

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

**Título: Diagnóstico de temperatura em tokamaks através do
uso de bobinas Rogowski**

Márcio Ferreira dos Santos

Pelotas, 2019

Márcio Ferreira dos Santos

Diagnóstico de temperatura em tokamaks através do uso de bobinas Rogowski

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Joel Pavan

Coorientador: Magno Pinto Collares

Pelotas, 2019

Márcio Ferreira dos Santos

Título: Diagnóstico de temperatura em tokamaks através do uso de bobinas Rogowski

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 19 de Dezembro de 2019

Banca examinadora:

Joel Pavan (Orientador)



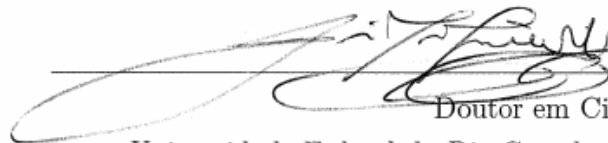
Doutor em Ciências
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Eduardo Fontes Henriques



Doutor em Ciências
Universidade de São Paulo

Luiz Fernando Ziebell



Doutor em Ciências
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Mario Lucio Moreira



Doutor em Ciências
Universidade Federal de São Carlos

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

S237 Santos, Márcio Ferreira dos

Diagnóstico de temperatura em tokamaks através do uso de bobinas Rogowski / Márcio Ferreira dos Santos ; Joel Pavan, orientador ; Magno Pinto Collares, coorientador. — Pelotas, 2019.

90 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2019.

1. Colisões. 2. Resistividade. 3. TCABR. 4. Temperatura.
I. Pavan, Joel, orient. II. Collares, Magno Pinto, coorient. III. Título.

CDD : 530.44

“Somente os sábios conseguem explicar as coisas. A sabedoria de uma pessoa brilha no seu rosto e a torna simpática mesmo que seja feia”.

ECLESIASTES 8.1

À minha mãe!

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus.

À minha família durante minha caminhada nos estudos e à Gabriele pelo apoio e carinho.

Ao meu orientador, Joel Pavan, pela orientação e ensino do devido trabalho.

Ao meu coorientador, Magno Pinto Collares.

Ao Curso de Pós-Graduação em Física pela oportunidade de estudo e utilização de suas instalações.

Ao Laboratório de Física de Plasmas da USP pelos dados fornecidos.

Aos meus colegas de sala e amigos.

À Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo auxílio financeiro a este projeto.

RESUMO

SANTOS, Márcio Ferreira, **Diagnóstico de temperatura em tokamaks através do uso de bobinas Rogowski** 2019, 88p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2019.

No presente trabalho calculamos a temperatura média eletrônica do plasma do TCABR através de sua resistividade. O primeiro passo da obtenção da temperatura consiste da análise da equação de momento de elétrons e íons em relação ao termo colisional. Utilizamos a teoria das colisões coulombianas de ângulo pequeno que obedecem a equação de Fokker-Planck na análise do modelo cinético, onde apresentamos um maior rigor na determinação do valor da resistividade η na aproximação do gás de Lorentz. Uma vez que temos o valor numérico de η , podemos então obter a temperatura média do plasma em função dos parâmetros do tokamak, como a corrente de plasma I_p medida através da bobina Rogowski, a voltagem de loop V_l , e os respectivos raios R_0 e r_0 . Para a obtenção da corrente de plasma e da voltagem de loop, foram analisados alguns disparos tomados de um banco de dados do tokamak TCABR. Em nossas análises, obtemos a evolução temporal da temperatura em todo intervalo do disparo, e em seguida comparamos nossos resultados a trabalhos experimentais, cujas medidas de temperatura foram obtidas através dos métodos de espalhamento Thomson e emissão de elétron ciclotron – ECE. Os resultados obtidos através do uso da bobina Rogowski são consistentes, tanto do ponto de vista qualitativo quanto do quantitativo, com o comportamento reportado obtido com os métodos Thomson e ECE. Dessa forma, o uso de bobinas Rogowski se mostra uma alternativa viável para diagnóstico de temperatura em tokamaks.

Palavras Chave: Colisões, Resistividade, TCABR, Temperatura

ABSTRACT

SANTOS, Márcio Ferreira, **Temperature diagnosis in tokamaks using Rogowski coils** 2019, 88p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2019.

In the present work we calculated the electronic mean temperature of the TCABR plasma through its resistivity. The first step in obtaining the temperature consists in analyzing the momentum equation of electrons and ions in relation to the collisional term. We use the theory of small angle Coulomb collisions that obey the Fokker-Planck equation for analysis of the kinetic model, where we present a more rigorous determination of the value of the resistivity η in the Lorentz gas approximation. Since we have the numerical value of η , we can then get the average plasma temperature as a function of tokamak parameters such as the I_p plasma current, the V_l loop voltage, and the respective radii R_0 and r_0 . To obtain the plasma current and the loop voltage, some of the shots found in a TCABR database were analyzed. In our analysis, we obtain the temporal evolution of the temperature in the whole interval of the shot, and then we compare our results to experimental works, whose temperature measurements were obtained by Thomson scattering and cyclotron electron emission methods. The results obtained through the use of Rogowski coil are consistent, both qualitatively and quantitatively, to the reported behavior obtained with the Thomson and ECE methods. Thus, the use of Rogowski coils is a viable alternative for temperature diagnosis in tokamaks.

Key-words: Collisions, Resistivity, TCABR, Temperature

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

1	INTRODUÇÃO	19
2	O PLASMA	23
2.1	A natureza do plasma	23
2.2	Processo de fusão	25
2.3	CrITÉrios para um reator de fusão	27
3	EQUAÇÕES DE FLUIDO PARA O PLASMA	29
3.1	Modelo de dois fluidos	29
3.2	Primeira expressão para η	32
4	COLISÕES	35
4.1	Colisões de Coulomb	35
4.2	Frequência de colisão elétron-íon	39
4.3	Segunda expressão para η	43
5	EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK PARA O PLASMA	47
5.1	Colisões coulombianas	47
5.2	Formulação geral	47
5.3	Colisões elétron-íon	50
5.4	Aproximação do gás de Lorentz	51
5.5	A terceira expressão para η	52
5.6	A quarta expressão para η - A resistividade de Spitzer	55
6	O DISPOSITIVO TOKAMAK	57
6.1	Origem	57
6.2	Estrutura	58
6.3	Formação do plasma	59
6.4	Aquecimento do plasma	60
6.5	O TCABR	60
7	DIAGNÓSTICOS	63
7.1	Bobina Rogowski	63

7.2	Voltagem de Loop	65
7.3	Espalhamento Thomson	66
7.4	Emissão de elétron ciclotron – ECE	66
8	RESULTADOS E DISCUSSÕES	67
8.1	O Valor Numérico de η	67
8.2	O Sinal da bobina Rogowski e da voltagem de Loop	69
9	CONCLUSÃO	83
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Diferença entre um gás e um plasma	24
2.2 Figura esquemática da blindagem de Debye	24
2.3 Reação de fusão entre os isótopos de hidrogênio	25
2.4 Seção de choque para as reações dos isótopos de Hidrogênio e Hélio	26
2.5 Produto da densidade e do tempo de confinamento da reação D-T em função da temperatura	27
2.6 Produto triplo das reações dos isótopos de Hidrogênio e Hélio	28
4.1 Trajetória do elétron após uma colisão coulombiana em relação a um íon fixo .	36
6.1 Raios da seção reta de um tokamak	57
6.2 Primeiros tokamaks no Instituto Kurshatov	58
6.3 Exemplo do funcionamento de um tokamak	59
6.4 Imagem do TCABR no Instituto de Física da USP	61
6.5 Modelo esquemático do TCABR	62
7.1 Diagrama esquemático dos diagnósticos magnéticos	64
7.2 Modelo ilustrativo das posições das bobinas	65
8.1 Disparo 24231	71
8.2 Disparo 24472	71
8.3 Disparo 28500	72
8.4 Disparo 28600	72
8.5 Disparo 28700	73
8.6 Disparo 28800	73
8.7 Disparo 28900	74
8.8 Disparo 30000	74
8.9 Disparo 31000	75
8.10 Disparo 32000	75
8.11 Disparo 35017	76
8.12 Disparo 36000	76
8.13 Disparo 36973	77
8.14 Disparo 24472	78
8.15 Disparo 24231	79
8.16 Temperatura do elétron em relação ao raio do plasma	80

1 INTRODUÇÃO

O consumo de energia elétrica mundial está aumentando cada vez mais. Com o número crescente da população, as grandes empresas de energia tendem a construir diversas usinas para o sustento de vida da humanidade, o que leva ao aumento do consumo de combustíveis fósseis. A construção de usinas termoelétricas no mundo afora tem se tornado mais intensa, tanto em relação ao consumo como em relação à poluição. Estima-se que daqui a 50 ou 60 anos, as reservas de combustíveis fósseis estarão esgotadas. Sendo assim, pesquisas ao longo de anos vieram sendo realizadas e financiadas para que meios mais limpos de energia fossem gerados, fornecendo mais energia à sociedade e poluindo menos o ambiente. Dos meios de energia em questão, estão as usinas nucleares de fusão, que em termos de comparação de energia entre as demais fontes, mostra-se a melhor e a mais eficaz [1–3].

Apesar das pesquisas realizadas em fusão, até hoje ainda não foi capaz de se produzir energia elétrica com um reator de fusão. Já se passaram mais de 50 anos desde que as pesquisas e experimentos começaram, mas até agora, mesmo como o avanço da física, engenharia e tecnologia, as dificuldades ainda são grandes. As dificuldades mais complexas nos reatores de fusão estão nas instabilidades do plasma e em seu autossustento. As instabilidades do plasma em reator fazem com que haja um não equilíbrio no reator, onde muitas vezes o plasma acaba se chocando com a parede do reator resultando em seu esfriamento. Quanto ao autossustento, o critério de Lawson precisa ser estabelecido, sendo que para um reator de fusão, o produto da densidade n e tempo de confinamento τ_E precisa satisfazer a expressão: $n\tau_E > 1,5 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \text{ s}$ [1, 4]

Mesmo havendo instabilidades e o critério de Lawson não estabelecido, diagnósticos em diversos tokamaks no mundo estão sendo feitos, principalmente no que diz respeito ao equilíbrio do tokamak. Este equilíbrio trata-se dos estudos da pressão, forma e posição do plasma. Estas grandezas são estudadas com o auxílio de uma teoria que facilita um melhor entendimento do comportamento do plasma, a teoria da Magnetohidrodinâmica que trata o plasma como um fluido condutor. Estes diagnósticos são relevantes no que diz respeito ao comportamento do plasma no tokamak [5].

Desde grande dispositivos como o ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) até dispositivos médios como o TCABR (Tokamak Brasileiro de Aquecimento Alfvén), fornecem dados importantes quanto ao confinamento do plasma. No Brasil existem três tokamaks, dois no formato de toróide, e um esférico. Estas máquinas possuem muitas vantagens entre as demais pelo fato de serem pequenas, necessitando de poucas pessoas para o seu manuseio. Uma das vantagens diz respeito à quantidade de experiências que podem ser realizadas nos dispositivos. Destas experiências podemos obter a medida

de temperatura média do plasma, onde a medição é feita através de sondas. Para o nosso caso com o TCABR, podemos obter a medida de temperatura média eletrônica através da resistividade do plasma.

O objetivo do trabalho é mostrar a formulação da resistividade do plasma para que se possa obter a temperatura média eletrônica através de parâmetros do dispositivo, como a corrente de plasma e a voltagem de loop.

No **Capítulo 2** desta dissertação, fazemos uma breve abordagem do conceito de plasma, dos combustíveis de fusão e do critério de Lawson.

No **Capítulo 3** abordamos o plasma no modelo fluido onde estudamos e interpretamos o termo colisional como o precursor da resistividade, obtendo assim a primeira aproximação para a resistividade η em função da frequência de colisão elétron-íon.

No **Capítulo 4** fornecemos uma melhor interpretação para a frequência de colisão, de forma que a resistividade η é tomada como proporcional à densidade de corrente J .

No capítulo **Capítulo 5** fornecemos um conceito mais rigoroso sobre a resistividade e sobre a frequência de colisão na abordagem do modelo cinético onde usamos a equação de Fokker-Planck que aborda o caso de múltiplas colisões de ângulos pequenos. De um ponto de vista mais simples, analisamos o gás de Lorentz na equação de Fokker-Planck onde encontramos a solução exata para a resistividade em relação às colisões elétron-íon. Logo em seguida, introduzimos a resistividade de Spitzer que leva em consideração as colisões elétron-elétron.

No capítulo **Capítulo 6** falamos sobre o conceito e funcionamento de um tokamak, meios de aquecimento e das configurações do TCABR.

No **Capítulo 7** falamos sobre os diagnósticos referentes ao processo experimental, como a obtenção da corrente de plasma, voltagem de loop e dos meios de medições de temperatura como o espalhamento Thomson e a emissão de elétron cíclotron – ECE.

O **Capítulo 8** contém os resultados e discussão do presente trabalho no que diz respeito aos valores da temperatura e dos gráficos gerados onde fizemos uma comparação com trabalhos experimentais.

No **Capítulo 9** falamos da conclusão do trabalho ressaltando alguns pontos do uso da equação da resistividade.

As unidades de medidas tomadas no trabalho são dadas no **Sistema Internacional de**

Unidades (SI), com excessão da unidade elétron-volt, usada no decorrer do trabalho para a temperatura.

2 O PLASMA

Neste capítulo será abordado o conceito de plasma onde focaremos apenas nos plasmas artificiais, principalmente produzidos em reatores nucleares como do tipo tokamak. Para o presente estudo, abordaremos o plasma completamente ionizado, onde as múltiplas colisões coulombianas de pequeno ângulo são dominantes no processo de formação do plasma em um reator de fusão. Estas colisões serão abordadas no decorrer do desenvolvimento do trabalho, mais especificamente nos Capítulos **3** e **4**. Ainda neste capítulo, abordaremos uma questão de suma importância no que diz respeito aos processos de reações de fusão que possuem uma maior relevância e produtividade para o plasma, e do Critério de Lawson, um importante critério que estabelece um valor crítico para que o plasma em um reator de fusão se autossustente.

2.1 A natureza do plasma

O plasma é um gás ionizado. Isso ocorre porque os átomos de um determinado gás são submetidos à uma alta temperatura. Uma vez que esse gás esteja ionizado haverá algumas propriedades que lhe serão únicas, como por exemplo a separação das cargas entre elétrons e íons que originam campos elétricos, o fluxo de partículas carregadas que originam correntes elétricas e campos magnéticos. Esses campos resultam em uma ação à distância e uma gama de fenômenos complexos [6].

O plasma também é conhecido como o *quarto estado da matéria*, e seu nome deve-se ao Físico Irving Langmuir, pioneiro dos estudos científicos de gases ionizados. Em grego $\pi\lambda\alpha\sigma\mu\alpha$, tem como significado uma *substância moldável* ou simplesmente *geléia*. A figura (2.1) nos dá uma noção da representação de um plasma para um gás normal [7].

Apesar da definição descrita acima, é necessário esclarecer duas características fundamentais do plasma para melhor compreendê-lo: a quase neutralidade e seu comportamento coletivo.

A formação dos campos eletromagnéticos no plasma é devido ao comportamento coletivo. Isto ocorre quando os íons e elétrons se movimentam em uma determinada região produzindo tais campos. Estes campos influenciam outras regiões mesmo estando longe devido às interações coulombianas que são de grande alcance. Já a sua quase neutralidade deve-se ao fato de blindar campos elétricos em seu interior. Isto resulta quando cargas elétricas são postas no interior do plasma por meio de um agente externo, fazendo com que haja um desequilíbrio. Instantaneamente os elétrons que estão livres no plasma sofrem uma atração pelo lado positivo e os íons pelo lado negativo, impedindo assim a que o campo elétrico penetre [1].

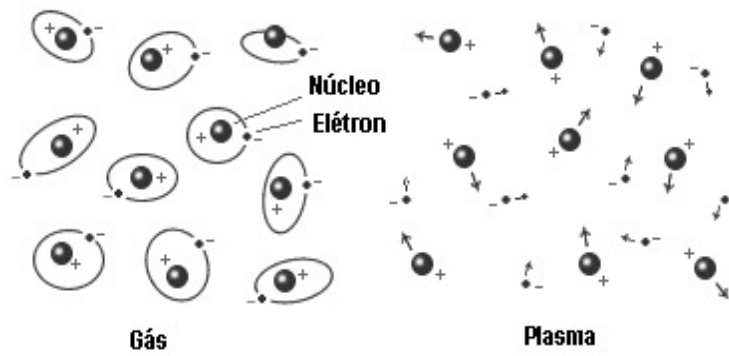


Figura 2.1 - Diferença entre um gás e um plasma

Fonte: 8.

Uma propriedade fundamental de um plasma é a distância pela qual o campo de uma determinada carga é protegido. Essa distância é conhecida como *comprimento de Debye* – λ_D , como mostra a figura (2.2), e é dada pela seguinte equação

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\epsilon_0 T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

onde ϵ_0 representa a permissividade do vácuo, n_e a densidade dos elétrons, e a carga elementar T_e a temperatura dos elétrons medida em elétron-volt, onde 1 eV equivale a $1,6022 \times 10^{-19}$ J, e em temperatura, a $1,1605 \times 10^4$ K. Em um plasma típico de tokamak, o comprimento de Debye fica em torno de 10^{-2} à 10^{-1} mm [5].

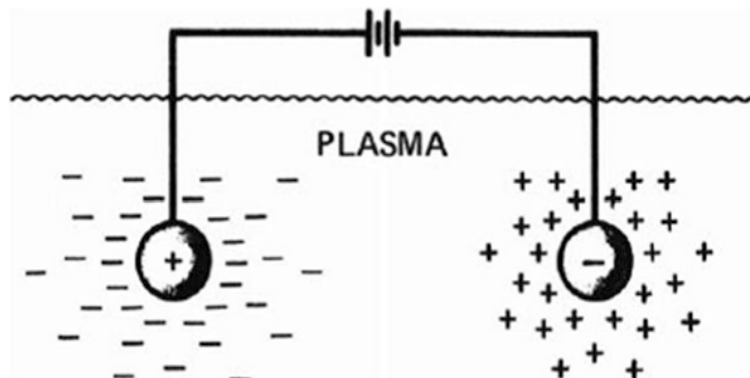


Figura 2.2 - Figura esquemática da blindagem de Debye

Fonte: adaptada de [6, p. 8].

As regiões onde ocorrem a blindagem de Debye são muito pequenas quando se compara a extensão do plasma, o que faz com que as partículas fora da blindagem continuem se colidindo. Assim, a ausência de grandes potenciais e campos elétricos faz com que haja um equilíbrio de cargas contidas nas regiões de blindagem. Sendo assim, a densidade de íons e elétrons fica aproximadamente igual no plasma, $n_i \approx n_e \approx n$ [9].

2.2 Processo de fusão

O processo de fusão nuclear é o resultado da junção de dois ou mais átomos leves para a geração de um terceiro mais pesado, como mostra um exemplo na figura (2.3). Além de gerar um novo elemento químico, uma determinada quantidade de energia também é liberada [1–4, 10]. Exemplos de elementos químicos leves são o hidrogênio e o hélio. Entretanto, o hidrogênio e o hélio possuem isótopos. Dos isótopos de hidrogênio, há o deutério (D ou H^2) e o trítio (T ou H^3). Já do hélio, há o He^3 e o He^4 .

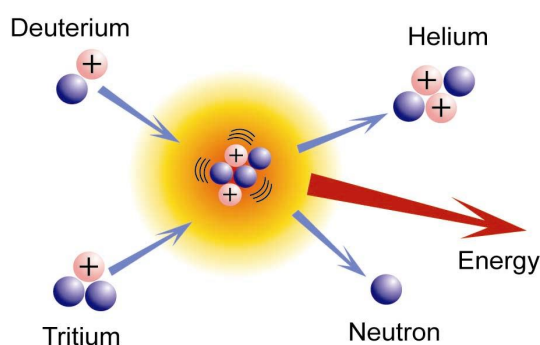
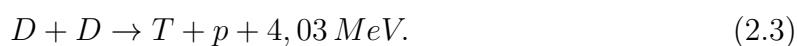


Figura 2.3 - Reação de fusão entre os isótopos de hidrogênio

Fonte: 11.

As reações apresentadas abaixo são as mais desejáveis para o processo de fusão nuclear, mas apresentam algumas diferenças entre as mesmas.

Reação Deutério-Deutério — É a mais almejada principalmente pelo ponto de vista de combustível barato, pois o deutério está presente nos mares e oceanos cujas reservas estão em altíssimas quantidades. Entretanto esta reação é a mais difícil de ser iniciada. Nesta reação há dois ramos cuja ocorrência possui um probabilidade aproximadamente igual [1].



Reação Deutério - Hélio 3 — O processo é mais fácil do que a de D - D, porém o Hélio 3 é escasso como fonte natural na Terra. Mesmo assim, é uma das alternativas para produção de energia. Esta reação proporciona um bom desempenho, pois partículas carregadas são mais desejáveis que nêutrons no que diz respeito a extração de energia. [1]



Reação Deutério - Trítio — É a mais desejável do ponto de vista energético e também é a reação mais fácil entre as anteriores de ser iniciada. No processo de queima dos combustíveis, uma grande quantidade de nêutrons é produzida, e para que a reação seja contínua, o fornecimento de trítio é indispensável. Por possuir um tempo de meia vida de 12,26 anos, o trítio é escasso como fonte natural na Terra, no entanto pode ser produzido em laboratório. Dos elementos químicos existentes, o que apresenta melhores condições e resultados para a produção do trítio é o lítio [1, 3].



Em uma comparação ao processo de melhor desempenho, a figura (2.4) mostra a seção de choque dos elementos para o processo de produção de energia dos combustíveis mencionados.

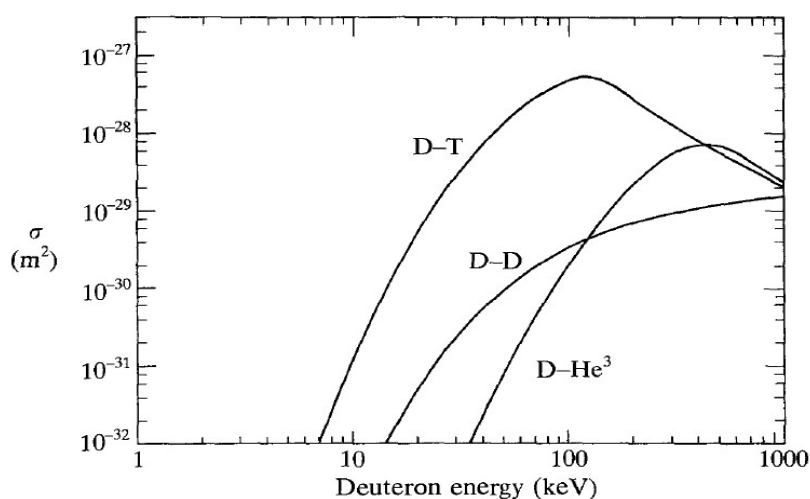


Figura 2.4 - Seção de choque para as reações dos isótopos de Hidrogênio e Hélio

Fonte: adaptada de [5, p. 5].

2.3 Critérios para um reator de fusão

A produção do plasma em um reator não diz necessariamente o quão eficaz ele pode ser, pois para que o plasma se autossustente sem a necessidade de energia externa, um critério precisa ser estabelecido para que condições necessárias sejam satisfeitas, levando o reator a atingir o ponto de ignição [5, 9]. Este critério é o Critério de Lawson e nele há duas quantidades do plasma a considerar; a densidade n e o tempo de confinamento τ_E [5, 12]. Na reação de D-T, o produto $n\tau_E$ resulta no valor para a condição de ignição, como mostra a figura (2.5), onde

$$n\tau_E > 1,5 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}\text{s} \quad (2.6)$$

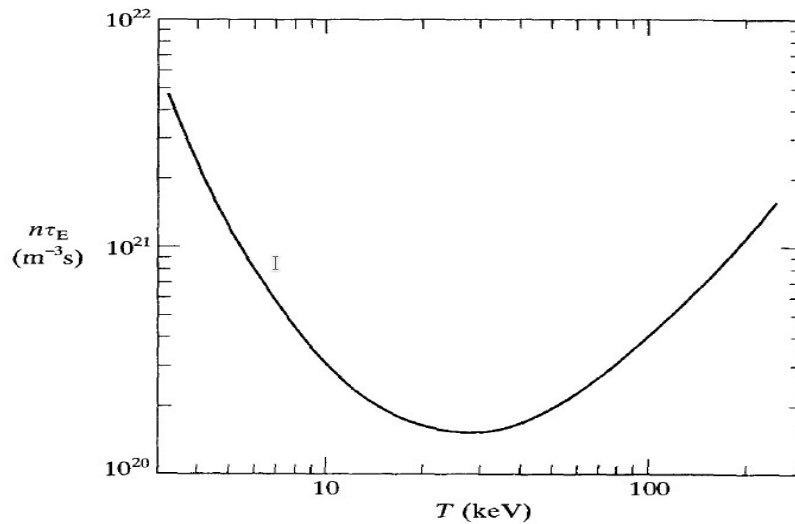


Figura 2.5 - Produto da densidade e do tempo de confinamento da reação D-T em função da temperatura

Fonte: adaptada de [5, p. 11].

Uma melhor análise é fornecida quando o critério de Lawson é combinado com a temperatura, já que o τ_E é função da temperatura, resultando no que é conhecido como produto triplo [13]. A expressão abaixo é aplicada para todos os combustíveis de fusão, porém neste caso será aplicado à interação D-T, logo

$$n\tau_E > \frac{12}{\langle \sigma v \rangle} \frac{T}{\varepsilon_\alpha}, \quad (2.7)$$

onde σ representa a seção transversal de fusão, v a velocidade relativa, $\langle \rangle$ a média e ε_α

representa a energia dos produtos de fusão carregados. Com os respectivos valores de

$$\langle \sigma v \rangle = 1.1 \times 10^{-24} T^2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad \text{e} \quad \varepsilon_\alpha = 3,5 \text{ MeV}, \quad (2.8)$$

a expressão $n\tau_E$ é multiplicada pela temperatura dada em eV. Desta forma é obtido

$$n\tau_E T > 3 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{ s keV}. \quad (2.9)$$

O valor acima é dependente dos perfis da densidade e temperatura do plasma e também do uso dos valores máximos e médios, no caso acima, de perfis planos [1,5,13]. Para perfis parabólicos, o valor de ignição é

$$n\tau_E T > 5 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{ s keV}. \quad (2.10)$$

Apesar disso, o critério ainda não foi estabelecido por nenhum tokamak [14]. A figura (2.6) mostra o produto triplo das reações D-D, D-T e D-He3.

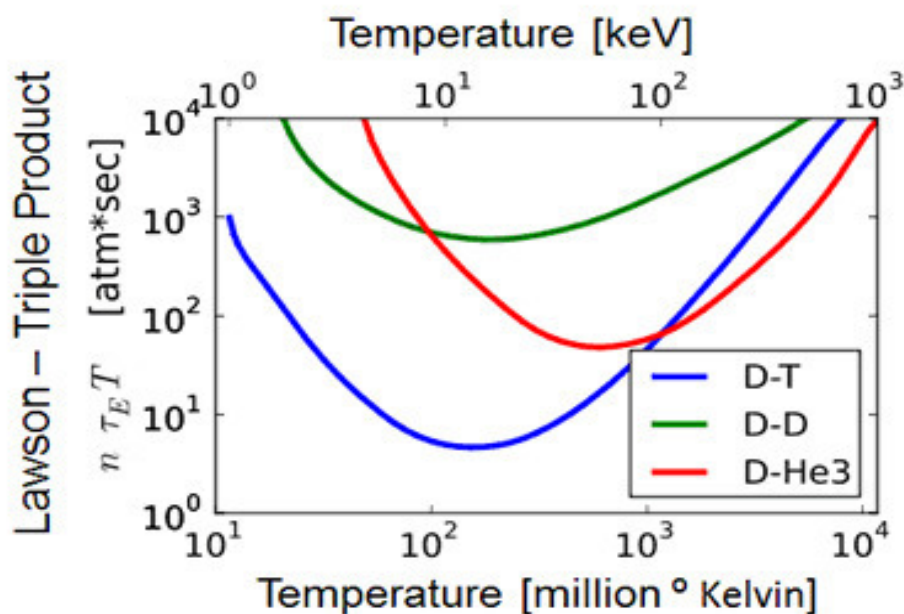


Figura 2.6 - Produto triplo das reações dos isótopos de Hidrogênio e Hélio

Fonte: 15.

3 EQUAÇÕES DE FLUIDO PARA O PLASMA

Neste capítulo abordaremos o modelo de dois fluidos que descreve o comportamento de um plasma com importantes propriedades macroscópicas [1]. Será a partir deste modelo que a primeira aproximação da resistividade do plasma η surgirá [5, 7, 16]. Como veremos, seu surgimento se dará através da equação de movimento do elétron e do íon quando levado o termo de colisão em consideração. Mais adiante, teremos η como um termo proporcional à densidade de corrente \mathbf{J} , fornecendo uma melhor interpretação da resistividade.

3.1 Modelo de dois fluidos

A abordagem do modelo de fluido utilizado aqui é para uma maneira mais simples de compreender os fenômenos envolvidos. Neste modelo, o plasma é subdividido em pequenos elementos de fluido e calculado várias propriedades médias de cada elemento [1].

Para o presente estudo não será derivado nenhuma destas equações, uma vez que partiremos das equações de momento do elétron e do íon. Estas equações de momento também são conhecidas como momentos da equação de Boltzmann e podem ser encontradas em qualquer livro de Física dos Plasmas [1, 5, 6, 9].

$$m_e n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_e = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla \cdot \mathbf{P}_e + \mathbf{R}_{ei} \quad (3.1)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i = -en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla \cdot \mathbf{P}_i - \mathbf{R}_{ie} \quad (3.2)$$

sendo m_e a massa do elétron e m_i a massa do íon. Os termos \mathbf{P}_e e \mathbf{P}_i representam o tensor pressão ou diádico pressão. As equações (3.1) e (3.2) são úteis em casos onde a distribuição de velocidades é bastante comportada para que so tensores \mathbf{P}_e e \mathbf{P}_i possam ser aproximados de uma maneira mais simples. No caso em que as velocidades $(\mathbf{u}_i - \mathbf{v}_i)$ e $(\mathbf{u}_e - \mathbf{v}_e)$ são isotrópicas, onde \mathbf{v} é a velocidade média e \mathbf{u} a velocidade macroscópica e na ausência de viscosidade, podemos simplificar o tensor pressão, de maneira que \mathbf{P}_i e \mathbf{P}_e se tornem escalares [16, 17]. Logo, temos que

$$\nabla \cdot \mathbf{P}_e = \nabla p_e \quad \text{e} \quad \nabla \cdot \mathbf{P}_i = \nabla p_i. \quad (3.3)$$

Já o termo \mathbf{R}_{ei} é definido como o momento total que é transferido para os íons por unidade de volume e de tempo por colisões com elétrons, e \mathbf{R}_{ie} é o oposto. Desta forma as equações

(3.1) e (3.2) tornam-se

$$m_e n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_e = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \mathbf{R}_{ei}, \quad (3.4)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i = -en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \mathbf{R}_{ie}. \quad (3.5)$$

De maneira geral, há mais forças atuando no plasma, como a força gravitacional, viscosa entre outras, porém são desprezíveis quando comparadas com os demais termos [1, 5, 18].

Se fizermos a soma das equações de momento (3.4) e (3.5), podemos chegar à *equação de conservação de momento*, uma equação de suma importância para a Magneto-hidrodinâmica, que descreve o equilíbrio de força básica do plasma, sendo a Magneto-hidrodinâmica ou MHD a junção das equações de fluido e do eletromagnetismo que descreve o plasma como um fluido condutor [1, 9]. Mas para que possamos juntar estas equações, devemos introduzir as variáveis de um único fluido no modelo de dois fluidos —A massa do íon m_i é muito maior que a massa do elétron, desta maneira, a densidade de massa fica

$$\rho \equiv m_i n \quad (3.6)$$

onde $n_e = n_i \equiv n$ por causa da quasi-neutralidade;

—As velocidades dos íons e dos elétrons são quase iguais à velocidade de deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ [1]. Lembrando que $m_i \gg m_e$, temos

$$\mathbf{v} \equiv \mathbf{u}_i; \quad (3.7)$$

—A velocidade macroscópica é tida em termos da densidade corrente de \mathbf{J} [1], sendo $\mathbf{J} = en(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e)$;

—A pressão no modelo de fluido único é a soma total da pressão dos elétrons e íons,

$$p \equiv p_e + p_i. \quad (3.8)$$

Com isto, temos que

$$0 = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \mathbf{R}_{ei} \quad (3.9)$$

e

$$m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i = -en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \mathbf{R}_{ie} \quad (3.10)$$

Na equação (3.9), o termo 0 está relacionado com a massa do elétron que é muito pequena em relação a massa do íon. Outra explicação para este caso está relacionada ao tempo de resposta do elétron que é bastante rápido em comparação com o tempo característico da MHD, que analisa processos lentos [1]. Desta forma, podemos fazer a soma

$$m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \mathbf{R}_{ei} + en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \mathbf{R}_{ie} \quad (3.11)$$

Para primeiro termo antes da igualdade, temos

$$0 + m_i n_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_i = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (3.12)$$

onde usamos a derivada convectiva

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (3.13)$$

Para o segundo e terceiro, temos

$$-\nabla p_i - \nabla p_e = -\nabla p, \quad \mathbf{R}_{ei} - \mathbf{R}_{ie} = 0 \quad (3.14)$$

Para a soma dos demais termos, temos

$$en_i \mathbf{E} + en_i \mathbf{v} \times \mathbf{B} - en_e \mathbf{E} - en_i \mathbf{u}_e \times \mathbf{B} = en \mathbf{v} \times \mathbf{B} - en \left(\mathbf{v} - \frac{\mathbf{J}}{en} \right) \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (3.15)$$

onde os termos com o campo elétrico se cancelam por causa da relação de quasi-neutralidade. Juntado as equações descritas acima, temos

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p. \quad (3.16)$$

A equação (3.16) é a *equação de conservação de momento*. Do lado esquerdo, o termo $\rho d\mathbf{v}/dt$ representa a força inercial que diz respeito ao comportamento do plasma. Do lado direito, o termo $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ representa a força do campo magnético utilizado para o confinamento do plasma. Já o termo ∇p representa a força do gradiente de pressão que é responsável pela expansão do plasma.

Uma segunda informação contida nas equações de momento é obtida quando fornecemos as variáveis de um fluido na equação de momento do elétron [1, 5, 7]. Desta forma, temos

$$0 = -en\mathbf{E} - en\left(\mathbf{v} - \frac{\mathbf{J}}{en}\right) \times \mathbf{B} - \nabla p_e - \mathbf{R}_{ei} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{1}{en}(\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p_e) + \frac{\mathbf{R}_{ei}}{en} \quad (3.18)$$

O termo \mathbf{R}_{ei} pode ser assumido proporcional à \mathbf{J} [1, 7, 16], uma vez que a troca de momento dos elétrons e íons positivos deve ser proporcional à velocidade relativa dos dois tipos de partículas, onde produz

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{1}{en}(\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p_e) + \eta\mathbf{J} \quad (3.19)$$

A equação (3.19) é conhecida com a *lei generalizada de Ohm*, onde o lado esquerdo da equação representa o campo elétrico junto ao movimento do plasma. Os termos $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ e ∇p_e correspondem ao *efeito Hall* diamagnético do elétron. Já o termo η é descrito como a resistividade.

3.2 Primeira expressão para η

De certa forma, as colisões que ocorrem entre elétrons e íons em um plasma farão com que haja um impedimento na aceleração dos elétrons quando um campo elétrico for aplicado ao longo ou na ausência de um campo magnético. Essas colisões entre as partículas envolvidas limitam a produção de corrente elétrica gerada de um campo elétrico aplicado, dando origem assim à *resistividade* [7, 19] denotada por η .

As colisões que ocorrem entre elétrons e íons na aproximação do modelo de fluido são um tanto quanto amplas, desta forma é adequado introduzir o termo *frequência de colisão* ν , que expressa a taxa de transferência de momento de uma espécie de partícula para outra [1, 7]. Desta forma, podemos escrever para o termo colisional do elétron, como

$$\mathbf{R}_{ei} = m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i). \quad (3.20)$$

Semelhantemente para os íons,

$$\mathbf{R}_{ie} = m_i n_i \nu_{ie} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e). \quad (3.21)$$

A primeira expressão para η consiste no caso de um plasma de hidrogênio, no qual os

íons são prótons, de carga e e os elétrons, de carga $-e$. Desta forma, a resistividade pode ser tomada em termos da *frequência de colisão elétron-íon*. Na presença de um campo elétrico paralelo E_{\parallel} , temos

$$-n_e e E_{\parallel} + \mathbf{R}_{ei\parallel} = 0, \quad (3.22)$$

com

$$\mathbf{R}_{ei} = -m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i). \quad (3.23)$$

Fazendo o uso da densidade de corrente,

$$J_{\parallel} = -en_e (u_{e\parallel} - u_{i\parallel}) \quad (3.24)$$

obtemos

$$E_{\parallel} = -\frac{m_e \nu_{ei}}{e} (u_{e\parallel} - u_{i\parallel}) = \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2} J_{\parallel} = \eta J_{\parallel}. \quad (3.25)$$

Em comparação com as propriedades elétricas da matéria comum, a constante de proporcionalidade entre o campo elétrico aplicado \mathbf{E} e a densidade de corrente \mathbf{J} é chamada de resistividade.

Como a frequência real com a qual os elétrons estão colidindo com os íons será dependente apenas da velocidade dos elétrons, a frequência de colisão ν_{ei} que nos foi fornecida nas equações (3.20) e (3.21), deverá ser uma média em relação à distribuição das velocidades dos elétrons, [1, 7, 19] e que neste caso, podemos escrever a frequência de colisão ν_{ei} , como $\langle \nu_{ei} \rangle$.

A equação (3.20) pode ser reescrita em termos da frequência média de colisão $\langle \nu_{ei} \rangle$ junto com a densidade de corrente \mathbf{J} ,

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ei} &= -m_e n_e \langle \nu_{ei} \rangle (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) \\ &= -\eta n^e e^2 (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) \\ &= \eta n_e e \mathbf{J}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde a resistividade passa a ser

$$\eta = \frac{m_e \langle \nu_{ei} \rangle}{n_e e^2}. \quad (3.27)$$

A equação (3.27) é a primeira expressão para a resistividade de um plasma, considerada uma aproximação básica. Nosso próximo passo é estabelecer um conceito mais detalhado e fundamental da frequência de colisão.

4 COLISÕES

O capítulo presente aborda as colisões responsáveis pela origem do plasma de um ponto de vista mais rígido, pois são estas colisões que originam a difusão e outros processos de transporte de um plasma [5]. Elas também permitem a transferência de energia e são responsáveis pela resistividade elétrica do plasma. Como vimos no **Capítulo 3**, a resistividade foi dada como uma quantidade proporcional à frequência média de colisão elétron-íon $\langle \nu_{ei} \rangle$. Sendo assim é necessário saber algo sobre sua magnitude. Para este capítulo, será avaliada a teoria de colisões de Coulomb, partindo do ângulo de colisão [1, 7, 16, 17, 19].

4.1 Colisões de Coulomb

Para o presente estudo vamos considerar a carga do elétron como $-e$ tendo uma velocidade v em aproximação com um íon fixo de carga Ze . Para obter um resultado mais plausível, iremos considerar a carga do íon $Z \neq 1$ com inclusão dos íons de carga múltipla, bem como o hidrogênio. Quando não há força coulombiana envolvida, o elétron terá uma distância de aproximação mais próxima b , chamada *parâmetro de impacto*. Porém, quando a força de Coulomb está presente, o elétron sofrerá um desvio de um ângulo θ , o qual obviamente estará relacionado ao parâmetro de impacto b , como mostra a figura (4.1).

A teoria que envolve a obtenção do *ângulo de deflexão* θ possui uma certa dificuldade, porém nosso objetivo consiste no seu respectivo valor. Este ângulo está relacionado ao desvio de uma partícula leve que colide com uma partícula estacionária muito mais pesada, realizando uma órbita hiperbólica, pois há uma força do inverso do quadrado [7]. Logo, o ângulo de deflexão é dado por

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2 b}. \quad (4.1)$$

Para dispersar através de um ângulo de 90° , o parâmetro de impacto b dever assumir o valor de

$$b_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2}. \quad (4.2)$$

Desta forma, a equação (4.1) para o ângulo de deflexão de um parâmetro de impacto geral torna-se $\tan(\theta/2) = b_0/b$ [7, 19]. Assim, a seção transversal do íon para dispersão de um

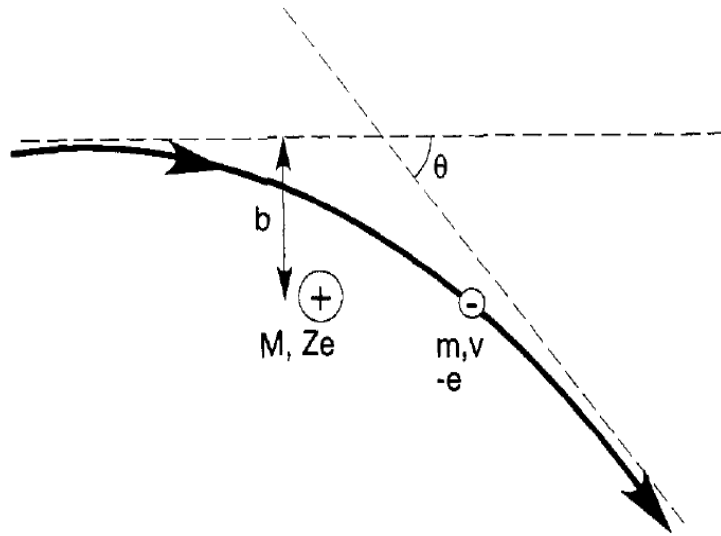


Figura 4.1 - Trajetória do elétron após uma colisão coulombiana em relação a um íon fixo

Fonte: adaptada de [7, p. 166].

ângulo de 90° é

$$\sigma_i = \pi b_0^2 = \frac{\pi Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m^2 v^4} \quad (4.3)$$

A seção transversal fornecida acima é baseada em colisões de grandes ângulos. Na realidade, devido à natureza de longo alcance da força de Coulomb, as colisões em pequenos ângulos são muito mais frequentes do que as colisões em grandes ângulos, e o efeito cumulativo de muitas deflexões de pequenos ângulos acaba se tornando dominante em relação as deflexões de grande ângulo [1, 5, 7].

Para entendermos como o efeito cumulativo das muitas deflexões de pequenos ângulos são dominantes, precisamos considerar o efeito cumulativo de dispersão por muitos íons diferentes com valores diferentes do parâmetro de impacto b [7, 19]. Vamos considerar que um elétron com velocidade inicial v na direção z sofra uma gama de eventos de espalhamento de ângulo pequeno. Para cada evento ocorrido, o elétron terá ganho pequenas componentes da velocidade incremental Δv_x e Δv_y , mas como não existe uma direção preferida

para o ato de dispersão, as médias devem sumir. Logo,

$$\langle \Delta v_x \rangle = \langle \Delta v_y \rangle = 0. \quad (4.4)$$

No entanto, as deflexões quadraticas médias não desaparecem, de modo que

$$\langle (\Delta v_x)^2 \rangle = \langle (\Delta v_y)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle (\Delta v_\perp)^2 \rangle \neq 0 \quad (4.5)$$

onde \perp é relativa à direção de movimento inicial da partícula. Para colisões de Coulomb, vimos que

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{b_0}{b}. \quad (4.6)$$

Fazendo o uso das seguintes identidades trigonométricas

$$\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) = 2 \tan(\theta/2) \cos^2(\theta/2) = 2 \tan(\theta/2) / [1 + \tan^2(\theta/2)],$$

vemos que

$$\sin \theta = \frac{2(b/b_0)}{1 + (b/b_0)^2} \quad (4.7)$$

No caso de apenas um elétron passar por um único íon, temos

$$(\Delta v_\perp) = v^2 \sin^2 \theta = \frac{4v^2(b/b_0)^2}{[1 + (b/b_0)^2]^2} \quad (4.8)$$

Na análise do comportamento médio de um elétron passando por muitos íons em um determinado tempo dt , o elétron se movimentará numa distância vdt , e o número de íons em um elemento de dispersão definido por ter um parâmetro de impacto entre b e $b + db$ é obtido multiplicando a densidade de íons n_i pelo volume do elemento de dispersão, $2\pi b db v dt$, o que fornece o número de íons $2\pi n_i b v db dt$. Fazendo a integral em relação ao parâmetro de impacto e diferenciando em relação ao tempo, obtemos que, na média, o elétron sofre uma deflexão de modo que sua velocidade perpendicular varie na taxa de

$$\frac{d\langle (\Delta v_\perp)^2 \rangle}{dt} = 2\pi n_i v \int (\Delta v_\perp)^2 b db = 8\pi n_i v^3 \int \frac{(b/b_0)^2 b db}{[1 + (b/b_0)^2]^2}. \quad (4.9)$$

Teoricamente, a integral deve ser avaliada com relação a todos os valores de b , de $b = 0$ à $b = \infty$. Porém isso gera uma divergência quando valores de b são grandes. Para evitar esta divergência faremos a introdução de corte, ou seja, $b = b_{max}$ [1, 7]. Avaliando a integral

explicitamente, substituindo $y = 1 + (b/b_0)^2$, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\langle(\Delta v_{\perp})^2\rangle}{dt} &= 4\pi n_i v^3 b_0^2 \left\{ \ln \left[1 + \left(\frac{b_{max}}{b_0} \right)^2 \right] + \frac{1}{1 + (b_{max}/b_0)^2} - 1 \right\} \\ &= 8\pi n_i v^3 b_0^2 \ln \Lambda \\ &= \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{2\pi \epsilon_0 m^2 v}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde Λ é dado como

$$\Lambda \equiv b_{max}/b_0 \gg 1. \quad (4.11)$$

Como a energia eletrônica é quase conservada na colisão, há uma redução de Δv_{\parallel} em relação à direção original do movimento. Observando que a velocidade inicial v é, por definição, inteiramente na direção paralela e que as velocidades perpendiculares aparecem apenas devido às colisões, a equação de conservação de energia $(v + \Delta v_{\parallel})^2 + (\Delta v_{\perp})^2 = v_{\parallel}^2$ nos fornece

$$v(\Delta v_{\parallel}) + \frac{1}{2}(\Delta v_{\perp})^2 = 0 \quad (4.12)$$

mostrando que Δv_{\parallel} é de segunda ordem em Δv_{\perp} e, assim, justificando a negligência do termo de quarta ordem de $(\Delta v_{\parallel})^2$. Desta forma obtemos que

$$\frac{d\langle\Delta v_{\parallel}\rangle}{dt} = -4\pi n_i v^2 b_0^2 \ln \Lambda = -\frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m^2 v^2}. \quad (4.13)$$

A equação (4.13) nos permite definir uma taxa de colisão ν_{ei} para a perda de momento do elétron [1, 7, 19], isto é,

$$\frac{d\langle\Delta v_{\parallel}\rangle}{dt} = -\nu_{ei} v. \quad (4.14)$$

Substituindo a equação (4.13) na equação (4.14) e isolando a taxa de colisão, temos

$$\nu_{ei} = 4\pi n v b_0^2 \ln \Lambda = \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m^2 v^3} \quad (4.15)$$

A quantidade Λ definida anteriormente como $\lambda \equiv b_{max}/b_0 \gg 1$ pode ser obtida observando o comportamento de uma partícula carregada. Esta partícula irá interagir fracamente com partículas mais afastadas dela do que o comprimento de Debye, λ_D . Com isso, o parâmetro

de impacto b_{max} deve ser considerado como λ_D , porque a blindagem Debye retém o campo de Coulomb a distâncias maiores. Desta forma,

$$\Lambda \sim b_{max}/b_0 \sim \lambda_D/b_0$$

$$b_0 \sim Ze^2/12\pi\epsilon_0 T \sim (Z/12\pi)(n\lambda_D^2)^{-1} \quad (4.16)$$

onde b_0 foi analisado como uma média sobre uma distribuição Maxwelliana de elétrons, tomando $mv^2 \sim 3T$. Vimos que $\Lambda \sim (12\pi/Z)n\lambda_D^3$, e que Λ deve assumir um valor grande [7].

Contudo, podemos agora comparar a seção transversal total de Coulomb com colisão de múltiplos ângulos pequenos com a seção transversal de Coulomb com dispersão de 90° . A seção transversal total para espalhamento de elétrons por íons estacionários massivos pode ser obtida a partir da relação usual entre a frequência de colisão ν_{ei} e a seção transversal σ_{ei} [7, 19], onde

$$\nu_{ei} = n_i \sigma_{ei} v. \quad (4.17)$$

Logo, substituindo o valor de ν_{ei} dado na equação (4.15) e isolando σ_{ei} , obtemos

$$\sigma_{ei} = \frac{Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m^2 v^4}. \quad (4.18)$$

O tamanho da seção transversal de Coulomb é decorrente do efeito cumulativo de muitas dispersões em pequenos ângulos.

4.2 Frequência de colisão elétron-íon

Na seção anterior calculamos uma expressão para a frequência de colisão elétron-íon. Esta frequência de colisão varia com a velocidade do elétron, $1/v^3$, ou seja, quanto mais rápido o elétron se move, menor é o resultado da colisão com os íons. Para o caso de uma frequência média de colisão de elétrons, é útil avaliar a força de arrasto em uma distribuição de elétrons à deriva através de íons, onde

$$\mathbf{F} = -n_e m \langle \nu_{ei} \mathbf{v} \rangle. \quad (4.19)$$

Para o presente trabalho, iremos supor que os elétrons à deriva tenham uma distribuição Maxwelliana deslocada [7, 17], ou seja, uma distribuição Maxwelliana relativa a uma ve-

locidade média diferente de zero, com $\mathbf{u} = u_z \hat{\mathbf{z}}$. Vamos supor também que $u_z \ll v_{T_e}$, onde v_{T_e} é a velocidade térmica dos elétrons, dada por

$$v_{T_e} = (T_e/m)^{1/2} \quad (4.20)$$

Desta forma, temos que

$$f_e(v) = \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_{T_e}^3} \exp\left(-\frac{|\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2}{2v_{T_e}^2}\right) \quad \text{Distribuição Maxwelliana deslocada} \quad (4.21)$$

e

$$f_{e0}(v) = \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_{T_e}^3} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{T_e}^2}\right). \quad \text{Distribuição Maxwelliana não deslocada} \quad (4.22)$$

Expandindo a função de distribuição deslocada em uma série de Taylor [5, 7] e mantendo apenas os termos de primeira ordem em $u_z/v_{t,e}$, temos

$$\begin{aligned} f_e(v) &= \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_{t,e}^3} \exp\left(-\frac{|\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2}{2v_{t,e}^2}\right) \\ &\approx \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_{t,e}^3} \left(1 + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{v_{t,e}^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{t,e}^2}\right) \\ &\approx \left(1 + \frac{u_z v_z}{v_{t,e}^2}\right) f_{e0}(v) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Usando a distribuição obtida na equação acima e substituindo na equação (4.19), temos

$$\begin{aligned} F_z &= -m \int \nu_{ei} v_z f_e d^3 v \\ &= -m u_z \int \nu_{ei} v_z f_e v d^3 v \\ &= -m \int \nu_{ei} v_z \left(\frac{u_z v_z}{v_{T_e}^2}\right) f_{e0}(v) \\ &= -m u_z \int \frac{v_z^2}{v_{T_e}^2} \nu_{ei} f_{e0}(v) d^3 v. \end{aligned}$$

Usando o fato de que $\langle v_z^2 \rangle = 1/3 \langle v^2 \rangle$, e utilizando o valor de ν_{ei} , temos

$$\begin{aligned} F_z &= -\frac{mu_z}{3} \int \frac{v^2}{v_{Te}^2} \nu_{ei} f_{e0}(v) d^3v \\ &= -\frac{mu_z}{3} \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{v_{Te}^2 4\pi \epsilon_0^2 m^2} \int \frac{f_{e0}(v) d^3v}{v} \end{aligned} \quad (4.24)$$

A integral da equação (4.24) abrange a função de distribuição de velocidade dos elétrons, desta maneira, consideremos um sistema de coordenadas polares esféricas no espaço de velocidade (v, θ, ϕ) [5, 7, 16]. Sendo assim, o elemento de volume d^3v passa a ser

$$d^3v = v^2 \sin \theta d\theta d\phi dv. \quad (4.25)$$

Com isto, temos

$$\begin{aligned} \int \frac{f_{e0}(v) d^3v}{v} &= \int_0^\infty f_{e0}(v) v dv \int_0^\phi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= 4\pi \int_0^\infty v f_{e0}(v) dv \\ &= 4\pi \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_{Te}^2} \int_0^\infty v \exp\left(\frac{-v^2}{2v_{Te}^2}\right) dv \end{aligned} \quad (4.26)$$

A integral acima possui a resolução do tipo

$$I(j) = \int_0^\infty x^j \exp(\alpha x^2) dx \quad \rightarrow \quad I(1) = \frac{1}{2} \alpha^{-1}. \quad (4.27)$$

Logo, usando a equação (4.27) na equação (4.26), e fazendo algumas manipulações algébricas, temos

$$\int \frac{f_{e0}(v) d^3v}{v} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{n_e}{v_{Te}}. \quad (4.28)$$

Pegando o valor da equação (4.28), a equação (4.24) fica

$$F_z = -n_e m_e \langle \nu_{ei} \rangle u_z \quad (4.29)$$

com

$$\langle \nu_{ei} \rangle = \frac{2^{1/2} n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{12\pi^{3/2} \epsilon_0^2 m_e^{1/2} T_e^{3/2}} \quad (4.30)$$

Além de colidirem com íons, os elétrons também colidem com outros elétrons. Mas para este caso, a força de Coulomb é repulsiva e o elétron que está em rota de colisão é desviado do elétron espalhado. As colisões elétron-elétron são mais complexas de serem analisadas, já que a partícula de espalhamento não pode mais ser considerada fixa como no caso do íon. Apesar disso, como a força de Coulomb tem a mesma magnitude, um elétron é desviado aproximadamente da mesma quantidade em uma colisão com outro elétron que em uma colisão com um íon de hidrogênio [7]. Assim podemos ter,

$$\langle \nu_{ee} \rangle \approx \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\varepsilon_0^2 m^{1/2} T_e^{3/2}} \approx \frac{\langle \nu_{ei} \rangle}{n_i Z^2 / n_e}. \quad (4.31)$$

No caso de um plasma de hidrogênio, onde ($Z = 1$), os elétrons colidem com outros elétrons tão frequentemente quanto colidem com íons. No entanto, em um plasma contendo muitos íons diferentes com diferentes valores de Z , a frequência de colisão elétron-íon efetiva é maior que a frequência de colisão elétron-elétron por um fator de cerca de $Z_{eff} = \sum_j n_i Z_i^2 / n_e$, onde a soma está sobre as espécies de íons presentes.

Os íons também fazem colisões de Coulomb com outros íons e com elétrons. Do ponto de vista do íon relativamente massivo, a troca de momento através de colisões com elétrons geralmente não é muito importante, uma vez que o momento ganho ou perdido pelo íon em tal colisão é relativamente pequeno. De fato, os processos de colisões de íons são geralmente dominados por colisões de íons com outros íons. Embora o cálculo apresentado acima não seja estritamente aplicável a este caso, todavia, ele fornece uma boa estimativa [7, 19].

Para definir uma frequência *média* de colisão íon-íon, como acabamos de fazer para a frequência de colisão elétron-íon, consideramos a força de atrito em uma população de íons à deriva através de outra população de íons da mesma espécie. Em relação ao caso de elétrons colidirem com íons maciços, podemos esperar uma força de arrasto um pouco menor nesse caso, porque o íon dispersante pode ocupar uma fração finita do momento do íon espalhado. Para ambas as populações de íons somadas, é claro que o momento total deve ser conservado em colisões de íon-íon. O método formal para tratar a dinâmica de uma colisão entre dois íons seria ir para a estrutura do centro de massa, na qual um par de íons é substituído por uma partícula com a massa combinada em movimento na velocidade da massa, juntamente com uma partícula com massa reduzida, $M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$, movendo-se na velocidade relativa, $m \mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$. Para o caso de duas populações de íons da mesma espécie, a massa reduzida é $M/2$. O cálculo da força de arrasto entre as duas populações de íons devido a colisões de íons-íons será realizado exatamente como no caso de atrito de íons-elétrons, exceto que a transferência de momento será proporcional a $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ e a frequência de colisão relevante irá variar como $|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^{-3}$. No entanto, uma

vez que a força de atrito foi proporcional à raiz quadrada da massa e a massa relevante aqui é a massa reduzida, $M/2$, um fator numérico adicional de $2^{1/2}$ surge no caso de íons-íons, bem como a alteração $m \rightarrow M$, em relação ao caso elétron-íon, dado na equação (4.24). Assim, podemos definir uma frequência média para íons colidindo com outros íons similares [7], logo

$$\langle \nu_{ii} \rangle = \frac{n_i Z^4 e^4 \ln \Lambda}{12\pi^{3/2} \varepsilon_0^2 M^{1/2} T_i^{3/2}} \quad (4.32)$$

A equação (4.26) fornece a expressão padrão para a frequência média de colisão de íons. Embora os íons individuais se espalhem com a frequência $\langle \nu_{ii} \rangle$, é importante lembrar que o momento total e a energia total da população de íons não podem ser alterados apenas pelas colisões de íons, pois o momento e a energia são conservados nas colisões de Coulomb quando partículas dispersantes e dispersas são postas juntos.

Comparando as frequências de colisão de elétrons e íons em um plasma com $T_e \sim T_i$, vemos que

$$\langle \nu_{ei} \rangle / \langle \nu_{ii} \rangle \sim (M/m)^{1/2}. \quad (4.33)$$

Assim, os elétrons se espalham cerca de 40 vezes mais rápido que os íons em um plasma de hidrogênio.

Para um plasma de hidrogênio com densidade de elétrons e íons n e temperaturas de elétrons e íons T_{ei} , as frequências de colisão dadas pelas equações (4.30), (4.31) e (4.33), são

$$\langle \nu_{ei} \rangle \sim \langle \nu_{ee} \rangle \sim 5 \times 10^{-11} n / T_e^{3/2} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (4.34)$$

$$\langle \nu_{ii} \rangle \sim 10^{-12} n / T_i^{3/2} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (4.35)$$

Os valores numéricos das frequências de colisão variam enormemente, dependendo da densidade e temperatura do plasma.

4.3 Segunda expressão para η

Na aplicação de um campo elétrico em um plasma totalmente ionizado, os elétrons sofrem uma aceleração em uma direção e os íons em outra. O movimento relativo crescente entre elétrons e íons produz uma corrente elétrica crescente na direção de \mathbf{E} . Contudo, as colisões de Coulomb entre elétrons e íons impedem esse movimento relativo, fazendo com que um

estado estacionário seja alcançado após um certo tempo de colisão. Quando em equilíbrio, o campo elétrico \mathbf{E} e a densidade de corrente \mathbf{J} são proporcionais entre si, ou seja,

$$\mathbf{E} = \eta \mathbf{J} \quad (4.36)$$

onde novamente η é a resistividade.

Obtvmos o valor da resistividade no **Capítulo 2**, onde consideramos a equação de movimento do elétron em um plasma uniforme na presença ou ausência de um campo magnético \mathbf{B} [1, 7, 16], no qual

$$\frac{m_e n_e d\mathbf{u}_e}{dt} = -en_e \mathbf{E} + \mathbf{R}_{ei}, \quad (4.37)$$

onde o termo \mathbf{R}_{ei} , representa a taxa de ganho ou perda de momento por unidade de volume dos elétrons causados por colisões com íons, com

$$\mathbf{R}_{ei} = -mn_e \langle \nu_{ei} \rangle (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) \quad (4.38)$$

onde assumimos que a troca de momento entre as partículas era proporcional à velocidade relativa $\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i$. Negligenciando a inércia dos elétrons relativamente leves, e expressando a densidade de corrente \mathbf{J} como $-n_e e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i)$, a resistividade pode ser dada como

$$\eta = \frac{m \langle \nu_{ei} \rangle}{n_e e^2}. \quad (4.39)$$

Uma vez que calculamos a média da frequência de colisão $\langle \nu_{ei} \rangle$ dada na equação (4.30), podemos agora substituir esta média na equação (4.39). Usando $n_e = Zn_i$, obtemos a segunda expressão para a resistividade do plasma [7]. Sendo assim,

$$\eta = \frac{2^{1/2} m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{12 \pi^{3/2} \varepsilon_0^2 T_e^{3/2}}. \quad (4.40)$$

Apesar de obtermos uma boa aproximação do valor da resistividade plasmática, o cálculo apresenta uma certa fraqueza, isto porque a dedução da frequência média de colisão elétron-íon $\langle \nu_{ei} \rangle$ é obtida em relação a distribuição de elétrons Maxwelliana 'deslocada', sem levar em consideração a distorção específica da distribuição de velocidade de elétrons que surge devido à presença do campo elétrico. Na situação real, elétrons com velocidades diferentes respondem de maneira diferente aos efeitos combinados de um campo elétrico propulsor em colisões com íons.

Nossa expressão para η mostra que a resistividade de um plasma totalmente ionizado é

independente de sua densidade. Esse é um resultado bastante relevante, pois, com um determinado campo \mathbf{E} , poderíamos esperar que a densidade de corrente aumentasse se o número de portadores de carga por unidade de volume, n_e , aumentasse. O motivo disto não ocorrer é que a força de arrasto colisional nos elétrons também aumenta com o número de dispersores n_i . Com um campo \mathbf{E} fixo, a corrente \mathbf{J} é proporcional a n_e , mas inversamente proporcional a n_i . Como $n_e = Zn_i$, as duas dependências se cancelam.

A verdadeira resistividade do plasma consiste em um fator de cerca de dois na equação (4.40) [1, 5, 7, 16]. No caso de um plasma de hidrogênio, o valor numérico da resistividade é

$$\eta = 5 \times 10^{-5} \frac{\ln \Lambda}{T_e^{3/2}} \Omega \text{ m} \quad (4.41)$$

com T_e em eV. Um plasma com $T_e = 100$ eV, tem aproximadamente a mesma resistividade que o aço inoxidável ($7 \times 10^{-2} \Omega \text{ m}$), enquanto que um plasma com $T_e = 1$ keV tem uma resistividade tão baixa quanto a do cobre ($2 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$).

5 EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK PARA O PLASMA

No **Capítulo 3** nos limitamos apenas ao plasma como sendo um fluido, onde apresentamos as equações do modelo de dois fluidos para o momento dos elétrons e íons. Este modelo fluido permite uma simplicidade nos cálculos, mas não fornecem um rigoroso processo. No **Capítulo 4** focamos na dispersão de pequenos ângulos e na dedução da frequência de colisão e em sua média. Porém, neste capítulo, faremos uma análise mais rigorosa a respeito do plasma considerando o modelo cinético. O modelo cinético possui duas abordagens. A primeira, consiste em um tratamento rigoroso da equação de Boltzmann que se aplica a forças entre partículas de curto alcance, onde se aborda o caso de grandes colisões de ângulo fechado. Para o nosso caso, usaremos a equação de Fokker-Planck para derivar uma expressão para a resistividade. Esta equação pode ser derivada da equação de Boltzmann indo até o limite das forças entre partículas de longo alcance, mas nossa abordagem aqui é derivar diretamente a equação de Fokker-Planck, considerando o efeito de múltiplas colisões de Coulomb de ângulo pequeno na distribuição de velocidades em um plasma [5, 7, 17].

5.1 Colisões coulombianas

Nos estudos do **Capítulo 4**, vimos que os efeitos colisionais em plasmas totalmente ionizados são predominantemente devido aos efeitos cumulativos de muitas deflexões de ângulos pequenos, e não ao efeito de algumas colisões próximas. No mesmo capítulo obtivemos estimativas para as frequências de colisões efetivas e para a resistividade do plasma, mas ainda não fornecemos um formalismo rigoroso para descrever os efeitos de várias colisões coulombianas de ângulos pequenos na função de distribuição, $f(r, v, t)$. Desta forma, a equação de Fokker-Planck fornece uma formulação geral para o tratamento de alterações em uma função de distribuição que resulta de uma sucessão de eventos de colisão, cada uma das quais produz apenas uma pequena alteração na velocidade de uma partícula [7].

5.2 Formulação geral

Como os processos colisionais alteram a distribuição das velocidades das partículas, é necessário usar a 'função de distribuição de velocidade' $f(\mathbf{v})$, que é a densidade numérica das partículas no espaço de fase. A densidade no espaço físico é dada em termos de $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ por

$$n = \int f(\mathbf{v}) d^3v. \quad (5.1)$$

A equação de Fokker-Planck descreve a evolução temporal devido as colisões da função $f(\mathbf{v})$. Como tais colisões são dependentes apenas das propriedades locais de f , sua variação

especial em f será negligenciada no presente trabalho.

Vamos definir uma função $\phi(\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v})$, que trata-se da probabilidade de uma partícula com velocidade \mathbf{v} adquirir um incremento da velocidade Δv em um certo intervalo de tempo Δt . Assumiremos que as colisões ocorram aleatoriamente o suficiente para que ϕ seja independente do caminho da partícula. Da definição de ϕ , segue-se que a função de distribuição de velocidade no tempo t pode ser expressa em termos da função de distribuição em um tempo ligeiramente anterior, isto é,

$$f(\mathbf{v}, t) = \int (f(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}, t - \Delta t) \phi(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}) d^3 \Delta v \quad (5.2)$$

cuja integral está sobre todos os possíveis incrementos da velocidade $\Delta\mathbf{v}$. Sabendo que a soma das probabilidades de todos os possíveis incrementos da velocidade deve ser unificada, temos

$$\int \phi(\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}) d^3 \Delta v = 1. \quad (5.3)$$

Como os efeitos das interações coulombianas podem ser descritos como uma sequência de pequenos incrementos da velocidade $\Delta\mathbf{v}$, podemos expandir o termo $f\phi$ da equação (5.3) em uma série de Taylor em $\Delta\mathbf{v}$. No caso do fator $\phi(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v})$ que aparece nesse integrando, no entanto, podemos apenas expandir o primeiro termo, onde $\Delta\mathbf{v}$ pode ser tratado infinitesimalmente quando comparado com \mathbf{v} . Para o caso de ϕ , não faremos sua expansão em relação ao segundo termo apesar de descrever uma forte variação de ϕ em relação ao $\Delta\mathbf{v}$. Especificamente, mantendo termos de segunda ordem nas expansões de f e ϕ , temos

$$\begin{aligned} f(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}, t - \Delta t) &= f(\mathbf{v}, t - \Delta t) - \Delta\mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial\mathbf{v}} f(\mathbf{v}, t - \Delta t) + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{v} \Delta\mathbf{v} \\ &: \frac{\partial^2}{\partial\mathbf{v} \partial\mathbf{v}} f(\mathbf{v}, t - \Delta t) \end{aligned} \quad (5.4)$$

e

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{v} - \Delta\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}) &= \phi(\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}) - \Delta\mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial\mathbf{v}} \phi(\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}) + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{v} \Delta\mathbf{v} \\ &: \frac{\partial^2}{\partial\mathbf{v} \partial\mathbf{v}} \phi(\mathbf{v}, \Delta\mathbf{v}). \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde os termos $\Delta\mathbf{v} \Delta\mathbf{v}$ e $\partial^2 / \partial\mathbf{v} \partial\mathbf{v}$ são diádicos e geram um escalar pelo produto de ponto duplo ($:$). Substituindo os termos expandidos na equação (5.2) e retendo apenas os termos

de segunda ordem em relação a $\Delta \mathbf{v}$ no produto $f\phi$, e usando a equação (5.3) e assumindo que Δt é pequeno, nós obtemos

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{v}, t) - f(\mathbf{v}, t - \Delta t) &= - \int \Delta \mathbf{v} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \phi + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{v}} f \right) d^3 \Delta v + \frac{1}{2} \int \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \\
&: \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} \phi + 2 \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{v}} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} \right) d^3 \Delta v \\
&= - \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \int f \phi \Delta \mathbf{v} d^3 \Delta v + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} \\
&: \int f \phi \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} d^3 \Delta v
\end{aligned} \tag{5.6}$$

onde f e ϕ são $f(\mathbf{v}, t)$ e $\phi(\mathbf{v}, \Delta v)$. A taxa de variação de f devido a colisões agora pode ser escrita, como

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} &= \frac{f(\mathbf{v}, t) - f(\mathbf{v}, t - \Delta t)}{\Delta t} \\
&= - \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left(\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} f \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} \\
&: \left(\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} f \right)
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Desde que $f = f(\mathbf{v}, t)$ seja independente de Δv , temos

$$\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \int \phi \Delta \mathbf{v} d^3 \Delta v \tag{5.8}$$

$$\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \int \phi \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} d^3 \Delta v. \tag{5.9}$$

A equação (5.7) para $(\partial f / \partial t)_{coll}$ é chamada de equação de Fokker-Planck [5, 7, 17], e o termo $d\langle \Delta \mathbf{v} \rangle / dt$ representa a taxa média de mudança da velocidade média direcionada das partículas devido às colisões de Coulomb. Para um plasma isotrópico, não pode haver uma direção preferida para o momento adquirido em colisões, nem existe uma direção preferida na qual o vetor de velocidade da partícula possa ser desviado, pois neste caso há perda de momento. Desse modo, o termo $d\langle \Delta \mathbf{v} \rangle / dt$ geralmente estará em uma direção oposta a \mathbf{v} . Sua magnitude é conhecida como coeficiente de *fricção dinâmica* que dá origem a uma desaceleração do movimento direcionado da partícula.

Já o termo $d\langle \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \rangle / dt$ é conhecido como coeficiente de *difusão no espaço de velocidade*, pois possui o efeito de defletir as velocidades das partículas por uma região mais abrangente no espaço de velocidade [5, 7, 16, 17].

5.3 Colisões elétron-íon

No **Capítulo 4** analisamos a cinemática de uma sequência de colisões de Coulomb de ângulo pequeno e produzimos quantidades que estão intimamente relacionadas aos coeficientes dinâmicos de fricção e difusão de velocidade [7, 17]. Fizemos isso no caso de elétrons de massa m colidindo com íons muito mais pesados com carga Ze .

Obtivemos uma expressão para $d(\Delta v_{\parallel})/dt$, dada na equação (4.13) que pode ser analisada como idêntica ao atrito dinâmico, isto é,

$$\frac{d\langle\Delta\mathbf{v}\rangle}{dt} = -\frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3} \mathbf{v}. \quad (5.10)$$

No caso da obtenção dos coeficientes de difusão da velocidade, iremos supor que a partícula esteja indo em uma dada direção z . Logo, o tensor $d\langle(\Delta\mathbf{v}\Delta\mathbf{v})\rangle/dt$ terá componentes xx e yy dados por

$$\frac{d\langle(\Delta v_x)^2\rangle}{dt} = \frac{d\langle(\Delta v_y)^2\rangle}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\langle(\Delta v_{\perp})^2\rangle}{dt}. \quad (5.11)$$

onde as demais componentes desaparecem. Todos os termos, como $d\langle\Delta v_x \Delta v_z\rangle/dt$ devem desaparecer devido à falta de qualquer direção preferencial para Δv_x . Do mesmo modo, $d\langle\Delta v_x \Delta v_y\rangle/dt$ deve desaparecer também. Já a componente $d\langle(\Delta v_z)^2\rangle/dt$ possui um termo de segunda ordem, o que leva ao seu não desaparecimento. Mas é desprezado quando comparado com os termos retidos [7].

Usando a equação (4.10) para $d\langle(\Delta v_{\perp})^2\rangle/dt$, podemos escrever o coeficiente de difusão, como

$$\frac{d\langle\Delta\mathbf{v}\Delta\mathbf{v}\rangle}{dt} = -\frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3} (\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}) \quad (5.12)$$

onde \mathbf{I} denota o tensor unitário, e a expressão final é independente da escolha original de \mathbf{v} na direção z .

Substituindo as equações (5.8), (5.9), (5.10), (5.11) e (5.12) na equação (5.7) como expressões dos coeficientes dinâmicos de fricção e difusão de velocidade na equação de Fokker-Planck, obtemos

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{coll} = -\frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0^2 m^2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left(\frac{\mathbf{v} f_e}{v^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} : \left(\frac{\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}}{v^3} f_e \right) \right] \quad (5.13)$$

Para converter a equação (5.13) de uma forma mais simples, é conveniente usar a identi-

dade

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left(\frac{\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}}{v^3} \right) = -\frac{2\mathbf{v}}{v^3} \quad (5.14)$$

que é mais facilmente comprovado usando a notação de índice com a convenção de soma.

Usando a equação (5.14), obtemos o resultado final para a equação de Fokker-Planck,

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll} = -\frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{8\pi \varepsilon_0^2 m^2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left(\frac{\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}}{v^3} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} \right). \quad (5.15)$$

Esta forma da equação de Fokker-Planck descreve a evolução da função de distribuição de velocidade do elétron $f_e(\mathbf{v}, t)$ devido a colisões com íons fixos infinitamente maciços. Embora a equação nesta forma simples se aplique apenas a elétrons colidindo com íons, pode ser derivada uma forma mais geral que se aplica também a colisões elétron-elétron e íon-íon. Em todos os casos, a estrutura da equação é preservada, isto é, existem coeficientes dinâmicos de fricção e difusão de velocidade, que aparecem exatamente como nas equações (5.8) e (5.9), sendo derivadas pelo cálculo dos efeitos de colisão nas velocidades de partículas individuais das espécies que a equação de Fokker-Planck é descrita.

5.4 Aproximação do gás de Lorentz

A forma relativamente simples da equação de Fokker-Planck derivada acima descreve elétrons na aproximação do gás de Lorentz, que se trata de um gás em que os elétrons colidem apenas com íons fixos e não com outros elétrons [7, 16, 20]. Na prática, em que $Z = 1$, as colisões elétron-elétron no plasma são tão frequentes quanto as colisões elétron-íon. No entanto, pela aproximação do gás de Lorentz é útil para muitas aplicações, especialmente porque a forma simples resultante da equação de Fokker-Planck é analiticamente tratável. Esta aproximação será bastante precisa para um plasma composto por íons de carga múltiplas de Ze , uma vez que, neste caso, colisões elétron-íon serão mais frequentes do que colisões elétron-elétron por um fator de ordem $n_i Z^2 / n_e = Z$.

Analizando o caso em que uma distribuição Maxwelliana $f_e \approx \exp(-mv^2/2T)$ fosse substituída na equação de Fokker-Planck calculada anteriormente, o lado direito da equação desapareceria, uma vez que a distribuição Maxwelliana implica em equilíbrio termodinâmico entre as partículas. No entanto, o lado direito da forma do gás de Lorentz da equação de Fokker-Planck desaparece para qualquer f_e que é *isotrópica* no espaço de velocidade, ou

seja, qualquer f_e que dependa apenas de v , porque neste caso

$$(\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = (\mathbf{I}v^2 - \mathbf{v}\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} \frac{\partial f}{v \partial v} = 0. \quad (5.16)$$

Essa propriedade da aproximação do gás de Lorentz decorre do fato de que as colisões elétron-íon não alteram a magnitude dos vetores de velocidade dos elétrons; eles apenas produzem uma dispersão das direções dos vetores.

Uma forma um pouco mais simples da descrição do gás de Lorentz na equação de Fokker-Planck é obtida pela transformação em coordenadas esféricas no espaço de velocidade. Escolhendo alguma direção conveniente para z e escrevendo $v_z = v \cos \theta$, $v_x = v \sin \theta \cos \phi$ e $v_y = v \sin \theta \sin \phi$, podemos usar as expressões padrão para os operadores de gradiente e divergência em coordenadas esféricas para transformar a equação de Fokker-Planck na forma,

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll} = \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{8\pi \varepsilon_0^2 m^2 v^3} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f_e}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f_e}{\partial \phi^2} \right] \quad (5.17)$$

A ausência de termos $\partial/\partial v$ é uma manifestação adicional da constância da magnitude da velocidade nas colisões elétron-íon [7, 17].

5.5 A terceira expressão para η

Na aproximação da resistividade no gás ideal de Lorentz como uma aplicação do uso da equação de Fokker-Planck, faremos a derivação de uma expressão exata para a resistividade elétrica do plasma [7, 16].

Vamos supor que a distribuição de elétrons seja aproximadamente Maxwelliana, isto é,

$$f_{e0} = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2T_e} \right), \quad (5.18)$$

porém esse equilíbrio é levemente perturbado pela aplicação de um pequeno campo elétrico \mathbf{E} na direção z . A ação do campo elétrico fará com que os elétrons acelerem a uma taxa $-eE/m$, e assim, a função de distribuição de velocidade no tempo t pode ser expressa em termos da função de distribuição [7, 17] em um tempo um pouco mais cedo, $t - \Delta t$, isto é,

$$f_e(\mathbf{v}, t) = f_e(\mathbf{v} + e\mathbf{E}\Delta t/m, t - \Delta t). \quad (5.19)$$

Para pequeno Δt , temos

$$f_e(\mathbf{v}, t) - f_e(\mathbf{v}, t - \Delta t) = \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} \Delta t. \quad (5.20)$$

onde o termo da equação acima refere-se à equação de Boltzmann geral, dada por

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_e + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll} = \frac{\partial f_e}{\partial t} + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll}. \quad (5.21)$$

Desta forma, temos que

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_E = \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial \mathbf{v}}. \quad (5.22)$$

Aqui, o subscrito E indica uma taxa de mudança de f_e devido apenas ao efeito do campo \mathbf{E} . Também assumimos que o campo elétrico \mathbf{E} gera apenas uma pequena perturbação da distribuição de velocidade, de modo que $f_e \approx f_{e0}$ pode ser substituída no termo que contém \mathbf{E} . A equação (5.18) constitui um passo em direção à equação de Vlasov completa, que é uma das formas da equação de Boltzmann sem o termo colisional, que trata a evolução de $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ em um campo de força geral.

Assim, quando os elétrons atingem um estado estacionário no qual a força aceleradora do campo elétrico é balanceada pelo arrasto colisional dos íons, devemos ter

$$0 = \frac{\partial f_e}{\partial t} = \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_E + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll} \quad (5.23)$$

ou seja,

$$-\frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{coll} \quad (5.24)$$

Esta equação deve ser resolvida para a parte não maxwelliana de f_e , que iremos denotar como f_{e1} . A expressão de Fokker-Planck dada na equação (5.17) será usada para o termo de colisão à direita na equação (5.24). Essa expressão contém apenas a parte não maxwelliana da função de distribuição, ou seja, f_{e1} , uma vez que sabemos que as colisões não podem afetar a distribuição Maxwelliana f_{e0} . Para nosso cálculo atual, que usa a forma do gás de Lorentz da equação de Fokker-Planck, a propriedade isotrópica da distribuição Maxwelliana é tudo o que é necessário para estabelecer que apenas f_{e1} , e não f_{e0} , entra na expressão.

A distribuição f_{e1} será simétrica em relação ao ângulo de velocidade azimutal em torno da direção z , ou seja, não pode haver dependência de ϕ , uma vez que \mathbf{E} está na direção

z e a própria equação é simétrica em ϕ . Substituindo a distribuição Maxwelliana f_{e0} na equação (5.16), a equação a ser resolvida é

$$\frac{eEvf_{e0}}{T_e} \cos \theta = \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{8\pi \varepsilon_0^2 m^2 v^3} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f_{e1}}{\partial \theta} \right) \quad (5.25)$$

que tem a solução

$$f_{e1} = -\frac{4\pi \varepsilon_0 m^e E v^4 f_{e0} \cos \theta}{n_i Z^2 e^3 T_e \ln \Lambda}. \quad (5.26)$$

A função de distribuição total de elétrons obtida pela adição da distribuição θ -independente Maxwelliana f_{e0} à perturbação θ -dependente f_{e1} é uma distribuição ligeiramente assimétrica, onde existem mais elétrons com $\pi > \theta > \pi/2$ do que com $\pi/2 > \theta > 0$. Em termos de coordenadas cartesianas, há um pouco mais de elétrons com $v_z < 0$ do que com $v_z > 0$. Isso é o que seria esperado para um campo elétrico na direção z , que acelera elétrons carregados negativamente na direção z negativa.

Desta forma, podemos calcular a densidade da corrente na direção z , lembrando que $\mathbf{J} = en_e(\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i)$, temos

$$\begin{aligned} J_z &= -e \int f_{e1} v \cos \theta d^3 v \\ &= \frac{8\pi^2 \varepsilon_0^2 m^2 E}{n_i Z^2 e^2 T_e \ln \Lambda} \int_0^\infty v^7 f_{e0} dv \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \\ &= \frac{32\pi^{1/2} \varepsilon_0^2 E (2T_e)^{3/2}}{m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda} \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde substituímos $d^3 v = 2\pi v^2 \sin \theta d\theta dv$ e também usamos a neutralidade de carga, ou seja, $ne = Zni$. As integrais na equação (5.27) são executadas da seguinte forma: a integral em relação a θ é feita escrevendo $\sin \theta d\theta = -d(\cos \theta)$; a integral sobre v é feita primeiramente escrevendo $v^7 dv = v^6 d(v^2/2)$, então notamos que $f_{e0} \sim \exp(-v^2/2v_t^2)$, de modo que a integral sobre $v^2/2$ pode ser feita por integrações repetidas por partes. Lembrando que $\mathbf{E} = \eta \mathbf{J}$ e que J e E estão na direção z , logo, temos

$$J_z = \frac{32\pi^{1/2} \varepsilon_0^2 \eta J_z (2T_e)^{3/2}}{m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}. \quad (5.28)$$

Desta forma obtemos a resistividade do plasma na aproximação do gás de Lorentz.

$$\eta_L = \frac{m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{32\pi^{1/2} \varepsilon_0^2 (2T_e)^{3/2}} \quad (5.29)$$

Comparando a equação (5.29) com a estimativa simples obtida na equação (4.40), notamos que a resistividade através do gás de Lorentz é menor por um fator de aproximadamente 3,4. Isto deve-se ao fato de que a resistividade mais baixa surge do papel dominante dos elétrons de velocidade mais alta na corrente de transporte na aproximação de Lorentz-gás [7].

5.6 A quarta expressão para η - A resistividade de Spitzer

Os valores da resistividade η calculados anteriormente foram feitos de maneira analítica, mas para a *verdadeira* resistividade do plasma, os cálculos são feitos de maneira numérica. Este cálculo foi realizado por Spitzer e Härm para um plasma de hidrogênio, onde as colisões elétron-elétron são inclusas [16, 21].

$$\eta_S = 0,51 \frac{m_e^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{3 \varepsilon_0^2 (2\pi T_e)^{3/2}} \quad (5.30)$$

A resistividade da aproximação do gás de Lorentz η_L para a resistividade de Spitzer η_S é cerca de 1,7 vezes menor.

A inpotância da colisão elétron-elétron não é necessariamente contribuir para a resistividade, uma vez que não há modificação no momento total da população de elétrons, mas há mudança quanto a distribuição de elétrons de modo a aumentar o arrasto total dos elétrons devido a colisões com íons. No modelo do gás de Lorentz, os elétrons supratérmicos possuem uma tendência a transportar a maior parte da corrente, uma vez que a frequência de colisão elétron-íon diminui com o aumento da velocidade dos elétrons. Quando as colisões elétron-elétron são postas, estes elétrons do modelo de Lorentz são mais fortemente acoplados e desacelerados pelos elétrons térmicos, e desta forma aumentam indiretamente seu acoplamento colisional aos íons [7].

6 O DISPOSITIVO TOKAMAK

No presente capítulo falaremos a respeito do Tokamak, um dispositivo de forma toroidal capaz de confinar o plasma a altas temperaturas. Veremos sua origem, seu funcionamento e um pouco do que é preciso para que o plasma seja formado e confinado em seu interior. Logo em seguida, falaremos especificamente do tokamak TCABR, um reator de fusão brasileiro, onde alguns dados foram obtidos para o presente trabalho.

6.1 Origem

Para o presente estudo, será abordado o tokamak padrão [22–24], onde $\frac{R}{r} \gg 1$ é a razão de aspecto, sendo R o raio maior e r o raio menor, diferindo assim, do tokamak esférico, como mostra a figura (6.1), onde a é o raio do plasma. Para que não haja confusão dos termos, deixaremos $R = R_0$ e $r = r_0$.

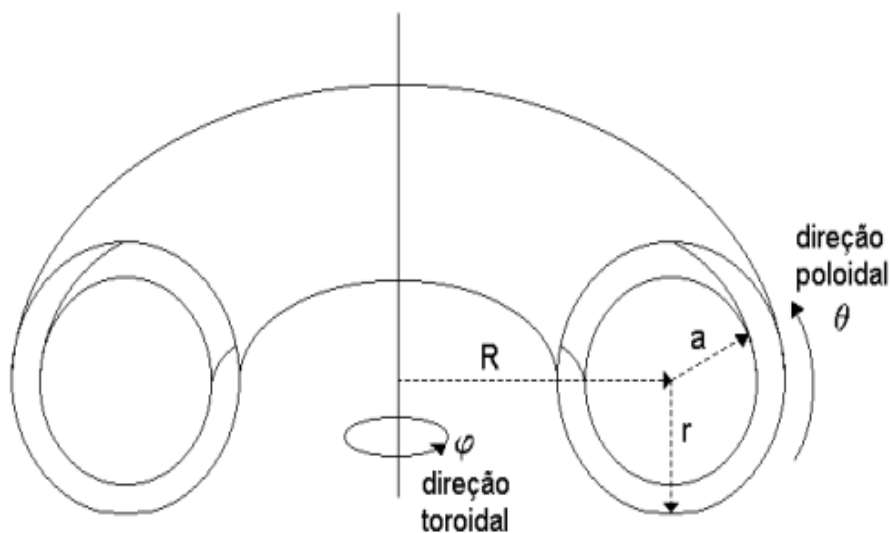


Figura 6.1 - Raios da seção reta de um tokamak

Fonte: adaptada de [25, p. 34].

Os dispositivos de confinamentos magnéticos denominados tokamaks foram inventados pelos físicos soviéticos Igor Tamm e Andrei Sakharov no ano de 1950 [1, 9, 10, 22]. Na década seguinte alguns tokamaks já estavam em operação no Instituto Kurchatov, cujos resultados obtidos foram apresentados na conferência de Novosibirsk em 1968 pelo físico soviético Lev Andreievich Artsimovich. Estes resultados foram considerados duvidosos até então. Mas um grupo de físicos britânicos que trabalhou em 1969 no instituto realizou

medidas da temperatura dos elétrons pelo método de espalhamento a laser no tokamak T-3 [26], chegando à conclusão de que os resultados eram verídicos. Com isso, a comunidade científica realizou um esforço mundial no incentivo de que mais tokamaks fossem contruídos para que diagnósticos mais precisos fossem realizados [9, 22, 27, 28]. Na figura (6.2), vemos as primeiras imagens dos primeiros tokamaks.

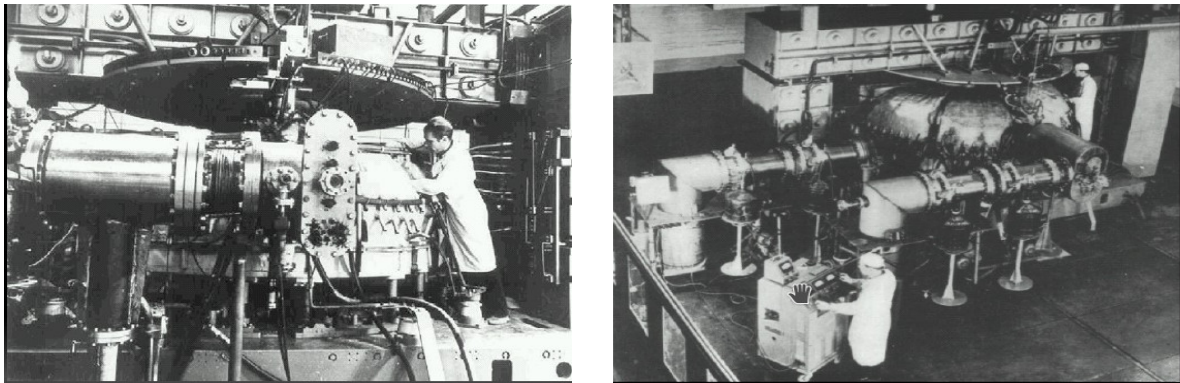


Figura 6.2 - Primeiros tokamaks no Instituto Kurshatov

Fonte: 29.

6.2 Estrutura

Os tokamaks possuem uma forma de toróide no qual o plasma dentro do vaso a vacuo é governado por campos magnéticos [1–3, 5, 22]. O principal campo magnético da máquina é o campo toroidal B_ϕ . A geração deste campo dá-se pela corrente poloidal I_θ que percorre as bobinas toroidais localizadas ao redor do vaso. Apesar do campo magnético toroidal B_ϕ ser o mais importante, ele por si só não tem total controle quanto ao confinamento do plasma. Devido à pressão que o plasma exerce e à ausência de um equilíbrio, é necessário outro campo magnético; o campo poloidal B_θ . Este campo origina-se a partir da corrente de plasma I_p , sendo tipicamente uma ordem de grandeza menor do que o campo magnético toroidal B_ϕ . A junção do campo toroidal B_ϕ e do campo poloidal B_θ , origina as linhas de forças magnéticas helicoidais responsáveis pelo confinamento das partículas e da estabilidade do plasma, como mostra a figura (6.3). Apesar disso, a coluna de plasma tende a se expandir lateralmente devido à concentração das linhas do campo magnético poloidal na região interna do toróide. Para que isto seja compensado, um campo magnético vertical B_v é criado. A interação deste campo com as partículas resulta em uma força $\mathbf{J} \times \mathbf{B}_v$ para dentro do vaso de forma que a coluna de plasma permaneça no interior do vaso. O campo vertical é gerado pela corrente vertical I_v que percorre as espiras postas concêntricamente ao vaso, sendo uma posta abaixo e outra acima [5, 22, 30, 31].

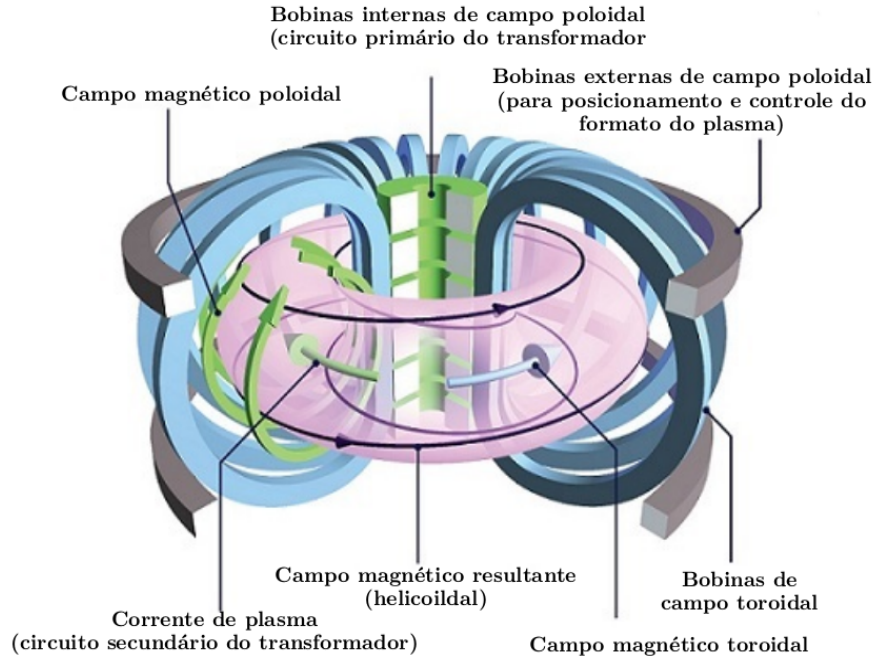


Figura 6.3 - Exemplo do funcionamento de um tokamak

Fonte: adaptada de [23, p. 29].

6.3 Formação do plasma

Para formar o plasma em um tokamak, uma certa massa de gás precisa ser ionizada e alcançar o ponto de ruptura denominado *breakdown* [28, 32], e o campo elétrico toroidal E_ϕ deve possuir um valor significativo. Este processo leva em conta alguns fatores para a formação do plasma como, pressão, campos magnéticos, composição do gás, geometria do dispositivo dentre outros. No caso da ionização de apenas um átomo de hidrogênio, seria necessário um campo elétrico na ordem de 10^{10} V/cm [32]. Desta forma, átomos neutros são injetados no gás e são acelerados pelo campo elétrico E_ϕ , criando colisões que se desencadeiam. Depois de um certo tempo, a ionização está completa e a coluna de plasma é formada [33].

A formação do campo elétrico toroidal E_ϕ é devido ao fluxo magnético gerado pela uma bobina central. Esta bobina é alimentada por um banco de capacitores externos, e com o fechamento da chave, a corrente central I_c percorre a bobina central gerando um forte fluxo magnético Φ [5]. De acordo com a Lei de Faraday, temos

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \rightarrow \quad 2\pi R E_\phi = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \rightarrow \quad E_\phi = -\frac{1}{2\pi R} \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (6.1)$$

6.4 Aquecimento do plasma

A corrente toroidal I_ϕ é uma fonte de aquecimento do plasma que funciona através da resistência à corrente causada pela ionização. Esta forma de aquecimento é ôhmica e em baixas temperaturas é bastante intensa, chegando a alguns keV, porém é menos eficaz a temperaturas mais altas. Isto deve-se ao fato de que sua resistência varia com a temperatura, $T_e^{-3/2}$. Sendo assim, para que o reator se autossustente, a temperatura de ≥ 10 keV deve ser alcançada por outras formas de aquecimento junto com o aquecimento ôhmico.

Uma destas formas de aquecimento é por injeção de partículas neutras no plasma. Quando os átomos neutros são injetados em um plasma, sua trajetória segue em linha reta pois o campo magnético não os afeta. Após se ionizarem, os íons rápidos resultantes são desacelerados pelas interações coulombianas. À medida que isto ocorre, uma transferência de energia para as partículas do plasma é feita, tornando os íons e elétrons aquecidos [1, 5, 9].

Há outras formas de aquecimento do plasma, e uma delas é por radiofrequência. Esta forma de aquecimento é realizada por uma fonte externa e transmitida ao plasma por meio de ondas eletromagnéticas. É bastante eficaz no aumento de temperatura do plasma, levando-o ao ponto de ignição e muito útil no que diz respeito aos tokamaks atuais [1, 5].

6.5 O TCABR

O tokamak TCABR (Tokamak Brasileiro de Aquecimento Alfvén) trata-se de um dispositivo de porte médio e encontra-se no Instituto de Física da Universidade de São Paulo, como mostra a figura 11. Foi construído no CRPP (Centre de Recherche en Physique des Plasmas/Association Euraton-Suisse), em Lausanne na Suíça e chegou ao Brasil no ano de 1994. Nos anos posteriores sofreu modificações de aprimoramento no Instituto de Física da USP [23, 25, 34, 35]

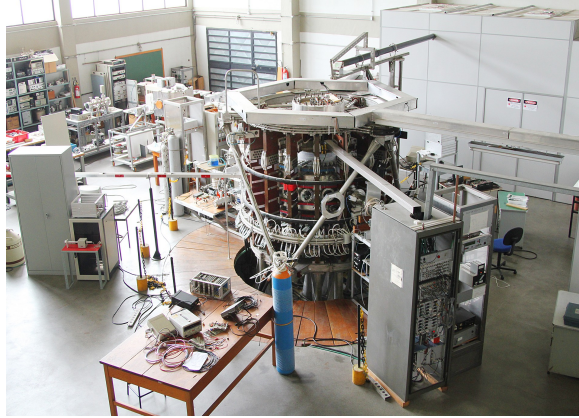


Figura 6.4 - Imagem do TCABR no Instituto de Física da USP

Fonte: 36.

As pesquisas no TCABR consistem em algumas linhas de pesquisa, como, a utilização de ondas de Alfvén para geração de corrente e aquecimento do plasma, confinamento magnético, instabilidade MHD, interação plasma-parede, entre outros. Seu tamanho possibilita pesquisas relacionadas à borda do plasma, sendo possível ter acesso através do uso de sondas eletrostáticas e outros diagnósticos.

Sobre sua configuração, o TCABR possui uma câmara a vácuo com seção retangular de $42 \text{ cm} \times 52 \text{ cm}$. Trabalha com uma pressão na câmara a vácuo de até $2 \times 10^{-7} \text{ mbar}$, cuja obtenção provém de duas bombas turbomoleculares. O campo magnético toroidal B_ϕ gerado por 72 bobinas pode chegar a $\sim 1,07 \text{ T}$. As 72 bobinas estão organizadas em 18 pacotes, onde cada bobina suporta uma corrente elétrica de até 53 KA. O sistema ôhmico é formado por um solenoide com 200 espiras, onde cada espira suporta uma corrente de $\sim 5,5 \text{ kA}$. A tabela (6.1) abaixo mostra alguns dos parâmetros do TCABR [34].

Campo magnético toroidal	B_ϕ	1,07 T
Corrente de plasma	I_p	100 KA
Duração de descarga	τ_d	120 ms
Densidade central de elétrons	n_e	$3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Raio maior	R_0	0,61 m
Raio menor	r_0	0,18 m
Temperatura média de elétrons	T_e	400 ~ 500 eV

Tabela 6.1 - Parâmetros básicos do TCABR

Fonte: adaptada de [35, p. 22].

Além das bobinas do campo magnético toroidal, há também as bobinas de campo vertical, como mostra a figura (6.5).

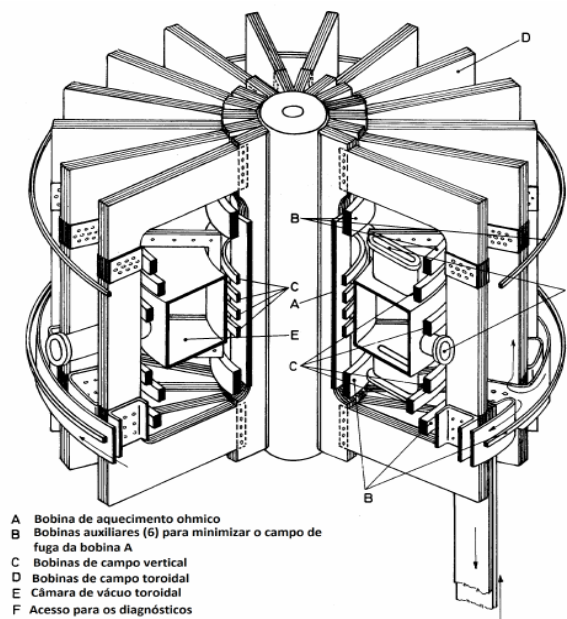


Figura 6.5 - Modelo esquemático do TCABR

7 DIAGNÓSTICOS

Nos capítulos anteriores focamos na obtenção das expressões analíticas para as resistividades. Mas neste capítulo falaremos dos diagnósticos, a parte experimental do trabalho, o que consiste na medição da temperatura dos elétrons e das medições magnéticas. Das medições magnéticas básicas temos: a corrente de plasma I_p e a voltagem de loop V_l . Quanto à obtenção da temperatura, há duas alternativas, sendo elas *o espalhamento Thomson* e a *emissão de elétron ciclotron – ECE*.

7.1 Bobina Rogowski

A determinação da corrente de plasma I_p geralmente é feita com o uso de uma bobina Rogowski. A bobina Rogowski é um sensor de corrente inteligente e seu nome significa um condutor enrolado na forma toroidal feito de material não ferromagnético. Seu uso adequa-se ao uso de medições de correntes sinusoidais na frequência de rede, onde a bobina é enrolada em torno da corrente que se deseja medir [37].

A lei de Ampère relaciona a integral da força do campo magnético em torno de um circuito fechado à corrente total envolvida pelo circuito, onde

$$I = \frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \quad (7.1)$$

onde $d\mathbf{l}$ é um elemento de comprimento do loop. Geralmente a corrente de plasma é determinada por uma bobina contínua, como mostra a figura (7.1). A bobina consiste em uma bobina de fio de múltiplas voltas que, em vez de envolver completamente o plasma, retorna ao longo da bobina para evitar o fechamento de qualquer fluxo líquido paralelo à corrente que se deseja medir.

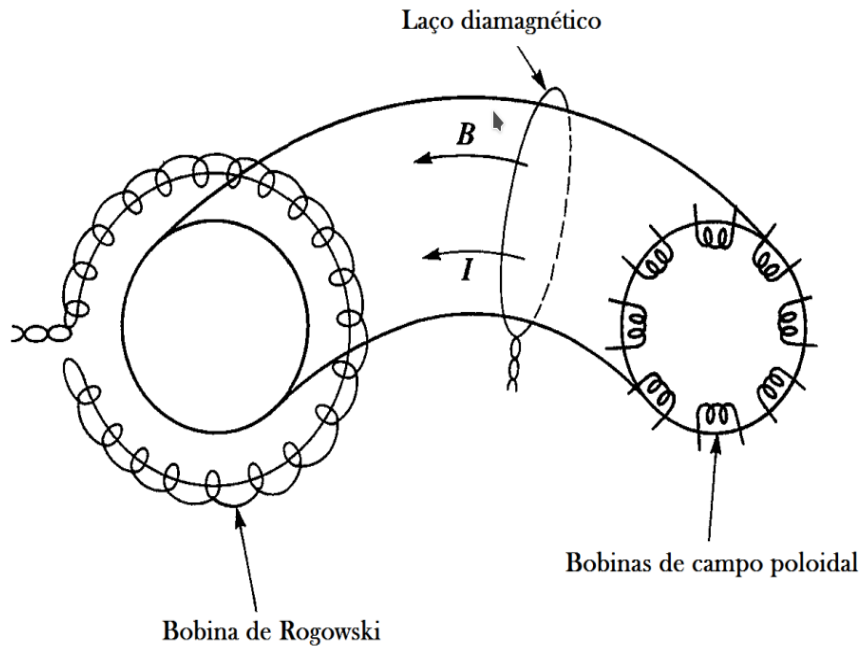


Figura 7.1 - Diagrama esquemático dos diagnósticos magnéticos

Fonte: adaptada de [5, p. 501].

Se as voltas da bobina forem pequenas em relação ao seu comprimento total, o campo magnético \mathbf{B} irá variar apenas ligeiramente em uma volta e o fluxo medido por unidade de comprimento da bobina será dado por

$$d\Phi = nA\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}, \quad (7.2)$$

onde há n voltas por unidade de comprimento, cada uma de área A [5, 37]. Desta forma, o fluxo total que liga a bobina Rogowski é

$$\Phi = nA \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}. \quad (7.3)$$

Para a medição do campo magnético local, usa-se uma pequena bobina. O princípio é determinar o fluxo que liga a bobina a partir da voltagem induzida V [5, 9], isto é

$$\Phi = - \int_{t_0}^t V(t) dt, \quad (7.4)$$

e para calcular o valor médio da componente normal do campo magnético \mathbf{B} a partir do

fluxo, usamos

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = \frac{\Phi}{NA}, \quad (7.5)$$

onde N representa o número de voltas e A é a área média. Todas as componentes do campo magnético podem ser medidas usando um conjunto de bobinas ortogonais.

Utilizando as equações (7.1), (7.2) e (7.4), podemos obter a corrente fechada [5]

$$I(t) = -\frac{\int_{t_0}^t V(t)dt}{nA\mu_0}. \quad (7.6)$$

7.2 Voltagem de Loop

A voltagem de Loop, também chamada de tensão de enlace, é uma medida da tensão induzida devido a variação do fluxo magnético do transformador central do tokamak. Esta medida é obtida de uma espira que envolve o vaso da direção toroidal. A figura (7.2) mostra o posicionamento da bobina Rogowski e da espira de enlace [5, 23, 35].

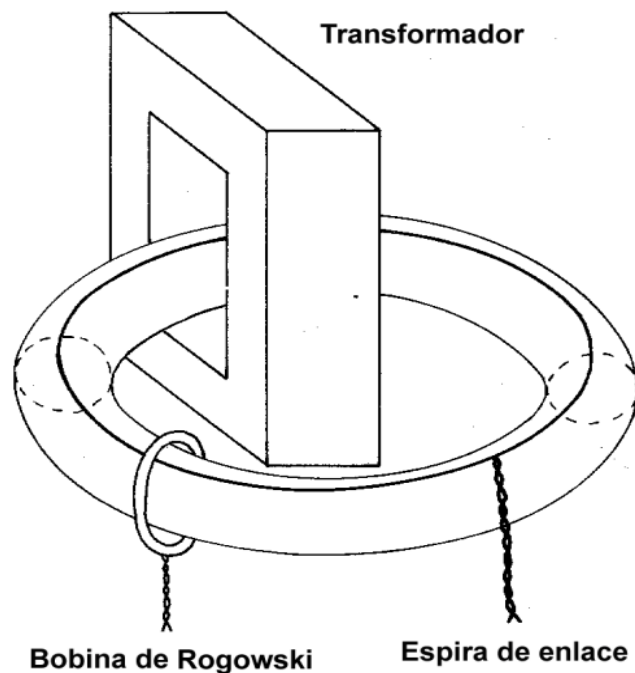


Figura 7.2 - Modelo ilustrativo das posições das bobinas

Fonte: adaptada de [34, p. 33].

Uma vez que as medidas da corrente de plasma e da voltagem de Loop são obtidas, podemos obter a temperatura média dos elétrons a partir da resistividade [32, 35, 38–41].

7.3 Espalhamento Thomson

A técnica de espalhamento Thomson utilizada para a medição da temperatura do elétron consiste do grau de ampliação do espectro da radiação laser dispersa. Esta técnica de diagnóstico é conhecida por possui uma alta precisão, o que fornece informações tanto da densidade, distribuição e temperatura do elétrons ainda que possa ter algumas incertezas nas medições de entrada no modelo de medição, como por exemplo um sinal de luz dispersa [42]. Utiliza-se uma luz monocromática de alta intensidade para atravessar a seção transversal do plasma fazendo com que os elétron livres oscilem na frequência do feixe de entrada. A radiação dipolar é proveniente da emissão dos elétrons acelerados e é detectada e registrada. O sinal é então integrado em todos os comprimentos de onda dispersos, sendo proporcional à densidade dos elétrons e à largura do espectro disperso pelo efeito Doppler, fornecendo a informação da temperatura [5, 43].

7.4 Emissão de elétron ciclotron – ECE

Diferente do espalhamento Thomson, a emissão de elétron ciclotron trata-se de uma técnica passiva e também bem conhecida. Os elétrons de um plasma que giram magneticamente em torno das linhas de campo emitem radiação eletromagnética em determinadas frequências. Em certas ocasiões, estas emissões estão diretamente relacionadas à temperatura dos elétrons. As medições do ECE possuem um bom desempenho no estudo do desempenho do plasma, tendo a capacidade de medir a temperatura do elétron com uma boa resolução temporal e espacial [5, 44, 45].

8 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo trata da união dos processos teóricos desenvolvidos ao longo do trabalho junto com o processo experimental. Aqui avaliaremos o termo da resistividade em função dos parâmetros do tokamak como os raios R_0 e r_0 , a corrente de plasma I_p medida através da bobina Rogowski e a voltagem de loop V_l . Com estas informações podemos obter então a temperatura eletrônica média.

8.1 O Valor Numérico de η

No **Capítulo 4** obtivemos uma boa aproximação da resistividade dada pela equação (4.40). Já no **Capítulo 5** calculamos a expressão exata para a resistividade do plasma na aproximação do gás de Lorentz dada na equação (5.29), e por último, introduzimos a resistividade de Spitzer. Das equações, temos

$$\eta_a = 1,41 \frac{m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{12 \pi^{3/2} \varepsilon_0^2 T_e^{3/2}}, \quad (8.1)$$

$$\eta_L = \frac{m^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{32 \pi^{1/2} \varepsilon_0^2 (2T_e)^{3/2}}, \quad (8.2)$$

$$\eta_S = 0,51 \frac{m_e^{1/2} Z e^2 \ln \Lambda}{3 \varepsilon_0^2 (2\pi T_e)^{3/2}}, \quad (8.3)$$

sendo η_a a resistividade aproximada, η_L a resistividade de Lorentz e η_S a resistividade de Spitzer.

Substituindo os valores das constantes, temos

$$\eta_a = \frac{10 \times 10^{-5} Z \ln \Lambda}{T_e^{3/2}} \quad (8.4)$$

$$\eta_L = \frac{3 \times 10^{-5} Z \ln \Lambda}{T_e^{3/2}} \quad (8.5)$$

e

$$\eta_S = \frac{5,2 \times 10^{-5} Z \ln \Lambda}{T_e^{3/2}} \quad (8.6)$$

Deixaremos $Z = 1$ e $\ln \Lambda = 17$ [5]. Logo,

$$\eta_a = \frac{1,7 \times 10^{-3}}{T_e^{3/2}} \Omega \text{ m} \quad (8.7)$$

$$\eta_L = \frac{5,1 \times 10^{-4}}{T_e^{3/2}} \Omega \text{ m} \quad (8.8)$$

e

$$\eta_S = \frac{8,84 \times 10^{-4}}{T_e^{3/2}} \Omega \text{ m} \quad (8.9)$$

A equação (8.9) é ideal no caso da ausência de um campo magnético ou na ausência da componente de corrente paralela em relação a este campo. O movimento de cíclotron torna a função de distribuição de elétrons mais isotrópica na direção perpendicular a um campo magnético de forma que, $\eta_{\perp} = 1,96\eta_{\parallel}$, onde $\eta_{\parallel} = \eta_S$ [5]. Desta forma, temos

$$\eta_{\perp} = \frac{1,73 \times 10^{-3}}{T_e^{3/2}}. \quad (8.10)$$

Sabemos que a resistividade é uma propriedade de um dado material, enquanto que a resistência é a propriedade de um dispositivo [46]. Por esta definição, podemos realizar o cálculo da resistência a partir da resistividade, logo,

$$R = \eta \frac{L}{A} \quad (8.11)$$

onde L é o comprimento, no nosso caso o do tokamak, e A a área da seção onde atravessa o plasma, no caso do TCABR, uma área de seção quadrada, sendo $L = 2\pi R_0$ e $A = 4r_0^2$. Isolando η , temos

$$\eta = \frac{RA}{L}, \quad (8.12)$$

Lembrando também que

$$R = \frac{V}{I} \quad (8.13)$$

temos que,

$$\eta = \frac{2r_0^2 V_l}{\pi R_0 I_p} \quad (8.14)$$

onde V_l é a voltagem de loop e I_p é a corrente de plasma. Isolando T_e nas três equações, temos

$$T_{e1} = 13,66 \times 10^{-2} \left(\frac{I_p}{V_l} \right)^{2/3} \quad \text{Para a resistividade aproximada,} \quad (8.15)$$

$$T_{e2} = 6,12 \times 10^{-2} \left(\frac{I_p}{V_l} \right)^{2/3} \quad \text{Para a resistividade de Lorentz} \quad (8.16)$$

$$T_{e3} = 13,82 \times 10^{-2} \left(\frac{I_p}{V_l} \right)^{2/3} \quad \text{Para a resistividade de Spitzer,} \quad (8.17)$$

onde $R_0 = 0,61$ m e $r_0 = 0,18$ m.

Obtemos três valores para as devidas temperaturas em função das respectivas resistividades. Todas as temperaturas formuladas acima apresentam um bom desempenho, tanto que equação (8.15) é menor apenas por um valor de 0.16 da equação (8.17). Porém faremos apenas o uso da temperatura em relação à resistividade de Spitzer comumente usada [38, 39].

8.2 O Sinal da bobina Rogowski e da voltagem de Loop

Os dados da corrente de plasma e da voltagem de loop foram obtidos através de um banco de dados do TCABR. No total, utilizamos 13 disparos, sendo 10 de forma aleatória e 3 para comparação. Os dados obtidos vieram na forma de arquivos de texto. No primeiro instante, foi formulado um pequeno programa em *Fortran 90* para o cálculo da temperatura, usando a equação (8.17). Em cada arquivo, tanto da corrente quanto da voltagem, haviam cerca de 40 a 50 mil pontos. Uma vez calculados, esses dados foram gerados em outros arquivos de texto contendo informações da temperatura.

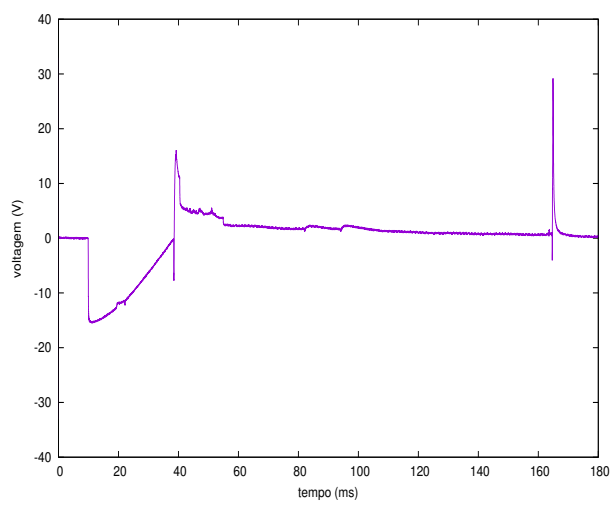
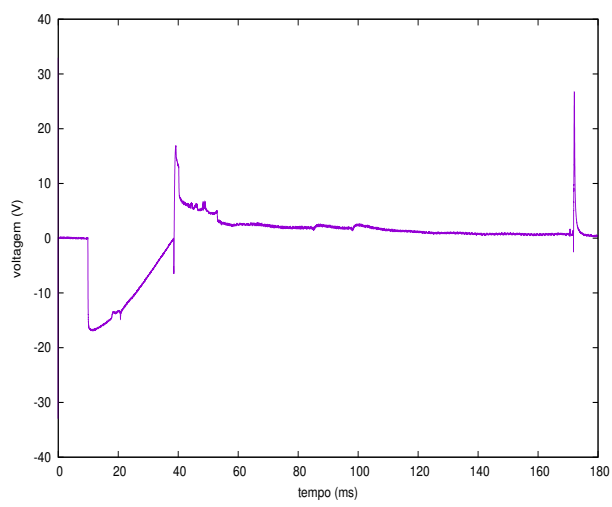
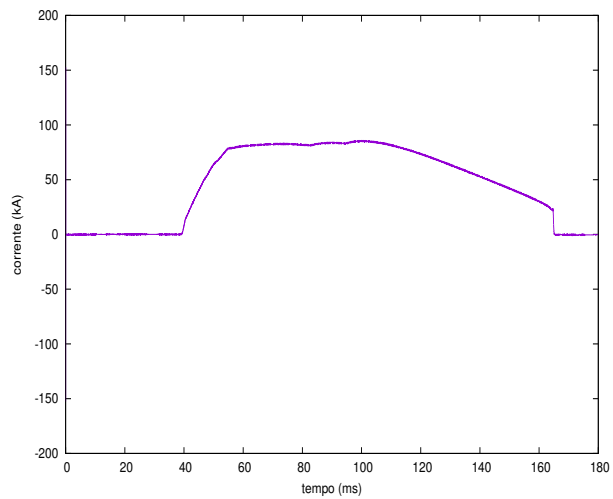
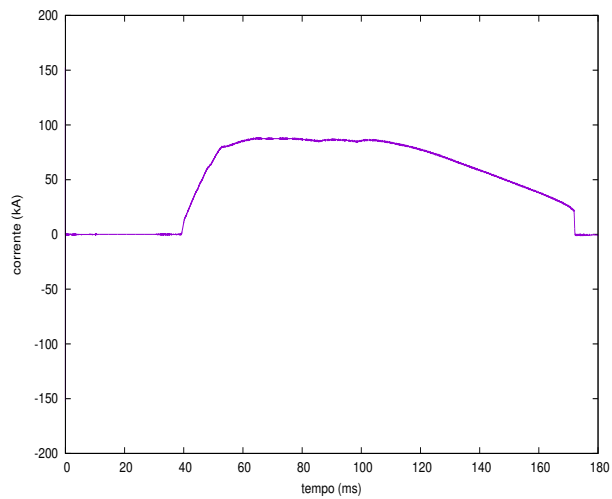
Quanto aos gráficos, uma vez que temos os arquivos de texto da corrente, temperatura e voltagem de loop, fizemos a plotagem do gráficos utilizando o program Gnuplot, fornecendo assim uma evolução temporal.

Em todos os gráficos da corrente de plasma, há uma queda da corrente em um determinado tempo. Essa queda de corrente abrupta produz um aumento na tensão, como mostram os

gráficos da voltagem de loop. Para os gráficos da evolução temporal, notamos um grande distúrbio de linhas paralelas no final do gráfico. Essas linhas surgem da resolução da equação (8.17), pois em determinados pontos nos arquivos de texto da voltagem, haviam valores nulos e muito próximos à zero.

Quanto aos valores da temperatura nos gráficos, estes ficaram com uma máxima em torno de 150 a 400 eV.

Abaixo, vemos as plotagens dos gráficos da corrente de plasma, voltagem de loop e temperatura.



24231

24472

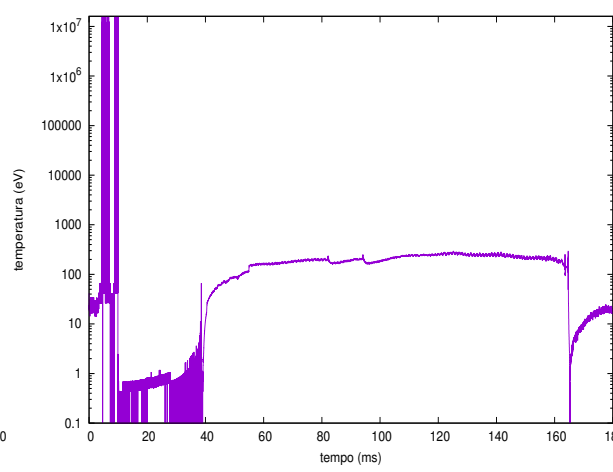
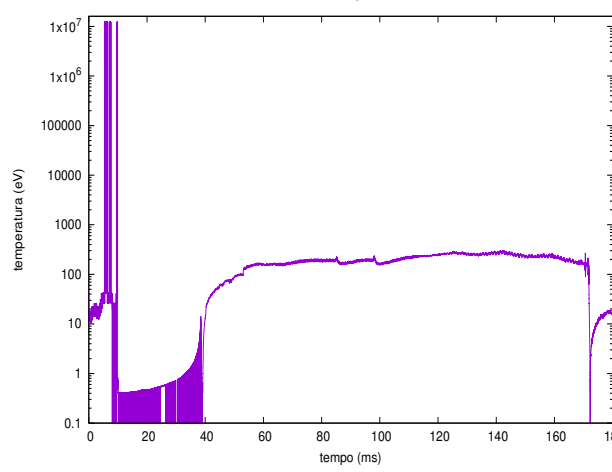


Figura 8.1 - Disparo 24231

Figura 8.2 - Disparo 24472

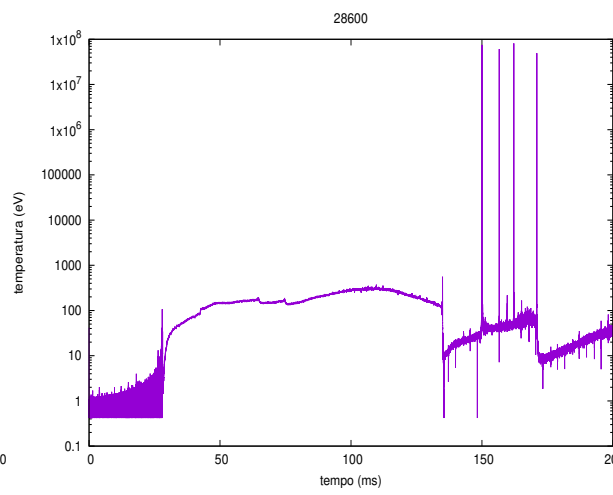
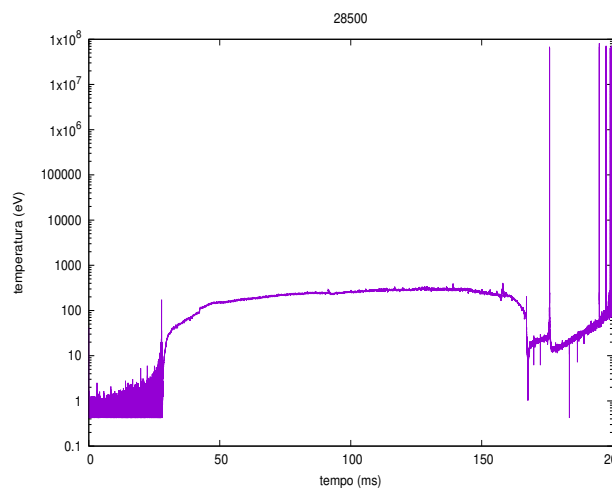
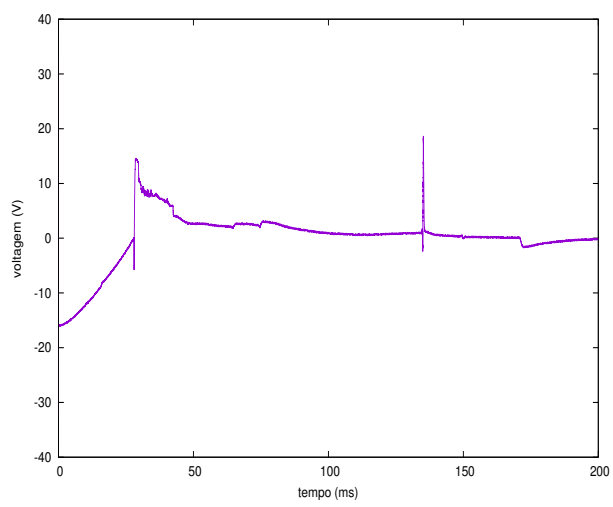
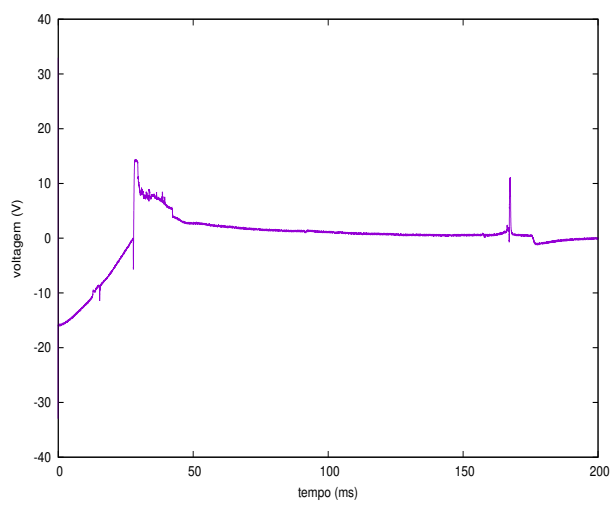
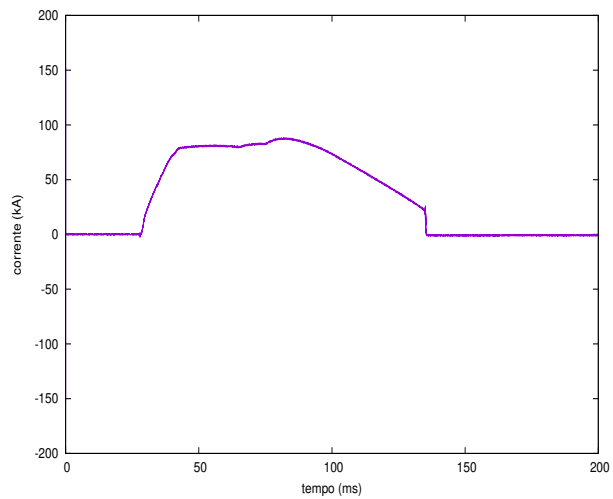
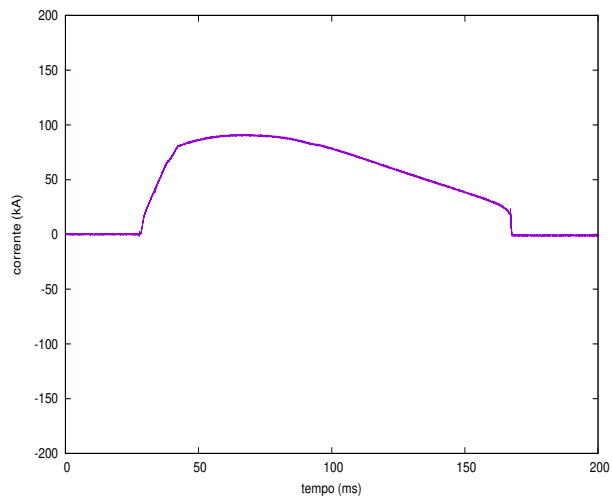


Figura 8.3 - Disparo 28500

Figura 8.4 - Disparo 28600

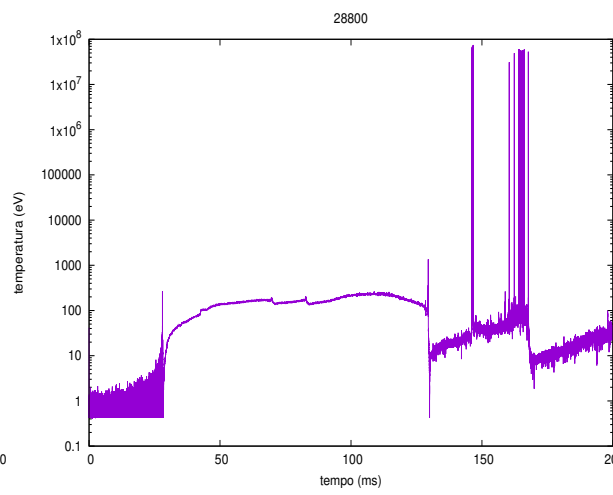
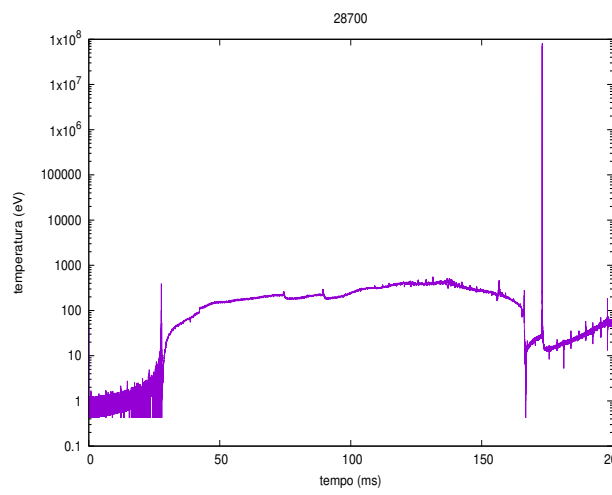
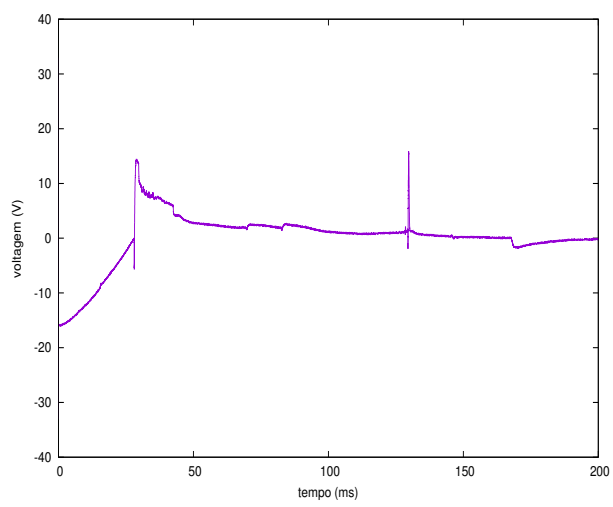
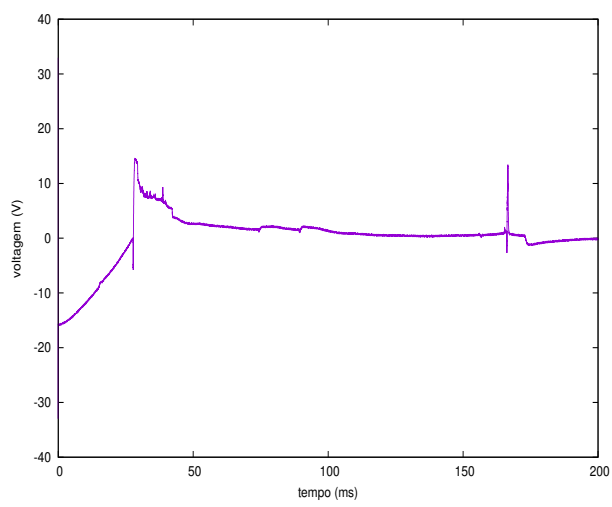
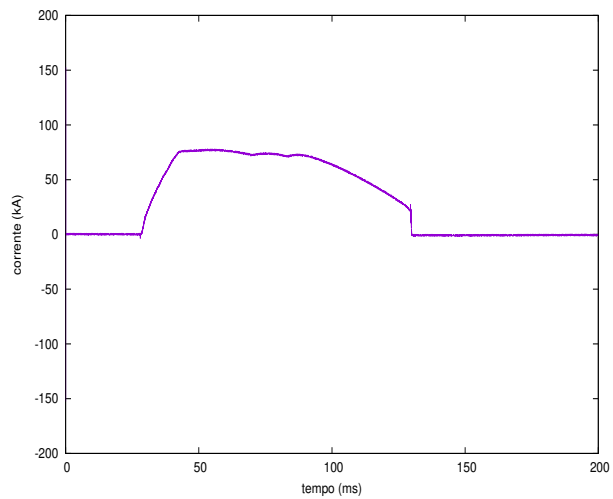
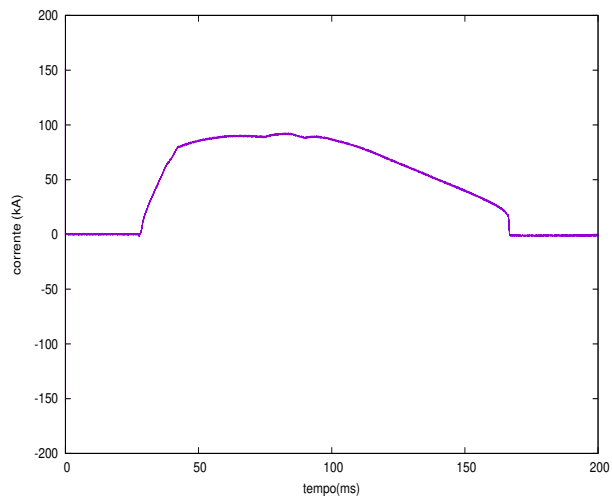


Figura 8.5 - Disparo 28700

Figura 8.6 - Disparo 28800

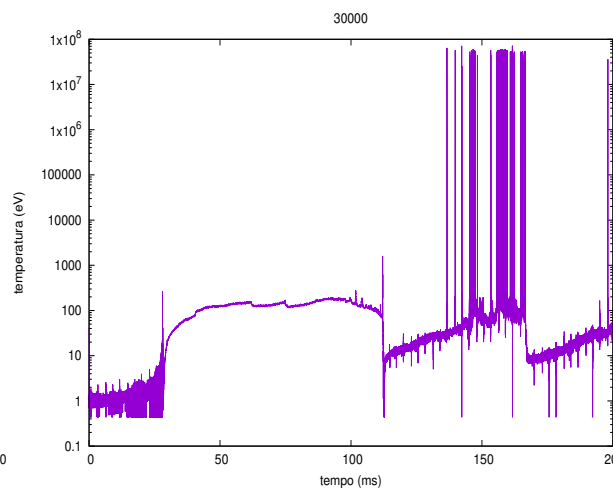
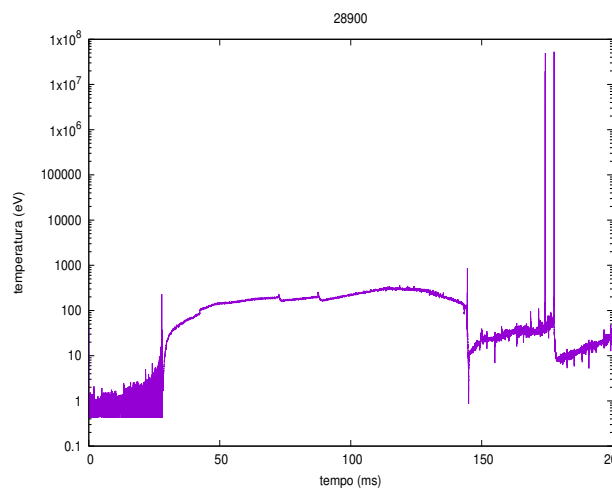
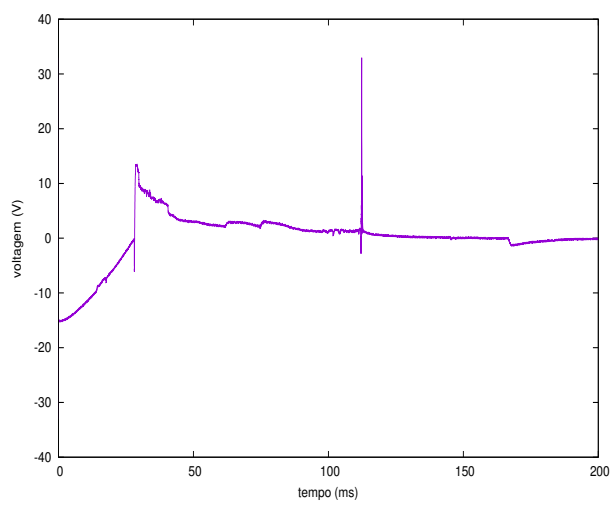
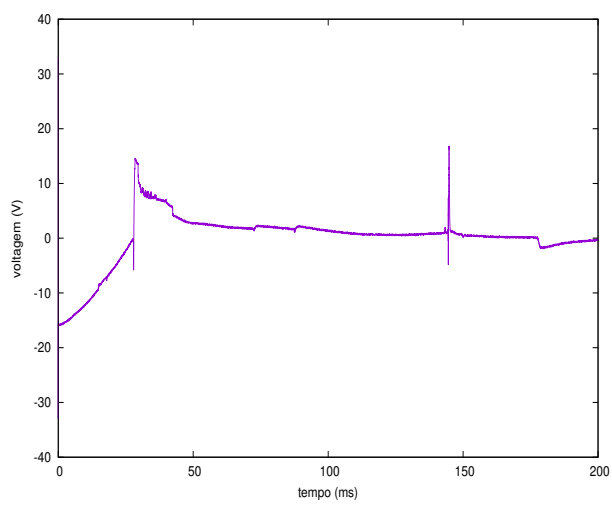
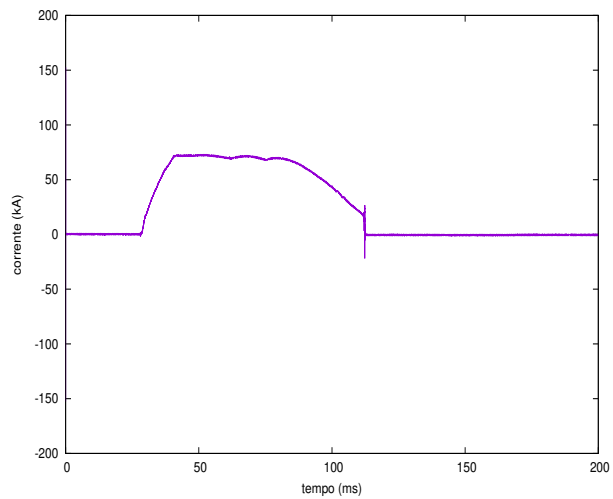
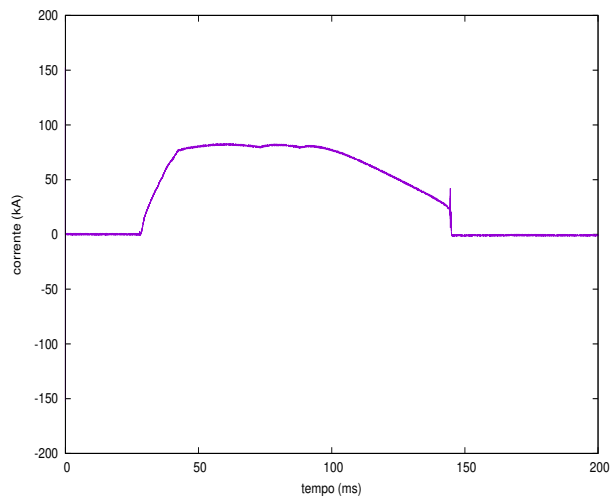


Figura 8.7 - Disparo 28900

Figura 8.8 - Disparo 30000

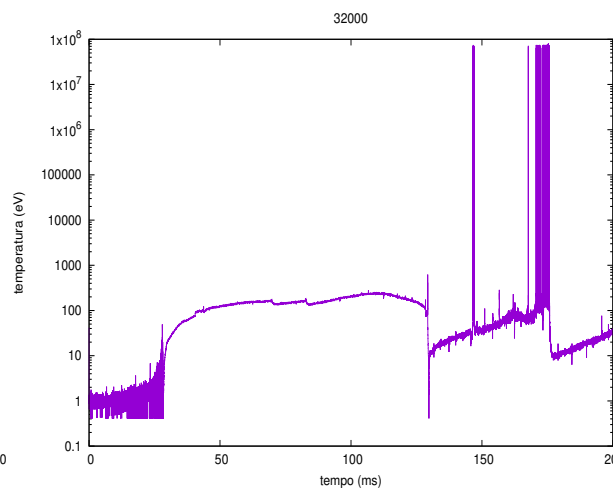
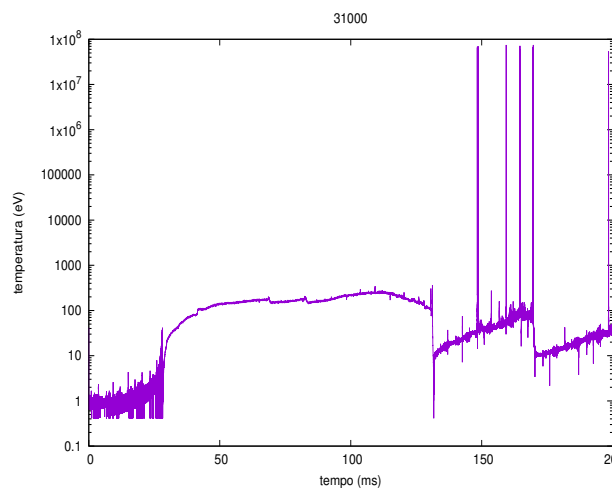
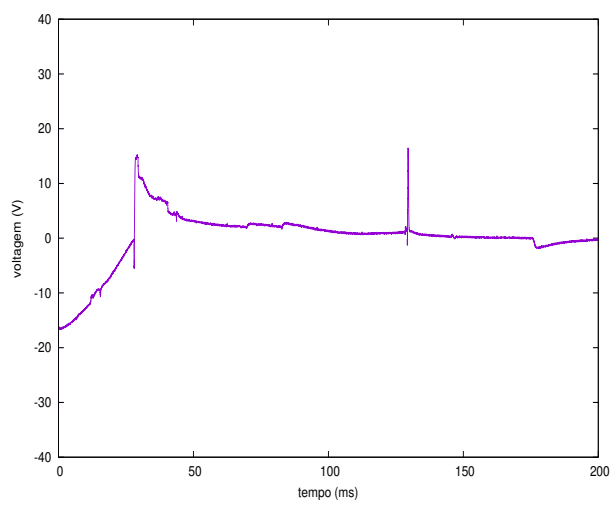
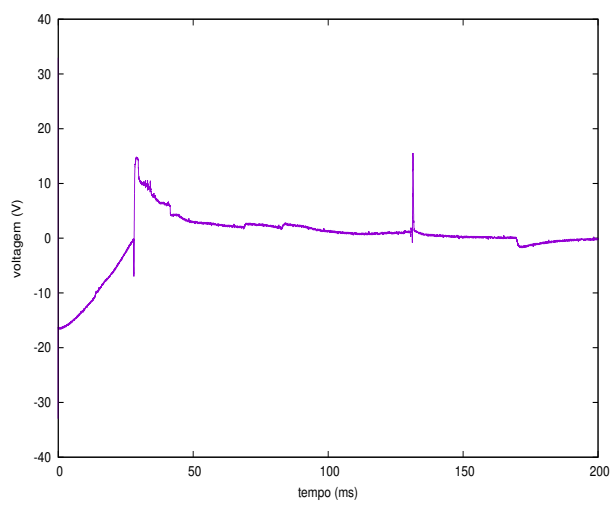
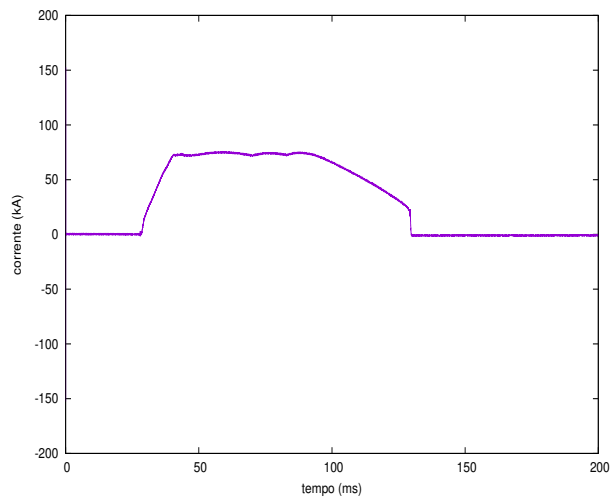
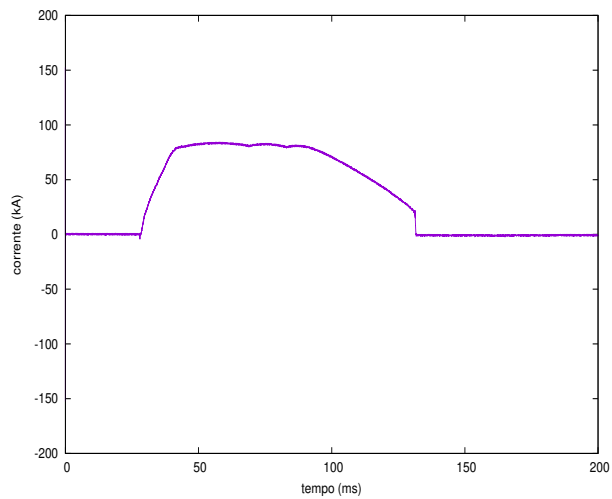


Figura 8.9 - Disparo 31000

Figura 8.10 - Disparo 32000

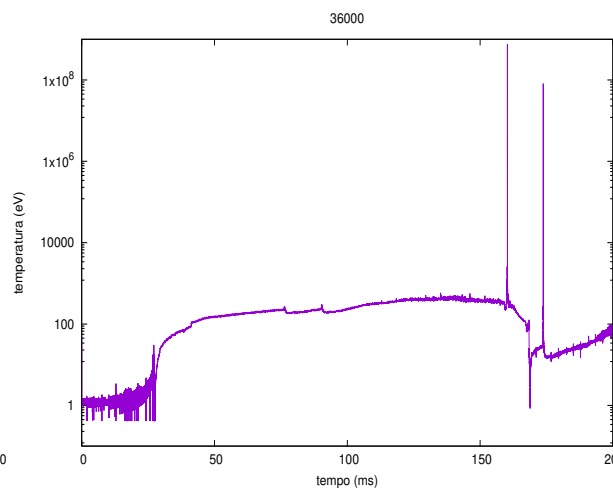
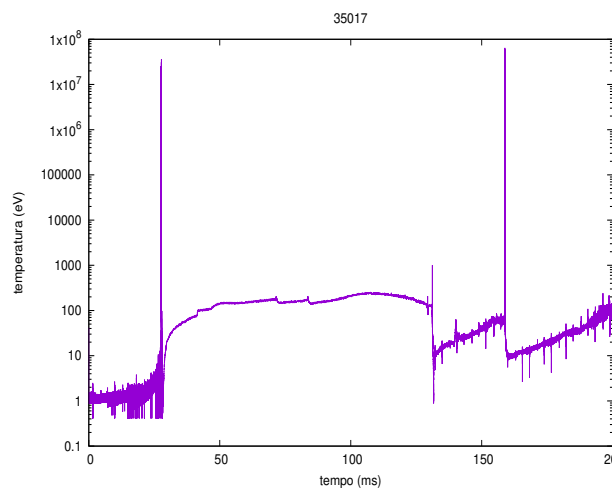
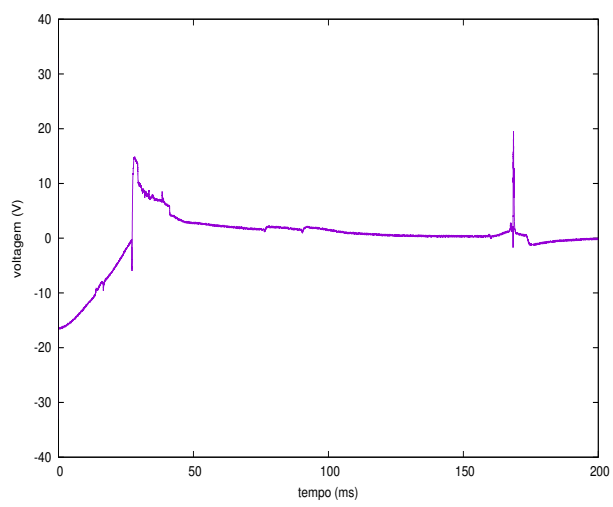
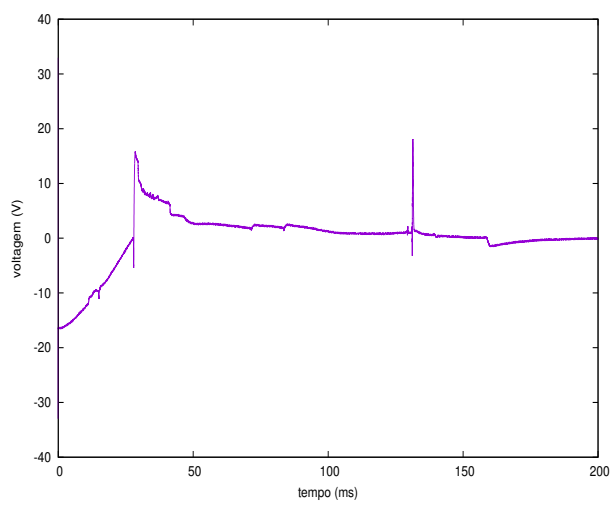
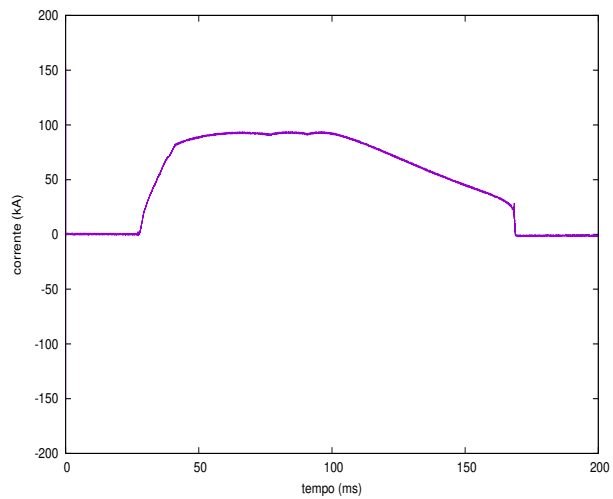
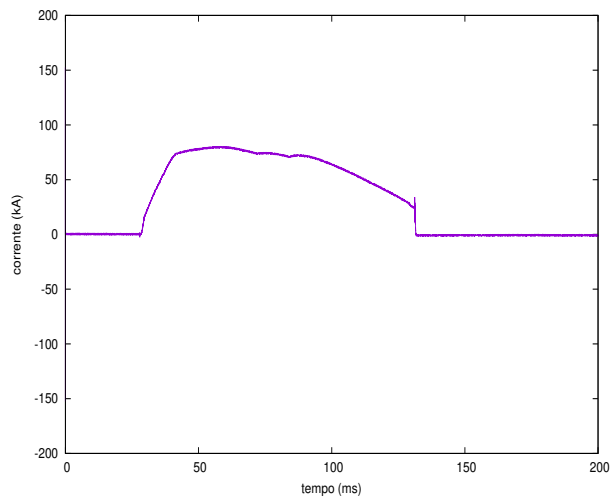


Figura 8.11 - Disparo 35017

Figura 8.12 - Disparo 36000

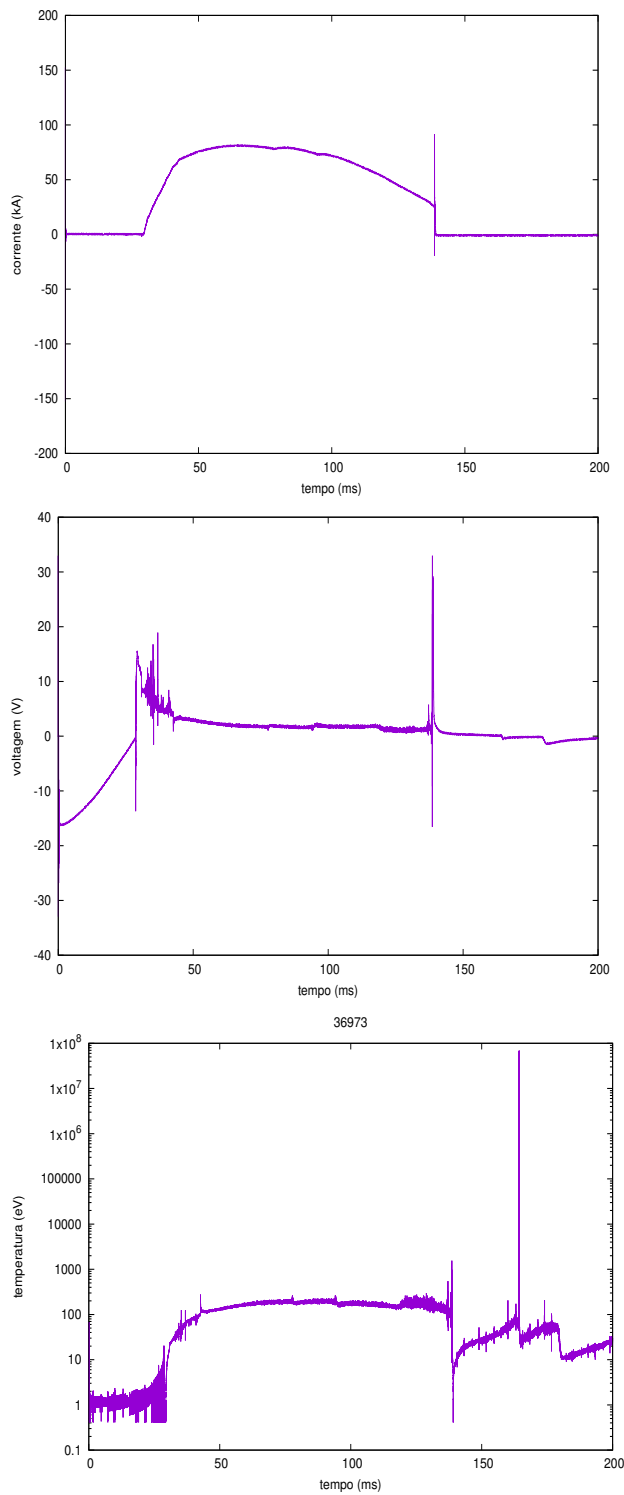


Figura 8.13 - Disparo 36973

Quando ignoramos os distúrbios dos gráficos da temperatura, podemos comparar nosso gráficos da evolução temporal com gráficos obtidos experimentalmente. Fazendo uma comparação com o trabalho [47] que utiliza a técnica ECE onde os disparos 24472 e 24231

foram tomados, percebemos, ainda que de forma aproximada, semelhança entre os gráficos da evolução temporal da temperatura, uma vez que esta medida trata-se da evolução temporal da temperatura central da coluna de plasma.

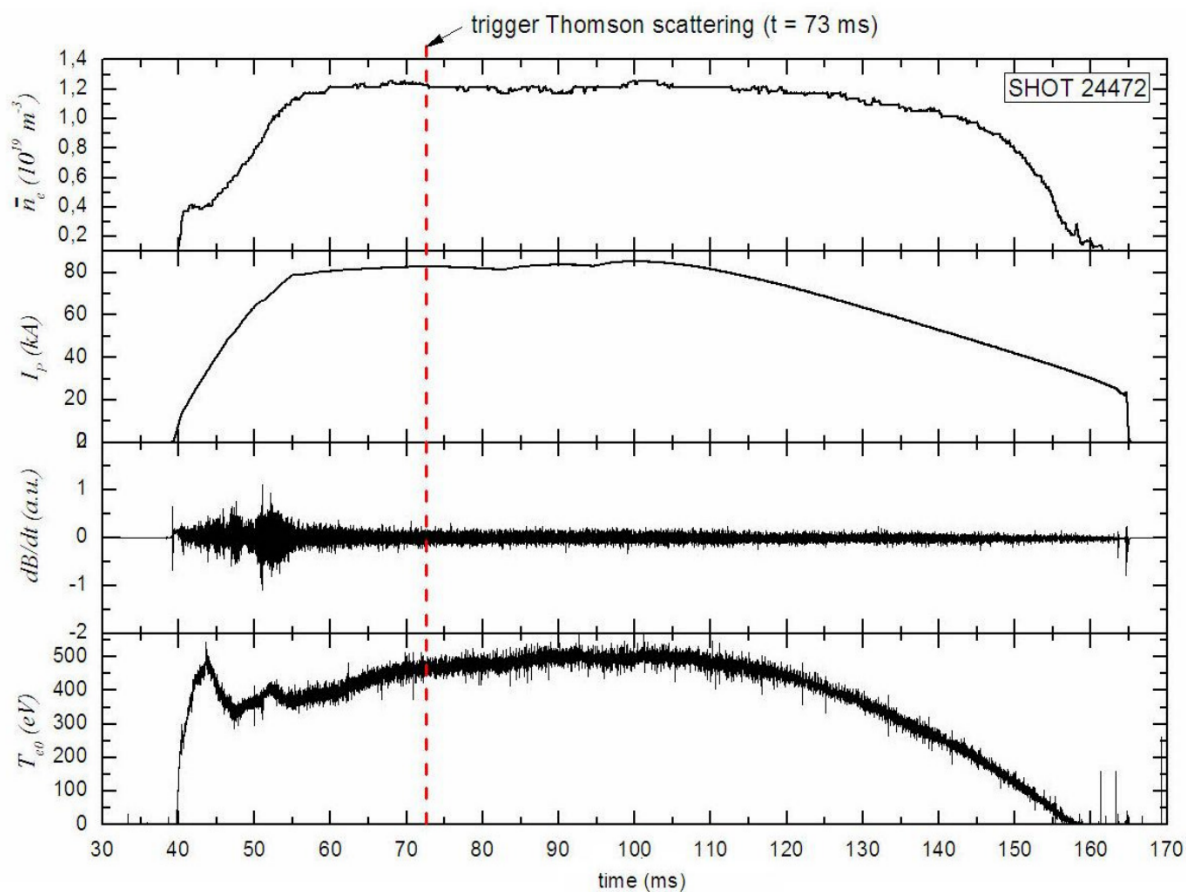


Figura 8.14 - Disparo 24472

Fonte: adaptada de [47, p. 4].

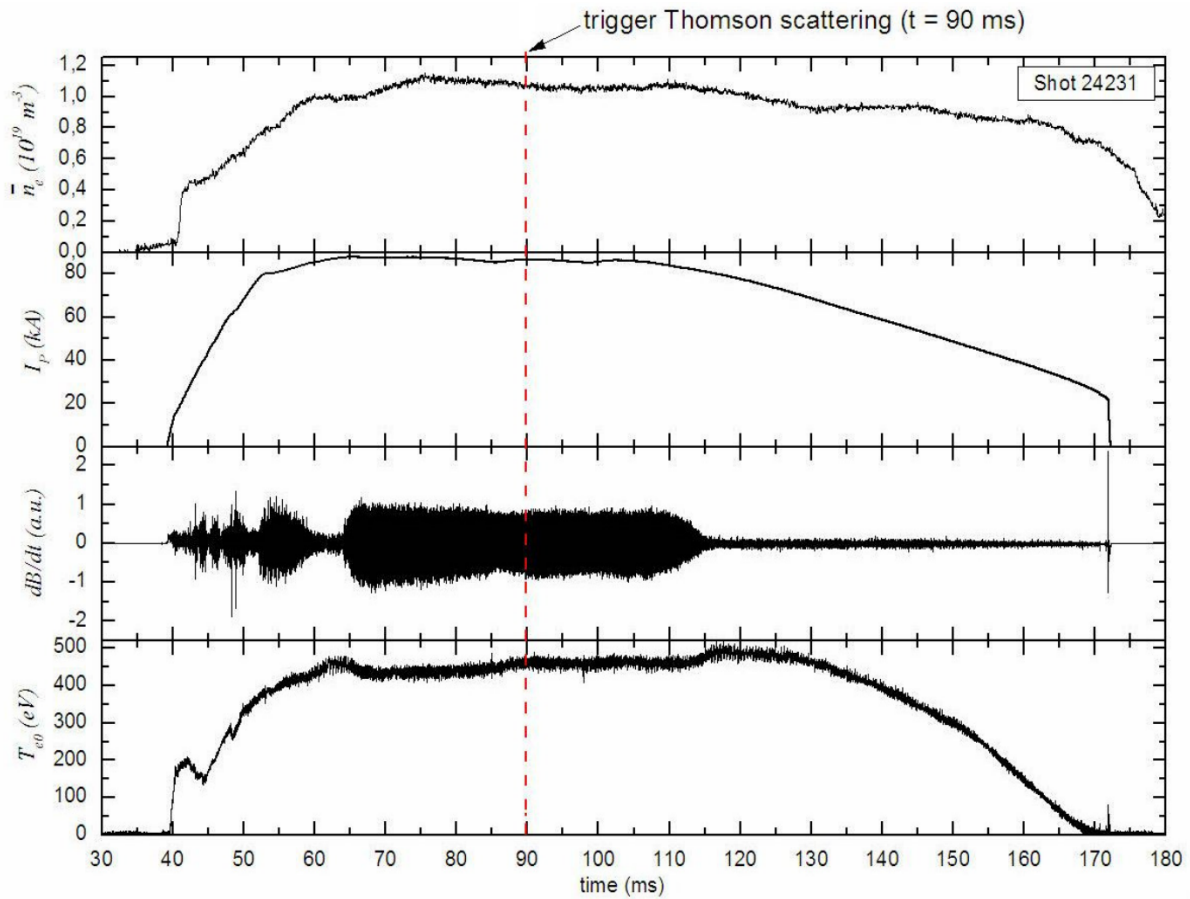


Figura 8.15 - Disparo 24231

Fonte: adaptada de [47, p. 4].

Por outro lado, o trabalho [23] utiliza a técnica de espalhamento Thomson, sendo que o disparo 35017 foi tomado para comparação com o método Rogowski. A figura (8.16) mostra o perfil espacial da temperatura ao longo do diâmetro da câmara no instante 65 ms, resultado de um diagnóstico multiponto de espalhamento Thomson [23, 48].

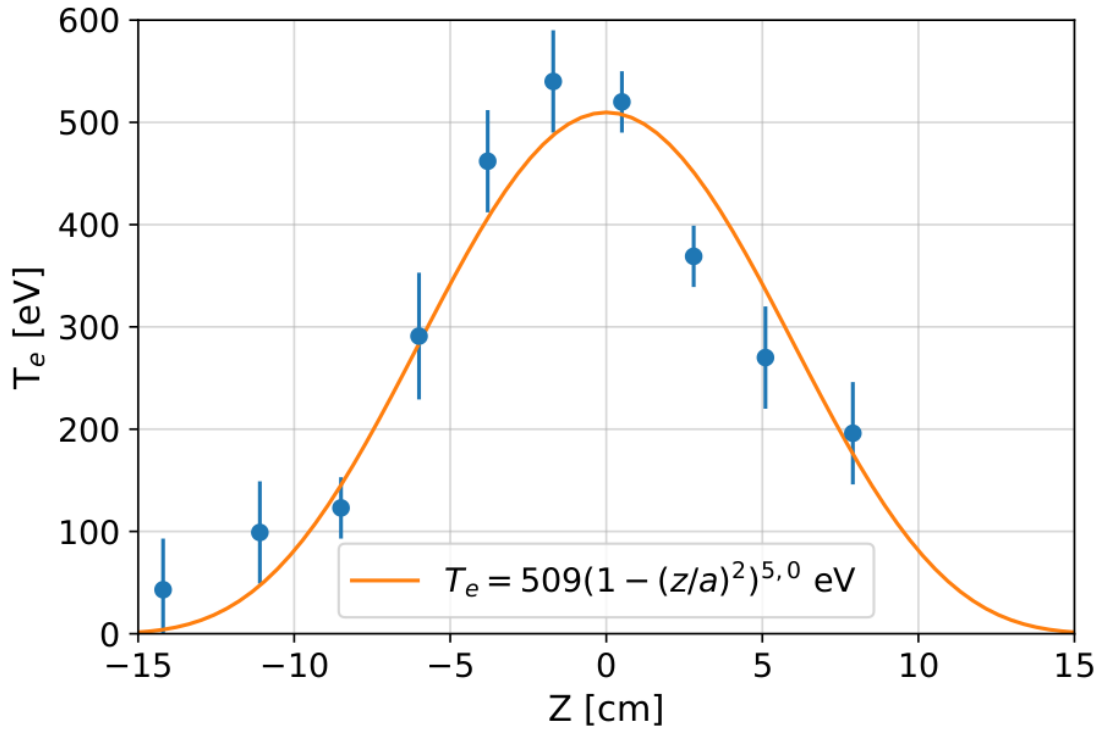


Figura 8.16 - Temperatura do elétron em relação ao raio do plasma

Fonte: adaptada de [23, p. 101].

A equação de ajuste dentro da figura (8.16) nos dá a informação a respeito da temperatura em cada ponto do raio da câmara. Para uma devida comparação, consideramos o plasma isotrópico e uma média em relação a seção reta do plasma. Fazendo o uso de coordenadas polares, e da equação de ajuste do gráfico, temos,

$$T_e = \frac{1}{\pi a^2} \int T(r) r dr d\theta \quad (8.18)$$

com $T(r) = 509[1 - (r/a)^2]^5$, sendo $z = r$, $a = 15$ e $\int d\theta = 2\pi$. Desta forma, temos

$$T_e = \frac{2}{a^2} \int_0^r T(r) r dr \approx 84,83 \text{ eV}. \quad (8.19)$$

O resultado da equação (8.19) refere-se a uma temperatura média, e em uma análise, notamos que este valor é semelhante quando tomamos $z = r = 8,232$, com $a = 15$, na equação de ajuste, onde obtemos $T_e = 84,82 \text{ eV}$.

Na comparação do mesmo disparo e no mesmo instante de tempo, fazendo o uso da equação (8.17), temos que

$$T_{e3} \approx 145 \text{ eV}. \quad (8.20)$$

Notamos que, quando usamos a equação (8.16) e uma área quadrada na equação (8.18), temos

$$T_e = 66,60 \text{ eV} \quad \text{e} \quad T_{e2} = 65,05 \text{ eV}. \quad (8.21)$$

Isso mostra que o valor da temperatura para este caso pode ser dada em relação de T_{e2} .

Portanto, nossos resultados em relação ao comportamento dos gráficos dos disparos 24231 e 24472 mostram um bom desempenho em relação ao aspecto qualitativo. O aspecto quantitativo mostra bons resultados em relação ao valor da temperatura média do plasma fazendo o uso da corrente de plasma e da voltagem de loop.

9 CONCLUSÃO

Nesta dissertação apresentamos a teoria por trás da resistividade do plasma e a sua relação com a temperatura eletrônica. O objetivo deste trabalho foi mostrar que podemos obter uma estimativa da temperatura média do plasma através de sua resistividade, apenas com alguns parâmetros como a corrente de plasma, a voltagem de loop e os respectivos raios.

Trabalhamos com o plasma desde o modelo fluido ao modelo cinético, onde avaliamos o termo colisional e calculamos a resistividade e introduzimos a resistividade de Spitzer para uma estimativa mais precisa.

Obtivemos valores relativamente bons quanto à temperatura média do plasma fazendo comparações com trabalhos semelhantes. Valores estes da ordem de 150 a 400 eV. Obtivemos um valor de ≈ 145 eV com o uso de T_{e3} e ≈ 85 eV para uma média sobre a seção reta do plasma, onde comparamos com o trabalho [23] no mesmo instante de tempo de 65 ms. E por fim, comparamos nossos gráficos com os do trabalho [47] onde notamos uma semelhança na evolução temporal da temperatura do elétron.

Apesar de obtermos valores razoáveis, precisamos notar que o logaritmo de Coulomb $\ln \Lambda$ tomado como 17, muda de um tokamak para o outro, o que nos faz superestimar o verdadeiro valor de η_S e subestimar o respectivo valor da temperatura. No caso do TCABR, tomamos uma área quadrada $4r_0^2$ no cálculo da temperatura em função da resistividade em vez de uma área circular πr_0^2 , o que leva a equação da temperatura a sofrer modificações. Também tomamos valores de íons de carga única com $Z = 1$, sendo que em um plasma com íons de carga Z , a resistividade é relativamente maior. Já para um plasma de hidrogênio impuro, a situação é complicada devido à multiplicidade de níveis de ionização da impureza, o que faz com que a resistividade seja função de Z_{eff} , resultando assim em um ajuste na equação da resistividade e também da da temperatura dos elétrons.

Contudo, os resultados obtidos mostraram-se adequados e plausíveis, pois assim pudemos obter uma boa aproximação do valor médio da temperatura dos elétrons e também da evolução temporal da temperatura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FREIDBERG, J. P. **Plasma physics and fusion energy**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 690 p. 19, 23, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 44, 45, 57, 58, 60
- [2] SPIEGELBERG, R. d. S. H. Fusão termonuclear controlada: desenvolvimento e perspectivas. p. 40. 19, 25, 58
- [3] MANSO, M. E.; VARANDAS, C. A. F. Fusão nuclear, uma opção energética para o futuro. **Gazeta de Física**, v. 29, n. 1 e 2, p. 66–73, 2006. 19, 25, 26, 58
- [4] VARANDAS, C. A. F. O ITER no caminho para a energia de Fusão Nuclear. **Gazeta de Física**, v. 32, n. 1, p. 27–29, 2009. 19, 25
- [5] WESSON, J. **Tokamaks**. 3. ed. Oxford: Oxford University Press Inc, 2004. 760 p. 19, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 35, 36, 40, 41, 45, 47, 49, 58, 59, 60, 64, 65, 66, 68
- [6] F, C. F. **Introduction to plasma physics and controlled fusion**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1984. 690 p. 23, 24, 29
- [7] GOLDSTON ROBERT J E RUTHERFORD, P. H. **Introduction to Plasma Physics**. 1. ed. London: CRC Press, 1995. 479 p. 23, 29, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 49, 50, 51, 52, 55
- [8] A QUÍMICA NO COTIDIANO. **Diferença entre um gás comum e um ionizado**. Disponível em: <http://drikaquimica.blogspot.com/2011/02/quarto-estado-fisico-da-materia-plasma.html>. Acesso em: 4 dez. 2019. 24
- [9] MIYAMOTO, K. **Plasma Physics for Controlled Fusion**. 2. ed. Tokyo: Springer Nature, 2010. 494 p. 25, 27, 29, 30, 57, 58, 60, 64
- [10] SAKANAKA, P. H. Fusão termonuclear controlada. **Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo**, v. 4, n. 1 e 2, p. 103–113, 1984. 25, 57
- [11] HISTÓRIAS EFÉMERAS. **Isótopos de hidrogênio em uma reação de fusão**. Disponível em: <http://www.historiasefemerass.com/2015/11/fusao-nuclear.html>. Acesso em: 4 dez. 2019. 25
- [12] LAWSON, J. D. Some criteria for a power producing thermonuclear reactor. **Proceedings of the Physical Society. Section B**, IOP Publishing, v. 70, n. 1, p. 6, 1957. 27

- [13] COSTLEY, A. On the fusion triple product and fusion power gain of tokamak pilot plants and reactors. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 56, n. 6, p. 066003, 2016. 27, 28
- [14] MIRNOV, S. V. Tokamak evolution and view to future. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 59, n. 1, p. 015001, 2018. 28
- [15] WIKIPEDIA. **Produto triplo**. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Lawson-criterion>. Acesso em: 4 dez. 2019. 28
- [16] GOLDSTON ROBERT J E RUTHERFORD, P. H. **Physics of fully ionized gases**. 1. ed. New York: Interscience Publishers, 1956. 111 p. 29, 32, 35, 41, 44, 45, 49, 51, 52, 55
- [17] BITTENCOURT, J. **Fundamentals of plasma physics**. 3. ed. São José dos Campos: Springer Science e Business Media, 2013. 699 p. 29, 35, 39, 47, 49, 50, 52
- [18] ALVES, L. d. S. **Equações MHD para plasmas de impacto: dedução e soluções analíticas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2017. 30
- [19] CALLEN, J. D. **Fundamentals of plasma physics**. 1. ed. Madison: Cambridge University Press, 2003. 335 p. 32, 33, 35, 36, 38, 39, 42
- [20] LARRALDE, H.; LEYVRAZ, F.; MEJIA-MONASTERIO, C. Transport properties of a modified Lorentz gas. **Journal of statistical physics**, Springer, v. 113, p. 197–231, 2003. 51
- [21] JR LYMAN E H "A RM, R. S. Transport phenomena in a completely ionized gas. **Physical Review**, v. 89, p. 997–981, 1953. 55
- [22] CALDAS, I. L.; VANNUCCI, A. Equilíbrio e instabilidade do plasma em tokamaks. 1985. 57, 58
- [23] RONCHI, G. **Estudo de perfis de pressão no tokamak TCABR**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2017. 57, 59, 60, 65, 79, 80, 83
- [24] MARTINS, C. G. L. **Topologia de campos magnéticos em tokamaks**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico da Aeronáutica, 2013. 57
- [25] NASCIMENTO, F. D.; MACHIDA, M.; RONCHI, G.; SCHMUTZLER, L.; SEVERO, J.; NASCIMENTO, I.; SANADA, E. Comparison of Plasma Visible Spectral Emissions Between Nova-UNICAMP and TCABR Tokamaks. **Journal of Physics: Conference Series**, IOP Publishing, v. 511, p. 012040, 2014. 57, 60

- [26] PEACOCK, N.; ROBINSON, D.; FORREST, M.; WILCOCK, P.; SANNIKOV, V. Measurement of the electron temperature by Thomson scattering in tokamak T3. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 224, p. 488, 1969. 58
- [27] RUTHERFORD, P. The tokamak: 1955–80. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 20, p. 1086, 1980. 58
- [28] PARIS, P.; YASSEEN, P.; ASSIS, A. de; RAPOZO, C. da C. Fusão termonuclear controlada em reatores do tipo tokamak : o exemplo europeu - Joint European Torus: JET. p. 103–113, 1988. 58, 59
- [29] EUROFUSION. **Imagem dos primeiros tokamaks**. Disponível em: <https://www.euro-fusion.org/news/detail/detail/News/success-of-t-3-breakthrough-for-tokamaks/>. Acesso em: 4 dez. 2019. 58
- [30] KIKUCHI, M. A review of fusion and Tokamak research towards steady-state operation: A JAEA contribution. **Energies**, Molecular Diversity Preservation International, v. 3, n. 11, p. 1741–1789, 2010. 58
- [31] COSTLEY, A. e. a. On the power and size of tokamak fusion pilot plants and reactors. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 55, n. 3, p. 033001, 2015. 58
- [32] BOSCO, E. D. **Formação do plasma no TBR**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 1981. 59, 66
- [33] XU, Y. A general comparison between tokamak and stellarator plasmas. **Matter and Radiation at Extremes**, China Academy of Engineering Physics, v. 1, p. 192–200, 2018. 59
- [34] OLSCHEWSKI, E. A. S. **Sistema de Detecção das Oscilações MHD no Tokamak TCABR**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000. 60, 61, 65
- [35] GRENFELL, G. G. **Estudo de efeitos da polarização eletrostática periférica no Tokamak TCABR**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016. 60, 62, 65, 66
- [36] FÍSICA TEÓRICA. **Imagem do TCABR**. Disponível em: <http://fisicateorica1905.blogspot.com/2017/04/especializacoes-da-fisica.html>. Acesso em: 4 dez. 2019. 61
- [37] JAIN, H. In **Bharat Heavy Electricals Limited**, editor, **Handbook of Switchgears**. 1. ed. New York: McGraw-Hill, New York, 2007. 405 p. 63, 64

- [38] HUSSAIN, S.; SADIQ, M.; SHAH, S.; TEAM, G. et al. Estimation of electron temperature on glass spherical tokamak (GLAST). **Journal of Physics: Conference Series**, v. 591, p. 012009, 2015. 66, 69
- [39] KUNDU, S. Resistivity in a fully ionized gas. **Proceedings of the Physical Society**, v. 81, p. 233–239, 1963. 66, 69
- [40] TRINTCHOUK, F.; YAMADA, M.; JI, H.; KULSRUD, R.; CARTER, T. Measurement of the transverse Spitzer resistivity during collisional magnetic reconnection. **Physics of Plasmas**, v. 10, p. 319–322, 2002. 66
- [41] KUZNETSOV, Y. K.; NASCIMENTO, I. C.; GALVÃO, R. M. O.; TSYPIN, V. Plasma resistivity determination in runaway discharges from positive voltage spikes on TCABR tokamak. **Brazilian Journal of Physics**, v. 32, p. 107–111, 2002. 66
- [42] SEO, B. H.; YOU, S. J.; KIM, J. H. Analysis of uncertainty of electron density and temperature using laser Thomson scattering in helicon plasmas. **Japanese Journal of Applied Physics**, IOP Publishing, v. 54, p. 086102, 2015. 66
- [43] PRUNTY, S. A primer on the theory of Thomson scattering for high-temperature fusion plasmas. **Physica Scripta**, IOP Publishing, v. 89, p. 128001, 2014. 66
- [44] BARTLETT, D.; COSTLEY, A.; PORTE, L.; PRENTICE, R.; SALMON, N.; SIPS, G. Measurement of electron temperature and density of the edge plasma of JET by ECE and microwave reflectometry. **Journal of Nuclear Materials**, Elsevier, v. 176, p. 1064–1069, 1990. 66
- [45] GHORANNEVISS, M.; SHARIATZADEH, R.; KHORSHID, P. Electron Temperature Measurement in IR-T1 Tokamak by ECE Diagnostic. **Journal of fusion energy**, Springer, v. 29, p. 70–72, 2010. 66
- [46] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física, vol. 3**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 404 p. 68
- [47] USURIAGA, O.; BORGES, F.; ELFIMOV, A.; SILVA, R. D.; ONO, M.; PUGLIA, P.; ALONSO, M.; SEVERO, J.; NASCIMENTO, I.; SANADA, E. et al. Analysis of the electron temperature measurement in TCABR tokamak by Electron Cyclotron Emission and Infrared Thomson scattering diagnostics. **Journal of Physics: Conference Series**, IOP Publishing, v. 511, p. 012039, 2014. 77, 78, 79, 83
- [48] ALONSO, M.; WILCOCK, P.; VARANDAS, C. A multipoint Thomson scattering diagnostic for the tokamak ISTTOK. **Review of scientific instruments**, AIP, v. 70, p. 783–786, 1999. 79