

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

Instituto de Física e Matemática

Programa de Pós-Graduação em Física



Dissertação de Mestrado

Estudo Computacional do Efeito da Focalização na Radioterapia VHEE

Fábio Lunelli da Silva Brum

Pelotas, 2023

Fábio Lunelli da Silva Brum

**Estudo Computacional do Efeito da Focalização na
Radioterapia VHEE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Rafael Bordin

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Bonatto

Coorientadora: Prof. Dra. Thatiane Alves Pianoschi

Pelotas

2023

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

B893e Brum, Fábio Lunelli da Silva

Estudo computacional do efeito da focalização na radioterapia VHEE / Fábio Lunelli da Silva Brum ; José Rafael Bordin, orientador ; Alexandre Bonatto, Thatiane Alves Pianoschi, coorientadores. — Pelotas, 2023.

51 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2023.

1. Radioterapia VHEE. 2. Focalização de feixes. 3. Dose. 4. Simulação Monte Carlo. I. Bordin, José Rafael, orient. II. Bonatto, Alexandre, coorient. III. Pianoschi, Thatiane Alves, coorient. IV. Título.

CDD : 615.842

Fábio Lunelli da Silva Brum

Estudo Computacional do Efeito da Focalização na Radioterapia VHEE

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 28 de agosto de 2023

Banca examinadora:



Documento assinado digitalmente
JOSE RAFAEL BORDIN
Data: 30/08/2023 15:41:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. José Rafael Bordin (Orientador)
Doutor em Ciências pela Universidade
Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Wagner Tenfen
Doutor em Física pela Universidade Federal
de Santa Catarina



Documento assinado digitalmente
HENRIQUE TROMBINI
Data: 30/08/2023 10:07:47-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Henrique Trombini
Doutor em Ciências pela Universidade
Federal do Rio Grande do Sul

Pelotas
2023

*“A persistência é o menor caminho do êxito”
(Charles Chaplin)*

RESUMO

BRUM, Fábio Lunelli da Silva. **Estudo Computacional do Efeito da Focalização na Radioterapia VHEE**. 2023. 51 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

RESUMO

O câncer é um problema de saúde pública cada vez mais relevante no cenário mundial. Para seu tratamento, alguns tipos de radioterapia são utilizados, de forma a se entregar, através do uso de feixes de radiação ionizante, uma quantidade de dose na região do tumoral enquanto minimiza a mesma no tecido saudável. A radioterapia com elétrons de energia muito alta (*very high energy electrons*, ou VHEE), entre 50 e 250 MeV, se demonstrou uma técnica interessante nesse sentido. Recentemente observou-se que, combinando-se feixes VHEE com focalizações distintas, é possível obter-se curvas de porcentagem de dose em profundidade (PDP) similares às da protonterapia, a qual minimiza os danos no tecido saudável, a um custo potencialmente menor. Este trabalho propõe analisar o efeito da focalização de feixes VHEE na PDP, de modo a se obter uma PDP com um pico de deposição de dose bem localizado em uma certa profundidade, e com baixa deposição de dose nos tecidos sadios adjacentes. Para tanto, foram realizadas simulações de Monte Carlo com o TOPAS para feixes VHEE sem focalização, e com focalização, em um objeto simulador composto por água. Para o caso focalizado, dois casos foram considerados, o caso em que o feixe é focalizado de forma simétrica e o caso em que o feixe é focalizado de forma assimétrica. Simulações foram realizadas utilizando-se feixes VHEE compostos por 10^7 partículas, com distribuição espacial Gaussiana em x e em y com médias em $x = 0$ e $y = 0$, e desvios padrão $\sigma_x = 4$ mm e $\sigma_y = 4$ mm; com distribuição Gaussiana de energias, com energia média de 250 MeV e desvio padrão de 0,75% desse valor médio, e com divergência inicial de 3,2 mrad. As simulações foram realizadas com os mesmos parâmetros do artigo de referência ([WHITMORE et al., 2021](#)). Tal escolha permitiu a validação dos resultados obtidos por comparação com os dados apresentados nesse mesmo artigo.

Palavras-chaves: Radioterapia VHEE, focalização de feixes, dose, simulação Monte Carlo.

ABSTRACT

BRUM, Fábio Lunelli da Silva. **Computational Study of the Effect of Focusing on VHEE Radiotherapy**. 2023. 51 f. Master Dissertation (Master in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2023.

Abstract

Cancer is an increasingly relevant public health problem on the world stage. For its treatment, some types of radiotherapy are used, in order to deliver, through the use of beams of ionizing radiation, a quantity of dose in the tumor region while minimize it in the health tissue. Radiation therapy with very high energy electrons (VHEE), between 50 and 250 MeV, proved to be an interesting technique in this regard. Recently it was observed that, by combining VHEE beams with different focuses, it is possible to obtain percentage depth dose (PDD) curves similar to those of protontherapy, which minimize damage to healthy tissue, at a potentially lower cost. This work analyzes the effect of focusing VHEE beams on PDD, in order to obtain a PDD with a dose deposition peak well located at a certain depth, and with low dose deposition in adjacent healthy tissues. For this purpose, Monte Carlo simulations were performed with TOPAS for unfocused and focused VHEE beams in a simulating object composed of water. For the focused case, two cases were considered, the case where the beam is symmetrically focused and the case where the beam is asymmetrically focused. Simulations were performed using VHEE beams composed of 10^7 particles, with Gaussian spatial distribution in x and y with averages at $x = 0$ and $y = 0$, and standard deviations $\sigma_x = 4$ mm and $\sigma_y = 4$ mm; with Gaussian distribution of energies, with an average energy of 250 MeV and a standard deviation of 0.75% of this average value, and with initial divergence of 3.2 mrad. The simulations were performed with the same parameters of the reference article ([WHITMORE et al., 2021](#)). This choice allowed the validation of the results obtained by comparison with the data presented in that same article.

Keywords: VHEE radiotherapy, beam focusing, dose, Monte Carlo simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – (a) Comparação dos perfis de deposição de dose em profundidade típicos para feixes de fótons (raios X), elétrons e prótons; (b) Representação esquemática do pico de Bragg espalhado, obtido através da sobreposição de múltiplos feixes de prótons com energias distintas; (c) Representação esquemática do pico de elétron espalhado, obtido através da sobreposição de múltiplos feixes de elétrons (VHEE) com focalizações distintas. . . .	14
Figura 2 – Campo na região interna de um quadrupolo magnético. As linhas de campo e a força de Lorentz estão mostradas em cada região de campo não nulo.	17
Figura 3 – Implementação experimental de um quadrupolo magnético.	18
Figura 4 – Célula FD.	21
Figura 5 – Trajetória das partículas.	23
Figura 6 – Espaço de fase elíptico.	26
Figura 7 – Porcentagem de dose em profundidade (PDP) para feixes de elétrons. . .	31
Figura 8 – Perfil de dose para feixe de elétrons de 12 MeV.	31
Figura 9 – Estrutura utilizada para o caso não focalizado.	33
Figura 10 – Estrutura utilizada para o caso simetricamente focalizado.	34
Figura 11 – Estrutura utilizada para o caso assimetricamente focalizado.	34
Figura 12 – Comparação na PDP entre os feixes VHEE não focalizados, simétricos e assimétricos.	35
Figura 13 – Estrutura dos quadrupolos no código ELEGANT (simétrico).	37
Figura 14 – Estrutura dos quadrupolos no código ELEGANT (assimétrico).	37
Figura 15 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso não focalizado. . . .	39
Figura 16 – Perfis de dose para o caso não focalizado.	40
Figura 17 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso simetricamente focalizado.	41
Figura 18 – Perfis de dose para o caso simetricamente focalizado.	42
Figura 19 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso assimetricamente focalizado.	44
Figura 20 – Perfis de dose para o caso assimetricamente focalizado.	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Dados utilizados na validação das simulações para o caso simétrico. . .	36
Tabela 2	– Dados utilizados na validação das simulações para o caso assimétrico. .	36
Tabela 3	– Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).	38
Tabela 4	– Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e de saída, e a posição de dose máxima obtida, com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).	39
Tabela 5	– Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose (simetricamente focalizado) com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).	43
Tabela 6	– Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e de saída, e a posição de dose máxima obtida, com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021) (simetricamente focalizado).	43
Tabela 7	– Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose (assimetricamente focalizado) com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).	45
Tabela 8	– Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e da posição de dose máxima com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021) (assimetricamente focalizado).	46

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	Sistemas de Focalização	16
2.1.1	Quadrupolos Magnéticos e Equação da Trajetória	16
2.1.2	Células FD	20
2.1.3	Matrizes de Transferência	21
2.1.4	Equação de Hill e Parâmetros de Twiss	24
2.1.4.1	Teorema de Liouville	26
2.1.5	Carga Espacial (<i>Space Charge</i>)	29
2.2	Interação da Radiação com a Matéria e Dose Absorvida	29
2.2.1	Distribuição de Dose	30
2.2.1.1	Porcentagem de Dose em Profundidade (PDP)	30
2.2.1.2	Perfil de Dose	30
2.3	Programas Computacionais	32
2.3.1	ELEGANT (<i>Electron Generation And Tracking</i>)	32
2.3.2	TOPAS (<i>Tool for Particle Simulation</i>)	32
3	METODOLOGIA	33
3.1	Simulações Monte Carlo	33
3.2	Definição do sistema de focalização	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	47
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

O câncer representa atualmente um grande problema de saúde pública para o nosso país, principalmente devido ao aumento da expectativa de vida da população pelo controle de outras doenças e ao acelerado processo de urbanização e industrialização das últimas décadas, com o conseqüente aumento dos riscos relacionados a fatores ambientais e aos novos hábitos de vida (CARUSO; CARVALHO; SANTORO, 2000). Uma das formas de tratamento, a qual é utilizada para combater este problema, é a radioterapia.

A radioterapia é a forma de tratamento do câncer mais comumente utilizada ao longo dos anos (BERNIER; HALL; GIACCI, 2004) (TARDELLI, 2010). Neste tipo de tratamento os feixes mais utilizados são feixes de fótons, os quais são produzidos, de maneira geral, por equipamentos denominados aceleradores lineares. Aceleradores lineares são equipamentos eletroeletrônicos que produzem feixes de radiação ionizante, como fótons e elétrons (DERENEVICK, 2020) (PINHEIRO, 2008). De maneira geral, o objetivo da radioterapia é destruir todas as células tumorais ou induzir a um interropimento de sua reprodução, ao mesmo tempo que a resiliência dos tecidos saudáveis adjacentes não seja prejudicada. Observa-se, no entanto, uma característica negativa, em função do mecanismo da interação do fóton com a matéria, de que tecidos saudáveis posicionados geometricamente na linha de ação do feixe podem ser danificados (CALABRESI, 2009). Assim, uma possível alternativa que minimiza este problema, relacionado a deposição de dose sobre os tecidos sadios, é a utilização de feixe de prótons.

Neste tipo de tratamento, denominado protonterapia, os prótons, que são partículas com carga e massa, perdem energia à medida que se propagam e interagem com o meio (no caso, o corpo do paciente), principalmente devido às colisões inelásticas com os elétrons dos seus átomos. Uma primeira aproximação que pode ser feita é que os prótons perdem energia cinética continuamente através de frequentes interações coulombianas inelásticas com os elétrons do átomo. Essa perda de energia durante as interações pode ser caracterizada por uma grandeza denominada poder de freamento (*stopping power*), a qual representa o valor esperado da quantidade de energia cinética T perdida pela partícula por unidade de comprimento (BRUM, 2021). Quando prótons interagem com o meio, eles transferem sua energia de acordo com o poder de freamento, que para partículas com energias intermediárias, é inversamente proporcional ao quadrado da velocidade. Desse modo, estes prótons podem penetrar profundamente no paciente, e depositar a maior parte de sua dose em uma região específica, denominada pico de Bragg, antes de cair acentuadamente, além de também possuírem uma dose de entrada relativamente baixa, embora isso aumente em até $\geq 40\%$ da dose máxima para feixes de prótons de maior energia (≥ 180 MeV) (BRUM,

2021) (GETACHEW, 2007) (WHITMORE et al., 2021). Sendo o pico de Bragg da ordem de alguns milímetros é possível, via uma combinação de múltiplos feixes com energias distintas, estender a região do pico de Bragg, formando um platô com máxima deposição de dose conhecido como pico de Bragg espalhado (*spread-out Bragg peak*, ou SOBP). Esse platô pode ser ajustado para atingir toda a região tumoral. Neste tipo de terapia toda a região do tumor pode ser coberta usando múltiplos feixes de prótons de diferentes energias ponderadas pela intensidade (WHITMORE et al., 2021). Dessa forma, os prótons irão incidir na região tumoral e a precisão fornecida para a técnica minimizará os danos no tecido saudável ao redor do tumor em tratamento, resultando em um mínimo de efeitos colaterais no paciente (CALABRESI, 2009). Contudo, o alto custo de implementação e operacionalização dessa técnica, (WHITMORE et al., 2021)(KONSKI et al., 2008) são um empecilho para a popularização deste tratamento, mediante a necessidade de grandes ciclotrons para atingir energias suficientes para tratamentos de tumores profundos (TARDELLI, 2010)(BRUM, 2021).

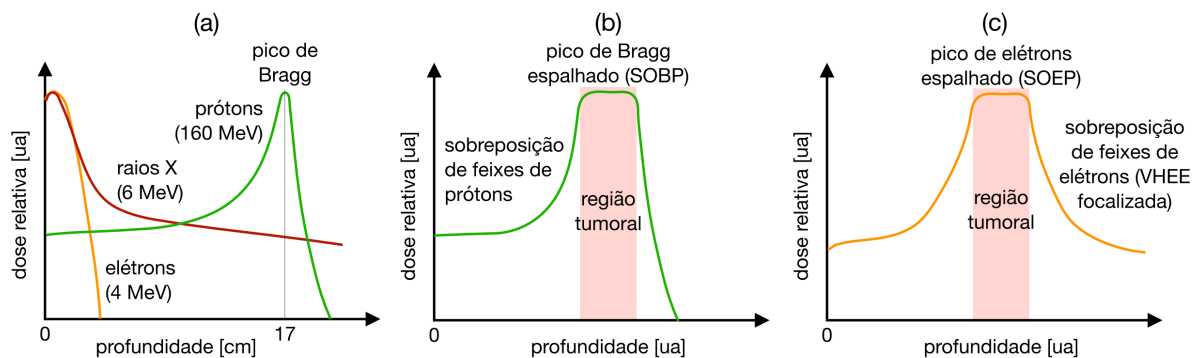
Uma alternativa mais econômica, devido à utilização de aceleradores lineares, quando comparada à protonterapia, e com vantagens, quando comparada a feixe de fótons, no tratamento de malignidades superficiais, com uma dose superficial alta e uma queda de dose rápida além da profundidade máxima, é através do uso de feixes de elétrons com energia entre 5 e 20 MeV (RONGA et al., 2021). Feixes de elétrons nesta faixa de energia são utilizados para terapias de tumores superficiais, pois apresentam queda rápida de dose em profundidade, não expondo os tecidos mais profundos à radiação (CÁBIA, 2009). Além disso, a aplicação de feixes de elétrons na radioterapia envolve, de maneira geral, três etapas: produção dos feixes que se encaixam com os requisitos para uso clínico; determinação das distribuições de dose absorvida destes feixes em condições padrões na água e a determinação da distribuição de dose absorvida em um paciente em condições de irradiação escolhidas (BRUINVIS, 1987) (KOKUREWICZ et al., 2021) (WHITMORE et al., 2021). De forma a realizar o tratamento de tumores profundos, é necessário utilizar feixes de elétrons com energias entre 50 e 250 MeV. Produzir feixes de elétrons com tais energias em aceleradores baseados em tecnologias convencionais, com gradientes de aceleração típicos da ordem de dezenas de MeV/m (WHITMORE et al., 2021), é um fator limitante no desenvolvimento de equipamentos compactos. Porém, novas tecnologias, tais como colisores lineares compactos (CLIC) (TOMAS, 2010) e aceleradores baseados em plasma (ESAREY; SCHROEDER; LEEMANS, 2009), podem viabilizar a aplicação da radioterapia com elétrons no tratamento de tumores profundos.

A radioterapia com feixes de elétrons com energias entre 50 e 250 MeV (VHEE, *very high energy electrons*) tem sido estudada desde os anos 2000 (PAPIEZ; DESROSIERS; MOSKVIN, 2002). Em contraste com os elétrons de baixa energia, feixes VHEE de 100 a 250 MeV têm sido apresentados como uma modalidade alternativa de tratamento para tumores profundos devido às suas vantagens dosimétricas. Juntamente com este benefício,

de se alcançar uma maior profundidade, têm-se que os feixes de elétrons se mostram muito menos sensíveis a inhomogeneidades quando comparado aos feixes de prótons, o que poderia resultar no pico de Bragg sendo depositado fora do tumor (WHITMORE et al., 2021)(KRIM et al., 2020).

A figura 1 engloba três gráficos de dose em profundidade. A figura 1(a) representa a distribuição de dose para os seguintes feixes: feixes de fótons (raios X) de 6 MeV; feixes de prótons de 160 MeV com a evidência do pico de Bragg e feixes de elétrons de 4 MeV. A figura 1(b) representa o pico de Bragg espalhado, obtido com a sobreposição de múltiplos feixes de prótons de várias energias. A figura 1(c) representa o pico de Bragg espalhado, obtido com a sobreposição de múltiplos feixes de elétrons de 50 - 250 MeV (VHEE) com diversas focalizações.

Figura 1 – (a) Comparação dos perfis de deposição de dose em profundidade típicos para feixes de fótons (raios X), elétrons e prótons; (b) Representação esquemática do pico de Bragg espalhado, obtido através da sobreposição de múltiplos feixes de prótons com energias distintas; (c) Representação esquemática do pico de elétron espalhado, obtido através da sobreposição de múltiplos feixes de elétrons (VHEE) com focalizações distintas.



Fonte: autor

Apesar de viabilizar o tratamento de tumores profundos, a radioterapia VHEE apresenta elevada deposição de dose em profundidade (PDP) tanto na entrada quanto na saída do paciente resultando em uma deposição de dose fora da região do tumor. Porém, estudos recentes mostram que, controlando-se a focalização do feixe de elétrons, é possível modular a deposição da dose na região tumoral, produzindo altos volumes de dose em pontos específicos dentro de um objeto simulador (*phantom*) de água (WHITMORE et al., 2021) (KRIM et al., 2020) (KOKUREWICZ et al., 2019) .

Como vantagem adicional, a radioterapia VHEE tem a possibilidade de ser utilizada na modalidade FLASH, na qual é administrada uma alta dose aos tecidos em um tempo extremamente curto ($t \leq 0,1s$), permitindo assim uma redução simultânea na ocorrência e na gravidade de complicações tardias que afetam tecidos saudáveis, enquanto é mantido o controle tumoral (WHITMORE et al., 2021)(RONGA et al., 2021). Apesar da modalidade

FLASH ser possível com feixes de fótons, elétrons e prótons, com a utilização de feixe de elétrons é permitido uma entrega de dose intrinsecamente maior, especialmente em grandes áreas, como seriam necessárias para grandes tumores (RONGA et al., 2021)(BOURHIS; STAPNES; WUENSCH, 2020).

Futuramente, esta técnica de VHEE focalizado pode ser uma alternativa à protonterapia a uma fração do seu custo, permitindo a ampla disseminação e trazendo benefícios similares à protonterapia (WHITMORE et al., 2021) (KRIM et al., 2020) (KOKUREWICZ et al., 2021). Porém, por tratar-se de uma técnica em desenvolvimento, mais pesquisas são necessárias em como utilizar a técnica VHEE focalizada em um ambiente clínico, incluindo a otimização do sistema de focalização do feixe, a otimização da combinação de feixes com focalizações distintas na formação do pico de elétron espalhado, além do desenvolvimento de um sistema de planejamento de tratamento através da radioterapia VHEE.

Entender como a focalização pode ser aplicada de forma a se adquirir uma deposição de dose satisfatória na região de interesse é o ponto chave, pois a partir deste é possível dar início ao desenvolvimento de um sistema de planejamento de tratamento. Este trabalho pretende entender os processos de focalização de feixes VHEE e deposição de dose, de modo a relacionar estes para uma otimização da deposição de dose no paciente.

Este trabalho tem como objetivo geral investigar, por meio de métodos analíticos e numéricos, técnicas de modulação da deposição de dose em profundidade para feixes VHEE, maximizando a dose depositada na região-alvo e minimizando as doses nas regiões adjacentes, como a de entrada e saída. Como objetivos específicos tem-se, estudar a focalização de feixes VHEE no vácuo utilizando o programa computacional Elegant (Electron Generation And Tracking), códigos desenvolvidos em Python e estudar a influência da focalização dos feixes VHEE nas propriedades dosimétricas obtidas em tecido equivalente utilizando o programa computacional TOPAS.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo será discutido características relacionadas aos aceleradores de partículas carregadas, onde sistemas de focalização de feixes estão presentes.

2.1 Sistemas de Focalização

A física de aceleradores é em grande parte a descrição da dinâmica de partículas carregadas na presença de campos eletromagnéticos externos ou de campos gerados por outras partículas carregadas. Dessa forma, a física dos aceleradores relaciona primeiramente a interação de partículas carregadas com campos eletromagnéticos. De maneira a formular a dinâmica de partículas sobre influência destes campos eletromagnéticos, é utilizada a força de Lorentz. A dinâmica das partículas carregadas é determinada pelos campos elétrico e magnético que atuam sobre as mesmas. Enquanto a componente elétrica da força de Lorentz é capaz de acelerar as partículas, a componente magnética desta força, que é sempre perpendicular à velocidade da partícula sobre a qual ela atua, é capaz de alterar a trajetória do feixe. Por esse motivo, magnetos podem ser utilizados como elementos de focalização na dinâmica de feixes carregados (WIEDEMANN, 2015).

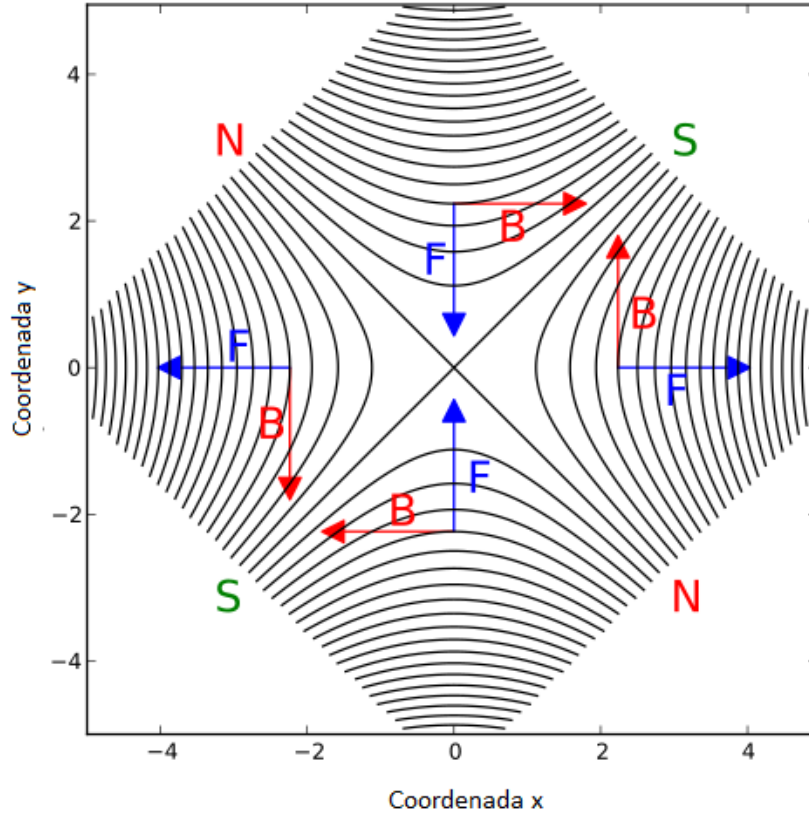
2.1.1 Quadrupolos Magnéticos e Equação da Trajetória

Em sistemas de focalização de feixes, quando uma partícula carregada atravessa um quadrupolo, o comportamento relacionado à focalização é semelhante, por exemplo, a um feixe de luz que atravessa uma lente (WIEDEMANN, 2015). Dessa forma, sistemas de focalização podem ser obtidos através de lentes convergentes, para focalização, ou lentes divergentes, para uma desfocalização do feixe. Estas lentes são quadrupolos magnéticos, e o campo nestas, cresce de forma aproximadamente linear com a distância do eixo. Para o caso de máquinas de aceleração de partículas, na qual uma focalização intensa é importante, este tipo de tecnologia acaba por ser interessante (SEPTIER, 1967).

Quadrupolos magnéticos, são formados por um conjunto de magnetos, e o campo magnético destes, é obtido através de um conjunto de quatro polos, respectivos aos polos desses magnetos (SEPTIER, 1967). As linhas de campo magnético associadas a um quadrupolo magnético estão representadas na Figura 2, onde um quadrupolo magnético é produzido por um conjunto de dois dipolos magnéticos com polarização alternada. A Figura 2 apresenta as linhas de campo magnético, assim como as respectivas forças magnéticas de um quadrupolo magnético, onde é considerado uma carga positiva adentrando o plano da imagem. A Figura 3 mostra a implementação experimental de uma quadrupolo magnético.

Dessa forma, quando o feixe atravessa esse quadrupolo magnético, na direção z, acaba sentindo a presença destes campos magnéticos.

Figura 2 – Campo na região interna de um quadrupolo magnético. As linhas de campo e a força de Lorentz estão mostradas em cada região de campo não nulo.



Fonte: adaptada de https://en.wikipedia.org/wiki/Quadrupole_magnet

Devido à presença desses campos magnéticos, tem-se um deslocamento das partículas, de forma que suas trajetórias serão alteradas. Se for desconsiderada a pequena transferência de energia do movimento longitudinal para o movimento transversal, a velocidade longitudinal v permanece constante durante a passagem pelo quadrupolo, e não existe nenhuma força de aceleração longitudinal agindo sobre a partícula (SEPTIER, 1967). Nessas condições, as equações de movimento podem ser escritas como,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \quad (2.1)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y, \quad (2.2)$$

onde m é a massa relativística da partícula.

A força magnética \vec{F}_B que atua sobre uma partícula pode ser obtida a partir da componente magnética da força de Lorentz,

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (2.3)$$

Figura 3 – Implementação experimental de um quadrupolo magnético.



Fonte: adaptada de <https://www.triumf.ca/experimental-result/baartman-scores-touchdown-magnet-design>

Sendo as componentes da velocidade transversal muito pequenas quando comparadas a velocidade longitudinal, as componentes das forças atuando sobre a partícula, no caso um elétron, podem ser escritas como,

$$F_x = -qvB_y, \quad (2.4)$$

$$F_y = qvB_x. \quad (2.5)$$

A Figura 2 mostra a direção das componentes da força magnética. O campo magnético, assim como a força magnética, possui seu crescimento de forma quase linear com a distância do eixo central do quadrupolo (SEPTIER, 1967), de forma que, partículas que se propagam através desse eixo não sofrem ação da força magnética, e portanto irão continuar em linha reta através de todo o comprimento do quadrupolo (WOLSKI, 2014). Dessa figura, observa-se que, para partículas fora do eixo central, a força magnética exercerá um efeito focalizador na direção y , e um efeito desfocalizador na direção de x . Invertendo a polaridade, ou seja, rotacionando a estrutura em 90 graus, as componentes de cada quadrante irão se alterar, e assim o efeito de focalização ocorrerá nas direções contrárias ao caso anterior (SEPTIER, 1967). Quadrupolos magnéticos de focalização e de desfocalização, estão relacionados à visualização da trajetória das partículas através destes. Plotando a trajetória horizontalmente, um quadrupolo de focalização focalizará o feixe horizontalmente, enquanto que o desfocalizará verticalmente. E o caso oposto ocorre

para um quadrupolo de desfocalização (WOLSKI, 2014). Substituindo as expressões da força 2.1 e 2.2 nas equações 2.4 e 2.5, as equações de movimento se tornam,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -qvB_y, \quad (2.6)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = qvB_x. \quad (2.7)$$

Reescrevendo essas equações de movimento em equações da trajetória através das seguintes relações,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 x}{dz^2}, \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 y}{dz^2}, \quad (2.9)$$

as quais são obtidas através da utilização da regra da cadeia $d/dt = (d/dz)(dz/dt) = v_z(d/dz)$, considerando $z = v_z t$ com $v_z = v$.

As equações 2.6 e 2.7 se tornam,

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = -\frac{q}{mv} B_y, \quad (2.10)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{q}{mv} B_x. \quad (2.11)$$

Considerando o gradiente de campo como constante pode-se escrever (SEPTIER, 1967),

$$g = \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x}. \quad (2.12)$$

Utilizando 2.12, as equações da trajetória 2.10 e 2.11 se tornam,

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = -\frac{qg}{mv} x, \quad (2.13)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{qgy}{mv}, \quad (2.14)$$

ou,

$$\frac{d^2 x}{dz^2} + \frac{qg}{mv} x = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} - \frac{qg}{mv} y = 0, \quad (2.16)$$

onde mv é o momento relativístico da partícula.

A intensidade de focalização (*focusing strength*), a qual é sentida por uma partícula, e que possui unidades de m^{-2} , é dada por $K = qg/(mv)$. Dessa forma as equações diferenciais 2.15 e 2.16 se tornam (WIEDEMANN, 2015),

$$\frac{d^2 x}{dz^2} + Kx = 0, \quad (2.17)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} - Ky = 0, \quad (2.18)$$

as quais apresentam soluções da seguinte forma,

$$x = A \cos \sqrt{K}z + B \sin \sqrt{K}z, \quad (2.19)$$

$$y = C \cosh \sqrt{|K|}z + D \sinh \sqrt{|K|}z. \quad (2.20)$$

De forma a expressar as constantes utiliza-se as condições iniciais. Iniciando pelo plano de focalização, onde $K > 0$, através da equação 2.19, (SEPTIER, 1967) (WIEDEMANN, 2015) (CONTE; MACKAY, 2008) (WOLSKI, 2014)

$$x = A \cos \sqrt{K}z + B \sin \sqrt{K}z, \quad (2.21)$$

tem-se que a sua derivada é dada por,

$$x' = -A\sqrt{K} \sin \sqrt{K}z + B\sqrt{K} \cos \sqrt{K}z. \quad (2.22)$$

Considerando $x(0) = x_0$ e $x'(0) = x'_0$, obtém-se $A = x_0$ e $B = x'_0/(\sqrt{K})$. Para o plano de desfocalização, onde $K < 0$, através da equação 2.20,

$$y = C \cosh \sqrt{|K|}z + D \sinh \sqrt{|K|}z, \quad (2.23)$$

tem-se que sua derivada é dada por,

$$y' = C\sqrt{|K|} \sinh \sqrt{|K|}z + D\sqrt{|K|} \cosh \sqrt{|K|}z. \quad (2.24)$$

Considerando $y(0) = y_0$ e $y'(0) = y'_0$, obtém-se $C = y_0$ e $D = y'_0/(\sqrt{K})$.

As equações 2.21, 2.22, 2.23 e 2.24, descrevem o comportamento de uma partícula sob a ação do campo magnético de um quadrupolo, e serão utilizadas para descrição dos quadrupolos de focalização e desfocalização.

2.1.2 Células FD

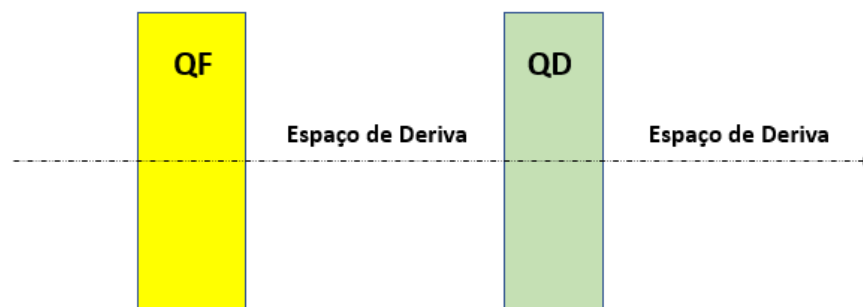
Sistemas de transporte de feixes podem ser utilizados para guiar feixes de partículas carregadas de um ponto A para um ponto B. A construção destes está baseada em componentes lineares mais básicos que permitem o controle da dinâmica longitudinal e vertical do feixe. Enquanto que regiões de deriva (*drift*), permitem a propagação retilínea do feixe, ao longo de uma região sem a ação de campos, dipolos magnéticos permitem curvar a trajetória do feixe, mudando a sua direção. De forma a se controlar a dinâmica transversal, sequências de quadrupolos magnéticos com alinhamentos alternados podem ser utilizados de modo a se realizar a focalização do feixe. A combinação desses magnetos ao longo do caminho do feixe desejado é chamado de rede (*lattice*) magnética (WIEDEMANN, 2015) (SEPTIER, 1967) (WENG; MANE, 1992).

Atráves da utilização desses magnetos de forma repetida, é possível alcançar uma focalização em ambos os planos. Para isso, se torna necessário utilizar quadrupolos de

focalização e de desfocalização em uma sequência periódica tal que seja possível repetir essa estrutura periódica quantas vezes sejam necessárias (SEPTIER, 1967)(WIEDEMANN, 2015) (WENG; MANE, 1992). Considerando que quadrupolos de focalização e desfocalização estão associados ao plano de focalização de cada quadrupolo, em ambos os planos tem-se que a excursão da partícula é maior no quadrupolo que está focalizando, e sendo a força de restauração proporcional a excursão da partícula, tem-se que a força de focalização nestes quadrupolos se sobressai sobre a força de desfocalização, permitindo esse efeito (SEPTIER, 1967).

Devido aos quadrupolos magnéticos não focalizarem em ambas direções ao mesmo tempo, há a necessidade de se utilizar mais de um quadrupolo magnético de forma a se obter uma focalização do feixe. A estrutura mais básica, de forma a atingir esse objetivo, é uma estrutura periódica chamada de tripleto de quadrupolos simétricos. Tripletos simétricos se tornaram muito importante na construção de elementos em linhas de transporte de feixes, devido à capacidade de adquirir focalização em ambos planos e também por ser possível de utilizá-los de forma a se atingir uma estrutura de focalização periódica chamada de rede (*lattice*) FD ou de canal FD. Em sistemas aceleradores de altas energias, unidades elementares chamadas de células FD são comumente utilizadas de forma a se atingir esse objetivo de focalização. Uma célula FD é composta por um quadrupolo de focalização (F), um espaço de deriva (O), um quadrupolo de desfocalização (D) e outro espaço deriva (O) (WOLSKI, 2014)(WIEDEMANN, 2015) (SEPTIER, 1967). Essa célula FD, é representada esquematicamente pela Figura 4, onde se tem o plano relacionado à focalização do primeiro quadrupolo (QF) e o plano relacionado à desfocalização do segundo quadrupolo (QD).

Figura 4 – Célula FD.



Fonte: Autor

2.1.3 Matrizes de Transferência

O formalismo matricial é comumente utilizado para calcular as trajetórias para partículas individuais ou para uma partícula virtual que representa o caminho central de

todo um feixe. Essas partículas, na interação com os quadrupolos, em um deslocamento transversal com respeito ao eixo magnético, irão sofrer um desvio dependendo do tamanho e da direção do deslocamento, representado pela Figura 5. Esse desvio é descrito por uma matriz de transferência para o quadrupolo. Comparado com um dipolo magnético, a obtenção da matriz de transferência para um quadrupolo magnético é direta, pois a trajetória de referência pode ser escolhida para ser uma linha reta através do centro do campo do quadrupolo (eixo magnético). Sendo o campo nulo ao longo dessa linha, a partícula entrando ao longo do eixo magnético irá continuar em uma linha reta durante todo o comprimento do quadrupolo. (WOLSKI, 2014)(WIEDEMANN, 2015). A chamada matriz de transferência M é dada por,

$$M = \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

onde a equação de transporte, que representa o movimento das partículas, é dada por,

$$\begin{pmatrix} u \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

onde u é a posição geral da partícula, podendo ser em x ou em y , u_0 é a posição inicial da partícula, podendo ser em x_0 ou em y_0 , u' é o ângulo em relação à órbita central na posição final, u'_0 é o ângulo em relação à órbita central na posição inicial, com unidades de metros [m] e $C(s)$, $S(s)$ e as suas derivadas $C'(s)$, $S'(s)$, são definidos considerando a estrutura a qual a matriz de transferência representará, e s é a direção longitudinal de propagação do feixe. Através dessas matrizes de transferência, é possível seguir a partícula carregada em um acelerador, onde este é composto por um número arbitrário de espaços de deriva e quadrupolos magnéticos. O estudo do transporte de feixes reside em determinar a função de cada elemento do sistema na focalização, aceleração e no transporte de partículas da fonte ao alvo com maior controle das propriedades das partículas do feixe (ATTIA; HASHIM, 2020).

A equação de transporte 2.26 pode ser escrita como,

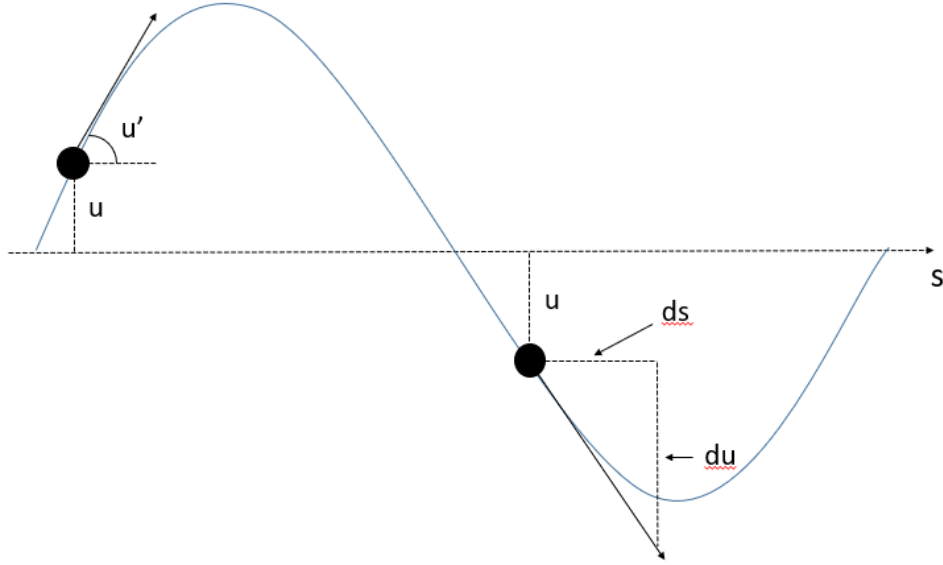
$$\begin{pmatrix} u \\ u' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

onde os elementos da matriz de transferência M , de acordo com as equações 2.21 e 2.22 para o quadrupolo de focalização ($K > 0$), são dados por,

$$C(s) = \cos \sqrt{K} s, \quad (2.28)$$

$$S(s) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sin \sqrt{K} s. \quad (2.29)$$

Figura 5 – Trajetória das partículas.



Fonte: Autor

De acordo com as equações 2.23 e 2.24 para o quadrupolo de desfocalização ($K < 0$),

$$C(s) = \cosh \sqrt{|K|}s, \quad (2.30)$$

$$S(s) = \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sinh \sqrt{|K|}s. \quad (2.31)$$

De forma que a matriz de transferência para o quadrupolo de focalização com comprimento l é dada por (WHITMORE et al., 2021) (WIEDEMANN, 2015)

$$M_{QF} = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{K}l & \frac{1}{\sqrt{K}} \sin \sqrt{K}l \\ -\sqrt{K} \sin \sqrt{K}l & \cos \sqrt{K}l \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Para o quadrupolo de desfocalização,

$$M_{QD} = \begin{pmatrix} \cosh \sqrt{|K|}l & \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sinh \sqrt{|K|}l \\ \sqrt{|K|} \sinh (\sqrt{|K|}l & \cosh \sqrt{|K|}l \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Em um espaço de deriva não há mudança no momento da partícula, portanto se toma o limite de M com K tendendo a zero. Portanto em um espaço de deriva de comprimento L tem-se,

$$M_d = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

A matriz de transferência para um sistema composto por seis quadrupolos magnéticos, onde três destes são quadrupolos de focalização e três desfocalização, e sete regiões

de espaços de deriva é dada por, (WHITMORE et al., 2021)

$$M = M_{d_7} M_{QD_3} M_{d_6} M_{QF_3} M_{d_5} M_{QD_2} M_{d_4} M_{QF_2} M_{d_3} M_{QD_1} M_{d_2} M_{QF_1} M_{d_1}. \quad (2.35)$$

Essa estrutura, representada pela equação 2.35, é uma das configurações utilizadas nas simulações realizadas.

Através dessa notação matricial a solução para o primeiro elemento se torna a condição inicial para o segundo elemento, e assim para cada uma das componentes dos elementos do sistema. A equação de transporte através de um elemento, definido por uma matriz M_1 , é dada por,

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u'_1 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

e para dois elementos, com matrizes M_1 e M_2 , para o primeiro elemento e o segundo, respectivamente, é dada por,

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ u'_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} u_1 \\ u'_1 \end{pmatrix} = M_2 \cdot \left(M_1 \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix} \right) = M_2 M_1 \begin{pmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

Dessa forma, para um conjunto de seis quadrupolos e sete espaços de deriva, têm - se,

$$\begin{pmatrix} u_f \\ u'_f \end{pmatrix} = M_{d_7} M_{QD_3} M_{d_6} M_{QF_3} M_{d_5} M_{QD_2} M_{d_4} M_{QF_2} M_{d_3} M_{QD_1} M_{d_2} M_{QF_1} M_{d_1} \begin{pmatrix} u_i \\ u'_i \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

2.1.4 Equação de Hill e Parâmetros de Twiss

O movimento de partículas em sistemas sobre os quais atuam campos externos periódicos é objeto de estudo na astronomia. Em dinâmica de feixes de partículas, a equação de movimento em estruturas periódicas é similar à estudada pelo astrônomo Hill. Através da equação de Hill, o movimento de uma partícula em um acelerador pode ser descrito. Em uma linha de feixe do acelerador, o propósito de quadrupolos magnéticos é de controlar o tamanho da seção transversal do feixe, através da focalização do mesmo. À medida que uma partícula se desvia da órbita central, os quadrupolos agem de forma a realinhar e focalizá-la novamente. Essa ação ocorre porque, no eixo central do quadrupolo, a força magnética responsável pela focalização é nula e aumenta à medida que o raio aumenta. Isso permite que os quadrupolos exerçam uma força restauradora na partícula, trazendo-a de volta para a órbita central. Durante o movimento transversal de uma partícula, sua posição é caracterizada pela distância em relação à órbita central e pelo ângulo em relação a essa mesma órbita. A Figura 5 ilustra esse comportamento (WIEDEMANN, 2015) (REISER, 2008) (ARPAIA et al., 2020) (CONTE; MACKAY, 2008) (WOLSKI, 2014). Dessa forma, considerando a estrutura periódica do sistema de transporte, através da equação de Hill é

possível descrever a trajetória das partículas (HOLZER, 2013). A equação de Hill pode ser representada pelas duas equações seguintes,

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = 0, \quad (2.39)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} + K_y(s)y = 0, \quad (2.40)$$

onde é possível escrever as equações 2.39 e 2.40 de uma maneira mais geral,

$$\frac{d^2u}{ds^2} + K(s)u = 0, \quad (2.41)$$

onde u é a posição da partícula, em metros e $K(s)$ é a intensidade de focalização em um dado ponto ao longo da órbita central.

A intensidade de focalização $K(s)$ na 2.41 pode ser obtida de outra forma dividindo o gradiente $g[\text{T/m}]$ pela rigidez magnética. Onde a rigidez magnética está relacionada à influência de campos magnéticos no movimento de partículas, e é definida como a razão entre momento das partículas $[\text{GeV}/c]$, e a carga do feixe $[q]$. Dessa forma, a intensidade de focalização $K(s)$ está relacionada com o gradiente de campo magnético através de, (WIEDEMANN, 2015)

$$g \left[\frac{\text{T}}{\text{m}} \right] = \beta \frac{K \left[\frac{1}{\text{m}^2} \right] E[\text{MeV}]}{299,8}, \quad (2.42)$$

onde β é uma constante relativística. Sendo $\beta = v/c$ e assumindo que o feixe viaja a uma velocidade v suficientemente relativística, tem-se $\beta = 1$.

Em um acelerador real K varia fortemente com s . Dessa forma, a solução da equação de Hill, para a coordenada x , é dada por,

$$x = \sqrt{\epsilon\beta(s)} \cos \phi(s) + \phi_0, \quad (2.43)$$

onde ϵ e ϕ_0 são constantes, $\beta(s)$ é o módulo da amplitude, $\phi(s)$ é o avanço de fase, e ambos dependem da intensidade de focalização. Definindo $\phi = \phi(s) + \phi_0$ a solução para a equação de Hill é dada por,

$$x = \sqrt{\epsilon\beta(s)} \cos \phi. \quad (2.44)$$

Diferenciando a equação 2.44 obtém-se,

$$x' = -\alpha \sqrt{\frac{\epsilon}{\beta}} \cos \phi - \sqrt{\frac{\epsilon}{\beta}} \text{sen } \phi, \quad (2.45)$$

onde $\alpha = -\beta'/2$.

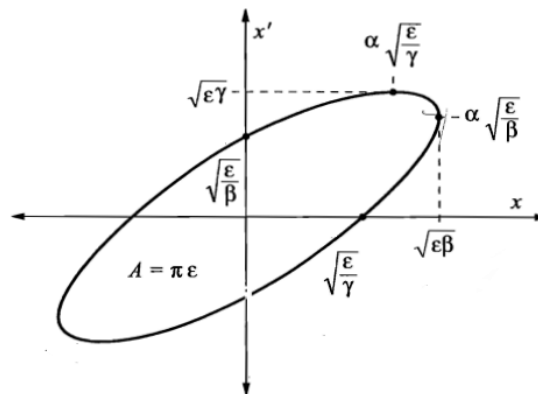
Realizando uma parametrização da distribuição de partículas do feixe é possível escrever as equações de transporte em termos de parâmetros denominados parâmetros de Twiss ou parâmetros de Courant – Snyder. Dessa forma, considerando as soluções da equação de Hill, pode-se escrever as equações da trajetória para todo o feixe e não somente para uma única partícula (WILLE, 2001) (SEPTIER, 1967) (REISER, 2008).

2.1.4.1 Teorema de Liouville

O teorema de Liouville descreve as propriedades de um feixe de partículas como um todo. Esse teorema afirma que sob a influência de forças conservativas, a densidade de partículas no espaço de fase permanece constante (WIEDEMANN, 2015). Através do conhecimento da área ocupada pelas partículas no espaço de fase no começo da linha de transporte do feixe é possível determinar a localização e distribuição do feixe em qualquer outro lugar ao longo da linha de transporte sem ser necessário calcular a trajetória de cada partícula individualmente. Através do gráfico das equações 2.44 e 2.45 para x por x' , é possível representar um feixe de partículas carregado em um espaço de fase em 6 dimensões (elipsoide) que engloba todas as partículas do feixe (ATTIA; HASHIM, 2020). A Figura 6 representa esse espaço de fase. Segundo o teorema de Liouville, a área ocupada pelas partículas neste espaço de fase permite determinar a localização e distribuição do feixe em qualquer outra posição ao longo da linha de transporte. Assim, como todas as partículas do feixe viajam dentro dessa elipse, conhecendo os parâmetros dessa elipse, é possível descrever todo o feixe de partículas (WIEDEMANN, 2015).

Em relação à geometria, tem-se que devido à influência dos quadrupolos o formato desta elipse varia, mesmo que sua área se mantenha constante. Os parâmetros dessa elipse são dados por: ϵ , relacionado ao tamanho do feixe, chamado de emitância transversa; $\beta(s)$, relacionado ao formato e tamanho do feixe, representa a amplitude de modulação devido à mudança na intensidade de focalização; α , relacionado a inclinação/angulação do feixe e $\gamma = (1 + \alpha(s)^2)/\beta(s)$, dependente de α e $\beta(s)$. Esses três parâmetros são os denominados parâmetros de Twiss, e junto com o a emitância transversa (ϵ) são os chamados parâmetros elípticos (WIEDEMANN, 2015).

Figura 6 – Espaço de fase elíptico.



Fonte: adaptada de (WILLE, 2001).

Através da parametrização de Twiss utilizada, é possível escrever uma equação para a

elipse do feixe. Isolando $\cos(\phi)$ da equação 2.44,

$$\cos(\phi) = \frac{x}{\sqrt{\epsilon\beta(s)}}, \quad (2.46)$$

e inserindo na equação 2.45,

$$x' = -\alpha\sqrt{\frac{\epsilon}{\beta}}\frac{x}{\sqrt{\epsilon\beta(s)}} - \sqrt{\frac{\epsilon}{\beta}}\text{sen}\phi, \quad (2.47)$$

com

$$\gamma = (1 + \alpha(s)^2)/\beta(s), \quad (2.48)$$

e

$$\alpha = \frac{-\beta'(s)}{2}, \quad (2.49)$$

obtém-se,

$$\epsilon = \gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2, \quad (2.50)$$

onde a área contida pela elipse é definida como,

$$\int_{elipse} dx dx' = \pi\epsilon. \quad (2.51)$$

A equação elíptica do feixe 2.50 pode ser reescrita como,

$$\epsilon = X^T \Omega^{-1} X, \quad (2.52)$$

onde X é dado pela matriz,

$$X = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

e Ω é chamada de matriz de Twiss, e é dada por

$$\Omega = \begin{pmatrix} \beta_x & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \gamma_x \end{pmatrix}. \quad (2.54)$$

Através dessa matriz de Twiss (Ω), equação 2.54, é possível avaliar a evolução da elipse do feixe. Para $X = X_0$, a equação elíptica do feixe 2.52 pode ser reescrita como,

$$\epsilon = X_0^T \Omega_0^{-1} X_0, \quad (2.55)$$

e para $X = X_1$,

$$\epsilon = X_1^T \Omega_1^{-1} X_1. \quad (2.56)$$

Utilizando a expressão 2.36 tem-se,

$$X_1 = M.X_0, \quad (2.57)$$

isolando X_0 ,

$$X_0 = M^{-1}X_1. \quad (2.58)$$

Inserindo 2.58 em 2.52 obtém-se,

$$\epsilon = (M^{-1}X_1)^T \Omega_0^{-1} (M^{-1}X_1), \quad (2.59)$$

$$\epsilon = ((X_1)^T (M^T)^{-1}) \Omega_0^{-1} (M^{-1}X_1), \quad (2.60)$$

$$\epsilon = (X_1)^T (M^T)^{-1} \Omega_0^{-1} M^{-1} X_1. \quad (2.61)$$

Igualando 2.56 a 2.61 obtém-se que $(M^T)^{-1} \Omega_0^{-1} M^{-1}$ é igual a Ω_1^{-1} . Sabendo que a inversa do produto de matrizes é o produto das matrizes inversas com a ordem trocada, chega-se em

$$\Omega_1 = M \Omega_0 M^T. \quad (2.62)$$

Reescrevendo a equação 2.62 em termos da matriz de Twiss,

$$\begin{pmatrix} \beta_1 & -\alpha_1 \\ -\alpha_1 & \gamma_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \beta_0 & -\alpha_0 \\ -\alpha_0 & \gamma_0 \end{pmatrix} M^T, \quad (2.63)$$

ou, de forma geral, considerando os parâmetros de Twiss em uma posição final (f) e em uma posição inicial (i) tem-se,

$$\begin{pmatrix} \beta_f & -\alpha_f \\ -\alpha_f & \gamma_f \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \beta_i & -\alpha_i \\ -\alpha_i & \gamma_i \end{pmatrix} M^T. \quad (2.64)$$

Através da equação 2.64 é possível encontrar os parâmetros de Twiss após cada estrutura e, assim, utiliza-se estes parâmetros encontrados, como condições iniciais para a próxima estrutura. Para um espaço de deriva de comprimento L , o qual é representado pela equação 2.34, a equação 2.64 se torna

$$\begin{pmatrix} \beta_f & -\alpha_f \\ -\alpha_f & \gamma_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_i & -\alpha_i \\ -\alpha_i & \gamma_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

realizando as multiplicações,

$$\alpha_f = \alpha_i - \gamma_i L = \alpha_i - \frac{1 + \alpha_i^2}{\beta_i} L. \quad (2.66)$$

No ponto focal, tem-se que a dimensão do feixe é a menor possível. Nessa região o parâmetro $\alpha_f = 0$ (WHITMORE et al., 2021)(HOLZER, 2013). Dessa forma, obtém-se uma importante relação entre a profundidade de focalização e os parâmetros de Twiss,

$$L = \frac{\alpha_i \beta_i}{1 + \alpha_i^2} = \frac{\alpha_i}{\gamma_i}. \quad (2.67)$$

2.1.5 Carga Espacial (*Space Charge*)

A discussão realizada até o presente momento foi feita considerando-se somente forças agindo sobre as partículas, devido aos magnetos presentes na linha do feixe. Contudo, devido ao feixe ser composto por partículas carregadas, campos eletromagnéticos também são produzidos pelo próprio feixe. Quando elétrons estão em repouso e interagem, os campos elétricos desses, produzem forças elétricas responsáveis por um efeito de repulsão coulombiana entre essas partículas. Porém, quando elétrons se movem em uma dada direção e sentido com velocidade v , correntes paralelas acabam surgindo. Essas correntes, produzem campos e forças magnéticas, as quais levam a um efeito de atração entre essas partículas. Esses campos produzidos pelo próprio feixe são denominados de autocampos. Dessa forma, enquanto o campo elétrico, o qual causa a repulsão coulombiana entre as partículas, é responsável pela desfocalização do feixe, o campo magnético é responsável pela focalização do feixe (CHAUVIN, 2014) (FERRARIO; MIGLIORATI; PALUMBO, 2014).

Para feixes de elétrons com energias acima de 10 - 20 MeV, efeitos devido a esses autocampos podem ser desconsiderados (ALESINI, 2021). Para energias acima desse intervalo, a força magnética responsável pela focalização do feixe se torna significativa, compensando a força elétrica repulsiva, responsável pela desfocalização do feixe. Considerando feixes de elétrons com energias relativísticas, efeitos relacionados à carga espacial podem ser desconsiderados, também devido a decrescerem com γ^{-2} , onde γ está vinculado a energia do feixe (ALESINI, 2021) (FERRARIO; MIGLIORATI; PALUMBO, 2014)(FERRARIO, 2018) (STUPAKOV; HUANG, 2008). Nessas condições, esses efeitos relacionados a carga espacial serão desconsiderados.

2.2 Interação da Radiação com a Matéria e Dose Absorvida

Partículas carregadas quando atravessam a matéria perdem energia em consequência da interação com o meio. Essa perda de energia pode ser interpretada através da energia que é transferida do feixe para o meio de interação. Dessa forma, a energia transferida pode ser suficiente para ionizar o átomo através da ejeção de um elétron orbital ou pode produzir um estado excitado não ionizado (UEHLING, 1954).

Quando radiações ionizantes, as quais incluem partículas carregadas, interagem com um meio biológico, efeitos biológicos se tornam presentes. A dose absorvida é a medida dos efeitos biologicamente significativos causados pela radiação ionizante. Essa grandeza dosimétrica é dada por,

$$D = \frac{dE}{dm}, \quad (2.68)$$

onde dE é a energia média, em joules por quilograma (J/kg), depositada pela radiação em um volume elementar de massa dm , em quilogramas (MATSUSHIMA, 2015). A dose absorvida está diretamente relacionada à erradicação do tumor por morte celular (MENDONÇA, 2017).

2.2.1 Distribuição de Dose

Quando um feixe de radiação incide sobre um paciente (ou objeto simulador), a quantidade de dose, ou seja, a energia depositada por unidade de massa, varia com a profundidade do feixe. De forma a se avaliar a variação dessa dose com a profundidade, a qual depende de algumas condições como a energia do feixe, tamanho do campo, distância da fonte e sistema de colimação, é necessário computar a variação dessa ao longo do eixo central do feixe (MATSUSHIMA, 2015).

Devido à dificuldade em se medir a distribuição de dose em pacientes tratados com radiação, as informações relacionadas à distribuição de dose são adquiridas de medidas realizadas em objetos simuladores. Os dados dessa distribuição de dose são geralmente medidos em um objeto simulador composto por água que se aproxima às propriedades de absorção de radiação e de espalhamento do músculo e de outros tecidos moles. Além de que a água é o principal componente do corpo humano (MATSUSHIMA, 2015).

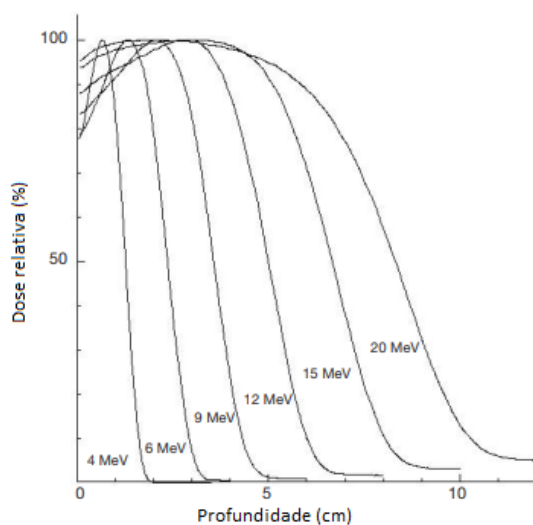
2.2.1.1 Porcentagem de Dose em Profundidade (PDP)

Uma forma de caracterizar a distribuição de dose no eixo central dentro do objeto simulador é normalizar a dose na profundidade em relação à dose em uma profundidade de referência. Normalmente, a distribuição de dose é normalizada em relação ao valor de dose máxima na profundidade de dose máxima. Essas distribuições são denominadas porcentagem de dose em profundidade, ou PDP (PODGORSAK, 2005) (SABINO, 2011). A Figura 7 apresenta algumas PDPs típicas para feixe de elétrons com energias entre 4 MeV e 20 MeV.

2.2.1.2 Perfil de Dose

Distribuições de dose ao longo do eixo central do feixe fornecem somente parte da informação necessária para uma descrição de dose precisa dentro do paciente. Distribuições de dose em 2D e em 3D são determinadas com os dados do eixo central em conjunto com perfis de dose fora do eixo. Na forma mais simples, os dados fora do eixo são obtidos com perfis do feixe, medidos perpendicularmente com o eixo central do feixe, em uma dada profundidade no objeto simulador (PODGORSAK, 2005). A Figura 8 apresenta o perfil de dose para um feixe de elétrons com energia de 12 MeV. Dessa forma, através de uma combinação da distribuição de dose no eixo central com os dados obtidos de fora do

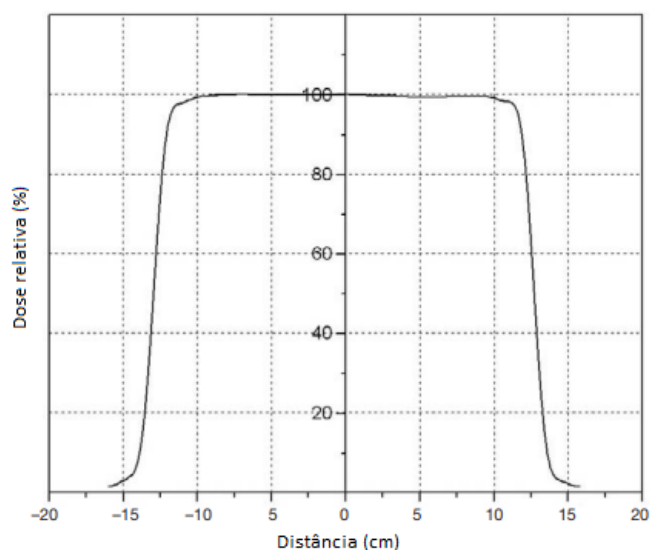
Figura 7 – Porcentagem de dose em profundidade (PDP) para feixes de elétrons.



Fonte: adaptada de (STRYDOM W.AND PARKER; OLIVARES; PODGORSK, 2005)

eixo, é obtido uma matriz de dose volumétrica que fornece informações em 2D e 3D da distribuição de dose (PODGORSK, 2005).

Figura 8 – Perfil de dose para feixe de elétrons de 12 MeV.



Fonte: adaptada de (STRYDOM W.AND PARKER; OLIVARES; PODGORSK, 2005)

2.3 Programas Computacionais

2.3.1 ELEGANT (*Electron Generation And Tracking*)

O código ELEGANT permite a adição de erros aleatórios a praticamente qualquer parâmetro de qualquer elemento do acelerador. Sendo possível a correção de alguns parâmetros como: a trajetória das partículas, o número de oscilações que o feixe faz a cada passo no acelerador, a variação das oscilações em relação ao momento, além de computar os parâmetros de Twiss em uma dada localização, rastrear (*track*), entre diversas outras operações (BORLAND, 2000).

Como muitos outros códigos de aceleradores, o ELEGANT realiza otimização de aceleradores. Este é capaz de otimizar uma função definida pelo usuário, entre elas: matrizes de transferência, funções beta, entre outras. Também possui a capacidade de otimizar resultados de rastreamento de uma função relacionada aos parâmetros do feixe em um ou mais locais (BORLAND, 2000). Além disso, todo o processo de otimização do código ELEGANT é realizado no vácuo, de forma que, por exemplo, a avaliação da deposição de dose não pode ser realizada (WHITMORE et al., 2021).

2.3.2 TOPAS (*Tool for Particle Simulation*)

O código TOPAS envolve e estende o conjunto ferramental de simulação *Geant4* (PERL et al., 2012), de forma que através do método Monte Carlo, é possível simular a passagem de partículas através da matéria, avaliando a deposição de dose em um meio material (WHITMORE et al., 2021). Através da utilização do código TOPAS é possível construir e controlar uma extensa biblioteca, onde estão presentes uma gama de objetos, como componentes geométricas, fontes de partículas, entre outros (PERL et al., 2012).

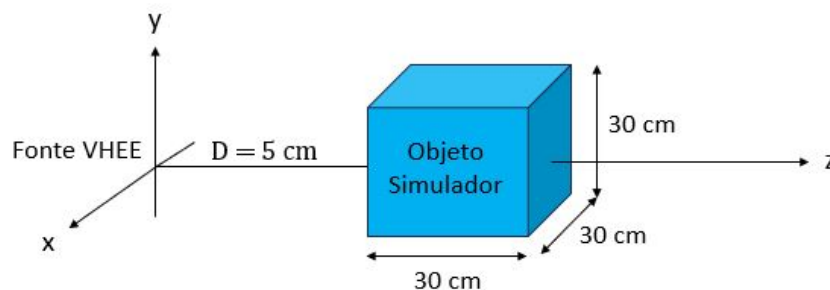
3 METODOLOGIA

O capítulo 3 é destinado à apresentação da metodologia empregada para realização deste trabalho, incluindo os parâmetros utilizados nas simulações e as análises realizadas nos resultados.

3.1 Simulações Monte Carlo

As simulações realizadas consistem em feixes VHEE que foram utilizados de forma a irradiar um objeto simulador composto por água. Para o entendimento de como os efeitos da focalização dos feixes VHEE impactam na distribuição de dose no objeto simulador, dois casos foram analisados, o caso em que o feixe é colimado e não é submetido a um sistema de focalização, e o caso em que o feixe é focalizado por um conjunto de quadrupolos magnéticos. Para o caso colimado (não focalizado), a geometria utilizada na simulação é composta por um espaço de deriva (D) de 5 cm entre a fonte dos feixes VHEE e o objeto simulador. A Figura 9 representa a geometria utilizada para o caso não focalizado. Para o caso focalizado, duas geometrias foram simuladas. A primeira, ilustrada na Figura 10, é composta por seis quadrupolos magnéticos, sete espaços de deriva e pelo objeto simulador posicionado após o último espaço de deriva. A segunda geometria, ilustrada na Figura 11, é composta por quatro quadrupolos magnéticos, cinco espaços de deriva e pelo objeto simulador posicionado após o último espaço de deriva. Ambas geometrias, para os casos focalizado e não focalizado, foram obtidas a partir do artigo de referência ([WHITMORE et al., 2021](#)).

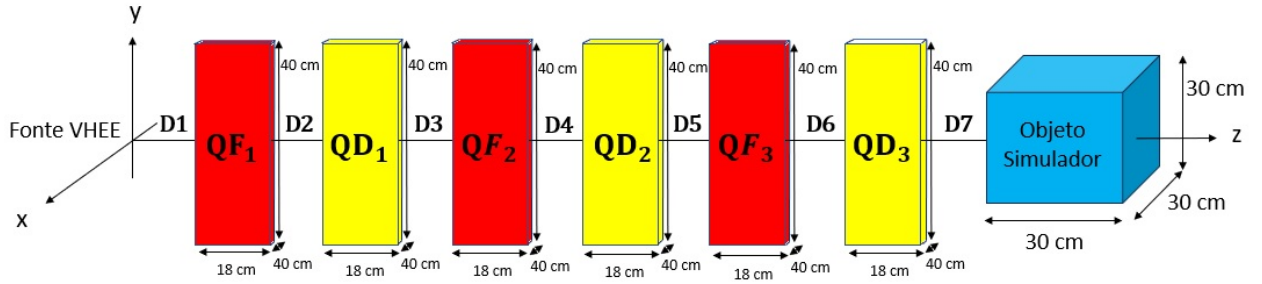
Figura 9 – Estrutura utilizada para o caso não focalizado.



Fonte: Autor

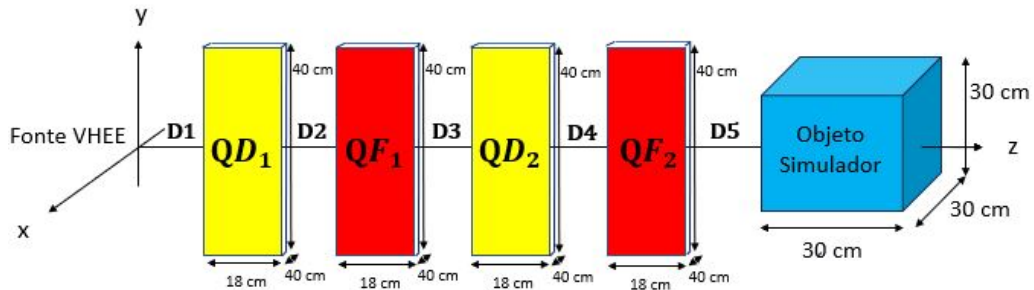
Simulações Monte Carlo foram realizadas através do código TOPAS ([PERL et al., 2012](#)), para feixes VHEE não focalizados e feixes VHEE focalizados, de forma a se avaliar a deposição de dose dentro do objeto simulador. Os feixes VHEE simulados, em ambos os

Figura 10 – Estrutura utilizada para o caso simetricamente focalizado.



Fonte: Autor

Figura 11 – Estrutura utilizada para o caso assimetricamente focalizado.



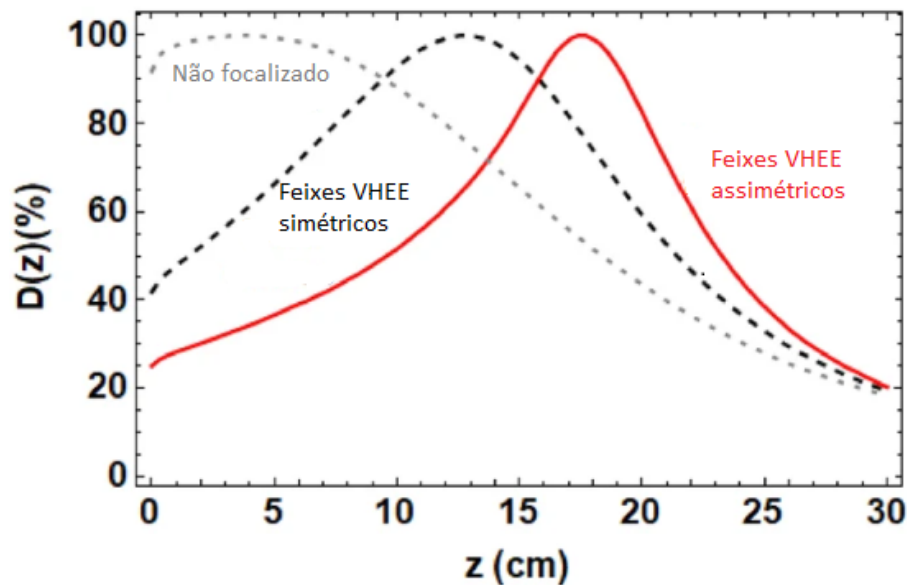
Fonte: Autor

casos, são compostos por 10^7 partículas, possuem distribuição espacial gaussiana em x e em y com médias em $x = 0$ e $y = 0$, e desvios padrão $\sigma_x = 4$ mm e $\sigma_y = 4$ mm, com distribuição gaussiana de energias, com energia média de 250 MeV e desvio padrão de 0,75% desse valor médio, e com divergência inicial de 3,2 mrad. Os quadrupolos magnéticos, presentes no caso focalizado, possuem dimensões de 40 cm x 40 cm x 18 cm. O objeto simulador preenchido com água, onde foi analisada a deposição de dose, possui dimensões de 30 cm x 30 cm x 30 cm, e foi dividido 101 vezes em cada plano, de forma que a dose depositada neste foi avaliada em voxels de $0,297 \times 0,297 \times 0,297$ cm³.

A focalização dos feixes VHEE, presente no artigo de referência (WHITMORE et al., 2021), considera dois tipos de feixes focalizados, feixes focalizados de forma simétrica (feixes VHEE simétricos) e feixes focalizados de forma assimétrica (feixes VHEE assimétricos). Em ambos os casos, simétricos e assimétricos, os feixes VHEE, quando gerados na fonte VHEE, possuem distribuição espacial gaussiana em x e em y com médias em $x = 0$ e $y = 0$, e desvios padrão $\sigma_x = 4$ mm e $\sigma_y = 4$ mm. Após esses feixes VHEE atravessarem o conjunto de quadrupolos magnéticos, representado na Figura 10, os feixes VHEE apresentam, na região de entrada do objeto simulador, tamanho similar em ambos os eixos (x e y) do plano transversal à propagação do feixe, sendo ditos feixes VHEE simétricos. Quando feixes VHEE atravessam o conjunto de quadrupolos magnéticos, representado na Figura 11, esses apresentam, na região de entrada do objeto simulador, diferentes tamanhos nos eixos (x

e y) do plano transversal à propagação do feixe, sendo ditos feixes VHEE assimétricos. A Figura 12, presente nos resultados de (WHITMORE et al., 2021), mostra que a PDP, produzida para o caso de feixes VHEE simétricos, apresenta a formação de um pico, onde a dose na região de entrada possui valor de 41,8% e a dose na região de saída possui valor em torno de 20%. No caso da PDP produzida pelos feixes VHEE assimétricos, é apresentada a formação de um pico mais estreito, onde a dose na região de entrada é menor, com valor de 25% e a dose na região de saída se manteve em torno de 20%, quando comparado ao caso anterior. Dessa forma, feixes VHEE assimétricos produzem, de forma mais interessante, uma maximização da dose em uma dada região dentro do objeto simulador, enquanto que minimiza a mesma sobre a região de entrada, quando comparado aos feixes VHEE simétricos.

Figura 12 – Comparação na PDP entre os feixes VHEE não focalizados, simétricos e assimétricos.



Fonte: (WHITMORE et al., 2021)

As simulações realizadas no código TOPAS utilizaram a mesma configuração do artigo (WHITMORE et al., 2021). Para o caso simétrico, adotou-se a geometria descrita no item 3.1 e ilustrada na Figura 10. As distâncias adotadas para os espaços de deriva e os gradientes de campo magnético utilizados em cada um dos seis quadrupolos magnéticos, listadas na Tabela 1, resultam na focalização dos feixes de elétrons em uma profundidade de 20 cm dentro do objeto simulador. Para o caso assimétrico, a geometria ilustrada na Figura 11 foi adotada. Os espaços de deriva e os gradientes de campo magnético de cada um dos quatro quadrupolos estão listados na Tabela 2, e também resultam na focalização dos feixes a 20 cm de profundidade dentro do objeto simulador.

Considerando esses valores apresentados, foram produzidos para o caso assimétrico, simétrico e não focalizado, as seguintes quantidades: porcentagem de dose em profundidade

Tabela 1 – Dados utilizados na validação das simulações para o caso simétrico.

Espaços de deriva (cm)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
	100,0	16,0	19,9	58,6	13,7	10,9	14,2
Gradientes dos quadrupolos (T/m)	QF1	QD1	QF2	QD2	QF3	QD3	
	9,3	-17,5	26,7	-5,5	20,9	-24,0	

Fonte: (WHITMORE et al., 2021)

Tabela 2 – Dados utilizados na validação das simulações para o caso assimétrico.

Espaços de deriva (cm)	D1	D2	D3	D4	D5
	100,0	79,9	102,9	70,3	22,1
Gradientes dos quadrupolos (T/m)	QD1	QF1	QD2	QF2	
	-10,5	10,6	-8,0	14,3	

Fonte: (WHITMORE et al., 2021)

(PDP) e perfis de dose. A porcentagem de dose em profundidade foi plotada considerando a dose depositada no voxel central dos eixos x e y , que corresponde ao voxel de número 50 nesses eixos. Os perfis de dose foram plotados para a região de máxima dose, região de entrada do objeto simulador (correspondente à superfície inicial do objeto simulador) e para a região de saída do objeto simulador (correspondente a superfície final do objeto simulador). Os valores de dose nos perfis foram normalizados de acordo com a dose máxima obtida no perfil de dose para a região de dose máxima. O programa GetData foi utilizado para extrair os dados dos gráficos do artigo referência (WHITMORE et al., 2021), de forma a utilizá-los nas comparações com os gráficos provenientes dos resultados das simulações realizadas. Para produção desses gráficos relativos a PDP e aos perfis de dose, o programa OriginLab foi utilizado. Além disso, para avaliar a incerteza associada aos valores de dose obtidos nas simulações, os desvios padrão associados a tais valores foram computados pelo TOPAS. Dado que os desvios padrão são pequenos se comparados aos valores de dose, sua visualização por barras de erros não seria adequada, uma vez que essas estariam sobrepostas aos valores de dose. Por esse motivo, para cada simulação apenas relatou-se o maior valor de desvio padrão (em termos da porcentagem de dose).

3.2 Definição do sistema de focalização

De forma a se definir os gradientes dos quadrupolos magnéticos e o tamanho dos espaços de deriva, necessários para focalizar o feixe em uma dada profundidade dentro do objeto simulador, o código ELEGANT (BORLAND, 2000) é utilizado. Sendo as simulações neste código realizadas no vácuo, as estruturas simuladas no ELEGANT, para cada um dos casos, consistem em um conjunto de quadrupolos magnéticos e espaços de deriva, onde

o último espaço de deriva possui comprimento de 30 cm e representa o objeto simulador. A Figura 13 representa a geometria utilizada no código ELEGANT para o caso simétrico, e a Figura 14 representa a geometria utilizada no código ELEGANT para o caso assimétrico. Em ambas geometrias, representadas nas Figuras 13 e 14 está destacado o último espaço de deriva, D8 e D6, que representam, respectivamente, o objeto simulador no caso simétrico e o objeto simulador no caso assimétrico.

Figura 13 – Estrutura dos quadrupolos no código ELEGANT (simétrico).



Fonte: Autor

Figura 14 – Estrutura dos quadrupolos no código ELEGANT (assimétrico).



Fonte: Autor

Os valores obtidos a partir dos processos das otimizações realizadas no artigo de referência (WHITMORE et al., 2021) para os casos simétrico e assimétrico estão relatados nas tabelas 1 e 2, respectivamente. Os valores dos parâmetros, ou seja, os tamanhos dos espaços de deriva e os gradientes dos quadrupolos magnéticos, foram fornecidos pelo ELEGANT a partir da definição de uma profundidade de focalização do feixe de elétrons de 20 cm no interior do objeto simulador. Como as simulações no código ELEGANT são realizadas no vácuo, espera-se uma diferença entre a posição focal do feixe no código ELEGANT e no código TOPAS, onde há a presença de um meio material. Além disso, dado que as simulações no código ELEGANT fornecem as intensidades de focalização, é necessário utilizar a Equação 2.42 para calcular a partir delas os gradientes do campo magnético dos quadrupolos, requeridos como parâmetros de entrada nas simulações com o TOPAS.

Através do formalismo matricial apresentado no capítulo 2, relacionado ao movimento de partículas em aceleradores, a Equação 2.67 permite avaliar a posição focal do feixe, através do conhecimento desses parâmetros de Twiss em uma dada posição ao longo da linha de transporte do feixe. Sendo o código ELEGANT capaz de encontrar os parâmetros de Twiss, é possível obter-se através deste os parâmetros de Twiss em uma determinada posição na linha de transporte. Esses parâmetros obtidos pelo código ELEGANT são definidos para intensidades de focalização e espaços de deriva específicos, de forma que é possível fazer a conexão entre a intensidade de focalização desses quadrupolos magnéticos com a posição focal dentro do objeto simulador. Assim, é possível de se avaliar, por exemplo, como a variação da intensidade de focalização dos quadrupolos magnéticos impacta na posição focal.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na sequência desse capítulo, resultados relacionados às simulações realizadas serão apresentados. Para o caso não focalizado, foram produzidos a porcentagem de dose em profundidade (PDP) e os perfis de dose nas regiões de entrada, de dose máxima e de saída do objeto simulador. A Figura 15 representa a PDP no objeto simulador preenchido com água para o caso não focalizado, onde foi realizada uma comparação com a PDP obtida de (WHITMORE et al., 2021). A Figura 16 representa os perfis de dose para as regiões de máxima dose, região de entrada e região de saída do objeto simulador, respectivamente, para o caso não focalizado. O maior desvio padrão obtido na PDP foi de 0,0000815% da dose. Tendo em vista esse valor de desvio, as barras de erro das medidas não foram plotadas, pois sua visualização não seria possível.

Para validação das simulações realizadas para o caso não focalizado, foram feitas comparações entre os dados destas e os dados do artigo (WHITMORE et al., 2021). Para os dados do artigo, foram utilizados os dados disponíveis e os dados extraídos dos gráficos presentes neste. Os resultados dessas comparações foram relatados nas tabelas 3 e 4. A Tabela 3 apresenta os valores obtidos para o tamanho do campo, largura a meia altura e o valor máximo do pico nas regiões de dose de entrada e de saída da Figura 16, para o caso não focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021), sendo apresentado o desvio, em percentual, na comparação destes valores. A Tabela 4 apresenta a comparação do valor de dose máxima na região de entrada e de saída, com a posição de dose máxima obtida para o caso não focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

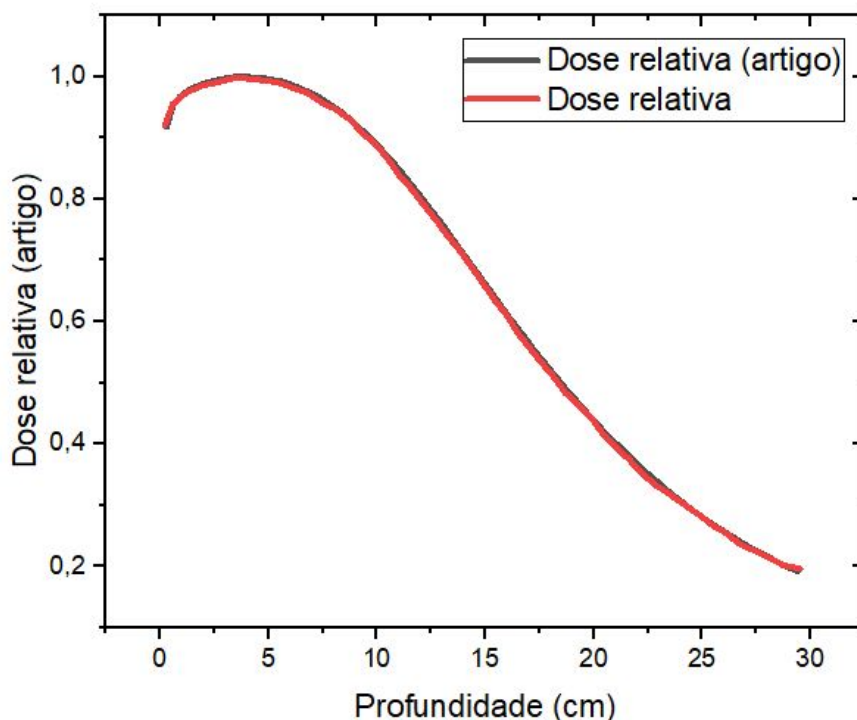
Tabela 3 – Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

Profundidade	Eixo	Dose máxima (%)		Desvio (%)	FWHM (cm)		Desvio (%)	Tamanho do campo (cm)		Desvio (%)
		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	x	91,81	91,90	0,10	0,98	1,00	2,30	3,32	3,30	0,61
	y	91,81	91,90	0,10	0,96	1,00	3,80	3,30	3,19	3,45
Saída ($z \approx 30$ cm)	x	18,10	18,00	0,56	2,35	2,30	2,17	12,19	12,50	2,48
	y	18,30	19,00	3,68	2,33	2,30	1,30	13,55	13,10	3,44

Fonte: Autor

Para o caso simetricamente focalizado, foram produzidos a PDP e os perfis de dose nas regiões de entrada, de dose máxima e de saída do objeto simulador. A Figura 17 representa a PDP no objeto simulador preenchido com água para o caso simetricamente focalizado, onde foi realizada uma comparação com a PDP obtida de (WHITMORE et al., 2021). A Figura 18 representa os perfis de dose para as regiões de máxima dose, região de

Figura 15 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso não focalizado.



Fonte: Autor

Tabela 4 – Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e de saída, e a posição de dose máxima obtida, com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

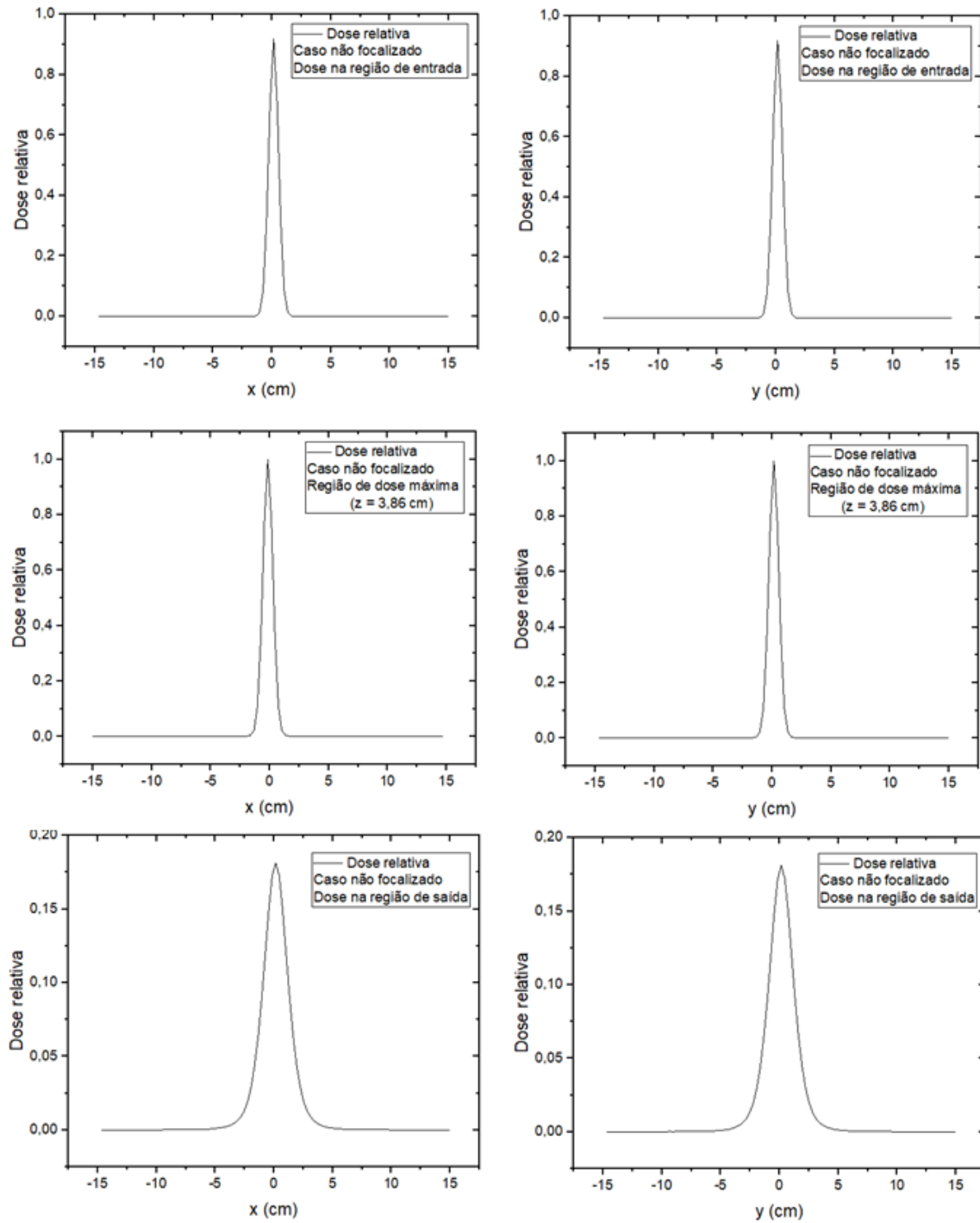
Profundidade	Dose relativa (%)		Desvio (%)
	Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	91,81	91,90	0,10
Pico de dose ($z \approx 3,86$ cm)	3,86	4,00	3,47
Saída ($z \approx 30$ cm)	18,80	19,00	1,05

Fonte: Autor

entrada e região de saída do objeto simulador, respectivamente, para o caso simetricamente focalizado. O maior desvio padrão obtido na PDP foi de 0,0000825% da dose. Tendo em vista esse valor de desvio, as barras de erro das medidas não foram plotadas, pois sua visualização não seria possível.

Considerando os resultados apresentados, o caso simetricamente focalizado apresentou valor de dose na região de entrada de 41,72%, enquanto o caso não focalizado apresentou valor de dose na região de entrada de 91,81%. A região de dose máxima, para o caso simetricamente focalizado, se demonstrou através da formação da região de pico, o qual ocorreu na profundidade de 13,06 cm dentro do objeto simulador. A região de dose máxima para o caso não focalizado, ocorreu na profundidade de 3,86 cm dentro do objeto

Figura 16 – Perfis de dose para o caso não focalizado.



Fonte: Autor

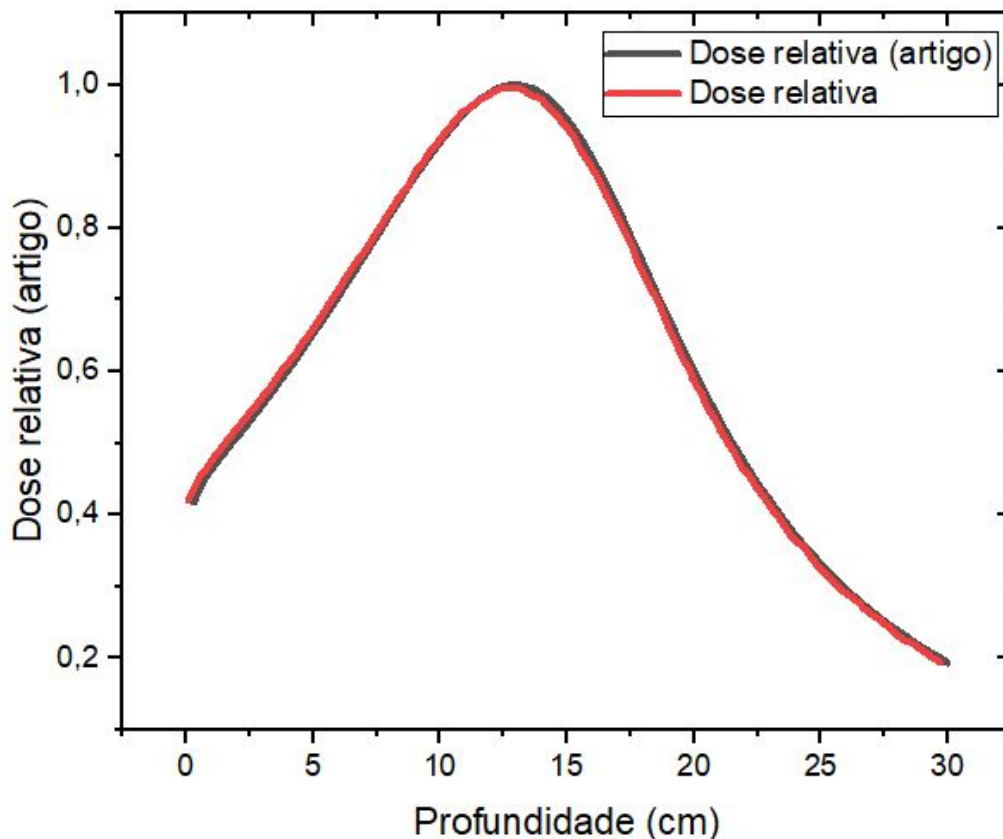
simulador. O valor de dose na região de saída, se manteve aproximadamente o mesmo para ambos casos, não focalizado e simetricamente focalizado, com valor em torno de 19%.

Percebe-se com isso, que com a presença da estrutura de focalização, composta pelo conjunto de quadrupolos magnéticos do caso simétrico na seção da metodologia, a

dose na região de entrada apresentou uma redução de 91,81% para 41,72%. A região de dose máxima apresentou a formação de uma região de pico, a qual é uma característica interessante em tratamentos radioterápicos, sendo que a profundidade de dose máxima sofreu uma alteração de 3,86 cm, no caso não focalizado, para 13,06 cm dentro do objeto simulador, no caso simetricamente focalizado.

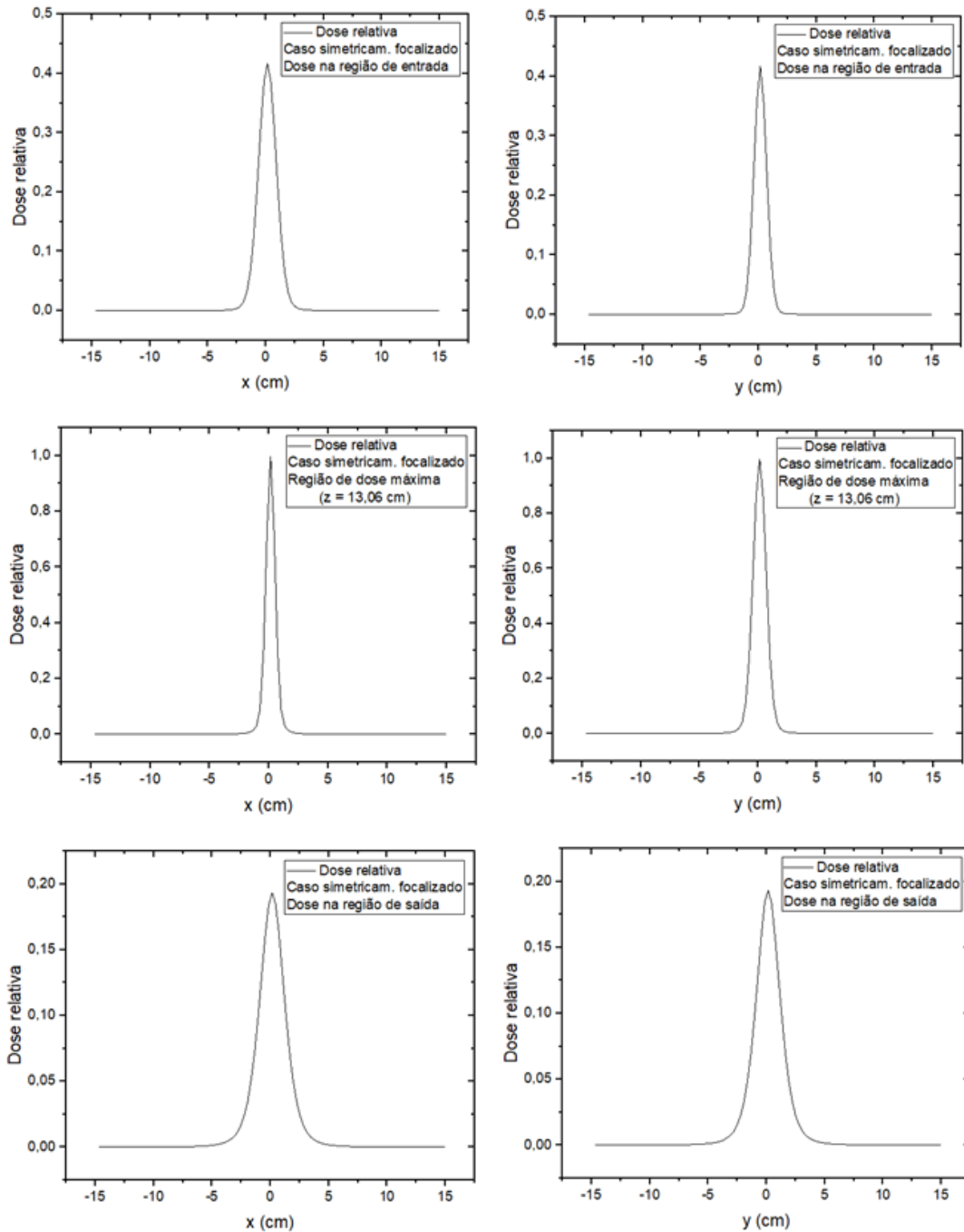
Para validação das simulações realizadas para o caso simétrico, foram feitas comparações entre os dados destas e os dados do artigo (WHITMORE et al., 2021). Para os dados do artigo, foram utilizados os dados disponíveis e os dados extraídos dos gráficos presentes neste. Os resultados dessas comparações foram relatados nas tabelas 5 e 6. A Tabela 5 apresenta os valores obtidos para o tamanho do campo, largura a meia altura e o valor máximo do pico nas regiões de dose de entrada e de saída da Figura 18, para o caso simetricamente focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021), sendo apresentado o desvio, em percentual, na comparação destes valores. A Tabela 6 apresenta a comparação do valor de dose máxima na região de entrada e de saída, com a posição de dose máxima obtida para o caso simetricamente focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

Figura 17 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso simetricamente focalizado.



Fonte: Autor

Figura 18 – Perfis de dose para o caso simetricamente focalizado.



Fonte: Autor

Para o caso assimetricamente focalizado, foram produzidos a PDP e os perfis de dose nas regiões de entrada, de dose máxima e de saída do objeto simulador. A Figura 19 representa a PDP no objeto simulador preenchido com água para o caso assimetricamente focalizado, onde foi realizada uma comparação com a PDP obtida de (WHITMORE et al., 2021). A Figura 20 representa os perfis de dose para as regiões de máxima dose, região de entrada e região de saída do objeto simulador, respectivamente, para o caso

Tabela 5 – Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose (simetricamente focalizado) com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

Profundidade	Eixo	Dose máxima (%)		Desvio (%)	FWHM (cm)		Desvio (%)	Tamanho do campo (cm)		Desvio (%)
		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	x	41,72	41,80	0,18	1,84	1,80	1,94	7,33	7,10	3,24
	y	41,72	41,80	0,18	1,35	1,40	3,57	5,56	5,35	3,93
Saída ($z \approx 30$ cm)	x	19,00	18,80	1,06	2,70	2,59	4,25	13,08	13,25	1,28
	y	19,30	19,00	1,58	2,62	2,50	4,80	14,50	13,85	4,69

Fonte: Autor

Tabela 6 – Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e de saída, e a posição de dose máxima obtida, com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021) (simetricamente focalizado).

Profundidade	Dose relativa (%)		Desvio (%)
	Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	41,72	41,80	0,18
Pico de dose ($z \approx 13,06$ cm)	13,06	12,60	3,65
Saída ($z \approx 30$ cm)	19,30	19,00	1,58

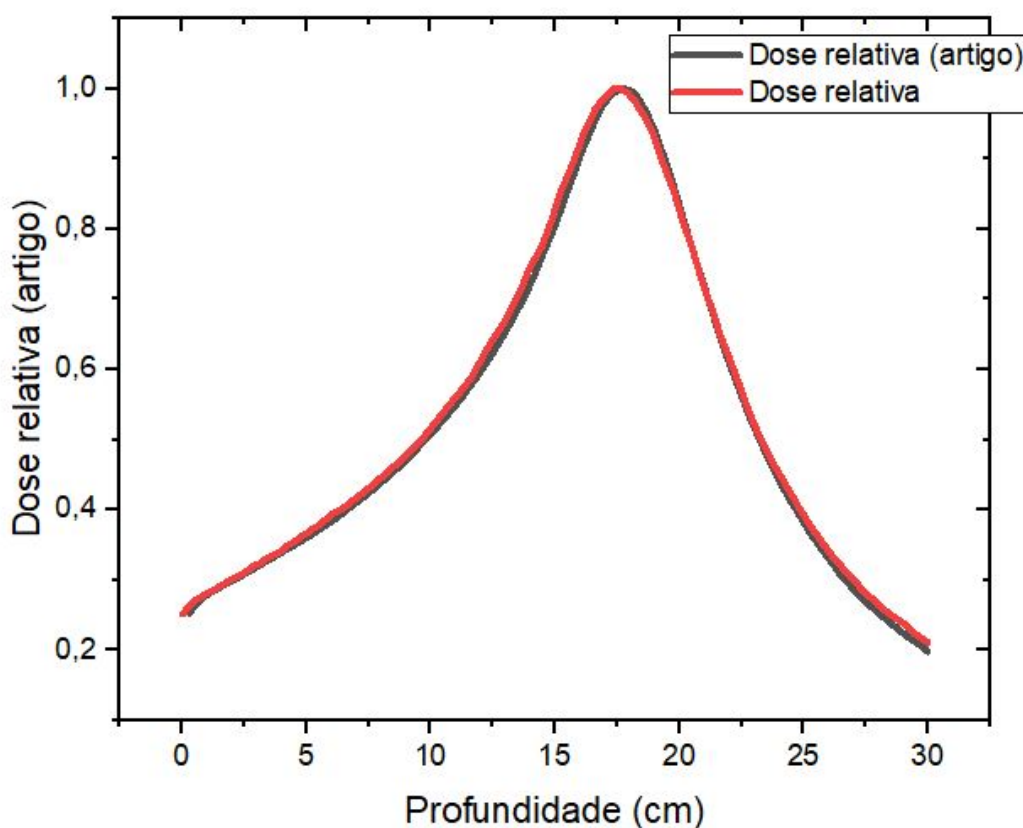
Fonte: Autor

assimetricamente focalizado. O maior desvio padrão obtido na PDP foi de 0,000115% da dose. Tendo em vista esse valor de desvio, as barras de erro das medidas não foram plotadas, pois sua visualização não seria possível.

Considerando os resultados apresentados, o caso assimetricamente focalizado apresentou valor de dose na região de entrada de 25,40%, enquanto que o caso simetricamente focalizado apresentou valor de dose na região de entrada de 41,72%. A região de dose máxima, para o caso assimetricamente focalizado, se demonstrou através da formação da região de pico mais estreito, quando comparado ao caso simétrico, o qual ocorreu na profundidade de 17,52 cm dentro do objeto simulador. A região de dose máxima para o caso simetricamente focalizado, ocorreu na profundidade de 13,06 cm dentro do objeto simulador. O valor de dose na região de saída, se manteve aproximadamente o mesmo para ambos casos, simetricamente focalizado e assimetricamente focalizado, com valor em torno de 20%. Além disso, notou-se, através do perfil de dose na região de entrada, para o caso assimétrico, um espalhamento da dose na região de entrada na direção da coordenada y, quando comparado ao caso simétrico.

Percebe-se com isso, que com a presença da estrutura de focalização, composta pelo conjunto de quadrupolos magnéticos do caso assimétrico na seção da metodologia, a dose na região de entrada apresentou uma redução de 41,72% para 25,40%. A região de dose máxima apresentou a formação de uma região de pico, a qual é uma característica interessante em tratamentos radioterápicos, sendo que a profundidade de dose máxima,

Figura 19 – Porcentagem de dose em profundidade para o caso assimetricamente focalizado.

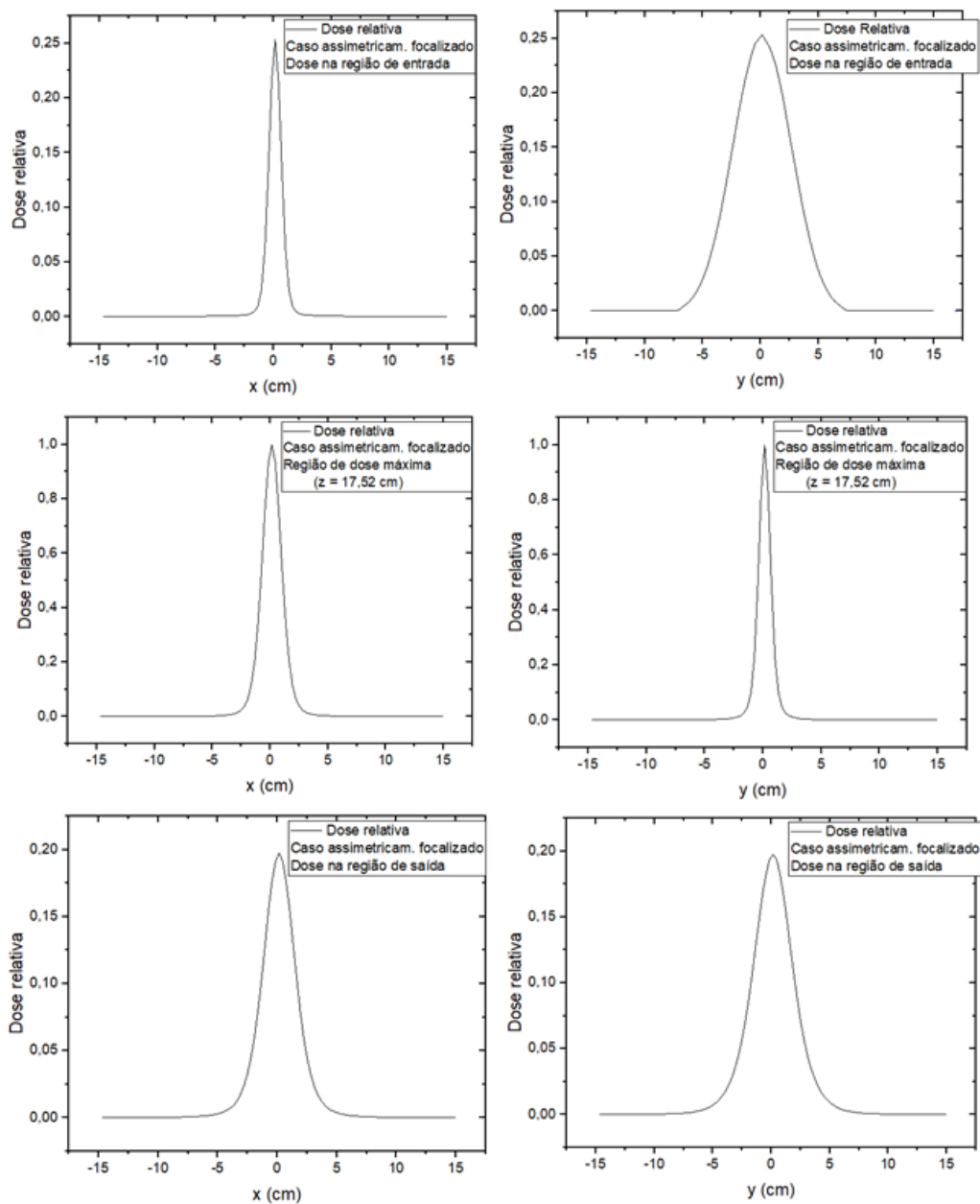


Fonte: Autor

sofreu uma alteração de 13,06 cm, no caso simetricamente focalizado, para 17,52 cm dentro do objeto simulador, no caso assimetricamente focalizado.

Para validação das simulações realizadas para o caso assimétrico, foram feitas comparações entre os dados destas e os dados do artigo (WHITMORE et al., 2021). Para os dados do artigo, foram utilizados os dados disponíveis e os dados extraídos dos gráficos presentes neste. Os resultados dessas comparações foram relatados nas tabelas 7 e 8. A Tabela 7 apresenta os valores obtidos para o tamanho do campo, largura a meia altura e o valor máximo do pico nas regiões de dose de entrada e de saída da Figura 20, para o caso assimetricamente focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021), sendo apresentado o desvio, em percentual, na comparação destes valores. A Tabela 8 apresenta a comparação do valor de dose máxima na região de entrada e de saída, com a posição de dose máxima obtida para o caso assimetricamente focalizado, em comparação com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

Figura 20 – Perfis de dose para o caso assimetricamente focalizado.



Fonte: Autor

Tabela 7 – Comparação dos valores obtidos dos gráficos de perfis de dose (assimetricamente focalizado) com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021).

Profundidade	Eixo	Dose máxima (%)		Desvio (%)	FWHM (cm)		Desvio (%)	Tamanho do campo (cm)		Desvio (%)
		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo		Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	x	25,40	25,00	1,60	1,28	1,35	4,89	4,18	4,00	4,50
	y	25,30	25,00	1,20	6,10	6,35	3,94	14,53	13,90	4,53
Saída ($z \approx 30$ cm)	x	19,80	20,00	1,00	2,91	3,00	3,00	12,42	12,00	3,50
	y	19,80	20,00	1,00	3,87	3,80	1,84	14,80	14,20	4,23

Fonte: Autor

Tabela 8 – Comparação dos valores obtidos de dose máxima na região de entrada e da posição de dose máxima com os dados extraídos de (WHITMORE et al., 2021) (assimetricamente focalizado).

Profundidade	Dose relativa (%)		Desvio (%)
	Simulação	Artigo	
Entrada ($z \approx 0$ cm)	25,40	25,00	1,60
Pico de dose ($z \approx 17,52$ cm)	17,52	17,40	0,69
Saída ($z \approx 30$ cm)	19,80	20,00	1,00

Fonte: Autor

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Simulações de Monte Carlo foram realizadas para feixes VHEE não focalizados e feixes VHEE focalizados de forma simétrica e assimétrica, de forma a se avaliar a deposição de dose dentro do objeto simulador composto por água. As simulações para ambos casos, foram realizadas com os mesmos parâmetros do artigo ([WHITMORE et al., 2021](#)). Para análise do comportamento da deposição de dose dentro desse objeto, foram produzidos gráficos de porcentagem de dose em profundidade e perfil de dose para as regiões de entrada, de dose máxima, e de saída do objeto simulador. Os gráficos obtidos, resultantes dessas simulações realizadas, foram comparados com os resultados do artigo ([WHITMORE et al., 2021](#)) de modo a se validar essas simulações. As comparações realizadas para a porcentagem de dose em profundidade e os perfis de dose foram apresentadas através de tabelas. Com relação às curvas de porcentagem de dose em profundidade, os valores de dose obtidos na região de entrada e na saída do objeto simulador, foram comparados com os valores apresentados na referência ([WHITMORE et al., 2021](#)) (ver tabelas 4, 6 e 8), apresentando desvios entre 0% e 4%. As profundidades de ocorrência dos picos de deposição de dose também foram comparadas, e os desvios obtidos foram inferiores a 4%. Com relação aos perfis de dose, os valores do tamanho de campo, da largura a meia altura e o valor de dose máxima, nas regiões de entrada e saída do objeto simulador, foram comparados com valores apresentados na referência ([WHITMORE et al., 2021](#)) (ver tabelas (3, 5 e 7)), apresentando desvios entre 0% e 5%. Considerando que parte desses desvios está possivelmente relacionada com a "extração dos valores a partir dos gráficos", devido a não estarem disponíveis, os mesmos se demonstraram razoáveis/aceitáveis.

Ainda em relação às curvas de porcentagem de dose em profundidade para ambos os casos, não focalizado, simetricamente focalizado e assimetricamente focalizado, estas apresentaram comportamento similar ao do artigo ([WHITMORE et al., 2021](#)), assim como os perfis de dose nas regiões de entrada e de saída. Considerando o comportamento dos resultados obtidos, e os desvios associados às comparações realizadas, as simulações realizadas foram consideradas aceitáveis. Além disso, as simulações realizadas demonstraram que, através de um sistema de focalização composto por quadrupolos magnéticos, é possível de se obter uma deposição de dose reduzida na região de entrada, enquanto ocorre uma maximização da dose, através de uma região de pico, em uma dada profundidade dentro de um objeto simulador, o qual reproduz de forma interessante as propriedades do corpo humano.

Por questões de limitação de tempo, esse trabalho se limitou a reproduzir resultados do artigo de referência ([WHITMORE et al., 2021](#)). Todavia, através deste trabalho, foi

possível assimilar as técnicas necessárias para realização das simulações, assim como o aprendizado relacionado aos códigos ELEGANT e TOPAS. Em futuros trabalhos, essa tecnologia desenvolvida será utilizada de forma a se avaliar o comportamento da radioterapia VHEE focalizada em casos clínicos, como em tratamentos de tumores.

REFERÊNCIAS

- WHITMORE, L. et al. Focused VHEE (very high energy electron) beams and dose delivery for radiotherapy applications. *Sci Rep*, v. 11, n. 1403, 2021.
- CARUSO, F.; CARVALHO, B.; SANTORO, A. *O Mundo das Partículas de Hoje e de Ontem*. Rio de Janeiro: CBPF, 2000. 117-130 p.
- BERNIER, J.; HALL, E. J.; GIACCI, A. Radiation oncology: a century of achievements. *Nature Reviews*, Nature, v. 4, p. 737–745, 2004.
- TARDELLI, T. *A Física De Altas Energias e a Terapia De Câncer Com Prótons: Motivações e Perspectivas*. 46 f. Monografia (Undergraduate thesis) — Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Brazil, 2010.
- DERENEVICK, J. *AVALIAÇÃO DE DOSE PERIFÉRICA EM EQUIPAMENTOS DE RADIOTERAPIA COM FEIXES DE FÓTONS DE DIFERENTES ENERGIAS*. 46 p. Dissertação (Mestrado) — UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, PARANÁ, 2020.
- PINHEIRO, C. *ACELERADORES LINEARES PARA APLICAÇÕES MÉDICAS*. 127 p. Dissertação (Mestrado) — CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE SANTA CATARINA – UNIDADE DE FLORIANÓPOLIS, Florianópolis,, 2008.
- CALABRESI, M. *Análise da Viabilidade de Simulações com Feixes de Prótons de 150 MeV com Alvos Heterogêneos*. 42 f. Monografia (Undergraduate thesis) — Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Brazil, 2009.
- BRUM, F. *Estudo da Interação de Prótons com o Meio Biológico Considerando Espalhamento Coulombiano e o Uso do Método Monte Carlo*. 47 f. Monografia (Undergraduate thesis) — Instituto de Matemática e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Brazil, 2021.
- GETACHEW, A. *STOPPING POWER AND RANGE OF PROTONS OF VARIOUS ENERGIES IN DIFFERENT MATERIALS*. 50 p. Dissertação (Mestrado) — ADDIS ABABA UNIVERSIT, Etiópia, 2007.
- KONSKI, A. et al. Is proton beam therapy cost effective in the treatment of adenocarcinoma of the prostate? *JOURNAL OF CLINICAL ONCOLOGY*, v. 25, n. 24, 2008.
- RONGA, M. et al. Back to the future: Very high-energy electrons (VHEEs) and their potential application in radiation therapy. *Cancers*, v. 13, n. 4942, 2021.
- CÁBIA, N. C. *Radioterapia com elétrons*. 66 f. Monografia (Undergraduate thesis) — Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Brazil, 2009.
- BRUINVIS, I. Doctoral Thesis, *ELECTRON BEAMS IN RADIATION THERAPY Collimation, Dosimetry and Treatment Planning*. Netherlands: [s.n.], 1987. 137 f.

- KOKUREWICZ, K. et al. An experimental study of focused very high energy electron beams for radiotherapy. *Communications Physics*, v. 4, n. 33, 2021.
- TOMAS, R. Overview of the compact linear collider. *Review of Modern Physics*, v. 13, n. 014801, 2010.
- ESAREY, E.; SCHROEDER, C. B.; LEEMANS, W. P. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators. *RevModPhys*, v. 81, n. 1229, 2009.
- PAPIEZ, L.; DESROSIERS, C.; MOSKVIN, V. Very high energy electrons (50 – 250 mev) and radiation therapy. *Technology in Cancer Research Treatment*, Adenine Press, v. 1, n. 2, 2002.
- KRIM, D. et al. Monte carlo modeling of focused very high energy electron beams as an innovative modality for radiotherapy application. *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A: 167785*, Elsevier, v. 1047, p. 13, 2020.
- KOKUREWICZ, K. et al. Focused very high-energy electron beams as a novel radiotherapy modality for producing high-dose volumetric elements. *Sci Rep*, v. 9, n. 10837, 2019.
- BOURHIS, J.; STAPNES, S.; WUENSCH, W. *Adapting CLIC tech for FLASH therapy*. [S.l.], 2020. Disponível em: <<<https://cerncourier.com/a/adapting-clic-tech-for-flash-therapy/>>>.
- WIEDEMANN, H. *Particle Accelerator Physics*. 4. ed. Stanford University: Springer International Publishing AG, 2015.
- SEPTIER, A. *Focusing of Charged Particles*. 1. ed. UNIVERSITÉ DE PARIS: ACADEMIC PRESS, 1967.
- WOLSKI, A. *Beam Dynamics in High Energy Particle Accelerators*. 1. ed. University of Liverpool, UK: Imperial College Press, 2014.
- CONTE, M.; MACKAY, W. *An Introduction to the Physics of Particle Accelerators*. 2. ed. Brookhaven National Laboratory, USA: World Scientific Publishing Company, 2008.
- WENG, W.; MANE, S. *FUNDAMENTALS OF PARTICLE BEAM DYNAMICS AND PHASE SPACE*. 1. ed. UPTON, LONG ISLAND, NEW YORK 11973: AIP Conference Proceedings, 1992.
- ATTIA, M.; HASHIM, I. Studying the effect of the bending magnet parameters on focusing of charged particles in beam transport systems via the matrix representation method. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 1879, n. 032054, 2020.
- REISER, M. *Theory and Design of Charged Particle Beams*. [S.l.]: WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, 2008.
- ARPAIA, P. et al. Enhancing particle bunch-length measurements based on radio frequency deflector by the use of focusing elements. *Sci Rep*, v. 10, n. 11457, 2020.
- HOLZER, B. Beam optics and lattice design for particle accelerators. *arXiv: Accelerator Physics*, p. 171–206, 2013.

- WILLE, K. *The Physics of Particle Accelerators: An Introduction*. 1. ed. University of Dortmund, Germany: Clarendon Press, 2001.
- CHAUVIN, N. Space-charge effects. *arXiv:1410.7991*, CERN Yellow Report CERN, p. 63–83, 2014.
- FERRARIO, M.; MIGLIORATI, M.; PALUMBO, L. Space charge effects. *arXiv: Accelerator Physics*, arXiv:1601.05214, p. 331–356, 2014.
- ALESINI, D. Linac. *arXiv:2103.16500*, CERN, p. 31, 2021.
- FERRARIO, M. Space charge mitigation. *CERN Yellow Rep.School*, CERN, p. 177, 2018.
- STUPAKOV, G.; HUANG, Z. Space charge effect in an accelerated beam. *PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - ACCELERATORS AND BEAMS*, v. 39, n. 014401, 2008.
- UEHLING, E. An experimental study of focused very high energy electron beams for radiotherapy. *Review of Nuclear Science*, v. 4, n. 1, p. 315–350, 1954.
- MATSUSHIMA, L. Doctoral Thesis, *Determinação das curvas de isodose e confirmação do planejamento em Radioterapia de Intensidade Modulada - IMRT convencional empregando as técnicas de termoluminescência, luminescência opticamente estimulada e detectores semicondutores*. Sao Paulo: [s.n.], 2015. 156 f.
- MENDONÇA, J. C. G. *AVALIAÇÃO DA TAXA DE ALTERAÇÕES CROMOSSÔMICAS INSTÁVEIS EM SANGUE HUMANO IRRADIADO POR RAIOS X: ESTABELECIMENTO DE CURVA DOSE-RESPOSTA*. 81 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, Vitória de Santo Antão, 2017.
- PODGORSAK, E. *Radiation Oncology Physics: A Handbook for Teachers and Students*. 1. ed. Vienna, Austria: IAEA, 2005.
- SABINO, T. *Estudo e validação da dosimetria em condições de não referência*. 61 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- STRYDOM W.AND PARKER, W.; OLIVARES, M.; PODGORSK, E. Electron beams: Physical and clinical aspects. IAEA, Vienna, Austria, v. 1, 2005.
- BORLAND, M. Elegant: A flexible sdds-compliant code for accelerator simulation. United States, 2000. Disponível em: <<<https://www.osti.gov/biblio/761286>>>.
- PERL, J. et al. Topas: an innovative proton monte carlo platform for research and clinical applications. *Med Phys*, v. 39, n. 11, 2012.