

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Física



Dissertação de Mestrado

Estados ligados de monopolos magnéticos em colisões de alta energia

João Vitor Bulhões da Silva

Pelotas, 2023

João Vitor Bulhões da Silva

**Estados ligados de monopolos magnéticos em colisões de
alta energia**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter

Pelotas

2023

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

S586e Silva, João Vitor Bulhões da

Estados ligados de monopolos magnéticos em colisões de alta energia / João Vitor Bulhões da Silva ; Werner Krambeck Sauter, orientador. — Pelotas, 2023.

61 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2023.

1. Condição de quantização. 2. Colisões periféricas. 3. Monopolium. I. Sauter, Werner Krambeck, orient. II. Título.

CDD : 539.754

Elaborada por Ubirajara Buddin Cruz CRB: 10/901

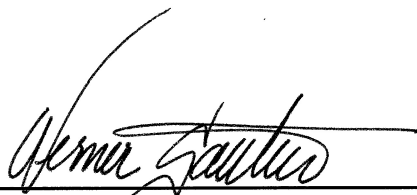
João Vitor Bulhões da Silva

**Estados ligados de monopolos magnéticos em colisões de
alta energia**

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física,
Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade
Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 27 de fevereiro de 2023

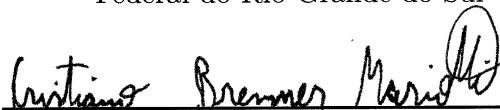
Banca examinadora:



Prof. Dr. Werner Krambeck
Sauter (Orientador)
Doutor em Ciências pela Universidade
Federal do Rio Grande do Sul



Prof. Dr. Joel Pavan
Doutor em Ciências pela Universidade
Federal do Rio Grande do Sul



Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotti
Doutor em Ciências pela Universidade
Federal do Rio Grande do Sul

Pelotas

2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Werner Krambeck Sauter pela oportunidade, dedicação e por todo conhecimento compartilhado.

Também gostaria de agradecer a todos os meus familiares pelo apoio e por sempre acreditarem que este trabalho seria possível.

Por fim, agradeço à CAPES pelo auxílio financeiro e ao programa de Pós-Graduação em Física da UFPel.

*“...one would be surprised if Nature had made no use of it [monopole]”
(Paul A. M. Dirac)*

RESUMO

Silva, João Vitor Bulhões. **Estados ligados de monopolos magnéticos em colisões de alta energia**. 2023. 61 f. Mestrado em Física - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

Este trabalho apresenta os estudos realizados para produção do monopolium no LHC em colisões ultraperiféricas para os processos pp e $PbPb$. O monopolium é descrito pelo estado ligado de um par monopolo-antimonopolo, e assumimos o estudo do monopolo nesse estado característico pelo fato de sua constante de acoplamento ser muito grande, o que abre espaço para sugerir a ideia de que essa partícula exótica possa ser produzida no seu estado ligado. O estado ligado do par é definido por uma função de onda que surge da solução numérica da equação de Schrodinger para o potencial de Cornell modificado. O estudo de monopolos iniciou-se com Dirac, onde ele estabeleceu uma relação entre cargas elétrica e magnética. Não há resultados experimentais que comprovem a existência dessa partícula, mas o LHC nos permite a busca de partículas altamente ionizantes, como no caso do monopolo. Usamos o mecanismo de produção por fusão de fótons, onde foi considerado o método Weizsacker-Williams para descrever o número fótons equivalentes do próton e do chumbo, além disso foi considerado o método de Drees-Zeppenfeld para o cálculo do número de fótons equivalentes do próton considerando um fator de forma do tipo dipolo elétrico. Nós estimamos a produção do monopolium no LHC para colisões pp com $\sqrt{s} = 14$ TeV e colisões $PbPb$ com $\sqrt{s} = 5,5$ TeV.

Palavras-chaves: Condição de quantização; Colisões periféricas; Monopolium.

ABSTRACT

SILVA, João Vitor Bulhões. **Bounds states of magnetic monopoles in high energy collisions**. 2023. 61 f. Master in Physics - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

This work presents the studies carried out for the production of the monopolium at the LHC in ultraperipheral collisions for the processes pp and $PbPb$. The monopolium is described by the bound state of a monopole-antimonopole pair, and we assume the study of the monopole in this characteristic state because its coupling constant is very large, which opens space to suggest the idea that this exotic particle can be produced in its bound state. The bound state of the pair is defined by a wave function arising from the numerical solution of the Schrodinger equation for the modified Cornell potential. The study of monopoles began with Dirac, where he established a relationship between electric and magnetic charges. There are no experimental results that prove the existence of this particle, but the LHC allows us to search for highly ionizing particles, as in the case of the monopole. We used the photon fusion production mechanism, where the Weizsacker-Williams method was considered to describe the equivalent photon number of the proton and lead, in addition the Drees-Zeppenfeld method was considered to calculate the number of equivalent photons of the proton considering an electric dipole form factor. We estimate the LHC monopolium production for pp collisions with $\sqrt{s} = 14$ TeV and $PbPb$ collisions with $\sqrt{s} = 5.5$ TeV.

Keywords: Quantization condition; Peripheral collisions; Monopolium.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo Padrão da Física de Partículas	13
Figura 2 – Representação para a produção do monopolium via fusão de fótons a partir da colisão de duas partículas carregadas.	15
Figura 3 – Forma da curva da ressonância de Breit-Wigner.	29
Figura 4 – Movimento relativo entre um pósitron de carga q e um elétron localizado no ponto p	32
Figura 5 – Descrição do processo de produção do monopolium via fusão de fótons. No diagrama temos que M é a massa do estado ligado, $V(r)$ é energia de ligação do par para formar o monopolium.	35
Figura 6 – Comportamento adimensional da seção de choque de fotoprodução do monopolium.	36
Figura 7 – Comportamento dos potenciais.	37
Figura 8 – Descrição diagramática da produção do monopolium M e seu subsequente decaimento em $\gamma\gamma$	38
Figura 9 – Comportamento adimensional da seção de choque de fotoprodução para o decaimento do monopolium em dois fótons Equação (4.26).	39
Figura 10 – Classes de colisões hadrônicas para diferentes parâmetros de impacto.	41
Figura 11 – Representação dos campos e pulsos	42
Figura 12 – Campos eletromagnéticos gerados por uma partícula ultrarrelativística.	43
Figura 13 – Número de Fótons Equivalentes via método de Weizsäcker-Williams para o chumbo dependentes da energia ω portada pelo fóton.	45
Figura 14 – Número de Fótons Equivalentes para o próton obtidos pelas Equações (5.15) e (5.21), em função da energia ω portada pelo fóton.	46
Figura 15 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o próton.	50
Figura 16 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Drees-Zeppenfeld para o próton.	50
Figura 17 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo chumbo-chumbo com $\sqrt{\hat{s}} = 5,5$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o chumbo.	51
Figura 18 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o próton.	52

Figura 19 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Drees-Zeppenfeld para o próton.	52
Figura 20 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo chumbo-chumbo com $\sqrt{\hat{s}} = 5,5$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o chumbo. . .	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	MONOPOLOS MAGNÉTICOS DE DIRAC	17
2.1	Condição de Quantização de Dirac	17
2.2	Monopolos na Formulação da Eletrodinâmica	19
2.3	Invariância Dual do Campo Eletromagnético	21
2.4	Conclusão	23
3	ELETRODINÂMICA QUÂNTICA	24
3.1	Teoria Quântica de Campos	24
3.2	Regras de Feynman da QED	26
3.3	Ressonância de Breit-Wigner	27
3.4	Conclusão	30
4	PRODUÇÃO DO MONOPOLIUM	31
4.1	Dinâmica do Monopolo	31
4.2	Fotoprodução do Monopolium	34
4.3	Decaimento do Monopolium	38
4.4	Conclusão	39
5	APROXIMAÇÃO DOS FÓTONS EQUIVALENTES	40
5.1	Colisões Hadrônicas Ultraperiféricas	40
5.2	Método de Weizsäcker-Williams	41
5.2.1	Número de Fótons Equivalentes para Íons de Chumbo	43
5.2.2	Número de Fótons Equivalentes para o Próton	45
5.3	Conclusão	47
6	RESULTADOS	48
6.1	Produção do Monopolium	49
6.2	Monopolium como um Estado Ressonante de dois Fótons	51
6.3	Número de Eventos para a Produção do Monopolium	53
6.4	Conclusão	55
7	CONCLUSÕES	56
	REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

Monopolos magnéticos têm sido motivo de grande curiosidade desde o surgimento da teoria eletromagnética e têm motivado numerosas pesquisas experimentais inovadoras. As equações de Maxwell possuem uma simetria elétrica-magnética que não é apresentada sem a descoberta de cargas magnéticas. Uma motivação mais forte para buscas de monopolos foi fornecida por Dirac, que mostrou que a existência de um único monopolo é suficiente para explicar a quantização da carga elétrica [1]. Ele também disse que, se monopolos existem, então a carga elétrica deve ser quantizada, ou seja, todas as cargas elétricas devem ser múltiplo inteiro de uma unidade fundamental. A expressão conhecida para essa quantização é chamada de Condição de Quantização de Dirac (DQC), que é expressa como:

$$eg = \frac{1}{2}n(4\pi\epsilon_0c)^\xi\hbar c, \quad n \in Z \quad (1.1)$$

onde e é carga elétrica, g é a carga magnética e n é número inteiro, ϵ_0 é a permissividade do vácuo, e $\xi = 0$ nos fornece tal quantidade em unidades CGS Gaussiana e $\xi = 1$ em unidades do Sistema Internacional (SI). Para nosso interesse devemos usar unidades naturais, $\hbar = c = \epsilon_0 = 1$. Neste sistema a carga magnética vale

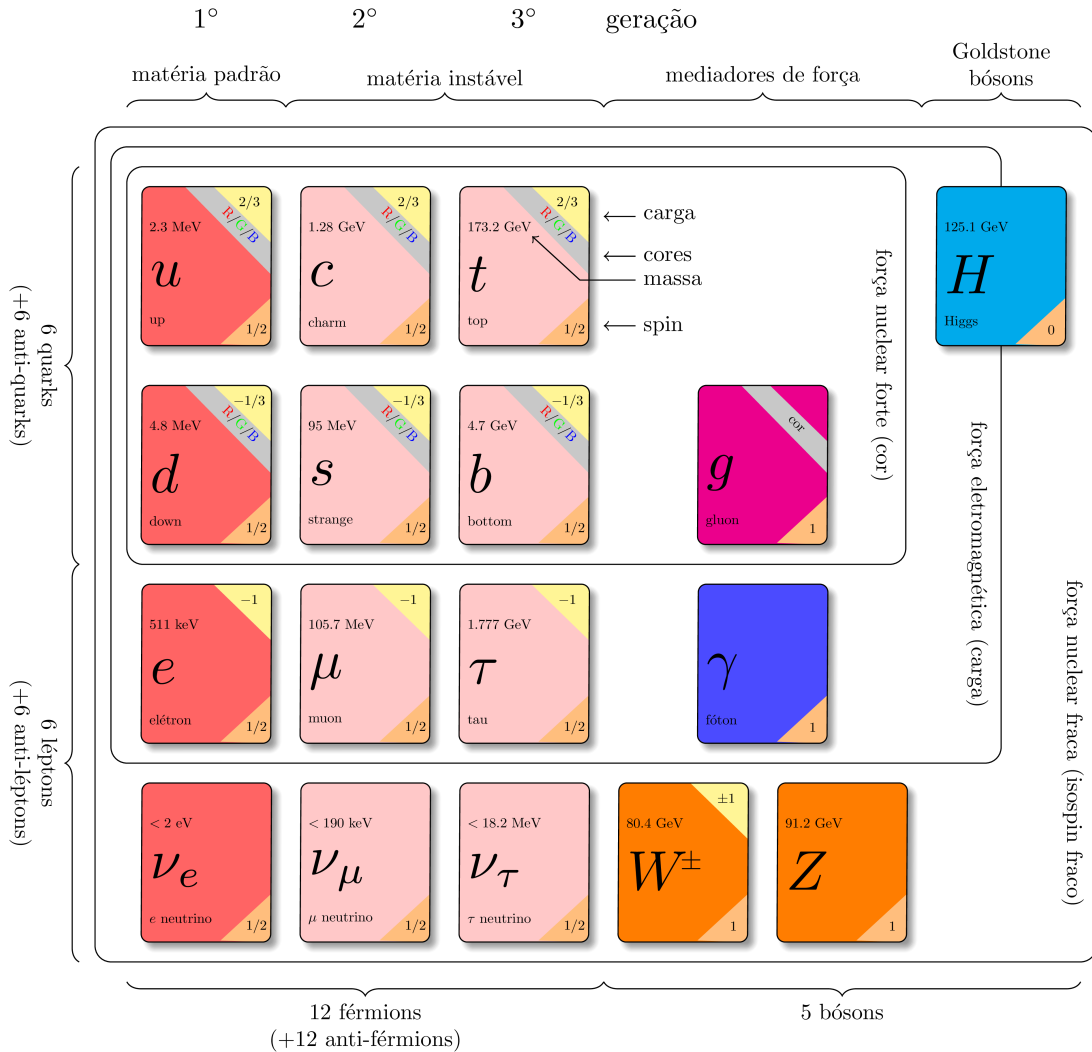
$$eg = \frac{n}{2}, \quad (1.2)$$

e é grande em comparação com a unidade de carga elétrica.

Monopolos magnéticos são partículas exóticas hipotéticas que não são previstas na teoria do Modelo Padrão (MP). O Modelo Padrão é uma teoria das interações fundamentais que com grande sucesso explica a maioria dos fenômenos conhecidos em Física de Partículas Elementares. Todos os fenômenos microscópicos observados até agora podem ser atribuídos a uma ou outra dessas interações. Por exemplo, as forças que mantêm juntos os prótons e os nêutrons nos núcleos atômicos são devidas a interações fortes. O MP é organizado de acordo com a Figura (1), onde podemos observar que as principais características do MP é que ele é composto por partículas mediadoras das forças fundamentais e partículas de matéria. As partículas de matéria são os férmions, todos eles possuem spin $1/2$ e são divididos em seis quarks e seis léptons. Os quarks e léptons existem em três gerações de partículas de matéria, onde a 1ª geração forma a matéria visível e as partículas de 2ª e 3ª gerações são instáveis e decaem em partículas da primeira geração.

Algum tempo após o trabalho de Dirac, Polyakov [2] e 't Hooft [3], descobriram que a existência de monopolos segue da ideia da unificação das interações fundamentais. O que muitos teóricos acreditam é que interações de calibre de força forte e a eletro-fraca, que possuem três constantes de acoplamento de calibre, adotam um comportamento unificado

Figura 1 – Modelo Padrão da Física de Partículas



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

em distâncias extremamente pequenas, com apenas uma constante de acoplamento. 't Hooft e Polyakov mostraram que qualquer que seja a grande unificação, a teoria de física de partículas deve conter monopolos.

Dependendo do modelo usado para a Teoria da Grande Unificação (GUT), a previsão da massa do monopolo pode variar entre $4 \cdot 10^4$ GeV e surpreendentes 10^{17} GeV [4]. O que pode estar relacionado com a ideia de que os monopolos podem ter sido formados no universo primordial, quando a distribuição de energia era mais densa [5]. Então, se uma GUT fosse realizável no universo primordial, após um era de inflação, então sobraria uma população de monopolos magnéticos como relíquia [6]. Com isso, devido ao decaimento dos monopolos produzido no Big Bang, é possível realizar a observação dos mesmos em radiação cósmica de fundo em microondas [7]. Uma possível explicação para a falta de evidência experimental de monopolos foi dado pela primeira vez em [8],

onde foi assumido que monopolos não poderiam ser detectados livremente devido ao forte acoplamento magnético, ou seja, só é possível observar essa partícula em um par monopolo-antimonopolo, que estaria sempre em um estado ligado, chamado monopolium.

Em nosso trabalho, nos restringimos à busca de monopolos em colisores de partículas, isto é, monopolos do tipo Dirac, que são assumidas como partículas fundamentais. A busca de monopolos na Grande Teoria da Unificação estão excluídos da busca em colisores devido ao alto valor da massa e sua estrutura interna suprime exponencialmente sua seção transversal de produção. Modelos de produção de monopolo do tipo Dirac têm se baseado amplamente no processo de Drell-Yan (DY) e fusão de fótons ($\gamma\gamma$). No processo DY, de forma simples, temos que um quark e um antiquark de prótons interagem e se aniquilam para produzir um par monopolo-antimonopolo [9], por outro lado, no processo de produção por fusão de fótons estão inclusos regimes de espalhamento inelástico, semi-elástico e elástico, como veremos a seguir.

Nos restringimos ao estudo de monopolos magnéticos como férmions de spin 1/2, vamos considerar a produção central exclusiva, em outras palavras, os projéteis não se dissociam e a partícula é produzida na região central do detector. Através dos trabalhos [10, 11] usamos da aproximação de fótons equivalentes, onde uma partícula carregada em grandes velocidades tem concentrados ao seu redor, em uma região transversal ao movimento, campos elétricos e magnéticos intensos que podem ser substituídos por um fluxo de fótons equivalentes.

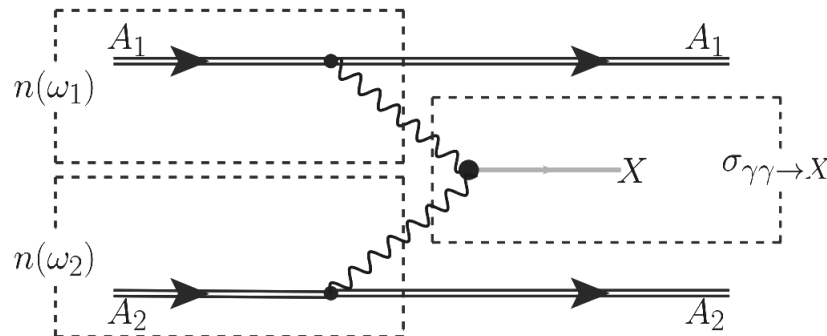
O Grande Colisor de Hádrons (LHC) é um colisor de partículas da Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear, mais conhecida como CERN, na qual possui a maior energia disponível atualmente. O laboratório está localizado em Genebra, na Suíça, em um túnel de 27 km de circunferência, bem como a 100 m abaixo do nível do solo. O experimento ATLAS foi um dos aparatos usados para a busca do monopolo magnético, com uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 7$ TeV usando uma luminosidade de 2fb^{-1} no ano de 2012 [12]. Apesar dos esforços, não foi encontrado sinal da produção de monopolos. Um outro experimento conhecido como MoEDAL [13] foi construído em torno do LHCb (LHC-beauty) com o intuito de encontrar sinais da produção de partículas exóticas altamente ionizantes, assim como monopolos e díons, sendo essa última uma partícula proposta por Schwinger, na qual a mesma é composta por uma carga elétrica e uma carga magnética [14]. O experimento é composto por dois métodos de detecção, sendo uma delas baseadas em Detectores de Rastros Nucleares (NTDs) com uma superfície de aproximadamente 18 m^2 . A natureza sensitiva se dá pelo fato do mesmo ser sensível a partículas altamente ionizantes. O segundo método de detecção é caracterizado pelo aprisionamento de partículas carregadas em uma matriz de amostras de alumínio com cerca de 800 kg.

O processo que descreve a produção do monopolium pode ser observado na Figura

(2). Podemos perceber que os fótons provenientes da colisão entre as partículas A_1 e A_2 interagem entre si produzindo X . Há três tipos de colisões que devemos nos atentar:

- Colisão elástica: As partículas A_1 e A_2 não se dissociam.
- Colisão semi-inelástica: Uma das partículas se dissocia e um fóton é emitido pelos constituintes da partícula dissociada, por outro lado, a partícula não dissociada recebe um fóton.
- Colisão inelástica: As duas partículas são dissociadas e seus constituintes liberam fótons.

Figura 2 – Representação para a produção do monopolium via fusão de fótons a partir da colisão de duas partículas carregadas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Iremos estudar apenas a colisão do tipo elástica, ou seja, o processo de interação será puramente eletromagnético, ou seja, é uma interação apenas entre os fótons emitidos.

A dissertação está organizada como segue: no capítulo (2) apresentamos aspectos gerais da teoria de Dirac para obter a expressão para a DQC. Também apresentamos a dualidade eletromagnética, que é usada explicar como acontece a interação do monopolo com o fóton. Além disso, através da dualidade eletromagnética conseguimos obter todas as expressões que descrevem o eletromagnetismo regidas pelas equações de Maxwell contendo carga magnética.

No Capítulo (3) apresentamos brevemente a teoria quântica de campo das interações eletromagnéticas, a Eletrodinâmica Quântica. Apresentamos a densidade lagrangiana da teoria e enunciamos suas regras de Feynman. Com as regras de Feynman somos capazes de expor a amplitude de espalhamento invariante para o processo de produção do monopolium.

No Capítulo (4) abordamos sobre a dinâmica do monopolium, e como funciona a interação do monopolo com o elétron, com isso somos capazes de representar os campos do monopolo interagindo com o elétron através da dualidade eletromagnética. Através da ressonância de Breit-Wigner, somos capazes de obter a seção de choque de fotoprodução

de estados ressonantes, que será aplicada para obtermos a seção de choque de produção e decaimento do monopólio.

No Capítulo (5) abordamos o formalismo da aproximação dos fótons equivalentes utilizado para substituir as partículas incidentes. O número de fótons equivalentes pode ser determinado por muitas maneiras diferentes, neste trabalho fizemos uso do método de Weizsäcker-Williams [10, 11] para calcular o número de fótons equivalentes do próton e do chumbo. Também calculamos o número de fótons equivalentes do próton através do método de Drees-Zeppenfeld [15], onde é possível incluir o fator de forma do dipolo elétrico.

No Capítulo (6) apresentamos os resultados obtidos a partir da Equação 5.1, detalhando cada caso apresentado no decorrer desta dissertação

Por fim, no Capítulo (7) apresentamos nossas conclusões e perspectivas desse trabalho.

2 MONOPOLOS MAGNÉTICOS DE DIRAC

Neste capítulo iremos observar os primórdios da busca do monopolo magnético. O físico inglês Paul A. M. Dirac sugeriu a existência de partículas elementares do magnetismo, mais conhecidos como monopolos magnéticos. Dirac estava interessado em entender por qual motivo as cargas elétricas das partículas elementares são quantizadas. Em busca de uma resposta para esse problema, Dirac chegou a uma expressão chamada de Condição de Quantização de Dirac. Vamos revisar seus resultados neste capítulo.

2.1 Condição de Quantização de Dirac

Dado o trabalho de Dirac [1], em que ele não estava interessado, especificamente, em estudar prótons e elétrons, mas em encontrar um menor valor para a carga elétrica. Este valor para a carga elétrica existe experimentalmente e é dado por:

$$\frac{1}{e^2} = 137, \quad (2.1)$$

em unidades naturais. Sendo assim, o objetivo do trabalho do Dirac foi de encontrar uma conexão entre o menor valor para a carga magnética e o menor valor para a carga elétrica, culminando na conhecida Condição de Quantização de Dirac (DQC).

Sendo assim, para encontrar uma expressão matemática capaz de descrever essa quantização, ele realizou o seguinte caminho: escrevendo a função de onda ψ de forma mais geral, como o produto

$$\psi = \psi_1 e^{i\beta}, \quad (2.2)$$

onde ψ_1 é uma função de função de onda ordinária, com uma fase definida em cada ponto, e $e^{i\beta}$ é a incerteza da fase. Isso requer que β não seja uma função das coordenadas da função de onda, mas deve ter as seguintes derivadas definidas:

$$\vec{\kappa} = \nabla\beta, \quad \kappa_0 = \partial\beta/\partial t.$$

Seja a equação de Schrödinger para uma partícula livre expressa por:

$$\frac{(-i\hbar)^2}{2m} \nabla^2 \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (2.3)$$

logo, ψ_1 irá satisfazer

$$(-i\hbar\nabla + \hbar\vec{\kappa})^2 \psi_1 = \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \hbar\kappa_0 \right) \psi_1,$$

segue que se ψ satisfaz qualquer equação de onda, envolvendo os operadores de energia e momentum, ψ_1 vai satisfazer a equação de onda correspondente na qual \vec{p} e E terá que ser substituído por $\vec{p} + \hbar\vec{\kappa}$ e $E - \hbar\kappa_0$, respectivamente.

Assumindo que ψ satisfaz a equação de onda usual para a partícula livre, na ausência de qualquer campo, então ψ_1 satisfaz a equação de onda para uma partícula de carga $-e$ movendo-se em um campo eletromagnético cujos potenciais vetores são

$$\vec{A} = \hbar c/e \cdot \vec{\kappa}, \quad A_0 = -\hbar/e \cdot \kappa_0, \quad (2.4)$$

e os campos elétrico e magnético são dados por

$$\nabla \times \vec{\kappa} = e/\hbar c \vec{H}, \quad \nabla \kappa_0 - \partial \vec{\kappa}/\partial t = e/\hbar \vec{E}. \quad (2.5)$$

A mudança de fase em torno de uma curva fechada será, pelo temos teorema de Stokes,

$$\int_{\delta\epsilon} \vec{\kappa} \cdot d\vec{r} = \int_{\epsilon} \nabla \times \vec{\kappa} \cdot d\vec{\epsilon} \quad (2.6)$$

onde $d\vec{r}$ é um elemento do arco da curva fechada e $d\epsilon$ é um elemento de superfície bidimensional cujo limite é a curva fechada.

Quando a função de onda se anula, a fase da mesma não tem significado. Portanto, como sabemos que a função de onda é complexa, isto exige duas condições de modo que os pontos nos quais ela desaparece estarão ao longo de uma linha, que é chamada de linha nodal. Considerando agora que a função de onda tem uma linha nodal passando pela pequena curva fechada, não poderemos mais inferir que a mudança de fase em torno da pequena curva fechada seja pequena. Sendo assim, só é possível dizer que a mudança de fase será próxima de $2\pi n$, em que n é um número inteiro.

A diferença entre a mudança de fase ao redor da pequena curva fechada e a mudança de fase mais próxima à curva agora deve ser a mesma que a mudança de fase ao redor da curva fechada para uma função de onda sem linha nodal através dela. Dado isso, apenas o fluxo magnético irá contribuir, nos possibilitando obter a mudança de fase ao redor da pequena curva fechada

$$2\pi \sum n + \frac{e}{\hbar c} \int_{\epsilon} \vec{H} \cdot d\vec{\epsilon}, \quad (2.7)$$

A expressão (2.7) aplicada em uma superfície fechada deve desaparecer. Segue que $\sum n$, para todas as linhas nodais que atravessam uma superfície fechada, deve ser a mesma para todas as funções de onda e devem ser iguais a $e/2\pi\hbar c$ vezes o fluxo magnético total que atravessa a superfície, de modo que

$$\frac{2\pi\hbar c}{e} n \equiv 4\pi g, \quad (2.8)$$

onde n é a característica da linha nodal que aí termina, ou a soma das características de todas as linhas nodais que aí terminam quando há mais de uma. Logo, pela Equação (2.8),

a relação entre carga elétrica e magnética

$$ge = \hbar c \frac{n}{2}, \quad (2.9)$$

ou, no sistema de unidades naturais

$$ge = \frac{n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.10)$$

o qual expressa a condição de quantização.

2.2 Monopolos na Formulação da Eletrodinâmica

Alguns anos depois Dirac publicou outro artigo [16], onde ele se dedicou em apresentar a formulação da eletrodinâmica para monopolos magnéticos. As equações de Maxwell na forma covariante são escritas como [17]:

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = j_\mu, \quad (2.11)$$

onde j_μ é o vetor de densidade de corrente, e

$$\frac{\partial \tilde{F}_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0, \quad (2.12)$$

onde $\tilde{F}_{\mu\nu} = 1/2\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}$, e é chamado de tensor eletromagnético dual. Pela Equação (2.12), a divergência do fluxo magnético é nula, sendo necessário realizar uma modificação na teoria para que a mesma aceite monopolos. Nesse sentido, a densidade e a corrente de polos formará um vetor κ_μ , na qual é o análogo de j_μ , logo a Equação (2.12) modificada será

$$\frac{\partial \tilde{F}_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \kappa_\mu. \quad (2.13)$$

A densidade de corrente gerada por uma partícula pontual de carga e pode ser expressa com ajuda da função delta, onde sua característica é de ser infinita em um ponto ($x = z$) e zero em qualquer outro ponto ($x \neq z$). Sendo assim,

$$j_\mu(x) = e \int \left(\frac{dz_\mu(s)}{ds} \right) \delta^{(4)}(x - z) ds, \quad (2.14)$$

onde $z_\mu(s)$ é o quadrivetor das componentes da trajetória da partícula, no argumento do quadrivetor s é o tempo próprio, e $\delta^{(4)}$ é calculada sobre todas as coordenadas, ou seja

$$\delta^{(4)}(x) = \delta(x_0)\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3). \quad (2.15)$$

De forma similar, a densidade de corrente magnética poderá ser dada como

$$\kappa_\mu(x) = g \int \left(\frac{dz_\mu(s)}{ds} \right) \delta^{(4)}(x - z) ds, \quad (2.16)$$

onde g é a carga do monopolo.

A equação de Lorentz descreve o movimento de uma partícula de carga e e massa m_e sob ação de um campo eletromagnético $F^{\mu\nu}$, tal equação é descrita como

$$m \left(\frac{d^2 z_\mu(s)}{ds^2} \right) = e \left(\frac{dz^\nu(s)}{ds} \right) F_{\mu\nu}(z), \quad (2.17)$$

com isso, podemos também escrever a equação de Lorentz para o movimento de um monopolo

$$m_g \left(\frac{d^2 z_\mu(s)}{ds^2} \right) = g \left(\frac{dz^\nu(s)}{ds} \right) \tilde{F}_{\mu\nu}(z). \quad (2.18)$$

Temos que a teoria eletromagnética pode ser expressa em termos de um tensor de rank 2, dependendo somente do potencial eletromagnético que descreve o campo, ou seja

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}, \quad (2.19)$$

mas essa equação não descreve monopolos, sendo necessário realizar uma modificação. Pois se considerarmos um instante de tempo, a Equação (2.19) requer que o fluxo magnético atravessando qualquer superfície fechada seja nulo. Tomando em conta a existência de monopolos, tal equação não satisfaz a presença da partícula dentro da superfície fechada. Sendo assim, a Equação (2.19) deve falhar em algum lugar na superfície, e podemos dizer que ela vai falhar em um único ponto de cada superfície ao redor do monopolo, criando o que é chamado de corda, que se estende do monopolo até o infinito ou do infinito até ele, onde tal orientação da corda depende somente do sinal da carga magnética.

As variáveis que definem o espaço-tempo $y_\mu(\tau_0, \tau_1)$ da corda são do tipo não físicas, porque elas não correspondem a nenhum observável e seus valores em um problema específico são sempre arbitrários e não influenciam no fenômeno físico. Temos então que

$$y_\mu = y_\mu(\tau_0, \tau_1) \quad (2.20)$$

A equação (2.19) pode ser trocada por

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} + 4\pi \sum_g \tilde{G}_{\mu\nu} \quad (2.21)$$

agora o divergente da Equação (2.21) deve ser capaz descrever uma densidade de corrente magnética não nula, obedecendo assim a Equação (2.13). O novo potencial pode ser definido a fim de cobrir o pontos que fazem com que o fluxo magnético seja não nulo

$$\frac{\partial G_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = g \int \frac{dz_\mu(s)}{ds} \delta^{(4)}(x - z) ds \quad (2.22)$$

a solução da Equação (2.22) é

$$G_{\mu\nu}(x) = g \iint \left(\frac{\partial y_\mu}{\partial \tau_0} \frac{\partial y_\nu}{\partial \tau_1} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \tau_1} \frac{\partial y_\nu}{\partial \tau_0} \right) \delta^{(4)}(x - y) d\tau_0 d\tau_1 \quad (2.23)$$

e o funcional ação será dado por

$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \int d^4x A^\mu j_\mu + \sum_{i=e,g} m_i \int ds_i, \quad (2.24)$$

logo, tomando a variação da ação com relação às trajetórias da carga magnética, com respeito ao potencial vetor A_μ nos dá as equações do campo e da dinâmica de partículas carregadas (incluindo cargas magnéticas). Resumidamente temos

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = j_\mu, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \tilde{F}_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \kappa_\mu \quad (2.26)$$

e a variação do funcional com relação à trajetória da carga magnética e elétrica nos dá, respectivamente

$$m_g \frac{d^2 z_\mu(s)}{ds^2} = g \tilde{F}_{\mu\nu} \frac{dz^\nu}{ds}, \quad (2.27)$$

$$m_e \frac{d^2 z_\mu(s)}{ds^2} = e \left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \right) \frac{dz^\nu(s)}{ds}. \quad (2.28)$$

Podemos observar que, devido à modificação realizada no tensor $F_{\mu\nu}$, a Equação (2.28) não corresponde à Equação (2.17). Para contornar este problema, Dirac adotou uma restrição na qual cargas elétricas não devem passar por uma corda, valendo apenas para pontos onde $G_{\mu\nu}(x) = 0$. Essa condição também pode ser obtida tomando a derivada de $F_{\mu\nu}$ com relação à variável da corda

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial y_\mu} = 0, \quad (2.29)$$

onde mostra que a densidade de corrente se anula na corda.

Com este trabalho [16], Dirac conseguiu realizar modificações nas equações do eletromagnetismo capazes de incluir monopolos magnéticos, culminando numa simetria para as equações de Maxwell. Usando esta nova formulação podemos resgatar, novamente, a condição de quantização para cargas elétrica e magnética, ou seja

$$ge = \frac{n}{2}. \quad (2.30)$$

2.3 Invariância Dual do Campo Eletromagnético

As equações de Maxwell

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 0, & \nabla \cdot \vec{B} &= 0, \\ \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0, & \nabla \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

exibem uma invariância sob as transformações

$$\begin{aligned}\vec{E} &\rightarrow \vec{E} \cos(\theta) - \vec{B} \sin(\theta), \\ \vec{B} &\rightarrow \vec{E} \sin(\theta) + \vec{B} \cos(\theta).\end{aligned}\tag{2.32}$$

De forma compacta, as transformações podem ser escritas como segue:

$$\vec{E} + \vec{B} \rightarrow e^{i\theta}(\vec{E} + i\vec{B}).\tag{2.33}$$

Podemos observar que essa transformação de simetria também está presente quando descrevemos os campos usando a notação covariante:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0,\tag{2.34}$$

sob a transformação de simetria, podemos escrever

$$\begin{aligned}F^{\mu\nu} &\rightarrow F^{\mu\nu} \cos(\theta) - \tilde{F}^{\mu\nu} \sin(\theta) \\ \tilde{F}^{\mu\nu} &\rightarrow F^{\mu\nu} \sin(\theta) + \tilde{F}^{\mu\nu} \cos(\theta).\end{aligned}\tag{2.35}$$

Da mesma forma, a transformação de simetria será aplicada à lagrangiana do campo eletromagnético

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &\rightarrow \mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \cos(2\theta) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} \sin(2\theta) \\ &= -\frac{1}{2}(\vec{E}^2 - \vec{B}^2) \cos(2\theta) - \frac{1}{2}(\vec{E} \cdot \vec{B}) \sin(2\theta),\end{aligned}\tag{2.36}$$

o termo extra $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ é definido em termos da derivada total da corrente dual D^μ . Outro ponto importante é que esse termo não afeta as equações de movimento. A forma infinitesimal da transformação de simetria da lagrangiana é

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} - \partial_\mu D^\mu \delta\theta,\tag{2.37}$$

em acordo com a teoria, temos a conservação da corrente dual,

$$\partial_\mu D^\mu = 0.\tag{2.38}$$

Essa simetria, também conhecida como invariância dual, é uma característica relevante do eletromagnetismo clássico e é frequentemente usada para argumentar que não há necessidade da existência de monopolos. Dirac apenas provou que os pólos magnéticos não são proibidos na mecânica quântica, mas sua existência é um argumento significativo de simetria e também explica a quantização de carga. Se olharmos para o modelo não livre das equações de Maxwell

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} = \rho_e, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \\ \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j},\end{aligned}\tag{2.39}$$

aqui \vec{j}_e é o vetor densidade de corrente. Adicionando a carga magnética e a transformação da Equação (2.33), teremos

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\vec{E} + i\vec{B}) &= \rho_e + i\rho_g, \\ \nabla \times (\vec{E} + i\vec{B}) - i\frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} + i\vec{B}) &= \vec{j}_e + i\vec{j}_g,\end{aligned}\tag{2.40}$$

onde as cargas também são invariantes perante a transformação

$$e + ig \rightarrow e^{i\theta}(e + ig),\tag{2.41}$$

dado isso, a invariância dual pode nos mostrar que não há dois diferentes tipos de cargas, mas sim uma carga efetiva descrita por

$$q = \sqrt{e^2 + g^2}.\tag{2.42}$$

Na qual essa carga efetiva é conhecida como dion. O dion é uma partícula hipotetizada por Schwinger como uma alternativa fenomenológica para os quarks [14]. É composta de uma carga elétrica e uma carga magnética. Um dion composto por uma carga elétrica zero é geralmente referido como um monopolo magnético. Ele estendeu a condição de quantização de Dirac para o dion e usou o modelo para prever a existência de uma partícula com as propriedades do méson J/ψ antes de sua descoberta em 1974.

2.4 Conclusão

Neste capítulo apresentamos as ideias de Dirac para a obtenção da expressão para a quantização da carga elétrica. Ademais, mostramos a formulação da eletrodinâmica num cenário que contém monopolos magnéticos, onde através desta, mais uma vez, podemos resgatar a condição de quantização para cargas elétricas e magnéticas.

3 ELETRODINÂMICA QUÂNTICA

A eletrodinâmica quântica (QED) é uma das teorias de maior sucesso e precisão da física. A era moderna da eletrodinâmica quântica inicia a partir de 1940 com as descobertas experimentais do momento anômalo do elétron e o deslocamento Lamb [18], esse último seria uma diferença de energia entre os níveis $2S_{1/2}$ e $2P_{1/2}$ do átomo de hidrogênio de 1000 MHz, essa diferença não foi explicada com precisão na teoria de Dirac, que definia esses níveis como degenerados. Após cálculos não relativísticos realizados por Bethe [19], a eletrodinâmica quântica devidamente renormalizada produziu resultados em concordância com o experimento, o que estimulou a evolução desta teoria até a sua precisão atual.

A QED é uma teoria quântica de campos do eletromagnetismo, ou seja, essa teoria é usada para descrever o comportamento de partículas carregadas e com velocidades próximas a c , sendo uma teoria na qual faz uso da mecânica quântica e da teoria da relatividade. As partículas carregadas, que são as fontes dos campos eletromagnéticos, devem ser descritas por suas equações relativísticas de movimento, sendo elas: a equação de Klein-Gordon para spin 0, como é o caso do bóson de Higgs, e a equação de Dirac para spin 1/2, para o elétron, múon, tau, assim como o neutrino e seus respectivos sabores. Essas partículas são organizadas de acordo com a Teoria do Modelo Padrão da Física de Partículas, como podemos ver na Figura (1).

Para cada tipo de interação existe uma constante de acoplamento g associada. Na QED esse acoplamento de interação é a carga do elétron. Porém, é mais conveniente escrevermos em termos da constante adimensional $\alpha_{em} \propto g_{QED}^2$. A intensidade de interação eletromagnética entre o fóton e um férmion é dada pela constante de estrutura fina $\alpha \simeq 1/137$ e é descrita pelos vértices de interação do Modelo Padrão. Para cada vértice de interação existe uma constante de acoplamento associada. Mais precisamente, o elemento de matriz de transição para um processo de interação inclui um fator da constante de acoplamento g para cada vértice de interação. O vértice fundamental da QED representa a aniquilação de um elétron e a criação de outro junto com a absorção ou emissão de um fóton, cada um com uma dada energia e momentum.

3.1 Teoria Quântica de Campos

Na teoria quântica de campos, a densidade lagrangiana da QED pode ser dada por [20]:

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{Maxwell} + \mathcal{L}_{Int.}, \quad (3.1)$$

onde temos que,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Dirac} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi, \\ \mathcal{L}_{Maxwell} &= -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \rightarrow F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \\ \mathcal{L}_{Int} &= -e : \bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu :, \end{aligned}$$

na qual \mathcal{L}_{Dirac} é a densidade lagrangiana que descreve o comportamento livre das partículas de spin 1/2, γ^μ são as matrizes de Dirac (onde, $\mu = 0, 1, 2, 3$), ∂_μ são as derivadas quadridimensionais e ψ e $\bar{\psi}$ são o espinor de Dirac e seu adjunto, respectivamente. $\mathcal{L}_{Maxwell}$ é a lagrangiana do campo eletromagnético, em que $F^{\mu\nu}$ representa o tensor do campo eletromagnético e A^μ o quadripotencial [21]. Por último temos a lagrangiana de interação \mathcal{L}_{Int} que rege o comportamento da interação entre campos e partículas. Dado isso, é através da lagrangiana da QED \mathcal{L}_{QED} que podemos derivar as regras de Feynman, que serão apresentadas na próxima subseção.

Nos processos de espalhamento em geral não estamos interessados nos estados intermediários quando as partículas estão interagindo, mas somente em como os estados iniciais (antes da interação) transitam para dados estados finais no futuro. Tomando em consideração que a interação seja localizada no espaço-tempo e que a hamiltoniana de interação seja maior que zero para $t \rightarrow -\infty$ e $t \rightarrow \infty$, nos possibilita escrever:

$$|\psi_i(-\infty)\rangle = |i\rangle, \quad (3.2)$$

que descreve uma partícula livre. Temos que a evolução desse estado inicial é descrito por:

$$|\psi_i(\infty)\rangle = U(\infty, -\infty)|\psi_i(-\infty)\rangle = U(\infty, -\infty)|i\rangle = S|i\rangle, \quad (3.3)$$

onde a matriz S é definida por:

$$S = U(\infty, -\infty). \quad (3.4)$$

Conseqüentemente, a amplitude de espalhamento que caracteriza a transição do estado inicial "i" para o estado final "f" é dada por:

$$S_{fi} = \langle f|\psi_i(\infty)\rangle = \langle f|U(\infty, -\infty)|i\rangle = \langle f|S|i\rangle \quad (3.5)$$

Os elementos de matriz para o espalhamento de duas partículas no estado inicial com quadrimomentos p_1 e p_2 , resultando em n partículas com quadrimomentos p'_1, p'_2, \dots, p'_n é expresso por[20]:

$$S_{fi} = i(2\pi)^4\delta^{(4)}\left(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i\right) \mathcal{M}_{fi} \prod_{i=1}^2 \sqrt{\frac{N_i}{2E_i(2\pi)^3}} \prod_{j=1}^n \sqrt{\frac{N'_j}{2E'_j(2\pi)^3}} \quad (3.6)$$

onde \mathcal{M}_{fi} é a amplitude invariante de espalhamento, que é obtida através da Equação (3.6) que descreve o processo de interesse. N_i e N'_j é o fator de normalização e ele depende

das convenções de normalização usadas para diferentes tipos de partículas envolvidas no processo: $N_i = 1$ para spin 0, isto é, para bósons e fótons, e $N_i = 2m$ para partículas de spin 1/2, os férmions.

A seção de choque diferencial é dada por

$$d\sigma = \frac{\Omega}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} N_1 N_2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i\right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_{i=1}^n \frac{N'_i d^3 p'_i}{2E'_i (2\pi)^3} \quad (3.7)$$

no qual o fator da raiz quadrada é o fluxo de partícula invariante, no qual é essencialmente dado pela velocidade relativa das partículas. Além do mais, a Equação (3.7) contém uma função delta que responde pela conservação de energia-momentum, e um fator do espaço de fase para cada uma das partículas que saem. Temos também o fator de degenerescência Ω , que torna-se importante, por exemplo, para o caso em que o estado final contenha duas partículas indistinguíveis. Isto é definido por $\Omega = \prod_k 1/g_k!$, onde g_k conta o número de partículas do tipo k no estado final.

3.2 Regras de Feynman da QED

Os elementos de matriz \mathcal{M} para diferentes processos de espalhamento podem ser um tanto trabalhosos de obter sua expressão. Se fosse necessário deduzir o elemento de matriz desde os primeiros princípios, isto poderia tomar muito tempo. Por sorte, os elementos de matriz de qualquer diagrama de Feynman pode ser escrito imediatamente através de um conjunto de regras que são derivadas formalmente da teoria quântica de campos [22].

Podemos interpretar o diagrama considerando-se que o tempo corre da esquerda para a direita, como pode ser observado nos diagramas das Equações (3.8, 3.9, 3.10). Nesse sentido, uma partícula (elétron e^-) é representada por uma flecha que aponta no mesmo sentido em que o tempo corre. Por outro lado, uma antipartícula (pósitron e^+) é representada por uma flecha que aponta no sentido contrário ao qual o tempo corre. Podemos descrever todos os tipos de interações das forças fundamentais, sejam elas mediadas pela força forte, eletrofraca ou eletromagnética, através de diagramas de Feynman. Frequentemente representando por um ponto, cada vértice no diagrama introduz um termo conhecido como constante de acoplamento, que corresponde a $\alpha = 1/137$ (constante de acoplamento eletromagnética). Se aumentarmos o número de vértices no diagrama, para qualquer que seja o processo que queiramos estudar, sua contribuição para o resultado final fica cada vez menor e dependendo da precisão necessária os mesmos podem ser ignorados. Na maioria do processos de interesse, cálculos na QED envolvem diagramas com menos de quatro vértices [23].

O que temos é que existe uma regra de Feynman para cada um desses elementos do diagrama, no qual cada uma corresponde a um termo no elemento de matriz invariante.

O produto de todos esses termos é denotado por $-i\mathcal{M}$. A aplicação prática disso é que as regras de Feynman da QED podem ser usadas para calcular seções de choque de baixa ordem, e para fazer isso há três elementos básicos correspondentes à construção de um elemento de matriz invariante:

- Os spinores de Dirac, $u(p)$ e $v(p)$, e os estados de polarização do fóton, $\epsilon_\mu(p)$ e ϵ_μ^* , são representados por linhas externas

estado inicial da partícula : $u(p)$		
estado final da partícula : $\bar{u}(p)$		
estado inicial da antipartícula : $\bar{v}(p)$		
estado final da antipartícula : $v(p)$		
estado inicial do fóton : $\epsilon_\mu(p)$		
estado final do fóton : $\epsilon_\mu^*(p)$		(3.8)

- Os propagadores são descritos por linhas internas, nas quais estão conectadas pelo vértice de interação. Apresentarei dois propagadores:

propagador do fóton : $-\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2}$		
propagador do férmion : $-\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + m)}{q^2 - m^2}$		(3.9)

- E, por último, o vértice fundamental da QED:

vértice da QED : $-iQe\gamma^\mu$		(3.10)
-----------------------------------	--	--------

Essas regras podem ser usadas para realizar o cálculo do elemento de matriz \mathcal{M}_{if} , que é responsável por descrever os processos envolvidos entre o estado inicial e final.

3.3 Ressonância de Breit-Wigner

Em física subatômica estamos interessados no decaimento de partículas instáveis, tal como de núcleos radioativos ou múons cósmicos. A taxa de reação W é dado por uma

expressão da teoria de perturbação, popularmente conhecida como Segunda Regra de Ouro de Fermi e é expressa na maioria dos textos padrões da mecânica quântica como [24]:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{if}|^2 \rho_f, \quad (3.11)$$

temos que \mathcal{M}_{if} é o elemento de matriz entre o estado inicial e o estado final, ρ_f é a densidade de energia dN/dE do estado final, isto é, o número de estados no espaço de fase disponível para as partículas do produto, por intervalo de unidade da energia total. Através de uma análise dimensional podemos perceber que \mathcal{M}_{if} tem dimensão de energia, ρ_f de E^{-1} , enquanto \hbar tem dimensão de E vezes t . Então W mede uma taxa por unidade de tempo.

O tempo de vida de um estado decaindo é $\tau = 1/W$. Para decaimentos fortes, τ é incomensuravelmente curto e, em vez disso, cita-se uma largura Γ , ou seja, o espalhamento natural na energia dos estados decaindo, onde

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = 2\pi |\mathcal{M}_{fi}|^2 \int \rho_f d\Omega \quad (3.12)$$

A conexão entre o tempo de vida e a largura de um estado decaindo surge do princípio da incerteza, $\Delta E \Delta t \simeq \hbar$. A taxa de decaimento para uma partícula A será igual ao número fracionário de decaimentos de um conjunto de partículas A por unidade de tempo, ou seja

$$\Gamma = -\hbar \frac{dN_A}{dt} \frac{1}{N_A}, \quad (3.13)$$

sendo que a solução para esta equação diferencial nos mostra que a taxa de decaimento possui um comportamento exponencial

$$N_A(t) = N_A(0) e^{-\Gamma t/\hbar}. \quad (3.14)$$

Frequentemente, uma partícula pode decair através de diferentes canais. Então a largura total é a soma das larguras parciais para cada canal,

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i. \quad (3.15)$$

Estados com tempo de vida e largura finitos, nos quais podem ser formados por colisões entre partículas em que esses estados decaem, são conhecidos como ressonâncias. A função de onda que descreve um estado não estacionário decaindo com uma frequência angular $\omega_R = E_R/\hbar$ é dado por [25]:

$$\psi(t) = \psi(0) e^{-i\omega_R t} e^{-t/2\tau} = \psi(0) e^{-t(E_R + \Gamma/2)}, \quad (3.16)$$

temos ainda que o tempo de vida $\tau = \hbar/\Gamma$ foi inserido em unidades naturais, em que $\hbar = c = 1$. Então, podemos ver que a Equação (3.16) obedece a lei de decaimento radioativo (3.14). A transformada de Fourier da Equação (3.16) é

$$g(\omega) = \int_0^\infty \psi(t) e^{i\omega t} dt, \quad (3.17)$$

com $\omega = E/\hbar = E$. Podemos obter a função de onda no espaço de energia:

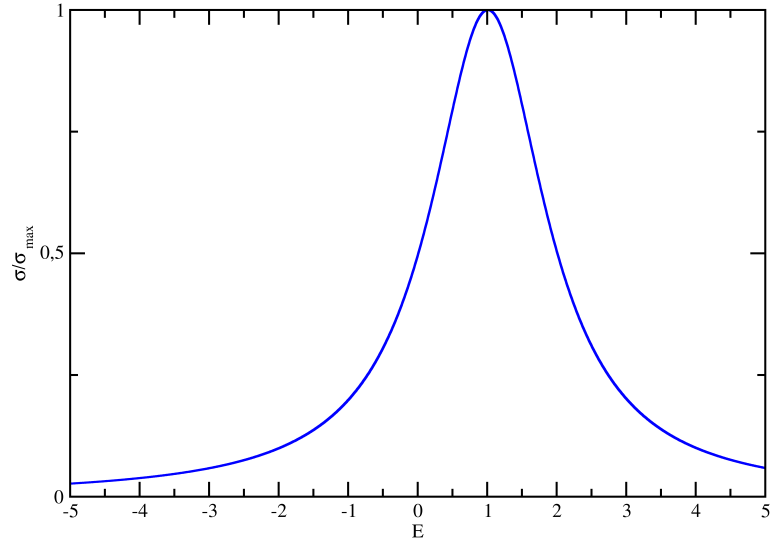
$$\chi(E) = \int \psi(t)e^{iEt} dt = \psi(0) \int e^{-t[(\Gamma/2)+i(E_R-E)]} dt = \frac{K}{(E - E_R) - i\Gamma/2} \quad (3.18)$$

onde K é uma constante e E_R é o valor central da energia do estado. Então a seção de choque $\sigma(E)$ mede a probabilidade de duas partículas a e b formarem um estado ressonante c com largura Γ e sua expressão é proporcional ao módulo quadrático da função de onda no espaço de energia:

$$\sigma(E) = \sigma_{max} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (3.19)$$

essa expressão é chamada de fórmula de ressonância de Breit-Wigner [26]. A forma da curva de ressonância é mostrado na Figura (3). A seção de choque cai para metade do seu valor de pico quando $E - E_R = \pm\Gamma/2$.

Figura 3 – Forma da curva da ressonância de Breit-Wigner.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Frequentemente o estado ressonante c feito na reação $a + b \rightarrow c$ pode decair em vários modos, sendo o decaimento da largura total a soma das larguras parciais, como na Equação (3.15). Neste caso, a seção de choque tanto para formação quanto para decaimento através deste canal elástico é obtida multiplicando-se a seção transversal, da Equação (3.19), pelo fator $(\Gamma_{el}/\Gamma)^2$. Em geral, se o estado é formado pelo canal i e decai pelo canal j , a seção transversal é dada multiplicando a Equação (3.19) por um fator $\Gamma_i\Gamma_j/\Gamma^2$.

Pode ser notado que a expressão (3.19) não está em uma forma relativisticamente invariante. A chamada fórmula Breit-Wigner relativística é dada por [27]:

$$\sigma(s) = \sigma_{max} \frac{M^2\Gamma^2}{(\hat{s} - M^2)^2 + M^2\Gamma^2}, \quad (3.20)$$

temos que $\hat{s}(= E^2)$ é a energia do centro de massa e $M(= E_R)$ é a massa da ressonância central. Além disso, podemos reproduzir a forma da Equação (3.20) multiplicando a

Equação (3.19) em cima e embaixo por $(E + E_R)^2$ e usar uma aproximação do tipo $E \simeq E_R (= M_0)$.

3.4 Conclusão

Através do exposto nesse capítulo pudemos abordar de forma breve a Eletrodinâmica Quântica e a sua aplicação para a obtenção da fórmula de Breit-Wigner. Com isso, nos próximos capítulos seremos capazes de definir a expressão para seção de choque para a fotoprodução de estados ligados de monopolos magnéticos via fusão de fótons.

4 PRODUÇÃO DO MONOPOLIUM

Até o presente momento sabemos que nenhuma busca experimental para o monopolo magnético obteve êxito [28, 29]. De acordo com Dirac, as equações de Maxwell obtêm simetria quando impomos a existência de monopolos, mas de acordo com a DQC, que pode ser consultada na Equação (1.2), a carga magnética g tem um valor bem maior que o da carga elétrica fundamental e . Então, Dirac [1] argumentou que a magnitude da força atrativa entre dois pólos de cargas magnéticas opostas é um fator de $(68.5)^2 \approx 4692.25$ vezes maior que a força de atração entre o próton e o elétron, e em consequência a esse alto valor para a força atrativa entre monopolos temos que talvez essa seja a explicação do por que monopolos não foram observados livremente (ou, separados), isso pode se dar porque considera-se que eles estão confinados pela alta força magnética entre eles, possibilitando a formação do estado ligado chamado monopolium [8].

De acordo com os trabalhos de Epele e colaboradores [30, 31] acredita-se que monopolos podem ser mais facilmente detectados no estado ligado do que livremente. Com isso, considerando o par monopolo-antimonopolo, espera-se que devido à forte interação, muitos pares se aniquilam em fótons ou após a formação do estado ligado os mesmos também se aniquilam produzindo fótons. Sendo assim, iremos estudar a produção de monopolium via mecanismo de fusão de fótons e o subsequente decaimento em dois fótons. Em especial, vamos estudar produção de estados ligados de monopolos magnéticos via fusão de fótons em colisões de altas energias para colisões pp e $PbPb$ com energias disponíveis em experimentos em funcionamento. Vamos considerar a produção central exclusiva, ou seja, os projéteis não se dissociam e a partícula é produzida na região central do detector.

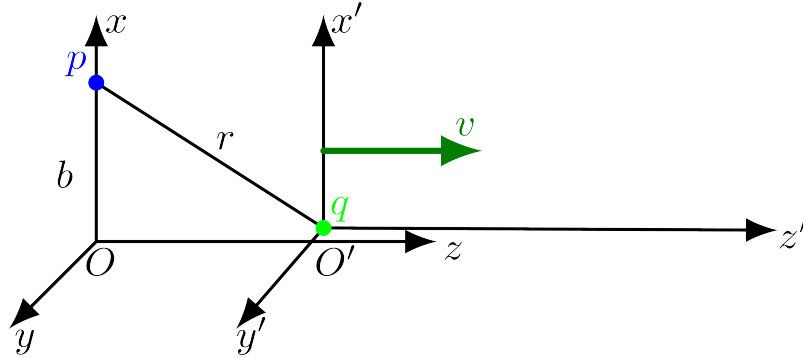
Estudos da produção do monopolium e pares de monopolos magnéticos é um tema de bastante interesse na física. Para a produção dessa partícula em colisores podemos ver em [32, 33, 34, 35] alguns outros métodos utilizados.

4.1 Dinâmica do Monopolo

O monopolo pode interagir com os constituintes do meio em que ele se encontra. Nesse sentido, para descrevermos esse comportamento, consideremos um elétron localizado no ponto p do sistema de coordenadas O e um pósitron de carga q localizado no sistema O' , que se move com velocidade v com relação a O . Além disso, é possível notar na Figura (4) um parâmetro de impacto b , que se refere à distância entre o ponto p e a origem do sistema O . Os sistemas de coordenadas O e O' coincidem quando $t = t' = 0$.

Os campos \vec{E} e \vec{B} podem ser escritos em termos dos potenciais vetor \vec{A} e escalar ϕ

Figura 4 – Movimento relativo entre um pósitron de carga q e um elétron localizado no ponto p .



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Devido ao fato do pósitron estar em repouso com relação a O' , temos que o mesmo apenas contribui com o campo elétrico

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^3} \vec{r}, \quad (4.2)$$

que também pode ser expresso pelo módulo de suas componentes

$$\begin{aligned}E'_x &= \frac{qb}{r^3}, \\ E'_y &= 0, \\ E'_z &= -\frac{qvt}{r^3}.\end{aligned}\quad (4.3)$$

As coordenadas t e t' são relacionadas pela transformação de Lorentz

$$t' = \gamma(t - zv) = \gamma t. \quad (4.4)$$

Com isso, podemos escrever a expressão para a posição em função do tempo no sistema O

$$r(t) = \sqrt{b^2 + (v\gamma t)^2}. \quad (4.5)$$

Perante uma transformação de Lorentz os campos eletromagnéticos podem ser descritos pelo tensor covariante

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} \quad (4.6)$$

onde $A_\mu = (\phi, \vec{A})$ e $x^\mu = (t, \vec{r})$ são quadrivetores. As transformações de Lorentz para os campos eletromagnéticos são expressas por [36]:

$$\begin{aligned} E_x &= \gamma(E'_x + vB'_y), & B_x &= \gamma(B'_x + vE'_y), \\ E_y &= \gamma(E'_y + vB'_x), & B_y &= \gamma(B'_y + vE'_x), \\ E_z &= E'_z, & B_z &= B'_z. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Por outro lado, o elétron situado no ponto p sente os campos eletromagnéticos gerados pelo pósitron que está se movendo velocidade v . As componentes não nulas desse campo podem ser escritas como:

$$E_x^e = \frac{e\gamma b}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}, \quad (4.8)$$

$$E_z^e = -\frac{ev\gamma t}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}, \quad (4.9)$$

$$B_y^e = vE_x^e = \frac{ev\gamma b}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}. \quad (4.10)$$

Nesse momento, ao aplicarmos a dualidade eletromagnética nas Equações (4.8), (4.9), (4.10) que representam os campos eletromagnéticos do pósitron passando no ponto p , iremos obter os campos do monopolo que interage com o elétron no ponto p

$$B_x^g = \frac{g\gamma b}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}, \quad (4.11)$$

$$B_z^g = -\frac{gv\gamma t}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}, \quad (4.12)$$

$$E_y^g = vB_x^g = \frac{gv\gamma b}{[b^2 + (v\gamma t)^2]^{3/2}}, \quad (4.13)$$

onde g é carga do monopolo. Dado que o elétron está em repouso, então sente apenas campo elétrico. Posteriormente iremos aplicar nesses campos a transformada de Fourier no espaço de energia para obtermos o fluxo de fótons equivalentes. Com isso, podemos adiantar que na componente E_x^e a integral com relação ao tempo é nula, o que nos mostra que os campos que interagem com o elétron são apenas E_x^e e E_y^g . Ao analisarmos as Equações (4.10) e (4.13) podemos notar que essas equações podem ser permutadas usando a dualidade

$$e \rightarrow \beta g. \quad (4.14)$$

Se compararmos esta interação com a de um pósitron passando por um elétron fixo, veremos que a diferença entre elas é simplesmente a troca de carga elétrica pela

carga magnética multiplicada pela velocidade. Assim, o monopolo comporta-se como uma partícula com carga βg . De acordo com o trabalho de [37], o monopolo interage com o elétron como se fosse um pósitron, sendo que o acoplamento efetivo para esse caso é tomado simplesmente como βg , onde β é velocidade do monopolo e g é a carga magnética, que pode ser obtida via Condição de Quantização de Dirac (1.2). Para o caso da produção do monopolium, a velocidade é definida como:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{M^2}{\hat{s}}}, \quad (4.15)$$

ou seja, quanto maior for a velocidade β , mais forte será a magnitude de interação entre o monopolo e outra partícula. Nesse sentido, podemos escrever

$$\alpha_{el} = e^2 \rightarrow \alpha_{mag} = (\beta g)^2 \quad (4.16)$$

onde α_{el} é a constante de acoplamento eletromagnético e α_{mag} a constante de acoplamento para o monopolium.

4.2 Fotoprodução do Monopolium

Considerando que o monopolium é um estado intermediário instável com uma pequena taxa de decaimento, sua seção de choque irá apresentar um pico na massa do monopolium, conhecida como ressonância.

O monopolium é constituído por uma energia de ligação E_{bind} e sua massa M , ambas estão relacionadas com a massa do monopolo m pela expressão [30]

$$M = 2m + E_{bind}. \quad (4.17)$$

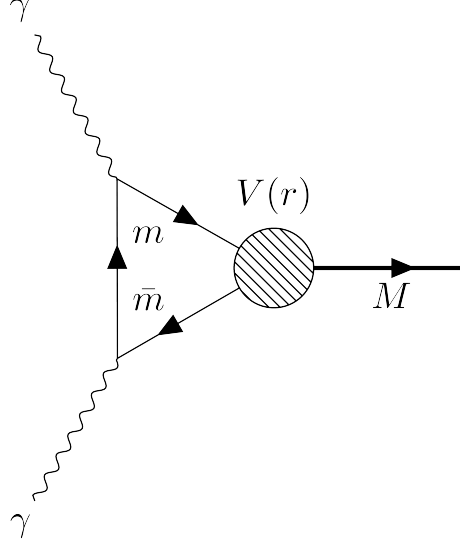
A seção de choque ressonante deriva da ressonância de Breit-Wigner Equação (3.20). Para σ_{max} , utilizamos a expressão obtida por Godunov [38]

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow M) = \frac{4\pi}{\hat{s}} \frac{M^2 \Gamma(\sqrt{\hat{s}}) \Gamma_M}{(\hat{s} - M^2)^2 + M^2 \Gamma_M^2}, \quad (4.18)$$

onde a representação diagramática desse processo está na Figura (5). No diagrama temos que dois fótons interagem e formam um par monopolo-antimonopolo, o comportamento da interação entre o par será regido pelo potencial $V(r)$, que será o responsável pela formação do estado ligado, o potencial $V(r)$ está descrito no diagrama por um espiral. Além disso, temos que M é a massa do monopolium, $\Gamma(\sqrt{\hat{s}})$ é a taxa de produção do monopolium e Γ_M é a taxa com a qual o monopolium decai. De acordo com [39] o valor escolhido para $\Gamma_M = 10$ GeV . De acordo com [40] a expressão para a taxa de produção do monopolium é a mesma que descreve o positrônio decaindo em dois fótons, ou seja

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi} \int |\mathcal{M}|^2 \delta(k_1 + k_2 - p - q) d^3 k_1 d^3 k_2 = |\mathcal{M}|^2 M^2, \quad (4.19)$$

Figura 5 – Descrição do processo de produção do monopolium via fusão de fótons. No diagrama temos que M é a massa do estado ligado, $V(r)$ é energia de ligação do par para formar o monopolium.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

onde a amplitude de espalhamento é dada por

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{32\pi\alpha_{el}^2}{M^4} |\psi(0)|^2, \quad (4.20)$$

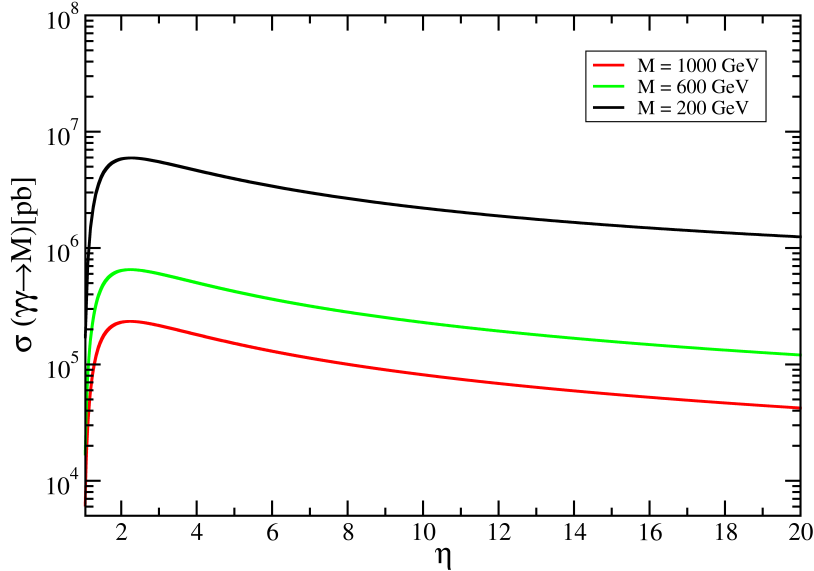
utilizando um índice M na função de onda $\psi(0)$ para denotar que estamos tratando da função de onda do estado ligado de um par de monopolos e realizando a troca de α_{el} por α_{mag} , teremos

$$\Gamma(\sqrt{\hat{s}}) = \frac{32\pi\alpha_{mag}^2}{M^2} |\psi_M(0)|^2. \quad (4.21)$$

Dado isso, agora podemos descrever o comportamento da Equação (4.18) a partir da análise da Figura (6), onde mostramos a dependência da seção de choque com relação a quantidade adimensional $\eta = \sqrt{\hat{s}}/M$, onde M é a massa do monopolium e $\sqrt{\hat{s}}$ é a energia do centro de massa. Para a produção do gráfico consideramos fixar a massa do monopolium e variar $\sqrt{\hat{s}}$. Podemos perceber que a seção de choque se torna maior quanto menor for a massa do monopolium, e esse valor é máximo quando $\sqrt{\hat{s}} \approx 2M$. Além disso, vale pontuar que o valor da seção de choque de fotoprodução da Equação (4.18) poderá ser maior, e só irá depender de como a função de onda para o estado ligado é descrita.

Em [41] a função de onda que descreve o estado ligado do par monopolo-antimonopolo é obtida a partir da descrição de Nambu [42] para mésons compostos de dois quarks com cargas magnéticas opostas interagindo através de dois campos massivos, sendo um escalar e o outro vetorial, e o potencial de interação $V(r)$ é do tipo confinante. Neste trabalho, os autores usaram uma versão similar ao potencial do tipo Nambu, no qual o potencial é composto por um termo linear ($\sim r$) mais Yukawa (e^{-ar}/r) e assumem um comportamento

Figura 6 – Comportamento adimensional da seção de choque de fotoprodução do monopolium.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

não confinante, e a interação entre o monopolo e o antimonopolo passa a ser mediada por um único bóson. A partir de todas essas considerações, Azevedo e seus colaboradores usam um Ansatz, onde é considerado que a função de onda para o estado ligado de monopolos é similar a que descreve o átomo de hidrogênio.

Outro modelo para a busca de monopolium foi construído em [43], onde considerou-se a formulação dual eletromagnética de Zwanziger e a teoria de calibre na rede. Assume-se que o monopolo tem uma estrutura interna de tamanho finito e a carga magnética é uniformemente distribuída na superfície de uma esfera. A partir da formulação de Zwanziger, ela nos dá a direção da corda de Dirac iniciando a partir do monopolo. Portanto, o monopolo e o antimonopolo são conectados pela corda, iniciando do monopolo e finalizando no antimonopolo, na qual contribui para o potencial linear entre eles. O que se tira dessa combinação, com alta precisão, cálculos de QCD em que o potencial entre um par quark-antiquark é bem aproximado pelo potencial linear mais Coulomb [44], que também é conhecido como potencial de Cornell. No modelo construído por Barrie, ele considera que o monopolo magnético é uma esfera que possui uma estrutura interna, em que a carga magnética está uniformemente distribuída em sua superfície, logo, ele assume que o potencial dentro da esfera ($r < R$) é constante.

No nosso modelo iremos usar um potencial do tipo Cornell, e assumiremos que os

monopolos são do tipo pontual, ou seja, não possuem um estrutura interna,

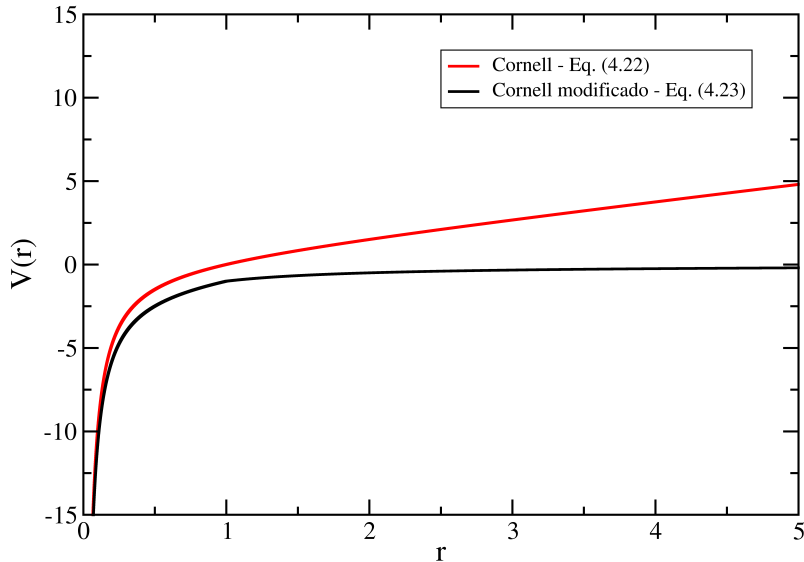
$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi r} + \frac{\ln(2g^2)}{a^2}r, \quad (4.22)$$

onde a é um parâmetro da rede. O que podemos notar através do gráfico da Figura (7) é que a energia potencial cresce com a distância r devido a parte linear do potencial. Esse comportamento descreve um regime de confinamento e faz com que as partículas não assumam um comportamento não interagente, pois o potencial $V(r)$ irá atuar mesmo para $r \rightarrow \infty$.

Para contornar esse problema, e fazer com que monopolos existam numa situação em que em um determinado comprimento da corda a contribuição do termo linear do potencial de interação seja limitado, havendo a possibilidade de que a partícula possa ser encontrada num estado desconfinado é necessário que

$$V(r) = \begin{cases} -k(r_0 - r) - g^2/4\pi r, & \text{se } r \leq r_0 \\ -g^2/4\pi r, & \text{se } r > r_0 \end{cases}, \quad (4.23)$$

Figura 7 – Comportamento dos potenciais.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

onde $k = \ln(2g^2)/a^2$. Sendo assim, o potencial de Cornell modificado garante que

$$\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = 0. \quad (4.24)$$

Além disso, podemos expressar o valor de r_0 que delimita a contribuição do termo linear do potencial, para isso basta impormos que $V(r_0) = 0$, ou seja

$$V(r_0) = -\frac{g^2}{4\pi r_0} + \frac{\ln(2g^2)}{a^2}r_0 = 0, \quad (4.25)$$

nos dando

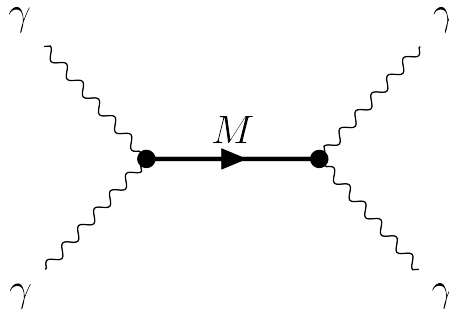
$$r_0 = g\sqrt{\frac{1}{4\pi k}}.$$

Sendo assim, nossa função de onda $\psi_M(0)$ será calculada usando o potencial modificado da Equação (4.23). Sabe-se que não existe solução analítica para a equação de Schrödinger para o potencial em questão. Nesse sentido, iremos usar um método numérico denominado de Método de Numerov. Com esse método somos capazes de resolver problemas de autovalor associados a equações diferenciais lineares de segunda ordem, possuindo também derivadas de primeira ordem. Esse método é explicado em [45], onde o mesmo é usado para resolver um problema clássico da mecânica quântica, o átomo de hidrogênio. Sendo assim, iremos utilizar o mesmo método usado por Gianozzi para resolver a equação de Schrödinger radial para o potencial de Cornell modificado, nos possibilitando obter a função de onda na origem $\psi_M(0)$ e a energia de ligação E_{bind} do estado fundamental.

4.3 Decaimento do Monopolium

Por se tratar de um estado instável, o monopolium pode decair em dois fótons logo após o estado ligado ter sido formado. Podemos ver na Figura (8) a descrição desse processo:

Figura 8 – Descrição diagramática da produção do monopolium M e seu subsequente decaimento em $\gamma\gamma$.



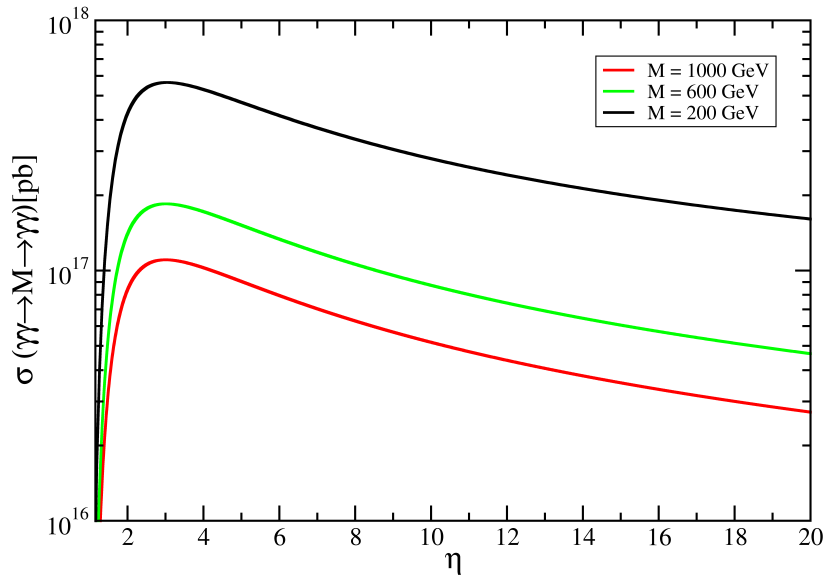
Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A seção de choque que descreve esse processo é expressa de forma similar ao processo de criação do monopolium, da Equação (4.18). De acordo com [46],

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow M \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4\pi}{\hat{s}} \frac{M^2\Gamma^2(\sqrt{\hat{s}})}{(\hat{s} - M^2)^2 + M^2\Gamma_M^2}. \quad (4.26)$$

no qual $\Gamma(\sqrt{\hat{s}})$ representa o vértice do decaimento do monopolium em $\gamma\gamma$. O comportamento da seção de choque de fotoprodução para o decaimento do monopolium em dois fótons está mostrado na Figura (9), onde mostramos a dependência da seção de choque com relação a quantidade adimensional $\eta = \sqrt{\hat{s}}/M$, novamente consideramos fixar a massa do monopolium e variar $\sqrt{\hat{s}}$. Como podemos observar, a seção de choque apresentará seu valor máximo quando $\sqrt{\hat{s}} \approx 2,5M$.

Figura 9 – Comportamento adimensional da seção de choque de fotoprodução para o decaimento do monopolium em dois fótons Equação (4.26).



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

4.4 Conclusão

Neste capítulo realizamos o uso da Eletrodinâmica Quântica e a sua aplicação em processos de fotoprodução de estados ligados de monopolos e seu subsequente decaimento em dois fótons. Realizamos uma descrição para a obtenção da função de onda e da energia de ligação para o potencial de Cornell modificado. Obtivemos a seção de choque para a produção de estados ligados do par monopolo-antimonopolo a partir da fusão de fótons. No próximo capítulo discutiremos o processo de fotoprodução através das colisões hadrônicas ultraperiféricas considerando a aproximação de Weizsacker-Williams e o método de Drees-Zeppenfeld.

5 APROXIMAÇÃO DOS FÓTONS EQUIVA- LENTES

O método de Weizsäcker-Williams [10][11] tem sua origem a partir dos trabalhos de Niels Bohr [47] e Enrico Fermi [48], onde os mesmos realizaram estudos da interação entre partícula carregada e matéria. Entre os anos de 1933-1935, Weizsäcker e Williams estavam engajados nesta mesma ideia, mas o objetivo principal estava em comparar os campos elétricos e magnéticos de uma partícula com velocidade próxima da luz, com os campos de um pulso de radiação.

5.1 Colisões Hadrônicas Ultraperiféricas

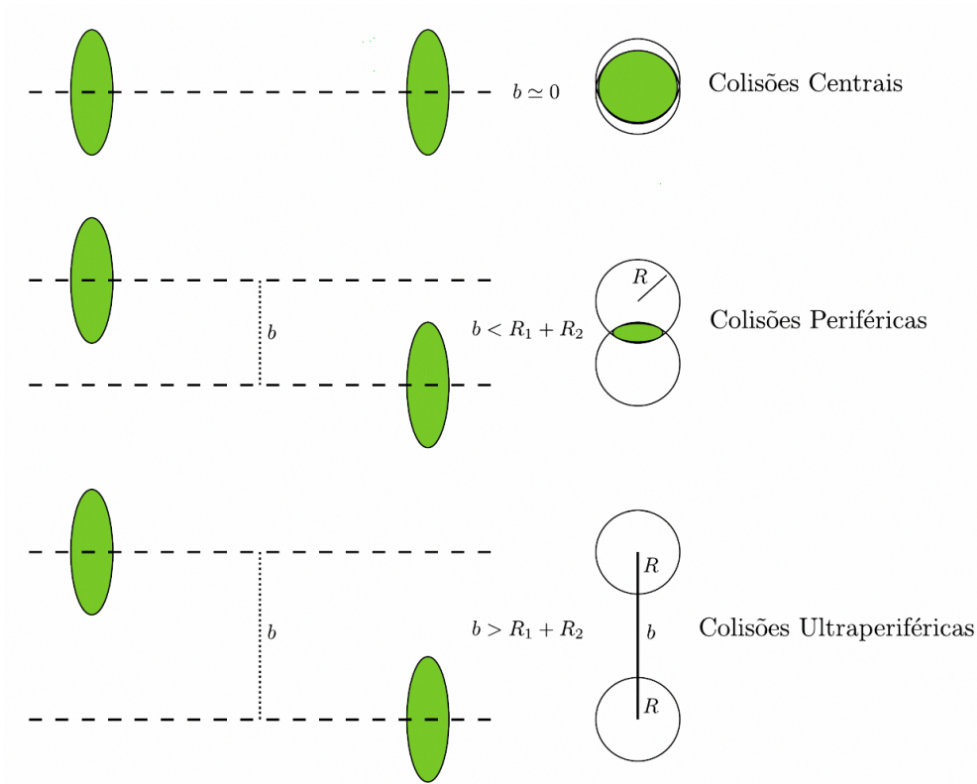
Em 1924 Enrico Fermi propôs o método do fóton equivalente, no qual tratava do movimento do campo eletromagnético gerado por uma partícula carregada como um fluxo de fótons virtuais. Em seguida, Weizsäcker e Williams aplicaram o método para íons relativísticos. Colisões ultraperiféricas são aquelas reações nas quais dois íons interagem por meio da nuvem de fótons virtuais. A intensidade do campo eletromagnético está diretamente relacionado com o número de fótons na nuvem que envolve o núcleo, é proporcional a Z^2 . Assim, esses tipos de interações são altamente favorecidos quando íons pesados colidem.

Dado isso, temos que os fótons virtuais são os responsáveis pela interação entre os hádrons. O fóton pode interagir de variadas formas, mas, para o interesse deste trabalho, consideramos apenas o caso em que esses fótons somente irão interagir entre si por meio da fusão de fótons $\gamma\gamma$.

A contribuição do processo de interação entre fótons é predominante quando tratamos de colisões ultraperiféricas de hádrons, ou seja, como pode ser consultado da Figura (10) o parâmetro de impacto deve ser maior que a soma dos raios das partículas ($b > R_1 + R_2$). Por esse motivo, a interação forte é desconsiderada e passamos a descrever essas interações apenas no regime da QED.

O LHC não é apenas o mais poderoso colisor para próton-próton e íons pesados, mas também para interações entre fóton-fóton e fóton-hádron, o que oferece uma oportunidade ímpar para o estudo de aspectos fundamentais da QED e QCD via processos fóton-induzidos [49]. Como ilustrado na Figura (12), os prótons ou íons que são acelerados a velocidades próximas a da luz geram campos eletromagnéticos que podem ser visualizados como uma fonte de fótons. Além do mais, um fóton gerado por um desses hádrons pode interagir com

Figura 10 – Classes de colisões hadrônicas para diferentes parâmetros de impacto.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

outro fóton e produzir uma grande variedade de outras partículas.

Os processos fóton-fóton têm sido estudados há muito tempo em colidores e^+e^- . Eles são uma excelente ferramenta para muitos aspectos da espectroscopia de mésons e testes de QED. Em colidores de hádrons, eles também são usados para estudar processos de física atômica, muitas vezes envolvendo eletrodinâmica em campos fortes. Nos colidores de maior energia, reações como $\gamma\gamma \rightarrow X$ podem ser usadas para sondar o conteúdo de quarks e a estrutura de spin das ressonâncias de mésons. A produção de pares de mésons ou bárions também pode investigar a estrutura interna dos hádrons. A seção de choque para processos de dois fótons é [50]

$$\sigma_{el} = \int d\omega_1 n(\omega_1) \int d\omega_2 n(\omega_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\hat{s}), \quad (5.1)$$

que, de acordo com a Figura (2), ω_1 e ω_2 são as energias dos fótons emitidos por A_1 e A_2 respectivamente, $n(\omega_1)$ e $n(\omega_2)$ são os espectros de fótons equivalentes de A_1 e A_2 , respectivamente, $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ é a seção de choque de fotoprodução de X e \hat{s} é a energia do centro de massa.

5.2 Método de Weizsäcker-Williams

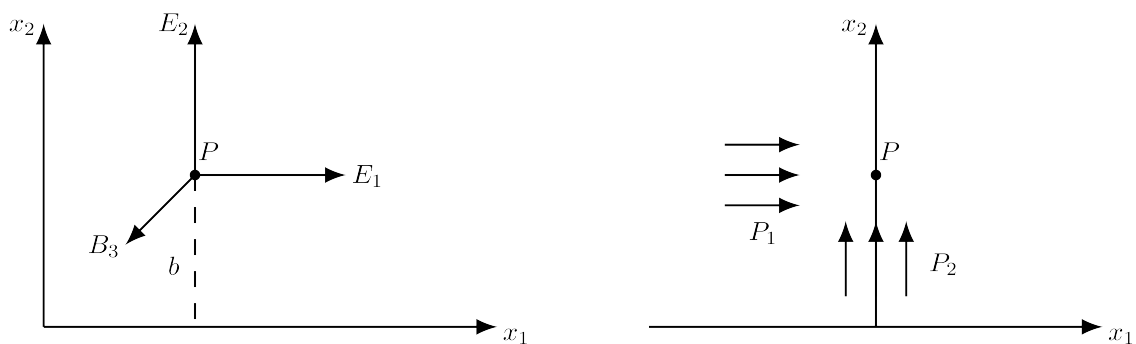
Primeiramente, em 1933, Williams observou que para distâncias maiores que a escala atômica, é possível admitir que a força coulombiana que perturba um átomo (ou

um alvo, tratando-se de colisões) é homogênea, sendo possível decompor tal força em duas componentes, uma perpendicular F_{\perp} e outra paralela F_{\parallel} à direção do movimento da partícula perturbadora. Nesse sentido, Williams considerou o fato de que as duas forças e a probabilidade de transição total $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{\perp} + \mathcal{P}_{\parallel}$, obtida via teoria de perturbação, é a mesma caso a perturbação seja provocada por um campo eletromagnético de uma partícula carregada, ou por um campo de radiação plano-polarizada. Em concordância com a abordagem semi-clássica elaborada por Fermi [48] e aprimorada por Weizsäcker [10] e Williams [11] foi possível comparar alguns problemas de colisão de partículas carregadas através da decomposição dos campos da partícula perturbadora em componentes de Fourier, com os efeitos produzidos por um campo homogêneo inerente à radiação de frequência e intensidade igual.

O método de Weizsäcker-Williams é permitido pela Mecânica Quântica devido ao fato da mesma não fazer distinção entre o campo eletromagnético gerado de uma partícula carregada em movimento e o campo de um pulso de radiação, ou seja, desde que a reação à interação seja curta, então dada uma região em que ambos os campos possuem as mesmas características eletromagnéticas, então eles produzem os mesmos efeitos de interação.

Considerando o limite em que $v \rightarrow c$, onde v é a velocidade da partícula carregada e c é a velocidade da luz, então, de acordo com a Figura (11) um observador no ponto P não consegue realizar distinção entre o campo gerado pela partícula se movendo com velocidade v e o campo do pulso de radiação plano-polarizada, que se propaga na mesma direção da partícula.

Figura 11 – Representação dos campos e pulsos



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

De acordo com a Figura (11), os campos E_2 e B_3 representam o pulso de radiação P_1 , enquanto o pulso P_2 , que se desloca na direção x_2 , que é formado apenas por E_1 , não descreve com exatidão o tal pulso devido à ausência de um campo magnético ortogonal associado à E_1 . Sendo assim, os efeitos produzidos por uma partícula carregada somente serão equivalentes aos pulsos P_1 e P_2 se a reação sobre a partícula em movimento for pequena, ou seja, será necessário que a velocidade de propagação da partícula perturbadora

seja bem maior ($\beta \rightarrow 1$) que a velocidade da partícula perturbada.

De modo geral, o método de Weizsäcker-Williams, ou também conhecido como Método de Aproximação dos Fótons Equivalentes, é usado para substituir a partícula perturbadora por um espectro de fótons virtuais e, a partir deste, estimar os efeitos provocados desta radiação equivalente no sistema perturbado.

5.2.1 Número de Fótons Equivalentes para Íons de Chumbo

Para calcularmos o espectro de radiação equivalente que caracteriza o feixe de chumbo devemos, primeiramente, ter expressão para o espectro de frequência $I(\omega, b)$ para os pulsos P_1 e P_2 . Nesse Sentido, a equação que define o espectro de frequência necessita da transformada de Fourier do campos elétricos inerentes aos pulsos de radiação. De acordo com [51], temos que

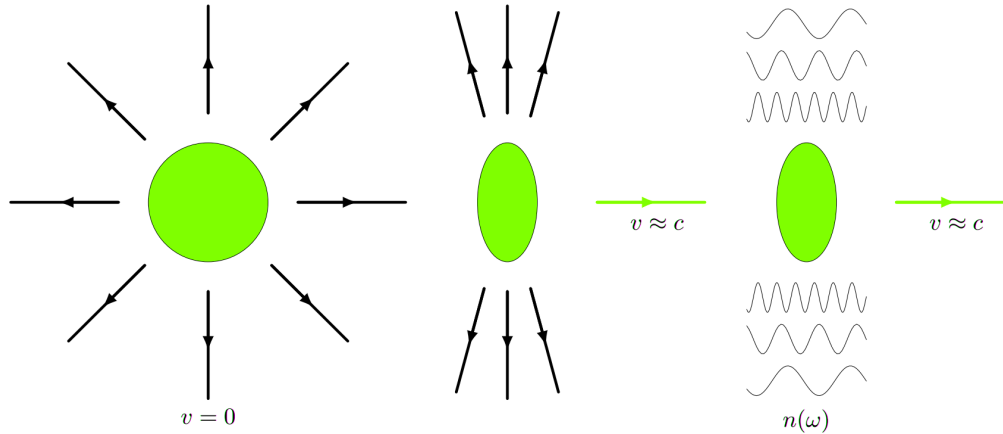
$$I(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E(\omega)|^2, \quad (5.2)$$

para cada componente do campo elétrico teremos um espectro de frequência associado a ele, ou seja

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_2(\omega)|^2, \quad (5.3)$$

e

Figura 12 – Campos eletromagnéticos gerados por uma partícula ultrarrelativística.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_1(\omega)|^2, \quad (5.4)$$

onde E_1 e E_2 são definidos como

$$E_1(\omega) = -\frac{Ze}{\gamma bv} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi e^{i\omega b \xi / \gamma v}}{(1 + \xi^2)^{3/2}} d\xi, \quad (5.5)$$

e

$$E_2(\omega) = \frac{Ze}{bv} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega b \xi / \gamma v}}{(1 + \xi^2)^{3/2}} d\xi, \quad (5.6)$$

onde $\xi = \gamma vt/b$. Tais campos também podem ser expressos em termos de funções de Bessel modificadas (K_0 e K_1), temos

$$E_1(\omega) = -\frac{iZe}{\gamma bv} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{\omega b}{\gamma v} K_0 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right], \quad (5.7)$$

e

$$E_2(\omega) = \frac{Ze}{bv} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{\omega b}{\gamma v} K_1 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right], \quad (5.8)$$

substituindo a Equação (5.8) em (5.3) e a Equação (5.7) em (5.4), teremos

$$I_1(\omega, b) = \frac{(Ze)^2}{\pi^2 b^2 v^2} \left[\left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right], \quad (5.9)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{(Ze)^2}{\pi^2 b^2 v^2} \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right]. \quad (5.10)$$

A expressão que relaciona o espectro de frequência com o fluxo de fótons virtuais é dada por

$$N(\omega) = \frac{1}{\omega} I(\omega, b) = \frac{1}{\omega} [I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)], \quad (5.11)$$

logo,

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{el}}{\pi^2 v^2 b^2} \frac{1}{\omega} \left[\left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right] \quad (5.12)$$

onde usamos que $\alpha_{el} = e^2$. Usando que $u = \omega b/\gamma v$, temos

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{el}}{\pi^2 v^2 b^2} \frac{u^2}{\omega} \left[K_1^2(u) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(u) \right]. \quad (5.13)$$

O espectro de fótons equivalentes é calculado através de

$$n(\omega) = 2\pi \int_{b_{min}}^{\infty} N(\omega, b) b db, \quad (5.14)$$

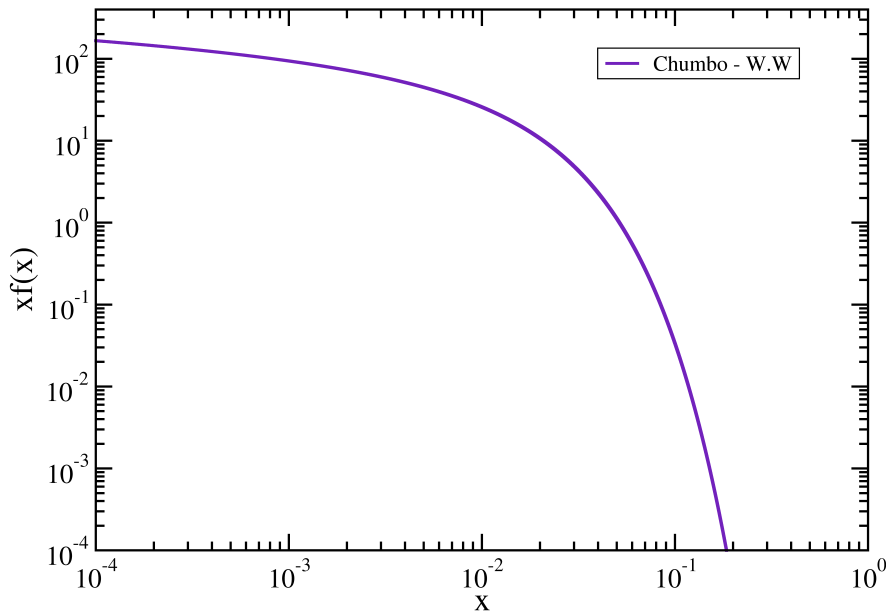
onde os limites de integração varrem todos os parâmetros de impacto. É possível observar que o limite inferior é definido por um valor b_{min} que é encontrado através do uso do princípio de incerteza, ou seja, $b_{min} \sim 1/p_{max}$, onde p_{max} é o valor máximo do momento transferido na colisão [52]. Assim, para valores maiores que b_{min} os efeitos perturbativos podem ser descritos por pulsos de radiação equivalente, por outro lado, em um dado limite para b_{max} , têm-se associado a ele, pelo princípio da incerteza, um momento p_{min} , que para distâncias maiores que o raio de ação da partícula, essa transferência de momento pode ser desprezada, então podemos adotar $b_{max} \rightarrow \infty$. Portanto, substituindo a Equação (5.13) em (5.14), obtemos

$$n(\omega) = f(x) = \frac{2Z^2 \alpha_{el}}{\pi v^2} \frac{1}{\omega} \left[\zeta K_0(\zeta) K_1(\zeta) - \frac{v^2 \zeta^2}{2} (K_1^2(\zeta) - K_0^2(\zeta)) \right], \quad (5.15)$$

onde $\zeta = \omega b_{min}/\gamma\beta$. Como visto, podemos realizar a troca de $n(\omega)$ por $f(x)$, fazendo com que a função passe a depender da fração de energia portada pelo fóton $x = \omega/E$.

De acordo com as Figuras (13) e (14), podemos perceber que o número de fótons para o método de Weizsäcker-Williams é alto para fótons de baixa energia, por outro lado, quando tem-se fótons com energia mais alta, essa quantidade decai rapidamente.

Figura 13 – Número de Fótons Equivalentes via método de Weizsäcker-Williams para o chumbo dependentes da energia ω portada pelo fóton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

5.2.2 Número de Fótons Equivalentes para o Próton

O efeito eletromagnético relativístico de uma partícula carregada pode ser trocado pelo fluxo de fótons [53]. O espectro de energia do fóton ω pode se estender até a energia E da partícula que o emite, mas essa contribuição é mais significativa para pequenos valores da fração de energia portada pelo fóton $x = \omega/E$. Para o próton, o espectro de energia pode ser calculado como:

$$f(x) = \frac{dn_y}{dx} = \frac{\alpha_{el} Z^2}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \int_{Q_{min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2, \quad (5.16)$$

temos aqui que Q^2 é o quadri-momento transferido do projétil, $|F(Q^2)|$ é o fator de forma e α é a constante de estrutura fina. Ademais, o quadri-momento mínimo transferido Q_{min}^2 é uma função de x e com boa aproximação pode ser expresso por:

$$Q_{min}^2 = \frac{(xM_A)^2}{1-x}, \quad (5.17)$$

onde M_A é a massa do projétil.

O espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia foi calculado por Drees e Zeppenfeld [15]. Através do fator de forma do dipolo elétrico:

$$F_E(Q^2) = \frac{1}{1 + \frac{Q^2}{0,71 \text{ GeV}^2}}, \quad (5.18)$$

após o cálculo da integral, a expressão para o espectro de energia é

$$f(x) = \frac{\alpha_{el}}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left(\ln(A) - \frac{11}{6} + \frac{3}{A} - \frac{3}{2A^2} + \frac{1}{3A^3} \right), \quad (5.19)$$

onde $A = 1 + (0,71 \text{ GeV}^2)/Q_{min}^2$.

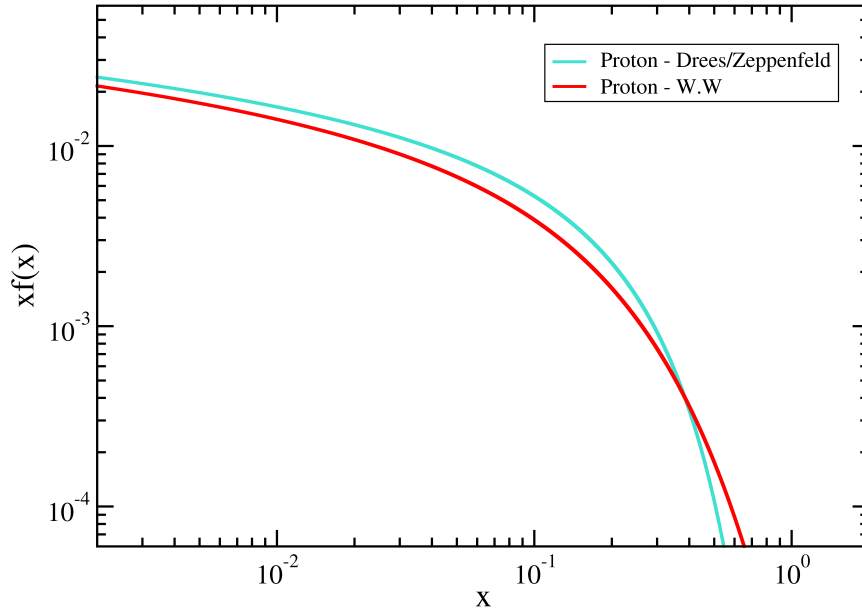
Realizando uma aproximação de forma que

$$\frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} \approx \frac{1}{Q^2}, \quad (5.20)$$

obtemos uma nova expressão para o espectro de energia. Podemos observar o comportamento do número de fótons equivalentes para o próton obtidos via Drees-Zeppenfeld na Figura (14) abaixo.

$$f(x) = \frac{\alpha_{el}}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left(\frac{A+3}{A-1} \ln(A) - \frac{17}{6} - \frac{4}{3A} + \frac{1}{6A^2} \right). \quad (5.21)$$

Figura 14 – Número de Fótons Equivalentes para o próton obtidos pelas Equações (5.15) e (5.21), em função da energia ω portada pelo fóton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A Equação (5.16) pode, em princípio, ser usada também para o espectro de fótons de íons pesados relativísticos, com um fator de forma apropriado. Para uma colisão entre dois

íons pesados é, entretanto, mais apropriado calcular o espectro de fótons equivalentes em função do parâmetro de impacto b_{min} . A vantagem é que nesta representação a contribuição das interações nas quais os íons interagem hadronicamente pode ser facilmente excluída.

5.3 Conclusão

Neste capítulo estudamos os processos induzidos por fótons em colisões de hádrons através da aproximação de fótons equivalentes, o qual trata-se de um método fundamental para os cálculos de vários processos eletromagnéticos. No próximo capítulo apresentaremos a aplicação do método de aproximação de fótons equivalentes aos processos de fotoprodução de estados ligados em colisão de hádrons.

6 RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos nossas previsões para a fotoprodução de estados ligados de monopolos, ou seja, a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas entre pp e $PbPb$. O estado final esperado é composto de dois prótons, ou dois átomos de chumbo, intactos e o monopolium; posteriormente, temos o monopolium decaindo em dois fótons no estado final.

O nosso estudo resume-se à análise do processo de fusão de fótons para a produção do monopolium. Consideramos que os hádrons ultrarrelativísticos podem ser considerados como uma fonte de fótons, são esses fótons que vão interagir e dar origem ao estado ligado do par de monopolos. A representação das partículas que iremos colidir como uma fonte de fótons é objeto de estudo da aproximação dos fótons equivalentes, visto em detalhes no Capítulo (5).

Para que possamos descrever a produção e desintegração do monopolium, onde consideramos apenas o regime de colisões elásticas, devemos estudar os seguintes processos:

- produção do monopolium

$$p + p \rightarrow p + p + \gamma + \gamma \rightarrow p + p + M, \quad (6.1)$$

- desintegração do monopolium

$$p + p \rightarrow p + p + \gamma + \gamma \rightarrow p + p + M \rightarrow p + p + M + \gamma + \gamma, \quad (6.2)$$

no espalhamento elástico ambos os fótons são irradiados da interação entre pp ou $PbPb$, deixando ambos intactos no estado final.

Os resultados foram obtidos através da seção de choque dada pela Equação (5.1), em que os processos são puramente eletromagnéticos. Os limites de integração de x_1 e x_2 foram modificados para evitar uma singularidade na expressão da velocidade do monopolium, Equação (4.15), que ocorre quando $\hat{s} < M^2$. Dessa forma, os limites de integração passam a ser

$$x_{1min} = \frac{M^2}{\hat{s}}, \quad (6.3)$$

$$x_{1max} = 1, \quad (6.4)$$

e

$$x_{2min} = \frac{M^2}{\hat{s}x_1}, \quad (6.5)$$

$$x_{2max} = 1. \quad (6.6)$$

Nesse sentido, para qualquer valor de x_1 teremos que a condição $\hat{s} > M^2$, que é condizente com o limiar mínimo de produção de partículas. Desta forma, a expressão da seção de choque elástica para a produção do monopolium é

$$\sigma_{el} = \int_{M^2/\hat{s}}^1 dx_1 \int_{M^2/\hat{s}x_1}^1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow M}(x_1 x_2 \hat{s}) \quad (6.7)$$

onde $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow M}$ é a seção de choque de fotoprodução do monopolium obtida via ressonância de Breit-Wigner, Equação (4.18).

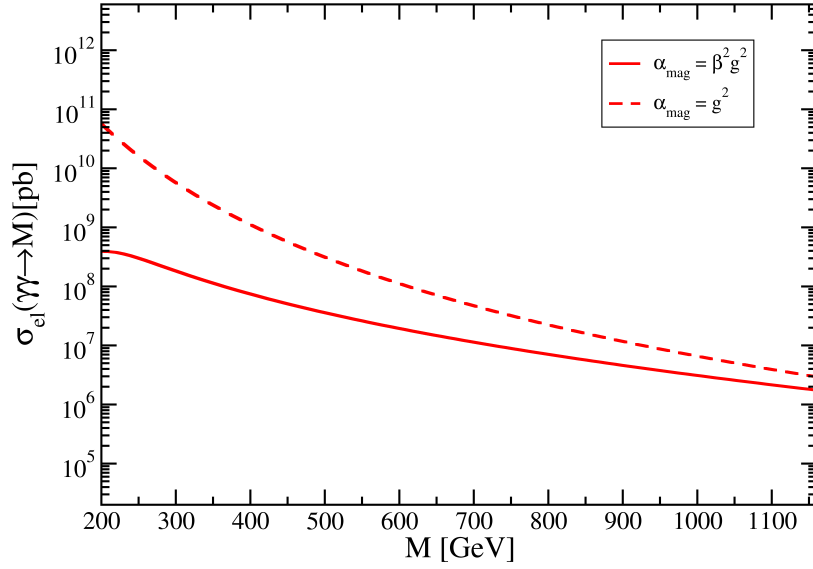
6.1 Produção do Monopolium

A análise que se segue é fisicamente atrativa, porque a massa do monopolium pode ser pequena, muito menor que a massa do monopolo, portanto, a detecção pode ocorrer em energias relativamente baixas. Como podemos ver na Equação (4.17), no modelo usamos para a fotoprodução de estados ligados de monopolos magnéticos, a massa do monopolium dependerá apenas do dobro da massa do monopolo ($2m$) e da energia que ligação (E_{bind}) do par de monopolos, tal energia de ligação é um parâmetro a ser definido a partir do potencial que descreve a função de onda para o estado ligado. Para o potencial de Cornell modificado, Equação (4.23), a massa do monopolium ficou definida entre $200 < M < 1160$ GeV. Diante do exposto, podemos afirmar que o alto valor para a constante de acoplamento α_{mag} implica numa energia de ligação maior, de modo que o monopolium tenha uma massa relativamente baixa.

Ao efetuar o cálculo da integral da Equação (6.7), com $f(x_1)$ e $f(x_2)$ sendo os espectros de energia dos fótons para uma colisão ultraperiférica para um sistema próton-próton com uma energia do centro de massa de $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV, podemos apresentar as curvas das seções de choque elástica nas Figuras (15) e (16), em que foi usado o método de Weizsäcker-Williams e o método de Drees-Zeppenfeld, respectivamente.

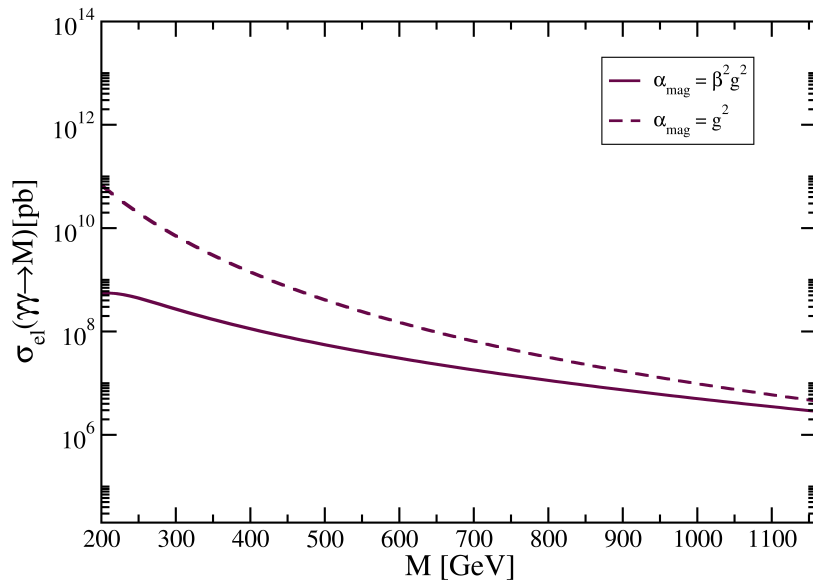
Ao compararmos as curvas das Figuras (15) e (16) podemos perceber que as seções de choque são semelhantes, isso porque o número de fótons equivalentes para o próton obtidos via método de Weizsäcker-Williams ou Drees-Zeppenfeld são aproximadamente iguais, com a única diferença a ser notada pelo fato de que pelo método de Weizsäcker-Williams existe um maior número de fótons equivalentes para a energia portada um pouco maior. Ademais, podemos ver uma diferença na seção de choque quando consideramos que a constante de acoplamento pode ser dependente ou independente da velocidade do monopolium. É notável que quando consideramos uma constante de acoplamento independente da velocidade, a curva da produção de monopolium é superior.

Figura 15 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o próton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

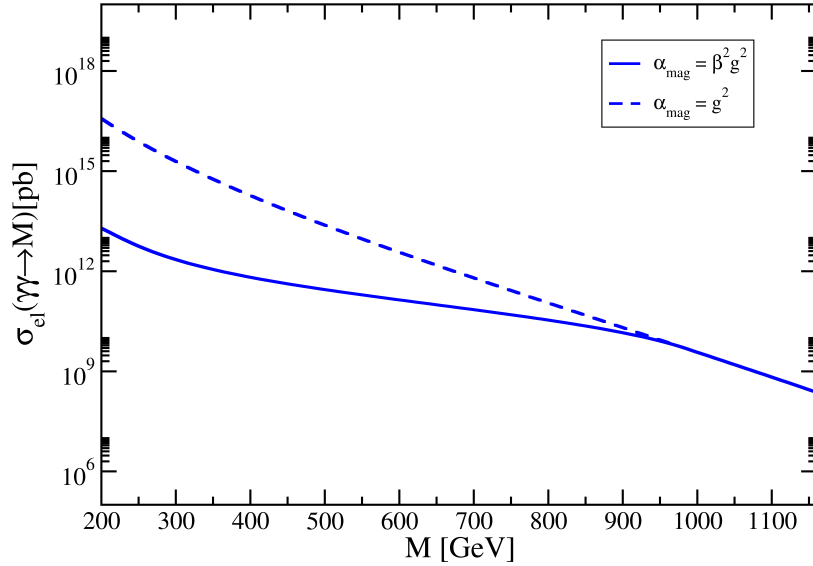
Figura 16 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Drees-Zeppenfeld para o próton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Na Figura (17) abaixo temos a curva da seção de choque elástica para a produção do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo $PbPb$. Novamente, temos que a seção de choque é superior para a constante de acoplamento independente da velocidade. Além disso, o resultado apresentando aqui mostra-se ser maior do que o processo pp independentemente se usarmos o método de Weizsäcker-Williams ou Drees-Zeppenfeld para o número de fótons equivalentes.

Figura 17 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo chumbo-chumbo com $\sqrt{\hat{s}} = 5,5$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o chumbo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

6.2 Monopolium como um Estado Ressonante de dois Fótons

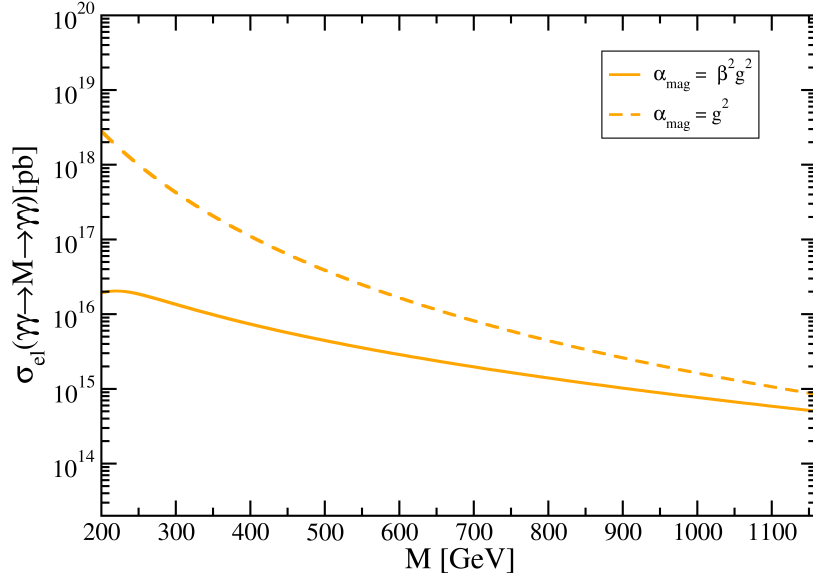
Usando a Equação (4.26), que descreve o processo do monopolium decaindo em dois fótons logo após a sua produção, teremos que a seção de choque elástica será dada por:

$$\sigma_{el} = \int_{M^2/\hat{s}}^1 dx_1 \int_{M^2/\hat{s}x_1}^1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow M \rightarrow \gamma\gamma}(x_1 x_2 \hat{s}) \quad (6.8)$$

onde $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow M \rightarrow \gamma\gamma}$ é a seção de choque que descreve a fotoprodução do monopolium e seu subsequente decaimento obtido via ressonância de Breit-Wigner.

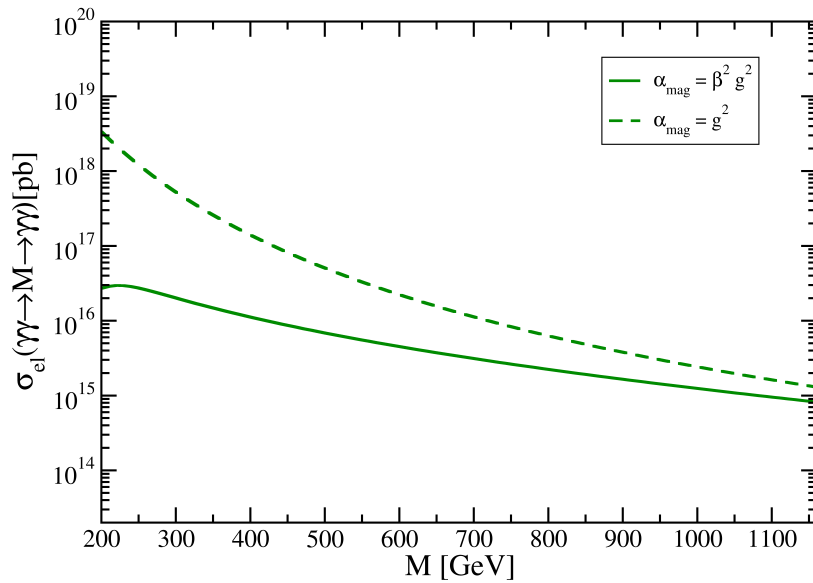
Sendo assim, a partir das Equações (4.26) e (6.8), obtemos os gráficos para a produção do monopolium mediante colisão do sistema próton-próton.

Figura 18 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o próton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

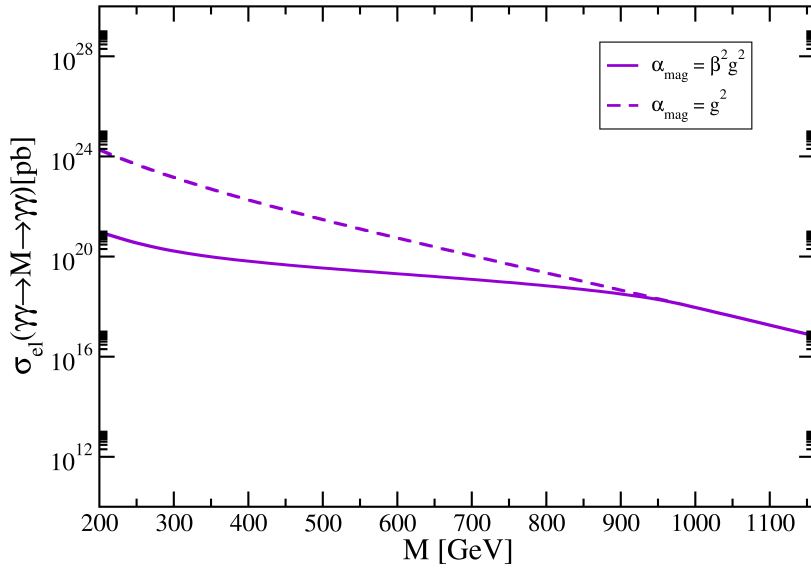
Figura 19 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultraperiféricas do tipo próton-próton com $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Drees-Zeppenfeld para o próton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Até aqui, podemos perceber que o processo de dois fótons produzindo o monopolium e depois este decaindo em dois fótons ($\sigma(\gamma\gamma \rightarrow M \rightarrow \gamma\gamma)$) apresenta uma seção de choque maior quando comparamos com o processo onde a fusão de fótons produz o monopolium ($\sigma(\gamma\gamma \rightarrow M)$). Na Figura (20) temos a seção de choque elástica do processo $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow M \rightarrow \gamma\gamma)$ para colisão $PbPb$

Figura 20 – Seção choque elástica para a fotoprodução do monopolium em colisões ultra-periféricas do tipo chumbo-chumbo com $\sqrt{\hat{s}} = 5,5$ TeV. Tal curva foi obtida usando o método de Weizsäcker-Williams para o chumbo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Diante do exposto nas Figuras (17) e (20) podemos observar que os processos envolvendo colisões do tipo $PbPb$ apresenta uma seção de choque superior aos processos envolvendo colisões do tipo pp . Esse comportamento pode ser explicado observando a Figura (13), onde é possível notar que o chumbo possui o número de fótons equivalentes maior quando comparado com o próton. Dado isso, é válido dizer que colisões de íons pesados são bons candidatos para o estudo da fotoprodução de estados ligados de monopolos. As colisões ultraperiféricas de íons pesados também são usadas para estudar a produção de monopolos magnéticos via mecanismo de Schwinger [54].

6.3 Número de Eventos para a Produção do Monopolium

A partir dos valores obtidos das seções de choque elástica, estimamos as taxas de produção do monopolium e do monopolium decaindo em dois fótons. Além disso, as taxas de produção apresentadas neste capítulo foram calculadas para os casos em que a

constante de acoplamento α_{mag} pode ser dependente ou independente da velocidade β do monopolium. A taxa de produção é calculada usando a seguinte relação:

$$N = \sigma \mathcal{L}, \quad (6.9)$$

onde \mathcal{L} é a luminosidade integrada do acelerador e σ é a seção de choque. O valor de N é o número de monopolium que pode ser produzido, no nosso caso de estudo, no LHC. No LHC temos o detector MoEDAL, implantado perto do LHCb no ponto 8 do anel do LHC. Nos trabalhos [55] e [56] podemos encontrar algumas características atuais para colisões pp e $PbPb$ no LHC. Uma das características de nosso interesse é a luminosidade integrada \mathcal{L} , na qual para colisões pp é $150,0 \text{ fb}^{-1}$ e para colisões $PbPb$ é $5,0 \text{ nb}^{-1}$. Através da Equação (6.9) podemos mostrar nas Tabelas (1) e (2) o número de eventos para a produção do monopolium e para a produção do monopolium como um estado ressonante de dois fótons, respectivamente.

Tabela 1 – Número de eventos para a produção do monopolium.

$\gamma\gamma \rightarrow \text{Monopolium} - \alpha_{mag} = \beta^2 g^2$			
M (GeV)	Eventos pp - W.W	Eventos pp - Drees	Eventos $PbPb$ - W.W
200	$5,83 \times 10^9$	$8,19 \times 10^9$	$9,55 \times 10^{10}$
1160	$2,56 \times 10^7$	$4,26 \times 10^7$	$1,17 \times 10^6$
$\gamma\gamma \rightarrow \text{Monopolium} - \alpha_{mag} = g^2$			
M (GeV)	Eventos pp - W.W	Eventos pp - Drees	Eventos $PbPb$ - W.W
200	$8,37 \times 10^{11}$	$1,00 \times 10^{12}$	$1,84 \times 10^{14}$
1160	$4,41 \times 10^7$	$6,76 \times 10^7$	$1,17 \times 10^6$

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Tabela 2 – Número de eventos para a produção do monopolium como um estado ressonante de dois fótons.

$\text{Monopolium} \rightarrow \gamma\gamma - \alpha_{mag} = \beta^2 g^2$			
M (GeV)	Eventos pp - W.W	Eventos pp - Drees	Eventos $PbPb$ - W.W
200	$2,89 \times 10^{17}$	$4,06 \times 10^{17}$	$4,76 \times 10^{18}$
1160	$7,51 \times 10^{15}$	$1,22 \times 10^{16}$	$3,37 \times 10^{14}$
$\text{Monopolium} \rightarrow \gamma\gamma - \alpha_{mag} = g^2$			
M (GeV)	Eventos pp - W.W	Eventos pp - Drees	Eventos $PbPb$ - W.W
200	$4,15 \times 10^{19}$	$4,98 \times 10^{19}$	$9,15 \times 10^{21}$
1160	$1,26 \times 10^{16}$	$1,93 \times 10^{16}$	$3,37 \times 10^{14}$

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

6.4 Conclusão

Como pudemos ver, a produção do monopolium no LHC é significativa em todos os cenários apresentados aqui. Mas vale destacar que a produção de monopolium é mais alta quando consideramos o processo de colisão entre $PbPb$, apesar de sua luminosidade integrada no LHC ser menor do que quando comparamos com a luminosidade para colisões do tipo pp .

7 CONCLUSÕES

A justificativa teórica para a existência de monopolos é que eles adicionam simetria às equações de Maxwell e explicam a quantização da carga. Dirac mostrou que a existência de monopolos no universo pode oferecer uma explicação para a natureza discreta da carga elétrica. Os monopolos magnéticos têm sido previstos por algumas teorias, como a Teoria da Grande Unificação (GUT), Teoria de Gravidade Quântica, Teoria Eletrofraca e em campos magnéticos intensos (Mecanismo de Schwinger).

O MoEDAL é o único colisor que possui um experimento que pode detectar monopolos magnéticos. Neste trabalho consideramos o processo de fusão de fótons para o cálculo da seção de choque de fotoprodução dos estados ligados de monopolos, o monopolium. Comparamos os processos de colisões com energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 14$ TeV para pp e $\sqrt{s} = 5,5$ TeV para $PbPb$.

A constante de acoplamento α_{mag} é muito grande, o que impossibilita o uso da teoria de perturbação, como consequência, cálculos de seções de choque perturbativa não têm validade física. Para contornar este problema realizamos a troca de e por βg , pois isso faz com que os cálculos de seções de choque passem a descrever o monopolo como sendo um elétron de carga g . Consideramos duas expressões para a constante de acoplamento. A primeira é que a intensidade da constante de acoplamento depende da velocidade do monopolium β , e é possível notar que o monopolium com massa próximo à energia do centro de massa dos fótons $\beta > 0$. Na segunda, temos que a constante de acoplamento depende apenas do quadrado da carga magnética g . A escolha da constante de acoplamento afeta apenas a intensidade da seção de choque. Como vimos, tanto as colisões pp quanto $PbPb$ apresentam uma seção de choque significativa, consequentemente, há a possibilidade de haver eventos da produção do monopolium utilizando os dois projéteis. Além disso, apesar da luminosidade integrada para o processo $PbPb$ ser menor, ele possui um número de eventos maior.

Consideramos a produção do monopolium em dois processos. No primeiro processo considera-se que as partículas incidentes emitem fótons e estes interagem produzindo o monopolium. Enquanto o segundo processo é a consequência do processo anterior, em que o monopolium decai em dois fótons no estado final. Para o cálculo da produção do monopolium faz-se necessário o uso função de onda $\psi_M(0)$ para representar o estado ligado. O potencial resultante $V(r)$ é análogo ao potencial de Cornell utilizado no estudo de estados de quarkonium. A seção de choque para os dois processos apresentam ser muito significantes, independente da constante de acoplamento.

Vimos que a massa do monopolium depende apenas da energia de ligação e da massa

dos monopolos. Dessa forma, é possível obter seções de choque semelhantes às obtidas neste trabalho para monopolos muito mais pesados, desde que a energia de ligação também seja grande. Tal fato ajuda a reforçar a possível evidência de monopolos supermassivos na GUT.

REFERÊNCIAS

- 1 DIRAC, P. A. M. Quantised singularities in the electromagnetic fields. *Proceedings of the Royal Society of London*, v. 133, n. 821, p. 60–72, 1931. 12, 17, 31
- 2 POLYAKOV, A. M. Particle spectrum in quantum field theory. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, v. 20, n. 194, 1974. 12
- 3 HOOFT, G. T. Magnetic Monopoles in Unified Gauge Theories. *Nuclear Physics*, B79, p. 276–284, 1974. 12
- 4 NIESEN, P. Search for Relativistic Magnetic Monopoles with the Amanda Neutrino Detector. *Proceedings of the 27th International Cosmic Ray Conference*, Springer, p. 1496, 2001. 13
- 5 PRESKILL, J. Magnetic monopoles. *Annual Review Nuclear and Particle Science*, v. 34, p. 461–530, 1984. 13
- 6 KIBBLE, T. W. B. Some Implications of a Cosmological Phase Transition. *Physics Reports*, v. 67, p. 183, 1980. 13
- 7 ETO, M. et al. Dynamics of Nambu monopole in two Higgs doublet models. Cosmological Monopole Collider. *Journal of High Energy Physics*, v. 07, p. 004, 2020. 13
- 8 HILL, C. T. Monopolonium. *Nuclear Physics*, B224, p. 469–490, 1983. 13, 31
- 9 STROYNOWSKI, R. Lepton Pair Production in Hadron Collisions. *Physics Reports*, v. 71, p. 1, 1981. 14
- 10 WEIZSACKER, C. von. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Zeitschrift für Physik*, v. 88, p. 612–625, 1934. 14, 16, 40, 42
- 11 WILLIAMS, E. Nature of the high-energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Physical Review*, v. 45, p. 729–730, 1934. 14, 16, 40, 42
- 12 AAD, G. et al. Search for magnetic monopoles in $\sqrt{s}=7$ TeV pp collisions with the ATLAS detector. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 109, p. 261803, Dec 2012. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.261803>>>. 14
- 13 PINFOLD, J. et al. *Technical design report of the MoEDAL experiment*. [S.l.], 2009. 14
- 14 SCHWINGER, J. A magnetic model of matter. *Science*, v. 165, n. 3895, p. 757–761, 1969. Disponível em: <<<https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.165.3895.757>>>. 14, 23
- 15 DREES, M.; ZEPPEFELD, D. Production of Supersymmetric Particles in Elastic ep Collisions. *Physical Review*, D39, p. 2536, 1989. 16, 46
- 16 DIRAC, P. A. M. The Theory of magnetic poles. *Physical Review*, v. 74, p. 817–830, 1948. 19, 21

- 17 FRENKEL, J. *Princípios de eletrodinâmica clássica*. [S.l.]: Edusp, 1996. 19
- 18 LAMB, W. E.; RETHERFORD, R. C. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. *Physical Review*, American Physical Society, v. 72, p. 241–243, Aug 1947. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.241>>>. 24
- 19 BETHE, H. A. The electromagnetic shift of energy levels. *Physical Review*, American Physical Society, v. 72, p. 339–341, Aug 1947. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.339>>>. 24
- 20 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Quantum electrodynamics*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2003. 24, 25
- 21 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Field quantization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. 25
- 22 THOMSON, M. *Modern particle physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. 26
- 23 GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. 26
- 24 MERZBACHER, E. *Quantum mechanics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998. 28
- 25 PERKINS, D. H. *Introduction to high energy physics*. [S.l.]: CAMBRIDGE university press, 2000. 28
- 26 BREIT, G.; WIGNER, E. Capture of slow neutrons. *Physical Review*, American Physical Society, v. 49, p. 519–531, Apr 1936. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.49.519>>>. 29
- 27 EPELE, L. N. et al. Looking for magnetic monopoles at lhc with diphoton events. *The European Physical Journal Plus*, Springer, v. 127, n. 5, p. 1–15, 2012. 29
- 28 BALESTRA, S. et al. Magnetic Monopole Bibliography-II. 2011. 31
- 29 GIACOMELLI, G. et al. Magnetic monopole bibliography. 2000. 31
- 30 EPELE, L. N. et al. Monopolium: The Key to monopoles. *European Physical Journal C*, v. 56, p. 87–95, 2008. 31, 34
- 31 EPELE, L. N. et al. Monopolium production from photon fusion at the Large Hadron Collider. *European Physical Journal*, C62, p. 587–592, 2009. 31
- 32 REIS, J. T.; SAUTER, W. K. Production of magnetic monopoles and monopolium in peripheral collisions. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 96, p. 075031, Oct 2017. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.96.075031>>>. 31
- 33 CARLOS, B. M.; DUCATI, M. B. G. *Establishing limits for the monopole production in pp accelerators*. arXiv, 2020. Disponível em: <<<https://arxiv.org/abs/2010.03616>>>. 31
- 34 BAINES, S. et al. Monopole production via photon fusion and Drell-Yan processes: Madgraph implementation and perturbativity via velocity-dependent coupling and magnetic moment as novel features. *The European Physical Journal C*, Springer, v. 78, n. 11, p. 1–36, 2018. 31

- 35 DOUGALL, T.; WICK, S. D. Dirac magnetic monopole production from photon fusion in proton collisions. *The European Physical Journal A*, Springer, v. 39, n. 2, p. 213–217, 2009. 31
- 36 JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 2. ed. [S.l.]: John Wiley, 1975. 33
- 37 MULHEARN, M. J. *A direct search for Dirac magnetic monopoles*. [S.l.], 2004. 34
- 38 GODUNOV, S. I. et al. LHC as a photon-photon collider: Bounds on $\Gamma_{X\rightarrow\gamma\gamma}$. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 103, p. 035016, Feb 2021. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.103.035016>>>. 34
- 39 ALLANACH, B. C. et al. Searching for narrow graviton resonances with the ATLAS detector at the Large Hadron Collider. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2000, n. 09, p. 019, 2000. 34
- 40 JAUCH, J. M.; ROHRLICH, F. *The theory of photons and electrons. The relativistic quantum field theory of charged particles with spin one-half*. 2nd ed.. ed. Berlin: Springer, 1976. (Texts and Monographs in Physics). ISBN 978-3-642-80953-8, 978-3-642-80951-4. 34
- 41 AZEVEDO, D. O. R. et al. Is there any Nambu monopole out there? *Europhysics Letters*, v. 136, n. 3, p. 30004, 2021. 35
- 42 NAMBU, Y. Strings, monopoles, and gauge fields. *Physical Review D*, American Physical Society, v. 10, p. 4262–4268, Dec 1974. Disponível em: <<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.4262>>>. 35
- 43 BARRIE, N. D.; SUGAMOTO, A.; YAMASHITA, K. Construction of a model of monopole and its search via multiphoton channels at LHC. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, v. 2016, n. 11, p. 113B02, 2016. 36
- 44 BALI, G. S.; SCHILLING, K.; WACHTER, A. Spin and velocity dependent corrections to the interquark potential and quarkonia spectra from lattice QCD. In: *2nd International Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum*. [S.l.: s.n.], 1996. p. 277–280. 36
- 45 GIANNOZZI, P. Numerical methods in quantum mechanics. *University of Udine*, 2013. 38
- 46 EPELE, L. N. et al. Looking for magnetic monopoles at LHC with diphoton events. *The European Physical Journal Plus*, Springer Science and Business Media LLC, v. 127, n. 5, may 2012. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1140/epjp/i2012-12060-8>>>. 38
- 47 BOHR, N. On the theory of the decrease of velocity of moving electrified particles through matter. *Physics Magazine Series*, v. 6, 1913. 40
- 48 FERMI, E. On the Theory of Collisions Between Atoms and Elastically Charged Particles. *Zeitschrift für Physik*, v. 29, p. 315, 1924. 40, 42
- 49 BERTULANI, C. A. And there was light. *AIP Conference Proceedings*, v. 1645, n. 1, p. 121–131, 2015. Disponível em: <<<https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4909566>>>. 40

- 50 BERTULANI, C. A.; BAUR, G. Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions. *Physics Reports*, v. 163, n. 5, p. 299–408, 1988. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157388901421>>>. 41
- 51 CARUSO, F. Sobre o método de Weizsäcker-Williams e suas primeiras aplicações. *Monografia do CBPF, MO-001/09*, p. 36–37, 2009. 43
- 52 NORDHEIM, T. The desintegration of High Energy Protons. *Physical Review*, v. 51, p. 1037, 1937. 44
- 53 NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. *Nuclear Physics*, A752, p. 470–479, 2005. 45
- 54 ACHARYA, B. et al. Search for magnetic monopoles produced via the Schwinger mechanism. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 602, n. 7895, p. 63–67, 2022. 53
- 55 D'ENTERRIA, D. et al. *Opportunities for new physics searches with heavy ions at colliders*. arXiv, 2022. Disponível em: <<<https://arxiv.org/abs/2203.05939>>>. 54
- 56 BRUCE, R. et al. New physics searches with heavy-ion collisions at the CERN Large Hadron Collider. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 47, n. 6, p. 060501, may 2020. Disponível em: <<<https://dx.doi.org/10.1088/1361-6471/ab7ff7>>>. 54