

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

**Título: Estrutura e estabilidade de estrelas de quarks
carregadas**

Lucas da Silva Lazzari

Pelotas, 2021

Lucas da Silva Lazzari

Estrutura e estabilidade de estrelas de quarks carregadas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Victor P. Gonçalves

Pelotas, 2021

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

L432e Lazzari, Lucas

Estrutura e estabilidade de estrelas de quarks
carregadas / Lucas Lazzari ; Victor Paulo Gonçalves,
orientador. — Pelotas, 2021.

72 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação
em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade
Federal de Pelotas, 2021.

1. Estrelas de quarks. 2. Estrelas carregadas. 3.
Cromodinâmica quântica. 4. Estrelas de nêutrons. 5.
Relatividade geral. I. Gonçalves, Victor Paulo, orient. II.
Título.

CDD : 539.721

Lucas da Silva Lazzari

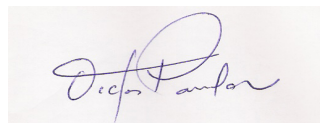
Título: Estrutura e estabilidade de estrelas de quarks carregadas

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 10 de setembro de 2021

Banca examinadora:

Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves (Orientador)




Doutor em ciências
Universidade Federal de Pelotas

Dr. José Carlos Jiménez Apaza



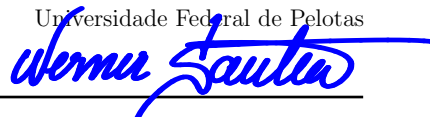
Doutor em ciências
Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Rafael Cavagnoli



Doutor em ciências
Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter



Doutor em ciências
Universidade Federal de Pelotas

*À meu amigo Maxwell, por todas as memórias que
permanecerão.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha namorada, Nickeli, por todo o afeto e companherismo que desenvolvemos ao longo destes anos, também, pelo suporte incondicional em todos os momentos.

À meus pais, por sempre apoiarem, incentivarem, e acima de tudo, acreditarem em meus estudos e no meu desenvolvimento pessoal.

À minha irmã, pela parceria enorme e por toda a segurança que me passa.

Aos meus tios, Gicele e Vinícius, assim como, à Denise e ao Nicki, por toda a parceria e pelos maravilhosos afilhados, Joaquim e Beatriz.

À meus avós e demais familiares por todo o carinho.

À meu amigo e colega Vinícius Aderaldo, pela parceria, que mesmo à distância é incrivelmente presente.

À meu orientador e, especialmente, amigo Prof. Victor por todos os ensinamentos, mas também, por facilitar todo o processo com seu bom humor e disposição.

Agradeço ao Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas e todos os professores pelo conhecimento compartilhado.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código Financeiro 001, pelo financiamento deste trabalho.

RESUMO

LAZZARI, Lucas, **Estrutura e estabilidade de estrelas de quarks carregadas** 2021, 72p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

Devido às elevadas densidades no interior dos pulsares observados, estados exóticos da matéria podem fazer-se presentes no que usualmente chamamos por estrelas de nêutrons. Neste trabalho, investigaremos uma dessas possibilidades, as estrelas de quarks, mais especificamente, estrelas de quarks eletricamente carregadas. A presença de carga elétrica é uma consequência da distribuição da matéria de quarks no interior da estrela que faz com que os elétrons ocupem a superfície, gerando uma distribuição de carga elétrica, de tal forma que o estudo destes objetos deva ser feito no contexto das equações de campo de Einstein-Maxwell. Nesta dissertação, iremos analisar o impacto da presença de carga elétrica no equilíbrio e na estabilidade perante oscilações radiais em estrelas compostas por quarks *strange* (estrelas estranhas) e por quarks *charm* (estrelas charmosas). Demonstraremos que ambos os tipos de estrelas de quarks possuem configurações em equilíbrio, mas que somente as estrelas estranhas são estáveis perante oscilações radiais. Além disso, apresentaremos pela primeira vez, resultados para estrelas estranhas carregadas considerando uma equação de estado derivada a partir da Cromodinâmica Quântica perturbativa.

Palavras Chave: Estrelas de quarks, estrelas carregadas, Cromodinâmica Quântica

ABSTRACT

LAZZARI, Lucas, **Structure and stability of electrically charged quark stars** 2021, 72p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

Due to the high densities inside the observed pulsars, exotic states of matter may be present in what we usually call neutron stars. In this work, we are going to investigate one of these possibilities, quark stars, more specifically, electrically charged quark stars. Electric charge in quark stars is a consequence of the distribution of quark matter inside the star that pushes electrons to the surface, generating an electric charge distribution, therefore, these objects have to be analysed through Einstein-Maxwell field equations. In this work, we will analyse the impact of electric charge in equilibrium and stability against radial oscillations in stellar configurations made of strange quarks (strange stars) and charm quarks (charm stars). We will demonstrate that both types of quark stars present equilibrium configurations, however only strange stars are stable against radial oscillations. Furthermore, for the first time we will present results for charged strange stars using an equation of state derived from perturbative Quantum Chromodynamics.

Key-words: quark stars, charged stars, Quantum Chromodynamics

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

1	INTRODUÇÃO	17
2	ESTRUTURA ESTELAR RELATIVÍSTICA	21
2.1	HISTÓRIA E PRINCIPAIS PROPRIEDADES OBSERVACIONAIS	21
2.2	ESTRUTURA ESTELAR – CASO NEUTRO	24
2.3	ESTRUTURA ESTELAR – CASO CARREGADO	27
2.3.1	DISTRIBUIÇÕES DE CARGA ELÉTRICA	30
2.4	ESTRUTURA INTERNA	31
2.4.1	EQUAÇÃO DE ESTADO	32
2.5	CONCLUSÃO	34
3	ESTRUTURA INTERNA DE UMA ESTRELA DE QUARKS	35
3.1	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	35
3.2	TRANSIÇÃO DE FASE	36
3.3	EQUAÇÕES DE ESTADO PARTÔNICAS	37
3.3.1	MODELO DE SACOLA DO MIT	38
3.3.2	QCD PERTURBATIVA	38
3.3.3	COMPARAÇÃO	39
3.4	CONCLUSÃO	41
4	ESTRUTURA E ESTABILIDADE DAS ESTRELAS ESTRANHAS	43
4.1	ESTRELAS ESTRANHAS NEUTRAS	43
4.2	ESTRELAS ESTRANHAS CARREGADAS	45
4.2.1	DISTRIBUIÇÃO- α	46
4.2.2	DISTRIBUIÇÃO- β	50
4.2.3	CARGA FIXA	53
4.3	CONCLUSÃO	55
5	ESTRELAS CHARMOSAS CARREGADAS	57
5.1	QUARKS <i>CHARM</i> E ESTRELAS CHARMOSAS	57
5.2	EQUILÍBRIO DE ESTRELAS CHARMOSAS	58
5.3	ESTABILIDADE DAS ESTRELAS CHARMOSAS	59

5.4 CONCLUSÃO	60
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Diferentes faces de uma estrela de nêutrons.	33
3.1 Diagrama teórico que representa as fases da matéria como função do potencial químico e da temperatura, sinalizando a possível transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks.	37
3.2 Comparação entre as equações de estado do MIT-BM e da pQCD, para um único valor da pressão de sacola B e diferentes valores da escala de renormalização X , respectivamente.	40
4.1 Perfil massa-raio de estrelas estranhas obtidas a partir do MIT-BM e da pQCD.	44
4.2 Estabilidade de estrelas estranhas neutras para ambas EoSs, a partir da análise da parte real da frequência linear em função da densidade de energia central.	45
4.3 Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito). Os quadrados pretos representam a última configuração estável, onde $f = 0$. Os círculos rosas simbolizam a configuração mais massiva.	46
4.4 Massa gravitacional em função da densidade de energia central de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	47
4.5 Autofrequências fundamentais em função da densidade de energia central de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	48
4.6 Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas para as EoSs da pQCD para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito), utilizando a distribuição- α . Note que as figuras não estão na mesma escala.	49
4.7 Massa gravitacional de estrelas estranhas carregadas em função das suas densidades de energia centrais para as EoSs da pQCD para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito), utilizando a distribuição- α . Note que as figuras não estão na mesma escala.	49
4.8 Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	50
4.9 Massa gravitacional como função da densidade de energia central para estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	51

4.10	Autofrequência fundamental como função da densidade de energia central para estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	52
4.11	Perfil massa-raio de estrelas estranhas com carga total Q , utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	54
4.12	Massa de estrelas estranhas com carga total Q em função da densidade de energia central, utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	54
4.13	Autofrequência fundamental em função da densidade de energia central para estrelas estranhas com carga total Q , utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).	55
5.1	Fração da densidade de partículas em função da densidade de energia central de uma estrela de quarks. Para densidades de energia centrais acima de 153,7 GeV os quarks charm começam a representar uma fração importante das partículas na estrela.	57
5.2	Ilustração esquemática do perfil massa-raio das diferentes possibilidades das estrelas de quarks.	58
5.3	Massa como função da densidade de energia central (painel esquerdo) e do raio (painel direito) para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- β , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks <i>charm</i>	59
5.4	Massa como função da densidade de energia central (painel esquerdo) e do raio (painel direito) para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- α , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks <i>charm</i>	60
5.5	Função auxiliar $\Phi(a)$ (autofrequência fundamental) como função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- β , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks <i>charm</i>	61
5.6	Função auxiliar $\Phi(a)$ (autofrequência fundamental) como função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- α , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks <i>charm</i>	62

1 INTRODUÇÃO

Estrelas de nêutrons são as estrelas compactas mais densas já observadas no Universo, e servem como um excelente laboratório para o estudo da matéria nuclear e das interações fortes neste regime [1–5]. A primeira tentativa qualitativa de descrever estes objetos, que superam a massa de Chandrasekhar¹, foi proposta por Landau, em 1931, onde ele concebeu a ideia de núcleos atômicos gigantes [7, 8]. Isto foi anterior a descoberta do nêutron por Chadwick [9], em 1932. Segundo Landau, a densidade destes objetos seria tão grande que os elétrons seriam unidos aos núcleos, formando os núcleos atômicos gigantes, e isto violaria as leis da Mecânica Quântica. Em 1933, foi proposto por Baade e Zwicky que estes objetos eram remanescentes de uma explosão de supernova, sendo a supernova a liberação de energia na conversão de uma estrela normal para o que eles chamaram por estrelas de nêutrons [10, 11]. Hoje, sabemos que estrelas de nêutrons são o denso núcleo remanescente de estrelas massivas, que são estrelas com massa superior a oito massas solares [1].

O primeiro estudo envolvendo estrelas de nêutrons, no contexto da Relatividade Geral, foi realizado por Tolman [12] em 1939, onde ele obteve a equação do equilíbrio hidroestático para uma estrela relativística. De maneira independente, no mesmo ano, Oppenheimer e Volkoff [13] também obteve a equação do equilíbrio hidroestático, que descreve o gradiente da pressão em uma estrela relativística [12]. Além da derivação da equação TOV, Oppenheimer e Volkoff estimaram que estes objetos possuíam raios da ordem de 10 km e, para um gás de nêutros livres, uma massa máxima da ordem de 0,7 massas solares. Nesta época, muitos julgaram impossível a detecção de uma estrela tão pequena.

A melhoria nos instrumentos (ópticos e nas demais frequências do espectro eletromagnético) em Astronomia na década de 1960, culminou na observação de um estranho objeto em 1967, por Anthony Hewitt e Jocelyn Bell Burnell. Este objeto emitia frequentes pulsações de forma cronometrada na faixa do rádio e, por isso, foi nomeado pulsar [14]. Um pouco antes da observação destes objetos, os trabalhos fundamentais de Pacini [15] e Gold [16] permitiram identificar que os pulsares eram estrelas de nêutrons rotantes, de tal forma que a emissão tão frequente se deve aos elevados campos magnéticos que aceleram partículas a partir dos pólos magnéticos da estrela. Atualmente, observações contínuas dos pulsares permitiram estimar alguns parâmetros astrofísicos como suas massas e raios [17–21]. Em especial, nas Refs. [17, 18] foram reportadas estimativas da massa do pulsar mais massivo já observado, nomeado PSR J0740+6620 e que possui massa superior a duas massas solares. Outro resultado de extrema importância foi anunciado em 2017, quando foi detectada a colisão de dois pulsares, que permitiu associar, pela primeira

¹A massa de Chandrasekhar é a massa limite que pode ser sustentada pela pressão de degenerescência dos elétrons, e seu valor numérico é de aproximadamente $1,4 M_{\odot}$ [6].

vez, a emissão de ondas gravitacionais com emissões no espectro eletromagnético, dando origem a astronomia multimensageira [22–27].

É importante ressaltar que o nome “estrela de nêutrons”, originalmente dado por Baade e Zwicky [10, 11], leva ao conceito errôneo de que estes objetos são constituídos somente por nêutrons, sendo esta apenas uma entre várias das suas possíveis constituições, que serão apresentadas no Capítulo 2. Desta forma, utilizamos a nomenclatura pulsar para as estrelas mais densas já observadas e o nome estrelas de nêutrons para uma vasta categoria de objetos teóricos. Esta incerteza na descrição da constituição de uma estrela de nêutrons está associada com as densidades extremas presentes nestes objetos, que podem possuir massas superiores a duas vezes a massa do Sol, contida em um raio de apenas 10 km. Neste regime de densidades, as interações entre nêutrons e a produção de partículas exóticas não são completamente compreendidas pelas teorias atuais [1–5].

Acredita-se que as interações fortes, descritas pela Cromodinâmica Quântica (QCD, do inglês *Quantum Chromodynamics*) um dos ramos do Modelo Padrão da Física de Partículas [28, 29], seja de extrema importância. De acordo com esta teoria, nêutrons não são partículas elementares, uma vez que são constituídos por quarks, estes sim ditos elementares. Quarks e antiquarks são definidos a partir da carga elétrica, da massa e do spin, como também da carga de cor, responsável pela interação forte, que é mediada pelos glúons. Somente quarks e glúons (pártons) possuem a carga de cor, de tal forma que prótons e nêutrons (núcleons), constituídos por pártons são ditos estados incolores. Existem seis sabores de quarks: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* e *top*, listados por ordem crescente de massa, sendo que somente os quarks *up* e *down* estão presentes nos núcleons. Assim como elétrons e nêutrons, quarks são férmions de spin $1/2$ sujeitas ao princípio de exclusão de Pauli [29].

Quarks nunca foram detectados livres, de tal forma que se postula na QCD que somente estados incolores, chamados hádrons, possam se propagar livremente, isto nomeamos confinamento da carga de cor. Acredita-se que o confinamento se deva ao fato de glúons possuírem carga de cor e interagirem entre si, restringindo o alcance da interação forte [29]. Entretanto, resultados obtidos nos colisores de partículas sugerem que em altas temperaturas e/ou densidades ocorra a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria partônica [30]. Desta forma, as densidades presentes nas estrelas de nêutrons podem liberar os quarks, dando origem ao que chamamos de matéria de quarks, que pode estar presente principalmente no núcleo das estrelas de nêutrons [31, 32] ou completamente constituir estes objetos [33]. Em 1971, Bodmer apontou que o estado fundamental da matéria que interage fortemente seria formado por uma matéria de quarks livres [34]. Seguindo os passos de Bodmer, Witten propôs que era energeticamente favorável que a

matéria de quarks livres fosse composta também pelo quark *strange*, além dos quarks *up* e *down*, dando origem a matéria estranha de quarks (SQM, do inglês *strange quark matter*) [35]. Esta proposta também foi feita de forma independente por Terazawa [36]. A ideia de que o estado fundamental da matéria é a SQM, damos o nome de hipótese de Bodmer-Witten- Terazawa. Estrelas completamente constituídas pela SQM são chamadas estrelas estranhas, e são uma das possibilidades utilizadas para descrever um pulsar.

A descrição da SQM em altas densidades e temperaturas negligenciáveis, situação presente nas estrelas de nêutrons, ainda é um tema em aberto. Acredita-se que a caracterização dos hádrons nestas estrelas, seja de caráter não perturbativo, cujas soluções são de difícil obtenção [30]. Portanto, modelos fenomenológicos, inspirados pelos resultados da QCD na rede² são úteis na descrição dos hádrons e também para tratar estados exóticos da matéria. Um destes modelos fenomenológicos, é o chamado modelo de sacola do MIT (MIT-BM) [38], onde os hádrons são pensados como uma sacola contendo os quarks. O movimento dos quarks livres no interior da sacola gera uma pressão, que é contrabalanceada por uma pressão do vácuo, chamada pressão de sacola. Outro modelo vem da possibilidade de extrapolar os resultados perturbativos da QCD densa e fria, obtidos para a SQM com potencial químico bariônico elevado (elevadas densidades), para todo o espaço de fase do potencial químico bariônico [39]. Esta descrição da SQM foi colocada de forma simples na Ref. [40], onde os autores demonstram que o comportamento da pressão se aproxima significativamente dos resultados obtidos pela QCD na rede. Entre outras vantagens, as equações advindas da QCD perturbativa (pQCD) levam em conta a interação entre os quarks e glúons virtuais, além das incertezas sistemáticas dos cálculos, ao contrário de modelos simples como o MIT-BM.

No estudo de estrelas estranhas, é importante analisar a distribuição da matéria nestes objetos, já que a densidade é maior no centro e tende a decrescer conforme nos aproximamos da superfície da estrela. Vale notar que o quark *strange* é consideravelmente mais massivo do que os quarks *up* e *down*, de tal forma que, a diminuição da densidade leva a uma presença menor de quarks *strange* próximo a superfície da estrela, deixando a matéria de quarks com carga positiva próximo a superfície. Para garantir neutralidade elétrica global, elétrons devem formar uma eletrosfera ao redor do núcleo de quarks. Esta eletrosfera é mantida não pela atração gravitacional, e sim por elevados campos eletroestáticos [41], que implicam que a análise de estrelas estranhas deve ser feita no contexto de estrelas eletricamente carregadas. Nos últimos anos, os efeitos introduzidos pela carga elétrica em estrelas estranhas foram analisados no contexto do MIT-BM [42–44], onde os autores encontraram que a presença de carga elétrica induz configurações estelares mais

²A QCD na rede é um método de estudo de efeitos não perturbativos, que interpreta o espaço-tempo como uma rede discreta. Para uma revisão recente, veja a Ref. [37].

massivas e com maiores raios. Em particular, na Ref. [44], eles demonstraram a estabilidade de estrelas estranhas eletricamente carregadas contra oscilações radiais. Na Ref. [45], pela primeira vez, investigamos no contexto da pQCD, o equilíbrio e a estabilidade de estrelas estranhas eletricamente carregadas. Este resultado só havia sido obtido no caso neutro [46].

Outra possibilidade que surge no estudo das estrelas de quarks, é a de aumentarmos a densidade de energia central a tal ponto que quarks *charm* se façam presentes no interior da estrela, o que chamamos por estrelas charmosas [47,48]. No contexto do MIT-BM, estas estrelas foram analisadas e apresentaram configurações em equilíbrio, porém, instáveis contra oscilações radiais [47]. De fato, recentemente, um estudo sistemático no contexto da pQCD determinou que estas configurações permaneciam instáveis apesar de satisfazerem a condição de equilíbrio [48]. Desta forma, pela primeira vez, analisamos o equilíbrio e a estabilidade de estrelas charmosas eletricamente carregadas, no contexto do MIT-BM, cujos resultados foram apresentados na Ref. [49].

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2, apresentamos o referencial teórico associado a estrutura e estabilidade de uma estrela compacta neutra e eletricamente carregada, no contexto da Relatividade Geral, além de mostrarmos as possíveis constituições de uma estrela de nêutrons. Os conceitos básicos associados a uma estrela compacta neutra foram extraídos da Ref. [50], onde realizamos uma revisão acerca de estrelas estranhas no contexto do MIT-BM. No Capítulo 3, revisitamos os principais conceitos da QCD, da transição de fase forte, e mostramos as diferenças entre as equações de estado do MIT-BM e da pQCD. No Capítulo 4, apresentamos os resultados contidos na Ref. [45], onde analisamos o equilíbrio e a estabilidade de estrelas estranhas eletricamente carregadas comparando os contextos da pQCD e do MIT-BM. No Capítulo 5, mostramos a análise da estabilidade de uma estrela charmosa eletricamente carregada, no contexto do MIT-BM apresentados na Ref. [49]. Por fim, no Capítulo 6 faremos algumas considerações finais.

2 ESTRUTURA ESTELAR RELATIVÍSTICA

Neste capítulo, apresentaremos uma revisão dos principais conceitos referentes à estrutura e ao equilíbrio de estrelas relativísticas, assim como, apresentaremos as principais propriedades já observadas dos pulsares. Começaremos realizando uma breve discussão histórica sobre pulsares e explanaremos o porquê a Teoria da Relatividade Geral se faz necessária no estudo destes objetos. Posteriormente, apresentaremos as equações do campo gravitacional de Einstein e o conjunto de equações diferenciais que descrevem uma estrela relativística, cuja derivação em detalhe está em nosso artigo intitulado *Uma introdução às estrelas estranhas* [50]. Em seguida, mostraremos a influência da presença de carga elétrica nas equações de estrutura e estabilidade destas estrelas. Por fim, discutiremos a estrutura interna de uma estrela de nêutrons, assim como, os seus diferentes possíveis constituintes. Durante este capítulo, estaremos utilizando unidades geométricas, onde $c = G = 1$.

2.1 HISTÓRIA E PRINCIPAIS PROPRIEDADES OBSERVACIONAIS

No final da evolução estelar (para mais detalhes sobre a evolução estelar veja [51, 52] e literatura por eles referenciada.) um objeto compacto permanece, sendo um remanescente da estrela original. Atualmente, separamos estes objetos compactos em três tipos: anãs brancas, estrelas de nêutrons e buracos negros [3, 53]. Em especial, as estrelas compactas (nome coletivo para anãs brancas e estrelas de nêutrons), suportam a sua massa contra o colapso gravitacional a partir da pressão de degenerescência exercida pela matéria densa que as compõe. No caso das anãs brancas, a pressão de degenerescência se deve aos elétrons que constituem um gás relativístico em meio aos núcleos atômicos. Em 1931, Chandrasekhar propôs que havia uma massa limite que poderia ser suportada por um gás de elétrons relativísticos e degenerados [6]. Hoje, chamamos essa massa limite de massa de Chandrasekhar, cujo valor é de aproximadamente $1,4 M_{\odot}$, onde M_{\odot} é a massa do Sol¹. As anãs brancas foram extensivamente analisadas na literatura (veja, por exemplo, [3, 5, 53–55]), de forma resumida, podem ser descritas como sendo o denso núcleo remanescente de uma estrela como o Sol ou, mais precisamente, de estrelas com massas inferiores à $8 M_{\odot}$.

Poucos meses após a descoberta de Chandrasekhar e de forma independente, Landau chegou a conclusão de que as anãs brancas possuíam uma massa limite de $1,5 M_{\odot}$ [7, 8], um limite próximo do limite correto obtido por Chandrasekhar. Na segunda parte do seu artigo escrito em 1931, porém publicado em 1932, Landau propôs que estrelas que superavam o limite de massa, seriam mais compactas que as anãs brancas e possuíam

¹Vale notar que a massa solar é $1 M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30}$ kg no SI e $1 M_{\odot} = 1,4765$ km em unidades geométricas.

densidades da ordem da densidade nuclear. Vale notar que esta proposta foi anterior a descoberta do nêutron por Chadwick [9], que ocorreu em 1932. Nesta época, haviam dificuldades em modelar os átomos, já que, pelo princípio da incerteza de Heisenberg, os elétrons não poderiam estar no núcleo atômico [4]. Por isto, Landau propôs que as estrelas com massa superior a $1,5 M_{\odot}$ possuíam densidades tão elevadas que os núcleos atômicos se combinariam, formando um núcleo atômico gigante. Ele nomeou estas estrelas como “patológicas”, já que este núcleo atômico gigante violaria as leis da Mecânica Quântica por incluir a presença de elétrons [7, 8]. A proposta de Landau consiste na primeira descrição (ainda que superficial) do interior da matéria densa presente no que hoje chamamos por estrelas de nêutrons.

O termo “estrelas de nêutrons” surgiu pouco tempo depois, em 1933, na apresentação de Baade e Zwicky numa conferência realizada na Califórnia, cujos resultados foram publicados em 1934 [10, 11], quase dois anos após a descoberta do nêutron por Chadwick. Eles propuseram que estrelas de nêutrons seriam o objeto remanescente de uma supernova e que deveriam ser sustentadas pela pressão de degenerescência dos nêutrons. Além disso, eles entenderam corretamente que uma supernova era a liberação de energia na transição de uma estrela normal² para uma estrela de nêutrons [10]. Desta forma, estrelas de nêutrons possuíam raios muito pequenos e densidades extremamente elevadas, já que nêutrons podem estar compactados em um espaço menor do que núcleos atômicos e elétrons [11].

Para os cientistas da década de 1930, ficou claro que a densidade presente em uma estrela de nêutrons seria tão elevada que, diferentemente de uma anã branca, as alterações no espaço-tempo previstas pela Teoria da Relatividade Geral [57], proposta por Einstein em 1916, seriam de extrema relevância. Disto culminou, em 1939, na derivação da equação que descreve uma estrela em equilíbrio hidrostático levando em conta as alterações da teoria da Relatividade Geral, como veremos na próxima seção. Esta derivação foi realizada por Tolman [12] e, independentemente, por Oppenheimer e Volkoff [13], sendo chamada por equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV).

A solução da equação TOV depende notavelmente da descrição dos constituintes da estrela, através do que chamamos por equação de estado (EOS, do inglês *equation of state*), como veremos na próxima seção. É importante ressaltar que estrelas de nêutrons apresentam baixas temperaturas momentos após seu nascimento, sendo possível realizar o tratamento da EOS considerando que a temperatura é nula. Em uma primeira aborda-

²Por estrelas “normais” eles se referenciavam a estrelas luminosas visto que, na época, o processo de radiação termonuclear não era compreendido como o mecanismo pelo qual uma estrela durante a sequência principal se mantém contra o colapso gravitacional. Este mecanismo só foi proposto em 1938 por Bethe e Critchfield [56].

gem feita por Oppenheimer e Volkoff, foi determinado que a massa máxima de uma estrela de nêutrons era de aproximadamente $0,7 M_{\odot}$, utilizando um gás de nêutrons livres [4]. O resultado foi surpreendentemente abaixo do limite de Chandrasekhar, o que mais tarde levou a interpretação de que interações nucleônicas repulsivas em densidades tão elevadas ou, até mesmo, estados exóticos da matéria estariam presentes nestes objetos.

Devido ao seu pequeno raio e o início da Segunda Guerra Mundial o interesse em estrelas de nêutrons caiu drasticamente, sendo que muitos julgaram impossível a sua detecção, o que levou o tema a ser praticamente abandonado por muitos anos. O estudo de estrelas de nêutrons só ressurgiu na década de 1960.

Em 1964, Woltjer propôs que a contração gravitacional de uma gigante vermelha em uma estrela de nêutrons, poderia produzir campos magnéticos da ordem de 1×10^{12} G [58]. Consequentemente, o astrofísico italiano Franco Pacini sugeriu, em 1967, que estrelas de nêutrons com elevados campos magnéticos emitiriam um grande fluxo de partículas relativísticas, como liberação da sua energia rotacional [15]. A mesma proposta foi feita por Gold, um ano depois e de forma independente [16]. Apesar de não conhecerem o trabalho de Pacini, Anthony Hewitt e Jocelyn Bell Burnell detectaram sinais periódicos de ondas de rádio ao qual eles atribuíram a um fenômeno físico³ que ficou conhecido como pulsar [14]. Apesar do nome, pulsares não pulsam, no sentido de que os pulsos de rádio detectados são causados pela perda de energia rotacional e não por pulsações de fato [1]. A partir de então, mais de 2000 pulsares foram observados, tanto em sistemas isolados quanto em sistemas binários.

Atualmente, muitos experimentos estão sendo realizados para determinar as propriedades observacionais e colocar possíveis restrições na composição destes objetos. Em 17 de agosto de 2017, um dos exemplos mais notáveis ocorreu, quando houve a detecção de ondas gravitacionais pela colaboração LIGO-Virgo [22]. Pela primeira vez, a detecção da radiação gravitacional foi acompanhada por detecções em todas as frequências do espectro eletromagnético, corroborando para a proposta de que uma colisão de estrelas de nêutrons havia sido observada [23]. Isto marcou o início da astronomia multimensageira utilizando-se ondas gravitacionais! A partir da observação deste evento algumas restrições puderam ser feitas acerca das propriedades das estrelas de nêutrons. Em particular, os autores das Refs. [24–26] procuraram restringir o limite de massa máxima que estas estrelas podem ter. Além disso, foram impostos vínculos no raio e na EOS destes objetos [27].

Também em 2017, foi lançado e acoplado pela NASA na Estação Espacial Internacional o

³Na forma de uma piada, eles denominaram a fonte de ondas de rádio como LGM-1, do inglês *little green men* (pequenos homens verdes, em tradução livre) fazendo alusão de que os sinais estavam sendo emitidos por extraterrestres.

Neutron Star Interior Composition Explorer (NICER), uma missão que fornecerá diversas informações valiosas sobre as propriedades das estrelas de nêutrons. Em particular, resultados do NICER reportados em 2019, permitiram a determinação com precisão sem precedentes do raio do pulsar PSR J0030+0451 a partir de medições das variações no brilho dos raios-X emitidos [19, 20]. Mais ainda, utilizando os resultados da Ref. [19] mais restrições foram impostas na EOS que descreve este pulsar [21].

A observação de um sistema binário contendo uma anã branca e um pulsar permitiu determinar, através do atraso relativístico de Shapiro [59], que a massa do pulsar MSP J0740+6620 era de aproximadamente $2,14_{-0,09}^{+0,10} M_{\odot}$ [17]. Observações mais atuais reduziram a incerteza na massa deste pulsar para $2,01_{-0,07}^{+0,07} M_{\odot}$ [18]. Ambas as medidas aqui apresentadas estão no intervalo de confiabilidade de 63,8%. Este é o pulsar mais massivo já observado até hoje, o que colocou restrições nas possíveis composições destes objetos, se tornando um dos principais limites observacionais. Além disso, resultados recentes também obtidos pelo NICER estimaram que o raio equatorial deste objeto é $13,7_{-1,5}^{+2,6}$ km, no intervalo de confiabilidade de 68% [60].

Apesar dos crescentes esforços em vincular as propriedades observacionais com a EOS das estrelas de nêutrons, ainda restam incertezas acerca da matéria que as constitui, como discutiremos na Seção 2.4. Além disso, existem discussões sobre a influência do campo magnético nas propriedades destes objetos [4, 53], como também, a possibilidade de que haja uma distribuição de carga elétrica [61–63]. A presença de carga elétrica não altera a EOS [64, 65], porém, se a carga elétrica for suficientemente alta, o campo elétrico gera uma pressão adicional que ajuda a pressão de degenerescência dos férmions a competir com a gravidade [66, 67]. Entretanto, alguns autores sugerem que a presença significativa de carga elétrica leva a uma disruptura da estrela [1, 64, 67], porém, outros autores sugerem que durante o colapso gravitacional ou, até mesmo, durante o processo de acreção, a estrela adquira grandes quantidades de carga elétrica [61, 62]. Desta forma, o tema permanece em aberto.

Na seção seguinte, apresentaremos através da teoria da Relatividade Geral as equações TOV, que descrevem a estrutura de uma estrela de nêutrons. Posteriormente, na Seção 2.3, mostraremos os efeitos de um campo eletrostático nas equações de estrutura e estabilidade destas estrelas.

2.2 ESTRUTURA ESTELAR – CASO NEUTRO

A generalização das leis da física para qualquer referencial, não somente os inerciais, foi proposta por Albert Einstein no seu artigo intitulado “A fundação da Teoria da Relativi-

dade Geral” [57]. Na sua nova teoria, Einstein demonstrou que o campo gravitacional não é uma força, e sim, a curvatura do espaço-tempo causada pela presença de uma grande concentração de massa-energia. Desta forma, a teoria da relatividade geral torna-se uma teoria geométrica [68–72]. Em unidades geométricas, onde $G = c = 1$, as equações do campo gravitacional de Einstein – na assinatura $(+, -, -, -)$ – são dadas por

$$G_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento. Em outras palavras, o tensor de Einstein está diretamente relacionado com a curvatura do espaço-tempo em uma dada região, enquanto o tensor energia-momento depende da distribuição de matéria e energia nesta região [71].

A partir da Eq. (2.1), podemos obter o sistema de equações diferenciais que descrevem uma estrela estática, simetricamente esférica e composta por um fluido ideal e isotrópico. Com estas considerações, o elemento de linha quadrado, que está relacionado com a métrica do sistema, é dado por [72]

$$ds^2 = g^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (2.2)$$

onde λ e ν são as chamadas funções métricas. A partir da métrica do sistema, podemos determinar o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$, como mostrado no Material Suplementar da Ref. [50].

O lado direito da Eq. (2.1) é determinado pelo tensor energia-momento que descreve a presença de matéria e energia em uma determinada região do espaço-tempo. No caso de um fluido ideal e isotrópico, este tensor é dado por

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

onde ϵ é a densidade de energia e p é a pressão do fluido.

No Material Suplementar da Ref. [50], realiza-se uma derivação detalhada das equações de estrutura de uma estrela relativística eletricamente neutra, utilizando o elemento de linha dado pela Eq. (2.2) e o tensor energia-momento dado pela Eq. (2.3). O sistema de equações resultante é da forma

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{m(r)\epsilon(r)}{r^2} \left[1 + \frac{p(r)}{\epsilon(r)}\right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{m(r)}\right] \left[1 - \frac{2m(r)}{r}\right]^{-1}, \quad (2.4)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r), \quad (2.5)$$

onde o gradiente da pressão é chamado por equação TOV [12,13]. A segunda equação, já presente na descrição estelar de uma estrela newtoniana representa a equação de massa. De fato, a Eq. (2.4) reduz-se a descrição newtoniana quando o fator $2M/R \ll 1$, sendo $R = 2M$ o raio da singularidade ou raio de Schwarzschild e M é a massa da estrela (ver [50,54,55] e as referências lá citadas).

A fim de resolvermos as equações de estrutura, devemos estabelecer uma EOS que descreverá a matéria no interior da estrela. Em termos físicos, a EOS representa a pressão exercida pelo fluido como função da densidade de energia. Na Seção 2.4, apresentaremos algumas condições que devem ser satisfeitas pela EOS de uma estrela de nêutrons. Além da EOS, necessitamos estabelecer condições de contorno. Desta forma, temos que estipular uma pressão $p(0) = p_0$ no centro da estrela, sendo que neste ponto a massa é nula $m(0) = 0$. A superfície da estrela $r = R$ é obtida quando a pressão se torna nula $p(R) = 0$ onde englobamos toda a massa da estrela $m(R) = M$ [50].

Como a pressão é função da densidade de energia ϵ , a pressão central está associada com uma densidade de energia central ϵ_0 . Na análise de estrelas neutras e para um restrito intervalo de densidades de energia centrais, a condição de equilíbrio, i.e.,

$$\frac{\partial M}{\partial \epsilon_0} \geq 0, \quad (2.6)$$

é necessária e suficiente para determinar a estabilidade de uma estrela eletricamente neutra⁴ [50].

As funções métricas $\nu(r)$ e $\lambda(r)$ são necessárias para garantir que a métrica do sistema seja contínua na superfície da estrela, e que recaia na métrica de Schwarzschild que descreve o espaço-tempo do lado de fora de uma distribuição de massa esfericamente simétrica e eletricamente neutra. A função métrica λ é dada por

$$e^{-2\lambda} = \begin{cases} 1 - 2m(r)/r, & \text{se } r \leq R, \\ 1 - 2M/R, & \text{se } r \geq R. \end{cases} \quad (2.7)$$

ou seja, é uma função da coordenada radial no interior da estrela mas passa a ser função da massa e do raio da estrela fora desta. Por outro lado, a função métrica $\nu(r)$ faz parte

⁴Para maiores intervalos na densidade de energia existe mais de uma região onde a condição de equilíbrio é satisfeita, fazendo-se necessária a análise das oscilações radiais para determinar se estes ramos são estáveis. Isto pode ser visto no estudo das anãs brancas (ver [55]).

do sistema de equações de estrutura Eqs. (2.4) e (2.5), sendo dada por

$$\frac{d\nu}{dr} = -\frac{1}{\epsilon + p} \frac{dp}{dr}. \quad (2.8)$$

Porém, quando analisamos a estabilidade de estrelas neutras em um restrito intervalo de ϵ_0 , temos que a condição dada pela Eq. (2.6) é necessária e suficiente, não sendo fundamental a análise das oscilações radiais destes objetos, que dependem da função métrica ν . Entretanto, as condições de contorno da função métrica ν são tais que na superfície da estrela, a fim de reobtermos a métrica de Schwarzschild temos $\nu(R) = -\lambda(R)$ (o que, como vimos, também é válido fora da estrela). Note que pelo teorema de Birkhoff, a métrica de Schwarzschild é a única que pode descrever o exterior de uma distribuição esférica de massa, como uma estrela. A condição de contorno no centro da estrela é $\nu(0) = \nu_0$ onde ν_0 deve ser tal que ν satisfaça a condição de contorno na superfície da estrela [2].

Apesar de não oferecerem informações relevantes no caso neutro (para um pequeno intervalo de densidades de energia centrais), as funções métricas foram mostradas por completeza e para fins de comparação com o caso carregado. Já que neste último caso se faz necessária a análise das oscilações radiais para determinar a estabilidade da configuração estelar carregada.

2.3 ESTRUTURA ESTELAR – CASO CARREGADO

Quando consideramos a presença de um campo elétrico na estrela, as Eqs. (2.1) passam a ser chamadas de equações de campo de Einstein-Maxwell. No que diz respeito ao equilíbrio de objetos esfericamente simétricos e eletricamente carregados, Bekenstein [67] introduziu alterações nas equações de estrutura considerando a carga elétrica. Em comparação com o caso neutro, temos que tanto as Eqs. (2.1) quanto o elemento de linha quadrado dado pela Eq. (2.2) permanecem com a mesma forma, sendo que, nas equações de campo a mudança surge no tensor energia-momento e no elemento de linha ao quadrado as alterações ocorrem nas funções métricas.

O tensor energia-momento passa a descrever um fluido ideal, isotrópico e eletricamente carregado. A dependência deste tensor com a carga elétrica é tal que [42, 43, 67, 73, 74]

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi^2} \left(F^{\mu\alpha} F_\alpha^\nu - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right), \quad (2.9)$$

onde $F^{\mu\nu}$ é o tensor campo eletromagnético também chamado de tensor das tensões de Maxwell, e nele está contida toda a informação do campo elétrico e do seu efeito na região

do espaço-tempo ocupada pela estrela carregada.

Estas alterações no tensor energia-momento levam a novas equações de estrutura para uma estrela carregada, que são dadas por [42–45]

$$\frac{dq}{dr} = 4\pi r^2 \rho_e e^\lambda, \quad (2.10)$$

$$\frac{dp}{dr} = -(\epsilon + p) \left(4\pi r p + \frac{m}{r^2} - \frac{q^2}{r^3} \right) e^{2\lambda} + \frac{q}{4\pi r^4} \frac{dq}{dr}, \quad (2.11)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon + \frac{q}{r} \frac{dq}{dr}, \quad (2.12)$$

$$\frac{d\nu}{dr} = -\frac{1}{\epsilon + p} \left(\frac{dp}{dr} - \frac{q}{4\pi r^4} \frac{dq}{dr} \right), \quad (2.13)$$

com a função métrica $\lambda(r)$ sendo dada por

$$e^{-2\lambda(r)} = \begin{cases} 1 - 2m(r)/r + q^2(r)/r^2, & \text{se } r \leq R \\ 1 - 2M/R + Q^2/R^2, & \text{se } r \geq R, \end{cases} \quad (2.14)$$

onde Q é a carga total da estrela. Em particular, no caso de $q(r) = 0$ (para qualquer r) recaímos no caso neutro, nas equações de estrutura dadas pelas Eqs. (2.4), (2.5) e (2.13).

A carga total é a condição de contorno da superfície $q(R) = Q$ e $q(0) = 0$ é a condição de contorno no centro da estrela carregada para a carga elétrica. As demais condições de contorno são as mesmas do caso neutro, apresentadas na seção anterior. Novamente, a condição de contorno para a função métrica $\nu(R) = -\lambda(R)$ implica na continuidade da métrica do sistema dentro e fora da estrela, sendo que a métrica fora da estrela carregada é a chamada métrica de Reissner-Nordström [75, 76].

Na análise de estrelas carregadas, a condição de equilíbrio dada pela Eq. (2.6) não é mais necessária e suficiente na determinação da estabilidade destes objetos⁵ [44]. Para determinar se essas configurações carregadas podem existir isoladas na Natureza, devemos analisar as suas oscilações radiais. Esta abordagem foi primeiramente proposta por Chandrasekhar [77], onde demonstrou que uma perturbação no fluido mantendo a simetria esférica permite derivar uma equação de oscilações infinitesimais. A generalização desta equação para o caso eletricamente carregado foi proposta por Glazer [78], sendo que, anos antes, Stettner [79] propôs a análise da estabilidade considerando que a carga estava localizada apenas na superfície.

A equação que determina as autofrequências características de um fluido é chamada de

⁵De fato, uma relação similar não é trivial de ser obtida no caso carregado.

equação de pulsação, sendo dada por [80]

$$\frac{d}{dr} \left[\mathcal{P} \frac{du}{dr} \right] + [\mathcal{Q} + \omega^2 \mathcal{W}] u = 0, \quad (2.15)$$

onde u é a função de deslocamento renormalizada. Para uma estrela carregada, as funções auxiliares \mathcal{P} , \mathcal{Q} e \mathcal{W} são dadas, respectivamente, por [81]

$$\mathcal{P} = e^{\lambda+3\nu} r^{-2} \gamma p, \quad (2.16)$$

$$\mathcal{Q} = (\epsilon + p) r^{-2} e^{\lambda+3\nu} [\nu'(\nu' - 4r^{-1}) - (8\pi p + r^{-4} q^2) e^{2\lambda}], \quad (2.17)$$

$$\mathcal{W} = e^{3\lambda+\nu} r^{-2} (\epsilon + p), \quad (2.18)$$

onde $\gamma = (1 + \epsilon/p) c_s^2$ é o coeficiente adiabático e c_s é a velocidade do som adiabática. Vale notar que estamos utilizando a notação onde y' representa a derivada da função y com relação a coordenada radial r .

A equação de pulsação constitui um problema de autovalores de Sturm-Liouville, que nos permite obter os autovalores e as autofunções da perturbação radial. Seguindo a Ref. [80], utilizamos o método de troca de variáveis, onde $\eta = \mathcal{P}u'$ a fim de transformarmos a Eq. (2.15) que é uma equação diferencial de segunda ordem em duas equações diferenciais de primeira ordem acopladas [80], tais que

$$\frac{du}{dr} = \frac{\eta}{\mathcal{P}}, \quad (2.19)$$

$$\frac{d\eta}{dr} = -[\mathcal{Q} + \omega^2 \mathcal{W}] u. \quad (2.20)$$

Na Ref. [80], os autores mostraram que as condições de contorno no centro da estrela são tais que para $\eta(0) = 1$ temos $u(0) = r^3/(3\mathcal{P}(0))$. Na superfície da estrela devemos fazer com que $\eta(R) = u'(R) = 0$. De fato, esta última condição é obtida para alguns valores de ω^2 , que são chamados de autofrequências do sistema.

Por se tratar de um problema de Sturm-Liouville onde a função auxiliar \mathcal{Q} é sempre real, as autofrequências ω_n^2 possuem a seguinte propriedade

$$\omega_0^2 < \omega_1^2 < \dots < \omega_n^2 < \dots. \quad (2.21)$$

Além disso, as autofunções de deslocamento renormalizadas u_n correspondentes as autofrequências ω_n^2 podem ser de dois tipos: oscilatórias ou exponenciais, dependendo se ω_n é real ou imaginário, respectivamente. Estrelas são sistemas vibrantes onde perturbações no fluido que as constitui ocorrem naturalmente. Desta forma, se uma perturbação radial

ocorrer e gerar um deslocamento exponencial sabemos que este sistema não é estável. Por outro lado, se o deslocamento for oscilatório temos um sistema estável. Pela propriedade 2.21, vemos que a estabilidade do objeto estelar está diretamente ligada ao sinal da autofrequência fundamental ao quadrado ω_0^2 , já que se esta for negativa o sistema é instável.

Em termos práticos, o conjunto formado pelas equações de estrutura (2.10)–(2.13) e pelas equações de pulsação (2.19)–(2.20) formam o sistema completo para a análise da estrutura e estabilidade de uma estrela carregada, estática e esfericamente simétrica. Primeiramente, resolvemos o sistema de equações para $\nu_0 = 0$, e fazemos $\nu_0 = -(\nu(R) + \lambda(R))$ que implicará no cumprimento da condição de contorno $\nu(R) = -\lambda(R)$. Posteriormente, após resolvermos o sistema de equações para um valor teste de ω_0^2 , utilizamos o método de Newton-Raphson para encontrar a autofrequência fundamental do sistema que corresponda a $u'(R) = 0$. Resolvemos o sistema de equações diferenciais utilizando o método de Runge-Kutta-Kash-Carp com passo adaptável. Validamos o nosso código para estrelas carregadas ao compararmos com os resultados obtidos na Ref. [44].

2.3.1 DISTRIBUIÇÕES DE CARGA ELÉTRICA

No caso neutro, mencionamos que a solução das equações de estrutura dependia não só das condições de contorno apresentadas mas também da EOS, que será tratada no próximo capítulo. Acontece que no caso carregado, além da EOS, precisamos estipular uma distribuição de carga elétrica já que não conhecemos *a priori* $q(r)$ ou ρ_e . Seguindo a Ref. [44], no nosso trabalho utilizamos dois tipos de distribuição de carga elétrica, além de utilizarmos num terceiro momento a carga elétrica total da estrela Q como sendo fixa.

A primeira distribuição que utilizamos propõe que a densidade de carga elétrica ρ_e é proporcional à densidade de energia, isto é,

$$\rho_e = \alpha\epsilon, \quad (2.22)$$

onde, em unidades geométricas, α é uma constante de proporcionalidade. Chamaremos esta distribuição de distribuição- α . Pela Eq. (2.10), temos

$$\frac{dq}{dr} = 4\pi r^2 \alpha \epsilon e^\lambda. \quad (2.23)$$

A segunda distribuição de carga elétrica utilizada, propõe a carga em função da coorde-

nada radial na forma de uma lei de potências, tal que

$$q(r) = Q \left(\frac{r}{R} \right)^3 \equiv \beta r^3, \quad (2.24)$$

onde $\beta = Q/R^3$ e, em unidades geométricas, possui unidades de km^{-2} . Porém, a fim de compararmos com os resultados da Ref. [44], utilizamos β com unidades de $M_\odot \text{km}^{-3}$. Neste caso, a equação diferencial para a carga elétrica é dada por

$$\frac{dq}{dr} = 3\beta r^2. \quad (2.25)$$

Chamaremos esta distribuição de carga por distribuição- β .

Para ambas as distribuições, a carga elétrica cresce a medida que $r \rightarrow R$ e há maior concentração de carga na superfície da estrela. Porém, no caso da distribuição- α , a taxa de crescimento da carga elétrica está associada também à densidade de energia, que é maior no centro da estrela do que na superfície. Isto implica que a carga cresce de forma mais uniforme e para menores valores de r quando comparamos à distribuição- β .

2.4 ESTRUTURA INTERNA

As teorias atuais indicam que podemos dividir uma estrela de nêutrons em cinco regiões: atmosfera, crosta externa e interna, núcleo externo e interno [1, 2, 4, 5]. A atmosfera é constituída por uma camada fina de plasma que, dependendo da temperatura de superfície, varia entre dez centímetros no caso mais quente a alguns milímetros no caso mais frio. A camada logo abaixo, chamada de crosta externa ou envelope externo estende-se da parte inferior da atmosfera até uma camada com densidade da ordem de $4 \times 10^{11} \text{g cm}^{-3}$. É constituída por íons e elétrons em uma região de aproximadamente cem metros. Para regiões mais internas do envelope, onde a densidade é muito maior do que $1 \times 10^6 \text{g cm}^{-3}$ o gás de elétrons é completamente degenerado e ultrarrelativístico [4]. A crosta interna ou envelope interno estende-se por aproximadamente 1 km e é constituída por elétrons, nêutrons livres e núcleos atômicos ricos em nêutrons, sendo que a fração de nêutrons livres aumenta com o aumento da densidade. Na região mais densa desta camada, os núcleos não se fazem presentes e os nêutrons podem estar em um estado superfluido. O núcleo externo possui diversos quilômetros e pode ser composto por nêutrons, prótons, elétrons e múons, todos formando um plasma degenerado. Os elétrons e múons formam um gás de Fermi ideal, enquanto prótons e nêutrons, que interagem via forças nucleares formam um líquido de Fermi e podem estar em um estado superfluido [3].

Acredita-se que a última camada, o núcleo interno, está presente somente nas estrelas de nêutrons mais massivas, sendo que nas menos massivas o núcleo externo estende-se até o

centro destes objetos. O núcleo interno tem vários quilômetros de raio e sua composição depende fortemente da EOS [4]. Devido às densidades extremas presentes nesta região das estrelas de nêutrons, a matéria que a constitui permanece um tema de intenso debate. Desta forma, o nome “estrelas de nêutrons” é um tanto enganoso, no sentido de que estados exóticos da matéria podem estar presentes.

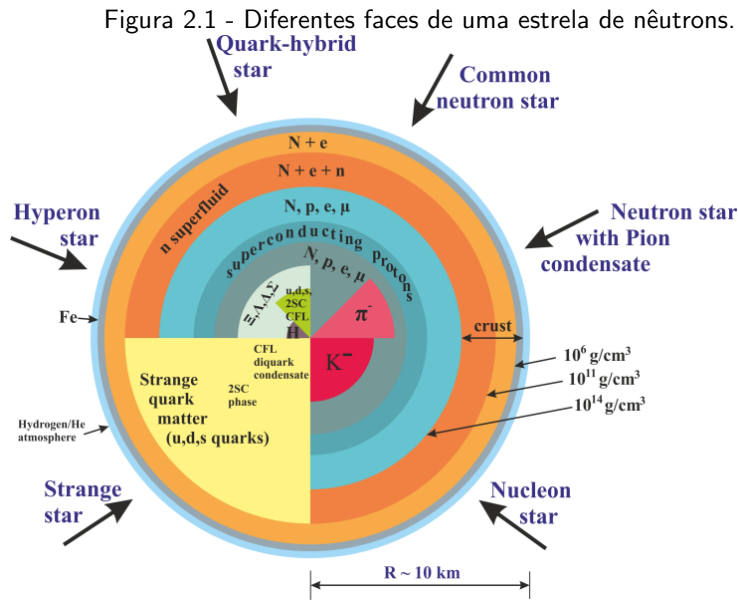
Historicamente, em 1959 foi proposto por Cameron [82] e em 1960 por Salpeter [83] que híperons (hádrons que contém o quark *strange*) poderiam fazer-se presentes no interior das estrelas de nêutrons. Mais tarde, em 1965 e 1969, respectivamente, Ivanenko e Kurdgelaidze [31,32] consideraram a dissolução dos hádrons no núcleo das estrelas de nêutrons, dando origem a um núcleo formado por quarks livres, formando o que hoje conhecemos por estrelas híbridas. Também especula-se que outros estados como condensados de káons possam ser os verdadeiros constituintes do núcleo interno [1, 2, 4].

Em 1970, Itoh propôs o conceito de estrelas constituídas inteiramente por quarks e analisou o seu equilíbrio hidroestático [33]. Um ano depois, Bodmer conceituou que o verdadeiro estado da matéria que interage fortemente era composto pela dissolução dos hádrons nos seus constituintes elementares, os quarks [34]. Corroborando com a proposta de Bodmer e utilizando um modelo simples, Witten mostrou que para densidades elevadas a matéria de quarks contendo o quark *strange* era energeticamente favorável em comparação ao isótopo ^{56}Fe e a matéria de quarks *up* e *down* [35], assim como Terazawa [36]. Isto deu origem ao que chamamos por hipótese (ou conjectura) de Bodmer-Witten- Terazawa, que afirma que o verdadeiro estado da matéria que interage fortemente é a matéria estranha de quarks (SQM, do inglês *strange quark matter*). Se considerarmos válida a hipótese de Bodmer-Witten- Terazawa, uma nova classe de estrelas compactas surge, a qual chamamos de estrelas estranhas de quarks, ou simplesmente, estrelas estranhas. Na Figura 2.1, apresentamos todas as possibilidades contidas nos objetos teóricos que comumente chamamos por estrelas de nêutrons.

2.4.1 EQUAÇÃO DE ESTADO

A descrição da estrutura interna de uma estrela de nêutrons está diretamente associada à EOS, que descreve a matéria presente no seu interior. Devido às incertezas na descrição da matéria neste regime de densidades elevadas, existem dificuldades na formulação da EOS. Entretanto, existem algumas restrições físicas que são válidas para todas as EOSs.

Como dito anteriormente, uma EOS é a representação matemática da pressão em função da densidade de energia. Tirando exemplos simples, a pressão não depende diretamente da densidade de energia, de tal forma que ambas são funções do potencial químico e



da temperatura. Entretanto, estrelas de nêutrons apresentam um esfriamento acentuado momentos após a sua formação, implicando que a temperatura é negligenciável nas escalas de energia presentes nestes objetos densos [1–5].

Existem duas restrições gerais, isto é, independentes de modelos para que uma EOS seja fisicamente razoável. A primeira delas é que a EOS não possa ser ultrabárica, ou seja, que a pressão não pode ser maior que a densidade de energia. A segunda restrição é que a velocidade adiabática do som, definida por

$$c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \epsilon}, \quad (2.26)$$

não pode ultrapassar a velocidade da luz, isto é, $\partial p / \partial \epsilon < 1$ em unidades naturais [1]. Em outras palavras, isto implica que a EOS seja casual.

As EOSs podem ser classificadas em uma de três categorias distintas: mole (*soft*), intermediária e dura (*stiff*); dependendo da taxa de variação da pressão com a densidade de energia [4]. Esta classificação está diretamente associada a compressibilidade da matéria descrita pela EOS. Uma EOS mole representa uma matéria que pode ser facilmente comprimida. Por outro lado, uma EOS dura implica que a matéria tende a ser incompressível assintoticamente [1]. Uma EOS é dita mais dura do que a outra quando a pressão é maior para cada valor da densidade de energia. Também vale notar que EOSs mais duras sustentam pressões maiores, ou seja, suportam maiores massas contra o colapso gravita-

cional.

Como observado por Oppenheimer e Volkoff [13] para um gás de nêutrons livres, a solução da equação TOV para uma EOS implica numa respectiva configuração estelar mais massiva, chamada de configuração de massa máxima M_{max} . De tal forma que, para uma determinada EOS devemos ter $M_{\text{max}} \geq M_{\text{obs}}$, onde M_{obs} é a maior massa já observada. Como discutimos anteriormente, o pulsar mais massivo possui $M_{\text{obs}} = 2,01_{-0,07}^{+0,07} M_{\odot}$ [17, 18], logo, para que uma EOS seja válida a sua configuração mais massiva deve superar este limite.

2.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, revisitamos parte da história das estrelas de nêutrons juntamente aos principais aspectos observacionais dos pulsares. Também apresentamos as equações que descrevem a estrutura de uma estrela relativística, assim como, os efeitos que um campo eletrostático gera nesta descrição. A estrutura interna e os possíveis constituintes de uma estrela de nêutrons foram discutidos. Além disso, as principais características de uma EOS e suas restrições foram mostradas. Por fim, concluímos que estrelas de nêutrons não são completamente compreendidas, visto que sua composição está atrelada às interações fortes entre hádrons, o que não é bem estabelecido nestes regimes de densidades elevadas, como iremos explorar no próximo capítulo.

3 ESTRUTURA INTERNA DE UMA ESTRELA DE QUARKS

Neste capítulo, explanaremos sobre a estrutura interna de uma estrela de quarks. Para tanto, assumiremos válida a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa de que a matéria estranha de quarks (SQM) é mais estável do que o elemento mais estável encontrado na natureza, o isótopo ^{56}Fe . Começaremos pelo estudo da Cromodinâmica Quântica (QCD) e de seus principais conceitos, discutindo a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Neste cenário, analisaremos duas equações de estado para a SQM, a fim de descrevermos uma estrela de quarks.

3.1 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

O Modelo Padrão da física de partículas descreve a natureza em termos de seus constituintes fundamentais, os férmions elementares, e das interações entre eles, que por sua vez são explicadas pela troca de bósons mediadores [29]. Existem quatro interações fundamentais na natureza: as nucleares forte e fraca, a eletromagnética e a gravitacional. Atualmente, a física de partículas descreve essas forças através de teorias quânticas de campos (QFT, do inglês *quantum field theory*). Como a QFT correspondente à gravitação possui falhas, esta interação não está incluída no Modelo Padrão [85].

A QFT responsável pela interação forte é a QCD, onde o bóson mediador da interação é o glúon, e a força se deve à carga de cor, presente apenas em pártons (coletivo de quarks e glúons). A estabilidade do núcleo atômico é explicada através da interação forte residual entre prótons e nêutrons, que são constituídos por quarks. Os quarks são os únicos férmions elementares que interagem através de todas as forças fundamentais, pois possuem as quatro cargas responsáveis pelas quatro interações fundamentais: cor, carga elétrica, sabor e massa [29]. Desta forma, quarks são definidos a partir destas quatro quantidades. Os quarks possuem carga elétrica fracionária, sendo que os sabores u , c e t possuem carga $+2/3$, enquanto os sabores d , s e b possuem carga $-1/3$. Além disso, os quarks d , u e s são os ditos quarks leves e possuem massas de 2,16 MeV, 4,67 MeV e 93 MeV, respectivamente. Os quarks pesados, c , b e t possuem massas de 1270 MeV, 4180 MeV e 172 900 MeV, respectivamente [86], em unidades naturais ($\hbar = c = 1$).

Apesar de nunca terem sido detectados livres, diversas evidências experimentais apontam para a existência dos quarks. A fim de explicar a não detecção dos quarks livres, postula-se o confinamento da carga de cor, ou seja, postula-se que objetos que possuem carga de cor estão sempre confinados em estados incolores. Sendo assim, somente estados onde a carga de cor total é nula podem se propagar livremente na natureza [29]. Diferentemente do fóton, que media as interações eletromagnéticas, glúons possuem a carga responsável

pela interação forte, de tal forma que acredita-se que o confinamento seja resultado das interações entre glúons, o que restringe a força forte a curtos alcances. A principal implicação do conceito de confinamento é que somente combinações com carga de cor nula podem existir nas escalas de energia e nas distâncias presentes no nosso cotidiano.

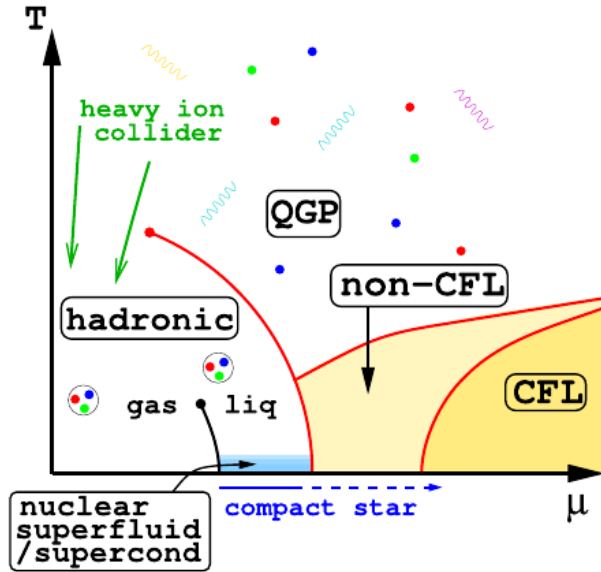
No regime de densidades elevadas presente em estrelas de nêutrons, existe a possibilidade de que ocorra a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Desta forma, observações destes objetos podem fornecer informações relevantes sobre a interação forte neste regime. Ainda, estas observações podem permitir a determinação do tipo de transição de fase e qual o estado da matéria presente nestas estrelas.

3.2 TRANSIÇÃO DE FASE

Nos colisores de partículas, como o *Large Hadron Collider* (LHC) e o *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), atinge-se, em colisões de íons pesados, um estado da matéria que é melhor descrito pelos graus de liberdade dos quarks e glúons livres do que por estados hadrônicos, o chamado plasma de quarks e glúons (QGP, do inglês *quark-gluon plasma*) [30]. Nestes colisores, o QGP é resultado das elevadas temperaturas presentes nas colisões, sendo uma das formas de se atingir a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Na Figura 3.1, apresentamos o que se supõe ser o diagrama correspondente a transição de fase da QCD. Neste diagrama, as fases da matéria que interage fortemente estão relacionadas com a temperatura e o potencial químico, sendo que este último determina a densidade bariônica. Desta forma, além das altas temperaturas atingidas nos colisores, espera-se que as altas densidades, como aquelas que podem estar presentes nas estrelas de nêutrons, levem a matéria de quarks. O diagrama também mostra que a fase hadrônica pode aparecer nas formas de gás, líquido (matéria nuclear) e de superfluido, outro estado que deve estar presente nas estrelas de nêutrons. Para baixas temperaturas e elevadas densidades, espera-se que a SQM forme pares de Cooper em uma fase supercondutora de cor (CFL, do inglês *color-flavor locking*) [87]. Para altas temperaturas e/ou densidades chegamos ao QGP.

A possibilidade de uma transição de fase em baixas temperaturas e altas densidades, leva a diferentes possíveis constituições para uma estrela de nêutrons, como vimos na Seção 2.4. Porém, devido a complexidade do diagrama apresentado na Figura 3.1 e a impossibilidade na realização de experimentos nestes níveis de densidade, não se sabe se esta transição é de primeira ordem (com ou sem fase mista) [1, 2, 5] ou na forma de um *crossover* [88, 89]. Desta forma, a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa nos oferece uma visão alternativa, onde a matéria hadrônica foi convertida em SQM através de processos de nucleação [90]. Para isto, a SQM deve ser o estado fundamental da matéria que interage fortemente.

Figura 3.1 - Diagrama teórico que representa as fases da matéria como função do potencial químico e da temperatura, sinalizando a possível transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks.



Fonte: Extraído da Ref. [87].

Assumindo verdadeira a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa, apresentaremos modelos fenomenológicos que descrevem a SQM em altas densidades, a fim de apresentarmos resultados para estrelas de quarks eletricamente carregadas.

3.3 EQUAÇÕES DE ESTADO PARTÔNICAS

Na QCD, a intensidade da interação depende das distâncias envolvidas. De tal forma que, quando a constante de acoplamento α_S (medida da intensidade da interação forte) for pequena, um tratamento perturbativo é válido, caso contrário, o tratamento se torna não perturbativo. Para as densidades características em estrelas compactas, acredita-se que efeitos não perturbativos devam estar presentes. Entretanto, a interação entre os quarks não deve ser negligenciada, como é feito em modelos simples. A fim de comparação, apresentaremos duas EOSs para a SQM. Na primeira EOS, consideraremos que o efeito do confinamento é introduzido por um parâmetro e que os quarks são modelados como um gás ideal de Fermi completamente degenerado e relativístico [38]. Na sequência, apresentaremos uma EOS obtida através da QCD perturbativa (pQCD), considerando a interação entre os quarks [39,40]. Em ambos os casos, estaremos considerando o quark *strange* como massivo e as demais partículas como não massivas.

Quando a massa do quark *strange* é levada em conta, a SQM necessita também de elétrons

para que seja globalmente neutra. É importante notar que a condição de neutralidade elétrica global não implica que a estrela não tenha uma distribuição de carga elétrica no seu interior. Isto ocorre, porque as alterações produzidas pela carga elétrica na EOS são negligenciáveis [65]. Desta forma, a SQM deve conter elétrons que ficam separados dos quarks por aproximadamente 100 fm, formando uma eletrosfera ao redor do núcleo de quarks gerando campos eletrostáticos da ordem $1 \times 10^{20} \text{ V m}^{-1}$ [41]. Neste estudo, por simplicidade, não estaremos considerando a presença da eletrosfera, implicando que a estrela estranha terá uma carga elétrica líquida e elevados campos elétricos na superfície [42, 44, 45].

3.3.1 MODELO DE SACOLA DO MIT

O mais simples e mais usado dos modelos fenomenológicos é o chamado modelo de sacola do MIT (MIT-BM) [38], que é capaz de reproduzir os conceitos de confinamento e liberdade assintótica. Neste modelo, interpreta-se os hádrons como “sacolas” com dimensões finitas, dentro da qual estão contidos os quarks e glúons. O confinamento é introduzido a partir da consideração de uma pressão de sacola B , que equilibra a pressão exercida pelos quarks no interior da sacola. A EOS resultante é da forma [1]

$$p = \sum_i \frac{g_i}{24\pi^2} \left[\mu_i k_i \left(\mu_i^2 - \frac{5}{2} m_i^2 \right) + \frac{3}{2} m_i^4 \ln \left(\frac{\mu_i + k_i}{m_i} \right) \right] - B, \quad (3.1)$$

$$\epsilon = \sum_i \frac{g_i}{8\pi^2} \left[\mu_i k_i \left(\mu_i^2 - \frac{1}{2} m_i^2 \right) - \frac{1}{2} m_i^4 \ln \left(\frac{\mu_i + k_i}{m_i} \right) \right] + B, \quad (3.2)$$

$$n = \sum_i n_i = \sum_i \frac{g_i k_i^3}{6\pi^2}, \quad (3.3)$$

onde p é a pressão, ϵ a densidade de energia e n a densidade de partículas. Além disso, g_i , μ_i , k_i e m_i representam o fator de degenerescência, o potencial químico, o momento de Fermi e a massa do férmion de sabor i , respectivamente. Como estamos tratando do caso completamente degenerado, k_i e μ_i são relacionados por $k_i = \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}$. Com exceção do parâmetro fenomenológico, i.e., a pressão de sacola B , os demais termos representam um gás de férmions livres não interagentes. Desta forma, a introdução *ad hoc* de B gera o confinamento.

3.3.2 QCD PERTURBATIVA

A fim de descrever a EOS do sistema de quarks livres, diversos autores consideraram diferentes aproximações e suposições para a interação entre os quarks e para o tratamento das variações nas massas dos quarks e da constante de acoplamento [39, 40, 91–100]. Em particular, na Ref. [39], os autores derivaram uma EOS baseada em pQCD considerando

uma matéria densa e fria de quarks. Eles estimaram a pressão para valores finitos da densidade até a ordem α_S^2 , assumindo o quark *strange* como massivo. Na Ref. [40], eles obtiveram uma fórmula simples para a pressão em função do potencial químico bariônico μ_B , compactando os resultados da Ref. [39], tal que

$$p = p_{SB}(\mu_B) \left(c_1 - \frac{a(X)}{\mu_B - b(X)} \right), \quad (3.4)$$

onde $X = 3\bar{\Lambda}/\mu_B$ é um parâmetro adimensional que varia entre 1 e 4, proporcional a escala de renormalização $\bar{\Lambda}$ que surge na expansão perturbativa. Além disso, $p_{SB}(\mu_B)$ é a pressão correspondente de um gás de quarks não interagentes e sem massa, também chamado de gás de Stephan-Boltzmann (SB), dada por

$$p_{SB}(\mu_B) = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\mu_B}{3} \right)^4. \quad (3.5)$$

As funções auxiliares $a(X)$ e $b(X)$ são tais que

$$a(X) = d_1 X^{-\nu_1}, \quad b(X) = d_2 X^{-\nu_2}, \quad (3.6)$$

com as constantes sendo dadas por (para mais detalhes, veja a Ref. [40])

$$c_1 = 0,9008 \quad d_1 = 0,5034, \quad d_2 = 1,452, \quad \nu_1 = 0,3553, \quad \nu_2 = 0,9101. \quad (3.7)$$

Neste modelo, a densidade de energia é obtida, mantendo X fixo, pela seguinte relação

$$\epsilon = -p + \mu_B n_B, \quad (3.8)$$

onde n_B é a densidade bariônica obtida a partir da relação termodinâmica

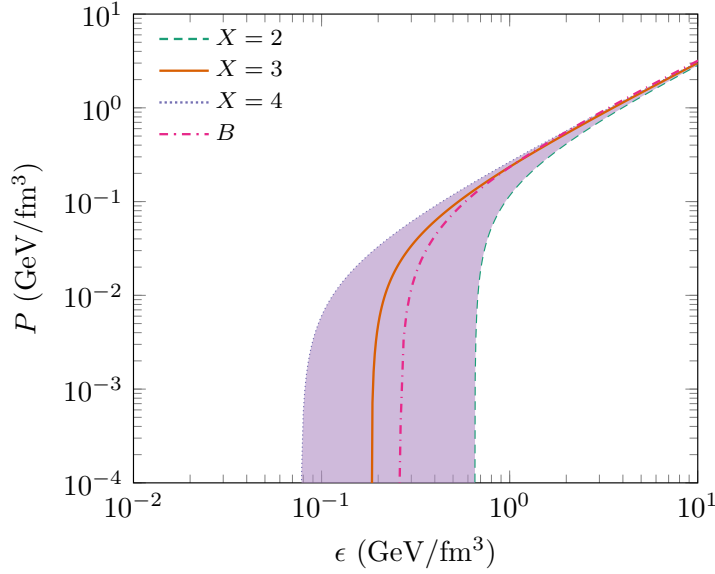
$$n_B = \frac{dp}{d\mu_B}. \quad (3.9)$$

Este resultado simples e compacto é capaz de reproduzir os cálculos do estado da arte no tratamento perturbativo da QCD, no regime de temperatura nula e densidades elevadas.

3.3.3 COMPARAÇÃO

Na Figura 3.2, mostramos uma comparação entre as EOSs do MIT-BM e a forma funcional da pQCD. Na nossa análise, estamos utilizando $B^{1/4} = 145$ MeV que é o caso de EOS mais duro do MIT-BM que satisfaz a conjectura de Bodmer-Witten-Terazawa. Para a

Figura 3.2 - Comparação entre as equações de estado do MIT-BM e da pQCD, para um único valor da pressão de sacola B e diferentes valores da escala de renormalização X , respectivamente.



Fonte: O autor (2020).

pQCD, estamos apresentando valores de X que contém resultados de maior interesse astrofísico (veja [40, 45, 46]). Podemos notar que a pQCD apresenta EOSs mais duras quando comparadas a EOS mais dura do MIT-BM. De fato, isto ocorre para $X \geq 2,8$. Na Figura 3.2, destacamos $X = 3$ a fim de realizarmos comparações com os resultados já conhecidos para o MIT-BM.

Uma vantagem da pQCD sobre o MIT-BM é que ela permite estimar de forma sistemática as incertezas presentes no cálculo perturbativo, além de levar em conta as interações entre os quarks, que são significativas mesmo neste regime de densidades, podendo ser considerada uma descrição mais realista da matéria de quarks [39, 40]. No Capítulo 4, mostraremos os resultados obtidos para estrelas estranhas eletricamente carregadas para ambas as EOSs aqui apresentadas. Veremos que, apesar de ambas serem lineares, os resultados astrofísicos preditos por cada modelo diferem consideravelmente.

No Capítulo 5, apresentaremos os resultados para estrelas charmosas eletricamente carregadas, no contexto do MIT-BM. Isto foi feito somente no caso neutro pelos autores da Ref. [47]. Na Ref. [48], foi obtida a EOS através da pQCD para a matéria contendo o quark *charm*. Neste estudo, os autores também analisaram a estabilidade de uma estrela charmosa neutra analisando suas oscilações radiais. Porém, por simplicidade, utilizaremos somente o MIT-BM na descrição de estrelas charmosas carregadas.

3.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresentamos os principais conceitos pertinentes a QCD, assim como, buscamos apresentar o estado da arte acerca da transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks livres. Assumindo como verdadeira a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa, consideramos dois modelos utilizados na descrição da SQM no interior das estrelas de quarks. No que diz respeito a matéria de quarks pesados – que contém o quark *charm* – utilizaremos, por simplicidade, somente o MIT-BM, para vermos os efeitos da carga elétrica na estabilidade de estrelas charmosas eletricamente carregadas.

4 ESTRUTURA E ESTABILIDADE DAS ESTRELAS ESTRANHAS

Neste capítulo, mostraremos os resultados referentes ao artigo intitulado *Electrically charged strange stars with an interacting quark matter equation of state* [45], onde evoluímos duas análises previamente feitas acerca da estabilidade e estrutura das estrelas estranhas. Primeiramente, foi mostrado na Ref. [42] que a simples inclusão de carga elétrica em uma estrela estranha, utilizando uma equação de estado para quarks não-massivos e livres levava a alterações na estrutura das configurações estelares, resultando em maiores massas e raios. Esta análise foi, posteriormente, aprimorada na Ref. [44] que analisaram a estabilidade dinâmica de estrelas estranhas carregadas perante perturbações radiais, para dois tipos de distribuição de carga elétrica, os mesmos que usamos na Ref. [45]. Porém, seus estudos se limitaram a utilização do modelo de sacola do MIT, sem levar em conta a massa dos quarks.

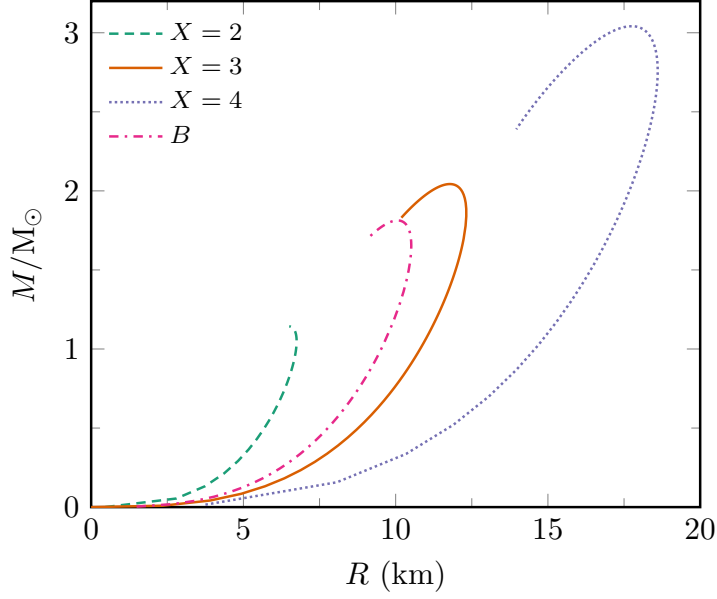
O segundo estudo no qual o nosso trabalho se baseou foi realizado na Ref. [46]. Neste trabalho, Jiménez e Fraga utilizaram uma equação de estado para quarks massivos e interagentes obtida na Ref. [39], posteriormente, colocada como uma fórmula simples na Ref. [40]. Nos trabalhos originais, foi mostrado que uma equação de estado interagente pode levar a configurações estelares de maior massa e raio quando comparados aos resultados obtidos pelo MIT-BM. Utilizando a forma simples da equação, na Ref. [46], eles mostraram que as estrelas estranhas descritas por ela são estáveis perante oscilações radiais, além de possuírem configurações em equilíbrio.

Neste capítulo, compararemos os resultados referentes a estrutura e estabilidade das estrelas estranhas carregadas, utilizando duas equações de estado. A primeira refere-se ao MIT-BM, cujos resultados foram extensivamente analisados na literatura para diferentes valores da massa do quark *strange* e da pressão de sacola B (para uma revisão recente, veja [50]). Aqui, estaremos considerando o quark *strange* como massivo, diferentemente do que foi feito na Ref. [44], e utilizaremos apenas um valor para a pressão de sacola. A segunda equação de estado diz respeito a fórmula simples advinda da QCD perturbativa (pQCD), considerando o quark *strange* como massivo e que há interação entre os quarks. Neste caso mais realista, estaremos levando em conta diferentes valores possíveis do parâmetro X no intervalo entre 2 e 4.

4.1 ESTRELAS ESTRANHAS NEUTRAS

Começaremos discutindo estrelas estranhas eletricamente neutras, isto é, $q(r) = 0$, implicando que a estrela é descrita pela equação usual da conservação de massa e que o gradiente da pressão é dado pela equação TOV, ambas apresentadas na Seção 2.2.

Figura 4.1 - Perfil massa-raio de estrelas estranhas obtidas a partir do MIT-BM e da pQCD.

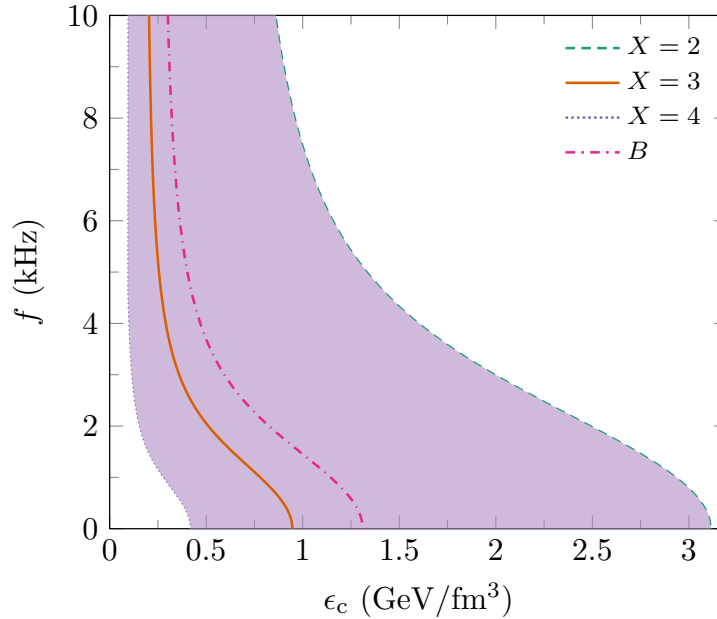


Fonte: O autor (2020).

Na Figura 4.1, mostramos o perfil massa-raio para estrelas estranhas neutras. Este perfil é similar para ambas equações de estado, no sentido de que a massa cresce com o raio, mostrando que este é um sistema autoligado, mantido pelo confinamento no MIT-BM e pela interação entre os quarks na pQCD, e não pela atração gravitacional. No caso da pQCD, o aumento de X leva a EoSs mais duras, que por sua vez resultam em configurações estelares com maiores massas e raios. Por outro lado, o MIT-BM possui comportamento inverso, o aumento de B diminui a pressão, tornando a EoS mais “mole” o que leva a configurações menos massivas [50]. De fato, não podemos utilizar $B^{1/4} < 145$ MeV, pois isto violaria a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa, favorecendo energeticamente uma matéria de quarks constituída apenas pelos quarks u e d . Desta forma, EoSs do MIT-BM não geram configurações estelares que satisfazem o limite de $2 M_{\odot}$ imposto por observações recentes [17, 18]. Vemos que para $X \geq 3$ as configurações estelares geradas pela pQCD ultrapassam facilmente este limite observacional.

Ambas equações de estado levam a configurações estelares que são estáveis perante oscilações radiais, como pode ser visto na Figura 4.2, onde estamos mostrando o comportamento da frequência linear em função da densidade de energia central. Estamos mostrando somente a parte real da frequência, o que significa que estamos considerando apenas as configurações estelares estáveis. No caso de estrelas estranhas neutras, o ponto de massa máximo coincide com o ponto de frequência nula, como foi apontado por diversos autores

Figura 4.2 - Estabilidade de estrelas estranhas neutras para ambas EoSs, a partir da análise da parte real da frequência linear em função da densidade de energia central.



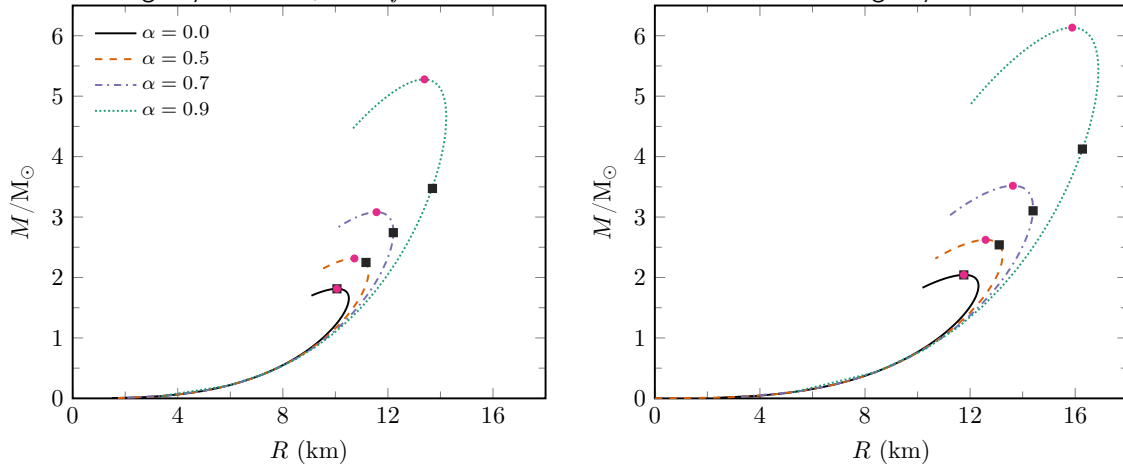
Fonte: O autor (2020).

(ver Refs. [46, 80] e literatura por eles referenciada). A partir da Figura 4.2, podemos observar que quanto mais dura a EoS, menores os valores de densidade de energia central permitidos na estrela.

4.2 ESTRELAS ESTRANHAS CARREGADAS

Nesta seção, realizaremos a análise da estrutura e estabilidade perante oscilações radiais de estrelas estranhas eletricamente carregadas. Para tanto, utilizaremos as duas EoSs já mencionadas, além de três modelos para a carga elétrica na estrela. Nestes modelos estão contidos as duas distribuições de carga utilizadas na Ref. [44], além de considerarmos estrelas com carga total fixa. Esta seção será dividida em três subseções diferentes, sendo que cada subseção conterá os resultados de um respectivo modelo. Com relação às EoSs, estaremos utilizando $X = 3$ na pQCD a fim de compararmos com os resultados do MIT-BM para $B = 60 \text{ MeV fm}^{-3}$. Posteriormente, mostraremos como a dependência dos parâmetros astrofísicos para diferentes valores da escala de renormalização X , na EoS da pQCD.

Figura 4.3 - Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoS do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito). Os quadrados pretos representam a última configuração estável, onde $f = 0$. Os círculos rosas simbolizam a configuração mais massiva.



Fonte: O autor (2020).

4.2.1 DISTRIBUIÇÃO- α

Neste tipo de distribuição de carga elétrica, temos uma dependência linear da densidade de carga elétrica com a densidade de energia da estrela, i.e., $\rho_e = \alpha\epsilon$, onde α é uma constante de proporcionalidade. Disto resulta que o gradiente da carga elétrica é dado por

$$\frac{dq}{dr} = 4\pi\alpha r^2 \epsilon e^\lambda. \quad (4.1)$$

Na Figura 4.3, apresentamos o perfil massa-raio de estrelas estranhas eletricamente carregadas para diferentes valores da constante adimensional α . Assim como no caso neutro, a EoS da pQCD para $X = 3$ (painel direito) leva a configurações estelares de maior massa e raio do que a EoS do MIT-BM (painel esquerdo). O caso neutro (curva preta contínua) é representado para $\alpha = 0$, onde a configuração de massa máxima (círculo rosa) coincide com a última configuração estável, isto é, o ponto de frequência nula (quadrado preto). Isto muda consideravelmente quando $\alpha > 0$, onde vemos que a diferença entre os pontos cresce com o aumento de α , i.e., o aumento de carga na estrela. As configurações com maior massa estável perante oscilações radiais possuem massas menores do que as configurações estelares mais massivas. Entretanto, as configurações estáveis possuem maior raio do que a configuração mais massiva.

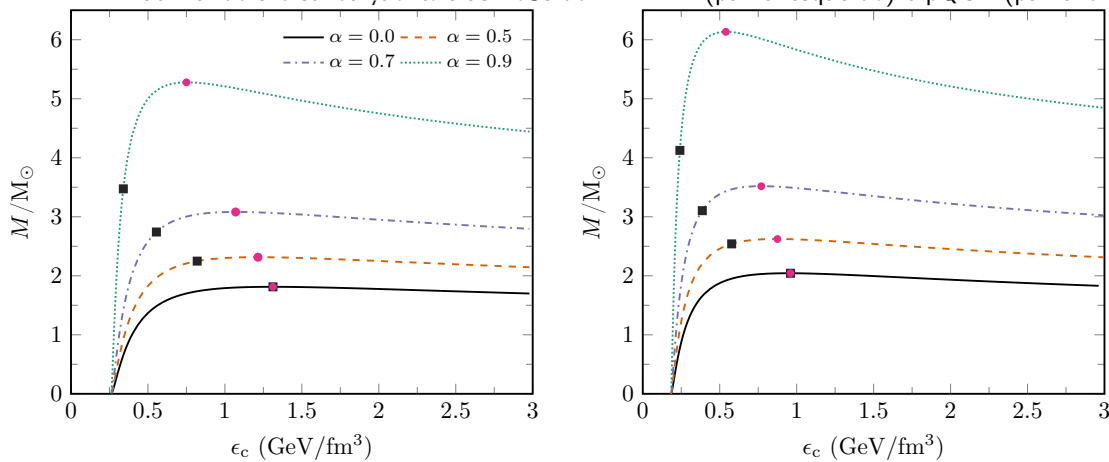
A relação entre a massa gravitacional e a densidade de energia central das estrelas, apresentada na Figura 4.4, mostra outras grandes diferenças entre estrelas estranhas carre-

gadas e neutras. Primeiramente, notamos que o aumento da carga implica que menores densidades de energia centrais são necessárias para produzir a configuração mais massiva (círculo rosa). O mesmo é válido para a análise de configurações estáveis, já que o ponto onde ocorre a nulidade da frequência (quadrado preto) aparece para densidades de energia centrais cada vez menores quanto mais aumentamos α . Ainda mais importante, é que a distinção entre estes pontos implica que diversas configurações em equilíbrio ($\partial M/\partial \epsilon_c > 0$) são instáveis perante oscilações radiais, o que não acontece no caso neutro.

Na Figura 4.5, apresentamos o comportamento das autofrequências fundamentais em função da densidade de energia central de estrelas estranhas carregadas. Vemos que as autofrequências fundamentais decrescem monotonamente em função da densidade de energia central das estrelas, o que difere significativamente de estrelas hadrônicas e híbridas, onde a frequência cresce até atingir um máximo e depois começa a cair atingindo a nulidade [80, 81]. Além disso, devemos notar que as autofrequências se tornam nulas para menores valores da densidade de energia central com o aumento de α para ambas EoSs. Entretanto, uma diferença notável surge entre as EoSs quando analisamos que as densidades de energia centrais da pQCD são menores que as do MIT-BM para que as autofrequências se tornem nulas, até mesmo no caso neutro.

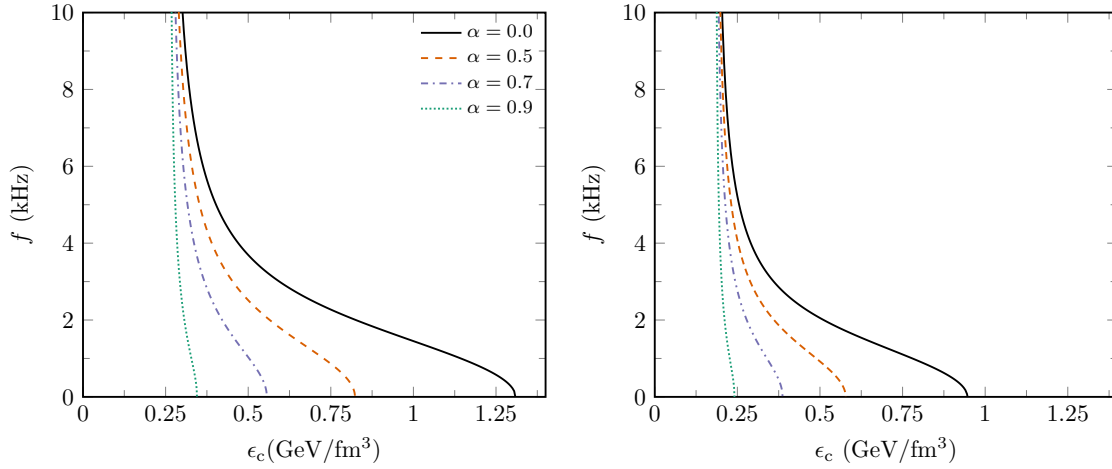
Até aqui analisamos como a introdução de carga elétrica, utilizando a distribuição- α , afeta a estrutura e estabilidade de estrelas estranhas para as EoSs do MIT-BM e da pQCD (com $X = 3$). Nossos resultados para o MIT-BM concordam, até então, com os obtidos na Ref. [44], com a única ressalva de que nossas configurações estelares possuem massas e raios

Figura 4.4 - Massa gravitacional em função da densidade de energia central de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

Figura 4.5 - Autofrequências fundamentais em função da densidade de energia central de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- α e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



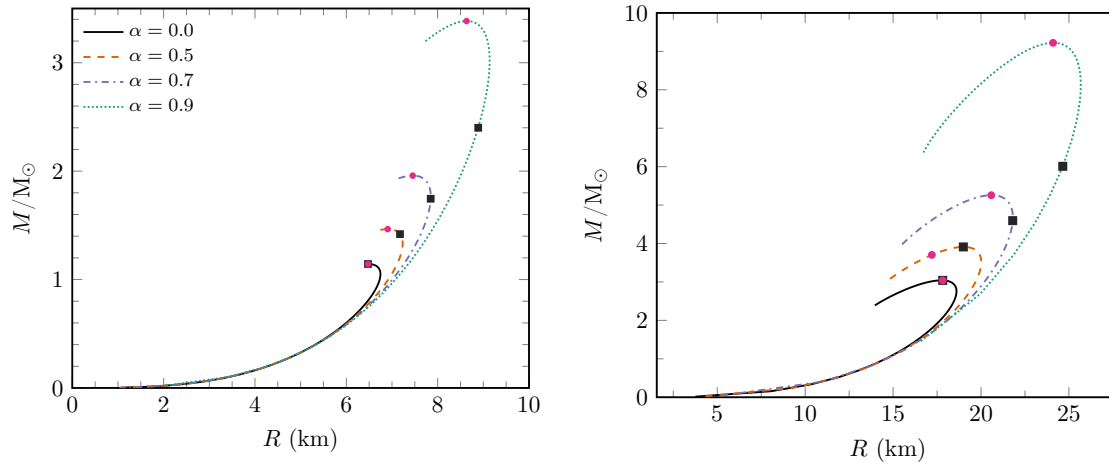
Fonte: O autor (2020).

menores. Essa diminuição nos parâmetros observacionais se deve ao fato de considerarmos o quark *strange* massivo, o que suaviza a EoS. Nos últimos resultados que mostraremos para a distribuição- α , estaremos analisando somente os resultados astrofísicos obtidos para diferentes valores do parâmetro X da pQCD.

Com relação ao comportamento dos parâmetros astrofísicos e as EoSs da pQCD, na Figura 4.6 mostramos o perfil massa-raio do caso carregado para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito). Como vimos anteriormente, o aumento de X torna a EoS mais dura, resultando em estrelas com raios e massas maiores. Também podemos notar que quanto mais dura a EoS mais sensível as configurações estelares ficam a presença de carga elétrica, como já poderia ser visto na Figura 4.3. Em especial, nos casos carregados para $X = 4$ atingem-se configurações estelares estáveis com enormes massas gravitacionais que não são consideradas realistas. Outro ponto de interesse é que, mesmo para uma EoS suave (pQCD, $X = 2$), quando $\alpha = 0,9$ o limite observacional de $2 M_{\odot}$ é facilmente atingido.

Na Figura 4.7, analisamos a massa gravitacional como função da densidade de energia central utilizando a distribuição- α , novamente para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito). Podemos notar que a última configuração estável (quadrado preto) está deslocada perante a configuração mais massiva (círculo rosa), como já havíamos visto ao compararmos as EoSs do MIT-BM e da pQCD para $X = 3$. De fato, a análise é bastante similar a da Figura 4.4, onde uma EoS mais dura ($X = 4$) é mais sensível a presença de carga elétrica, assim como, as massas máximas e os pontos de frequência nula são

Figura 4.6 - Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas para as EoSs da pQCD para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito), utilizando a distribuição- α . Note que as figuras não estão na mesma escala.

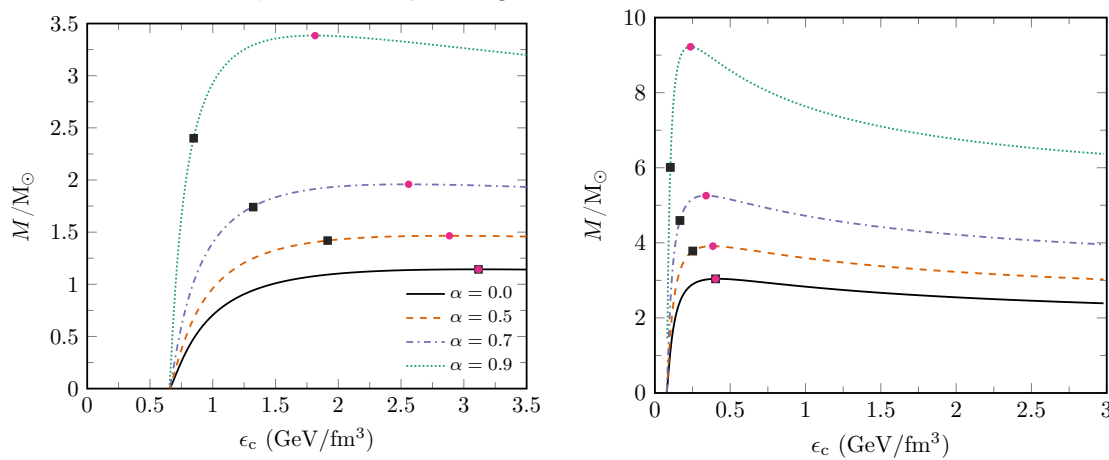


Fonte: O autor (2020).

obtidos para menores densidades de energia centrais. Outra similaridade, é a existência de configurações em equilíbrio ($\partial M/\partial \epsilon_c > 0$) que não são estáveis perante oscilações radiais.

Apesar de não estarmos mostrando explicitamente, o comportamento da autofreqüência fundamental com a densidade de energia central é bastante similar ao da Figura 4.5 para

Figura 4.7 - Massa gravitacional de estrelas estranhas carregadas em função das suas densidades de energia centrais para as EoSs da pQCD para $X = 2$ (painel esquerdo) e $X = 4$ (painel direito), utilizando a distribuição- α . Note que as figuras não estão na mesma escala.



Fonte: O autor (2020).

as EoSs da pQCD com $X = 2$ e $X = 4$, onde a frequência cai de forma monótona. Já pela Figura 4.7, podemos notar que o ponto de frequência nula é deslocado para menores valores da densidade de energia central em ambos os casos.

4.2.2 DISTRIBUIÇÃO- β

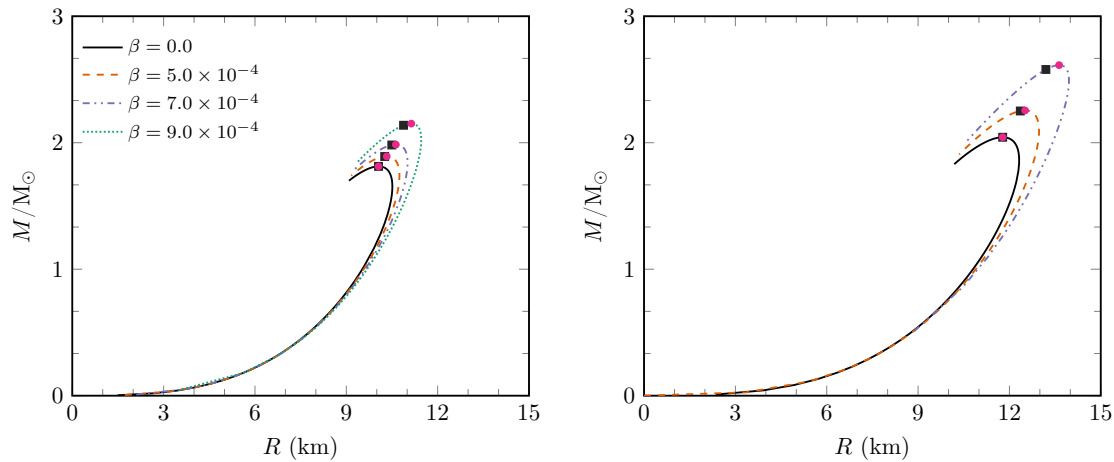
Na distribuição- β , a carga elétrica é descrita por uma lei de potências na forma $q(r) = \beta r^3$, onde $\beta \equiv Q/R^3$ sendo Q a carga total da estrela e R o seu raio. Desta forma, o gradiente da carga elétrica é dado simplesmente por

$$\frac{dq}{dr} = 3\beta r^2. \quad (4.2)$$

Neste trabalho, utilizaremos β em unidades de $M_{\odot} \text{ km}^{-3}$, no intervalo $[5 \times 10^{-4}, 9 \times 10^{-4}]$.

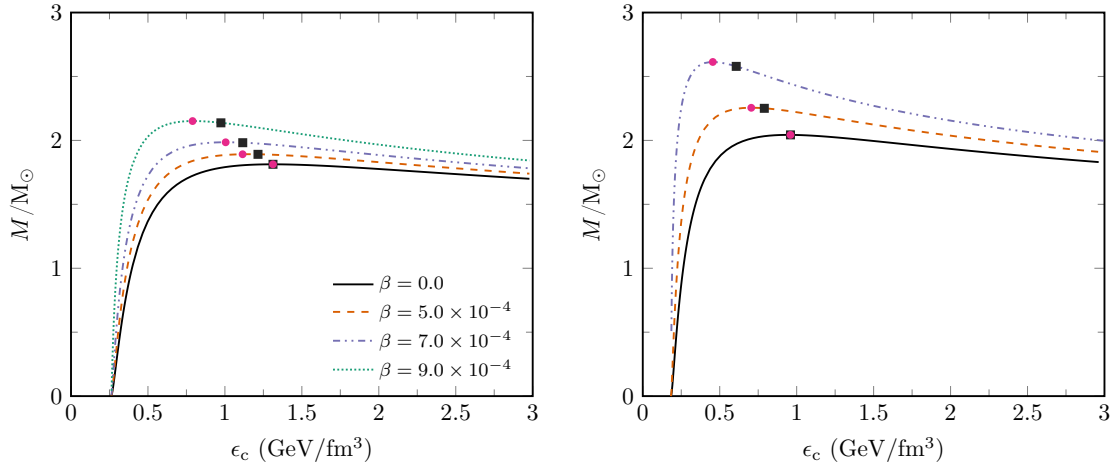
Começamos apresentando, na Figura 4.8, o perfil massa-raio de estrelas estranhas eletricamente carregadas para as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e da pQCD com $X = 3$ (painel direito). Nesta distribuição, o caso neutro (curva preta contínua) é representado para $\beta = 0$, onde vemos que a configuração de massa máxima (círculo rosa) e a última configuração estável (quadrado preto) ocorrem no mesmo ponto. Assim como vimos na Subseção 4.2.1, a introdução de carga elétrica ($\beta > 0$) leva a configurações mais massivas e com maiores raios, porém, a distribuição- β leva a aumentos menores quando comparados àqueles introduzidos pela distribuição- α . Como esperado, a presença de carga elétrica gera um deslocamento entre as configurações de maior massa e frequência nula, o que não ocorre no caso neutro. Mas há uma diferença entre as distribuições- α e β , que se

Figura 4.8 - Perfil massa-raio de estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

Figura 4.9 - Massa gravitacional como função da densidade de energia central para estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

dá pelo fato de que a configuração mais massiva possui raios maiores do que a configuração de frequência nula na distribuição- β , o oposto do que ocorre na distribuição- α .

Na Figura 4.9, mostramos a dependência da massa gravitacional com a densidade de energia central de estrelas estranhas eletricamente carregadas. Novamente, similaridades e diferenças entre as distribuições- α e β aparecem. Entre as similaridades, ressaltamos que, em ambas distribuições, a introdução de carga elétrica implica que as configurações mais massivas e as de autofrequência fundamental nula ocorram para menores valores da densidade de energia central. Por outro lado, na distribuição- β a última configuração estável aparece para densidades de energia centrais mais altas do que a configuração mais massiva, ou seja, que nesta distribuição existem configurações estáveis em regiões onde $\partial M/\partial \epsilon_c < 0$, diferentemente do que ocorre na distribuição- α .

A autofrequência fundamental está apresentada na Figura 4.10 como função da densidade de energia central, para diferentes valores de β . Assim como ocorreu na distribuição- α , os valores da autofrequência decrescem monotonamente com o aumento da densidade de energia central. Além disso, o aumento da carga diminui os valores da densidade de energia central que geram configurações estáveis.

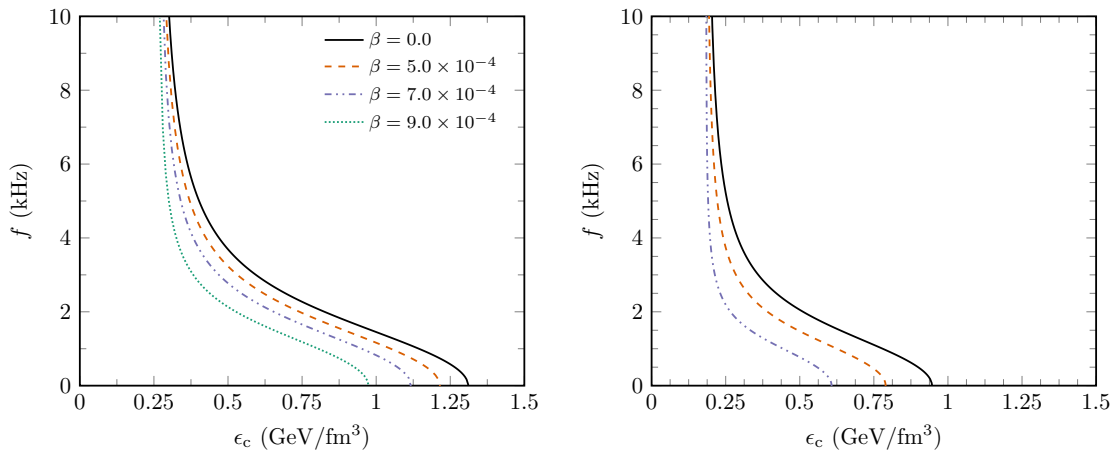
Como apontamos na análise da Figura 4.8, aumentar os valores de β tem menos impacto no aumento da massa e do raio das estrelas, quando comparamos com o resultado produzido pelo aumento de α , para os respectivos intervalos de α e β em consideração. Poderia argumentar-se que aumentar o valor máximo de β geraria resultados mais próximos

àqueles da distribuição- α . Entretanto, os resultados para a EoS da pQCD com $X = 3$ para $\beta = 9 \times 10^{-4} \text{ M}_\odot \text{ km}^{-3}$ somente produzem configurações instáveis perante oscilações radiais e, por isso, estes resultados não são mostrados nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10.

Existem duas razões pelas quais o maior valor da distribuição- β gerou instabilidade nas configurações da pQCD com $X = 3$. Primeiramente, em comparação ao MIT-BM, a instabilidade ocorre somente para a pQCD, pois a EoS é mais dura, e gera configurações mais sensíveis à presença de carga elétrica na estrela. Como apontamos em [45], para $X = 4$ todas as configurações carregadas utilizando a distribuição- β são instáveis, e de fato, para o menor valor de β que utilizamos as instabilidades começam quando $X \geq 3,6$. Por esta razão, não mostramos os resultados para outros valores de X , em especial, para $X = 2$ a EoS é ainda mais suave e mesmo para o maior valor de β não atinge massas superiores a $1,2 \text{ M}_\odot$.

A segunda razão é a diferença fundamental de como a carga é distribuída na estrela nas distribuições- α e β , e como a pressão resultante do campo elétrico (sendo este proporcional ao quadrado da carga elétrica) atua na estrela. A pressão elétrica age de dentro para fora, auxiliando a pressão de degenerescência a sustentar a estrela contra o colapso gravitacional. Ambas pressões devem ser equilibradas pela pressão gravitacional que depende da massa da estrela e, por isso, estrelas carregadas possuem maior massa do que as configurações neutras. Na distribuição- β , a carga está concentrada principalmente na superfície da estrela, desta forma, a pressão exercida pelo campo elétrico cresce rapidamente perto da superfície. Entretanto, este crescimento rápido não é acompanhado por um cres-

Figura 4.10 - Autofrequência fundamental como função da densidade de energia central para estrelas estranhas carregadas, utilizando a distribuição- β e as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

cimento da massa da estrela, i.e., da pressão gravitacional, gerando configurações fora de equilíbrio e instáveis. Por outro lado, na distribuição- α , o gradiente da carga elétrica é proporcional à densidade de energia, assim como a massa da estrela, que também está relacionada com a densidade de energia. Desta forma, na medida que a pressão exercida pelo campo elétrico cresce a massa da estrela cresce similarmente, resultando no equilíbrio entre as pressões. Isto também explica o motivo de termos massas tão elevadas na distribuição- α com configurações estáveis.

4.2.3 CARGA FIXA

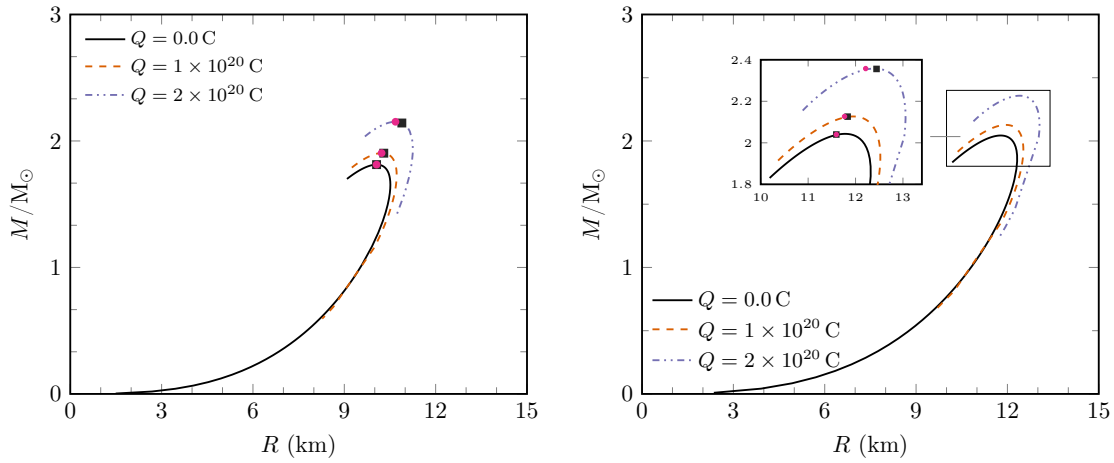
Chamamos por carga fixa diferentes configurações estelares com a mesma carga elétrica líquida Q . Neste tipo de abordagem, a distribuição de carga elétrica não é relevante, já que, pela Lei de Gauss para campos elétricos, a carga englobada em um mesmo volume será independente da forma como esta carga está distribuída no interior da estrela. Em termos práticos, a integração das equações de estrutura e de oscilações radiais é feita para diferentes valores de α e β (e não um único valor predeterminado, como fizemos até aqui) que levam sempre a mesma carga elétrica líquida total. De tal forma que, a estrela possua sempre a mesma carga elétrica total, o que para densidades de energia centrais maiores implica em menores valores de α ou β .

O perfil-massa raio para estrelas estranhas com carga fixa é apresentado na Figura 4.11, para as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e da pQCD com $X = 3$ (painel direito). Os valores de carga elétrica considerados estão em unidades de Coulomb. Como esperado, valores maiores de carga elétrica geram configurações mais massivas e com maiores raios. Em contradição com o que foi encontrado na Ref. [44], o ponto de massa máxima não coincide com a última configuração estável perante oscilações radiais. No momento, não sabemos o porquê da diferença nos resultados, só ressaltamos que a diferença é pequena e que mais investigações são necessárias. Da nossa perspectiva, o ponto de autofrequência nula possui um raio menor que a configuração mais massiva.

Na Figura 4.12, mostramos a massa gravitacional em função da densidade de energia central de estrelas estranhas com mesma carga Q . Neste caso, vemos que a configuração de massa máxima é deslocada para menores valores de ϵ_c para maiores valores de carga elétrica. Na nossa investigação, encontramos que algumas configurações em equilíbrio são instáveis perante oscilações radiais, já que o ponto onde $\omega_0^2 = 0$, se encontra a esquerda da configuração mais massiva. Também observamos que a diferença entre os dois pontos aumenta com o aumento da carga elétrica.

O comportamento da autofrequência fundamental em função da densidade de energia cen-

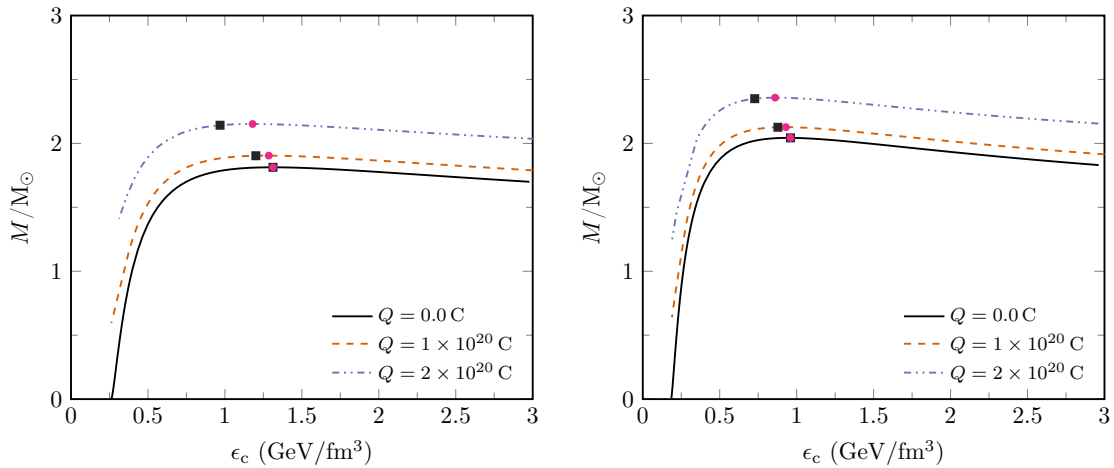
Figura 4.11 - Perfil massa-raio de estrelas estranhas com carga total Q , utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

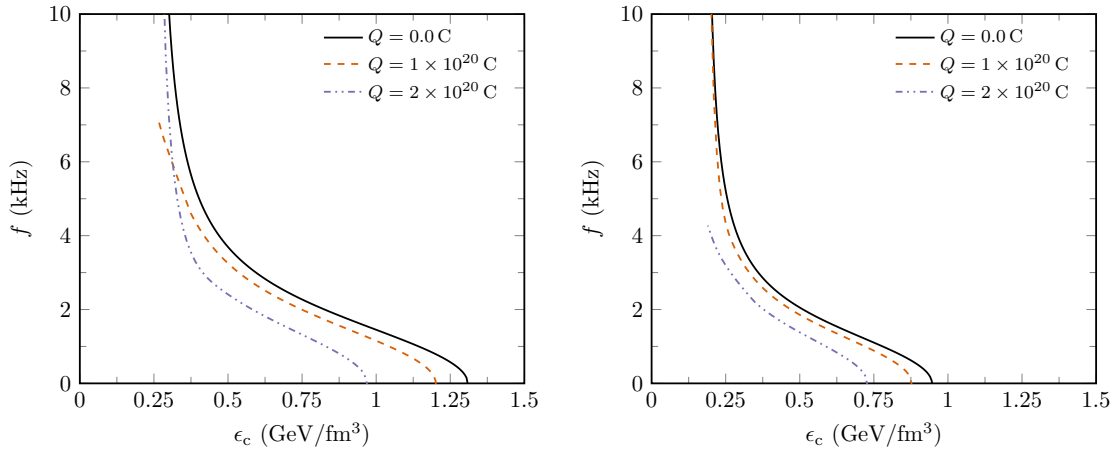
tral é apresentado na Figura 4.13. Como esperado para estrelas estranhas, a frequência decresce monotonamente com a densidade de energia central. Da mesma forma que aconteceu com as distribuições- α e β , a autofrequência fundamental é deslocada para menores valores de ϵ_c com o aumento da carga elétrica na estrela.

Figura 4.12 - Massa de estrelas estranhas com carga total Q em função da densidade de energia central, utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

Figura 4.13 - Autofrequência fundamental em função da densidade de energia central para estrelas estranhas com carga total Q , utilizando as EoSs do MIT-BM (painel esquerdo) e pQCD (painel direito).



Fonte: O autor (2020).

4.3 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresentamos os resultados referentes ao equilíbrio e a estabilidade de estrelas estranhas eletricamente carregadas utilizando duas EOSs. Em especial, pela primeira vez, modelamos uma estrela estranha eletricamente carregada no contexto da EOS da pQCD, onde a interação entre os quarks é levada em conta. Para garantir que os nossos resultados não dependiam exclusivamente da distribuição de carga elétrica, utilizamos dois tipos de distribuição, além de obtermos configurações estelares com a carga total fixa, o que independe da distribuição de carga elétrica utilizada. Desta forma, fomos capazes de concluir que estrelas estranhas eletricamente carregadas possuem maiores massas e raios do que as neutras, e são estáveis para menores valores da densidade de energia central, além de possuírem elevados campos elétricos na sua superfície.

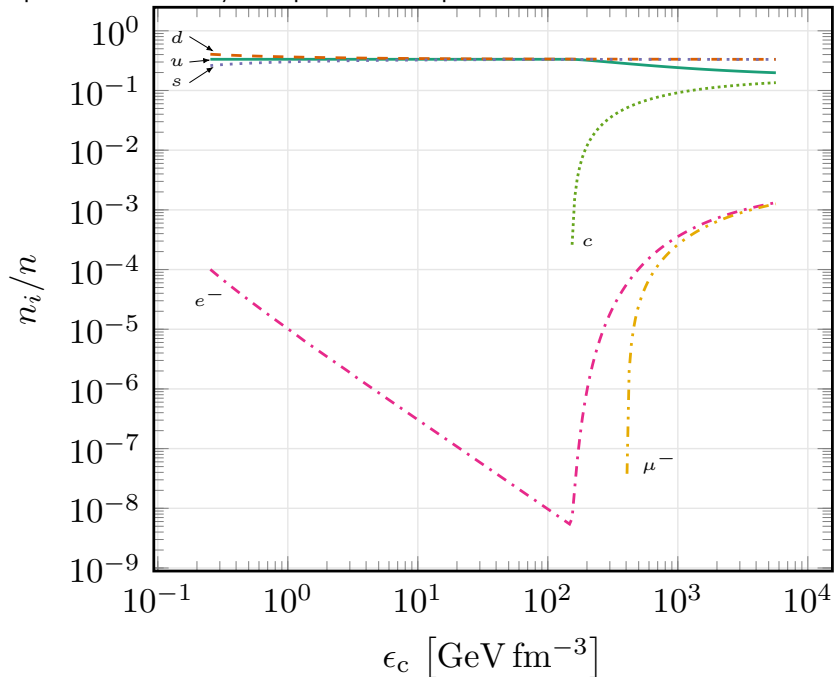
5 ESTRELAS CHARMOSAS CARREGADAS

Neste capítulo, apresentaremos os resultados publicados no artigo intitulado *Charged charm stars* [49], onde investigamos, pela primeira vez, os impactos da carga elétrica na estrutura e estabilidade de estrelas charmosas. No caso neutro, tal estudo foi realizado na Ref. [47] onde, utilizando o MIT-BM, foi provado que estrelas charmosas satisfaziam a condição de equilíbrio, porém eram instáveis contra oscilações radiais. Um estudo mais recente sobre a estabilidade de estrelas charmosas foi desenvolvido na Ref. [48] no contexto da QCD perturbativa, onde, novamente, a condição de equilíbrio foi satisfeita, mas as estrelas charmosas permaneceram instáveis perante as oscilações radiais. No nosso trabalho, analisamos as oscilações radiais das estrelas charmosas eletricamente carregadas no contexto do MIT-BM. Escolhemos a EoS do MIT-BM por simplicidade, nos apoiando no fato de que na QCD perturbativa tais estrelas permaneceram instáveis.

5.1 QUARKS CHARM E ESTRELAS CHARMOSAS

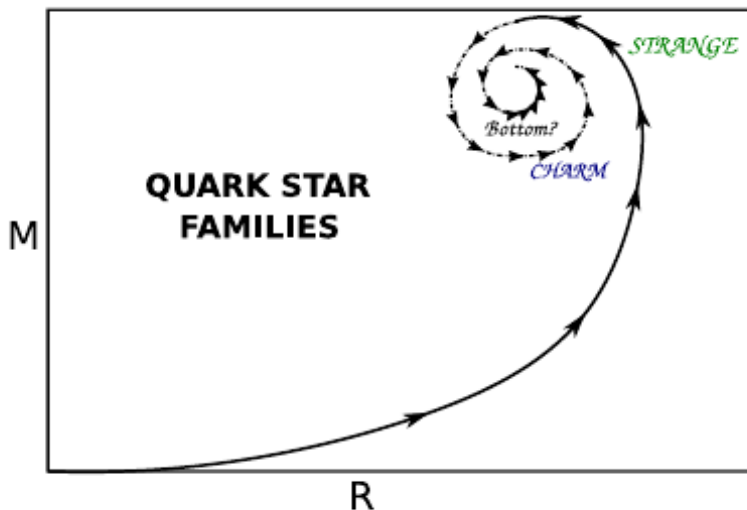
O estudo de estrelas charmosas surge a partir da análise da matéria de quarks pesados em altas densidades de energia, que podem estar presentes no centro das estrelas de

Figura 5.1 - Fração da densidade de partículas em função da densidade de energia central de uma estrela de quarks. Para densidades de energia centrais acima de $153,7 \text{ GeV}$ os quarks charm começam a representar uma fração importante das partículas na estrela.



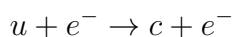
Fonte: O autor (2020).

Figura 5.2 - Ilustração esquemática do perfil massa-raio das diferentes possibilidades das estrelas de quarks.



Fonte: Extraído da Ref. [48].

nêutrons. Na Figura 5.1, mostramos a fração na densidade de partículas n_i/n em função da densidade de energia central de uma estrelas de quarks. Observamos que para $\epsilon_c = 153,7 \text{ GeV fm}^{-3}$ quarks do sabor *charm* começam a popular a estrela. Isto ocorre porque, neste ponto, o potencial químico bariônico ultrapassa a massa do quark *charm*, permitindo reações do tipo



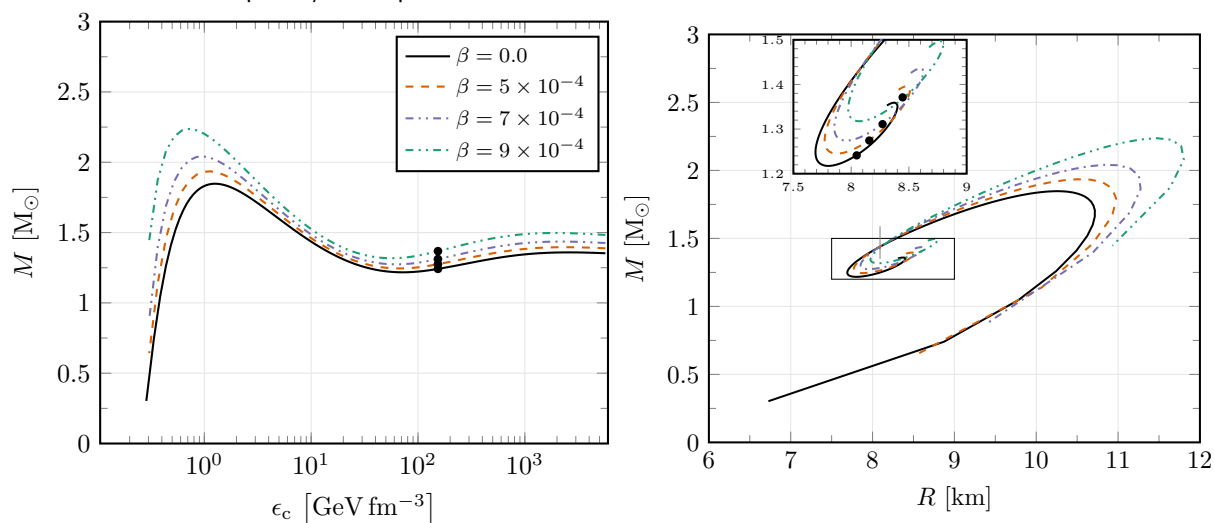
formando uma matéria de quarks pesados contendo o quark *charm*.

O aumento da densidade de energia permite a produção de quarks pesados, como o quark *charm*. Conseqüentemente, este aumento na densidade de energia também leva a novas configurações estelares possíveis, como mostramos na Fig. 5.2. Isto ocorre porque para maiores valores da densidade de energia voltamos a ter configurações em equilíbrio, onde a massa volta a crescer. Isto também pode ocorrer com a introdução do quark *bottom*, porém, devido aos altos valores da densidade de energia central necessários para a produção deste quark, é extremamente improvável a sua presença em estrelas como as estrelas de nêutrons.

5.2 EQUILÍBRIO DE ESTRELAS CHARMOSAS

Como foi mostrado nas Refs. [47] e [48], a presença de quarks *charm* na estrela de quarks eletricamente neutra dá origem a um novo ramo de configurações em equilíbrio, como pode ser visto na curva preta sólida da Figura 5.3 (painel esquerdo), no contexto do MIT-

Figura 5.3 - Massa como função da densidade de energia central (painel esquerdo) e do raio (painel direito) para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- β , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks *charm*.



Fonte: O autor (2020).

BM. A presença dos quarks *charm* está marcada pelos círculos pretos. No painel esquerdo da Figura 5.3, mostramos que a presença de carga elétrica, usando a distribuição- β , ainda produz o mesmo ramo de configurações em equilíbrio, onde $\partial M/\partial \epsilon_c \geq 0$ para estrelas de quarks. No painel direito da Figura 5.3, apresentamos o perfil massa-raio para estrelas de quarks carregadas. Assim como as estrelas estranhas, estrelas charmosas também possuem maior massa e raio no caso carregado.

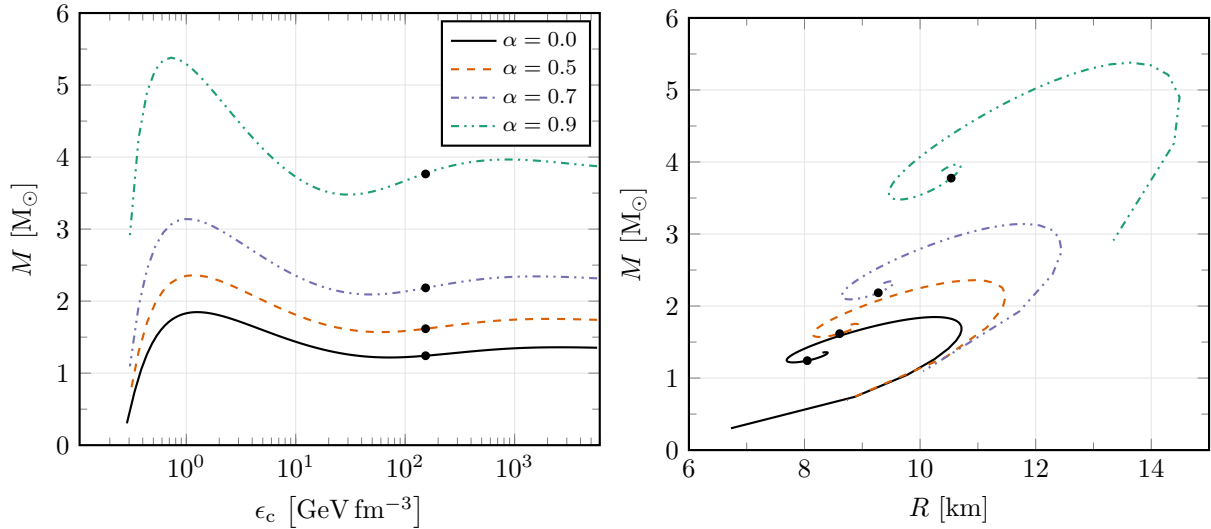
Para mostrar que este resultado independe da distribuição de carga, na Figura 5.4 mostramos a massa em função da densidade de energia central (painel esquerdo) e do raio (painel direito) para estrelas de quarks carregadas utilizando a distribuição- α . Novamente, observamos que um ramo em equilíbrio aparece no contexto de estrelas charmosas para esta distribuição. Também notamos o mesmo comportamento das estrelas estranhas carregadas, que possuem maiores massas e raios que o caso neutro.

5.3 ESTABILIDADE DAS ESTRELAS CHARMOSAS

A fim de analisarmos a estabilidade das oscilações radiais de estrelas de quarks carregadas, devemos observar o sinal da autofrequência fundamental ou, equivalentemente, o sinal da função $\Phi(a) = \text{sign}(a) \ln(1 + |a|)$, onde $a = (\omega_0/\text{kHz})^2$.

Na Figura 5.5, apresentamos o resultado da função Φ em função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas, utilizando a distribuição- β . Novamente,

Figura 5.4 - Massa como função da densidade de energia central (painel esquerdo) e do raio (painel direito) para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- α , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks *charm*.



Fonte: O autor (2020).

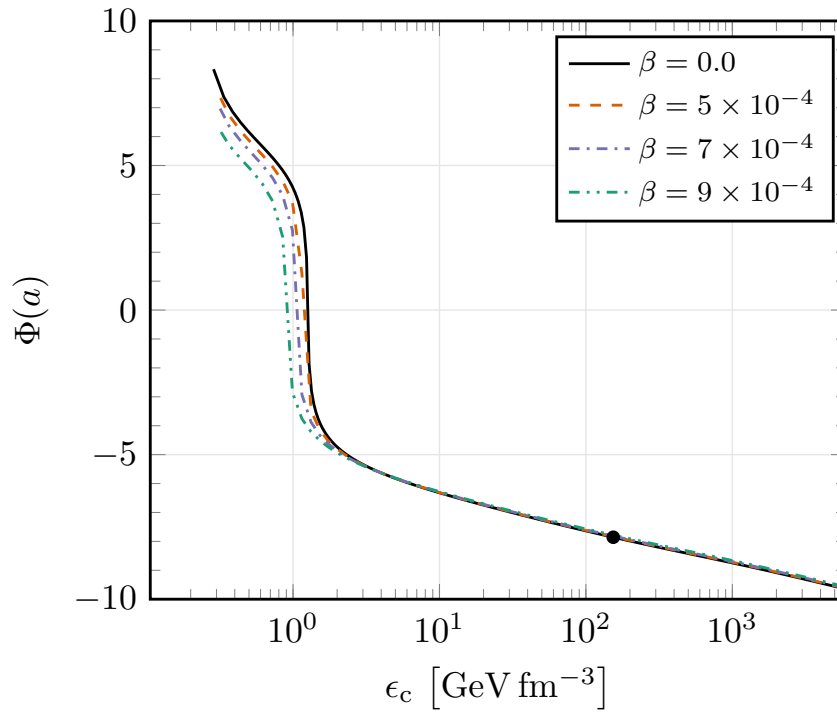
observamos o decréscimo monótono da autofrequência com a densidade de energia. Em concordância com o caso neutro, vemos que $\Phi > 0$ somente para estrelas estranhas carregadas, ou seja, mesmo no caso das estrelas charmosas eletricamente carregadas observamos que estas são instáveis contra oscilações radiais.

Na Figura 5.6, mostramos a função Φ em função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas, utilizando a distribuição- α . Novamente, observamos que $\Phi < 0$ no caso de estrelas charmosas tanto neutras quanto carregadas, implicando que estas são instáveis contra oscilações radiais. Também é importante notar que este resultado é independente da distribuição de carga utilizada, já que em ambas as distribuições $\Phi < 0$ para estrelas charmosas. Gostaríamos de enfatizar que Φ está relacionado com o logaritmo da autofrequência fundamental, e que esta apresenta valores muito inferiores a zero mesmo no caso carregado, ou seja, a presença de carga elétrica não altera a instabilidade das estrelas charmosas.

5.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, demonstramos pela primeira vez que, assim como no caso neutro, estrelas charmosas possuem configurações em equilíbrio para diferentes tipos de distribuição de carga elétrica. Entretanto, nossos resultados mostram que a introdução de carga elétrica não altera a instabilidade de estrelas charmosas que já havia sido apontada no caso neutro.

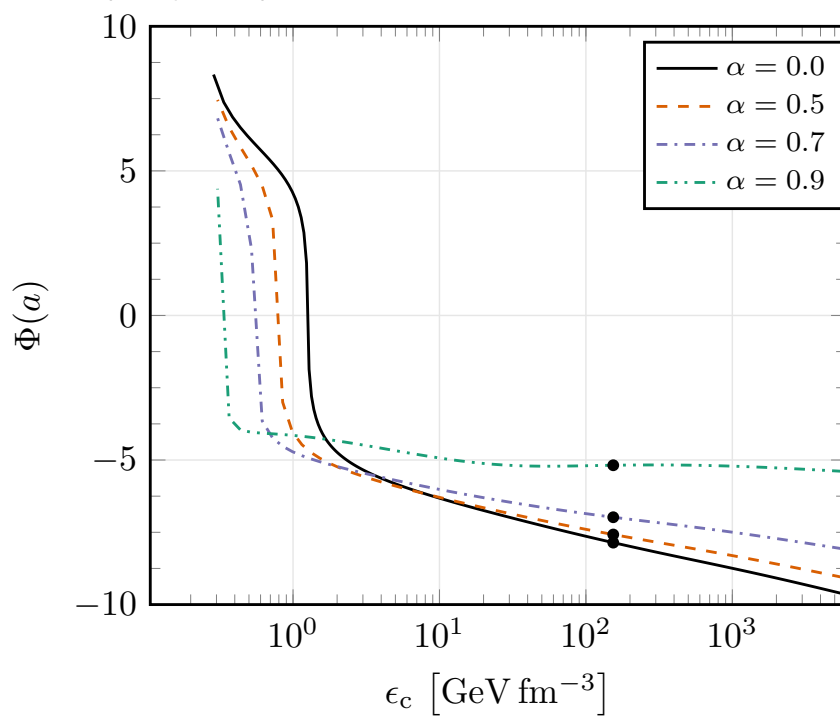
Figura 5.5 - Função auxiliar $\Phi(a)$ (autofrequência fundamental) como função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- β , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks *charm*.



Fonte: O autor (2020).

Desta forma, concluímos que estrelas charmosas permanecem instáveis no caso eletricamente carregado.

Figura 5.6 - Função auxiliar $\Phi(a)$ (autofrequência fundamental) como função da densidade de energia central para estrelas de quarks carregadas usando a distribuição- α , sendo que o círculo preto marca o início da produção de quarks *charm*.



Fonte: O autor (2020).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, apresentamos os principais conceitos necessários para a análise da estrutura e estabilidade de estrelas compactas eletricamente carregadas, no contexto da teoria da Relatividade Geral. Em particular, analisamos a descrição de uma estrela de nêutrons, juntamente as principais propriedades observacionais dos pulsares. Tais propriedades impõem limites na equação de estado, que descreve a matéria no interior de uma estrela de nêutrons. De fato, enfatizamos que estrelas de nêutrons representam um conjunto de diversos objetos teóricos utilizados na descrição dos pulsares e, assim, analisamos as suas diversas faces. Além disso, investigamos as alterações incluídas nas equações relativísticas, que determinam as propriedades de uma estrela de nêutrons, pela presença de carga elétrica. No nosso estudo, apresentamos duas distribuições de carga elétrica bastante simples, porém, que introduzem efeitos relevantes nas propriedades observacionais das estrelas de nêutrons.

Dentre as diferentes possíveis descrições das estrelas de nêutrons, nos contemos na análise das estrelas de quarks eletricamente carregadas, em particular, nas estrelas estranhas e nas charmosas. Para tanto, no Capítulo 3, apresentamos os principais conceitos referentes a teoria das interações fortes, assim como, as possíveis transições de fase da matéria hadrônica para matéria de quarks livres. Além disso, mostramos duas equações de estado que permitem descrever a matéria estranha de quarks de forma simples, também mostrando as principais diferenças entre os modelos. Em especial, os resultados preditos pela QCD perturbativa são considerados mais realistas do que aqueles obtidos no contexto do MIT-BM, já que a interação entre os quarks num sistema denso devem ser de extrema importância. Porém, incluímos a análise do MIT-BM, considerando os quarks como massivos, a fim de ressaltar as principais diferenças na descrição da matéria estranha de quarks.

A análise da carga elétrica em estrelas estranhas é de extrema importância, já que os elétrons se separam na matéria de quarks, formando uma eletrosfera, o que resulta em elevados campos eletrostáticos perto da superfície da estrela. No Capítulo 4, apresentamos os resultados preditos pela pQCD para uma estrela estranha eletricamente carregada e realizamos uma comparação com as previsões já conhecidas do MIT-BM. Para isto, utilizamos duas distribuições de carga elétrica, além de considerarmos configurações com carga líquida fixa. Estes resultados foram publicados, pela primeira vez, no nosso artigo intitulado *Electrically charged strange stars with an interacting quark matter equation of state* [45], e são de extrema importância no estudo de estrelas estranhas carregadas por levar em conta a interação entre os quarks. Desta forma, mostramos que as interações de curto alcance entre os quarks levam a configurações estelares mais massivas e com maiores

raios, além de serem mais sensíveis a presença de carga elétrica. Demonstramos, também, que estrelas estranhas eletricamente carregadas são estáveis contra oscilações radiais. Entretanto, as predições da pQCD levam a configurações instáveis para valores de β , cujas configurações eram estáveis utilizando-se o MIT-BM.

Apesar de possuírem configurações em equilíbrio, estrelas charmosas são instáveis no caso neutro, tanto no contexto do MIT-BM quanto no da pQCD. No Capítulo 5, apresentamos os resultados para estrelas charmosas eletricamente carregadas, no contexto do MIT-BM, por simplicidade. Encontramos, em concordância com o caso neutro, configurações em equilíbrio, porém, para ambas as distribuições de carga elétrica utilizadas, estrelas charmosas também são instáveis no caso carregado. Estes resultados foram originalmente publicados no artigo *Charged charm stars* [45], onde abordamos, pela primeira vez, o tema de estrelas charmosas eletricamente carregadas.

Por fim, gostaríamos de ressaltar que a análise de carga elétrica em estrelas compactas é um tema em aberto. Normalmente, considera-se que estrelas similares as estrelas de nêutrons, são eletricamente neutras, o que simplifica o seu tratamento e negligencia possíveis mecanismos para aquisição de carga elétrica. Estes mecanismos incluem a acreção de matéria de uma estrela vizinha, ou até mesmo, processos distintos na sua formação. Em especial, espera-se que estrelas estranhas possuam elevados campos eletrostáticos na sua superfície, a fim de manter a eletrosfera conectada ao núcleo de quarks. Desta forma, ressaltamos a importância de modelar estes objetos incluindo a análise da carga elétrica. Além disso, novas observações astrofísicas estão sendo publicadas regularmente, o que inclui os novos resultados promissores da astronomia multimensageira. Também, muitos experimentos, tanto terrestres quanto espaciais, estão previstos para a próxima década, o que torna este um excelente momento para o estudo da astrofísica de objetos compactos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GLENDENNING, N. K. **Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity.** New York: Springer Science & Business Media, 1997. 17, 18, 23, 24, 31, 32, 33, 36, 38
- [2] WEBER, F. **Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics.** London: Institute of Physics, 1999. 17, 18, 27, 31, 32, 33, 36
- [3] CAMENZIND, M. **Compact objects in astrophysics: White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes.** Berlin: Springer, 2007. 17, 18, 21, 31, 33
- [4] HAENSEL, P.; POTEKHIN, A. Y.; YAKOVLEV, D. G. **Neutron stars 1: Equation of state and structure.** New York: Springer Science & Business Media, 2007. 17, 18, 22, 23, 24, 31, 32, 33
- [5] SCHAFFNER-BIELICH, J. **Compact Star Physics.** Cambridge: Cambridge University Press, 2020. 17, 18, 21, 31, 33, 36
- [6] CHANDRASEKHAR, S. The maximum mass of ideal white dwarfs. **The Astrophysical Journal**, v. 74, n. 2, p. 115–116, jun. 1931. 17, 21
- [7] LANDAU, L.; LIFSHITZ, E. On the theory of stars. **Phys. Z. Sowjetunion**, v. 1, p. 285–288, 1932. 17, 21, 22
- [8] YAKOVLEV, D. G.; HAENSEL, P.; BAYM, G.; PETHICK, C. Lev Landau and the concept of neutron stars. **Physics-Uspekhi**, v. 56, n. 3, p. 289, 2013. 17, 21, 22
- [9] CHADWICK, J. Possible existence of a neutron. **Nature**, v. 129, n. 3252, p. 312–312, 1932. 17, 22
- [10] BAADE, W.; ZWICKY, F. Remarks on super-novae and cosmic rays. **Physical Review**, v. 46, n. 1, p. 76, 1934. 17, 18, 22
- [11] BAADE, W.; ZWICKY, F. On super-novae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 20, n. 5, p. 254–259, 1934. 17, 18, 22
- [12] TOLMAN, R. C. Static solutions of Einstein’s field equations for spheres of fluid. **Physical Review**, v. 55, p. 364–373, Feb 1939. 17, 22, 26
- [13] OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Physical Review**, v. 55, p. 374–381, Feb 1939. 17, 22, 26, 34

- [14] BELL, S.; COLE, T.; HEWISH, A.; PILKINGTON, J. Observations of some further pulsed radio sources (pulsars discovery, discussing white dwarf or neutron star vibrational mode energy source relationship to conversion efficiency). **Nature**, v. 218, p. 126–129, 1968. 17, 23
- [15] PACINI, F. Energy emission from a neutron star. **Nature**, v. 216, n. 5115, p. 567–568, 1967. 17, 23
- [16] GOLD, T. **Pulsating stars**. New York: Springer, 1968. 17, 23
- [17] CROMARTIE, H. *et al.* Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. **Nature Astronomy**, p. 1–5, 2019. 17, 24, 34, 44
- [18] FONSECA, E. *et al.* Refined mass and geometric measurements of the high-mass PSR J0740+6620. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 915, n. 1, p. L12, 2021. 17, 24, 34, 44
- [19] RILEY, T. E. *et al.* A NICER view of PSR J0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 887, n. 1, p. L21, 2019. 17, 24
- [20] MILLER, M. *et al.* PSR J0030+ 0451 mass and radius from NICER data and implications for the properties of neutron star matter. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 887, n. 1, p. L24, 2019. 17, 24
- [21] RAAIJMAKERS, G. *et al.* A NICER view of PSR J0030+ 0451: Implications for the dense matter equation of state. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 887, n. 1, p. L22, 2019. 17, 24
- [22] ABBOTT, B. P. *et al.* GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. **Physical Review Letters**, v. 119, p. 161101, out. 2017. 18, 23
- [23] ABBOTT, B. P. *et al.* Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: GW170817 and GRB 170817A. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 848, n. 2, p. L13, 2017. 18, 23
- [24] MARGALIT, B.; METZGER, B. D. Constraining the maximum mass of neutron stars from multi-messenger observations of GW170817. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 850, n. 2, p. L19, 2017. 18, 23
- [25] SHIBATA, M. *et al.* Modeling GW170817 based on numerical relativity and its implications. **Physical Review D**, v. 96, n. 12, p. 123012, 2017. 18, 23

- [26] REZZOLLA, L.; MOST, E. R.; WEIH, L. R. Using gravitational-wave observations and quasi-universal relations to constrain the maximum mass of neutron stars. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 852, n. 2, p. L25, 2018. 18, 23
- [27] ABBOTT, B. P. *et al.* GW170817: Measurements of neutron star radii and equation of state. **Physical Review Letters**, v. 121, n. 16, p. 161101, 2018. 18, 23
- [28] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quark & Leptons**: An introductory course in modern particle physics. New York: John Wiley & Sons, 1984. 18
- [29] THOMSON, M. **Modern particle physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 18, 35
- [30] CHEUK-YIN, W. **Introduction to high-energy heavy-ion collisions**. New Jersey: World Scientific, 1994. 18, 19, 36
- [31] IVANENKO, D.; KURDGELAIDZE, D. Hypothesis concerning quark stars. **Astrofizika**, v. 1, p. 479–482, 1965. 18, 32
- [32] IVANENKO, D.; KURDGELAIDZE, D. Remarks on quark stars. **Lettere al Nuovo Cimento**, v. 2, n. 1, p. 13–16, 1969. 18, 32
- [33] ITOH, N. Hydrostatic equilibrium of hypothetical quark stars. **Progress of Theoretical Physics**, v. 44, n. 1, p. 291–292, 1970. 18, 32
- [34] BODMER, A. Collapsed nuclei. **Physical Review D**, New York, v. 4, n. 6, p. 1601–1606, mar. 1971. 18, 32
- [35] WITTEN, E. Cosmic separation of phases. **Physical Review D**, New York, v. 30, n. 2, p. 272–285, jul. 1984. 19, 32
- [36] TERAZAWA, H. Super-hypernuclei in the quark-shell model. **Journal of the Physical Society of Japan**, Tokyo, v. 58, n. 10, p. 3555–3563, 1989. 19, 32
- [37] RATTI, C. Lattice QCD and heavy ion collisions: a review of recent progress. **Reports on Progress in Physics**, v. 81, n. 8, p. 084301, 2018. 19
- [38] CHODOS, A. *et al.* New extended model of hadrons. **Physical Review D**, New York, v. 9, n. 12, p. 3471, mar. 1974. 19, 37, 38
- [39] KURKELA, A.; ROMATSCHKE, P.; VUORINEN, A. Cold quark matter. **Physical Review D**, v. 81, n. 10, p. 105021, 2010. 19, 37, 38, 39, 40, 43

- [40] FRAGA, E. S.; KURKELA, A.; VUORINEN, A. Interacting quark matter equation of state for compact stars. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 781, n. 2, p. L25, 2014. 19, 37, 38, 39, 40, 43
- [41] ALCOCK, C.; FARHI, E.; OLINTO, A. Strange stars. **The Astrophysical Journal**, v. 310, p. 261–272, 1986. 19, 38
- [42] NEGREIROS, R. P.; WEBER, F.; MALHEIRO, M.; USOV, V. Electrically charged strange quark stars. **Physical Review D**, v. 80, n. 8, p. 083006, 2009. 19, 27, 28, 38, 43
- [43] NEGREIROS, R. P.; MISHUSTIN, I. N.; SCHRAMM, S.; WEBER, F. Properties of bare strange stars associated with surface electric fields. **Physical Review D**, v. 82, n. 10, p. 103010, 2010. 19, 27, 28
- [44] ARBAÑIL, J. D.; MALHEIRO, M. Equilibrium and stability of charged strange quark stars. **Physical Review D**, v. 92, n. 8, p. 084009, 2015. 19, 20, 28, 30, 31, 38, 43, 45, 47, 53
- [45] GONÇALVES, V. P.; LAZZARI, L. Electrically charged strange stars with an interacting quark matter equation of state. **Physical Review D**, v. 102, n. 3, p. 034031, 2020. 20, 28, 38, 40, 43, 52, 63, 64
- [46] JIMÉNEZ, J. C.; FRAGA, E. S. Radial oscillations of quark stars from perturbative QCD. **Physical Review D**, v. 100, p. 114041, Dec 2019. 20, 40, 43, 45
- [47] KETTNER, C.; WEBER, F.; WEIGEL, M.; GLENDENNING, N. Structure and stability of strange and charm stars at finite temperatures. **Physical Review D**, v. 51, n. 4, p. 1440, 1995. 20, 40, 57, 58
- [48] JIMÉNEZ, J. C.; FRAGA, E. S. Cold quark matter with heavy quarks and the stability of charm stars. **Physical Review D**, v. 102, n. 3, p. 034015, 2020. 20, 40, 57, 58
- [49] GONÇALVES, V. P.; LAZZARI, L. Charged charm stars. **Nuclear Physics A**, v. 1004, p. 122043, 2020. 20, 57
- [50] GONCALVES, V. P.; LAZZARI, L. Uma introdução às estrelas estranhas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, 2020. 20, 21, 25, 26, 43, 44
- [51] CARROLL, B. W.; OSTLIE, D. A. **An introduction to modern astrophysics**. 2. ed. San Francisco: Pearson Addison Wesley, 2007. 21
- [52] KARTTUNEN, H.; KRÖGER, P.; OJA, H.; POUTANEN, M.; DONNER, K. J. **Fundamental astronomy**. 5. ed. New York: Springer, 2007. 21

- [53] SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects.** Weinheim: Wiley-VCH, 2004. 21, 24
- [54] JACKSON, C. B. *et al.* Compact objects for everyone: I. White dwarf stars. **European Journal of Physics**, Bristol, v. 26, n. 5, p. 695–709, jun. 2005. 21, 26
- [55] SAGERT, I.; HEMPEL, M.; GREINER, C.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Compact stars for undergraduates. **European Journal of Physics**, Bristol, v. 27, n. 3, p. 577–610, abr. 2006. 21, 26
- [56] BETHE, H. A.; CRITCHFIELD, C. L. The formation of deuterons by proton combination. **Physical Review**, v. 54, n. 4, p. 248, 1938. 22
- [57] EINSTEIN, A. The foundation of the general theory of relativity. **Annalen der Physik**, v. 49, n. 7, p. 769–822, 1916. 22, 25
- [58] WOLTJER, L. X-Rays and Type I Supernova Remnants. **The Astrophysical Journal**, v. 140, p. 1309–1313, 1964. 23
- [59] SHAPIRO, I. I. Fourth test of general relativity. **Physical Review Letters**, v. 13, n. 26, p. 789, 1964. 24
- [60] MILLER, M. *et al.* The Radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton Data. **arXiv preprint arXiv:2105.06979**, 2021. 24
- [61] OLSON, E.; BAILYN, M. Internal structure of multicomponent static spherical gravitating fluids. **Physical Review D**, v. 12, n. 10, p. 3030, 1975. 24
- [62] OLSON, E.; BAILYN, M. Charge effects in a static, spherically symmetric, gravitating fluid. **Physical Review D**, v. 13, n. 8, p. 2204, 1976. 24
- [63] BALLY, J.; HARRISON, E. The electrically polarized universe. **The Astrophysical Journal**, v. 220, p. 743, 1978. 24
- [64] RAY, S. *et al.* Electrically charged compact stars and formation of charged black holes. **Physical Review D**, v. 68, n. 8, p. 084004, 2003. 24
- [65] GHEZZI, C. R. Relativistic structure, stability, and gravitational collapse of charged neutron stars. **Physical Review D**, v. 72, n. 10, p. 104017, 2005. 24, 38
- [66] BONNOR, W. The equilibrium of a charged sphere. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 129, n. 6, p. 443–446, 1965. 24
- [67] BEKENSTEIN, J. D. Hydrostatic equilibrium and gravitational collapse of relativistic charged fluid balls. **Physical Review D**, v. 4, n. 8, p. 2185, 1971. 24, 27

- [68] WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology**: Principles and applications of the general theory of relativity. New Dheli: Wiley India Pvt. Limited, 2008. 25
- [69] CHENG, T.-P. **Relativity, gravitation and cosmology**: a basic introduction. New York: Oxford University Press, 2005. 25
- [70] FAYYAZUDDIN; RIAZUDDIN; ASLAM, M. **Theory of Relativity**. Singapore: World Scientific, 2015. 25
- [71] DAS, A. **Lectures on gravitation**. Singapore: World scientific, 2011. 25
- [72] GLENDENNING, N. K. **Special and general relativity**: With applications to white dwarfs, neutron stars and black holes. New York: Springer Science & Business Media, 2007. 25
- [73] FELICE, F. de; SIMING, L.; YUNQIANG, Y. Relativistic charged spheres: II. Regularity and stability. **Classical and Quantum Gravity**, v. 16, n. 8, p. 2669, 1999. 27
- [74] SIFFERT, B. B.; NETO, J. de M.; CALVÃO, M. O. Compact charged stars. **Brazilian journal of physics**, v. 37, p. 609–612, 2007. 27
- [75] REISSNER, H. On the eigengravitation of the electric fields according to the Einstein theory. **Annalen der Physik**, v. 50, p. 106–120, 1916. 28
- [76] NORDSTRÖM, G. On the energy of the gravitation field in Einstein's theory. **Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen Proceedings Series B Physical Sciences**, v. 20, p. 1238–1245, 1918. 28
- [77] CHANDRASEKHAR, S. Dynamical instability of gaseous masses approaching the schwarzschild limit in general relativity. **Physical Review Letters**, v. 12, p. 114–116, Jan 1964. 28
- [78] GLAZER, I. General relativistic pulsation equation for charged fluids. **Annals of Physics**, v. 101, n. 2, p. 594–600, 1976. 28
- [79] STETTNER, R. On the stability of homogeneous, spherically symmetric, charged fluids in relativity. **Annals of Physics**, v. 80, n. 1, p. 212–227, 1973. 28
- [80] KOKKOTAS, K.; RUOFF, J. Radial oscillations of relativistic stars. **Astronomy & Astrophysics**, v. 366, n. 2, p. 565–572, 2001. 29, 45, 47
- [81] BRILLANTE, A.; MISHUSTIN, I. N. Radial oscillations of neutral and charged hybrid stars. **Europhysics Letters**, v. 105, n. 3, p. 39001, 2014. 29, 47

- [82] CAMERON, A. Pycnonuclear reactions and nova explosions. **The Astrophysical Journal**, v. 130, p. 916, 1959. 32
- [83] SALPETER, E. Matter at high densities. **Annals of Physics**, v. 11, n. 4, p. 393–413, 1960. 32
- [84] BLASZKIEWICZ, L. *et al.* Prospects for scrutiny of pulsars with polish part of lofar. **Acta Geophysica**, v. 64, 2016. 33
- [85] GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. New York: John Wiley & Sons, 2008. 35
- [86] ZYLA, P. A. *et al.* Review of particle physics. **Progress of Theoretical and Experimental Physics**, v. 2020, n. 8, p. 083C01, 2020. 35
- [87] ALFORD, M. G.; HAN, S.; SCHWENZER, K. Signatures for quark matter from multi-messenger observations. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, v. 46, n. 11, p. 114001, oct 2019. 36, 37
- [88] BAYM, G. *et al.* From hadrons to quarks in neutron stars: a review. **Reports on Progress in Physics**, v. 81, n. 5, p. 056902, 2018. 36
- [89] BAYM, G. *et al.* New neutron star equation of state with quark–hadron crossover. **The Astrophysical Journal**, v. 885, n. 1, p. 42, 2019. 36
- [90] BOMBACI, I.; LOGOTETA, D.; VIDANA, I.; PROVIDÊNCIA, C. Quark matter nucleation in neutron stars and astrophysical implications. **The European Physical Journal A**, v. 52, n. 3, p. 1–13, 2016. 36
- [91] LUGONES, G.; HORVATH, J. Color-flavor locked strange matter. **Physical Review D**, v. 66, n. 7, p. 074017, 2002. 38
- [92] IVANOV, Y. B. *et al.* Lattice QCD constraints on hybrid and quark stars. **Physical Review C**, v. 72, n. 2, p. 025804, 2005. 38
- [93] TORRES, J.; MENEZES, D. Quark matter equation of state and stellar properties. **Europhysics Letters**, v. 101, n. 4, p. 42003, 2013. 38
- [94] ZACCHI, A.; STIELE, R.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Compact stars in a SU (3) quark-meson model. **Physical Review D**, v. 92, n. 4, p. 045022, 2015. 38
- [95] KOJO, T.; POWELL, P. D.; SONG, Y.; BAYM, G. Phenomenological QCD equation of state for massive neutron stars. **Physical Review D**, v. 91, n. 4, p. 045003, 2015. 38

- [96] BENIĆ, S.; BLASCHKE, D.; ALVAREZ-CASTILLO, D. E.; FISCHER, T.; TYPEL, S. A new quark-hadron hybrid equation of state for astrophysics-I. High-mass twin compact stars. **Astronomy & Astrophysics**, v. 577, p. A40, 2015. 38
- [97] XU, J.; PENG, G.; LIU, F.; HOU, D.-F.; CHEN, L.-W. Strange matter and strange stars in a thermodynamically self-consistent perturbation model with running coupling and running strange quark mass. **Physical Review D**, v. 92, n. 2, p. 025025, 2015. 38
- [98] CHEN, H.; WEI, J.-B.; SCHULZE, H.-J. Strange quark matter and quark stars with the Dyson-Schwinger quark model. **The European Physical Journal A**, v. 52, n. 9, p. 1–9, 2016. 38
- [99] DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; MENEZES, D. P. Stellar properties and nuclear matter constraints. **Physical Review C**, v. 93, n. 2, p. 025806, 2016. 38
- [100] XIA, C.-J.; ZHOU, S.-G. Stable strange quark matter objects with running masses and coupling constant. **Nuclear Physics B**, v. 916, p. 669–687, 2017. 38