$$i\langle f|T^{\dagger} - T|i\rangle = \sum_{\{n\}} \langle f|T^{\dagger}|n\rangle \langle n|T|i\rangle, \qquad (3.30)$$

implicando em

$$2 \operatorname{Im} T_{if} = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}, \qquad (3.31)$$

onde $\sum_{\{n\}}$ contém a integração sobre todas as variáveis discretas. Para sistemas sem spin com tri-momenta $\mathbf{q}_1, \ldots, \mathbf{q}_n$, e energias $E_1, \ldots, E_n, \sum_{\{n\}}$ é dado por

$$\sum_{\{n\}} = \sum_{n} \int \prod_{j=1}^{n} \frac{\mathrm{d}^{3} \mathbf{q}_{j}}{(2\pi)^{3} \, 2 \, E_{j}}.$$
(3.32)

Das Equações (3.31) e (3.32) podemos escrever uma função em termos da amplitude de espalhamento

$$2\operatorname{Im} A(i \to f) = \sum_{n} \int d\Pi_n A^*(f \to n) A(i \to n), \qquad (3.33)$$

com o termo d Π_n como o espaço de fase da invariante de Lorentz, dada por (3.10).

3.4.1 O Teorema Óptico

O teorema óptico é uma propriedade essencial da matriz S e está contido como um caso especial na Equação (3.33). Dada a condição de um espalhamento elástico

$$|i\rangle = |f\rangle, \tag{3.34}$$

ou seja, se os estados inicial e final são idênticos, considerando também que os momenta das partículas permanecem inalterados após a colisão, para uma colisão do tipo $2 \rightarrow 2$, obtém-se, de (3.33),

$$2 \operatorname{Im} A_{\rm el}(s, t=0) = \sum_{n} \int d\Pi_n |A(i \to n)|^2.$$
(3.35)

Agora, comparando (3.35) com o espaço de fase invariante de Lorentz, dado pela Equação

(3.10), temos que

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{2}{\Phi} \operatorname{Im} A_{\text{el}}(s, t = 0)$$

$$\simeq \frac{1}{s} \operatorname{Im} A_{\text{el}}(s, t = 0) \qquad (s \to \infty), \qquad (3.36)$$

que é a formulação do teorema óptico para o espalhamento relativístico.

3.5 Analiticidade

Nessa propriedade as amplitudes de espalhamento são funções analíticas das variáveis cinemáticas extendidas a valores complexos. Se uma amplitude A(s,t) é descrita como uma função das variáveis consideradas complexas $s \in t$, entre as singularidades das amplitudes de espalhamento, encontramos polos simples sobre o eixo real correspondentes a troca de partículas físicas (ver Teoria de Regge, Capítulo 4).

No caso de um espalhamento de dois corpos, com massas idênticas e s e t são variáveis independentes, a singularidade da amplitude $A_s(s,t)$ do canal s, ocorre em

$$s = m^2. ag{3.37}$$

No caso da troca de uma partícula no canal s, essa partícula de troca possui o propagador

$$\frac{1}{s-m^2+\mathrm{i}\,E}.\tag{3.38}$$

A amplitude de espalhamento pode ter vários pontos de singularidades, correspondentes à troca de duas ou mais partículas

$$s = (2m)^2, (3m)^2, \dots$$
 (3.39)

que representa as singularidades no canal s.

No canal t, sendo t o quadrado da energia do CM (Equação B.15), a amplitude para esse processo $A_t(s, t)$ possui singularidade em

$$t = m^2, (3.40)$$

e vários pontos de singularidades em

$$t = (2m)^2, \ (3m)^2. \tag{3.41}$$

De forma análoga, a amplitude $A_u(s,t)$, para o canal u, possui singularidade em

$$u = m^2 \tag{3.42}$$

e vários pontos de singularidades em

$$u = (2m)^2, \ (3m)^2.$$
 (3.43)

3.6 Cruzamento

O cruzamento, ou simetria de cruzamento, é uma propriedade importante para o estudo de processos de espalhamentos. Uma partícula de momentum p pode ser vista como uma antipartícula de saída de momentum -p nos canais definidos por

$$I: 1+2 \rightarrow 3+4 \quad (\text{canal } s) \tag{3.44}$$
$$II: 1+\bar{3} \rightarrow \bar{2}+4 \quad (\text{canal } t)$$
$$III: 1+\bar{4} \rightarrow \bar{2}+3 \quad (\text{canal } u)$$

Os processos transformados pela simetria CPT (conjugação de carga, paridade e tempo reverso) são

$$\bar{3} + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + \bar{2} \quad (\text{canal } s)$$

$$2 + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + 3 \quad (\text{canal } t)$$

$$2 + \bar{3} \rightarrow \bar{1} + 4 \quad (\text{canal } u)$$

$$(3.45)$$

A simetria de cruzamento afirma que uma mesma amplitude descreve os processos de (3.45) que são obtidos através do cruzamento. Por simetria, essa amplitude descreve também os processos (3.46) somente se a validade de tempo reverso é assumida.

Pela simetria de cruzamento, como os três canais são diferentes e não se sobrepõem, a mesma função das veriáveis de Mandelstam $s, t \in u$ descreve as seis reações físicas dadas em (3.45, 3.46). Ou seja, as propriedades analíticas da amplitude de espalhamento em qualquer canal pode ser continuada analiticamente em outros canais.

Tomando novamente s e t como variáveis independentes, A(s,t) é a amplitude de espalhamento para todos os processos (3.45, 3.46). Se for mantida fixa, as singularidades do canal u listadas em (3.43) aparecem como singularidade de A(s,t) no plano s em

$$s = 3m^2 - t (3.46)$$

e os pontos de singularidades em

$$s = -t, -t - 5m^2, (3.47)$$

onde usamos a identidade das invariantes $s + t + u = 4 m^2$ (Equação B.12).

Por convenção, a amplitude de espalhamento $A_s(s,t)$ do canal s é obtida por aproximação do eixo real de s para valores positivos, ou seja,

$$A_s(s,t) = \lim_{\epsilon \to 0^+} A(s + i\epsilon, t).$$
(3.48)

Pelo princípio da reflexão de Schwarz ⁵, a parte real de A(s,t) para $-t < s < 4 m^2$ implica em

$$A(s^*, t) = A^*(s, t), (3.49)$$

e, portanto, descobre-se que há descontinuidade de A(s,t) através do corte associado com os limites do canal s.

Essa descontinuidade, dada por $D_s(s,t)$, é definida como

$$D_s(s,t) \equiv \operatorname{Disc}_s A(s,t,u) = \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \to 0^+} \left[A(s+i\epsilon,t) - A(s-i\epsilon,t) \right], \quad (3.50)$$

que coincide com a parte imaginária da amplitude de espalhamento A(s,t)

$$D_s(s,t) = \operatorname{Im} A(s,t). \tag{3.51}$$

Para o canal u, a amplitude $A_u(s,t)$ é obtida pela extensão analítica da amplitude do

⁵Teorema analítico sobre continuidade, onde a função analítica sobre um domínio que contém um ou mais segmentos admissíveis de uma linha reta (ou círculo) em seu contorno, enquanto é contínua e estes mesmos segmentos são mapeados a segmentos similares, então a função pode ser continuada analiticamente através dos segmentos por reflexão (ou inversão). A reflexão é mais facilmente vista para o caso de uma função que é real sobre um segmento real. Existe um princípio correspondente para funções harmônicas [38].

canal s:

$$A_{u}(s,t) = \lim_{\epsilon \to 0^{+}} A(s(u+i\epsilon,t),t)$$

$$= \lim_{\epsilon \to 0^{+}} A(4m^{2}-u-t-i\epsilon,t)$$

$$= \lim_{\epsilon \to 0^{+}} A(s,(u,t)-i\epsilon,t).$$
 (3.52)

A descontinuidade $D_u(u,t)$ é dada portanto

$$D_{u}(u,t) \equiv \text{Disc}_{u} A(s(u,t),t)$$

= $\frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \to 0^{+}} [A(s(u+i\epsilon,t),t) - A(s(u-i\epsilon,t),t)]$
= $\frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \to 0^{+}} [A(4m^{2} - u - t - i\epsilon,t) - A(4m^{2} - u - t + i\epsilon,t)].$ (3.53)

Para partículas idênticas, a simetria de cruzamento implica em $A_s(s,t) = A_u(s,t) = A(s,t)$. Logo,

$$A(s + i\epsilon, t) = A(4m^2 - s - t - i\epsilon, t).$$
(3.54)

e, no limite de altas energias,

$$A(s,t) = A(-s,t).$$
 (3.55)

A condição dada na Equação (3.55) é válida somente para bósons idênticos.

O presente Capítulo se faz necessário para comprendermos os processos de espalhamentos, principalmente pela definição das variáveis essenciais para obtermos os resultados nos processos de decaimento radioativo e seção de choque diferencial, já que essas variáveis estão relacionadas com as amplitudes de transição, definidas pela matriz S.

4 TEORIA DE REGGE

Neste capítulo vamos introduzir a teoria de Regge [7], que se baseia nos conceitos do momentum angular complexo.

O princípio de sua formulação surgiu da necessidade de resolver um problema de extensão analítica de $a_{\ell}(k)$ para valores complexos de ℓ , o qual foi resolvido, dentro da teoria da mecânica quântica não-relativística, ao considerar a quantidade $\ell(\ell + 1)$ (da equação de Schrödinger) complexa.

4.1 Formulação da Teoria

Fundamentada nos conceitos da mecânica quântica não-relativística, a teoria de Regge surgiu da observação de estados ligados de um potencial atrativo de simetria esférica. Estes estados ligados aparecem como polos das amplitudes de ondas parciais $a_{\ell}(k)$ para $\ell = 0, 1, 2, 3, \ldots$ O objetivo inicial era uma continuação analítica da amplitude $a_{\ell}(k)$ com valores complexos de ℓ de modo a obter uma amplitude do tipo $a(\ell, k)$.

Para potenciais bem comportados, como por exemplo potenciais do tipo Yukawa⁶, as singularidades de $a(\ell, k)$ se tornam polos simples, ou *polos de Regge*, com valores definidos a partir de

$$\ell = \alpha(k), \tag{4.1}$$

onde $\alpha(k)$ é uma função da energia chamada *trajetória de Regge*. Cada família de estados ligados ou ressonâncias corresponde a uma única trajetória de Regge.

Com algumas propriedades da matriz S, a amplitude de onda parcial relativística $A_{\ell}(t)$ pode ser analiticamente continuada para valores complexos de ℓ , de modo a obtermos uma função $A(\ell, t)$ com polos simples (Equação 4.1). Cada polo contribui para a amplitude de espalhamento com o comportamento assintótico $(s \to \infty)$ como

$$A(s,t) \sim s^{\alpha(t)}.\tag{4.2}$$

Assim, a singularidade principal no canal t determina o comportamento assintótico da amplitude de espalhamento no canal s.

⁶Potencial do tipo Coulomb, de curto alcance, para partículas de spin zero.

4.2 Troca de Partículas no Modelo de Canal t

A proposta inicial era descrever processos hadrônicos a partir da troca de partículas. No caso do modelo de canal t, se dá por partículas virtuais. No entanto, esse exemplo não é aplicável a altas energias, pois a contribuição de reggeons é menor.

Seja um processo de espalhamento, do tipo $1+2 \rightarrow 3+4$, com partículas de massas iguais a *m* mediado por uma troca de méson, de massa *M* e spin *J*, no canal *t* (Figura 4.1):



Fonte: adaptado de [6, p. 85].

A amplitude de espalhamento para esse processo é definida por

$$A_{\rm mes}(s,t) \sim A_J(t) P_J(\cos \theta_t), \tag{4.3}$$

onde o termo $\cos\theta_t$ vem da relação cinemática

$$\cos \theta_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2}.$$
(4.4)

A amplitude de onda parcial $A_J(t)$ possui uma singularidade e isso leva a

$$A_{\rm mes}(s,t) \sim \frac{P_J(\cos \theta_t)}{t - M^2} \tag{4.5}$$

e, se fixarmos t tomando o limite $s \to \infty$, temos

$$A_{\rm mes}(s,t) \sim s^J,\tag{4.6}$$

A seção de choque é proporcional à parte imaginária da amplitude de espalhamento. Portanto, a amplitude $A_{\text{mes}}(s,t)$ não contribui para a seção de choque por ser real. Para obter a parte imaginária, vamos utilizar a equação

$$\operatorname{Im} A(s,t) = \frac{1}{2} \int \frac{\mathrm{d}^{3} \mathbf{k}_{1}}{(2\pi)^{3} \, 2 \, \epsilon_{1}} \int \frac{\mathrm{d}^{3} \mathbf{k}_{2}}{(2\pi)^{3} \, 2 \, \epsilon_{2}} \times (2\pi)^{4} \, \delta^{4}(p_{1}+p_{2}-k_{1}-k_{2}) \, A_{\mathrm{el}}(s,t_{1}) \, A_{\mathrm{el}}^{*}(s,t_{2}).$$
(4.7)

que, para $s \to \infty$, nos leva a

$$\operatorname{Im} A(s, t = 0) \sim s^{2J-1}.$$
(4.8)

Se considerarmos o teorema óptico (ver teorema óptico, em [7]), temos

$$\sigma_{\rm tot} = \frac{1}{s} \,{\rm Im} \,A(s,t=0) \sim s^{2\,J-2}.$$
(4.9)

De acordo com a Equação (4.9), observamos que, se as partículas trocadas no processo, por exemplo, os mésons, tiverem um spin J > 1, o modelo leva à violação do limite de Froissart-Martin⁷.

Dessa forma, a teoria de Regge explica que a interação forte não ocorre a partir de troca de partículas com spins definidos, mas sim de uma família de ressonâncias, ou seja, por uma troca de trajetórias de Regge no canal t (também chamada de *reggeons*). Nesse caso, a troca de reggeons é responsável pela amplitude de espalhamento, como o da Equação (4.2) que, quando $\alpha(0) < 1$, não viola o limite de Froissart-Martin.

4.3 Momentum Angular Complexo

Podemos obter uma representação de A(s,t) que seja válida para vários canais, ao introduzirmos valores complexos de ℓ , de forma a construir uma função $A(\ell, s)$. Ao supor que $A(\ell, s)$ possua uma singularidade no plano complexo ℓ e considerando que $A(\ell, s) \to 0$ com $|\ell| \to \infty$, para Re $\ell > 0$, veremos que existe uma amplitude $A(\ell, s)$ na mecânica quântica não-relativística. No caso da mecânica quântica relativística, essa amplitude está sujeita a algumas relações de espalhamento apropriadas.

⁷O limite de Froissart-Martin afirma que as seções de choque totais não podem crescer mais rápido do que $\ln^2 s$, isto é, $\sigma_{tot} = C \ln^2 s$, para $s \to \infty$, onde C é uma constante. Este limite coloca um limite restrito à taxa de crescimento com energia de qualquer seção de choque total [6].

Podemos escrever a expansão da onda parcial da forma

$$A(s,z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell+1) A_{\ell}(s) P_{\ell}(z) - \frac{1}{2i} \int_{C} (2\ell+1) A(\ell,s) \frac{P_{\ell}(-z)}{\operatorname{sen} \pi \ell} d\ell$$
(4.10)

onde N é um número inteiro maior que ℓ e C é um contorno de integração. O integrando da Equação (4.10), definido como $f(\ell)$, possui polos simples em $\ell = n$, com resíduos

$$\operatorname{Res} f(\ell)|_{\ell=n} = 2 \operatorname{i}(2n+1) A_n(s) P_n(z).$$
(4.11)

As singularidades podem ser extraídas se o contorno C for deformado. Temos, com Re $a \geq \ell,$

$$A(s,z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell+1) A_{\ell}(s) P_{\ell}(z) - \frac{1}{2i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} (2\ell+1) A(\ell,s) \frac{P_{\ell}(-z)}{\sin \pi \ell} d\ell.$$
(4.12)

Se as singularidades de $A(\ell, s)$ são polos simples, os resíduos dos polos de $A(\ell, s)$ e do termo sinoidal em (4.12) contribuirão para a anulação de alguns termos da série em (4.12). Deformando novamente o contorno para $-\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re} \ell < 0$, obtendo assim (com $-\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re} c < 0$, temos

$$A(s,z) = -\sum_{i} \pi \left(2 \alpha_{i}(s) + 1 \right) \beta_{i}(s) \frac{P_{\alpha_{i}}(-z)}{\operatorname{sen} \pi \alpha_{i}} - \frac{1}{2i} \int_{c-\infty}^{c+\infty} (2\ell + 1) A(\ell,s) \frac{P_{\ell}(-z)}{\operatorname{sen} \pi \ell},$$
(4.13)

onde $\alpha_i(s)$ é a localização do *i*-ésimo polo de $A(\ell, s)$ no plano complexo $\ell \in \beta_i(s)$ é o resíduo nesse polo.

A integral em (4.13) possui uma contribuição assintótica insignificante. Logo, para um grande limite |z|, a Equação (4.13) se reduz a

$$A(s,z) \simeq -\sum_{i} \beta_i(s) \frac{(-z)^{\alpha_i(s)}}{\operatorname{sen} \pi \,\alpha_i(s)}.$$
(4.14)

O termo dominante desta série é Re α_i . Se definirmos essa trajetória como $\alpha(s)$, o comportamento assintótico da amplitude de espalhamento para $s \to \infty$ é

$$A(s,t) \sim -\beta(s) \,\frac{t^{\alpha(s)}}{\operatorname{sen} \pi \,\alpha(s)}.\tag{4.15}$$

Considerando a expansão de onda parcial do canal t, podemos escrever (4.15) como

$$A(s,t) \sim -\beta(t) \,\frac{s^{\alpha(t)}}{\sin \pi \,\alpha(t)}.\tag{4.16}$$

Portanto, temos uma previsão da teoria de Regge da amplitude de espalhamento para $s \to \infty$.

4.4 Trajetórias de Regge

O comportamento da amplitude de onda parcial $A(\ell, t)$ (com $\ell \to \alpha$), na presença de um polo de Regge, é da forma

$$A(\ell, t) \sim \frac{\beta(t)}{\ell - \alpha(t)}.$$
(4.17)

A trajetória $\alpha(t)$ leva a valores inteiros de ℓ para t > 0. Estes polos de Regge correspondem a ressonâncias ou estados ligados.

Expandindo $\alpha(t)$, em função de um real t_0 , temos

$$\alpha(t) = \ell + i \epsilon + \alpha'(t_0)(t - t_0) + \dots$$
(4.18)

e o comportamento do denominador de (4.17) é

$$\ell - \alpha(t) \propto t - t_0 + \mathrm{i}\,\Gamma,\tag{4.19}$$

onde

$$\Gamma = \frac{\operatorname{Im} \alpha(t_0)}{\alpha'(t_0)} = \frac{\epsilon}{\alpha'(t_0)}.$$
(4.20)

Assumindo para Γ real,

$$\frac{\mathrm{d}\operatorname{Im}\alpha(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{t_0} \ll \frac{\mathrm{d}\operatorname{Re}\alpha(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{t_0}.$$
(4.21)

Diferentes processos recebem contribuições de diferentes trajetórias, que dependem dos números quânticos de uma determinada reação.

Uma maneira simples de visualizar as trajetórias de Regge é expandir $\alpha(t)$ para uma série de potência t = 0. Neste caso, para t suficientemente pequeno, podemos escrever

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \tag{4.22}$$

onde $\alpha(0) \in \alpha'$ são, respectivamente, a *interceptação* e a *inclinação* da trajetória. Ao interpolar ressonâncias com os mesmos números quânticos (com exceção ao spin), verifica-se que a expansão (4.22), justificada apenas para pequenos valores de t, é válida para grandes valores de t.

Na Figura 4.2, temos as principais trajetórias mesônicas. Cada trajetória tem os números quânticos da primeira recorrência de que leva o nome. Para f_2 , ρ , ω , a_2 temos a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Números quânticos para cada trajetória mesônica demonstrada na Figura 4.2 [6].

Reggeon	P	C	G	Ι
f_2	+1	+1	+1	0
ρ	-1	-1	+1	1
ω	-1	-1	-1	0
a_2	+1	+1	-1	1

Podemos ver na Figura 4.2 um $\alpha(0) \simeq 0,5$ para as trajetórias mesônicas principais. Outras trajetórias mesônicas possuem interceptações mais baixas. A inclinação α' de todas as trajetórias mostradas na Figura 4.2 é da ordem de 1 GeV⁻². As trajetórias mesônicas são fundamentais na formulação do modelo de Regge utilizado para o cálculo da seção de choque, que será demonstrado no Capítulo 6.



Figura 4.2 - Sobreposição das principais trajetórias mesônicas [6].

Fonte: [6, p. 100].

5 DECAIMENTO RADIOATIVO

Neste capítulo, os valores dos decaimentos radioativos do méson $f_1(1285)$ são obtidos a partir do *Modelo de Quark Não-relativístico* [3, 39], utilizando alguns parâmetros da literatura [39,40], as massas dos mésons do PDG [8] e os parâmetros da gaussiana obtidos pelo método variacional [41].

O decaimento radioativo nos fornece uma boa ideia de uma estrutura hadrônica, pois nos permite estimar o conteúdo gluônico da ressonância a ser estudada.

5.1 Introdução

Os mésons têm sido objeto de grande interesse em estudos por décadas [2] devido a incertezas sobre suas propriedades, principalmente no que diz respeito ao setor dos mésons leves (estruturas constituídas basicamente por quarks leves $u, d \in s$). A possibilidade de haver estados exóticos, onde muitos desses estados ainda não foram verificados experimentalmente, é bastante discutida em previsões sobre suas propriedades [4, 29, 42, 43]. Um desses estados é o glueball, que pode ser misturado com estados $q\bar{q}$, que, devido ao confinamento dos quarks, é difícil de ser detectado.

Uma das formas de se investigar a estrutura interna desses estados é a partir do decaimento radioativo, em que o estado final desse processo possui propriedades bem definidas. Com essa possibilidade podemos fazer uma previsão das taxas do decaimento radioativo a partir de um modelo de potencial não-relativístico [3,39,44], que depende da mistura de glueballs e dos estados $q\bar{q}$.

O méson $f_1(1285)$ não possui um estado bem definido e ainda não há consenso na literatura sobre a sua estrutura interna: em Close *et al* [3,39], é considerado um estado $q\bar{q}$, mais precisamente $n\bar{n}$ $(1/\sqrt{2} | u\bar{u} + d\bar{d} \rangle)$. Porém, em diversos estudos [4, 5, 9], foi discutido que poderia haver uma contribuição de glúons na função de onda do méson $f_1(1285)$, bem como em mésons axiais f_1 . Logo, os estados f_1 podem ser descritos por um mistura de estados $|n\bar{n}\rangle$, $|s\bar{s}\rangle \in |G\rangle$.

5.2 Potencial de Confinamento

Segundo o modelo de quark constituinte (Capítulo 2), um méson é descrito basicamente por um sistema $q\bar{q}$. As funções de onda dos mésons são encontradas a partir do Hamiltoniano

$$H = \frac{p^2}{m_q} + V(r),$$
 (5.1)

cujo potencial responsável pelo comportamento desse sistema é

$$V(r) = \sigma r - \frac{4\alpha_s}{3r} + C, \tag{5.2}$$

com $\sigma = 0, 18 \text{ GeV}^2$ e $\alpha_S = 0, 39$ [3,39,44]. A partir desse potencial podemos resolver, de forma variacional [41], a equação de Schrödinger e calcular os parâmetros da gaussiana β_M correspondentes aos estados dos mésons (detalhes em Apêndice C).

Neste processo consideramos duas possibilidades de estados dos mésons: a primeira é o estado $n\bar{n}$, que se refere à composição do méson por quarks $u \in d$ e seus respectivos antiquarks $((1/\sqrt{2})|u\bar{u} + d\bar{d}\rangle)$, com massas fixadas, neste trabalho, em $m_q = m_{\bar{q}} = 0,33$ GeV [3,39]; e a segunda possibilidade é o estado $s\bar{s}$, que se refere à composição do méson por quark s e seu antiquark, com massas fixadas em $m_q = m_{\bar{q}} = 0,54$ GeV [40].

A partir destas possibilidades obtivemos os parâmetros da gaussiana para as massas correspondentes aos estados $n\bar{n}$, para mésons $\rho(770) \in f_1(1285)$, e, aos estados $s\bar{s}$, para mésons $\phi(1020) \in f_1(1285)$. Os resultados destes parâmetros estão apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2, na Seção 5.4.

As funções de onda do méson são definidas a partir de uma gaussiana multiplicada por uma função polinomial para o polinômio ℓ adequado. Para estados $\ell = 0$, a função de onda, em termos da radial, é definida por

$$\Psi_M = A \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{00},\tag{5.3}$$

onde A é a constante de normalização obtida pela normalização

$$\int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} |\Psi_{M}|^{2} r^{2} \mathrm{sen}\theta \,\mathrm{d}r \,\mathrm{d}\theta \,\mathrm{d}\phi = 1,$$
(5.4)

$$A = \frac{2\beta_M^{3/2}}{\pi^{1/4}} \tag{5.5}$$

e Y_{00} são esféricos harmônicos referentes aos números quânticos $\ell = 0$ e m = 0 descritos em (C.5). A função de onda em termos de r, para estados $\ell = 1$, é dada por

$$\Psi_M = B r \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{10},\tag{5.6}$$

no qual B é a constante de normalização obtida por (5.4)

$$B = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_M^{5/2}}{\pi^{1/4}} \tag{5.7}$$

e Y_{10} são os esféricos harmônicos referentes aos números quânticos $\ell = 1$ e m = 0 descritos em (C.5).

5.3 O Modelo de Decaimento Radioativo

O formalismo do decaimento radioativo de um dado méson no estado inicial \mathcal{A} para o méson no estado final \mathcal{B} é descrito por

$$\mathcal{A} \to \gamma \mathcal{B}.$$
 (5.8)

A amplitude de transição do decaimento do méson inicial \mathcal{A} para o estado final \mathcal{B} - com o méson em repouso e um fóton com tri-momentum **p** - no modelo de quark não-relativístico, é dada pela expressão [3,39]

$$\mathcal{M}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = \mathcal{M}^q_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} + \mathcal{M}^{\bar{q}}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}},\tag{5.9}$$

com $\mathcal{M}^q_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$ como o termo que descreve a probabilidade de emissão do fóton pelo quark e $\mathcal{M}^{\bar{q}}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$ pelo antiquark (Figura 5.1):

$$\mathcal{M}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}^{q} = \frac{I_{q}}{2m_{q}} \int \mathrm{d}^{3}k [\mathrm{Tr}\{\phi_{\mathcal{B}}^{\dagger}(k-p/2)\phi_{\mathcal{A}}(k)\}(2\mathbf{k}-\mathbf{p}) - \mathrm{i}\mathrm{Tr}\{\phi_{\mathcal{B}}^{\dagger}(\mathbf{k}-\mathbf{p}/2)\sigma\phi_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})\}\times\mathbf{p}]$$
(5.10)

$$\mathcal{M}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}^{\bar{q}} = \frac{I_{\bar{q}}}{2 m_{\bar{q}}} \int \mathrm{d}^{3}k [\mathrm{Tr}\{\phi_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})\phi_{\mathcal{B}}^{\dagger}(\mathbf{k}+\mathbf{p}/2)\}(2\mathbf{k}+\mathbf{p}) - \mathrm{i}\mathrm{Tr}\{\phi_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})\sigma\phi_{\mathcal{B}}^{\dagger}(\mathbf{k}+\mathbf{p}/2)\}\times\mathbf{p}]$$
(5.11)

Os termos I_q , $I_{\bar{q}}$, m_q e $m_{\bar{q}}$ das Equações (5.10) e (5.11) são, respectivamente, os fatores isospin e massas do quarks e antiquarks, ϕ_A é função de onda do méson no estado inicial, ϕ_B define a função de onda do méson no estado final, σ é a matriz de Pauli e o termo Tr representa o traço de matrizes bidimensionais [45].

Figura 5.1 - Diagramas representando a probabilidade de (a) um quark emitir um fóton e de (b) um antiquark emitir um fóton.



Fonte: [4, p. 2].

As funções de onda são descritas na forma matricial de duas formas: para o méson com o spin 0, é expressa pela Equação (5.12) e, para o méson com o spin 1, pela Equação (5.13):

$$\phi_M(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\mathbf{1}} Y_{jm}(\hat{q}) R_M(q)$$
(5.12)

е

$$\phi_M(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{Y}_{j\ell m}(\hat{q}) \sigma R_M(q).$$
(5.13)

O méson M da Equação (5.12) possui momentum angular total j e número quântico magnético m, enquanto na Equação (5.13), o méson possui momentum angular total j e momentum quark orbital ℓ . $\hat{\mathbf{1}}$ é uma matriz 2×2 , σ é a matriz de Pauli e $R_M(q)$ caracteriza a parte radial da função de onda do méson na representação do momentum

$$R_M(q) = \exp\left(-\frac{q^2}{2\beta_M^2}\right).$$
(5.14)

A taxa de decaimento diferencial, que possui relação com a amplitude de transição, é definida por

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\cos\theta} = 4p \frac{E_{\mathcal{B}}}{m_{\mathcal{A}}} \alpha I \sum |M_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}|^2, \qquad (5.15)$$

no qual a taxa de decaimento $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$

$$\Gamma(f_1 \to \gamma V) = \frac{8}{3} \alpha \, p \frac{E_V}{m_{f_1}} \frac{\beta^2}{m_q^2} F^2 \\ \times \left(1 + \lambda \frac{p^2}{\beta^2} + \frac{1}{2} \lambda^2 \frac{p^4}{\beta^4} \right) I, \qquad (5.16)$$

depende do fator isospin I, sendo 1/4 para $n\bar{n} \to \gamma \rho^0$ e 1/9 para $s\bar{s} \to \gamma \phi$ [46], E_V é a energia do méson no estado final no referencial de centro de massa, e $p = m_{f_1} - m_V$. Os estados finais V são os mésons $\rho(770)$ e $\phi(1020)$, que foram escolhidos por serem ressonâncias bem definidas por estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$, respectivamente. O méson $\rho(770)$ possui números quânticos $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ e massa 775, 26 ± 0, 25 MeV, enquanto o méson $\phi(1020)$ contêm números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$ e massa 1019, 46±0, 061 MeV [8]. Os valores de λ , $F \in \beta$ são dados por

$$\beta = \sqrt{\frac{2\beta_{f_1}^2 \beta_V^2}{(\beta_{f_1}^2 + \beta_V^2)}},$$
(5.17)

$$\lambda = \frac{\beta_{f_1}^2}{2(\beta_{f_1}^2 + \beta_V^2)} \tag{5.18}$$

е

$$F = \frac{\beta^4}{\beta_{f_1}^{5/2} \beta_V^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{8(\beta_{f_1}^2 + \beta_V^2)}\right).$$
(5.19)

5.4 Resultados

Nas tabelas 5.1 e 5.2 estão listados os parâmetros β_M e suas correspondentes massas para os estados $n\bar{n}$, na Tabela 5.1, e, para os estados $s\bar{s}$, na Tabela 5.2.

Tabela 5.1 - Massas efetivas e seus correspondentes β_M obtidos para os estados $n\bar{n}$.

Méson	Massa~(GeV)	$\beta_M \; ({\rm GeV})$
1	0,758	0,305
1^{++}	1,298	$0,\!270$

Os valores obtidos para a as taxas de decaimento $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0}$ e $\Gamma_{f_1 \to \gamma \phi}$ são apresentados na Tabela 5.3, onde consta, também, o resultado recentemente obtido pelo CLAS [10] e os valores dados pelo PDG [8].

Tabela 5.2 - Massas efetivas e seus correspondentes β_M obtidos para os estados $s\bar{s}$.

Méson	$\mathrm{Massa}\;(\mathrm{GeV})$	$\beta_M \; ({\rm GeV})$
1	0,981	$0,\!371$
1^{++}	1,463	0,323

Tabela 5.3 - Valores das taxas do decaimento radioativo, em keV, em comparação aos dados do PDG [8] e experimentais recentes [10].

Modelo	$\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0} (\text{keV})$	$\Gamma_{f_1 \to \phi \gamma} $ (keV)
$\Gamma_{\rm MOD}$	1608,11	$214,\!00$
$\Gamma_{\rm PDG}$	1203 ± 280	$17,0\pm6,3$
$\Gamma_{\rm CLAS}$	453 ± 177	

O ângulo de mistura do estado $n\bar{n}$ é definido por

$$\frac{\Gamma_{\rm PDG}}{\Gamma_{\rm MOD}} \simeq 0,75,\tag{5.20}$$

que representa 75% de mistura de quarks $u \in d$ na função de onda do méson $f_1(1285)$. No entanto, o valor está bem acima dos últimos resultados experimentais divulgados pela Colaboração CLAS e o ângulo de mistura entre estes resultados é dado por

$$\frac{\Gamma_{\rm CLAS}}{\Gamma_{\rm MOD}} \simeq 0,28,\tag{5.21}$$

que representa 28% de mistura dos quarks $u \in d$ na função de onda. Para o processo $f_1 \rightarrow \phi \gamma$ não há dados experimentais recentes e o valor obtido está acima da referência do PDG. A mistura de quarks s é estimada em torno de 8% a partir de

$$\frac{\Gamma_{\rm PDG}}{\Gamma_{\rm MOD}} \simeq 0,079. \tag{5.22}$$

A porcentagem de misturas dos estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$ nos permitem estimar a contribuição de

glúons, a partir da base [5]

$$\left\{ |N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} + d\bar{d}\rangle, |S\rangle = |s\bar{s}\rangle, |G\rangle \right\}$$
(5.23)

e dos coeficientes dessas bases que representam o ângulo de mistura dos estados

$$|\text{Méson}\rangle = |x||N\rangle + |y||S\rangle + |z||G\rangle, \qquad (5.24)$$

no qual os coeficientes $|x| \in |y|$ são obtidos a partir da razão de decaimento entre os resultados do modelo e os de referência (previsões e experimentais)

$$\frac{\Gamma_{\rm ref}}{\Gamma_{\rm mod}} \simeq x^2 \qquad (n\bar{n} \to n\bar{n}), \tag{5.25}$$
$$\frac{\Gamma_{\rm ref}}{\Gamma_{\rm mod}} \simeq y^2 \qquad (s\bar{s} \to s\bar{s})$$

e o coeficiente |z| por

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1. (5.26)$$

A partir das expressões (5.24), (5.25) e (5.26), estimamos a contribuição de glúons em torno de 17%, baseado nos dados do PDG e, comparado com os dados do CLAS (utilizando o valor de referência do PDG [8] para o decaimento $f_1 \rightarrow \phi \gamma$), a contribuição gluônica na função de onda do méson $f_1(1285)$ se aproxima de 64%.

É possível observar que a largura de decaimento radioativo $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0}$ obtido pelo modelo de quark está próximo ao previsto no PDG, na faixa de $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0} = 1203 \pm 280$ keV, enquanto, de acordo com os dados do CLAS, está bem acima.

De acordo com a colaboração CLAS, seus resultados condizem com previsões relativizadas enquanto, pelos dados do PDG, correspondem à previsões não-relativizadas de outros trabalhos [10]. No entanto, os resultados devem independer de modelos, pois os valores divulgados no PDG são compilações de dados já obtidos.

Em 2017, Piotrowska *et al* divulgaram suas predições para diversos processos usando um modelo QFT relativístico efetivo baseado em simetria de sabor e compararam as larguras de decaimento e as razões de decaimento com vários resultados experimentais listados no PDG [47]. Alguns desses processos também foram calculados em 2002, por Close *et al*, via modelo de quark não-relativístico. Dessa forma, listamos esses processos, dispostos na

Tabela 5.4, a fim de estimarmos a diferença dos resultados entre os modelos utilizados.

Decaimento Radioativo	Relativístico	Não-Relativístico
$ \rho(1450) \to \gamma \pi $	72 ± 42	61
$\rho(1450) \to \gamma \eta$	230 ± 140	106
$ \rho(1450) \to \eta' \gamma $	56 ± 33	61
$\omega(1420) \to \gamma \pi$	600 ± 360	510
$\omega(1420) \to \gamma \eta$	23 ± 14	11
$\omega(1420) \to \eta^{'} \gamma$	5 ± 3	5,7

Tabela 5.4 - Previsões relativísticas de diversos processos [47] comparados aos resultados não-relativísticos [39].

Comparando as previsões na Tabela 5.4, estimamos uma diferença em torno de 20% entre os modelos utilizados, mesmo que os momenta trocados pelo fóton durante o processo são maiores do que nos processos calculados neste trabalho. Tendo em vista essa diferença nos resultados, podemos indicar um erro de 20% nos nossos resultados, o que torna possível uma indicação de glúons a partir da razão de decaimento entre o nosso modelo e os dados do CLAS ($\sim 60\%$), pois a nossa estimativa extrapola o erro do modelo, desde que novos dados confirmem os resultados divulgados pelo CLAS. Com relação aos valores listados no PDG, o conteúdo gluônico foi estimado em 17%. Apesar desse resultado estar de acordo com a previsão de 14%, obtida por Birkel e Fritzsch, em 1996, está abaixo do erro considerado, levando à nulidade dessa previsão.

A largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285)\to\phi\gamma}$ é utilizado para prever o conteúdo de $s\bar{s}$ no méson $f_1(1285)$. A previsão obtida para esse processo indica uma pequena contribuição do estado $|S\rangle$ na ressonância estudada, pois a contribuição dos estados $|N\rangle \in |G\rangle$ é maior, de acordo com as nossas previsões.

5.5 Conclusões e Discussões

Neste capítulo estudamos o processo de decaimento radioativo $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$, onde obtivemos as larguras de decaimentos de $f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0$ e $f_1(1285) \rightarrow \phi \gamma$, que possibilitam estimar, a partir das larguras de decaimento de referência, a mistura de quarks e antiquarks $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ e de glúons no méson $f_1(1285)$, onde a contribuição de glúons sugere que essa ressonância é um méson híbrido.

Para isso, utilizamos o modelo de quark não-relativístico [3, 39] com valores das massas dos mésons, envolvidos no processo, atualizados pelo PDG [8] e obtivemos os parâmetros da gaussiana das massas efetivas, pelo método variacional do Hamiltoniano [41].

A diferença entre os resultados divulgados pela colaboração CLAS e dos listados no PDG para o processo $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0}$ foi discutida em [10], onde compararam os dados experimentais com resultados de previsões de modelos relativísticos e não-relativísticos: os dados divulgados pela colaboração CLAS estão de acordo com previsões de modelos relativísticos utilizados, enquanto os valores listados, a partir da compilação de dados experimentais do PDG, são consistentes com resultados via modelos não-relativísticos [10]. Acreditamos que os dados não devem depender de modelos, já que se tratam de resultados experimentais.

Ao compararmos os resultados apresentados na Seção 5.4 para o processo $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0}$ com os dados do PDG, o resultado de 75% indica que os quarks $u \in d$ são predominantes na estrutura do méson $f_1(1285)$, o que implica que este resultado está de acordo com a previsão de Close *et al* [3,39]. No entanto, a mistura de 17% de glúons é compatível com a previsão de Birkel and Fritzsch, de 14% de mistura [5]. Com base nos dados do CLAS, a contribuição dos quarks $u \in d$ diminui para aproximadamente 30%.

Para o processo $f_1(1285) \rightarrow \phi \gamma$, onde o méson ϕ é constituído basicamente por quarks $s\bar{s}$, o que nos dá a informação da mistura de quarks s no méson $f_1(1285)$, quando comparamos o resultado obtido com os dados do PDG para o mesmo processo, o conteúdo de quarks sé estimado em torno de 8% de toda a sua estrutura. A colaboração do CLAS não possui dados sobre esse processo.

Somando estas misturas de quarks $u, d \in s$, com base nos dados do PDG, temos um total de 83% de quarks na composição do $f_1(1285)$, o que nos dá uma contribuição de 17% de glúons na sua estrutura. Porém, ao nos basearmos nos resultados do CLAS, a mistura de quarks na estrutura soma em 36%, o que resulta em mais de 60% de mistura de glúons na ressonância. Essas estimativas sugerem que mésons axiais do tipo f_1 são superposições de estados $u\bar{u}/d\bar{d}, s\bar{s}$ e gluônicos, o que já era previsto por Birkel e Fritzsch em 1996 [5], onde o conteúdo de glúons foi estimado em 14%. Nesse trabalho, os autores concluem que nenhum do estados podem ser considerados um estado $q\bar{q}$ puro ou um estado gluônico puro [5].

O resultado do decaimento do processo $f_1(1285) \rightarrow \phi \gamma$ sugere que há a necessidade de cálculos mais precisos. Neste modelo, desenvolvido por Close *et al*, pressupõe de que o estado $n\bar{n}$ seja predominante na composição do $f_1(1285)$. Um dos objetivos para trabalhos futuros é desenvolver um modelo que descreva o processo $f_1(1285) \rightarrow \gamma V$ para novos estudos da estrutura dessa ressonância.

6 FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS

Neste capítulo abordaremos a seção de choque da fotoprodução exclusiva (ver Apêndice B) do méson $f_1(1285)$ calculada a baixa energia (em termos de poucos GeV) dentro da abordagem de Regge.

6.1 Introdução

A investigação das propriedades hadrônicas é alvo de diversos estudos dentro das aproximações não-perturbativas da QCD. A existência de possíveis estados exóticos de hádrons é objeto de estudos tanto de atividades teóricas quanto experimentais. O méson $f_1(1285)$, com números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, massa $1281, 9\pm 0, 5 \text{ MeV}/c^2$ e largura total de decaimento $22, 7\pm 1, 1 \text{ MeV}$ [8] é geralmente considerado um membro do noneto mesônico axial-vetorial. No entanto, há argumentos de que esta ressonância pode ter uma grande mistura de glúons na sua função de onda (Capítulo 5).

O processo de fotoprodução é uma ferramenta muito poderosa para investigar as propriedades do méson. O programa experimental da Colaboração CLAS no Jefferson Lab inclui várias reações de fotoprodução com estados finais mesônicos. O processo $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ possui um grande limiar de energia de produção, o que possibilita o estudo das propriedades da ressonância do núcleon acima de 2 GeV, onde ressonâncias acima de 2 GeV têm suas propriedades pouco estudadas [48–51]. Neste capítulo faremos uma estimativa da seção de choque para a reação $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ à energia de fótons de poucos GeV, dentro da aproximação de Regge pois, atualmente, modelos teóricos ainda não estão adequados aos resultados obtidos recentemente pelo CLAS, já que há a possibilidade de uma contribuição de outros canais para este processo [48].

6.2 Formalismo da Seção de Choque

No estudo referente à física nuclear e de partículas, a seção de choque diferencial está relacionada com a probabilidade de um processo de espalhamento. Para o estudo do processo de fotoprodução do méson $f_1(1285)$ estenderemos o formalismo da fotoprodução escalar desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova [15] para descrever a seção de choque diferencial.

Seja a estrutura do vértice do processo γAV (fóton, méson axial e méson vetorial) dado da forma generalizada

$$iF_{\mu}^{\gamma AV} = g_A[q_{\mu}(q-k) \cdot \epsilon - \epsilon_{\mu}q \cdot (q-k)], \qquad (6.1)$$

onde ϵ é o vetor de polarização do fóton, q é o quadri-momentum do fóton e k é o quadrimomentum do méson axial. O acoplamento do vértice γAV , g_A , é obtido a partir da largura do decaimento radioativo dado por

$$\Gamma(A \to \gamma V) = g_A^2 \frac{m_A^3}{32\pi} \left(1 - \frac{m_V^2}{m_A^2} \right)^3,$$
(6.2)

com m_A como a massa do méson axial e m_V do méson vetorial, dado por $m_V^2 = (k - q)^2$. O vértice VNN é descrito da forma

$$F_{\nu}^{VNN} = ig_V \gamma_{\nu} - g_T \sigma_{\nu\tau} (p_2 - p_1)_{\tau}, \qquad (6.3)$$

com os quadri-momenta p_1 e p_2 dos prótons nos estados inicial e final, respectivamente, e os acoplamentos para os vértices ρNN e ωNN definidos na Seção 6.3.

O propagador do méson vetorial é definido por

$$P_{\mu\nu}^{V} = \frac{1}{m_{V}^{2} - t} \left\{ g_{\mu\nu} - \frac{1}{m_{V}^{2}} (p_{2} - p_{1})_{\mu} (p_{2} - p_{1})_{\nu} \right\}$$

$$= \frac{1}{m_{V}^{2} - t} \left\{ g_{\mu\nu} - \frac{1}{m_{V}^{2}} (q - k)_{\mu} (q - k)_{\nu} \right\}.$$
(6.4)

A amplitude do processo considerando a troca do méson vetorial é dado como

$$M_{\mu}(s,t)\epsilon_{\mu} = \bar{u}(p_2)(A_{\mu\nu}\gamma_{\nu} + B_{\mu})u(p_1)\epsilon_{\mu}$$
(6.5)

com o termo $A_{\mu\nu}$ definido por

$$A_{\mu\nu} = a[g_{\mu\nu}(q \cdot p) - k_{\mu}q_{\nu}] = a[g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu}], \qquad (6.6)$$

onde

$$a = \frac{g_A(g_V + 2m_p g_T)}{m_V^2 - t},$$
(6.7)

e o termo B_{μ} descrito como

$$B_{\mu} = b[p_{1\mu}(q \cdot p) - k_{\mu}(q \cdot p_{1})]$$

= $b[p_{1\mu}(q \cdot p) - p_{\mu}(q \cdot p_{1})],$ (6.8)

com

$$b = -\frac{2g_A g_T}{m_V^2 - t}.$$
 (6.9)

O cálculo do traço da amplitude de transição (6.5) que resulta nas Equações (6.24) e (6.25) está deduzido no Apêndice D, onde essas Equações serão utilizadas para obtermos os resultados das seções de choque diferencial.

6.3 Modelo de Regge

O modelo de Regge para a fotoprodução de mésons é muito utilizado para calcular seções de choque para diferentes reações na região cinemática $s \gg -t$ (Capítulo 4). Dentro dessa abordagem, a principal contribuição para a seção de choque na fotoprodução $f_1(1285)$ para $-t \leq 1 \text{ GeV}^2$ e a faixa de energia de fótons de alguns GeV está relacionada à troca de mésons ρ (de números quânticos $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$ e massa 775, 26 ± 0, 25 MeV [8]) e ω (com números quânticos $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$ e massa 782, 65 ± 0, 12 MeV [8]) no canal t [9] (Figura 6.1).

Figura 6.1 - Diagrama de Feynman da fotoprodução do méson $f_1(1285)$ via troca de mésons ρ e ω no canal t.



Fonte: adaptada de [9, p. 2].

A descrição padrão para os propagadores de Feynman, no tratamento de Regge, é definida na substituição em (6.7) e (6.9) por:

$$\frac{1}{m_V^2 - t} \rightarrow \left(\frac{s}{s'}\right)^{\alpha_V(t) - 1}
\times \frac{\pi \alpha'_V}{\operatorname{sen}[\pi \alpha_V(t)]} \Gamma[\alpha_V(t)] D_V(t).$$
(6.10)

Os propagadores dos mésons $\rho \in \omega$ são dados por

$$a(s,t) = g_a \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_V(t)-1} \frac{\pi \,\alpha'_V}{\operatorname{sen}[\pi \,\alpha_V(t)] \,\Gamma[\alpha_V(t)]} \,D_V(t) \tag{6.11}$$

е

$$b(s,t) = -\frac{g_a}{g_b} a(s,t),$$
(6.12)

onde $D_V(t)$ é chamado de fator de assinatura. As trajetórias de Regge podem ser nãodegeneradas ou degeneradas⁸ [9,52,53].

Em diversos trabalhos [54, 55] foi realizada uma análise detalhada de dados de fotoprodução de píons de alta energia dentro do formalismo de Regge. Em [9] foi argumentado que a trajetória do méson ρ pode ser degenerada e, do méson ω , deve ser descrita como não-degenerada. Dessa forma, as expressões para os fatores de assinatura para os mésons $\rho \in \omega$ são

$$D_{\rho}(t) = \exp(-i\pi \alpha_{\rho}(t)) \tag{6.13}$$

е

$$D_{\omega}(t) = \frac{-1 + \exp(-i\pi \,\alpha_{\omega}(t))}{2}.$$
(6.14)

Em [15,16] os fatores de assinatura são descritos pela relação (6.14) para ambos os mésons vetoriais e, em [48], como a Equação (6.13). Os termos $\alpha_{\rho}(t)$ e $\alpha_{\omega}(t)$ são as trajetórias de Regge, definidas [9,16,48] como:

$$\alpha_{\rho}(t) = 0,55 + 0,8t, \tag{6.15}$$

$$\alpha_{\omega}(t) = 0,44+0,9t. \tag{6.16}$$

Nas Equações (6.11) e (6.12), as quantidades g_a e g_b são expressas da forma

$$g_a = g_{\gamma AV} (g_V + 2 m_p g_T), \qquad (6.17)$$

$$g_b = 2 g_{\gamma AV} g_T, \tag{6.18}$$

onde g_T e g_V correspondem, respectivamente, aos acoplamentos tensorial e vetorial. O

 $^{^8 {\}rm S}$ ão consideradas trajetórias degeneradas quando apresentam os mesmos coeficientes linear e angular (Capítulo 4).

acoplamento $g_{\gamma AV}$, correspondente ao vértice eletromagnético γAV , é obtido por

$$\Gamma_{A \to \gamma V} = \frac{m_V^2 (m_A^2 + m_V^2) (m_A^2 - m_V^2)^3}{96 \,\pi \, m_A^5} \, g_{\gamma A V}^2, \tag{6.19}$$

e a relação entre os valores dos acoplamentos $g_{\gamma A \rho}$ e $g_{\gamma A \omega}$ é dada por

$$g_{\gamma A\omega} \approx \frac{e_u + e_d}{e_u - e_d} g_{\gamma A\rho},$$
 (6.20)

com os termos e_u e e_d correspondentes à carga elétrica dos quarks u e d (Tabela 2.1), respectivamente.

Para os cálculos da seção de choque diferencial, há necessidade da inclusão do fator de forma dos vértices γAV e VNN. De [9,56], temos:

$$F_{VNN}(t) = \frac{\Lambda_1^2 - m_V^2}{\Lambda_1^2 - t}$$
(6.21)

е

$$F_{\gamma AV}(t) = \left(\frac{\Lambda_2^2 - m_V^2}{\Lambda_2^2 - t}\right)^2,\tag{6.22}$$

com Λ_1 e Λ_2 , obtidos de resultados de *L3 Collaboration* sobre a produção do méson $f_1(1285)$ na interação $\gamma\gamma^*$ e da suposta semelhança dos fótons pesados e dos vértices do méson vetorial, são fixados em, respectivamente, 1,5 GeV e 1,04 GeV [9,48,56–58] e

$$F_t = F_{VNN}(t) F_{\gamma AV}(t), \qquad (6.23)$$

A seção de choque diferencial é obtida por

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \to f_1 p) = \frac{|M(s,t)|^2}{16 \pi (s - m_p^2)^2},$$
(6.24)

e, da relação cinemática (B.38), temos a seção de choque diferencial em função do ângulo de espalhamento $d\sigma/d\Omega$.

Da Equação (6.24), M(s,t) é a amplitude do processo de espalhamento e a massa do próton $m_p = 0,938 \text{ GeV}$. Para a troca de um méson ρ ou ω , o termo $|M(s,t)|^2$ da Equação (6.24) é obtido (ver Apêndice D) da seguinte forma:

$$|M(s,t)|^{2} = -\frac{1}{2}a(s,t)a^{*}(s,t)\left[s(t-t_{1})(t-t_{2}) + \frac{1}{2}t(m_{f_{1}}^{2}-t)^{2}\right] + \frac{1}{2}\left[a(s,t)b^{*}(s,t) + a^{*}(s,t)b(s,t)\right]m_{p}s(t-t_{1})(t-t_{2}) + \frac{1}{8}b(s,t)b^{*}(s,t)(4m_{p}^{2}-t)(t-t_{1})(t-t_{2}),$$
(6.25)

cujo os termos t_1 e t_2 são relacionados com as variáveis cinemáticas (Equação D.19)

$$t_{1,2} = \frac{1}{2s} \left[-(m_p^2 - s)^2 + m_{f_1}^2 (m_p^2 + s) + (m_p^2 - s)\sqrt{(m_p^2 - s)^2 - 2m_{f_1}^2 (m_p^2 + s) + m_{f_1}^4} \right]$$
(6.26)

Os resultados para a seção de choque diferencial considerando a contribuição de troca de reggeons no canal t (Figura 6.4) foram obtidos para diversos valores de energia de CM (Eq. B.13) comparados com os dados do CLAS (com $W = \sqrt{s}$), bem como a previsão para a energia do fóton $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$.

6.4 Interpolação de Regge

Em [48], Wang e He (2017) faz uma análise dos dados divulgados em 2016 pela Colaboração CLAS, adotando uma interpolação no tratamento de Regge nos fatores de forma dos vértices F_{VNN} e $F_{\gamma f_1 V}$.

No tratamento de Regge para a troca de mésons no canal t, os fatores dos propagadores na Equação (6.4) é escrita por

$$F_t(q_V) \to \mathcal{F}_t(q_V) = \left(\frac{s}{s'}\right)^{\alpha_V(t)-1} \frac{\pi \alpha'_V(t-m_V^2)}{\Gamma[\alpha_V(t)]\mathrm{sen}[\pi \alpha_V(t)]},\tag{6.27}$$

com o termo s' fixado em 1 GeV e as trajetórias $\alpha_V(t)$ são definidas nas Equações (6.15). No modelo de Kochelev *et al* (2009), foram consideradas trocas de ρ e ω no canal t, via trajetória de Regge, enquanto em [12,48,59,60], é adotada uma interpolação na trajetória. A interpolação é dada no fator de forma (Equação (6.23)) que é reescrita como

$$F_t \to \mathcal{F}_{R,t} = \mathcal{F}_t R(t) + F_t [1 - R(t)], \qquad (6.28)$$
no qual o termo R(t) é

$$R(t) = R_s(s)R_t(t), (6.29)$$

com

$$R_s(s) = \frac{1}{1 + \exp(-(s - s_R)/s_0)}, \tag{6.30}$$

$$R_t(t) = \frac{1}{1 + \exp(-(t + t_R)/t_0)}.$$
(6.31)

Os termos s_R , t_R , $s_0 \in t_0$ são parâmetros ajustados, a partir dos resultados do CLAS [48], dados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Parâmetros ajustados a partir de dados experimentais [48].

$s_0 \; (\mathrm{GeV}^2)$	$s_R \; ({\rm GeV}^2)$	$t_0 \; ({\rm GeV}^2)$	$t_R \; (\text{GeV}^2)$	$\Lambda_t \; ({\rm GeV})$
$3,99 \pm 0,23$	$6,61\pm0,59$	$0,95\pm0,07$	$0,3\pm0,08$	$0,92\pm0,04$
$3,99\pm0,57$	$5,00\pm0,77$	$0,92\pm0,02$	$0,3\pm0,07$	$0,87\pm0,02$

Os resultados da seção de choque considerando a interpolação proposta por [12, 48, 59, 60] são apresentados na Seção 6.5. Foram calculados para diversos valores de energia de CM e comparados com os resultados já existentes, bem como a previsão para a energia do fóton de $E_{\gamma} = 9 \,\text{GeV}$.

6.5 Resultados

Os acoplamentos dos reggeons trocados no processo foram fixados, para todos os resultados a seguir, como $g_{\omega NN} = 10,683, g_{\omega}^T = 1,583, g_{\rho NN} = 2,77 \text{ e } \kappa \rho = g_{\rho}^T/g_{\rho} = 12,31$ [61]. As curvas foram redimensionadas utilizando a razão de decaimento (branching ratio) $f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^- = 0,35 \pm 0,15$ [8,10].

Os resultados da seção de choque diferencial para a energia de CM $\sqrt{s} = 2,55 \,\text{GeV}$ via modelo de Regge estão apresentados na Figura 6.2, no qual consideramos as trajetórias degeneradas e não-degeneradas para a troca do méson ρ , utilizando a largura de decaimento extraído experimentalmente [10] $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0} = 453 \text{ keV}.$

Figura 6.2 - A seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ para a fotoprodução de $f_1(1285)p$ é uma função de $\cos \Theta^{\text{c.m.}}$. O decaimento radioativo utilizado é o obtido pelo CLAS $\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \text{ keV}$ e o resultado é ajustado pela razão de decaimento de $f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$. Em 6.3(a), consideramos no modelo a trajetória degenerada para ρ enquanto em 6.3(b), a trajetória do ρ é não-degenerada.



Os resultados apresentados na Figura 6.2, obtidos a partir do modelo de Regge, mostram a necessidade de revisão nos cálculos para que os valores da seção de choque diferencial estejam dentro dos valores das previsões teóricas [9] e experimentais [10], conforme ilustrados na Figura 6.3. Na Figura 6.3(a), os resultados da seção de choque diferencial estão bem acima dos resultados obtidos pela Colaboração CLAS e os valores máximos obtidos neste modelo estão em torno de $\cos \Theta^{c.m.} \approx 0,75$, enquanto, para este valor relacionado ao cosseno do ângulo de produção, os resultados experimentais estão decrescendo. Na Figura 6.3(b), para menores valores angulares, o modelo apresenta contribuição como nos dados experimentais, porém, estes dados sugerem que a contribuição angular é quase nula em $\cos \Theta^{c.m.} \approx 1$, ou seja, para ângulos maiores a seção de choque não é observada, enquanto nos resultados dos modelos do modelo haveria uma contribuição quase nula para $\cos \Theta^{c.m.} \approx 0, 5$ e aumentaria novamente em $\cos \Theta^{c.m.} \approx 0,75$. Na Figura 6.3 estão os resultados divulgados pelo CLAS para as energias $\sqrt{s} = 2,35, 2,55$ e 2,75 GeV comparado a outros modelos, incluindo o modelo de Regge utilizado por Kochelev [9], para essas energias de CM.

Para o ajuste no modelo, incluímos os fatores de forma dos vértices $F_{VNN} \in F_{\gamma f_1 V}$, dados por [9,56,58]. Com a inclusão dos fatores de forma, definidos em (6.23), temos os seguintes resultados, para as energias de CM $\sqrt{s} = 2,35 \text{ GeV}$, $\sqrt{s} = 2,55 \text{ GeV}$ e $\sqrt{s} = 2,75 \text{ GeV}$, comparados aos dados experimentais [10] e a previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$ ($\sqrt{s} \simeq 4,2 \text{ GeV}$), utilizando as larguras de decaimento radioativo $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0}$: $\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \text{ keV}$; $\Gamma_{\text{PDG}} =$ 1203 keV e a largura obtida pelo modelo de quark não-relativístico (Capítulo 5) $\Gamma_{\text{MOD}} =$

Figura 6.3 - Seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega (nb/sr)$ obtido pelo CLAS para $\sqrt{s} = 2,35 \,\text{GeV}, \sqrt{s} = 2,55 \,\text{GeV}$ e $\sqrt{s} = 2,75 \,\text{GeV}$ comparados a modelos teóricos: a curva sólida corresponde à previsão de Kochelev [9] para $f_1(1285)$ e as curvas tracejadas e pontilhadas são correspondentes à previsão do $\eta(1295)$ e à soma das duas ressonâncias, respectivamente.



Fonte: adaptada de [10, p. 12].

1608 keV na Figura 6.4. Utilizamos a razão de decaimento $f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^- = 0,35 \pm 0,15$ e as trajetórias do méson de troca ρ são degeneradas.

Os resultados apresentados na Figura 6.4 mostram que o fator de forma dos vértices F_{VNN} e $F_{\gamma f_1 V}$ resultou em um "corte" nos valores da seção de choque diferencial, comparados aos resultados apresentados na Figura 6.2. Entretanto, o modelo ainda não está adequado para reproduzir os dados experimentais, visto que há contribuição de pequenos valores de ângulo de produção na seção de choque diferencial, o que não pode ser observado nos nossos resultados. O modelo sugere que a contribuição é maior para valores maiores dos ângulos de produção. Porém, podemos observar que os dados do CLAS decrescem em torno de cos $\Theta^{c.m.} \approx 0,75$, enquanto, no modelo, os valores ainda estão em crescimento e decrescem em torno de cos $\Theta^{c.m.} \approx 1$, com exceção para a energia de CM $\sqrt{s} = 2,35$ GeV.

Na tentativa de verificarmos possíveis correções com a inclusão do fator de forma para a trajetória não-degenerada de ρ , conforme visto na Figura 6.3(b),calculamos a seção de choque diferencial para as energias de CM $\sqrt{s} = 2,35 \,\text{GeV}, \sqrt{s} = 2,55 \,\text{GeV}$ e $\sqrt{s} =$ 2,75 GeV, comparados aos dados experimentais [10] e a previsão para $E_{\gamma} = 9 \,\text{GeV}$ ($\sqrt{s} \simeq$ 4,2 GeV), utilizando as larguras de decaimento radioativo $\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0}$: $\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \,\text{keV}$; $\Gamma_{\text{PDG}} = 1203 \,\text{keV}$ e a largura obtida pelo modelo de quark não-relativístico (Capítulo 5) $\Gamma_{\text{MOD}} = 1608 \,\text{keV}$. Os resultados estão ajustados pela razão de decaimento $f_1(1285) \to \eta \pi^+ \pi^- = 0, 35 \pm 0, 15$ e apresentados na Figura 6.5.

Os resultados apresentados na Figura 6.5 nos mostram que o fator de forma dos vértices $F_{VNN} \in F_{\gamma f_1 V}$ representou em um grande corte nos valores da seção de choque diferencial, além de que a contribuição continua próximo de zero para $\cos \Theta^{c.m.} \approx 0, 5$, com exceção

Figura 6.4 - Resultados da seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) em função de $\cos \Theta^{c.m.}$, para trajetórias degeneradas de ρ , obtidos via troca de reggeons, comparados com resultados do CLAS [10] e previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$ ($\sqrt{s} \simeq 4, 2 \text{ GeV}$). As curvas pontilhadas representam os resultados para a largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 453 \text{ keV}$ (CLAS), as curvas tracejadas para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1203 \text{ keV}$ e a curva sólida para a largura de decaimento de quark (Capítulo 5) $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1608 \text{ keV}$. As barras de erro representam os resultados experimentais.



na previsão para $\sqrt{s} = 4, 2 \,\text{GeV}$. Logo, sugerem que para este modelo deve-se considerar que o méson trocado ρ deve ter trajetória degenerada, descrita pelo fator de assinatura dada pela Equação (6.13).

Na análise dos dados do CLAS, feita por Wang e He [48], sugerem que o processo de fotoprodução do méson $f_1(1285)$ possua uma contribuição de outros canais, que justificaria os resultados para ângulos pequenos, além do uso de interpolação dos canais s e t. Para calcular a seção de choque diferencial com a inclusão da interpolação de canais, fixamos os parâmetros s_0 , t_0 , $s_R e t_R$, alguns retirados da Tabela 6.1, de acordo com a energia de CM. Estes parâmetros estão apresentados na Tabela 6.2 e foram os que melhor se adequaram

Figura 6.5 - Resultados da seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) em função de $\cos \Theta^{c.m.}$, para trajetórias não-degeneradas de ρ , obtidos via troca de reggeons, comparados com resultados do CLAS [10] e previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$ ($\sqrt{s} \simeq 4, 2 \text{ GeV}$). As curvas pontilhadas representam os resultados para a largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 453 \text{ keV}$ (CLAS), as curvas tracejadas para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1203 \text{ keV}$ e a curva sólida para a largura de decaimento de quark (Capítulo 5) $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1608 \text{ keV}$. As barras de erro representam os resultados experimentais.



- em relação aos ângulos de produção - aos valores de energia de CM.

Na Figura 6.6 estão os resultados obtidos via interpolação de canais para as energias de CM $\sqrt{s} = 2,35 \text{ GeV}, \sqrt{s} = 2,55 \text{ GeV} e \sqrt{s} = 2,75 \text{ GeV}, \text{ comparados aos dados experimentais}$ [10] e a previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV} (\sqrt{s} \simeq 4,20 \text{ GeV})$ e os parâmetros fixados na Tabela 6.2. Utilizamos as larguras de decaimento radioativo $\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \text{ keV}, \Gamma_{\text{PDG}} = 1203 \text{ keV}$ e a largura obtida pelo modelo de quark não-relativístico (Capítulo 5) $\Gamma_{\text{MOD}} = 1608 \text{ keV}.$ Os resultados estão ajustados pela razão de decaimento $f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^- = 0,35 \pm 0,15.$

Na Figura 6.6 é possível observar que a interpolação, dada no fator de forma dos vértices

\sqrt{s}	$s_0 \; ({\rm GeV}^2)$	$t_0 \; ({\rm GeV}^2)$	$s_R \; ({\rm GeV}^2)$	$t_R \; ({\rm GeV}^2)$
2,35	1, 0	1, 0	1, 0	1, 0
2,55	1, 0	1, 0	5,0	0,3
2,75	1, 0	0,92	5,0	0,3
4, 2	3,99	0,95	5,0	0,3

Tabela 6.2 - Parâmetros fixados por energia CM.

 $F_{VNN} \in F_{\gamma f_1 V}$, não contribui nos resultados para ângulos menores de produção, além de resultar em valores mais baixos da seção de choque diferencial. Os valores máximos apresentados ainda estão em desacordo com os dados do CLAS, já que os dados mostram que a seção de choque diferencial decresce para ângulos maiores que cos $\Theta \approx 0,75$, enquanto no modelo, para os três valores de largura de decaimento utilizados, possui picos entre $\cos \Theta \approx 0,75$ e $\cos \Theta \approx 1$. Dessa maneira, podemos observar que o uso de interpolação dos canais s e t, neste modelo, não se adequa para reproduzir os resultados experimentais.

Nas Tabelas a seguir, temos alguns resultados numéricos que foram apresentados nos gráficos das Figuras 6.4, 6.5 e 6.6.

Na Tabela 6.3, os valores da seção de choque diferencial para a largura de decaimento do CLAS $\Gamma_{\text{CLAS}} = 435 \text{ keV}$ obtidos pelo tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e a partir da interpolação da trajetória de Regge $(d\sigma_I/d\Omega)$, apresentados nas Figuras 6.4 e 6.6, em comparação aos resultados do CLAS para os mesmos termos em função do cosseno ângulo de produção do méson cos $\Theta^{\text{c.m.}} = -0, 70, 0, 10 \text{ e } 0, 85.$

Os valores da seção de choque diferencial para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{PDG} = 1203 \text{ keV}$ obtidos pelo tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e a partir da interpolação da trajetória de Regge $(d\sigma_I/d\Omega)$, apresentados nas Figuras 6.4 e 6.6, estão listados na Tabela 6.4, em comparação aos resultados do CLAS para os mesmos termos em função do cosseno ângulo de produção do méson cos $\Theta^{c.m.} = -0, 70, 0, 10 \text{ e} 0, 85.$

Na Tabela 6.5, temos os valores da seção de choque diferencial para a largura de decaimento obtido via modelo de quark (Capítulo 5 $\Gamma_{\text{MOD}} = 1203 \text{ keV}$ obtidos pelo tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e a partir da interpolação da trajetória de Regge $(d\sigma_I/d\Omega)$, apresentados nas Figuras 6.4 e 6.6, em comparação aos resultados do CLAS para os mesmos termos em função do cosseno ângulo de produção do méson cos $\Theta^{\text{c.m.}} = -0, 70, 0, 10 \text{ e}$ 0, 85.

Figura 6.6 - Resultados da seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$ (nb/sr) em função de $\cos \Theta^{c.m.}$ obtidos via interpolação, comparados com resultados do CLAS [10], e previsão para $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$. As curvas pontilhadas representam os resultados para a largura de decaimento $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 453 \text{ keV}$ (CLAS), as curvas tracejadas para a largura de decaimento do PDG $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1203 \text{ keV}$ e a curva sólida para a largura de decaimento obtido via modelo de quark (Capítulo 5) $\Gamma_{f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0} = 1608 \text{ keV}$. As barras de erro representam os resultados experimentais.



Os resultados apresentados na Figura 6.5 estão dispostos nas Tabelas 6.6, 6.7 e 6.8 para os valores relacionados aos ângulos de produção cos $\Theta^{\text{c.m.}} = -0, 70, 0, 10 \text{ e } 0, 85 \text{ e larguras}$ de decaimento da reação $f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0$ do CLAS ($\Gamma_{\text{CLAS}} = 453 \text{ keV}$), do PDG ($\Gamma_{\text{PDG}} = 1203 \text{ keV}$) e do modelo de quark ($\Gamma_{\text{MOD}} = 1608 \text{ keV}$), obtido no Capítulo 5.

De acordo com os resultados apresentados nas Figuras 6.2, 6.4, 6.5, 6.6 e nas Tabelas 6.3, 6.4, 6.5 6.6, 6.7 e 6.8, o modelo e as tentativas de reajuste não estão adequados para reproduzirem os resultados obtidos pela Colaboração CLAS. Os resultados do CLAS sugerem a contribuição de outros canais no processo [10, 48, 62].

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos\Theta^{c.m.}$	$\mathrm{d}\sigma_M/\mathrm{d}\Omega~(\mathrm{nb/sr})$	$d\sigma_I/d\Omega \ (nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$(3, 29 \pm 1, 4) \times 10^{-2}$	$(5,97\pm2,6)\times10^{-2}$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$0,17\pm0,07$	$0,18\pm0,08$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$3,31\pm1,4$	$0,38\pm0,16$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(1,57\pm0,68)\times10^{-3}$	$(1, 24 \pm 0, 53) \times 10^{-2}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$(6,73\pm2,9) imes10^{-2}$	$0,16\pm0,07$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$4,74\pm2,0$	$1,48\pm0,64$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(7,79\pm3,3)\times10^{-5}$	$(1, 27 \pm 0, 55) \times 10^{-2}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(9, 84 \pm 4, 2) \times 10^{-3}$	$0,17\pm0,07$	$1,95\pm0,19$
	0,85	$4,49\pm1,9$	$1,49\pm0,64$	$5,73\pm1,21$
	-0,70	$(3,03\pm1,5)\times10^{-15}$	$(6, 37 \pm 2, 7) \times 10^{-13}$	-
4,20	0, 10	$(1, 86 \pm 0, 8) \times 10^{-10}$	$(1, 11 \pm 0, 48) \times 10^{-8}$	-
	0,85	$(8,94\pm3,8) \times 10^{-2}$	$0,13\pm0,05$	-

Tabela 6.3 - Resultados obtidos no tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e via interpolação $(d\sigma_I/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{CLAS} = 435 \text{ keV}$.

6.6 Conclusões e Discussões

A seção de choque diferencial da fotoprodução do méson $f_1(1285)$ foi estudada a partir do modelo de Regge, onde as trajetórias dos mésons trocados no canal t são lineares, que mostram a importância do estudo da Teoria de Regge, descrita no Capítulo 4. O modelo de Regge é bastante utilizado em previsões de algumas reações, principalmente para a reação $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$, desde a divulgação dos resultados da Colaboração CLAS. O modelo de Regge utilizado neste trabalho de mestrado foi desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova [15] e estendido por Silva e Machado [16].

Ao compararmos os gráficos nas Figuras 6.2 e 6.3 observamos divergências entre as curvas apresentadas, o que indicaram a necessidade de reajustes nos cálculos, como a inclusão do fator de forma dos vértices $\gamma f_1 V \in VNN$, que vem da suposição da semelhança dos vértices dos fótons pesados e dos mésons vetoriais [9].

A inclusão do fator de forma dos vértices contribuiu para o corte nos resultados, porém os ainda não estão de acordo com os resultados já existentes [10]. A troca de partículas durante a reação foi considerada apenas no canal t, o que mostra ser insuficiente para des-

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos\Theta^{\rm c.m.}$	$\mathrm{d}\sigma_M/\mathrm{d}\Omega~(\mathrm{nb/sr})$	$d\sigma_I/d\Omega \ (nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$(8,75\pm3,8)\times10^{-2}$	$0,16\pm0,07$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$0,87\pm0,37$	$0,48\pm0,21$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$8,78\pm3,8$	$1,00\pm0,43$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(4, 18 \pm 1, 8) \times 10^{-3}$	$(3,29\pm 1,4)\times 10^{-2}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$0,18\pm0,08$	$0,43\pm0,18$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$12,59 \pm 5,4$	$3,95\pm1,7$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(2,07\pm0,89)\times10^{-4}$	$(3, 38 \pm 0, 15) \times 10^{-2}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(2,61\pm 1,1)\times 10^{-2}$	$0,44\pm0,19$	$1,95\pm0,19$
	0,85	$11,92\pm5,1$	$1,31\pm0,56$	$3,95\pm1,7$
	-0,70	$(8,05\pm3,5)\times10^{-15}$	$(1,67\pm0,72)\times10^{-12}$	-
4,20	0, 10	$(4,95\pm2,1)\times10^{-10}$	$(2,96\pm1,3) imes10^{-8}$	-
	0,85	$0,23\pm0,1$	$0,35\pm0,15$	-

Tabela 6.4 - Resultados obtidos no tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e via interpolação $(d\sigma_I/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{PDG} = 1203 \text{ keV}$.

crever os dados do CLAS, já que os resultados experimentais implicam que o mecanismo da fotoprodução não é predominante no canal t. Em [48], Wang e He realizaram uma análise dos dados do CLAS considerando a contribuição de outros canais no processo, além da interpolação dos canais $s \in t$. A contribuição do canal u justificaria os resultados para valores angulares de produção mais baixos, enquanto o canal t é responsável pela troca dos mésons $\rho \in \omega$ no processo.

O modelo e os tratamentos utilizados sugerem que os resultados para a previsão de $E_{\gamma} = 9$ GeV são insuficientes para dados experimentais futuros a essa faixa de energia.

Em [62], Hutauruk *et al* apresentaram seus resultados da seção de choque diferencial utilizando uma abordagem Lagrangiana efetiva, a fim de compararem com resultados do CLAS. Os resultados de Parada *et al* são apresentados na Figura 6.7.

De acordo com os próprios autores, seus resultados sugerem uma nova análise, dentro dessa abordagem, para a inclusão dos canais $s \in u$ no processo, pois a contribuição apenas do canal t é insuficiente para descrever os resultados experimentais [62].

Isso foi discutido por Wang et al (2017) [12], cuja análise foi realizada para essa reação

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos\Theta^{\rm c.m.}$	$\mathrm{d}\sigma_M/\mathrm{d}\Omega~(\mathrm{nb/sr})$	$d\sigma_I/d\Omega \ (nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$0,12\pm0,05$	$0,21\pm0,91$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$1,17\pm0,5$	$0,64\pm0,28$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$11,73\pm5,0$	$1,34\pm0,58$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(5, 59 \pm 2, 4) \times 10^{-3}$	$(4,40\pm 1,9)\times 10^{-2}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$0,24\pm0,1$	$0,57\pm0,25$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$16,83\pm7,2$	$5,28\pm2,3$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(2,76\pm1,2)\times10^{-4}$	$(4,53\pm 1,9)\times 10^{-2}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(3,49\pm 1,5)\times 10^{-2}$	$0,59\pm0,25$	$1,95\pm0,19$
_	0,85	$15,94\pm6,8$	$5,29\pm2,3$	$3,95\pm1,7$
	-0,70	$(1,07\pm0,46)\times10^{-14}$	$(2, 24 \pm 0, 95) \times 10^{-12}$	-
4,20	0, 10	$(6, 61 \pm 2, 8) \times 10^{-10}$	$(3,96\pm 1,7)\times 10^{-8}$	-
	0,85	$0,32\pm0,14$	$0,47\pm0,2$	-

Tabela 6.5 - Resultados obtidos no tratamento de Regge $(d\sigma_M/d\Omega)$ e via interpolação $(d\sigma_I/d\Omega)$ comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{MOD} = 1608 \text{ keV}$.

considerando as trocas de partículas nos canais t, $s \in u$, porém, nos trabalhos desconsideraram uma contribuição explícita no canal s [12,48]. Wang *et al* realizou um tratamento de Regge [63,64] de interpolação no canal t, onde foi verificado uma contribuição predominante na reação $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ nesse canal e a dependência nos ângulos de produção da ressonância sugere a contribuição do canal u.

Nesse caso, no modelo proposto em [48], o mecanismo do processo, apresentado na Figura 6.8, inclui as contribuições da troca de núcleon N nos canais $u \in s$, além da troca dos mésons $\rho \in \omega$ no canal t (Figura 6.1).

De acordo com os resultados apresentados e as discussões realizadas por outros autores, o processo de fotoprodução do méson $f_1(1285)$, que vem sido estudado há anos em diversas abordagens, depende da troca dos mésons vetoriais $\rho(770)$ e $\omega(785)$ no canal t e da contribuição angular no canal u. A fotoprodução dessa ressonância contribui no estudo de sua estrutura, visto que o acoplamento do vértice $V_{\gamma f_1 V}$ está relacionado ao processo de decaimento radioativo do $f_1(1285)$. Nesse contexto, o estudo dessa reação sugere novas abordagens e modelos que descrevam detalhadamente o processo e as informações sobre os estados que são produzidos, que serão realizados durante o trabalho de doutorado.

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos\Theta^{\rm c.m.}$	$d\sigma/d\Omega ~(nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$(2,49\pm 1,1)\times 10^{-2}$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$(2,85\pm 1,2)\times 10^{-2}$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$0,53\pm0,23$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(9,91\pm4,2) \times 10^{-4}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$(3,78\pm1,6) imes10^{-2}$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$0,88\pm0,38$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(5,88\pm2,5) imes10^{-6}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(9,69\pm 4,2)\times 10^{-3}$	$1,95\pm0,19$
	0,85	$0,67\pm0,29$	$3,95\pm1,7$
	-0,70	$(2,77\pm1,2)\times10^{-15}$	-
4,20	0, 10	$(1, 24 \pm 0, 53) \times 10^{-10}$	-
	0,85	$(2,04\pm0,87)\times10^{-2}$	-

Tabela 6.6 - Resultados para a trajetória não-degenerada do méson $\rho(770)$ no tratamento de Regge (d σ_M /d Ω) comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{CLAS} = 453 \text{ keV}$.

Figura 6.7 - Resultados obtidos por Parada *et al*, a partir da abordagem Lagrangiana efetiva. Our Model Prediction for differential Cross section



Fonte: [62, p. 53].

,

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos \Theta^{\text{c.m.}}$	$d\sigma/d\Omega ~(nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$(6, 63 \pm 2, 8) \times 10^{-2}$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$(7, 58 \pm 3, 2) \times 10^{-2}$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$1,41\pm0,61$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(2, 63 \pm 1, 1) \times 10^{-3}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$0,10\pm0,04$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$2,34\pm1,0$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(1, 56 \pm 0, 67) \times 10^{-3}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(2,57\pm1,1)\times10^{-2}$	$1,95\pm0,19$
	0,85	$1,77\pm0,76$	$3,95\pm1,7$
	-0,70	$(7, 36 \pm 3, 2) \times 10^{-10}$	-
4,20	0, 10	$(3, 29 \pm 1, 4) \times 10^{-10}$	-
	0,85	$(5,41\pm2,3) imes10^{-2}$	-

Tabela 6.7 - Resultados para a trajetória não-degenerada do méson $\rho(770)$ no tratamento de Regge ($d\sigma_M/d\Omega$) comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{\rm PDG} = 1203 \, {\rm keV}$.

Figura 6.8 - Diagramas de Feynman para o processo de fotoprodução do méson $f_1(1285)$ via troca de núcleon nos canais $s \in u$.



Fonte: adaptada de [48, p. 2].

$\sqrt{s} \; (\text{GeV})$	$\cos\Theta^{\rm c.m.}$	$d\sigma/d\Omega ~(nb/sr)$	CLAS
	-0,70	$(8, 86 \pm 3, 8) \times 10^{-2}$	$5,96\pm0,57$
2,35	0, 10	$0,10\pm0,04$	$8,29\pm0,67$
	0,85	$1,89\pm0,81$	$3,18\pm1,00$
	-0,70	$(3, 13 \pm 1, 3) \times 10^{-3}$	$4,22\pm0,49$
2,55	0, 10	$0,13\pm0,06$	$6,57\pm0,48$
	0,85	$3,13\pm1,3$	$7,95\pm1,10$
	-0,70	$(2,08\pm0,89) imes10^{-5}$	$2,49\pm0,28$
2,75	0, 10	$(3,44\pm1,5) imes10^{-2}$	$1,95\pm0,19$
	0,85	$2,38\pm1,0$	$3,95\pm1,7$
	-0,70	$(9, 83 \pm 4, 2) \times 10^{-15}$	-
4,20	0, 10	$(4, 39 \pm 1, 9) \times 10^{-10}$	-
	0,85	$(7, 23 \pm 3, 1) \times 10^{-2}$	-

Tabela 6.8 - Resultados para a trajetória não-degenerada do méson $\rho(770)$ no tratamento de Regge (d $\sigma_M/d\Omega$) comparados a resultados da Colaboração CLAS [10] para $\Gamma_{\rm MOD}=1608\,{\rm keV}.$

7 CONCLUSÕES E PRÓXIMOS PASSOS

Neste trabalho de mestrado estudamos a fotoprodução do méson $f_1(1285)$ a partir do modelo de Regge, onde obtivemos uma estimativa para a seção de choque com o processo $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ via troca de reggeons no canal t. O cálculo seção de choque diferencial do processo $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ foi realizado no formalismo desenvolvido por Donnachie e Kalashnikova [15] e estendido por Silva e Machado [16], onde a troca dos mésons $\rho(770)$ e $\omega(782)$ ocorre em trajetórias lineares (trajetórias de Regge) no canal t. Essa abordagem é bastante utilizada no estudo do processo, desde que a Colaboração CLAS divulgou seus dados experimentais em 2016.

De acordo com o nosso cronograma, os ajustes necessários no modelo utilizado foram realizados com o objetivo de melhorar os resultados em comparação aos dados da Colaboração CLAS. A inclusão dos fatores de forma dos vértices (conforme discutido no Capítulo 6) foram essenciais para os nossos resultados, apesar de serem inconsistentes com os resultados esperados. A previsão dos resultados da seção de choque para a energia do fóton de $E_{\gamma} = 9 \text{ GeV}$ foi obtida, porém, diante dos resultados obtidos não estarem de acordo com as expectativas e com outras previsões, espera-se que novos tratamentos neste modelo sejam realizados posteriormente.

O uso da interpolação no tratamento de Regge no modelo apresentou pequena diferença nos nossos resultados. Em [48], além de adotar uma interpolação na trajetória de Regge [59], foi feita uma análise acerca dos dados do CLAS e sugeriu uma contribuição do canal u, o que demonstra a necessidade de novas abordagens para o estudo do processo de fotoprodução, que serão realizadas durante o trabalho de doutorado.

Os resultados para o decaimento radioativo $\Gamma_{f_1 \to \gamma \rho^0} = 1608, 11 \text{ keV}$ e $\Gamma_{f_1 \to \phi \gamma} = 214, 00 \text{ keV}$, calculados pelo modelo de quark [3, 39] nos permite presumir que o méson $f_1(1285)$ possua mistura de glúons na sua função de onda, o que é previsto para mésons axiais com números quânticos $J^{PC} = 1^{++}$ [5]. Birkel e Fritzsch já argumentavam que mésons f_1 são superposições de estados $u\bar{u}/d\bar{d}$, $s\bar{s}$ e gluônicos, já que, na natureza, não deve existir mésons puros de $q\bar{q}$. A diferença entre os resultados dos esquemas de misturas obtidos para essa ressonância ainda mostra que a contribuição de glúons é expressiva, entretanto, com base no resultado do CLAS, a contribuição de glúons na estrutura é maior, onde estimamos que essa contribuição seja em torno de 60%. Comparados com os valores do PDG, a mistura de glúons é em torno de 17%, em conformidade com os 14% previsto em 1996 por Birkel e Fritzsch. Entretanto, fizemos uma estimativa para a diferença de resultados, em torno de 20%, entre os modelos relativísticos e não-relativísticos, para alguns decaimentos calculados por Piotrowksa *et al* [47] e Close *et al* [39], respectivamente.

Com base nessa diferença, trabalhamos com essa margem de erro a fim de justificarmos o uso da largura de decaimento do CLAS, onde, pela estimativa de contribuição gluônica, está acima do erro de 20% do modelo utilizado, enquanto os 17% de mistura de gluôn, com base nos dados do CLAS, está abaixo do erro, o que indica que a estrutura do méson $f_1(1285)$, com base na largura de decaimento de $f_1(1285) \rightarrow \gamma \rho^0$ do PDG, não deve ser considerada.

Dessa forma, podemos concluir que esse modelo nos fornece uma boa previsão da estrutura dessa ressonância.

No entanto, com base no resultado para o processo $f_1(1285) \rightarrow \phi \gamma^0$ e a falta de novos dados experimentais para esse processo, mostra que há a necessidade de novos cálculos mais precisos, o que nos motiva para desenvolver novos modelos para descrever com mais detalhes a estrutura de ressonâncias a serem estudadas.

Portanto, as perspectivas para o doutorado são obter novos resultados sobre estruturas hadrônicas, a fim de corroborar com o estudo de hádrons exóticos, bem como desenvolver modelos de processos de fotoprodução, onde serão analisadas as trocas de outras famílias de ressonâncias, como os *pomerons* e os *odderons*, a partir dos vértices dos diagramas de Feyman. O estudo desses vértices possibilitará novos modelos de decaimentos para estimar as contribuições gluônicas das ressonâncias a serem estudadas.

A SISTEMA DE UNIDADES

• Sistema de unidades:

Grandeza	Unidade HEP	Unidade SI
comprimento	1 fm	$10^{-15} \mathrm{m}$
energia	$1 { m GeV}$	$1,602 \times 10^{-10}{\rm J}$
massa	$1 { m GeV/c^2}$	$1,78\times 10^{-27}\mathrm{kg}$
$\hbar = h/2\pi$	$6,588\times10^{-25}{\rm GeVs}$	$1,055\times 10^{-34}{\rm Js}$
с	$2,988\times 10^{23}\mathrm{fm/s}$	$2,988\times 10^8{\rm m/s}$
$\hbar c$	$0,1973{\rm GeVfm}$	$3,162\times 10^{-26}{\rm Jm}$

Tabela A.1 - Sistema de unidades de algumas grandezas físicas.

• Unidades naturais:

	11. · · 1. · 1. · ·			- I	and the second s	C'. ·
Tabela A.2 -	Unidades	naturais	ae a	algumas	grandezas	TISICAS.

Unidades Naturais				
$\operatorname{comprimento}$	$1 \mathrm{GeV}$			
tempo	$1~{\rm GeV^{-1}}=0{,}1973~{\rm fm}$			
massa	$1 \mathrm{GeV}$			

• Outras unidades usuais:

Massa	\rightarrow	eV/c^2 (ou eV)
Momentum	\rightarrow	eV/c (ou eV)
Energia	\rightarrow	eV
Carga, spin, \ldots	\rightarrow	е

• Algumas conversões:

eV
$$\rightarrow$$
 1,6 ×10⁻¹⁹ J
c \rightarrow 299792458 m/s
e \rightarrow 1,602176484 ×10⁻¹⁹ C

• Unidades da Seção de choque

mb
$$\rightarrow 10^{-27} \text{ cm}^2 \text{ (padrão)}$$

GeV⁻² $\rightarrow 0,389 \text{ mb} \text{ (unidades naturais)}$
1 mb $\rightarrow 2,57 \text{ GeV}^{-2}$

B VARIÁVEIS CINEMÁTICAS

Neste apêndice será apresentado um breve resumo da cinemática de alguns processos difrativos, pois as assinaturas experimentais da difração consistem em configurações cinemáticas particulares dos estados finais.

B.1 Processos de Espalhamentos Generalizados

• Processos genéricos

$$1 + 2 \to 3 + 4 + \ldots + N.$$
 (B.1)

• Conservação do quadri-momentum

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4 + \ldots + p_N. \tag{B.2}$$

• Condições de camada de massa

$$p_i^2 = m_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$
 (B.3)

• Espalhamento exclusivo de dois corpos (Figura B.1)

$$1 + 2 \to 3 + 4.$$
 (B.4)



Figura B.1 - Diagrama do espalhamento exclusivo de dois corpos $1+2 \rightarrow 3+4$. Fonte: adaptada de [65, p. 9].

• Espalhamento inclusivo da partícula única (Figura B.2)

$$1 + 2 \to 3 + X,\tag{B.5}$$

onde X é um sistema de partículas não definido (ou ressonância).



Figura B.2 - Diagrama do espalhamento inclusivo da partícula única $1+2 \rightarrow 3+X$. Fonte: adaptada de [6, p. 36].

• Caso especial de espalhamento elástico

$$1 + 2 \to 1' + 2',$$
 (B.6)

onde as duas partículas seguem inalteradas, porém, com configurações cinemáticas diferentes devido a alguma interação no processo.

• Em (B.5), o espalhamento difrativo é caracterizado por um estado final particular: uma das partículas que colidem segue inalterada, enquanto a outra produz um sistema com os mesmos números quânticos:

$$1 + 2 \to 1' + X_2.$$
 (B.7)

B.2 Processo de Espalhamento de Dois Corpos

B.2.1 Variáveis de Mandelstam

As variáveis de Mandelstam, denotadas por $s, t \in u$, são quantidades que reprepresentam, respectivamente, a *energia*, o *momentum transferido* e *ângulos* de partículas durante o processo de espalhamento na forma de invariante de Lorentz, ou seja, possuem o mesmo valor em qualquer referencial inercial [66]. Dizemos que essas variáveis são *canais de espalhamentos*, onde representam diversos diagramas de Feynman ou outros espalhamentos.

• O processo cinemático de dois corpos, no canal \boldsymbol{s}

$$1 + 2 \to 3 + 4, \tag{B.8}$$

é descrito por duas variáveis, entre as três definidas por

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2,$$
 (B.9)

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2,$$
 (B.10)

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_1 - p_3)^2.$$
 (B.11)

• Identidade das invariantes

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2.$$
 (B.12)

• No processo (B.8), s é o quadrado da energia do centro de massa

$$s = E_{\rm CM}^2,\tag{B.13}$$

• t é o quadrado do momentum transferido,

$$t = p^2. \tag{B.14}$$

• De maneira análoga, em processos nos canais $t \in u$, respectivamente,

$$t = E_{\rm CM}^2, \tag{B.15}$$

$$u = E_{\rm CM}^2. \tag{B.16}$$



Figura B.3 - Reações nos canais (a) s, (b) t e (c) u. Fonte: [6, p. 37].

• Processos de espalhamento para os canais $t \in u$

$$1 + \bar{3} = \bar{2} + 4,$$
 (B.17)

$$1 + \bar{4} = \bar{2} + 3,$$
 (B.18)

onde, por exemplo, $\bar{3}$ é a antipartícula de 3 com o momentum oposto.

B.2.2 Sistema de Centro de Massa (CM)



Figura B.4 - Sistema de centro de massa (CM). Fonte: [6, p. 39].

• Da reação (B.8), no sistema CM, temos

$$p_1 + p_2 = 0.$$
 (B.19)

• Assumindo que as partículas 1 e 2 se deslocam no eixo z:

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z),$$
 (B.20)

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z),$$
 (B.21)

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_\perp, p_z'),$$
 (B.22)

$$p_4 = (E_4, -\mathbf{p}') = (E_4, -\mathbf{p}_\perp, -p'_z),$$
 (B.23)

com \mathbf{p}_{\perp} como a transversal de dois vetores.

• Tomando $|\mathbf{p}| = p_z$,

$$p_z' = |\mathbf{p}'| \cos \theta, \tag{B.24}$$

$$|\mathbf{p}_{\perp}| = |\mathbf{p}'| \operatorname{sen} \theta. \tag{B.25}$$

• E_1, E_2, E_3 e E_4 podem ser expressas pelo quadrado da energia do CM s = $(p_1 + p_2)^2$

$$E_1 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_1^2 - m_2^2), \qquad (B.26)$$

$$E_{2} = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_{2}^{2} - m_{1}^{2}), \qquad (B.27)$$

$$E_{1} = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_{2}^{2} - m_{1}^{2}), \qquad (B.26)$$

$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_3^2 - m_4^2), \qquad (B.28)$$

$$E_4 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_4^2 - m_3^2). \tag{B.29}$$

• Das condições de camada de massa, as relações entre $|\mathbf{p}|,\,|\mathbf{p}'|$ e ssão

$$\mathbf{p^2} = p_z^2 = E_1^2 - m_1^2$$

$$= \frac{1}{4s} [s - (m_1 + m_2)^2] [s - (m_1 - m_2)^2]$$

$$= \frac{1}{4s} [s^2 + (m_1^2)^2 + (m_2^2)^2 - 2sm_1^2 - 2m_1^2m_2^2 - 2sm_2^2]$$

$$= \frac{1}{4s} \lambda(s; m_1^2; m_2^2)$$
(B.30)

е

$$\mathbf{p}^{\prime 2} = \mathbf{p}_{\perp}^{2} + p_{z}^{2} = E_{3}^{2} - m_{3}^{2}$$

$$= \frac{1}{4s} [s - (m_{3} + m_{4})^{2}] [s - (m_{3} - m_{4})^{2}]$$

$$= \frac{1}{4s} [s^{2} + (m_{3}^{2})^{2} + (m_{4}^{2})^{2} - 2sm_{3}^{2} - 2m_{3}^{2}m_{4}^{2} - 2sm_{4}^{2}]$$

$$= \frac{1}{4s} \lambda(s; m_{3}^{2}; m_{4}^{2}).$$
(B.31)

• λ é a função cinemática definida por

$$\lambda(x;y;z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz.$$
(B.32)

• Para $s \to \infty,$ as massas podem ser desprezadas, logo,

$$E_1, E_2, E_3, E_4 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}$$
 (B.33)

е

$$|\mathbf{p}|, |\mathbf{p}'| \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}.\tag{B.34}$$

• Expressando a variável t em termos de CM,

$$t = (p_1 - p_3) = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1E_3 + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'|\cos\theta.$$
 (B.35)

• A definição de $\cos\theta$ é

$$\cos \theta = \frac{s^2 + s(2t - \sum_i m_i^2) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\lambda^{1/2}(s; m_1^2; m_2^2)\lambda^{1/2}(s; m_3^2; m_4^2)}.$$
 (B.36)

• Para *m* iguais, as relações entre as variáveis de CM ($|\mathbf{p}|, \theta$) e as variáveis de Mandelstam (*s*, *t*) se reduzem a

$$|\mathbf{p}| = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m^2},$$
 (B.37)

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s - 4m^2}.$$
 (B.38)

• As relações inversas são

$$s = 4(\mathbf{p}^2 + m^2),$$
 (B.39)

$$t = -2\mathbf{p}^2(1-\cos\theta), \qquad (B.40)$$

$$u = -2\mathbf{p}^2(1+\cos\theta). \tag{B.41}$$

• Para m = 0, ou em $s \to \infty$

$$\cos\theta = 1 + \frac{2t}{s}.\tag{B.42}$$

• De forma análoga, para os canais $t \in u \in m$ iguais,

$$\cos \theta_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2},$$
 (B.43)

$$\cos\theta_u = 1 + \frac{2t}{u - 4m^2}.\tag{B.44}$$

B.2.3 Sistema de Laboratório

• Por definição, a partícula 2 está em repouso (Figura B.5)

$$p_2^2 = 0.$$
 (B.45)

• Os quadri-momenta das partículas que colidem, assumindo que a partícula 1 se



Figura B.5 - Sistema de laboratório (Lab). Fonte: [6, p. 42].

move ao longo do eixo z,

$$p_1 = (E_L, 0, 0, p_L),$$
 (B.46)

$$p_L = (m_2, 0, 0, 0),$$
 (B.47)

com p_L sendo o momentum total do sistema Lab.

• Os quadri-momenta das partículas de saída são

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p_3}),$$
 (B.48)

$$p_4 = (E_4, \mathbf{p_4}).$$
 (B.49)

• As invariantes de Mandelstam são descritas como

$$s = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_2E_1,$$
 (B.50)

$$t = (p_2 - p_4)^2 = m_2^2 + m_4^2 - 2m_2E_4,$$
 (B.51)

$$u = (p_2 + p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 - 2m_2 E_3.$$
 (B.52)

• As energias são:

$$E_L = \frac{1}{2m_2}(s - m_1^2 - m_2^2),$$
 (B.53)

$$E_4 = \frac{1}{2m_2}(m_2^2 + m_4^2 - t), \qquad (B.54)$$

$$E_3 = \frac{1}{2m_2}(m_2^2 + m_3^2 - u). \tag{B.55}$$

• Os quadri-momenta são:

$$p_L^2 = E_L^2 - m_1^2 = \frac{1}{4m_2^2}\lambda(s;m_1^2;m_2^2),$$
 (B.56)

$$\mathbf{p_4}^2 = E_4^2 - m_4^2 = \frac{1}{4m_2^2}\lambda(t; m_2^2; m_4^2), \qquad (B.57)$$

$$\mathbf{p_3}^2 = E_3^2 - m_3^2 = \frac{1}{4m_2^2}\lambda(u;m_2^2;m_3^2).$$
 (B.58)

• Para $s \to \infty,$ desprezando as massas,

$$s \simeq 2m_2^2 E_L \simeq 2m_2 p_l, \tag{B.59}$$

$$t \simeq -2m_2 E_4, \tag{B.60}$$

$$u \simeq -2m_2 E_3. \tag{B.61}$$

• Usando

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_L E_3 + 2p_L |\mathbf{p_3}| \cos \theta_L, \qquad (B.62)$$

• e das relações para E_L, E_3, p_L e $\mathbf{p_3},$ com m iguais,

$$\cos \theta_L = \frac{s(s+t-4m^2)}{\lambda^{1/2}(s;m^2;m^2)\lambda^{1/2}(s+t;m^2;m^2)}.$$
 (B.63)

B.3 Processo Inclusivo Único

• Reações inclusivas da partícula única

$$1 + 2 \to 3 + X. \tag{B.64}$$

• Por conveniência, usamos $s,\,t$ e a massa invariante

$$M^2 = (p_1 + p_2 - p_3)^2. (B.65)$$

• Em CM, os quadri-momenta são

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}) = (E_1, 0, 0, p_z),$$
 (B.66)

$$p_2 = (E_2, -\mathbf{p}) = (E_2, 0, 0, -p_z),$$
 (B.67)

$$p_3 = (E_3, \mathbf{p}') = (E_3, \mathbf{p}_\perp, p'_z).$$
 (B.68)

• Relações entre variáveis de CM e Mandelstam para $s \gg m_1^2, m_2^2$

$$|\mathbf{p}| = p_z \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}, \tag{B.69}$$

$$E_1, E_2 \simeq \frac{\sqrt{s}}{2}. \tag{B.70}$$

• Relações entre variáveis de CM e Mandelstam para $s, M^2 \gg m_3^2$

$$|\mathbf{p}'| \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}},\tag{B.71}$$

$$E_3 \simeq \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}}.$$
 (B.72)

• Da relação entre $t \in \cos \theta$

$$t = (p_1 + p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1E_3 + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'|\cos\theta$$
(B.73)

e com as relações (B.69) e (B.71), para $s, M^2 \gg m_1^2, m_3^2,$

$$\cos\theta \simeq 1 + \frac{2t}{s - M^2}.\tag{B.74}$$

• Para o mesmo limite,

$$\mathbf{p}_{\perp}^{2} = \mathbf{p}^{\prime 2} \operatorname{sen}^{2} \theta \simeq -t \left(1 - \frac{M}{s^{2}} \right).$$
 (B.75)

C CÁLCULO DO PARÂMETRO VARIACIONAL

Neste apêndice vamos descrever uma ferramenta matemática bastante utilizada na Mecânica Quântica, que é o *método variacional do Hamiltoniano*, que possibilita obter soluções para a equação de Schrödinger, além de fornecer o valor mínimo de energia [41].

A equação de Schrödinger é conhecida da forma

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle,\tag{C.1}$$

onde Ψ e *E* são, respectivamente, auto-função e auto-valor do Hamiltoniano \hat{H} , que, no caso deste trabalho, é conhecido e dado pela Equação (5.1).

O método variacional consiste em encontrar as energias e as auto-funções a partir da relação variacional

$$E = \frac{\langle \psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \ge E_0 \tag{C.2}$$

onde, na Equação (C.2), a energia E de qualquer estado Ψ é sempre maior ou igual à energia do estado fundamental E_0 .

Vamos definir as funções de onda do méson por:

$$H|\Psi\rangle = \sum_{n} a_n |\phi_n\rangle.$$
 (C.3)

No Capítulo 5 discutimos que as funções de onda do méson são do tipo Gaussiana $\exp(-p^2/(2\beta_M^2))$ (Equação (5.14)) multiplicadas a um polinômio necessário. A partir da Transformada de Fourier, a função de onda que depende do quadri-momentum passa a depender de r:

$$\Psi(r) = A r^{\ell} R(r) Y_{\ell m} \tag{C.4}$$

onde $Y_{\ell m}$ são os harmônicos esféricos que, dependentes de um dado ângulo θ e dos números

quânticos $\ell \in m,$ são definidos por:

$$Y_0^0(\theta,\phi) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\pi}}$$

$$Y_1^{-1}(\theta,\phi) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \operatorname{sen}\theta e^{-i\phi}$$

$$Y_1^0(\theta,\phi) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos\theta$$

$$Y_1^1(\theta,\phi) = \frac{-1}{2}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \operatorname{sen}\theta e^{i\phi}$$
(C.5)

entre outros.

Para $\ell=0,$ a função de onda é

$$\Psi_M(r) = A \exp\left(-\frac{\beta_M^2 r^2}{2}\right) Y_{00},$$
(C.6)

onde a constante de normalização é deduzida a partir da condição de normalização

$$\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |\Psi_M|^2 r^2 \operatorname{sen}\theta \,\mathrm{d}r \,\mathrm{d}\theta \,\mathrm{d}\phi = 1, \tag{C.7}$$

logo,

$$A = \frac{2\beta_M^{3/2}}{\pi^{1/4}}.$$
 (C.8)

Para $\ell = 1$ e m = 0, a função de onda é dada por

$$\Psi_M(r) = B \, r \exp\left(-\frac{\beta_M^2 \, r^2}{2}\right) Y_{10},\tag{C.9}$$

onde, da condição (C.7), temos a constante de normalização ${\cal B}$

$$B = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_M^{5/2}}{\pi^{1/4}}.$$
 (C.10)

A partir do potencial definido pelo Hamiltoniano

$$V(r) = \sigma r - \frac{4\alpha_s}{3r} + C, \qquad (C.11)$$

podemos resolver, pelo método variacional, a equação de Schrödinger e obter os parâmetros da gaussiana respectivos às massas dos mésons [39,40]. Da equação radial

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}\Psi_M(r)}{\mathrm{d}r}\right) - \frac{2m_q r^2}{\hbar}[V(r) - E]\Psi_M(r) = \ell(\ell+1)\Psi_M(r) \tag{C.12}$$

ou

$$E\Psi_M(r) = -\frac{1}{m_q r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}\Psi_M(r)}{\mathrm{d}r} \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{m_q r^2} \Psi_M(r) + V(r)\Psi_M(r), \qquad (C.13)$$

com $\hbar=1,$ em unidades naturais, temos, para $\ell=0$ e $\ell=1,$

$$E = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \mathrm{sen}\theta \left[-\Psi_M^{\dagger}(r) \frac{1}{m_q r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}\Psi_M(r)}{\mathrm{d}r} \right) \right]$$

$$+ \Psi_M^{\dagger}(r) \frac{\ell(\ell+1)}{m_q r^2} \Psi_M(r)$$

$$+ \Psi_M^{\dagger}(r) V(r) \Psi_M(r)$$
(C.14)

Derivando a relação (C.14) em função do parâmetro β_M e utilizando os parâmetros definidos na Seção (5.2), obtivemos os valores do parâmetro variacional relacionado com os estados, conforme demonstrado na na Tabela C.1:

Tabela C.1 - Parâmetros da gaussiana obtidos para estados $n\bar{n}$ e $s\bar{s}$.

ℓ (M)	$ \psi\rangle$	β_M
$0(1^{})$	$n\bar{n}$	0,305
$1 (1^{++})$	$n\bar{n}$	0,270
$0 (1^{})$	$s\bar{s}$	0,371
$1 (1^{++})$	$s\bar{s}$	0,323

onde $n\bar{n}$ são estados representados por mésons compostos de quarks (e seus respectivos antiquarks) $u \in d$ ($\ell = 0$ para $\rho(770) \in \ell = 1$ para $f_1(1285)$) e $s\bar{s}$ representam os mésons constituídos por quarks e antiquarks s ($\ell = 0$ para $\phi(1020) \in \ell = 1$ para $f_1(1285)$).

D DEDUÇÃO DA AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO

Para descrever a Equação (6.25) que nos permite obter a seção de choque diferencial do processo $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$, consideramos as expressões

$$M_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu} \tag{D.1}$$

e

$$N_{\nu} = M_{\mu\nu} \, p_{1\nu}. \tag{D.2}$$

Definindo o cálculo para o traço

$$T_{c} = \frac{1}{4} \operatorname{Tr}\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})(aM_{\mu\lambda}\gamma_{\lambda} + bN_{\mu})(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})(a^{*}M_{\mu\nu}\gamma_{\nu} + b^{*}N_{\mu})\}$$
(D.3)

ou

$$T_{c} = \frac{1}{4}aa^{*}M_{\mu\lambda}M_{\mu\nu}\operatorname{Tr}\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})\gamma_{\lambda}(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\gamma_{\nu}\}$$
(D.4)
+ $\frac{1}{4}ab^{*}M_{\mu\lambda}N_{\mu}\operatorname{Tr}\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})\gamma_{\lambda}(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\}$
+ $\frac{1}{4}b^{*}aN_{\mu}M_{\mu\nu}\operatorname{Tr}\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\gamma_{\nu}\}$
+ $\frac{1}{4}bb^{*}N_{\mu}N_{\mu}\operatorname{Tr}\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\}.$

Os traços da Equação (D.4) são:

$$Tr\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})\gamma_{\lambda}(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\gamma_{\nu}\} = g_{\mu\nu}(m_{p}^{2} - (p_{1} \cdot p_{2})) + p_{1\lambda}p_{2\nu} + p_{2\lambda}p_{1\nu},$$

$$Tr\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})\gamma_{\lambda}(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\} = m_{p}(p_{1\lambda} + p_{2\lambda}),$$

$$Tr\{(\gamma \cdot p_{2} + m_{p})(\gamma \cdot p_{1} + m_{p})\} = m_{p}^{2} + (p_{1} \cdot p_{2}).$$

Logo, a Equação (D.4) é reduzida a

$$T_{c} = aa^{*}M_{\mu\lambda}M_{\mu\nu}[g_{\lambda\nu}(m_{p}^{2} - (p_{1} \cdot p_{2})) + p_{1\lambda}p_{2\nu} + p_{2\lambda}p_{1\nu}] + ab^{*}M_{\mu\lambda}N_{\mu}[m_{p}](p_{1\lambda} + p_{2\lambda}) + b^{*}aN_{\mu}M_{\mu\nu}[m_{p}(p_{1\nu} + p_{2\nu})] + bb^{*}N_{\mu}N_{\mu}[m_{p}^{2} + (p_{1} \cdot p_{2})],$$

ou da forma

$$T_{c} = aa^{*}[M_{\mu\nu}M_{\mu\nu}(m_{p}^{2} - (p_{1} \cdot p_{2})) + 2N_{\mu}N_{\mu}]$$

$$+ (ab^{*} + ba^{*})2N_{\mu}N_{\mu}m_{p}$$

$$+ bb^{*}N_{\mu}N_{\mu}[m_{p}^{2} + (p_{1} \cdot p_{2})].$$
(D.5)

Das variáveis de Mandelstam (ver Apêndice B)

$$s = (q + p_1)^2 = (p + p_2)^2$$
(D.6)

$$t = (q - p)^2 = (p_1 - p_2)^2$$

$$u = (q - p_2)^2 = (p_1 - p)^2$$

$$s + t + u = 2m_p^2 + m_A^2 + m_\gamma^2,$$

com $m_{\gamma}=0$ e abrindo estas expressões das variáveis, temos

$$s = q^{2} + p_{1}^{2} + 2(q \cdot p_{1})$$

$$t = q^{2} + p^{2} - 2(q \cdot p)$$

$$u = p_{1}^{2} + p^{2} - 2(p_{1} \cdot p).$$
(D.7)

Definindo $p_1^2=m_p^2,\,p^2=m_A^2$ e $q^2=0,\,\mathrm{logo}$

$$s = m_p^2 + 2(q \cdot p_1)$$
(D.8)

$$t = m_A^2 - 2(q \cdot p)$$

$$u = m_p^2 + m_A^2 - 2(p_1 \cdot p).$$

Os produtos escalares da Equação (D.8) podem ser descritos por

$$(q \cdot p_1) = \frac{1}{2}(s - m_p^2)$$
(D.9)

$$(q \cdot p) = \frac{1}{2}(m_A^2 - t)$$
(D.9)

$$(p_1 \cdot p) = \frac{1}{2}(m_p^2 + m_A^2 - u)$$

ou da expressão (D.6)

$$(q \cdot p_1) = \frac{1}{2}(s - m_p^2)$$
(D.10)

$$(q \cdot p) = \frac{1}{2}(m_A^2 - t)$$
(p_1 \cdot p) = $\frac{1}{2}(s + t - m_p^2).$

Das expressões (D.1) e (D.2), escrevemos

$$N_{\mu}N_{\mu} = [g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu}]p_{1\nu}[g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu}]p_{1\nu}$$
(D.11)
$$= [(q \cdot p)p_{1\mu} - p_{\mu}(q \cdot p_{1})][(q \cdot p)p_{1\mu} - p_{\mu}(q \cdot p_{1})]$$
$$= (q \cdot p)p_{1}^{2}(q \cdot p) - 2(q \cdot p)(p_{1} \cdot p)(q \cdot p_{1}) + p^{2}(q \cdot p_{1})(q \cdot p_{1}).$$

Com
o $p_1^2=m_p^2$ e $p^2=m_A^2,$ logo

$$N_{\mu}N_{\mu} = m_p^2(q \cdot p)(q \cdot p) - 2(q \cdot p)(p_1 \cdot p)(q \cdot p_1) + m_A^2(q \cdot p_1)(q \cdot p_1).$$
(D.12)

Substituindo (D.10) em (D.12), temos

$$N_{\mu}N_{\mu} = \frac{1}{4} \left[m_{p}^{2}(m_{A}^{2}-t)^{2} - (m_{A}^{2}-t)(s+t-m_{p}^{2})(s-m_{p}^{2}) + m_{A}^{2}(s-m_{p}^{2})^{2} \right] (D.13)$$

$$= \frac{1}{4} \left[m_{p}^{2}m_{A}^{4} - m_{p}^{2}m_{A}^{2}t - m_{A}^{2}t + s^{2}t + t^{2}s - 2m_{p}^{2}ts + m_{p}^{4}t \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[st(t-m_{A}^{2}-2m_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4}-m_{A}^{2}t+m_{p}^{2}t) + s^{2}t \right].$$

Fazendo

$$M_{\mu\nu}M_{\mu\nu} = [g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu}][g_{\mu\nu}(q \cdot p) - p_{\mu}q_{\nu}]$$
(D.14)
$$= g_{\mu\nu}(q \cdot p)g_{\mu\nu}(q \cdot p) - 2g_{\mu\nu}(q \cdot p)p_{\mu}q_{\nu} + p_{\mu}q_{\nu}p_{\mu}q_{\nu}$$
$$= 4(q \cdot p)^{2} - 2(q \cdot p)^{2} + p^{2}q^{2}$$
$$= \frac{1}{2}(m_{A}^{2} - t)^{2}$$
$$= \frac{1}{2}(m_{A}^{4} + t^{2} - 2m_{A}^{2}t).$$

Dessa forma, podemos reescrever (D.5) como

$$T_{c} = aa^{*} \left[\frac{1}{2} (m_{A}^{4} + t^{2} - 2m_{A}^{2}t)(m_{p}^{2} - (p_{1} \cdot p_{2})) \right]$$

$$+ \frac{1}{2} [st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + s^{2}t]$$

$$+ (ab^{*} + ba^{*}) \frac{1}{2} [m_{p}st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{3}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + m_{p}s^{2}t]$$

$$+ bb^{*} \frac{1}{4} [st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + s^{2}t]$$

$$\times [m_{p}^{2} + (p_{1} \cdot p_{2})].$$
(D.15)

Mas

$$t = p_1^2 + p_2^2 - 2(p_1 \cdot p_2)$$
(D.16)

$$t = 2m_p^2 - 2(p_1 \cdot p_2)$$
(D.17)

$$(p_1 \cdot p_2) = m_p^2 - \frac{t}{2},$$

logo, (D.5) é reescrita da forma

$$T_{c} = aa^{*} \left[\frac{1}{4} (m_{A}^{4}t + t^{3} - 2m_{A}^{2}t^{2}) + \frac{1}{2} [st(t - m_{A}^{2} - 2p_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + s^{2}t)] \right]$$

$$+ (ab^{*} + ba^{*}) \frac{1}{2} [m_{p}st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{3}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + m_{p}s^{2}t]$$

$$+ bb^{*} \frac{1}{8} [st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + s^{2}t] (4m_{p}^{2} - t).$$
(D.17)

ou

$$T_{c} = aa^{*} \left\{ \frac{1}{2} s^{2}t + \frac{1}{2} st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + \frac{1}{4} [2m_{p}^{4}t + t(t - m_{A}^{2})^{2} + [m_{p}^{2}(2m_{A}^{4} - 2m_{A}^{2}t)]] \right\}$$

$$+ (ab^{*} + ba^{*}) \frac{1}{2} [m_{p}st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{3}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + m_{p}s^{2}t]$$

$$+ bb^{*} \frac{1}{8} [st(t - m_{A}^{2} - 2m_{p}^{2}) + m_{p}^{2}(m_{A}^{4} - m_{A}^{2}t + m_{p}^{2}t) + s^{2}t] (4m_{p}^{2} - t).$$
(D.18)
Se definirmos as variáveis cinemáticas (Eq. (6.26) do Capítulo 6) da Equação (D.18) como

$$t_{1,2} = \frac{1}{2s} \bigg[-(m_p^2 - s)^2 + m_A^2 (m_p^2 + s)$$

$$\pm (m_p^2) \sqrt{(m_p^2 - s)^2 - 2m_A^2 (m_p^2 + s) + m_A^4} \bigg],$$
(D.19)

reescrevemos (D.18)

$$T_{c} = \frac{1}{2}aa^{*} \left[s(t-t_{1})(t-t_{2}) + \frac{1}{2}t[m_{A}^{4} - 2m_{A}^{2}t + t^{2}] \right]$$

$$+ \frac{1}{2}(ab^{*} + ba^{*})m_{p}s(t-t_{1})(t-t_{2})$$

$$+ \frac{1}{8}bb^{*}s(4m_{p}^{2} - t)(t-t_{1})(t-t_{2}).$$
(D.20)

Como

$$|M(s,t)|^2 = -T_c, (D.21)$$

logo, temos

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = -\frac{T_c}{16\pi(s - m_p^2)},\tag{D.22}$$

que é a seção de choque diferencial em função do momentum transferido t, dado pela Equação (6.24) do Capítulo 6.

A INFORMAÇÕES DE $f_1(1285)$ DO PARTICLE DATA GROUP

• Números quânticos

$$I^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(1^{++}) \tag{A.1}$$

• Massa

$$1281,9 \pm 0,5 \,\mathrm{MeV}$$
 (atualizado) (A.2)

$$1281,0 \pm 0,8 \,\mathrm{MeV} \quad (\mathrm{CLAS})$$
 (A.3)

• Largura de decaimento total

$$22,7 \pm 1,1 \,\mathrm{MeV} \quad (\mathrm{atualizado}) \tag{A.4}$$

$$18,4 \pm 1,4 \,\mathrm{MeV} \,(\mathrm{CLAS}) \,(\mathrm{A.5})$$

• Modos de decaimento

$$\Gamma(\gamma \rho^0) = (5, 3 \pm 1, 2)\% \tag{A.6}$$

$$\Gamma(\phi\gamma) = (7, 5 \pm 2, 7) \times 10^{-4}$$
 (A.7)

• Decaimento total

$$\Gamma_{f_1(1285) \to \gamma \rho^0} = 1203 \pm 280 \,\text{keV} \quad (\text{atualizado}) \tag{A.8}$$

$$\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 1203 \pm 280 \text{ keV} \quad (\text{atualizado}) \tag{A.8}$$

$$\Gamma_{f_1(1285)\to\gamma\rho^0} = 453 \pm 177 \text{ keV} \quad (\text{CLAS}) \tag{A.9}$$

$$\Gamma_{f_1(1285)\to\phi\gamma} = 17,0\pm 6,3\,\mathrm{keV}$$
 (A.10)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] (KEK), J. Phys. Org provided by H. E. A. R. O. Belle discovers new heavy 'exotic hadrons'. 2012. Disponível em: <https://phys.org/news/2012-01-belle-heavy-exotic-hadrons.html>. Acesso em: 03/07/2017. 21
- [2] BATTAGLIERI, M. et al. Analysis tools for next-generation hadron spectroscopy Experiments. Acta Phys. Polon., B46, p. 257, 2015. 21, 55
- [3] CLOSE, F. E. et al. Radiative decays: a new flavor filter. **Phys. Rev.**, D67, p. 074031, 2003. 22, 55, 56, 57, 63, 85
- [4] MOREIRA, P. G.; SILVA, M. L. L. da. Investigating the glue content of f₁(1285). 2017. Disponível em: https://arxiv.org/abs/1712.04783. Acesso em: 14/12/2017. 22, 24, 55, 58
- [5] BIRKEL, M.; FRITZSCH, H. The nucleon spin and the mixing of axial vector mesons. Phys. Rev., D53, p. 6195–6202, 1996. 22, 24, 55, 61, 63, 85
- [6] BARONE V.; PREDAZZI, E. High-Energy Particle Diffraction. [S.1.]:
 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002. 17, 19, 22, 37, 39, 48, 49, 52, 53, 90, 91, 92, 95
- [7] DONNACHIE, A. et al. Pomeron Physics an QCD. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. 22, 41, 47, 49
- [8] PATRIGNANI, C. et al. Review of Particle Physics. Chin. Phys., C40, n. 10, p. 100001, 2016. 19, 22, 28, 31, 55, 59, 60, 61, 63, 65, 67, 71
- [9] KOCHELEV, N. I. et al. Exclusive photoproduction of $f_1(1285)$ meson off proton in the JLab kinematics. **Phys. Rev.**, C80, p. 025201, 2009. 17, 22, 23, 24, 55, 67, 68, 69, 72, 73, 78
- [10] DICKSON, R. et al. Photoproduction of the $f_1(1285)$ meson. **Phys. Rev.**, C93, n. 6, p. 065202, 2016. 18, 19, 23, 24, 59, 60, 61, 63, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83

[11] DICKSON, R. Photoproduction of the $f_1(1285)/\eta(1295)$ mesons using CLAS at Jefferson Lab. 2011. Disponível em: <http://www.jlab.org/Hall-B/general/clas_thesis.html>. Acesso em: 21/12/2017. 23, 34

- [12] WANG, X.-Y. et al. Study on the reaction of $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$ in regge-effective lagrangian approach. **Phys. Rev. D**, v. 95, p. 096015, 2017. 24, 70, 71, 79, 80
- [13] MILLER, D. H. et al. $k\overline{K}\pi$ resonance at 1280 mev. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 14, p. 1074–1077, 1965. 24
- [14] D'ANDLAU, C. et al. Evidence for a non-strange meson of mass 1290 mev.
 Physics Letters, v. 17, n. 3, p. 347 352, 1965. 24
- [15] DONNACHIE, A.; KALASHNIKOVA, Yu. S. Scalar meson photoproduction.
 Proceedings, 12th International Conference on Hadron Spectroscopy (Hadron 2007): Frascati, Italy, October 7-13, 2007, 2008. 24, 65, 68, 78, 85
- [16] SILVA, M. L. L. da; MACHADO, M. V. T. Investigating Photoproduction of Scalar Mesons at Medium Energies. Phys. Rev., C86, p. 015209, 2012. 24, 68, 78, 85
- [17] _____. Phenomenology of $f_0(980)$ photoproduction on the proton at energies measured with the CLAS facility. **Phys. Rev.**, C87, n. 6, p. 065201, 2013. 24
- [18] ZWEIG, G. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking.
 Version 2. Developments in the Quark Theory of Hadrons, Vol. 1. 1964 1978,
 p. 22–101, 1964. 27
- [19] MOREIRA, M. A. A física dos quarks e a epistemologia. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, p. 161 – 173, 2007. 27
- [20] ENDLER, A. M. F. Introdução à física de partículas. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2010. 27
- [21] SILVA, C. O. d.; NATTI, P. L. Modelo de quarks e sistemas multiquarks. Revista Brasileira de Ensino de Física, scielo, v. 29, p. 175 – 187, 00 2007. 27, 29
- [22] QUADROS, J. N. de. Decaimentos de mésons leves de sabor aberto no modelo C³P₀. 2008. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/13128>. Acesso em: 17/09/2015. 17, 19, 28
- [23] LUCHA, W. et al. Bound states of quarks. Physics Reports, v. 200, n. 4, p. 127 240, 1991. 27
- [24] BERNARDINI, A. E. d. Um modelo para interações entre quarks: a redução não-relativística em modelos de potenciais. Revista Brasileira de Ensino de Física, scielo, v. 25, p. 305 – 316, 09 2003. 27

- [25] HORVATH, J. E. et al. Cosmologia Física: do Micro ao Macro Cosmos e Vice-versa. [S.l.]: LIVRARIA DA FISICA, 2007. 27
- [26] ROSNER, J. L. The eightfold way. 2001. Disponível em:
 <https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0109241.pdf>. Acesso em: 07/11/2017. 28
- [27] GELL-MANN, M. The eightfold Way: a theory of strong interaction symmetry. 1961. Disponível em: http://inspirehep.net/record/44998?ln=pt. Acesso em: 07/11/2017. 28
- [28] NE'EMAN, Y. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. Nucl. Phys., v. 26, p. 222–229, ago. 1961. 28
- [29] CREDE, V.; MEYER, C. A. The experimental status of glueballs. Prog. Part. Nucl. Phys., v. 63, 2009. 29, 55
- [30] SILVA, M. L. L. da. Uma nova assinatura para glueballs. 2004. Disponível em:
 http://hdl.handle.net/10183/6974. Acesso em: 25/09/2014. 29
- [31] PEREIRA, M. M. LHC: o que é, para que serve e como funciona. Física na Escola, 12, n. 1, 2011. 32, 33
- [32] SERVER, C. D. The large hadron collider. Disponível em:
 <https://home.cern/topics/large-hadron-collider>. Acesso em: 26/02/2018. 17, 32
- [33] EXPERIMENT, L. H. C. beauty. The LHCb detector. Disponível em: <https: //lhcb-public.web.cern.ch/lhcb-public/en/detector/Detector-en.html>. Acesso em: 26/02/2018. 17, 32
- [34] MIRAZITA, M. Overview of recent results from CLAS. 2011. Disponível em: <http://slideplayer.com/slide/1371778/>. Acesso em: 20/12/2017. 17, 33
- [35] LOGISTICS, J. L. F. ARRA Projects. 2017. Disponível em:
 <https://www.jlab.org/fm/arra.html>. Acesso em: 21/12/2017. 17, 33
- [36] DUNHAM, B. M. Jefferson Lab, a status report. 1996. Disponível em: <https://www.jlab.org/accel/inj_group/docs/1996/Paper.pdf>. Acesso em: 21/12/2017. 34
- [37] GOHN, W. et al. Beam-spin asymmetries from semi-inclusive pion electroproduction. **Phys. Rev.**, D89, n. 7, p. 072011, 2014. 35

- [38] OLIVEIRA E. C. E RODRIGUES JR., W. A. Funções Analíticas Com Aplicações. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006. 222 p. 45
- [39] CLOSE, F. E. et al. Radiative decays of excited vector mesons. Phys. Rev., D65,
 p. 092003, 2002. 19, 55, 56, 57, 62, 63, 85, 101
- [40] KEREN-ZUR, B. Testing confining potentials through meson/baryon hyperfine splitting ratio. **Annals Phys.**, v. 323, p. 631–642, 2008. 55, 56, 101
- [41] ZETTILI, N. Quantum Mechanics: Concepts and Applications. 2nd. ed.[S.l.]: Wiley-Blackwell, 2009. 55, 56, 63, 99
- [42] MATHIEU, V. et al. The physics of glueballs. International Journal of Modern Physics E, v. 18, n. 01, p. 1–49, 2009. 55
- [43] OCHS, W. The Status of Glueballs. J. Phys., G40, 2013. 55
- [44] DING, Y.-B. et al. Variational estimation of the wave function at the origin for heavy quarkonium. Phys. Rev. D, American Physical Society, v. 60, p. 074010, 1999. 55, 56
- [45] ANISOVICH, V. V. et al. Mesons and baryons: Systematization and methods of analysis. [S.l.: s.n.], 2008. 57
- [46] BONNAZ, R. et al. Radiative transitions in mesons in a non-relativistic quark model. Eur. Phys. J. A, v. 13, n. 3, p. 363–376, 2002. 59
- [47] PIOTROWSKA, M. et al. Strong and radiative decays of excited vector mesons and predictions for a new φ(1930) resonance. Phys. Rev. D, American Physical Society, v. 96, p. 054033, 2017. 19, 61, 62, 85
- [48] WANG, X.-Y.; HE, J. Analysis of recent clas data on $f_1(1285)$ photoproduction. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 95, p. 094005, 2017. 19, 65, 68, 69, 70, 71, 74, 77, 79, 80, 82, 85
- [49] HE, J. $\Sigma(1385)$ photoproduction from the proton within a regge-plus-resonance approach. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 89, p. 055204, 2014. 65
- [50] _____. Internal structures of the nucleon resonances n(1875) and n(2120). Phys. Rev. C, American Physical Society, v. 91, p. 018201, 2015. 65
- [51] _____. Nucleon resonances n(1875) and n(2100) as strange partners of the lhcb pentaquarks. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 95, p. 074031, 2017. 65

- [52] COLLINS, P. D. B. An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics. [S.l.]: Cambridge University Press, 1977. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics). 68
- [53] CHIANG, W.-T. et al. Reggeized model for η and η' photoproduction. **Phys. Rev. C**, American Physical Society, v. 68, p. 045202, 2003. 68
- [54] GUIDAL, M. et al. Pion and kaon photoproduction at high-energies: forward and intermediate angles. Nucl. Phys., A627, p. 645–678, 1997. 68
- [55] LAGET, J. M. The Primakoff effect on a proton target. Phys. Rev., C72, p. 022202, 2005. 68
- [56] SIBIRTSEV, A. et al. Photoproduction of eta-prime mesons from the proton. AIP Conf. Proc., v. 717, p. 837–841, 2004. 69, 72
- [57] OH, Y. et al. Nucleon and Δ resonances in $K\Sigma(1385)$ photoproduction from nucleons. **Phys. Rev.**, C77, p. 045204, 2008. 69
- [58] ACHARD, P. et al. f(1)(1285) formation in two photon collisions at LEP. Phys.
 Lett., B526, p. 269–277, 2002. 69, 72
- [59] NAM, S.-i.; KAO, C.-W. Λ(1520) photoproduction off a proton target with regge contribuitions. Phys. Rev. C, American Physical Society, v. 81, p. 055206, 2010. 70, 71, 85
- [60] WANG X-Y.; HE, J. Investigation of pion-induced f₁(1285) production off a nucleon target within an interpolating reggeized approach. Phys. Rev. D, v. 96, n. 3, p. 034017, 2017. 70, 71
- [61] RIJKEN, T. A.; YAMAMOTO, Y. Extended-soft-core baryon-baryon model. II. Hyperon-nucleon interaction. Phys. Rev., C73, p. 044008, 2006. 71
- [62] HUTAURUK, P. et al. Study of the γp → f₁(1285)p reaction using the effective Lagrangian approach. 2016. Disponível em:
 <https://indico.cern.ch/event/565799/contributions/2329202/attachments/1362080/2061515/parada_Reimer2016.pdf>. Acesso em: 21/12/2107. 77, 79, 81
- [63] HABERZETTL, H. et al. Preserving local gauge invariance with t-channel regge exchange. Phys. Rev. C, v. 92, n. 5, p. 055503, 2015. 80
- [64] WANG, X.-Y.; HE, J.; HABERZETTL, H. Analysis of recent CLAS data on
 Σ*(1385) photoproduction off a neutron target. Phys. Rev., C93, n. 4, p. 045204, 2016.
 80

- [65] GRIBOV, V. N. The theory of complex angular momenta: Gribov lectures on theorical physics. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. 89
- [66] MANDELSTAM, S. Determination of the pion-nucleon scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. general theory. Phys. Rev., American Physical Society, v. 112, p. 1344–1360, 1958. 90