

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

**Título: Efeito da Física não linear na produção de quarks pesados em interações fóton-próton e fóton-núcleo à altas energias**

**Celso Rodrigues Sena**

Pelotas, 2018



Celso Rodrigues Sena

**Efeito da Física não linear na produção de quarks pesados em interações fóton-próton e fóton-núcleo à altas energias**

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves (IFM-UFPel) e coorientação do Dr. Gláuber Sampaio dos Santos (IFM-UFPel) e apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, em preenchimento final para à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves

Coorientador: Dr. Gláuber Sampaio dos Santos

Pelotas, 2018



**Celso Rodrigues Sena**

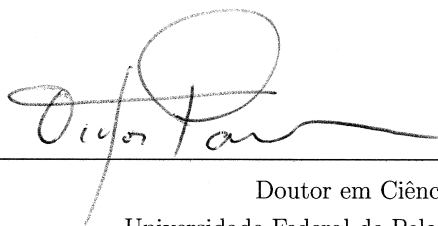
Título: Efeito da Física não linear na produção de quarks pesados em interações fóton-próton e fóton-núcleo à altas energias

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 30 de Julho de 2018

Banca examinadora:

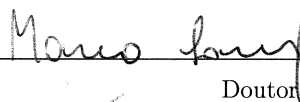
Victor Paulo Barros Gonçalves (Orientador)



---

Doutor em Ciências  
Universidade Federal de Pelotas

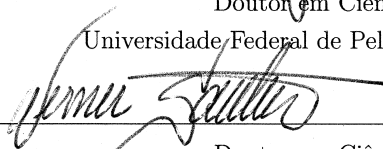
Mario Luis da Silva



---

Doutor em Ciências  
Universidade Federal de Pelotas

Werner Krambeck Sauter



---

Doutor em Ciências  
Universidade Federal de Pelotas

Marcos André Betemps Vaz da Silva



---

Doutor em Ciências  
Instituto Federal Sul-rio-grandense



*Em memória de meu pai, João Sena da Silva,  
À compreensão e dignidade de minha mãe e meus irmãos,  
À minha eterna namorada e futura esposa Stephanne ....*





## AGRADECIMENTOS

Sou grato a Deus não apenas por concluir este trabalho, mas por ter me dado a graça de ter a Família que tenho.

Agradeço à minha família por todo amor e incentivo desde cedo para o estudo e a minha vinda para cidade de Pelotas. Em particular e com muito amor agradeço minha mãe Maria Izuila Rodrigues (não tenho palavras para descrever a importância que tens para mim), uma pessoa extraordinária e por ter estado tão próxima, mesmo estando longe. Agradeço minha amiga e namorada distante, mas não menos presente, Stephanne Brasiliana Oliveira Rodrigues, pelo incansável incentivo e por seus valiosos conselhos, e por compreender a distância.

Ao Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves, pela oportunidade (serei eternamente grato), pela compreensão e paciência, pelo conhecimento transmitido, pela amizade e por ter contribuído tanto no meu desenvolvimento nestes dois anos de orientação.

Agradeço ao coorientador, Dr. Gláuber Sampaio dos Santos, a amizade durante estes anos e os conhecimentos compartilhados com tanta generosidade, pelo auxílio com a linguagem de programação e correções deste trabalho.

Ao meu amigo Lecione Cavalcante dos Santos pelo companheirismo durante o tempo que estive em Pelotas.

Aos colegas da Pós-Graduação: Jean Reis, Cesar Eduardo, Gilvana Penedo, Andrew Welvis e Leandro Gonzales com os quais compartilhei bons momentos durante o mestrado.

A todos aqueles que de uma forma ou de outra possibilitaram que este trabalho fosse realizado, em especial o colega Bruno Moreira.

Também gostaria de agradecer à Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela bolsa de estudo.

Ao Programa de Pós-Graduação em Física pela oportunidade de estudo.



## RESUMO

SENA, Celso Rodrigues, **Efeito da Física não linear na produção de quarks pesados em interações fóton-próton e fóton-núcleo à altas energias** 2018, 98p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

A descrição da estrutura dos hádrons no regime de altas energias presentes em colisões próton-próton, próton-núcleo e núcleo-núcleo no Grande Colisor de Hádrons (LHC) é uma questão em aberto. Neste regime, os hádrons são compostos por uma grande quantidade de glúons, os quais podem interagir entre si. Tal interação é descrita por correções não lineares na dinâmica das interações fortes. Neste trabalho investigamos as implicações fenomenológicas da dinâmica não linear via produção de quarks pesados em interações fóton-próton e fóton-núcleo, considerando a abordagem de dipolos de cor. Em particular, apresentamos nossos resultados para a produção de quarks charm e bottom em colisões  $ep/eA$  bem como em colisões ultraperiféricas  $pp/pA$ . Nesta dissertação analisamos os observáveis de seção de choque total, seção de choque reduzida e as razões nucleares para a produção de quarks pesados em processos induzidos por fótons. Nossos resultados indicam que o estudo destes observáveis podem ser utilizados para investigar a dinâmica da QCD em altas energias, em particular, os efeitos não lineares.

**Palavras Chave:** Cromodinâmica Quântica, Produção de quarks pesados, Interações fóton-hádron



## ABSTRACT

SENA, Celso Rodrigues, **Effect of nonlinear physics on the heavy quark production in photon-proton and photon-nucleus interactions at high energies** 2018, 98p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

The description of the hadron structure at high energies regime in proton-proton, proton-nucleus and nucleus-nucleus collisions at the Large Hadron Collider (LHC) is an open question. In this regime, hadrons are composed of a large number of gluons, which can interact with each other. Such an interaction is described by nonlinear corrections in the strong interaction dynamic. In this work we investigate the phenomenological implications of nonlinear dynamics on heavy quarks production in photon-proton and photon-nucleus interactions. In particular, we present our results for the charm and bottom production in  $ep/eA$  collisions as well as in  $pp/pA$  ultraperipheral collisions. In this dissertation we analyzed the total cross section, reduced cross section and nuclear ratios for heavy quark production in photon-induced process. Our results indicate that the study of these observables can be used to investigate the high energy QCD dynamics, in particular the nonlinear effects.

**Key-words:** Quantum Chromodynamics , Heavy quark production, Photon-hadron interactions



# SUMÁRIO

Pág.

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE TABELAS

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>A estrutura dos hádrons</b>	<b>23</b>
2.1	Espalhamento profundamente inelástico	23
2.2	Modelo de pártons	28
2.3	Cromodinâmica Quântica	30
2.4	Equações DGLAP	35
2.5	Dinâmica DGLAP para pequeno $x$	41
2.6	A equação de evolução BFKL	45
2.7	Saturação partônica	45
2.8	A equação de evolução não linear BK	47
2.9	Conclusão	50
<b>3</b>	<b>Representação de dipolos de cor</b>	<b>51</b>
3.1	DIS na representação de dipolos	51
3.2	Modelos fenomenológicos	54
3.2.1	Modelo de Golec-Biernat e Wüsthoff	55
3.2.2	Modelo de Iancu-Itakura-Munier	55
3.2.3	Modelo b-CGC	56
3.2.4	Modelo IP-Sat	57
3.2.5	Modelo rcBK	58
3.3	Comparação entre os modelos de $N$	58
3.4	Generalização nuclear dos modelos de saturação	61
3.5	Conclusão	62
<b>4</b>	<b>Eletroprodução de quarks pesados</b>	<b>65</b>
4.1	Função peso	65
4.2	Função de estrutura de quarks pesados	69
4.3	Seção de choque reduzida	71
4.4	Razões nucleares	73

4.5	Conclusão . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Fotoprodução de quarks pesados . . . . .</b>	<b>79</b>
5.1	Fotoprodução de quarks pesados em colisões $ep$ e $eA$ . . . . .	79
5.2	Fotoprodução de quarks pesados em colisões $pp$ e $pA$ . . . . .	81
5.3	Conclusão . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas . . . . .</b>	<b>87</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>89</b>



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Diagrama de espalhamento elétron-próton profundamente inelástico. . . . .	23
2.2 Espalhamento profundamente inelástico no modelo de pártons. O fóton com grande virtualidade interage diretamente com um dos constituintes do nucleon.	29
2.3 Propagadores da QCD. Figura retirada de [11]. . . . .	33
2.4 Vértices da QCD. Figura retirada de [11] . . . . .	33
2.5 Evolução da constante de acoplamento forte $\alpha_s$ em função de $Q$ . Figura extraída da Ref. [31]. . . . .	35
2.6 Estrutura do próton à altas energias. . . . .	36
2.7 Diagrama de emissão de glúons no estado inicial e final. . . . .	36
2.8 Processo de criação de pares por glúons no estado inicial. . . . .	37
2.9 Frações de momento da contribuição $\gamma^*q \rightarrow qg$ em $ep \rightarrow eX$ . . . . .	37
2.10 Representação da equação DGLAP para quarks. . . . .	39
2.11 Representação da equação DGLAP para glúons. . . . .	40
2.12 Distribuição partônica no próton como função da variável de Bjorken $x$ em uma escala $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Obtida pelo grupo MMHT2004 em ordem seguinte à dominante (NLO). Figura extraída da Ref. [40]. . . . .	41
2.13 Regiões de evolução partônica no próton e seus respectivos regimes cinemáticos. Figura extraída da Ref. [49]. . . . .	47
2.14 O processo de emissão de um glúon pelo par $q\bar{q}$ em (a) pode ser visto em (b) como a criação de um novo dipolo $q\bar{q}$ no limite de grande número de cores. . .	49
3.1 Amplitude elástica para o espalhamento $\gamma^*p$ na representação de dipolos de cor.	52
3.2 Amplitude $N(x, r)$ para diferentes modelos de dipolos considerando dois valores de $x$ . . . . .	59
3.3 Amplitude $N(x, r)$ para os modelos de dipolos dependentes de $b$ considerando dois valores de $x$ . . . . .	59
3.4 Amplitude $N(x, r)$ para diferentes modelos de dipolos considerando dois valores de $x$ . . . . .	60
3.5 Amplitude $N(x, r)$ para os modelos de dipolos dependentes de $b$ considerando dois valores de $x$ . . . . .	60
3.6 Amplitude $N_A(x, b, r)$ para $A = 208$ e colisão central ( $b = 0$ ) para os diferentes modelos de dipolos considerando dois valores distintos de $x$ . . . . .	62
4.1 Distribuição em $r$ da função peso para $x_m = 10^{-4}$ e dois conjuntos de valores de $Q^2$ . . . . .	66

4.2	Distribuição em $r$ da função peso do charm para $x_m = 10^{-4}$ e $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ fixos independentemente. . . . .	66
4.3	Distribuição em $r$ da função peso do bottom para $x_m = 10^{-4}$ e $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ fixos independentemente. . . . .	67
4.4	Distribuição em $r$ da função peso do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) para $x_m = 10^{-4}$ e $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ . . . . .	68
4.5	Distribuição em $r$ da função peso do charm para $x_m = 10^{-4}$ e dois valores de $Q^2$ , considerando os diferentes modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos. . . . .	68
4.6	Distribuição em $r$ da função peso do bottom para $x_m = 10^{-4}$ dois valores de $Q^2$ , considerando os diferentes modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos. . . . .	69
4.7	Função de estrutura do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) em termos de $x$ para $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ . . . . .	70
4.8	Função de estrutura do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) em termos de $Q^2$ para $x$ fixo. . . . .	70
4.9	Região cinemática do LHeC. Figura extraída da Ref. [88]. . . . .	71
4.10	Predições dos modelos do formalismo de dipolos de cor para a seção de choque reduzida de produção de charm em energias de HERA (painel a esquerda) e LHeC (painel a direita) em diferentes valores de virtualidade. Dados de HERA [90]. . . . .	73
4.11	Predições dos modelos do formalismo de dipolos de cor para a seção de choque reduzida de produção de bottom em energias de HERA (painel a esquerda) e LHeC (painel a direita) em diferentes valores de virtualidade. Dados de HERA [90]. . . . .	74
4.12	Predições do formalismo de dipolos de cor para as razões $R_2 = F_2^{Pb}/(208.F_2^p)$ , $R_L = F_L^{Pb}/(208.F_L^p)$ e $R_c = F_2^{c,Pb}/(208.F_2^{c,p})$ como função de $x$ considerando dois valores para virtualidade do fóton. . . . .	76
5.1	Diagrama do processo de fotoprodução de quarks pesados no sistema de dipolos. . . . .	80
5.2	Seção de choque total para a fotoprodução de charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito). . . . .	80
5.3	Dependência em energia das razões $R_{tot} = \sigma(\gamma Pb \rightarrow X)/[208.\sigma(\gamma p \rightarrow X)]$ (painel esquerdo) e $R_{tot}^c = \sigma(\gamma Pb \rightarrow c\bar{c})/[208.\sigma(\gamma p \rightarrow c\bar{c})]$ (painel direito) para o caso de fotoprodução ( $Q^2 = 0$ ). . . . .	81

5.4	Os campos eletromagnéticos das partículas em movimento a altas velocidades podem ser vistos como uma nuvem de fótons virtuais. No caso de uma colisão nuclear, o campo de fótons virtuais provenientes de um dos núcleos é incrementado pelo número de prótons $Z$ , e estes fótons podem interagir entre si ou com o outro núcleo. Figura extraída da Ref. [108]. . . . .	82
5.5	Diagramas típicos para a fotoprodução inclusiva de quarks pesados em colisões hadrônicas. . . . .	82
5.6	Distribuição de rapidez para a fotoprodução de charm (painel superior) e bottom (painel inferior) em colisões $pp(\sqrt{s} = 13 \text{ TeV})$ e $pPb(\sqrt{s} = 8,1 \text{ TeV})$ no LHC . . . . .	84



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
5.1 Seções de choque total para a fotoprodução inclusiva de charm em colisões $pp/pPb$ em energias do Run 2 do LHC considerando dois intervalos de rapidez.	85
5.2 Seções de choque total para a fotoprodução inclusiva de bottom em colisões $pp/pPb$ em energias do Run 2 do LHC considerando dois intervalos de rapidez.	85



# 1 INTRODUÇÃO

Muitos estudos foram feitos para responder a pergunta: do que a matéria é formada? As respostas levam a dividi-la em partes cada vez menores até chegarmos a uma descrição em termos de partículas elementares. As partículas elementares são organizadas no Modelo Padrão da Física de Partículas, as quais são divididas em férmions e bósons, com os férmions constituindo a matéria e os bósons sendo os mediadores das interações. A estrutura da matéria é descrita em termos de léptons, quarks e glúons, sendo estes dois últimos constituintes dos hádrons. Os hádrons (prótons, nêutrons e píons) são formados por quarks, os quais interagem através da troca de glúons. Graças aos glúons, os quarks se mantêm ligados para formar as partículas hadrônicas.

A dinâmica interna dos hádrons é descrita pela teoria das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (QCD). Esta possui duas características muito importantes: a liberdade assintótica e o confinamento, as quais estão sujeitas ao comportamento da constante de acoplamento forte que estabelece os regimes da QCD (perturbativo e não perturbativo). Neste trabalho estudaremos a QCD em interações fóton-próton e fóton-núcleo no regime de altas energias. Em altas energias, espera-se um forte crescimento do conteúdo de glúons dentro dos hádrons, advindo dos processos de emissão de glúons descritos pelas equações lineares de evolução da QCD: a DGLAP e BFKL. Em mais altas energias, o crescimento rápido das distribuições de glúons predito pelas equações lineares de evolução leva a resultados que violam a unitariedade da seção de choque. O processo responsável por diminuir o crescimento da distribuição de glúons com a energia é chamado de saturação de glúons, onde os efeitos de recombinação de glúons ( $gg \rightarrow g$ ) são descritos pelas equações não lineares de evolução da QCD. Para estudar este comportamento, vários modelos fenomenológicos baseados no formalismo de dipolos de cor foram desenvolvidos, sendo esta uma ferramenta poderosa para tratarmos os espalhamentos a altas energias, pois incluem os efeitos de saturação. Embora um grande avanço teórico e experimental tenha ocorrido nos últimos anos, duas importantes questões permanecem em aberto: primeiro, qual o modelo teórico correto para descrever o regime não linear e segundo, qual a região cinemática que estes efeitos são importantes.

Neste trabalho estudamos as implicações fenomenológicas dos efeitos não lineares na produção de quarks pesados em interações  $\gamma p$  e  $\gamma A$  presentes em HERA, no LHC e no futuro LHeC. Em particular, nesta dissertação apresentamos nossos resultados para a produção dos quarks charm e bottom em colisões  $ep/eA$  nas energias de HERA e do LHeC, e em colisões  $pp/pA$  nas energias do Run 2 do LHC. Esta dissertação está organizada da seguinte forma.

No capítulo 2 apresentamos o espalhamento profundamente inelástico (DIS), onde relacionamos a seção de choque fóton-próton com a função de estrutura do próton  $F_2$ , que são quantidades observáveis no experimento de DIS. Na sequência abordamos o DIS no modelo de pártons, o primeiro modelo para investigar a estrutura hadrônica. Também apresentamos uma breve introdução da Cromodinâmica Quântica (QCD) bem como das equações de evolução lineares DGLAP e BFKL baseadas em QCD perturbativa e suas soluções. Em seguida, descrevemos o limite de pequeno  $x$  para a evolução de glúons, o que mostra um rápido crescimento na população de glúons nesta região. Além disso, descrevemos qualitativamente a saturação partônica e por fim, abordamos a equação de evolução não linear BK e suas soluções de interesse para esta dissertação.

No capítulo 3 introduzimos o formalismo de dipolo de cor, o qual é um dos principais componentes de nossas previsões. Neste formalismo, a seção de choque é descrita de forma fatorada em termos da função de onda do fóton e da seção de choque dipolo-alvo. Em seguida, apresentamos os modelos fenomenológicos utilizados em nosso trabalho para a seção de choque dipolo-alvo, os quais levam em conta os efeitos de saturação. Encerramos o capítulo com a generalização destes modelos para o caso nuclear e mostramos uma comparação entre as distintas amplitudes de espalhamento de dipolos.

No capítulo 4 apresentamos nossos primeiros resultados para a produção de quarks pesados. Primeiramente, mostramos nossas estimativas para a função de estrutura dos quarks charm e bottom. Em seguida, apresentamos nossas previsões para a seção de choque reduzida em colisões  $ep$  nas energias de HERA e do LHeC, onde comparamos nossos resultados com os dados experimentais disponíveis de HERA. Além disso, estimamos as razões nucleares para futuros colisores  $eA$ .

No capítulo 5, realizamos um estudo da fotoprodução de quarks pesados no formalismo de dipolos, onde estimamos a seção de choque total e comparamos com os dados de HERA. Também apresentamos nossas previsões para a distribuição de rapidez para a fotoprodução de charm e bottom em colisões ultraperiféricas  $pp$  e  $pA$  bem como o resultado da seção de choque total em diferentes regiões de rapidez.

Por fim, no capítulo 6, apresentamos nossas conclusões e perspectivas.

Os resultados apresentados nesta dissertação fazem parte de um artigo publicado [1] e de outro submetido à publicação [2]. Além disso, estes resultados foram apresentados no evento: XIV Hadron Physics, realizado em Florianópolis-SC de 18 a 23 de março de 2018.



## 2 A estrutura dos hádrons

Este capítulo tem como objetivo introduzir o estudo da estrutura hadrônica, o qual é fundamental para tratarmos os processos envolvendo quarks e glúons da QCD no regime de altas energias. Para tanto, abordamos o espalhamento inelástico profundo, e a interpretação no modelo de pártons. Além disso, apresentamos as equações de evolução para a distribuição de pártons no hádron, e descrevemos os efeitos não lineares que surgem da dinâmica de altas densidades da QCD, os quais são de particular interesse nesta dissertação.

### 2.1 Espalhamento profundamente inelástico

A ideia do espalhamento profundamente inelástico (Deep Inelastic Scattering - DIS), representado na Fig. (2.1) é investigar a estrutura hadrônica no limite de altas energias, através da interação de um lépton de alta energia com um nucleon. Esta é a forma mais simples de sondar a estrutura hadrônica, pois somente uma das partículas participantes do espalhamento possui subestrutura [3–5]. O DIS elétron-próton [6] é representado como:

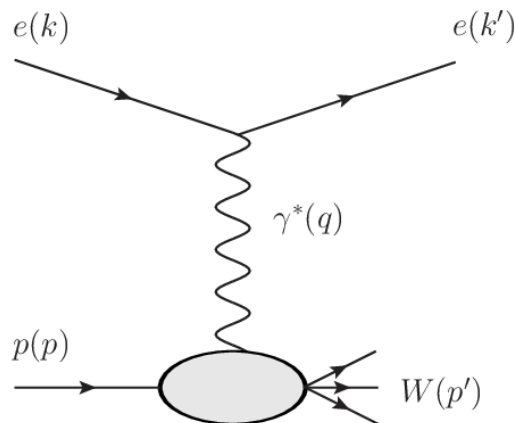


Figura 2.1 - Diagrama de espalhamento elétron-próton profundamente inelástico.

$$e(k)p(p) \rightarrow e(k')W(p') \quad (2.1)$$

onde  $e$  representa o elétron de quadrimomento  $k$  e  $k'$  (este último surge devido a troca de um fóton virtual de momento  $q$  entre o elétron e o próton de quadrimomento  $p$  e massa  $M$ ), e  $p'$  é o momento de estado final  $X$  (de massa invariante  $W$ ) resultante da fragmentação do próton [5,6]. Para estudarmos o DIS, consideramos três variáveis cinemáticas indepen-

dentres:

$$s = (k + p)^2, \quad (2.2)$$

$$q^2 = -Q^2, \quad (2.3)$$

$$W^2 = (q + p)^2. \quad (2.4)$$

A variável  $s$  corresponde ao quadrado da energia total do sistema lépton-nucleon no referencial do centro de massa e  $W^2$  é o quadrado da massa invariante do estado hadrônico final  $X$  e  $Q^2$  determina o poder de resolução com que o fóton virtual resolve a estrutura hadrônica [5, 7].

Quando a virtualidade do fóton trocado entre o elétron e o hádron satisfaz  $Q^2 \gg M^2$  [8], o fóton penetra na estrutura hadrônica, e o processo é dito profundo. Por outro lado, é caracterizado inelástico devido a  $W^2 \gg M^2$ , fragmentando o nucleon.

Se o próton fosse uma partícula pontual de spin 1/2, a análise do espalhamento elétron-próton seria idêntica aquela presente na descrição do espalhamento elétron-múon [6]. Porém esta abordagem é inadequada, pois o próton possui estrutura. Portanto, um tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  é introduzido para parametrizar nossa ignorância da estrutura do próton, de forma que ficamos com  $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}$  [8, 9], onde  $\mathcal{M}$  é a amplitude de espalhamento elétron-próton.

Em geral, os hádrons produzidos  $X$  não são identificados, somente é medido o momento do lépton no estado final. Processos deste tipo são chamados inclusivos. Quando é possível identificar todos os hádrons produzidos no estado final temos os chamados processos exclusivos [7].

No referencial de repouso do alvo (referencial do laboratório) temos que  $p = (M, 0, 0, 0)$ , e as variáveis  $s, q^2$  e  $W^2$  são reescritas da seguinte forma:

$$s = M(2E + M), \quad (2.5)$$

$$q^2 = -4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.6)$$

$$W^2 = M + 2M(E - E') + q^2, \quad (2.7)$$

onde a massa do lépton foi desprezada, e  $\theta$  é o ângulo de espalhamento do lépton. Aqui podemos identificar a energia transferida  $\nu$  como:  $\nu = (E - E')$ , com  $E$  e  $E'$  sendo respectivamente, a energia do lépton antes e depois da colisão. Frequentemente define-se

a variável  $\nu$  como segue  $\nu = \frac{p \cdot q}{M}$  [7]. Outras variáveis importantes no DIS são:

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{W^2 + Q^2 - M^2}{s - M^2}, \quad (2.8)$$

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - M^2}, \quad (2.9)$$

onde  $y$  é a inelasticidade, que no referencial de repouso do nucleon representa a fração da energia inicial do lépton transferida pelo fóton trocado,  $y = \nu/E$ ;  $x$  é a variável adimensional de Bjorken, a qual desempenha um papel importante no tratamento do DIS. Uma relação útil que conecta  $x$ ,  $y$  e  $Q^2$ , no regime de altas energias, é dada por [10]:

$$xy = \frac{Q^2}{s - M^2} \approx \frac{Q^2}{s}. \quad (2.10)$$

Como  $W^2 \geq M^2$ , a variável de Bjorken  $x$  e  $y$  assumem valores entre  $0 < x, y < 1$ .

O vértice hadrônico depende de três variáveis cinemáticas,  $p$ ,  $p'$  e  $q$ , mas devido a conservação de momentum há uma ligação entre estas variáveis e podem ser escritas como  $p + q = p'$ . Assim tem-se que o tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  depende somente de duas variáveis independentes [6, 11]. É visto que o tensor hadrônico é construído a partir da forma mais geral para um tensor de segunda ordem em termos de  $p$  e  $q$ ,

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu q^\nu + \frac{W_4}{M^4} p^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu), \quad (2.11)$$

tal que a contribuição antissimétrica é omitida, uma vez que  $W^{\mu\nu}$  aparece sempre contraído como o tensor simétrico  $L_{\mu\nu}$  na seção de choque de espalhamento elétron-próton. Os fatores de massa do próton ( $M$ ) são adicionados somente para que todos os  $W_i$  tenham a mesma dimensão. Com a conservação de corrente no vértice hadrônico,  $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$ , os quatro  $W_i$  não são independentes. Isto implica que podemos escrever  $W_4$  e  $W_5$  em termos de  $W_1$  e  $W_2$ , o que leva a

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left( p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right), \quad (2.12)$$

onde  $W_1$  e  $W_2$  são funções de estrutura inelásticas, as quais são funções das variáveis escalares de Lorentz que podem ser construídas a partir dos quadrimomentos do vértice hadrônico [6].

O vértice superior da Fig. (2.1) contribui para a seção de choque por meio do tensor leptônico  $L^{\mu\nu}$ , que pode ser obtido das regras de Feynman para QED [9, 12], o qual é dado

por

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{spins} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k') \gamma^\nu u(k)], \quad (2.13)$$

onde  $u(k)$  é o espinor associado ao elétron entrando no vértice,  $\bar{u}(k')$  é o espinor associado ao elétron saindo do vértice, e  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac. Utilizando o truque de Casimir podemos escrever a média sobre spins em termos de traços de matrizes de Dirac e dos momenta, que leva a seguinte expressão para o tensor leptônico [8,9]:

$$L^{\mu\nu} = 2[k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu + g^{\mu\nu}(m^2 - k' \cdot k)]. \quad (2.14)$$

No sistema de laboratório (alvo em repouso) a seção de choque diferencial inclusiva para o espalhamento descrito em (2.1) pode ser escrita como:

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{2MQ^4} \frac{E}{E'} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \quad (2.15)$$

O produto  $L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$  que aparece na equação (2.15), no referencial do laboratório é dado por:

$$L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4EE' \left[ W_2(\nu, q^2) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (2.16)$$

Incluindo o fator de fluxo e o fator de espaço de fase para este espalhamento, encontramos a seguinte seção de choque diferencial [8],

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[ W_2(\nu, q^2) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right], \quad (2.17)$$

onde  $d\Omega$  é o ângulo sólido que identifica a direção do lépton emergente do espalhamento e  $\alpha_{em} = e^2/4\pi$  é a constante de acoplamento eletromagnética. Uma abordagem mais geral, incluindo os vetores de polarização do fóton, permite separar a seção de choque em termos de seções de choque transversal e longitudinal, o que leva a [6, 8]

$$\sigma_T = \sigma_0 W_1(\nu, q^2), \quad (2.18)$$

$$\sigma_L = \sigma_0 \left[ \left(1 - \frac{\nu^2}{q^2}\right) W_2(\nu, q^2) - W_1(\nu, q^2) \right], \quad (2.19)$$

onde  $\sigma_0 = 4\pi^2 \alpha_{em} / (W^2 + M^2)$ . A seção de choque diferencial (2.17) pode ser reescrita em

termos das variáveis do DIS,

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d\sigma}{dydx} \right|_{lab} &= \frac{2\pi MEy}{E'} \frac{\alpha_{em}^2}{4E^2 \left(\frac{xyM}{2E'}\right)^2} \left[ 2W_1 \frac{xyM}{2E'} + W_2 \frac{E}{E'} \left( 1 - y - \frac{Mxy}{2E} \right) \right] \\
&= \frac{2\pi\alpha_{em}^2}{EMx^2y} \left[ xyMW_1 + E \left( 1 - y - \frac{Mxy}{2E} \right) W_2 \right] \\
&= \frac{2\pi\alpha_{em}^2}{EMx^2y} \left[ xy^2F_1 + \left( 1 - y - \frac{Mxy}{2E} \right) F_2 \right], \tag{2.20}
\end{aligned}$$

onde definimos as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$  adimensionais como sendo:

$$\begin{aligned}
F_1(x, Q^2) &\equiv MW_1(\nu, Q^2), \\
F_2(x, Q^2) &\equiv \nu W_2(\nu, Q^2).
\end{aligned}$$

Lembrando que  $y = \frac{Q^2}{2MEx}$ , podemos escrever a seção de choque do DIS como função de  $x$  e  $Q^2$ :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left[ xy^2F_1(x, Q^2) + \left( 1 - y - \frac{xyM^2}{2E} \right) F_2(x, Q^2) \right]. \tag{2.21}$$

Quando  $\sqrt{s} \gg M$ :

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} \approx \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left[ xy^2F_1(x, Q^2) + (1 - y)F_2(x, Q^2) \right]. \tag{2.22}$$

As funções  $F_1$  e  $F_2$  descrevem a estrutura do nucleon medida no espalhamento profundamente inelástico inclusivo. As funções de estrutura do DIS podem ser relacionadas, via teorema ótico, com a seção de choque total de absorção do fóton virtual com helicidade  $\lambda$  [10],

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{2\pi^2\alpha_{em}}{M\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \epsilon_{\mu}^{(\lambda)} \epsilon_{\nu}^{(\lambda)*} W^{\mu\nu}, \tag{2.23}$$

onde  $\epsilon_{\nu}^{(\lambda)}$  é o vetor de polarização do fóton virtual. Em termos de  $F_1$  e  $F_2$ , as seções de choque transversal e longitudinal são dadas por:

$$\sigma_L^{\gamma^*p} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} (F_2 - 2xF_1), \tag{2.24}$$

$$\sigma_T^{\gamma^*p} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} (2xF_1). \tag{2.25}$$

Também é possível definir as funções de estrutura longitudinal e transversal

$$F_T = 2xF_1, \quad (2.26)$$

$$F_L = F_2 - 2xF_1, \quad (2.27)$$

portanto, temos que a seções de choque  $\gamma^*p$  podem ser expressas por meio de

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*p} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_{L,T}(x, Q^2). \quad (2.28)$$

Observamos que  $F_L + F_T = F_2$ , conseqüentemente a seção de choque de fotoprodução virtual  $\sigma^{\gamma^*p}$  é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma^{\gamma^*p}(x, Q^2) &= \sigma_L^{\gamma^*p}(x, Q^2) + \sigma_T^{\gamma^*p}(x, Q^2) \\ &= \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2). \end{aligned} \quad (2.29)$$

## 2.2 Modelo de pártons

A ideia básica do modelo de pártons é representar o espalhamento inelástico a partir do espalhamento do fóton virtual com constituintes pontuais quase-livres do próton, quando observado de um referencial onde o próton move-se rapidamente [13], veja a Fig. (2.2). O fóton virtual interage com uma das partículas constituintes do próton (pártons), enquanto que os demais permanecem não-perturbados durante a interação. A interação com o próton ocorre como se este fosse uma partícula livre, sem estrutura [14, 15]. Portanto, os pártons comportam-se como um conjunto de partículas livres, movendo-se paralelamente ao hádron [5, 10] e cada partícula constituinte carrega uma fração do momento total do hádron inicial [15], satisfazendo a condição

$$\sum_i x_i p_i = p. \quad (2.30)$$

O modelo de pártons é baseado em duas hipóteses [15, 16]:

- 1) num referencial onde o hádron possui momentum  $p \rightarrow \infty$ , este comporta-se como um conjunto de partículas livres que se movem paralelamente ao hádron e que portam uma parcela  $x_i$  de seu momento total.
- 2) a seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma da seção de choque elástica lépton-párton, sendo estes pártons tratados como livres.

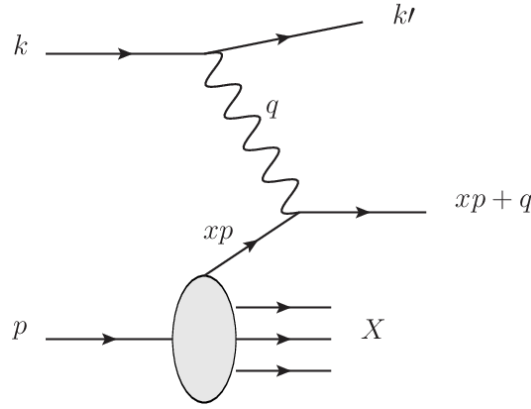


Figura 2.2 - Espalhamento profundamente inelástico no modelo de pártons. O fóton com grande virtualidade interage diretamente com um dos constituintes do nucleon.

Estas hipóteses aplicam-se num referencial relativístico, de forma que a massa dos pártons e o momentum transversal  $p_T$  possam ser desprezados, ou seja,

$$|p| \gg M, m_i, p_T. \quad (2.31)$$

Com base nas hipóteses do modelo, definimos  $q_i(x_i)$  como a probabilidade de encontrarmos um párton do tipo  $i$  no interior de um hádron, portando uma fração de momento  $x_i = p_i/p$ , onde  $x_i$  é a fração de momento portada pelo párton  $q_i$ . O número de pártons do tipo  $i$  no hádron é dado por:

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i. \quad (2.32)$$

A conservação de momentum implica que:

$$\sum_i \int_0^1 x_i q_i(x_i) dx_i = 1, \quad (2.33)$$

desta forma, somando sobre todas as frações de momento carregadas pelos pártons deve-se obter o momento total do hádron.

O modelo de pártons nos permite escrever a seção de choque diferencial  $\gamma^*$ -próton em função da seção de choque diferencial  $\gamma^*$ -pártons [6], ou seja,

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) \frac{d\sigma_i}{d\hat{t} d\hat{u}}, \quad (2.34)$$

onde a soma é feita sobre todos os pártons que portam carga elétrica (quarks), os quais

interagem com o fóton virtual e  $q_i$  é a probabilidade de encontrar um parton  $i$  dentro do próton carregando uma fração  $x$  de seu quadrimomento. Assim, introduzimos a distribuição de partons do tipo  $i$ ,  $q_i$ , no interior do nucleon. Uma outra relação que é uma consequência direta de que partons são férmions e possuem spin  $1/2$  é conhecida como relação de Callan-Gross [17], a qual é dada por

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = \sum_i e_i^2 x q_i(x). \quad (2.35)$$

A equação acima tem uma soma realizada sobre os sabores dos quarks e  $e_i$  é a fração de carga elétrica carregada pelo parton de sabor  $i$ . A equação (2.35), prediz o escalonamento de Bjorken para as funções de estrutura. Este escalonamento foi previsto por Bjorken [18, 19], e diz que a dependência em  $Q^2$  das funções de estrutura desaparece, assim tais funções dependem apenas de  $x$ . Isto ocorre no regime cinemático em que  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ . Feynman interpretou isto como uma evidência de que o próton é composto por partículas elementares, os partons.

Através das distribuições de quarks obtidas experimentalmente no DIS, verifica-se que

$$\sum_i \int_0^1 dx x q_i(x) \simeq 0,5, \quad (2.36)$$

indicando que os quarks e antiquarks portam metade do momento total do próton, outra metade do momento é portada por partons que não possuem carga elétrica (visto que partículas sem carga elétrica não interagem com o fóton de prova) associando estes aos glúons. Esta é a primeira evidência dos glúons, que não são identificados diretamente em experimento de DIS. Além disso, os dados experimentais indicavam que o escalonamento de Bjorken é violado logarithmicamente e, portanto, o modelo de partons deve ser aperfeiçoado.

### 2.3 Cromodinâmica Quântica

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria que descreve a mais intensa das interações fundamentais conhecidas, a interação forte entre quarks e glúons [20–22]. Trata-se de uma teoria quântica de campos com simetria local de gauge  $SU(3)$ , no qual há um grau de liberdade chamado carga de cor (correspondendo a três possíveis cores) [5, 6, 9, 23].

A descrição da QCD é fundamentada em um modelo de partículas elementares: os quarks, férmions de spin  $1/2$ , massivos e portam carga elétrica fracionária e carga de cor; e os glúons, bósons de spin  $1$ , sem massa, dotados de carga de cor mas não de carga elétrica. Os quarks interagem via troca de glúons, e os glúons também interagem entre si [22], visto que



o glúon é um objeto bicolor (cada glúon porta uma carga de cor e uma carga de anticor). Desta forma, além do vértice quark-glúon, há também o vértice glúon-glúon [8]. Esta é uma característica da QCD que não está presente na QED, visto que na QED existe somente vértice do tipo elétron-fóton. Na QED, os léptons possuem sabores (elétron, múon, tau, neutrino do elétron, neutrino do múon e neutrino do tau), e cada sabor tem um valor distinto de massa o mesmo acontece na QCD, onde os quarks possuem seis diferentes sabores, os quais são: up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) e top (t). O sabor é sempre conservado em interações fortes. Embora na QED exista somente um tipo de carga elétrica, na QCD existem três tipos de cargas de cor ( $N_c = 3$ ), cada uma com sua respectiva anticor: vermelho (r), azul (b) e verde (g) [9]. A cor é uma quantidade conservada, e todas as cores possuem o mesmo peso perante a interação forte [8].

Na QCD, os quarks e glúons estão associados a campos de interação [20]. Os campos de quarks são representados por espinores de Dirac de quatro componentes,  $\psi_i^f$  (índice de sabor  $f$  e de cor  $i$ ), e os campos de glúons são representados por oito campos de Yang-Mills,  $A_\mu^a$ . A interação de quarks e glúons é descrita pela lagrangiana da QCD. A forma da lagrangiana da QCD baseia-se em dois pressupostos confirmandos por observação experimental: todos os hádrons são constituídos de quarks [11] e quarks não podem ser observados como partículas livres. A lagrangeana foi proposta por Fritzsche, Gell-Mann e Leutwyler (1973) [24], Gross e Wilzek (1973, 1974) [25, 26] e Weinberg (1973) [27], sendo dada por

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \underbrace{\sum_{\text{sabores}(f)}^{N_f} \bar{\psi}^f [i\gamma^\mu D_\mu - m_f] \psi^f}_I - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}}_{II}. \quad (2.37)$$

A lagrangiana descreve a interação entre quarks de spin 1/2 com massas  $m_f$  e glúons de spin 1 com massas nulas. No que segue, faremos uma análise de cada termo da expressão acima. No primeiro termo  $I$  temos a soma sobre os  $N_f$  sabores ativos de quarks, aqueles que satisfazem  $m_f < Q$ , onde  $Q$  dá a escala de energia. Como cada sabor  $f$  manifesta-se em três diferentes cores  $i$ , pode-se representar o estudo de quarks no espaço das cores como

$$\psi^f = \begin{pmatrix} \psi_r^f \\ \psi_b^f \\ \psi_g^f \end{pmatrix},$$

$$\bar{\psi}^f = \left( \bar{\psi}_r^f \quad \bar{\psi}_b^f \quad \bar{\psi}_g^f \right),$$

onde  $\psi^f$  e  $\bar{\psi}^f$  são os spinores dos campos de quark e antiquark, respectivamente. Temos ainda que  $D_\mu = \gamma_\mu - ig(t^a A_\mu^a)$ , que é a derivada covariante,  $g$  é a constante de acoplamento

forte,  $A_\mu^a$  são os campos dos glúons com um índice de Lorentz  $\mu$  e de cor  $a = (1, 2, \dots, 8)$  e  $t^a$  são as matrizes de cor dos geradores do grupo SU(3), e cada campo gluônico atua na cor do quark através de uma destas matrizes [28]. O termo II que completa a lagrangiana está associado ao campo de glúons.  $F_{\nu\mu}^a$  é o tensor intensidade do campo de glúons  $A_\nu^a(x)$  e é dado por

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c. \quad (2.38)$$

Os fatores  $f^{abc}$  são as constantes de estrutura do grupo SU(3) (as quais são totalmente antissimétricas), definidas pela relação de comutação

$$[\lambda^a, \lambda^b] = if^{abc}\lambda^c. \quad (2.39)$$

Aqui podemos ver o caráter não Abelianiano que a QCD possui, visto que os geradores do grupo não comutam. As interações gluônicas estão presentes no termo  $F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}$ , o qual dá origem aos vértices de três e quatro glúons da QCD. Isto ocorre devido à presença do termo  $gf^{abc}A_\mu^b A_\mu^c$  que é o responsável pela auto-interação dos campos de glúons  $A_\mu^a$  [9, 11, 20].

Entretanto, a Eq. (2.37) não é a forma completa da lagrangiana da QCD, um termo de fixação de calibre deve ser adicionado a ela. Este surge devido à impossibilidade de se definir um propagador para o glúon sem uma escolha de gauge. Assim, as regras de Feynman para a propagação e interação de quarks e glúons só podem ser deduzidas após a introdução do termo de fixação de calibre dado por [11, 29]

$$\mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{2\lambda}(\partial^\mu A_\mu^a)^2. \quad (2.40)$$

A escolha do calibre covariante introduz graus de liberdade não-físicos, que podem ser cancelados mediante a subtração por um campo fictício, o qual cancela a contribuição não-física advinda da escolha de calibre. Este é chamado de campo fantasma de Faddeev-Popov [30], dado por

$$\mathcal{L}_{ft} = (\partial_\mu c^{a*})(\delta^{ac}\partial^\mu + gf^{abc}A_\mu^b)c^c, \quad (2.41)$$

sendo  $c^a(x)$  os campos fantasmas, que são escalares de Lorentz, e são responsáveis por cancelar os graus de liberdade não-físicos que aparecem ao se trabalhar com gauge covariante. Portanto, a Lagrangeana completa da QCD conta com mais termos além da lagrangiana clássica:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{cl} + \mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_{ft} \quad (2.42)$$

As regras de Feynman provenientes da Lagrangiana da QCD são mostradas nas Fig. (2.3)

$$\begin{aligned}
\begin{array}{c} j \\ \longrightarrow \\ p \\ \longrightarrow \\ i \end{array} &= \frac{i(\not{p} + m_f)}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon} \delta^{ij}, \\
\begin{array}{c} b \\ \dashrightarrow \\ k \\ \dashrightarrow \\ a \end{array} &= \frac{i}{k^2 + i\epsilon} \delta^{ab}, \\
\begin{array}{c} b \\ \text{~~~~~} \\ k \\ \text{~~~~~} \\ a \\ \nu \qquad \mu \end{array} &= \frac{-i D_{\mu\nu}(k)}{k^2 + i\epsilon} \delta^{ab},
\end{aligned}$$

Figura 2.3 - Propagadores da QCD. Figura retirada de [11].

$$\begin{aligned}
\begin{array}{c} j \\ \nearrow \\ \mu \\ \searrow \\ i \end{array} & \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ a \end{array} = i g_s \gamma^\mu (\lambda^a / 2)_{ji} \\
\begin{array}{c} b \\ \dashrightarrow \\ \mu \\ \dashrightarrow \\ c \end{array} & \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ a \end{array} = g_s p^\mu f^{abc} \\
\begin{array}{c} a \\ \nearrow \\ \mu \\ \searrow \\ c \end{array} & \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ \nu \end{array} \begin{array}{c} b \\ \nearrow \\ \rho \\ \searrow \\ d \end{array} \\
& \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{array} = -g_s f^{abc} [(p_1 - p_3)^\nu g^{\mu\rho} \\
& \qquad \qquad \qquad + (p_2 - p_1)^\rho g^{\mu\nu} + (p_3 - p_2)^\mu g^{\nu\rho}] \\
\begin{array}{c} a \\ \nearrow \\ \mu \\ \searrow \\ c \end{array} & \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ \nu \end{array} \begin{array}{c} b \\ \nearrow \\ \rho \\ \searrow \\ d \end{array} \\
& = -i g_s^2 [f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) \\
& \qquad \qquad \qquad + f^{ace} f^{bde} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) \\
& \qquad \qquad \qquad + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})]
\end{aligned}$$

Figura 2.4 - Vértices da QCD. Figura retirada de [11].

e (2.4). Uma escolha de gauge bastante comum é o calibre de Lorenz  $\partial^\mu A_\mu^a = 0$  [11]. A Fig. (2.3) mostra os propagadores de quarks (linha contínua), fantasmas (linha tracejada) e glúons (linha em forma de mola). Os vértices de interação são mostrados na Fig. (2.4).

No calibre de Lorenz, o fator  $D_{\mu\nu}(k)$  no propagador de glúon Fig. (2.3) é dado por

$$D_{\mu\nu}(p) = g_{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}, \quad (2.43)$$

sendo a escolha  $\xi = 0$  chamada de calibre de Landau e a escolha  $\xi = 1$  chamada de calibre de Feynman.

Existem ainda duas características básicas das interações fortes que devem ser levadas em conta na construção da teoria: o confinamento e a liberdade assintótica. A liberdade assintótica da QCD surge do processo de renormalização [20]. Em Teoria Quântica de Campos, a expansão perturbativa da amplitude de espalhamento além da ordem dominante é, em geral, divergente. A forma de regular as eventuais divergências é através do chamado método de renormalização. Uma teoria de campos renormalizável é aquela em que a renormalização de um número finito de parâmetros assegura resultados finitos para cálculos em todas as ordens em teoria de perturbação [22].

Antes de abordarmos qualitativamente o método de renormalização na QCD, iremos descrevê-la na QED. A renormalização é usada para lidar com infinitos que aparecem do cálculo de diagramas com laços. O processo consiste em assumir que os valores da massa e constante de acoplamento medidos experimentalmente já possuem fatores que compensam os infinitos. De forma sistemática ignora-se as contribuições divergentes de diagramas de mais alta ordem. Tem-se que o valor da constante de acoplamento possui um termo de correção finito que depende de  $Q^2$ , fazendo com que a constante de acoplamento  $\alpha_{em}(Q^2)$  seja variável. Assim, o acoplamento varia com a distância, que é inversamente proporcional à  $Q$ . Na QED, o acoplamento fica mais intenso quando as cargas aproximam-se (maior  $Q^2$ ). Isto pode ser entendido como a polarização do vácuo, devido a flutuações do fóton em pares elétron-pósitron ou em pares mais massivos. O vácuo atua como um tipo de meio dielétrico, blindando a carga de ordem dominante. Estas contribuições podem ser somadas explicitamente, levando a uma expressão para  $\alpha_{em}(Q^2)$ . No caso eletromagnético, esta dependência é muito suave, de forma que normalmente a aproximação  $\alpha_{em} \simeq 1/137$  é suficientemente boa [8, 9].

Na QCD há duas maneiras de polarizarmos o vácuo. Uma delas é similar à QED, onde temos diagramas com laços de quarks. Esta contribuição atua blindando a carga de cor do quark, e faz com que a constante de acoplamento da interação forte,  $\alpha_s$ , cresça em curtas distâncias, da mesma maneira que o caso eletromagnético. Mas na QCD também temos laços de glúons. Estes possuem um efeito diferente aos laços de quarks, produzindo uma antiblindagem que diminui o acoplamento em curtas distâncias e que domina o comportamento de  $\alpha_s(Q^2)$ . A forma de  $\alpha_s$  resultante é dada por [9]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2. \quad (2.44)$$

A evolução de  $\alpha_s(Q^2)$  tem sido testada em muitos experimentos, como mostra a Fig. (2.5). Com o crescimento da energia a constante de acoplamento vai a zero, isto acontece quando a distância entre as partículas torna-se pequena, com isto a força forte é enfraque-

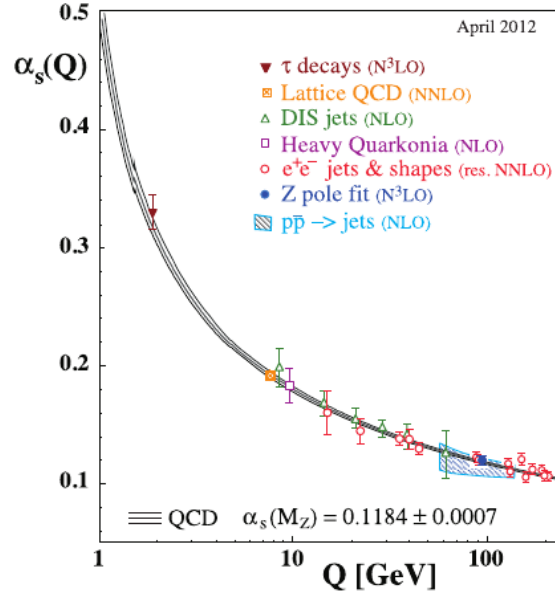


Figura 2.5 - Evolução da constante de acoplamento forte  $\alpha_s$  em função de  $Q$ . Figura extraída da Ref. [31].

cida. Neste regime, os quarks e glúons interagem pouco, ou seja, podem ser interpretados como livres (liberdade assintótica). Isto justifica o emprego de teoria de perturbação para o cálculo das amplitudes de espalhamento no regime de altas energias, em que  $\alpha_s(Q^2)$  é suficientemente pequena. Para baixas energias (longas distâncias), o parâmetro de acoplamento cresce, sendo a interação amplificada, fazendo com que quarks e glúons permaneçam fortemente ligados nos hádrons (confinamento) [5], neste regime o tratamento da QCD é feito numericamente utilizando-se os métodos da QCD na rede.

Na QCD consideramos o próton como sendo constituído de três quarks de valência ( $uud$ ), acompanhados de glúons e de quarks do mar, os quais são gerados das flutuações dos glúons em pares de quark-antiquark ( $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}, \dots$ ), veja a Fig. (2.6) [6,8]. A evolução da estrutura partônica dos hádrons com a virtualidade é descrita pelas equações DGLAP, que são discutidas na próxima seção.

## 2.4 Equações DGLAP

As equações DGLAP (Dokshitzer [32], Gribov-Lipatov [33], Altarelli-Parisi [34]) são equações de evolução que fornecem a mudança na densidade de probabilidade de quarks e glúons com a variação da escala de energia. Ou seja, descrevem, a evolução da distribuição de partons, levando em conta os processos de emissão de glúons e pela criação de pares quark e antiquark [29,35]. Esta evolução é dada por equações íntegro-diferenciais para a evolução com a escala  $Q^2$  do glúon, do quark e do antiquark.

As equações DGLAP descrevem a influência das correções perturbativas da QCD nas

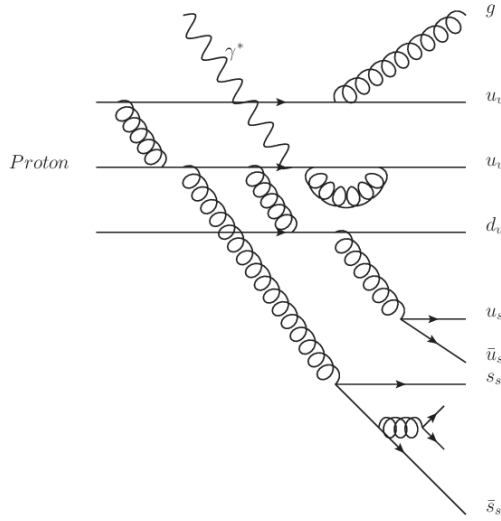


Figura 2.6 - Estrutura do próton à altas energias.

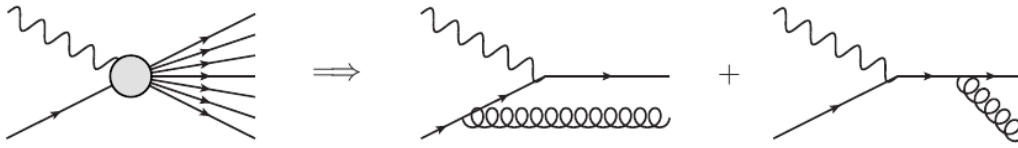


Figura 2.7 - Diagrama de emissão de glúons no estado inicial e final.

funções de distribuição que entram no modelo de pártons dos processos de espalhamento inelástico profundo [7]. Ao incluir glúons, a dinâmica estudada no modelo de pártons é modificada. Se antes tínhamos apenas o vértice fóton-quark, como representado na Fig. (2.2), agora devemos incluir diagramas com o vértice glúon-quark. Este processo pode acontecer das seguintes maneiras: com o fóton interagindo com o quark após ou antes este emitir um glúon, conforme representado na Fig. (2.7). Agora no novo processo, quarks podem ser originados a partir de glúons, também devemos incluir as possibilidades da Fig. (2.8), onde temos glúons no estado inicial [8].

Relacionando os referenciais fóton-próton e fóton-párton, temos que para o próton com momentum  $p$  um párton com momentum  $p_i = yp$ , onde  $y$  é a fração de momentum do próton carregada pelo quark  $i$  antes da interação com o fóton, e para a fração de momentum  $x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}$  no referencial do próton, temos  $z = \frac{Q^2}{2p_i \cdot q} = x/y$ , no referencial do párton, como mostrado na Fig. (2.9) [6]. As respectivas seções de choques dos dois sistemas  $\gamma^*$ -próton e  $\gamma^*$ -párton  $i$  estão relacionadas por

$$\frac{\sigma_T(x, Q^2)}{\sigma_0} = \sum_i \int_0^1 dz \int_0^1 dy f_i(y) \delta(x - zy) \frac{\hat{\sigma}_T(z, Q^2)}{\hat{\sigma}_o} \quad (2.45)$$

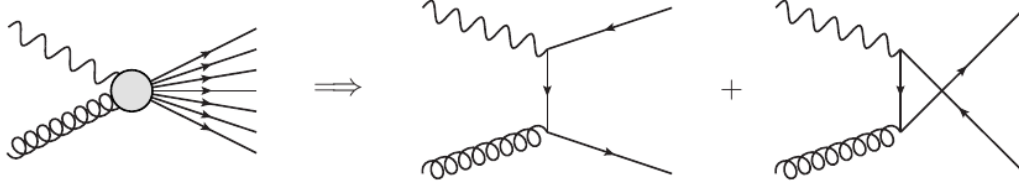


Figura 2.8 - Processo de criação de pares por glúons no estado inicial.

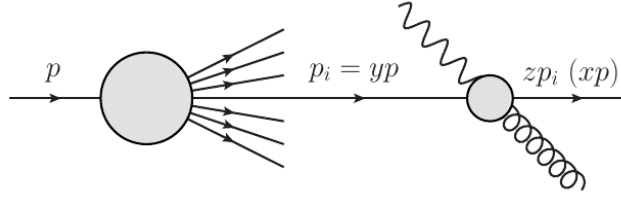


Figura 2.9 - Frações de momento da contribuição  $\gamma^* q \rightarrow qq$  em  $ep \rightarrow eX$ .

$$= \sum_i \int_0^1 \frac{dy}{y} f_i(y) \frac{\hat{\sigma}_T(x/y, Q^2)}{\hat{\sigma}_0}, \quad (2.46)$$

onde  $f_i(y)$  são as funções de estrutura partônica que dão a probabilidade de haver um parton  $i$  carregando uma fração  $y$  do momentum  $p$  do próton e  $\hat{\sigma}_T$  é a seção de choque para a absorção de um fóton transversal de momentum  $q$  por parton de momentum  $p_i$  e  $\hat{\sigma}_0 = 8\pi\alpha_{em}/(p_i + q)^2$  [6].

O processo de emissão de glúons mostrado na Fig. (2.7), é calculado usando um processo análogo da QED, o Espalhamento Compton. Isto é feito com bastante cuidado com os fatores de cor, constante de acoplamento e tomando o limite de espalhamento em pequeno ângulo, pode-se escrever a seção de choque diferencial no momentum transversal do quark emitido como,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} \simeq e_i^2 \hat{\sigma}_0 \frac{1}{p_T^2} \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} P_{qq}(z), \quad (2.47)$$

onde

$$P_{qq}(z) = \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right). \quad (2.48)$$

O termo  $P_{qq}(z)$  é conhecido como função de desdobramento e representa a probabilidade de um quark emitir um glúon e ter seu momentum reduzido por uma fração  $z$ . Integrando esta seção de choque em  $p_T^2$  temos

$$\hat{\sigma} \simeq e_i^2 \hat{\sigma}_0 \left[ \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right], \quad (2.49)$$

onde  $\mu^2$  é introduzido como um corte no limite inferior para remover a divergência quando  $p_T^2 \rightarrow 0$ , enquanto que para grandes  $Q^2$  o termo  $\ln(Q^2/\mu^2)$  será absorvido na redefinição da distribuição de quarks [6]. Adicionando esta contribuição da Eq. (2.49) (processo de emissão de glúons) na Eq. (2.46), encontramos que a QCD modifica  $F_2$  na forma:

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right]. \quad (2.50)$$

A equação acima pode ser escrita como

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \left[ q_f(x) + \Delta f_q(x, Q^2) \right], \quad (2.51)$$

onde

$$\Delta f_q(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right) \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (2.52)$$

é uma mudança na densidade de quarks quando a estrutura hadrônica depende de  $Q^2$ . Quando  $Q_0^2$  cresce até um certo valor  $Q^2$ , o fóton passa a ver quarks pontuais dentro do próton. Consequentemente, a Eq. (2.52) pode ser escrita na forma de uma equação íntegro-diferencial, a qual considera a mudança na densidade de quarks,  $\Delta q_f(x, Q^2)$ , quando provada em um intervalo de virtualidade do fóton,  $\Delta \ln(Q^2)$ ,

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln(Q^2)} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_0^1 \frac{dy}{y} q_f(y, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right). \quad (2.53)$$

Esta equação é conhecida como equação DGLAP e expressa o fato de que um quark com fração de momentum  $x$  pode ter vindo de um quark "pai" com uma fração de momentum maior  $y$ , o qual irradiou um glúon, como visto na Fig. (2.9). A probabilidade disto acontecer é proporcional a  $\alpha_s P_{qq}(x/y)$ . A integral é a soma sobre todas as possíveis frações de momentum  $y$  do quark "pai" [6].

Até o momento incorporamos somente as contribuições com um quark no estado inicial,  $\gamma^* q \rightarrow qq$ , como mostrado na Fig. (2.7). Contudo, a densidade de quarks também depende da contribuição de glúons no estado inicial,  $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$  (ver Fig. (2.8)), dada por [6],

$$\sigma(\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}) = f_g(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right), \quad (2.54)$$

onde a  $f_g(y)$  representa a densidade de glúons no próton. De forma análoga para obtenção



$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \left( \overrightarrow{q_f(x, Q^2)} \right) = \overrightarrow{q_f(y, Q^2)} \begin{array}{c} \nearrow q_f(x, Q^2) \\ \text{---} \text{gluon} \text{---} \\ \nwarrow \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \text{gluon} \text{---} \\ \nearrow g(y, Q^2) \\ \nwarrow q_f(x, Q^2) \end{array}$$

$P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right)$                        $P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right)$

Figura 2.10 - Representação da equação DGLAP para quarks.

da equação (2.50), a contribuição da Eq. (2.54) conduz a

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \left[ z^2 + (1-z)^2 \right] \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right), \quad (2.55)$$

onde

$$P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) = \frac{1}{2} \left[ z^2 + (1-z)^2 \right]. \quad (2.56)$$

Agora, podemos escrever a evolução completa da densidade de quarks, visto que incluímos os dois tipos de vértices que alteram a densidade de quarks dentro do próton,

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q_f(y, Q^2) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.57)$$

onde  $P_{ij}(x/y)$  são as funções de desdobramento. A quantidade  $P_{qq}(x/y)$  representa a probabilidade de um quark de fração de momento  $y$  emitir um glúon e o quark passa a ter seu momento reduzido por uma fração  $z$ . A função de desdobramento  $P_{qg}(x/y)$  dá a probabilidade de um quark de fração de momento  $x$  ser originado a partir da flutuação de um glúon com fração de momento  $y$  em um par  $q\bar{q}$ . A equação (2.57) é representada na Fig. (2.10).

Com os mesmos procedimentos que levam à Eq. (2.57), obtemos uma equação de evolução DGLAP para a densidade de glúons. A evolução da distribuição de glúons com  $Q^2$  é descrita como segue:

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right]. \quad (2.58)$$

A possibilidade de um glúon de fração de momento  $x$  surgir a partir de um quark com fração de momento  $y$ , ou a partir de um glúon com fração de momento  $y$  via o vértice de três glúons, é considerada em  $P_{gq}(x/y)$  e  $P_{gg}(x/y)$ , respectivamente. Veja a representação da Eq. (2.58) na Fig. (2.11). A QCD perturbativa permite calcular as funções de desdo-

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (g(x, Q^2)) = \sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y, Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)$$

Figura 2.11 - Representação da equação DGLAP para glúons.

bramento como uma expansão em  $\alpha_s$  [5],

$$P_{ij}\left(z = \frac{x}{y}, \alpha_s\right) = \sum_n \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^n P_{ij}^n(z). \quad (2.59)$$

A QCD perturbativa permite determinar somente a evolução das distribuições partônicas através das equações DGLAP. As condições iniciais para a evolução são de natureza não perturbativa, devendo ser determinadas a partir de dados experimentais para uma dada escala de energia. Como as distribuições partônicas são universais, independentes do processo considerado, após a determinação para uma condição inicial, podemos com o auxílio das equações DGLAP, determinar seu valor para outras virtualidades e assim utilizá-las no cálculo de outros processos de interesse [7, 8, 36, 37].

Vários grupos [38–40] propõem distintas parametrizações das distribuições partônicas, onde são usados dados de diversos processos de espalhamentos para determinar o conteúdo de quarks e glúons do próton. O processo de análise global parametriza a dependência em  $x$  das funções de distribuição para baixa (mas ainda perturbativa) escala  $Q^2$ . Portanto, usa-se a DGLAP para evoluir as funções de distribuição em  $Q^2$  e desta forma descrever a todos os dados disponíveis a fim de determinar os valores dos parâmetros de entrada. Os intervalos cinemáticos de experimentos de colisores e de alvo fixo permitem que as distribuições partônicas sejam determinadas sobre uma ampla escala de  $x$  e  $Q^2$  [14].

Na Fig. (2.12) mostramos a distribuição de pártons no próton com uma virtualidade  $Q^2$  fixa, onde se observa os picos na distribuição dos quarks de valência  $u$  e  $d$  em grande  $x$  (baixa energia), logo o momento do próton está concentrado nos três quarks de valência. À medida que  $x$  diminui (aumento da energia), os quarks de mar originados de flutuações de glúons dominam em relação aos quarks de valência. Mas a diferença torna-se notável em pequeno  $x$  ( $x < 10^{-2}$ ), região cinemática onde os glúons dominam. Como a distribuição de glúons é muito grande é necessário dividir a distribuição por 10.

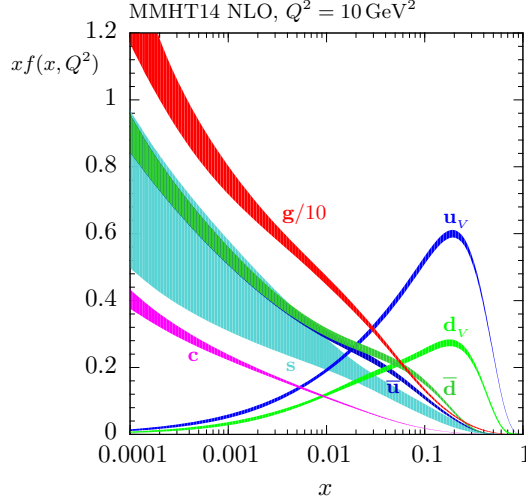


Figura 2.12 - Distribuição partônica no próton como função da variável de Bjorken  $x$  em uma escala  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Obtida pelo grupo MMHT2004 em ordem seguinte à dominante (NLO). Figura extraída da Ref. [40].

## 2.5 Dinâmica DGLAP para pequeno $x$

É visto que na expansão perturbativa da função de estrutura do próton  $F_2^p(x, Q^2)$ , o modelo de pártons passa a ser considerado como o termo perturbativo de ordem zero na QCD. Considerando a possibilidade dos quarks emitirem glúons, faz com que  $F_2^p(x, Q^2)$  passe a depender também da distribuição gluônica. Esta distribuição vem a ser significativa para pequeno  $x$ , levando a um aumento na função de estrutura do próton [14].

No regime de altas energias (pequeno  $x$ ), podemos obter uma solução analítica para a equação DGLAP. Partindo da análise feita das funções de desdobramento  $P_{ij}$ , verifica-se que as funções associadas ao setor de glúons  $P_{gq}(z)$  e  $P_{gg}(z)$  são singulares para  $z \rightarrow 0$  [8]. Esta evidência nos leva a crer que o comportamento da distribuição partônica para pequeno  $x$  seja determinado pela dinâmica gluônica [15]. Nesta região, o termo singular de desdobramento é

$$P_{gg}^{z \rightarrow 0} = \frac{2N_c}{z}, \quad (2.60)$$

onde  $z = x/x'$ . Portanto, podemos escrever a evolução DGLAP do setor de glúons em pequeno  $x$  como:

$$Q^2 \frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{x'}{x} g(x', Q^2), \quad (2.61)$$

$$x \frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \frac{1}{Q^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', Q^2). \quad (2.62)$$

Integrando no momento ao quadrado, de  $Q_0^2$  até  $Q^2$ , onde  $Q_0^2$  introduz um corte para baixo momentum transverso [8] a fim de separar a contribuição não perturbativa, temos que

$$xg(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', k^2). \quad (2.63)$$

Definindo  $\chi$  como logaritmo do inverso da fração de momentum,  $\chi = \ln(1/x')$ , tal que  $x' = e^{-\chi}$  obtemos

$$xg(x, Q^2) = \int_0^\chi d\chi' \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', k^2), \quad (2.64)$$

agora, definindo  $\Gamma = \ln(Q^2/Q_0^2)$  e  $k^2 = Q_0^2 e^\Gamma$ , ficamos com

$$xg(x, Q^2) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_0^\chi d\chi' \int_0^\Gamma d\Gamma' x' g(x', k^2). \quad (2.65)$$

A solução da equação (2.65) pode ser obtida facilmente quando consideramos que a constante de acoplamento está fixa. Introduzimos a transformada de Mellin de  $xg(x, Q^2) \equiv G(\chi, \Gamma)$ , definida por

$$G(w, \Gamma) = \int_0^\infty d\chi e^{-w\chi} G(\chi, \Gamma), \quad (2.66)$$

e sua inversa

$$G(\chi, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} G(w, \Gamma), \quad (2.67)$$

como consequência podemos escrever a Eq. (2.65) como:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} G(w, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\chi d\chi' \int_0^\Gamma d\Gamma' \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi'} G(w, \Gamma') \quad (2.68)$$

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} G(w, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw \int_0^\chi d\chi' G(w, \Gamma') \int_0^\chi d\chi' e^{w\chi} \quad (2.69)$$

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} G(w, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{w\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi'} \int_0^\chi d\chi' G(w, \Gamma'), \quad (2.70)$$

onde identificamos

$$G(w, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{w\pi} \int_0^\Gamma d\Gamma' G(w, \Gamma'). \quad (2.71)$$

Derivando a expressão acima com respeito a  $\Gamma'$ , obtemos

$$\frac{dG(w, \Gamma)}{d\Gamma'} = \frac{\alpha_s N_c}{w\pi} G(w, \Gamma'). \quad (2.72)$$

A solução desta equação é

$$G(w, \Gamma) = G(w, \Gamma_0) e^{\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{w\pi}}, \quad (2.73)$$

onde o termo  $\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{w\pi}$  é denominado dimensão anômala. O crescimento da distribuição de glúons na região de pequeno  $x$  está associado ao fato de que a dimensão anômala torna-se muito grande para  $w \rightarrow 0$ . Substituindo a equação (2.73) na Eq. (2.67) conduz a

$$G(\chi, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} G(w, \Gamma_0) e^{\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{w\pi}}. \quad (2.74)$$

Assumindo que a condição inicial não é singular, na região de pequeno  $x$  (grande  $\chi$ ) e grande  $\Gamma$ , podemos usar o método do ponto de sela no cálculo da integral da Eq. (2.74). Escrevendo o expoente de (2.74) como

$$u = w\chi + \frac{\alpha_s N_c}{\pi w} \Gamma,$$

tem-se que o ponto de sela é determinado a partir da condição de mínimo, ou seja,

$$\frac{\partial u}{\partial w} = 0, \quad (2.75)$$

e assim o ponto de sela  $w_s$  é:

$$w_s = \sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi \chi}}, \quad (2.76)$$

com  $f(w_s)$  dado por

$$f(w_s) = 2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma \chi}{\pi}}, \quad (2.77)$$

e o fator

$$\left| \frac{d^2 f(w)}{dw^2} \right|_{w_s}^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\chi^{3/4}} \left( \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi} \right)^{1/4}, \quad (2.78)$$

tal que o fator  $(2\pi i)^{-1}$  da Eq. (2.74) cancela com o fator  $(2\pi i)$  dos resíduos. Portanto,

obtemos

$$G(\chi, \Gamma) = G(w_0, \Gamma_0) \frac{1}{\chi^{3/4}} \left( \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi} \right)^{1/4} e^{2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma \chi}{\pi}}}. \quad (2.79)$$

Agora podemos considerar que a condição  $G(\chi, \Gamma_0)$  tenha uma singularidade, que seja do tipo  $G(\chi, \Gamma_0) = e^{w_0 \chi}$ , usando a Eq. (2.65) temos:

$$G(w, \Gamma_0) = \int_0^\infty d\chi e^{-w\chi} e^{w_0 \chi} = \frac{1}{w - w_0}, \quad (2.80)$$

tal que

$$G(\chi, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dw e^{w\chi} \frac{1}{w - w_0} e^{\left( \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi w} \right)}, \quad (2.81)$$

sendo então o comportamento assintótico resultado de uma competição das duas contribuições [8, 37]: o pólo  $w = w_0$  leva a

$$G(\chi, \Gamma) \approx e^{\left( w_0 \chi + \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi w_0} \right)}, \quad (2.82)$$

enquanto o ponto de sela implica em

$$G(\chi, \Gamma) \approx e^{\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma \chi}{\pi}}}. \quad (2.83)$$

Portanto, na região  $w_0 \chi \gg \sqrt{\alpha_s N_s \Gamma \chi / \pi}$  as condições iniciais definem a solução e seu comportamento assintótico, mas para grandes virtualidades ( $\alpha_s \Gamma \gg \chi$ ), o ponto de sela determina o comportamento assintótico de  $xg(x, Q^2)$ . Desta maneira o comportamento assintótico de glúons é da forma

$$xg(x, Q^2) \approx e^{2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma \chi}{\pi}}} = \exp \left[ \sqrt{\frac{\alpha_s N_c}{\pi} \ln \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \ln \left( \frac{1}{x} \right)} \right]. \quad (2.84)$$

Sendo assim, a distribuição de glúons cresce mais rapidamente que qualquer potência de  $\ln(1/x)$ . Consequentemente, a DGLAP para pequeno  $x$ , a qual ressona termos do tipo  $[\alpha_s \ln(Q^2/Q_0^2) \ln(1/x)]^n$ , implica num crescimento de  $xg$  quando  $x \rightarrow 0$ . É importante salientar que um comportamento semelhante também é predito pela dinâmica BFKL [41, 42], a qual ressona termos do tipo

$$\left[ \alpha_s \ln \left( \frac{1}{x} \right) \right]^n, \quad (2.85)$$

e somente considera processos de emissão gluônica. Veremos isso na próxima seção.

## 2.6 A equação de evolução BFKL

Para altas energias, termos proporcionais a  $\alpha_s \ln(1/x)$  tornam-se importantes e devem ser ressomados. Isto foi proposto por Balitsky, Fadin, Kuraev e Lipatov (BFKL) [41–44]. Nesta dissertação apresentaremos apenas a equação e seu resultado no regime de altas energias. A derivação da BFKL pode ser melhor entendida em [45] e sua resolução em [10].

A BFKL é uma equação de evolução baseada na função de distribuição de glúons não integrada no momentum transversal,  $f(x, k^2)$ . Esta fornece a probabilidade de encontrar um glúon com momentum longitudinal  $x$  no hádron e momentum transversal  $k$ , cuja relação com a densidade de glúons usual, é dada por

$$xg(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} f(x, k^2). \quad (2.86)$$

A representação diferencial da equação BFKL em ordem dominante, com  $\alpha_s$  fixo, pode ser escrita na seguinte forma [46],

$$\frac{\partial f(x, k^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s k^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dQ^2}{Q^2} \left[ \frac{f(x, Q^2) - f(x, k^2)}{|Q^2 - k^2|} + \frac{f(x, k^2)}{\sqrt{4Q^2 + k^4}} \right], \quad (2.87)$$

cujas soluções descrevem a dinâmica no regime de pequeno  $x$  [10]:

$$f(x, k^2) \sim \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\lambda} \left[ \frac{k^2}{\ln(x/x_0)} \right]^{1/2} \exp \left[ - \frac{\ln^2(k^2/\bar{k}^2)}{c\alpha_s \ln(x_0/x)} \right], \quad (2.88)$$

onde  $x_0$ ,  $\bar{k}$ ,  $c$  e  $\lambda$  são constantes.

A característica de interesse na solução da equação BFKL está contida no termo  $x^{-\lambda}$ , pois o comportamento deste termo prediz que a distribuição de glúons cresce intensamente devido a estrutura  $1/x$ . Este termo regula o crescimento de  $f(x, k^2)$  para altas energias, sendo  $\lambda(\alpha_s \approx 0, 2) \approx 0, 5$  [10]. Também podemos verificar que tanto a DGLAP quanto a BFKL no regime de pequeno  $x$ , predizem um forte crescimento na densidade de gluônica, que está associado a processos de emissão de glúons.

## 2.7 Saturação partônica

Com base no formalismo discutido anteriormente, a distribuição de glúons no próton cresce com o aumento da energia e/ou pequeno  $x$ , onde o tamanho transversal dos glúons pode ser considerado similar. Isto significa que, em grandes energias, o próton produz muitos

glúons com as mesmas dimensões. Entretanto, como o próton possui tamanho finito, este comportamento não deve persistir indefinitivamente. Então, espera-se que um novo efeito na região de pequeno  $x$  deve surgir. Este efeito é a recombinação gluônica (onde os glúons sobrepõem-se),  $gg \rightarrow g$ , sendo também conhecida como saturação partônica. Esta contribuição é desconsiderada por ambas equações DGLAP e BFKL, pois estas assumem que somente o subprocesso partônico de desdobramento é relevante para a evolução da densidade de pártons [5]. O efeito de recombinação gluônica foi proposto pela primeira vez por Gribov, Levin, Ryskin (GLR) [47] em 1983 e, posteriormente, por Mueller e Qiu (MQ) [48] em 1986, cujo objetivo era desenvolver uma teoria de saturação. Este formalismo considera a evolução QCD representada por diagramas de múltiplas escadas chamados de diagramas fan, formados por uma escada de glúons e subdivisões subsequentes em escadas gluônicas. No esquema GLR, o efeito não linear de recombinação é descrito pelo termo quadrático na distribuição de glúons, dado por [7]:

$$Q^2 \frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{4\alpha_s^2 N_c}{3C_F R^2} \frac{1}{Q^2} [xg(x, Q_s^2)]^2. \quad (2.89)$$

Esta é a chamada equação GLR, sendo uma equação de evolução não linear na dupla aproximação logarítmica (DLLA), a qual é válida nos limites  $\ln(1/x) \gg 1$  e  $\ln Q^2 \gg 1$ . Observando o sinal negativo do termo não linear, vemos que o crescimento acentuado de  $xg(x, Q^2)$  é atenuado pelo termo responsável pela recombinação de glúons [7]. Uma propriedade da equação GLR é a introdução de uma escala de saturação  $Q_s^2$ , a qual permite estimar quando a saturação será relevante, ou seja, quando os termos não linear e linear se tornarem idênticos ( $Q^2 \equiv Q_s^2$ ) [5, 15],

$$Q_s^2 = \frac{4\alpha_s^2 N_c}{3C_F R^2} xg(x, Q^2). \quad (2.90)$$

Esta escala é denominada escala de saturação. O regime linear é caracterizado por  $Q^2 > Q_s^2$ , governado por cascatas partônicas individuais, onde estas não interagem entre si; enquanto que, para  $Q^2 < Q_s^2$ , a evolução é governada pelo regime não linear ou de saturação, no qual pártons de cascatas distintas interagem devido a superposição espacial. Na Fig. (2.13) é representado um mapa simbólico das equações de evolução da QCD. Nele vemos uma representação pictórica para as densidades partônicas em um plano formado pelos eixos de virtualidade e energia. Com o aumento da resolução  $Q^2$  com a evolução dada pela equação DGLAP para  $x$  fixo, um maior número de glúons com área cada vez menor são sondados em uma certa região do próton, e o sistema torna-se mais diluído. Já no caso da equação BFKL, fixamos  $Q^2$  e evoluímos em relação a  $x$ . Deste modo, conforme aumentamos a energia, o número de pártons no interior do próton aumenta, mas a área de cada glúon permanece a mesma, uma vez que a resolução é fixa. A linha da



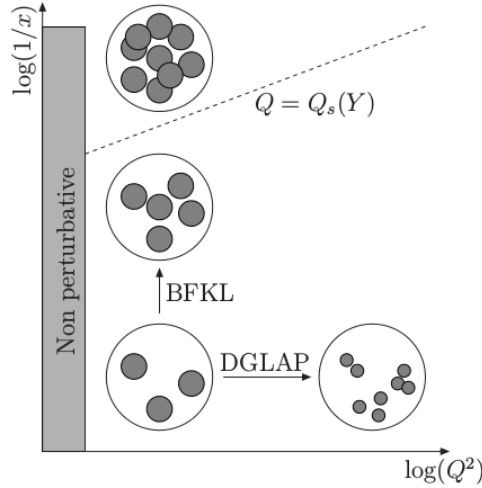


Figura 2.13 - Regiões de evolução partônica no próton e seus respectivos regimes cinemáticos. Figura extraída da Ref. [49].

figura, chamada de escala de saturação, separa o regime linear do não linear. A escala de saturação ocorre assim que toda a área do hádron for ocupada pelo crescente número de glúons, ou seja, os glúons começam a sobrepor entre si, onde o processo de recombinação é significativo, e o regime de saturação é atingido.

## 2.8 A equação de evolução não linear BK

O sistema de alta densidade partônica formado em altas energias para  $Q^2 < Q_s^2$  é chamado na literatura de Condensado de Vidros de Cor (CGC - Color Glass Condensate) [50–53], que hoje constitui a teoria da QCD em altas energias. A teoria do CGC fornece uma equação de evolução não linear em  $\ln(1/x)$ , chamada de equação JIMWLK (Jalilian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner) [54–57]. Esta equação representa uma hierarquia infinita de equações acopladas as quais descrevem a evolução simultânea de todas as funções de correlação da teoria [58]. Outra equação cuja derivação pode ser obtida no formalismo do CGC, mas com aproximações diferentes, foi desenvolvida por Balitsky [59] e posteriormente por Kovchegov [60], conhecida como a equação de evolução de Balitsky-Kovchegov (BK). No que segue iremos apresentar a equação Balitsky-Kovchegov [59, 60] (BK) e suas características.

A equação BK é uma equação de evolução para a amplitude de dipolo na variável de rapidez,  $Y = \ln(1/x)$ . Assim com a equação BFKL, a BK ressona termos em  $\alpha_s \ln 1/x$  e leva em conta termos não lineares. A representação física adotada vem do fóton incidente gerar um par  $q\bar{q}$ , denominado de dipolo, que interage com o alvo via uma cascata evolutiva de glúons. Cada glúon é tratado como um par  $q\bar{q}$ ; logo temos uma subdivisão de dipolos em

relação ao dipolo inicial, os quais são oriundos na cascata. Tais dipolos sofrem múltiplos espalhamentos com os constituintes do alvo, implicando na ressonância das múltiplas trocas de diagramas tipo escada. No entanto, o formalismo da BK é descrito através da QCD perturbativa, onde cada par  $q\bar{q}$  da cascata interage independentemente com o alvo de forma que não haja correlações entre os mesmos. Como resultado, a dinâmica BK fornece a evolução em  $Y$  da amplitude  $N$  de espalhamento dipolo-hádron, escrita como [61],

$$\frac{\partial N(r, Y)}{\partial Y} = \int \frac{d^2 z}{2\pi} k(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) [N(r_1, Y) + N(r_2, Y) - N(r, Y) - N(r_1, Y)N(r_2, Y)]. \quad (2.91)$$

As quantidades  $r_1$  e  $r_2$  na equação acima são dadas em termos das localizações do quark e do antiquark, sendo

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{x} - \vec{y}, & \vec{r}_1 &= \vec{x} - \vec{z}, \\ \vec{b} &= \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2}, & \vec{r}_2 &= \vec{y} - \vec{z}, \end{aligned} \quad (2.92)$$

onde  $\vec{x}$  é a posição do quark e  $\vec{y}$  é a posição do antiquark no espaço transversal com respeito ao centro do alvo. Na Eq. (2.91),  $k(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$  tem interpretação probabilística, expressando a possibilidade de um glúon ser emitido pelo par  $q\bar{q}$ ,

$$k(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2}. \quad (2.93)$$

A interpretação probabilística da equação BK é a seguinte: quando evoluída em rapidez (maior energia), o dipolo pai, com finais localizados em  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ , emite um glúon, o qual no limite de grande  $N_c$  pode ser interpretado como um par  $q\bar{q}$ , assim com o aumento de energia temos dois dipolos com finais  $(\vec{x}, \vec{z})$  e  $(\vec{z}, \vec{y})$ , respectivamente. A probabilidade de emissão é dada pela Eq.(2.93) multiplicada pela probabilidade de espalhamento dos dois novos dipolos  $N(r_1, Y)$  e  $N(r_2, Y)$  menos a probabilidade de espalhamento do dipolo pai  $N(r, Y)$ . O termo não linear  $N(r_1, Y)N(r_2, Y)$  é subtraído para evitar dupla contagem, visto que a probabilidade de ambos espalharem simultaneamente está contida em  $N(r_1, Y) + N(r_2, Y)$  [62]. A evolução descrita acima pode ser vista na Fig.(2.14). Uma solução analítica para equação BK (2.91) pode ser obtida no regime de saturação [63], tendo a forma que segue

$$N(r, Y) = 1 - S_0 \exp \left[ -\frac{\ln^2(r^2 Q_s^2(Y))}{2c} \right], \quad (2.94)$$

tal solução é denominada Lei de Levin-Tuchin. No regime linear, a equação BK (2.91),

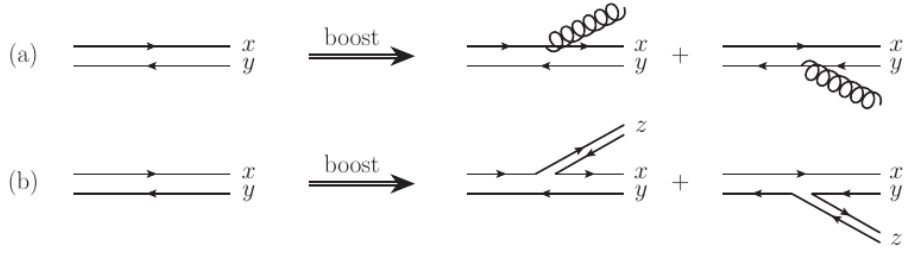


Figura 2.14 - O processo de emissão de um glúon pelo par  $q\bar{q}$  em (a) pode ser visto em (b) como a criação de um novo dipolo  $q\bar{q}$  no limite de grande número de cores.

depois de algumas manipulações, se reduz a [64]:

$$\frac{\partial N(r)}{\partial Y} = -\frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int \frac{d^2 z}{\pi} \frac{r^2}{z^2(r-z)^2} \left( N(z) - \frac{1}{2} N(r) \right), \quad (2.95)$$

que é a equação BFKL. Isto ocorre quando o tamanho do dipolo é muito pequeno comparado a escala de saturação. Neste caso, a amplitude de espalhamento é pequena e os efeitos de saturação não são importantes, ou seja,  $N \ll 1$ . Uma forma possível de determinar o momento de saturação da solução  $N(r)$  da equação BFKL, é usando a condição de saturação

$$N(r = 1/Q_s(Y)) = 1. \quad (2.96)$$

Para este formalismo observamos que dentro da região  $Q_s \leq Q^2 \leq Q_s^4 \Lambda^2$ , a equação BFKL tem uma solução que prediz o escalonamento geométrico (ver abaixo). Portanto, a solução da equação (2.95) para dipolos de tamanho  $r_\perp$  bem menor do que  $1/Q_s$  mas próximo deste valor em escala logarítmica é [64]:

$$N(r_\perp) \simeq k(r_\perp^2 Q_s^2(Y))^{\gamma'_s} \exp \left[ -\frac{\gamma'_s}{2\bar{\alpha}_s Y} \left( \ln \frac{1}{r_\perp^2 Q_s^2(Y)} \right)^2 \right], \quad (2.97)$$

onde definimos  $\gamma'_s \approx \frac{d\gamma_0(R)}{dR} R_s$ .

O escalonamento geométrico (*geometric scaling* - GS) caracteriza a solução da BK em altas energias [65], onde no limite de  $x \rightarrow 0$ ,  $Y \rightarrow \infty$ , as soluções da BK não dependem mais das variáveis  $r$  e  $Y$  separadamente, mas de uma única variável  $\tau$ , ou seja,  $N(r, Y) \rightarrow N(\tau)$ , tal que

$$\tau \equiv r Q_s(x). \quad (2.98)$$

Tal comportamento em  $N$  implica um escalonamento semelhante nos observáveis, o qual é observado nos dados de HERA [66].

## 2.9 Conclusão

Neste capítulo revisamos a estrutura hadrônica no limite de altas energias através do DIS, e sua análise segundo o modelo de pártons. Além disso, abordamos as propriedades básicas da QCD, a qual descreve as interações fortes entre quarks e glúons. Por fim, revisamos os principais resultados das equações de evolução, DGLAP, BFKL e BK. Esta última conduz aos efeitos não lineares presentes no regime de altas densidades da QCD, os quais são introduzidos a fim de controlar a distribuição de glúons dentro do próton no limite de pequeno  $x$ . Entretanto, o tratamento das correções não lineares pode ser mais facilmente introduzido por meio do formalismo de dipolos, o qual será apresentado no próximo capítulo.

### 3 Representação de dipolos de cor

Neste capítulo veremos a interpretação do DIS no sistema de repouso do alvo, onde a descrição do processo é obtida por meio da seção de choque de interação dipolo-hádron, a qual contém toda a informação da interação forte presente no espalhamento. Portanto, no formalismo de dipolos, a componente principal é a seção de choque de dipolos, que é tratada através de modelos fenomenológicos que permitem levar em conta os efeitos de saturação, fenômeno importante em processos a altas energias.

#### 3.1 DIS na representação de dipolos

Uma abordagem útil para estudar o DIS no regime de altas energias (pequeno  $x$ ) é a representação de dipolos de cor [67, 68]. Neste referencial, o nucleon está em repouso e o fóton emitido pelo elétron tem energia suficiente para flutuar num par quark-antiquark (constituindo um dipolo de cor), que após um longo tempo espalha-se no próton. Uma vez que o tempo de interação é muito mais curto do que o tempo de vida do par, o tamanho transversal  $r$  do dipolo pode ser considerado fixo durante o processo de espalhamento. Isto permite interpretar o DIS como o espalhamento de um dipolo  $q\bar{q}$  por um nucleon, sendo esta interação descrita pela seção de choque de dipolos,  $\sigma_{dip}$  [7, 8, 10, 11]. Vamos agora apresentar as características e resultados do formalismo de dipolos, onde a amplitude elástica para o espalhamento  $\gamma^*p$  ocorre em três etapas, como representado na Fig. (3.1):

- (i) o fóton virtual flutua num par  $q\bar{q}$ ,
- (ii) o par  $q\bar{q}$  interage com o alvo,
- (iii) o par  $q\bar{q}$  se recombina formando um fóton virtual.

No sistema de repouso do alvo, o quadrimomento do fóton é definido como:

$$q = (\nu, 0, 0, q_3), \quad (3.1)$$

onde  $\nu = k - k'$ , sendo  $k(k')$  o momento do quark(antiquark). Como visto no capítulo anterior,  $q^2 = -Q^2$ , conseqüentemente:

$$\begin{aligned} \nu^2 - q_3^2 &= q^2 = -Q^2, \\ \nu^2 + Q^2 &= q_3^2, \\ q_3 &= \sqrt{\nu^2 + Q^2}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

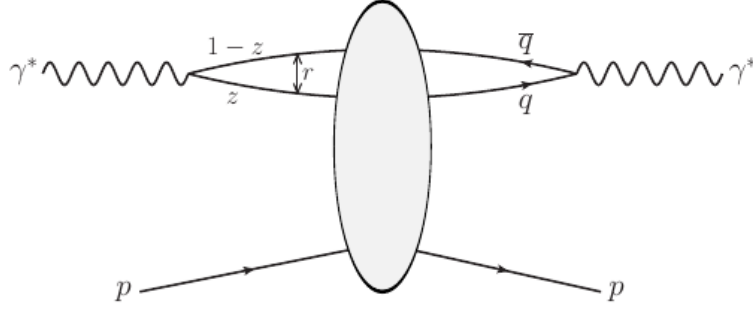


Figura 3.1 - Amplitude elástica para o espalhamento  $\gamma^*p$  na representação de dipolos de cor.

Desta forma, o quadrimomento do fóton (3.1) pode ser reescrito como:

$$q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2}). \quad (3.3)$$

A partir das variáveis do cone de luz  $q^\pm$  [5],

$$q^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(q^0 \pm q^3), \quad (3.4)$$

e da equação (3.3), obtemos que

$$q^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}[\nu \pm \sqrt{\nu^2 + Q^2}], \quad (3.5)$$

e no limite de Bjorken as variáveis do cone de luz tornam-se

$$q^+ \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}[\nu + \nu] \simeq \sqrt{2}\nu, \quad (3.6)$$

$$q^- \simeq \frac{1}{2} \left( -\frac{Q^2}{2\nu} \right) \simeq -\frac{Q^2}{2q^+}. \quad (3.7)$$

Logo, a partir das relações acima é possível escrever os quadrimomentos  $q$  do fóton virtual ( $\gamma^*$ ),  $k$  do quark ( $q$ ) e  $k'$  do antiquark ( $\bar{q}$ ) na forma que segue [7]:

$$\gamma^* : q^\mu = \left( q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, 0 \right), \quad (3.8)$$

$$q : k = \left( zq^+, \frac{\vec{k}^2}{2zq^+}, \vec{k}^2 \right), \quad (3.9)$$

$$\bar{q} : k' = \left( (1-z)q^+, \frac{\vec{k}^2}{2(1-z)q^+}, -\vec{k}^2 \right), \quad (3.10)$$

onde  $z$  é a fração de momento do fóton carregada pelo quark e  $(1-z)$  é a fração de momento do fóton carregada pelo antiquark. O quadrado da massa invariante do par  $q\bar{q}$

é dada por

$$M_{q\bar{q}}^2 = (k + k')^2 = \frac{\vec{k}^2}{z(1-z)}. \quad (3.11)$$

O princípio de incerteza permite estimar o tempo de vida do dipolo através da relação

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E}, \quad (3.12)$$

onde  $\Delta E = E_{q\bar{q}} - E_{\gamma^*}$ . Das equações (3.9) e (3.10) é possível obter a energia do dipolo,

$$E_{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ + \frac{\vec{k}^2}{2z(1-z)q^+} \right). \quad (3.13)$$

Por outro lado, a energia do fóton virtual tem a forma,

$$E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right), \quad (3.14)$$

portanto,

$$\Delta E \simeq \frac{Q^2}{\sqrt{2}} q^+ = Mx, \quad (3.15)$$

com  $M$  sendo a massa do nucleon e  $x$  a variável de Bjorken. Então, o tempo de formação é dado por

$$\tau_f \sim \frac{1}{Mx}. \quad (3.16)$$

Concluimos que, quando  $x \rightarrow 0$ ,  $\tau_f$  torna-se maior que o tempo típico da interação  $\tau_{int} \sim R_p$ , onde  $R_p$  é o raio do próton. Isto implica que o tamanho transversal do par permanece congelado durante a interação com o próton e, como efeito, interpretamos o DIS em pequeno  $x$  como o espalhamento de um dipolo de cor de tamanho fixo por um nucleon [5, 7, 10, 45]. Desta forma, a descrição mais conveniente do processo pode ser obtida na representação do espaço de distâncias transversas, onde  $r$  é fixo. Neste cenário, é possível descrever a seção de choque de forma fatorizada da seguinte maneira [10]:

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int_0^1 dz \int d^2r |\Psi_{L,T}^{\gamma^*}(z, r)|^2 \sigma^{dip}(x, r). \quad (3.17)$$

Na equação (3.17),  $\Psi_{L,T}^{\gamma^*}$  é a função de onda que descreve a flutuação do fóton em um

dipolo de cor [8, 10]. As expressões são bem estabelecidas e definidas por

$$|\Psi_L^{\gamma*}(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon r), \quad (3.18)$$

$$|\Psi_T^{\gamma*}(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [z^2 + (1-z)^2] \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r), \quad (3.19)$$

onde  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas,  $\epsilon^2 = Q^2 z \bar{z} + m_f^2$ , e  $L, T$  significam, respectivamente, a polarização longitudinal e transversal do fóton.

Outra quantidade presente em (3.17) é  $\sigma^{dip}$ , que é a seção de choque de interação total do espalhamento dipolo-próton com separação transversa fixa [69–72] e é expressa como segue:

$$\sigma^{dip}(x, r) = \frac{4\pi\alpha_s}{3} \int \frac{d^2 k_T}{k_T^4} f(x, k_T^2) \left(1 - e^{i\vec{k}_T \cdot \vec{r}}\right), \quad (3.20)$$

onde  $f(x, k_T^2)$  é a distribuição de glúons não integrada no momento transverso  $k_T$ , que está relacionada com a distribuição de glúons usual por meio de

$$f(x, k_T^2) = \frac{\partial g(x, k_T^2)}{\partial \ln(k_T^2)}. \quad (3.21)$$

Portanto, a seção de choque de dipolo contém a dinâmica do processo [8]. Além disso, considerando o limite de pequenos dipolos,  $\sigma^{dip}$  toma a forma a seguir [10]:

$$\sigma^{dip}(x, r) \sim r^2 \alpha_s(r) x g(x, 1/r^2). \quad (3.22)$$

Observa-se que neste limite,  $\sigma^{dip} \sim r^2$ , o que implica que a interação se anula para  $r \rightarrow 0$ . Esta propriedade é chamada de transparência de cor, pois implica que a matéria é quase transparente para pares de pequeno tamanho. Em contraste, para grandes tamanhos de dipolos,  $\sigma^{dip}$  deve saturar devido ao confinamento, sendo proporcional à seção de choque hádron-nucleon  $\sigma_0$ ,

$$\sigma^{dip}(x, r) \sim \sigma_0. \quad (3.23)$$

### 3.2 Modelos fenomenológicos

Como visto acima, o comportamento de  $\sigma^{dip}$  é determinado pela dinâmica QCD no regime de altas energias. Existem diferentes modelos que descrevem este comportamento. Nesta seção apresentaremos alguns dos modelos fenomenológicos presentes na literatura.



### 3.2.1 Modelo de Golec-Biernat e Wüsthoff

Um dos primeiros modelos para a seção de choque de dipolos é o modelo fenomenológico de saturação de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [73, 74]. Este modelo assume uma forma paramétrica eiconal para a amplitude de espalhamento dipolo-próton, o qual leva em conta as principais características de saturação. Este modelo interpola o comportamento de transparência de cor,  $\sigma^{dip} \sim r^2$ , para região de pequeno  $r$ , e o comportamento de confinamento,  $\sigma^{dip} \sim \sigma_0$ , para grande  $r$  [16]. O modelo é puramente fenomenológico, sem base em qualquer equação de evolução. Nele a amplitude de espalhamento dipolo-próton é dada por

$$N^{GBW}(x, r) = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Q_s^2(x)r^2}{4}\right) \right], \quad (3.24)$$

com a seção de choque dipolo-hádron sendo definida como

$$\sigma^{dip}(x, r) = \sigma_0 N^{GBW}(x, r). \quad (3.25)$$

Na equação (3.24),  $Q_s(x)$  é a escala de saturação dependente de  $x$ ,  $Q_s^2(x) = Q_0^2(x_0/x)^\lambda$ , a quantidade  $Q_0$  ajusta a dimensão, assume-se que  $Q_0 = 1$  GeV; e em (3.25)  $\sigma_0$  é uma constante. Os parâmetros  $\sigma_0 = 23$  mb,  $\lambda = 0,29$  e  $x_0 = 3 \times 10^{-4}$  são quantidades livres, as quais são obtidas por ajuste dos dados inclusivos de DIS em HERA para pequeno  $x$ . O comportamento da seção de choque total com respeito a  $x$  é controlado pelo expoente  $\lambda$ . O modelo GBW satisfaz as características de  $\sigma^{dip}$ , quando  $r^2 Q_s^2(x) \ll 1$ , o modelo reduz-se à transparência de cor; enquanto que para a região  $r^2 Q_s^2(x) \gg 1$ , a exponencial fornece valores que tendem a zero, e a seção de choque satura assumindo um valor constante.

### 3.2.2 Modelo de Iancu-Itakura-Munier

Este modelo foi proposto por Iancu, Itakura e Munier (IIM) em [75], onde mostraram que os dados experimentais de HERA para  $F_2(x, Q^2)$  no regime cinemático  $x \leq 10^{-2}$  e  $Q^2 < 50$  GeV<sup>2</sup>, onde espera-se os efeitos de altas densidades da QCD, podem ser bem descritos por uma expressão analítica da amplitude de espalhamento dipolo-próton. A parametrização proposta é uma solução aproximada da equação não linear de Balitsky-Kovchegov [60, 76], a qual se baseia no formalismo do condensado de vidros de cor [50, 53] e interpola o comportamento previsto para pequenos e grandes tamanhos de dipolo [5] discutidos no seção anterior. Para dipolos menores que  $1/Q_s(x)$ , a amplitude de espalhamento é baseada na solução da BFKL na fronteira do regime de saturação. Entretanto, para dipolos maiores que  $1/Q_s(x)$ , a amplitude de espalhamento satura indo a unidade [8].

No modelo IIM, a seção de choque de dipolos é parametrizada tal que

$$\sigma^{dip} = \sigma_0 N(x, r), \quad (3.26)$$

com

$$N(x, r) = \begin{cases} N_0 \left( \frac{rQ_s}{2} \right)^2 \left[ \gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{k\lambda Y} \right], & \text{para } rQ_s(x) \leq 2, \\ 1 - \exp[-a \ln^2(brQ_s)], & \text{para } rQ_s(x) > 2. \end{cases} \quad (3.27)$$

Os coeficientes  $a$  e  $b$  são determinados a partir da condição de continuidade da seção de choque em  $rQ_s = 2$ . Os coeficientes  $\gamma_s$  e  $k$  são fixados pela solução da BFKL em ordem dominante (LO). A região de transparência de cor,  $rQ_s \leq 2$ , tem o comportamento governado pela dimensão anômala efetiva,  $\gamma_{eff}(x, r) = (\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{k\lambda Y})$ , com  $Y = \ln(1/x)$  e  $k = 9,9$ . A expressão para  $rQ_s > 2$ , correspondendo a região de saturação, tem a forma funcional correta advinda da solução da equação BK obtida por Levin e Tuchin [63]. A escala de saturação tem a mesma forma do modelo GBW,  $Q_s^2 = (x_0/x)^{\lambda/2}$  GeV, e para  $rQ_s = 2$  a escala de saturação é tomada de modo que  $N(rQ_s, Y) = N_0$ , onde  $N_0 = 0,7$  [8].

### 3.2.3 Modelo b-CGC

O modelo b-CGC proposto em [77], é uma modificação do modelo IIM, através da inserção da dependência no parâmetro de impacto da amplitude de espalhamento [15]. Tal generalização é necessária para descrever os dados experimentais para processos exclusivos analisados em HERA, como por exemplo, as distribuições em momentum transversos para os processos de produção exclusiva de mésons vetoriais e para o processo DVCS. Segundo este modelo temos

$$\begin{aligned} \sigma^{dip}(x, r) &= \int d^2\bar{b} \frac{d\sigma^{dip}}{d^2b}, \\ \frac{d\sigma^{dip}}{d^2b} &= 2N^{b-CGC}(x, r, \bar{b}), \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde

$$N^{b-CGC}(x, \vec{r}, \bar{b}) = \begin{cases} N_0 \left( \frac{rQ_s}{2} \right)^2 \left[ \gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{k\lambda Y} \right], & \text{para } rQ_s(x) \leq 2, \\ 1 - \exp[-a \ln^2(brQ_s)], & \text{para } rQ_s(x) > 2. \end{cases} \quad (3.29)$$

No modelo b-CGC, a escala de saturação do próton passa a ser dependente do parâmetro de impacto:

$$Q_s \equiv Q_s(x, \bar{b}) = \left( \frac{x_0}{x} \right)^{\frac{\lambda}{2}} \left[ \exp \left( - \frac{\bar{b}^2}{2B_{CGC}} \right) \right]^{\frac{1}{2\gamma_s}}. \quad (3.30)$$

O parâmetro  $B_{CGC}$  foi ajustado a fim de obter uma boa descrição da dependência em  $t$  da fotoprodução exclusiva de  $J/\psi$  [15]. Os parâmetros  $N_0$  e  $\gamma_s$  foram considerados livres. Desta forma, uma boa concordância com os dados de  $F_2$  foi obtida [15,36]. Aqui, o conjunto de parâmetros que usaremos foi extraído de [78]:  $\gamma_s = 0,46$ ,  $B_{CGC} = 5,5 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $N_0 = 0,558$ ,  $x_0 = 1,84 \times 10^{-6}$  e  $\lambda = 0,119$ .

### 3.2.4 Modelo IP-Sat

Com o objetivo de descrever os dados experimentais de HERA de processos exclusivos (produção de mésons vetoriais) assim como levar em consideração a evolução em  $Q^2$  na amplitude de espalhamento, Kowalski e Teaney assumiram pressupostos sobre a seção de choque de dipolos e sobre as funções de onda do fóton e mésons vetoriais [79]. Os autores definiram a função de glúons  $xg(x, \mu^2)$  e o fator de forma do próton  $T_G(b)$ , que estão inclusos na seção de choque de dipolos.

Portanto, a amplitude de espalhamento para o modelo IP-Sat é escrita como:

$$N^{IP-Sat}(x, r, b) = 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T_G(b)\right), \quad (3.31)$$

com

$$T_G(b) = \frac{1}{2\pi B_G} e^{(-b^2/2B_G)}, \quad (3.32)$$

onde o parâmetro livre  $B_G$  é fixo pelo ajuste dos dados experimentais referentes a produção exclusiva de  $J/\Psi$ .

A densidade de glúons é evoluída até a escala  $\mu^2$  a partir da escala inicial  $\mu_0^2$ , com a evolução determinada pela DGLAP do setor de glúons [77]:

$$\frac{\partial xg(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\partial_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 dz P_{gg}(z) \frac{x}{z} g\left(\frac{z}{x}, \mu^2\right), \quad (3.33)$$

onde  $\mu^2$  está relacionada ao tamanho do dipolo [79],  $\mu^2 = 4/r^2 + \mu_0^2$ , e a distribuição inicial de glúons na escala  $\mu_0^2$  tem a forma definida por

$$xg(x, \mu_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (3.34)$$

Os valores dos parâmetros  $\mu_0^2$ ,  $A_g$  e  $\lambda_g$  são determinados a partir dos ajustes dos dados de  $F_2$ . Este modelo difere do IIM e b-CGC por conter a dinâmica DGLAP no limite linear ( $r^2 \sim 0$ ). Aqui, o conjunto de parâmetros que usaremos foi extraído de [78]:  $\mu_0^2 = 1,17 \text{ GeV}^2$ ,  $A_g = 2,55$ ,  $\lambda_g = 0,020$  e  $B_G = 4 \text{ GeV}^{-2}$ .

### 3.2.5 Modelo rcBK

Outra abordagem para calcularmos a amplitude de espalhamento de dipolos é através do modelo rcBK [62]. Tal modelo fornece a solução da equação BK calculada numericamente, levando em conta correções além da ordem dominante associadas a variação da constante de acoplamento ("running coupling" BK - rcBK). Para obter a solução numérica rcBK os autores apresentam duas formas de condição inicial. Nesta dissertação utilizamos o resultado obtido para a amplitude  $N$  com uma condição inicial extraída do modelo fenomenológico GBW, dada por

$$N(r, Y = 0) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{r^2 Q_{s0}^2}{4} \right)^\gamma \right], \quad (3.35)$$

onde  $Q_{s0}$  é a escala de saturação inicial e  $\gamma$  é a dimensão anômala, que controla a velocidade com que a amplitude  $N$  vai da região diluída para a região de alta densidade com a variação de  $r$ .

A importância de estudar o modelo rcBK reside na solução numérica da equação BK, tornando este modelo o estado da arte para o cálculo da amplitude  $N$ . Porém, esta solução é usada como um ajuste válido apenas para  $x < 0,01$ .

### 3.3 Comparação entre os modelos de $N$

Nesta seção apresentaremos uma comparação entre os modelos fenomenológicos discutidos anteriormente. A fim de ilustrar o impacto dos efeitos não lineares, também apresentaremos o modelo GBW linear. Neste caso, a amplitude para o GBW linear tem a forma:

$$N(x, r) = \frac{r^2 Q_s^2}{4}, \quad (3.36)$$

ao invés da expressão completa apresentada na equação (3.24).

Na Fig. (3.2), mostramos o resultado das diferentes amplitudes de espalhamento de dipolo como função de  $r^2$  para dois diferentes valores para a variável de Bjorken. Verificamos que há uma grande diferença entre o modelo GBW e GBW linear, tal diferença depende de  $x$ . No painel da esquerda, considerando dipolos com tamanho até  $r^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , observamos que as predições são similares, porém para grande  $r$  estes modelos diferem muito; no painel da direita isto acontece mais rapidamente para pequeno  $x$ , implicando que a contribuição dos efeitos de saturação (não lineares) são importantes para dipolos grandes e para altas energias. Além disso, estes efeitos passam a ter grande importância na região de menores valores de  $r$  quando  $x$  decresce.

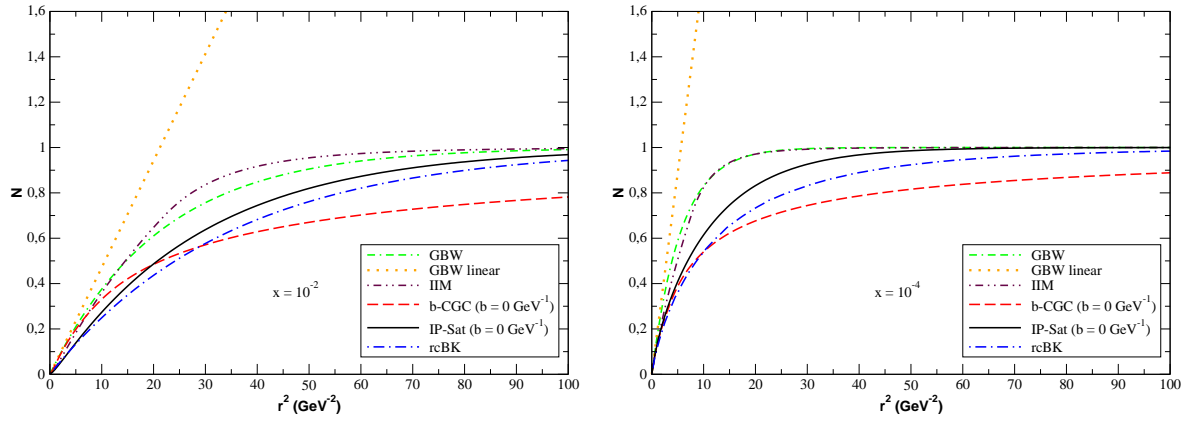


Figura 3.2 - Amplitude  $N(x, r)$  para diferentes modelos de dipolos considerando dois valores de  $x$ .

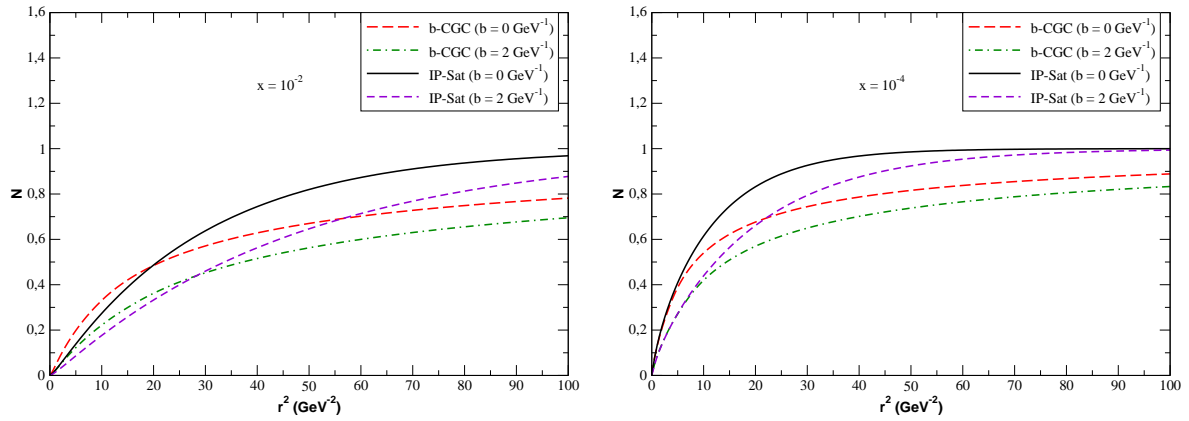


Figura 3.3 - Amplitude  $N(x, r)$  para os modelos de dipolos dependentes de  $b$  considerando dois valores de  $x$ .

Na Fig. (3.3) também apresentamos as previsões de  $N(x, r)$  em termos de  $r^2$ , porém agora somente consideramos os modelos de dipolos que contêm a dependência no parâmetro de impacto, onde em nossos cálculos admitimos dois valores para  $b$ . Iremos considerar os valores  $b = 0 \text{ GeV}^{-1}$  e  $b = 2 \text{ GeV}^{-1}$ , com a escolha deste último valor motivada pelos resultados apresentados na Fig.(23) em [80], os quais indicam que a seção de choque é dominada por valores de  $b \approx 2 \text{ GeV}^{-1}$ . Podemos observar que as previsões para os distintos modelos diferem para grandes valores de  $x$ . Por outro lado, as diferenças entre os resultados diminuem à medida que  $x$  decresce. Além disso, para pequenos valores de  $x$ , os modelos predizem que o regime de saturação é alcançado mais rapidamente, enquanto

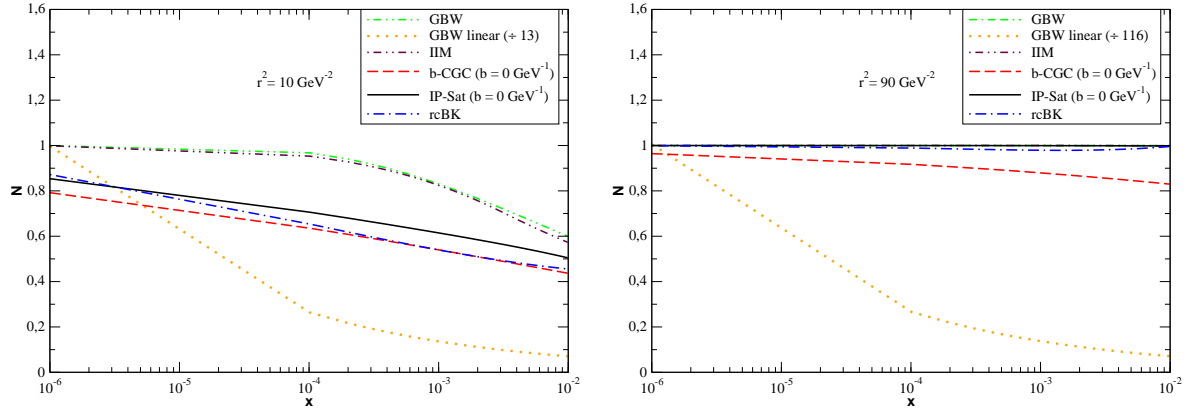


Figura 3.4 - Amplitude  $N(x, r)$  para diferentes modelos de dipolos considerando dois valores de  $x$ .

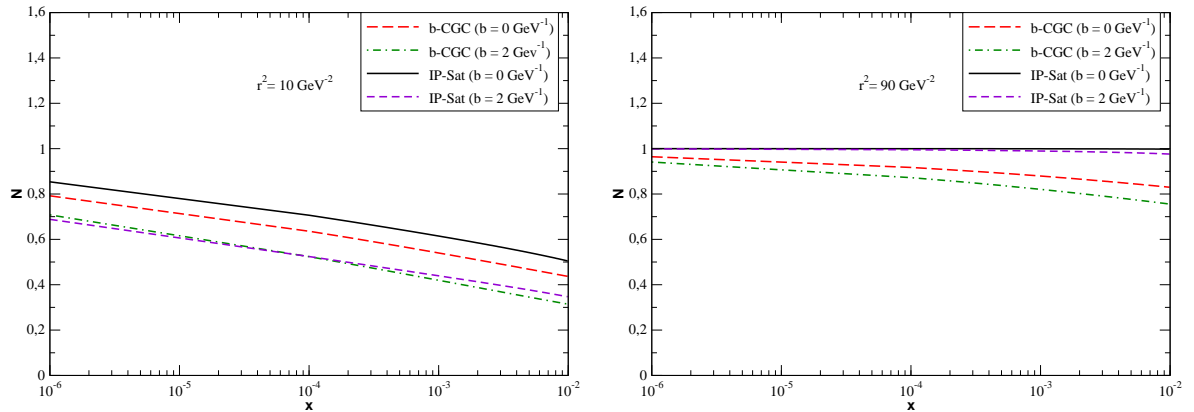


Figura 3.5 - Amplitude  $N(x, r)$  para os modelos de dipolos dependentes de  $b$  considerando dois valores de  $x$ .

que para grande  $x$  os modelos predizem uma transição mais suave no que diz respeito a saturação.

Nas Figs. (3.4) e (3.5) apresentamos as predições para  $N$  considerando diferentes regiões cinemáticas para  $x$ , onde agora fixamos distintos valores para o tamanho de dipolo. Notamos que, para pequenos dipolos, o regime de saturação é atingido mais lentamente (à medida que  $x$  torna-se pequeno). Em contraste, para grandes valores de  $r$ , a situação é inversa ao caso anterior, as amplitudes GBW, IIM, IP-Sat e rcBK têm o mesmo valor assintótico (saturam rapidamente), enquanto a amplitude b-CGC tende a um valor pouco menor. Na Fig. (3.4), o resultado com o modelo GBW linear apresenta uma quebra em

$x = 10^{-4}$ , este comportamento é devido a forma funcional de (3.36) conjuntamente com a definição da escala de saturação do modelo.

### 3.4 Generalização nuclear dos modelos de saturação

Os modelos descritos anteriormente são parametrizações para a amplitude de espalhamento de processos dipolo-nucleon, sendo que o nucleon pode ser um próton ou um nêutron. Quando a escolha do alvo for um núcleo com número de massa  $A$  arbitrário, ou seja, quando o processo de interesse for o espalhamento dipolo-núcleo, precisamos estender os modelos da seção anterior para o caso nuclear. Um dos modelos mais utilizados na literatura baseia-se no formalismo de Glauber-Gribov [81–84]. Neste modelo, a interação dipolo-núcleo é descrita em termos da interação dipolo-nucleon e da distribuição espacial dos nucleons no interior do núcleo. Através dos efeitos de múltiplos espalhamentos levados em conta neste modelo, pode-se limitar o crescimento das distribuições partônicas, como sugere a física de saturação. A seção de choque dipolo-núcleo é escrita como a integral da amplitude de espalhamento ( $N_A$ ) no parâmetro de impacto, tal que

$$\sigma_A^{dip}(x, r) = 2 \int d^2b N_A(x, b, r). \quad (3.37)$$

Em 2002, Armesto [85] propôs o uso deste modelo para parametrizar a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo  $N_A$  [85, 86], como segue

$$N_A(x, b, r) = 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma^{dip}(x, r) T_A(b) \right]. \quad (3.38)$$

Na equação acima,  $\sigma^{dip}$  é a seção de choque de interação dipolo-nucleon,  $T_A(b)$  é a função perfil nuclear, que descreve a distribuição dos nucleons na área transversal do núcleo, contendo a dependência no parâmetro de impacto,

$$T_A(b) = \int dz \rho_A(b, z), \quad (3.39)$$

sendo  $z$  a direção do feixe e  $\rho_A(b, z)$  é a função densidade que determina a distribuição dos nucleons dentro do núcleo. A função perfil nuclear que assumimos em nossos cálculos segue a distribuição de Woods-Saxon para  $\rho_A$ , a qual é amplamente utilizada na literatura [87].

Além disso,  $T_A(b)$  está normalizada da seguinte forma,

$$\int d^2b T_A(b) = A, \quad (3.40)$$

onde  $A$  é o número de massa do núcleo considerado.

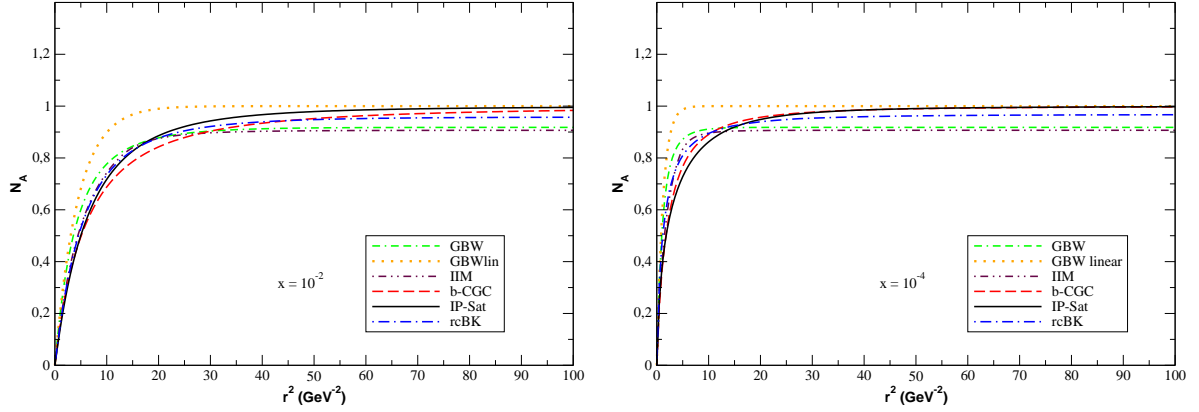


Figura 3.6 - Amplitude  $N_A(x, b, r)$  para  $A = 208$  e colisão central ( $b = 0$ ) para os diferentes modelos de dipolos considerando dois valores distintos de  $x$ .

Portanto, a fórmula funcional completa de Glauber-Gribov para a seção de choque total de um espalhamento dipolo-núcleo é

$$\sigma_A^{dip}(x, r) = 2 \int d^2b \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma^{dip}(x, r) T_A(b) \right] \right\}. \quad (3.41)$$

A seguir analisaremos o comportamento da amplitude de espalhamento nuclear  $N_A$  considerando os modelos da amplitude de espalhamento dipolo-próton descritos na seção (3.2). A Fig.(3.6) mostra a comparação entre as previsões de  $N_A$  como função de  $r^2$ . No caso dos modelos com dependência no parâmetro de impacto, assumimos uma colisão central ( $b = 0$ ), onde  $N_A$  satura mais rapidamente. Além disso, a diferença entre os resultados de  $N_A$  é reduzida ao comparar com  $N$ . Isto está diretamente associado com o modelo de Glauber-Gribov para  $N_A$ , dado pela equação (3.38), isto é,  $N_A$  é a mesma para todos os casos. Em particular, têm-se que o modelo GBW linear prediz um rápido crescimento da densidade partônica no próton, o que implica que uma elevada densidade no núcleo, e conseqüente saturação, seja alcançada mais rapidamente para este modelo quando comparado aos demais modelos.

### 3.5 Conclusão

Neste capítulo abordamos o DIS no sistema de repouso do alvo, a fim de introduzir o formalismo de dipolos, o qual será amplamente utilizado nesta dissertação. Vimos que a seção de choque de dipolos é obtida através de modelos fenomenológicos, que são baseados em diferentes dinâmicas de tratamento da QCD. Além disso, apresentamos a generalização destes modelos para o caso nuclear. No próximo capítulo utilizaremos os distintos modelos



para estudar a produção de quarks pesados, observáveis de interesse neste trabalho.



## 4 Eletroprodução de quarks pesados

O formalismo de dipolos apresentado no capítulo anterior pode ser utilizado para o estudo da produção de quarks pesados. Para tanto, devemos utilizar a soma presente nas equações (3.18) e (3.19) para o caso em que  $q = c$  ou  $q = b$ . Neste capítulo faremos o estudo da função peso, cuja análise fornecerá um melhor entendimento dos resultados apresentados, os quais fazem parte de um artigo submetido à publicação [2]. Investigaremos a função de estrutura, a seção de choque reduzida e as razões nucleares para a produção de quarks pesados em colisões  $ep$  e  $eA$ .

### 4.1 Função peso

Antes de apresentarmos nossos principais resultados, iremos analisar a importância do tamanho do dipolo dominante presente nos observáveis aqui discutidos, onde definimos a função peso. Considerando a seguinte seção de choque

$$\begin{aligned}
 \sigma_i(x, Q^2) &= \int d^2r \int dz |\Psi_i^T(z, r, m_i, Q^2) + \Psi_i^L(z, r, m_i, Q^2)|^2 \sigma^{dip}(x_m, r) \\
 &= \int 2\pi r dr \int dz |\Psi_i^T(z, r, m_i, Q^2) + \Psi_i^L(z, r, m_i, Q^2)|^2 \sigma^{dip}(x_m, r) \\
 &= \int dr W_i(x_m, r, Q^2),
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

sendo  $W_i(x_m, r, Q^2)$  a função peso fóton-próton definida como:

$$W_i(x_m, r, Q^2) = 2\pi r \int dz \left[ |\Psi_i^T(z, r, m_i, Q^2)|^2 + |\Psi_i^L(z, r, m_i, Q^2)|^2 \right] \sigma^{dip}(x_m, r), \tag{4.2}$$

onde  $i$  especifica o sabor de quark e  $x_m$  é o  $x$  de Bjorken modificado,

$$x_m = \left( 1 + \frac{4m_i^2}{Q^2} \right) x. \tag{4.3}$$

Primeiramente apresentaremos uma análise qualitativa, onde em nossos cálculos utilizamos por simplicidade o modelo GBW, e assumimos os valores  $m_c = 1,27$  GeV e  $m_b = 4,5$  GeV para a massa do quark charm e bottom, respectivamente. Na Fig. (4.1) mostramos a função peso para  $x_m$  fixo e dois valores de  $Q^2$ , considerando a produção de quarks leves e pesados. Podemos ver que, à medida que  $Q^2$  aumenta, o pico em  $r$  da distribuição tende a menores valores. No caso dos quarks pesados, a contribuição para os observáveis vem de pequenos dipolos, isto é, da região onde os efeitos de saturação são pequenos. Para os distintos valores de  $Q^2$ , a diferença entre os quarks pesados consiste que, para charm, há uma distribuição mais larga em  $r$  e a contribuição é superior

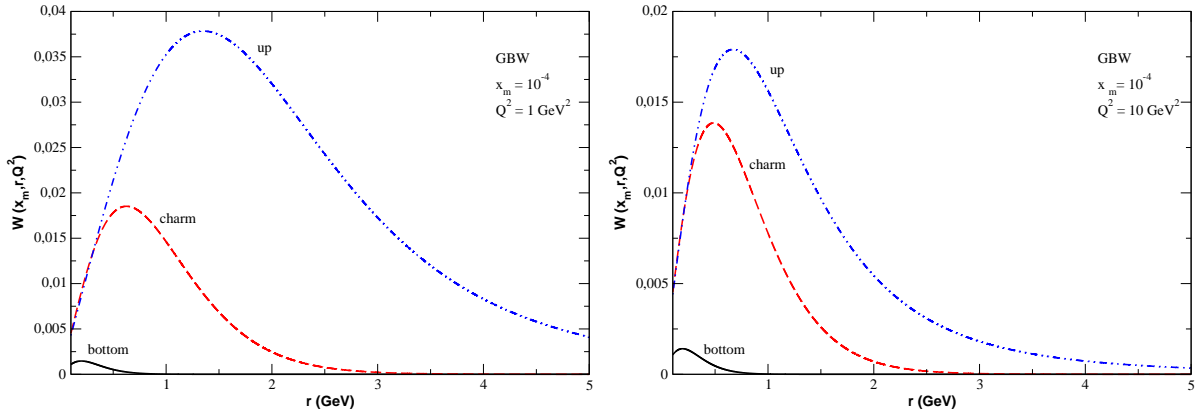


Figura 4.1 - Distribuição em  $r$  da função peso para  $x_m = 10^{-4}$  e dois conjuntos de valores de  $Q^2$ .

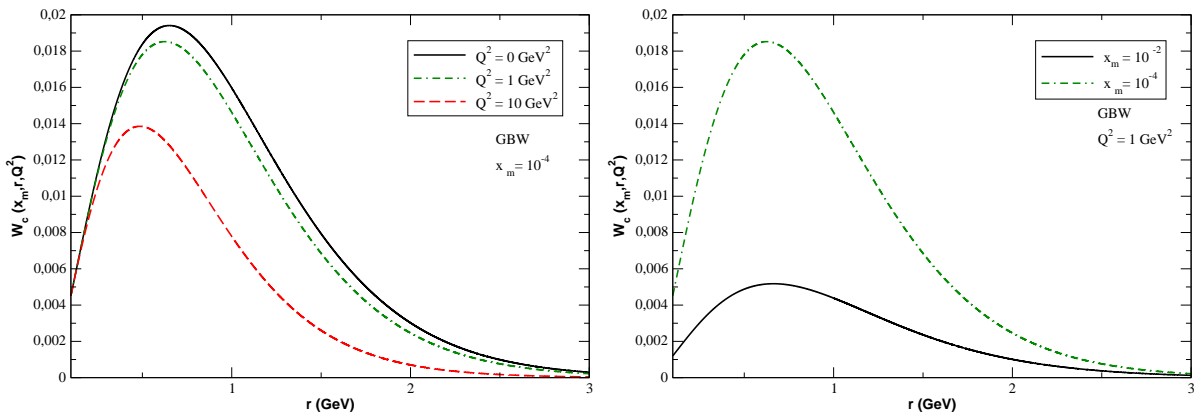


Figura 4.2 - Distribuição em  $r$  da função peso do charm para  $x_m = 10^{-4}$  e  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  fixos independentemente.

ao bottom. Por outro lado, para a produção de quarks leves, uma distribuição larga em  $r$  é obtida, centrada em grandes tamanhos de dipolos, onde os efeitos de saturação são significativos. Entretanto, a massa dos quarks leves não fornece uma escala perturbativa para o cálculo dos observáveis, o que implica que não podemos tratar perturbativamente a seção de choque total de para a fotoprodução de quarks leves.

Na Fig.(4.2) apresentamos o comportamento da função peso do charm para  $x_m$  e  $Q^2$  fixos independentemente. Observamos que, para  $x_m$  fixo, os picos da função peso se deslocam para a esquerda com o aumento da virtualidade  $Q^2$  e a contribuição dominante vem de dipolos cada vez menores. Portanto, os efeitos de saturação são reduzidos para grandes

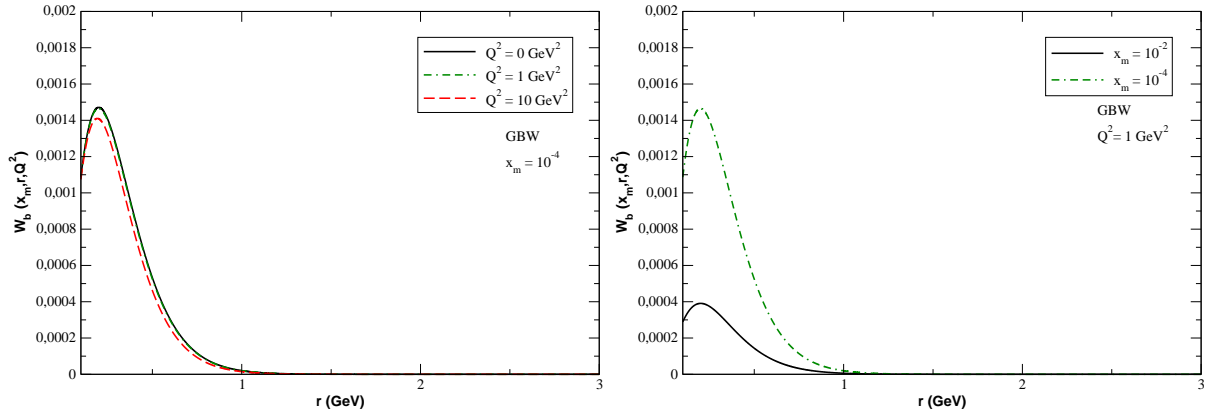


Figura 4.3 - Distribuição em  $r$  da função peso do bottom para  $x_m = 10^{-4}$  e  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  fixos independentemente.

valores de  $Q^2$ . No caso de  $Q^2$  fixo, verificamos que, para menores valores de  $x_m$ , a distribuição é mais larga em  $r$  e a normalização da função peso é maior o que está associado com o crescimento da seção de choque para menores valores de  $x_m$ .

Na Fig.(4.3) mostramos o comportamento da função peso do bottom para valores de  $x_m$  e  $Q^2$  fixos independentemente. Notamos diferenças em relação ao resultado obtido com o charm, uma vez que o charm tem menor massa. Isto implica numa maior probabilidade de produção, traduzindo-se nas distintas normalizações da função peso. Tratando-se do cenário onde  $x_m$  é fixo, os picos da função peso tendem a esquerda quando  $Q^2$  aumenta, conforme esperado. Entretanto para pequenos valores de  $Q^2$  não podemos distinguir as curvas; para  $Q^2$  fixo, a distribuição torna-se mais larga em  $r$  à medida que  $x$  decresce, porém isto ocorre para pequenos dipolos.

A fim de analisar os efeitos da dinâmica QCD, mostramos na Fig. 4.4 o resultado da função peso dos quarks charm e bottom para o mesmo conjunto de valores de  $x_m$  e  $Q^2$  considerando o modelo GBW. Encontramos que, para o caso do charm, o valor típico provado de  $r$ ,  $r \sim 1/\sqrt{m_c^2 + Q^2}$ , corresponde à diferença na região cinemática entre o regime linear e não linear, implicando numa discriminação entre as curvas. Por outro lado, este resultado não é observado no caso do bottom, pois o valor típico provado do tamanho do dipolo corresponde a um regime cinemático onde os efeitos não lineares são desprezíveis.

Nas Figs.(4.5) e (4.6) apresentamos a função peso para os quarks pesados levando em conta todos os modelos fenomenológicos descritos na seção (3.2). Na Fig.(4.5) temos a produção de quark charm e o resultado é similar ao discutido na Fig.(4.2). Entretanto,

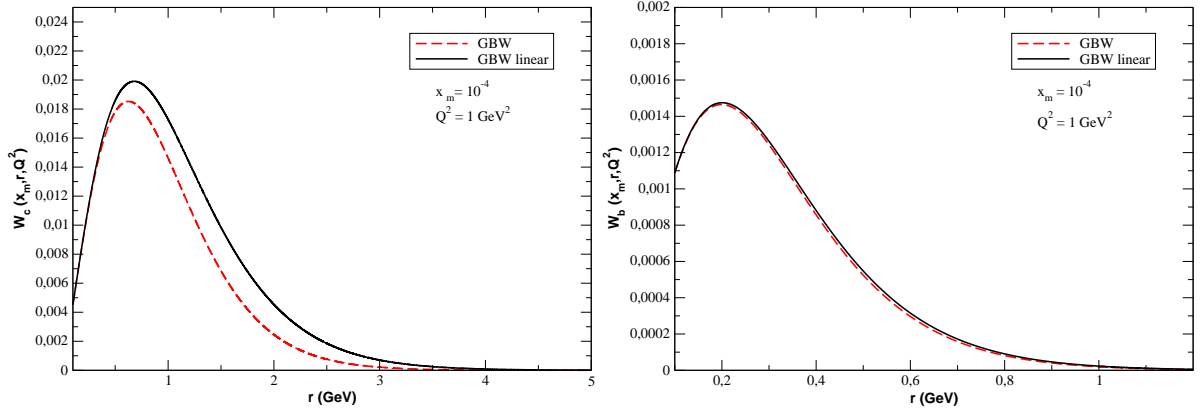


Figura 4.4 - Distribuição em  $r$  da função peso do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) para  $x_m = 10^{-4}$  e  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ .

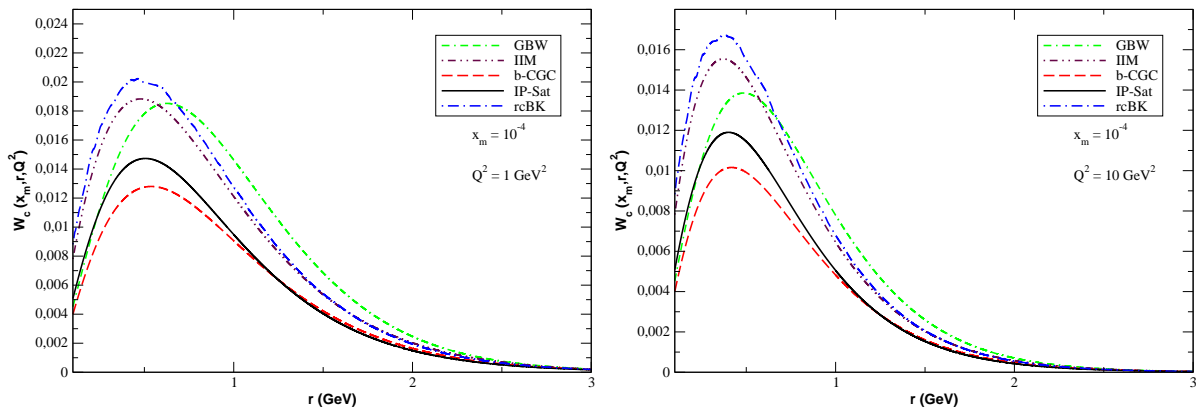


Figura 4.5 - Distribuição em  $r$  da função peso do charm para  $x_m = 10^{-4}$  e dois valores de  $Q^2$ , considerando os diferentes modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos.

obtemos distintas contribuições entre os modelos, onde a maior diferença é fornecida pelos modelos b-CGC, IP-Sat e rcBK.

Na Fig.(4.6) temos a estimativa da função peso para produção de quark bottom, e o comportamento é análogo ao da Fig.(4.3). Agora, a diferença entre as contribuições dos modelos é reduzida, sendo o maior pico de distribuição dado pelo modelo rcBK, levando em conta pequenos dipolos.

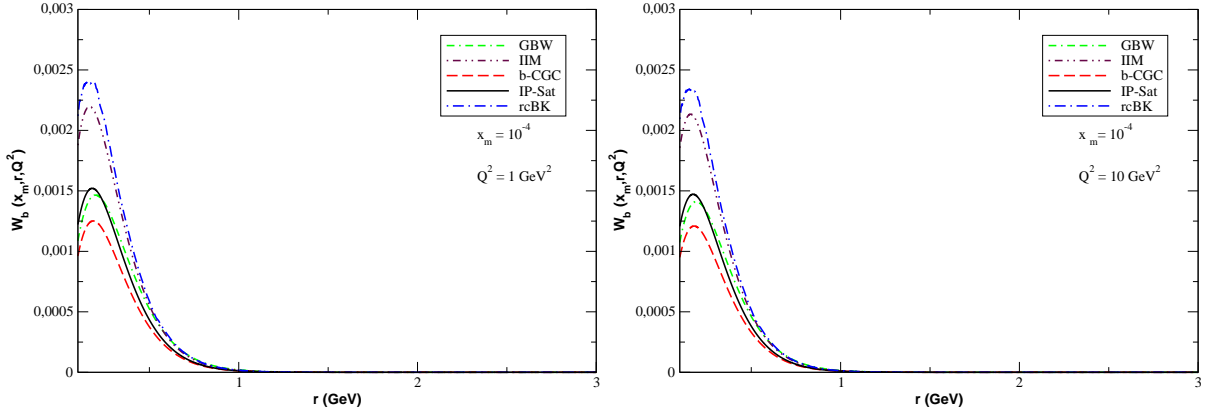


Figura 4.6 - Distribuição em  $r$  da função peso do bottom para  $x_m = 10^{-4}$  dois valores de  $Q^2$ , considerando os diferentes modelos fenomenológicos para a seção de choque de dipolos.

## 4.2 Função de estrutura de quarks pesados

Como discutido no capítulo anterior, a fim de estudar o comportamento dos observáveis do DIS em pequeno  $x$  e incluir efeitos de saturação, é útil descrever o espalhamento fóton-alvo no sistema de dipolos, no qual a maioria da energia é carregada pelo alvo, enquanto o fóton tem energia suficiente para dissociar num par quark-antiquark antes do espalhamento. Esta descrição contrasta com a do sistema de momento infinito do alvo, onde o fóton interage com quarks de mar, os quais são tipicamente emitidos por glúons de pequeno  $x$  no próton. O DIS em pequeno  $x$  pode ser visto como um processo de duas etapas, o fóton virtual emitido pelo elétron flutuar num dipolo de cor com tamanho  $r$ , o qual subsequentemente espalha-se no alvo. Neste formalismo, a função de estrutura de quarks pesados no caso DIS tem a forma

$$F_2^{c,b}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{em}} \int dz \int d^2r \left[ |\Psi_T^{c,b}(z, r, Q^2)|^2 + |\Psi_L^{c,b}(z, r, Q^2)|^2 \right] \sigma^{dip}(x_m, r). \quad (4.4)$$

A função  $F_2^{c,b}$  fornece o conteúdo de quarks charm(bottom) no próton, sendo diretamente dependente da distribuição de glúons. Portanto, este é um observável de interesse para estimar os efeitos de saturação na região de pequeno  $x$ .

Na Fig. (4.7) mostramos os resultados da função de estrutura dos quarks charm e bottom em função de  $x$  para diferentes modelos para  $\sigma^{dip}$ . Podemos observar que, para ambos casos, a função de estrutura cresce para pequeno  $x$  considerando o valor de  $Q^2$  fixo, ou seja, há uma maior probabilidade de encontrar quarks charm e bottom no interior do próton. Entretanto, esta probabilidade é maior para o quark charm. Este comportamento

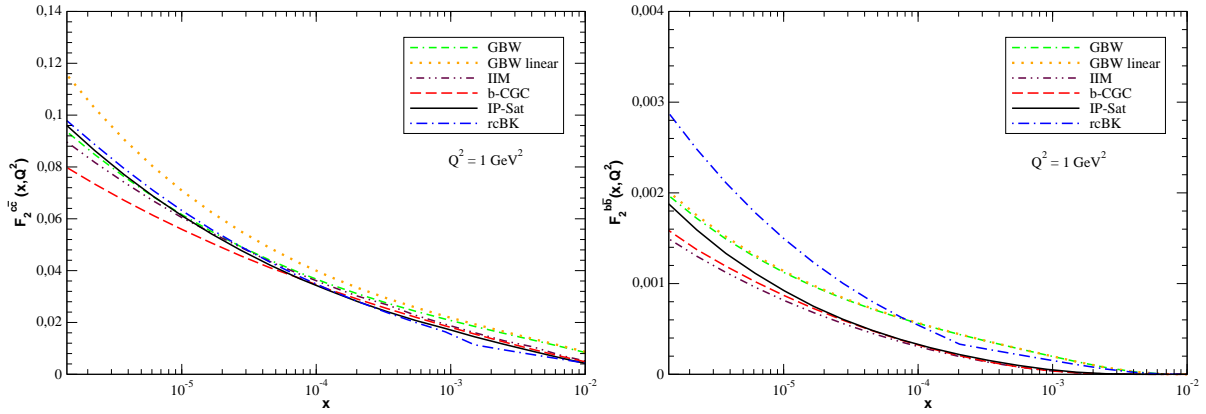


Figura 4.7 - Função de estrutura do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) em termos de  $x$  para  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ .

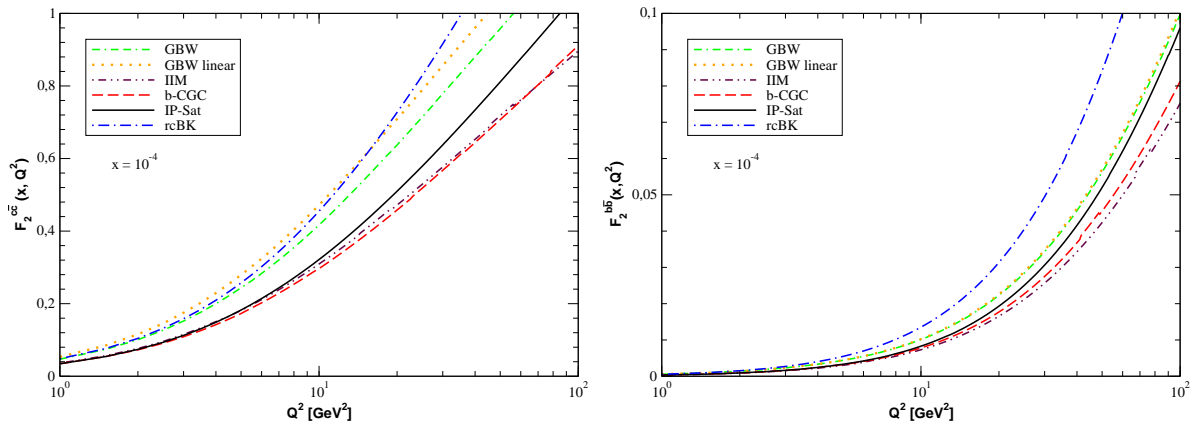


Figura 4.8 - Função de estrutura do charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito) em termos de  $Q^2$  para  $x$  fixo.

está diretamente associado a função peso visto nas Figs. (4.2) e (4.3).

Na Fig. (4.8) apresentamos os resultados para a função de estrutura do charm e bottom em função de  $Q^2$  para um dado  $x$  fixo. Encontramos que  $F_2^{c,b}$  tem um crescimento com  $Q^2$ , conforme o comportamento previsto pela expressão Eq. (2.29). De forma semelhante as previsões anteriores, o resultado para o quark charm é maior do que para o bottom. Esta expectativa é verificada no comportamento da função peso mostrada nas Figs. (4.5) e (4.6). É importante salientar que o modelo IP-Sat é baseado na evolução DGLAP e é considerado um modelo fenomenológico para o limite clássico do Condensado de Vidros



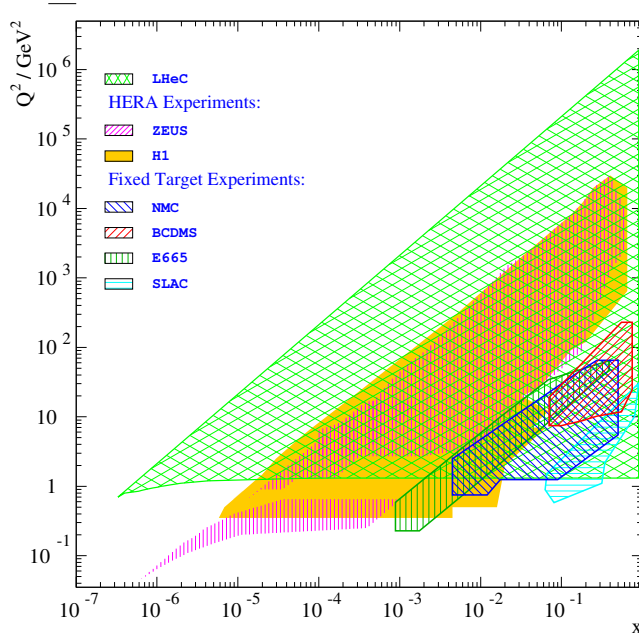


Figura 4.9 - Região cinemática do LHeC. Figura extraída da Ref. [88].

de Cor (CGC). Por outro lado, os outros modelos não contêm a evolução DGLAP.

### 4.3 Seção de choque reduzida

Um dos principais objetivos dos colisores é o estudo da estrutura hadrônica em altas energias, com a finalidade de alcançar um conhecimento mais profundo da estrutura hadrônica. Tal investigação pode ser mais facilmente realizada em interações fóton-hádron, como aquelas presente no DIS. Nos últimos anos, a análise do DIS em altas energias e/ou com um alvo nuclear foi amplamente discutida e motivou a proposição de novos colisores  $ep/eA$  [88,89]. Com a proposta futura do LHeC (Large Hadron Electron Collider), espera-se que este colisor atinja uma energia de centro de massa 5 vezes maior do que em HERA, o que permitirá estender o intervalo cinemático de  $x$  para valores menores do que  $10^{-5}$  num regime perturbativo, ou seja,  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ , conforme Fig.(4.9).

Um dos observáveis que será possível medir nas energias do LHeC é a seção de choque reduzida. Aqui vamos considerar os modelos de dipolos b-CGC, IP-Sat e rcBK para estimar a seção de choque reduzida, a qual pode ser expressa em termos das funções de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  e  $F_L(x, Q^2)$  como segue

$$\sigma_r(x, Q^2, y) = F_2(x, Q^2) - \frac{y^2}{1 + (1 - y)^2} F_L(x, Q^2), \quad (4.5)$$

onde  $y = Q^2/(sx)$  é a variável inelasticidade e  $\sqrt{s}$  é a energia de centro de massa em colisões  $ep$ . Além disso, as funções de estrutura inclusiva e longitudinal podem ser expressas

como

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}(\sigma_T + \sigma_L), \quad (4.6)$$

$$F_L(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\sigma_L, \quad (4.7)$$

com  $\sigma_T$  e  $\sigma_L$  dadas pela Eq. (3.17). A função de estrutura longitudinal  $F_L$  é um observável auxiliar para detectar-se efeitos de saturação na distribuição de glúons. Para grande inelasticidade, a seção de choque reduzida torna-se  $(F_2 - F_L)$  e a contribuição de  $F_L$  é amplificada com  $y^2$ . A quantidade  $F_L$  deve ser obtida apenas na região de grande inelasticidade, coberta numa ampla região cinemática em HERA.

No entanto, é importante enfatizar que a seção de choque reduzida é dependente do colisor considerado, o que pode ser visto a partir da dependência de  $\sigma_r$  na inelasticidade  $y$ . A fim de comparar com as previsões para o LHeC, também faremos previsões para as energias de HERA. Em HERA consideramos a energia de centro de massa de  $\sqrt{s} = 318$  GeV. Por outro lado, no caso do LHeC será assumido  $\sqrt{s} = 1300$  GeV, que é a máxima energia de centro de massa proposta pelo colisor. Nosso objetivo é verificar se o futuro colisor  $ep/eA$  será capaz de discriminar entre as diferentes aproximações para o tratamento dos efeitos não lineares na dinâmica QCD. Nas Figs. (4.10) e (4.11) apresentamos nossas previsões para a seção de choque reduzida de produção de charm e bottom em energias de HERA e LHeC, considerando diferentes valores para a virtualidade do fóton. No caso do HERA, recentemente as colaborações H1 e ZEUS disponibilizaram dados experimentais para  $\sigma_r$ . Em nossos cálculos usamos  $m_c = 1,27$  GeV e  $m_b = 4,5$  GeV quando os modelos b-CGC e IP-Sat forem considerados. Entretanto para o modelo rcBK assumiremos  $m_c = 1,5$  GeV, valor da referência original. O intervalo das curvas em  $x$  é restringido pelos limites cinemáticos da variável inelasticidade ( $0 \leq y \leq 1$ ). Como  $\sqrt{s}$  é maior no LHeC, este colisor será capaz de provar a seção de choque reduzida em menores valores de  $x$  do que em HERA para  $Q^2$  fixo. Nossos resultados indicam que em energias do HERA, os modelos b-CGC e IP-Sat são similares e descrevem bem os dados experimentais. Em contraste, o modelo rcBK descreve somente os dados para pequenos valores de  $Q^2$ . Portanto, nossas estimativas sugerem que a solução BK proposta em [61] não é capaz de descrever a evolução de  $Q^2$  para produção de quarks pesados, que é dominada pela interação de pequenos dipolos. Em energias do LHeC, as previsões dos modelos b-CGC e IP-Sat tornam-se diferentes para altas energias, pequenos valores de  $x$ , com a diferença sendo maior para produção de charm. Portanto, futuras análises da produção de charm no LHeC podem ser importantes para restringir a descrição da dinâmica QCD em pequeno  $x$ .

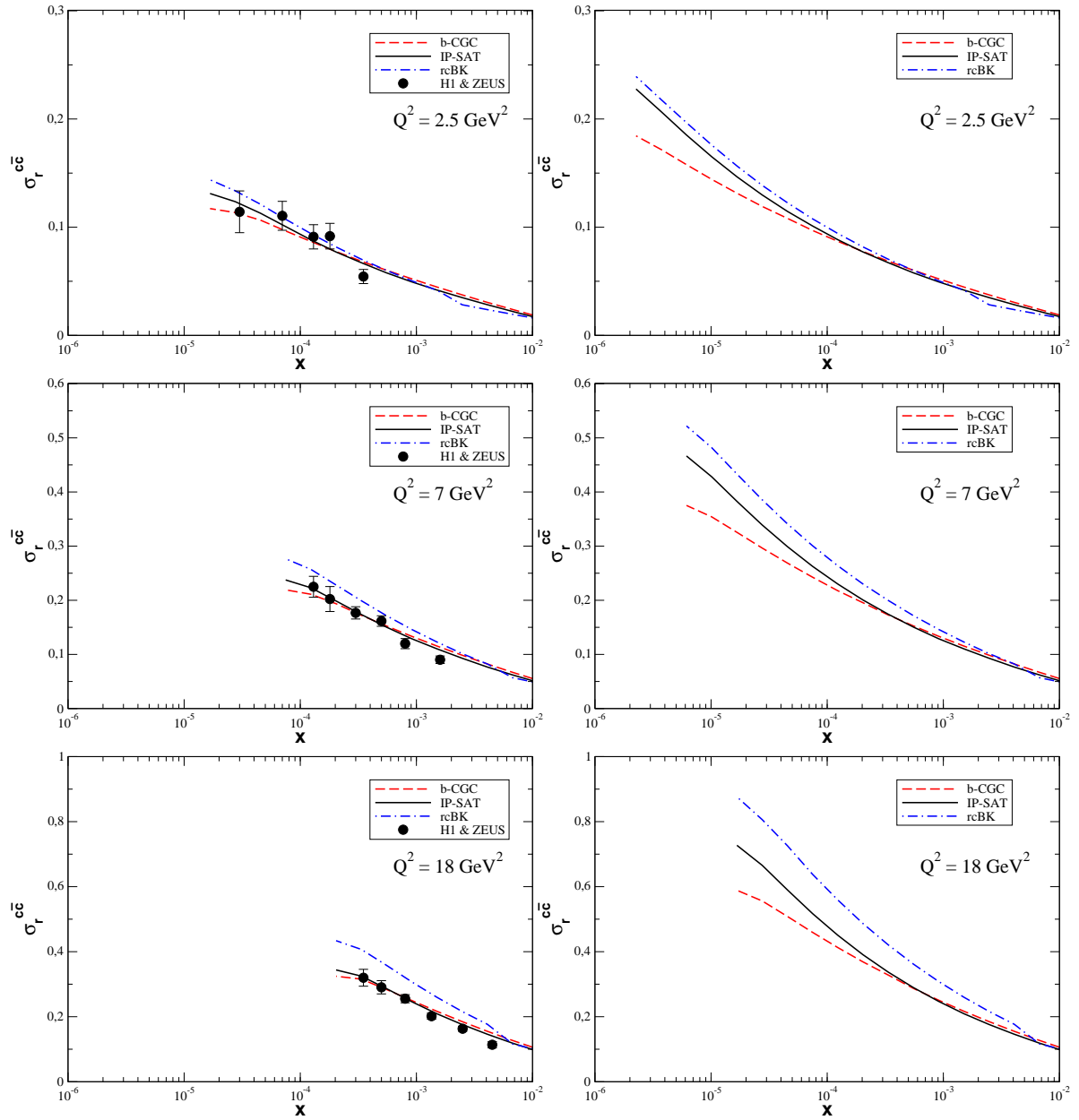


Figura 4.10 - Predições dos modelos do formalismo de dipolos de cor para a seção de choque reduzida de produção de charm em energias de HERA (painel a esquerda) e LHeC (painel a direita) em diferentes valores de virtualidade. Dados de HERA [90].

#### 4.4 Razões nucleares

No que segue estimaremos o impacto dos efeitos não lineares nos observáveis inclusivos que podem ser medidos em colisões  $eA$  nas energias do futuro colisor elétron-íon. O espalhamento inelástico profundo de altas energias utilizando grandes núcleos é um modo de

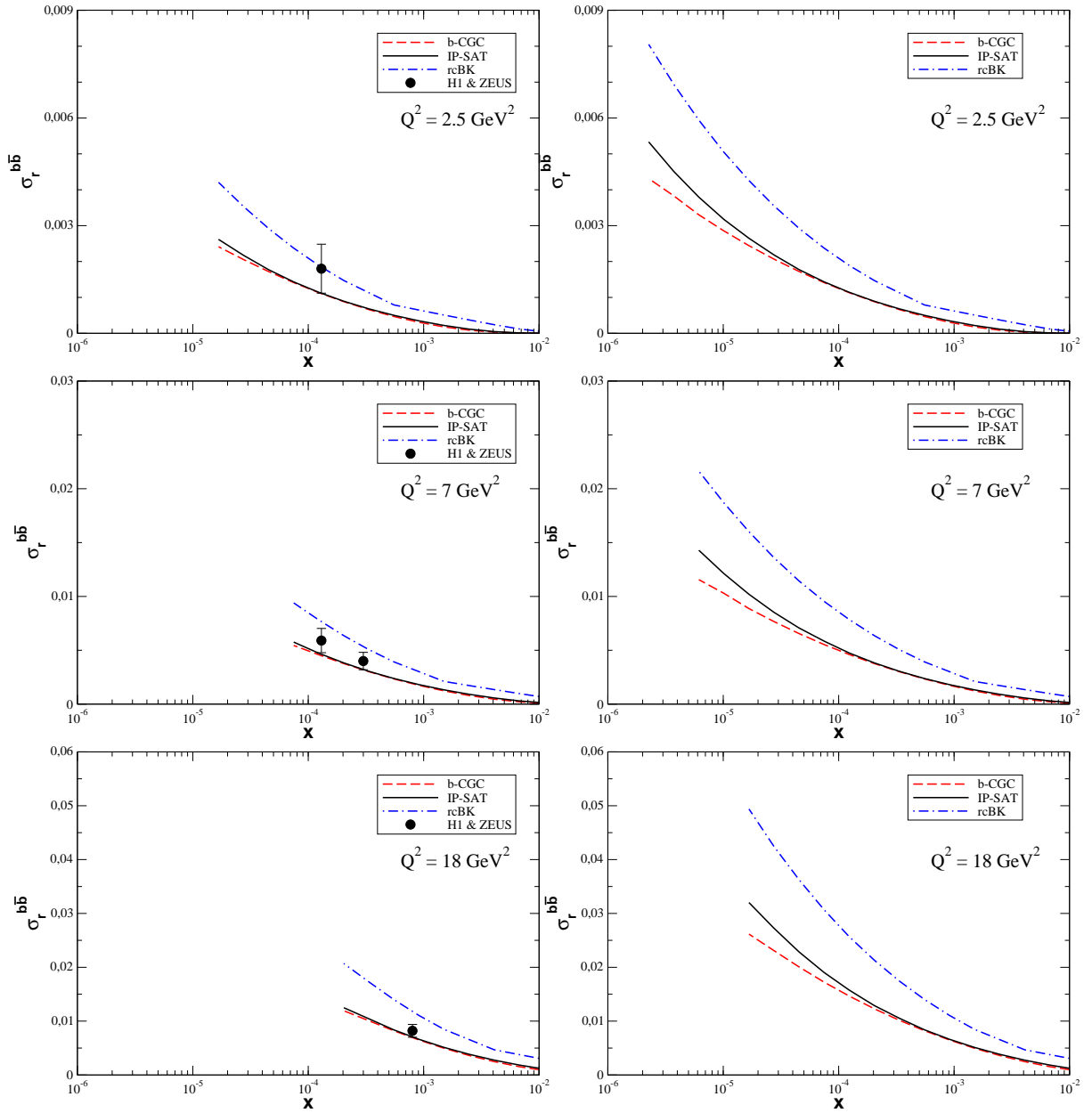


Figura 4.11 - Predições dos modelos do formalismo de dipolos de cor para a seção de choque reduzida de produção de bottom em energias de HERA (painel a esquerda) e LHeC (painel a direita) em diferentes valores de virtualidade. Dados de HERA [90].

explorar a dinâmica de altas densidades de glúons, dominante em pequeno  $x$ . Neste caso, a transição para este regime é caracterizada pela escala de saturação  $Q_s$  que deve crescer quando consideramos o alvo um núcleo. Desta forma, a escala de saturação é amplificada

por um termo dependente do número atômico,

$$Q_s^2 \cong A^{1/3} \left( \frac{x_0}{x} \right)^\lambda, \quad (4.8)$$

implicando que as análises de observáveis em colisões  $eA$  em pequeno  $x$  e grande  $A$  sejam ideais para investigar os efeitos de saturação. Em particular, em colisões  $eA$  é possível acessar o regime de saturação em baixas energias, como, por exemplo, aquelas propostas para o futuro colisor elétron-íon nos EUA. Já o colisor LHeC, será capaz de sondar as funções de estrutura nuclear em  $x \gtrsim 10^{-7}$  para pequenos valores de  $Q^2$ .

A fim de obter uma estimativa dos efeitos da modificação dos observáveis com respeito a saturação, estimaremos as razões,

$$R_2 = F_2^{Pb} / (208.F_2^p), \quad (4.9)$$

$$R_L = F_L^{Pb} / (208.F_L^p), \quad (4.10)$$

$$R_c = F_2^{c,Pb} / (208.F_2^{c,p}). \quad (4.11)$$

A análise destas razões permitirá avaliar o impacto dos efeitos não lineares nas funções de estruturas total e longitudinal bem como na produção de charm.

Na Fig.(4.12) mostramos as razões das funções de estruturas como função de  $x$  para dois diferentes valores de  $Q^2$ . Consideramos a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo dada pela Eq.(3.38) e usamos como entrada apenas os modelos b-CGC, IP-Sat e rcBK para a seção de choque dipolo-próton. Nossos resultados indicam que a magnitude dos efeitos nucleares cresce em pequenos valores de  $x$  e decresce em grande  $Q^2$  e para a produção de charm. Este comportamento é esperado, uma vez que a escala de saturação cresce quando  $x \rightarrow 0$  e a contribuição dos efeitos não lineares decresce quando a seção de choque é dominada por pequenos dipolos, que é o caso para grande  $Q^2$  e/ou para a produção de quarks pesados [91, 92]. Para as razões  $R_2$  e  $R_L$ , as previsões para  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$  são sensíveis aos modelos usados para descrever as interações dipolo-próton. Nossos resultados demonstram que os efeitos não lineares em colisões nucleares reduzirão as funções de estruturas  $F_2^{Pb}$  e  $F_L^{Pb}$  por  $\approx 40\%$  em  $x \approx 10^{-6}$  e  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ . No caso da produção de charm, prevemos uma redução da ordem de  $20\%$  na mesma região cinemática. Tais resultados indicam que os futuros dados experimentais para colisões  $eA$  serão sensíveis a estes efeitos não lineares.

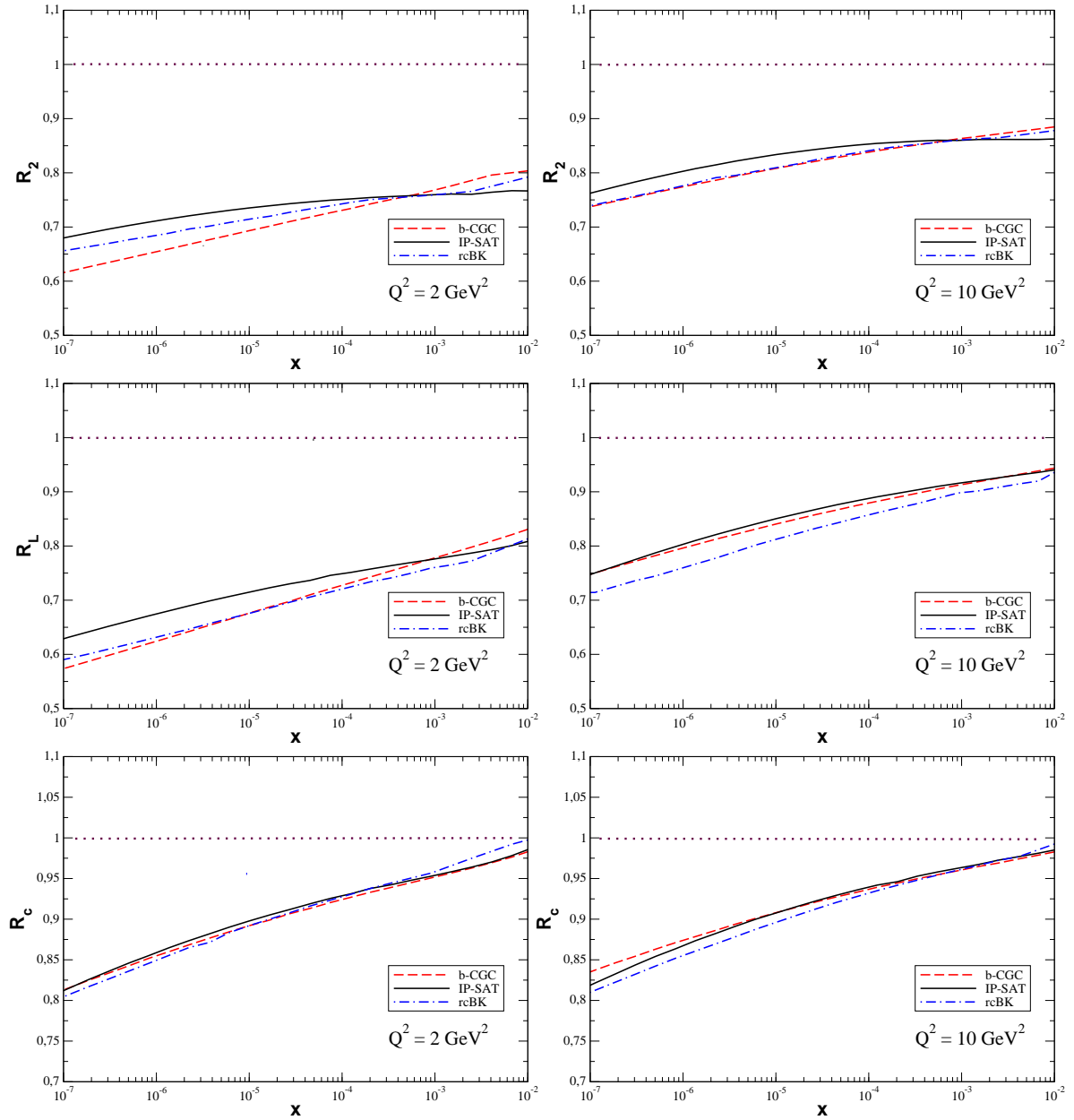


Figura 4.12 - Predições do formalismo de dipolos de cor para as razões  $R_2 = F_2^{Pb}/(208.F_2^p)$ ,  $R_L = F_L^{Pb}/(208.F^p)$  e  $R_c = F_2^{c,Pb}/(208.F_2^{c,p})$  como função de  $x$  considerando dois valores para virtualidade do fóton.

## 4.5 Conclusão

É esperado que medidas de DIS nas novas regiões cinemáticas de  $x$  e  $Q^2$  acessadas nos futuros colisores  $ep/eA$ , forneçam mais informações com o objetivo discriminar entre os distintos modelos para o tratamento do regime não linear da dinâmica QCD. Além disso,

demonstramos que futuras análises da seção de choque reduzida podem ser úteis para discriminar entre os modelos de seção de choque de dipolos, os quais incluem efeitos de saturação, porém são baseados em distintas descrições da dinâmica. Também demonstramos que o impacto dos efeitos não lineares é enaltecido em colisões  $eA$  e não pode ser desconsiderado.





## 5 Fotoprodução de quarks pesados

Neste capítulo investigaremos a fotoprodução ( $Q^2 = 0$ ) de quarks pesados em colisões  $ep/eA$  e em interações hadrônicas, usando a aproximação de dipolos de cor. Iniciaremos nossa discussão tratando da fotoprodução de quarks pesados em interações  $ep$  no HERA, e estenderemos este estudo para o caso nuclear mostrando as razões nucleares nas energias do futuro LHeC modo  $eA$ . Além disso, apresentamos nossos resultados para a distribuição de rapidez e a correspondente seção de choque total para produção de charm e bottom em colisões ultraperiféricas considerando as energias do Run 2 do LHC. Alguns dos resultados apresentados neste capítulo foram publicados em [1].

### 5.1 Fotoprodução de quarks pesados em colisões $ep$ e $eA$

É esperado que a fotoprodução de quarks pesados forneça um melhor acesso a densidade de glúons no próton, pois no processo  $\gamma p$ , um fóton com grande energia advindo do elétron pode sondar a estrutura hadrônica em maiores detalhes [14,15]. A interação fóton-hádron em pequeno  $x$  (altas energias) é descrita usualmente no sistema de momento infinito do hádron em termos do espalhamento do fóton por quarks de mar, que são emitidos por um glúon com pequeno  $x$  do próton [15]. Em particular, na representação de dipolos conforme a Fig. (5.1), o fóton emitido flutua no dipolo de cor e interage com o alvo via a troca de um glúon e, conseqüentemente, a seção de choque inclusiva para fotoprodução de quarks pesados,  $\gamma p \rightarrow q\bar{q}X$ , é fatorizada como [93]:

$$\sigma_{\gamma p \rightarrow q\bar{q}X}^T = 2 \int d^2r \int d^2b \int_0^1 dz \left| \Psi^T(r, z, m_q) \right|^2 \sigma^{dip}(x_m, r). \quad (5.1)$$

Como  $Q^2 = 0$ , somente a função de onda transversal do fóton contribui, veja as expressões (3.18) e (3.19). Com base no estudo que foi realizado até o momento e de acordo com os modelos para a seção de choque de dipolos descritos no capítulo 3, mostramos na Fig. (5.2) os resultados para a seção de choque total de fotoprodução de quarks pesados comparados aos dados experimentais de HERA [94,95]. No caso do charm, as predições com os modelos b-CGC, IP-Sat e rcBK são similares na região cinemática de HERA. Por outro lado, as predições dos modelos IP-Sat e rcBK são maiores em todo o espectro em energia, enquanto o resultado com o modelo b-CGC difere dos demais quando a energia aumenta. Esta característica está diretamente associada aos diferentes tratamentos da dinâmica do regime de saturação presentes nestes modelos. Podemos verificar também que este observável é sensível aos efeitos não lineares.

Quanto a fotoprodução de bottom, somente as estimativas com b-CGC e IP-Sat são

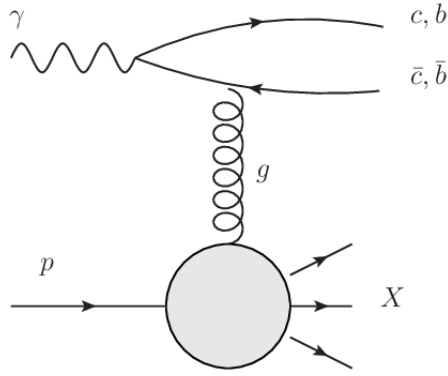


Figura 5.1 - Diagrama do processo de fotoprodução de quarks pesados no sistema de dipolos.

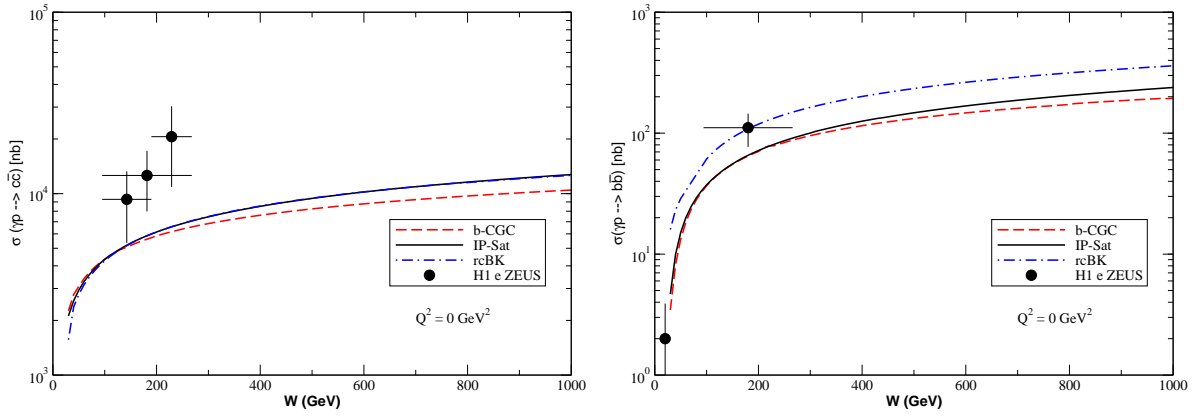


Figura 5.2 - Seção de choque total para a fotoprodução de charm (painel esquerdo) e bottom (painel direito).

similares a baixa energia, já o modelo rcBK fornece distintos resultados em todo intervalo de energia. Entretanto, há uma grande diferença em relação as previsões com o charm, a seção de choque total de fotoprodução de bottom é menor, e a contribuição dos efeitos de saturação é maior no caso do charm.

A seguir analisaremos o impacto dos efeitos não lineares para a fotoprodução de quarks pesados em colisões  $eA$ , onde o alvo é um núcleo de chumbo. Esta análise foi feita através das razões nucleares

$$R_{tot} = \sigma(\gamma Pb \rightarrow X) / [208 \cdot \sigma(\gamma p \rightarrow X)], \quad (5.2)$$

$$R_{tot}^c = \sigma(\gamma Pb \rightarrow c\bar{c}) / [208 \cdot \sigma(\gamma p \rightarrow c\bar{c})]. \quad (5.3)$$

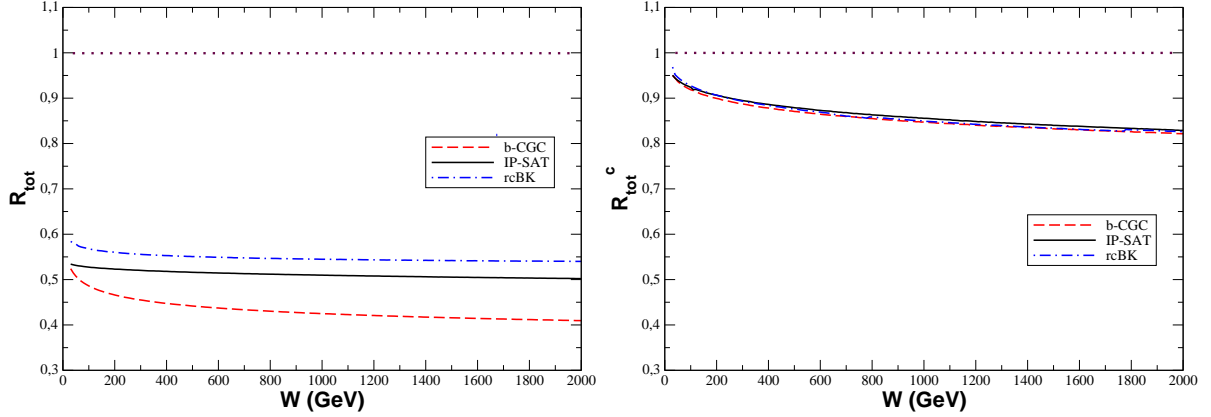


Figura 5.3 - Dependência em energia das razões  $R_{tot} = \sigma(\gamma Pb \rightarrow X)/[208.\sigma(\gamma p \rightarrow X)]$  (painel esquerdo) e  $R_{tot}^c = \sigma(\gamma Pb \rightarrow c\bar{c})/[208.\sigma(\gamma p \rightarrow c\bar{c})]$  (painel direito) para o caso de fotoprodução ( $Q^2 = 0$ ).

Nossa motivação para estimar esta quantidade está diretamente associada ao fato que os efeitos não lineares aumentam em pequenos valores de  $Q^2$ . Na Fig.(5.3) mostramos a dependência em energia desta quantidade. No caso de  $R_{tot}$ , nossos resultados indicam que as previsões são sensíveis aos modelos usados para descrever as interações dipolo-próton e que os efeitos não lineares implicam numa redução de  $\approx 45\%$  da seção de choque de fotoprodução nuclear em comparação com aquela obtida sendo o alvo o próton. Por outro lado, para  $R_{tot}^c$  prevemos que esta redução será de  $\approx 20\%$  em grandes energias, que é similar ao resultado obtido no capítulo anterior para  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ , veja a Fig. (4.12). Tal resultado é esperado, uma vez que no caso de produção de quarks pesados em pequenas virtualidades, a principal contribuição para a seção de choque é determinada pela massa do quark [91, 92].

## 5.2 Fotoprodução de quarks pesados em colisões $pp$ e $pA$

Durante os últimos anos, o LHC tem fornecido dados para a fotoprodução nas energias disponíveis do Run 1 [96–98], e neste ano nas energias do Run 2 [99, 100]. Um dos processos mais estudados neste cenário é a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais em colisões  $pp$ ,  $pPb$  e  $PbPb$  [101–107], mas também é possível explorar a dinâmica QCD em processos inclusivos, onde um dos hádrons incidentes fragmenta e apenas um gap de rapidez está presente no estado final. Aqui estudaremos a fotoprodução de quarks pesados inclusiva em colisões  $pp$  e  $pA$  para as energias do Run 2 do LHC usando o formalismo de dipolos de cor.

O requerimento para investigar as interações induzidas por fótons em colisões ultra-

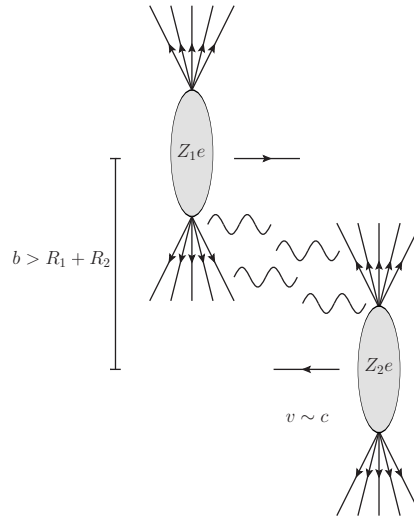


Figura 5.4 - Os campos eletromagnéticos das partículas em movimento a altas velocidades podem ser vistos como uma nuvem de fótons virtuais. No caso de uma colisão nuclear, o campo de fótons virtuais provenientes de um dos núcleos é incrementado pelo número de prótons  $Z$ , e estes fótons podem interagir entre si ou com o outro núcleo. Figura extraída da Ref. [108].

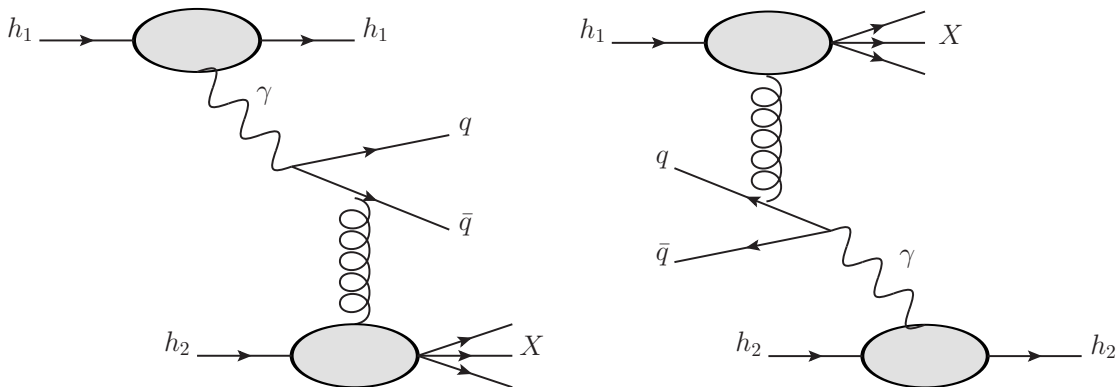


Figura 5.5 - Diagramas típicos para a fotoprodução inclusiva de quarks pesados em colisões hadrônicas.

periféricas hadrônicas consiste que o parâmetro de impacto deve ser maior que a soma dos raios dos hádrons/núcleos interagentes. Isto implica que as interações eletromagnéticas passam a ser dominantes. Em 1924, Enrico Fermi [109] foi o primeiro a pensar neste método, o qual diz que o campo eletromagnético de uma carga elétrica de partícula em movimento poderia ser substituído por um fluxo de fótons virtuais como mostra a Fig. (5.4). Posteriormente, Weizsäcker [110] e Williams [111], estenderam esta aproximação de modo a incluir partículas ultrarelativísticas, estabelecendo o método de Weizsäcker-Williams [112]. No formalismo de dipolos de cor, a produção de quarks pesados pode ser vista conforme os diagramas representados na Fig.(5.5). Em altas energias, os hádrons atuam como uma fonte de fótons quase reais e a seção de choque hádron-hádron é escrita

de forma fatorizada através da aproximação de fótons equivalentes [113]. Em particular, a seção de choque diferencial para a produção de quarks pesados  $q\bar{q}$  em rapidez  $Y$  é dada por

$$\frac{d\sigma[h_1 + h_2 \rightarrow h_i + q\bar{q} + X]}{dY} = \left[ n_{h_1}(w)\sigma_{\gamma h_2 \rightarrow q\bar{q}X}(W_{\gamma h_2}^2) \right]_{w_L} + \left[ n_{h_2}(w)\sigma_{\gamma h_1 \rightarrow q\bar{q}X}(W_{\gamma h_1}^2) \right]_{w_R}, \quad (5.4)$$

onde  $w_L = 2m_q e^Y / \sqrt{s}$  e  $w_R = 2m_q e^{-Y} / \sqrt{s}$  denotam os fótons emitidos dos hádrons  $h_1$  e  $h_2$ , respectivamente.  $W_{\gamma h} = \sqrt{4\omega E}$  é a energia de centro de massa da interação fóton-hádron, onde  $E = \sqrt{s}/2$  com  $\sqrt{s}$  sendo a energia de centro de massa hádrôn-hádrôn, e  $\sigma_{\gamma h} \rightarrow q\bar{q}X$  é a seção de choque de fotoprodução (5.1). A quantidade  $n(w)$  é o espectro de fótons equivalentes com energia  $w$  gerado pela fonte hadrônica, sendo completamente computado na QED. Quando um núcleo de carga  $Z$  é a fonte de fótons, temos que [114,115]

$$n_A = \frac{2Z^2\alpha_{em}}{\pi} \left\{ \xi K_0(\xi)K_1(\xi) - \frac{\xi^2}{2}[K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)] \right\}, \quad (5.5)$$

onde  $\xi = w(R_{h_1} + R_{h_2})/\gamma_L$ , com  $\gamma_L$  correspondendo ao fator de Lorentz e  $K_{0,1}$  são as funções de Bessel modificadas. Por outro lado, se o próton é a fonte de fótons o espectro pode ser aproximado por [114,116]

$$n_p(w) = \frac{\alpha_{em}}{2\pi} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{2w}{\sqrt{s}} \right)^2 \right] \left( \ln(\Omega) - \frac{11}{6} + \frac{3}{\Omega} - \frac{3}{2\Omega^2} + \frac{1}{3\Omega^3} \right), \quad (5.6)$$

sendo  $\Omega = 1 + [(0, 71 \text{ GeV}^2)/Q_{min}^2]$  com o mínimo momento transferido dado por  $Q_{min}^2 = w^2/\gamma_L^2$ .

Na Fig. (5.6) apresentamos nossas previsões para a distribuição de rapidez para a fotoprodução inclusiva de charm e bottom em colisões  $pp$  e  $pA$  em energias do Run 2 do LHC. Verificamos que a distribuição nuclear é enaltecida por um fator  $Z^2$ , presente no fluxo de fótons do núcleo. Além disso, as previsões para colisões  $pA$  são assimétricas em rapidez devido a assimetria dos fluxos de fótons associados ao próton e núcleo, com a interação  $\gamma h$  sendo dominada por fótons gerados pelo núcleo. É importante enfatizar que a função peso para charm é dominada por grandes tamanhos de dipolos em relação ao caso do bottom. Portanto, a produção dos quarks charm e bottom prova  $N$  em diferentes valores de  $r$ . Nossas previsões dos modelos b-CGC, IP-Sat e rcBK para o caso do charm são similares, com pequena diferença em grande rapidez, onde maiores valores de energia de centro de massa fóton-hádron são sondados. Por outro lado, no caso do bottom, o modelo rcBK fornece maiores estimativas do que os modelos b-CGC e IP-Sat, conforme esperado da Fig. (5.2), e a diferença aumenta em colisões  $pPb$ . Os resultados indicam que a incerteza

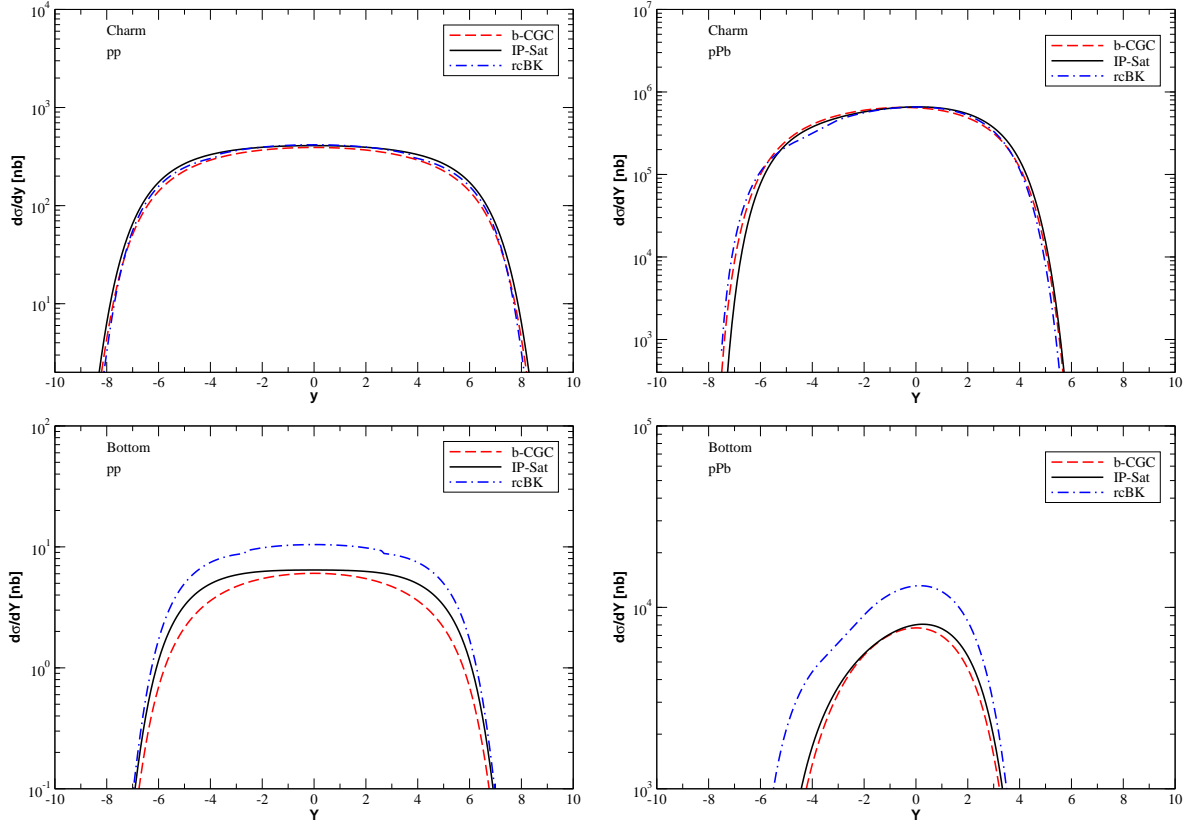


Figura 5.6 - Distribuição de rapidez para a fotoprodução de charm (painel superior) e bottom (painel inferior) em colisões  $pp$  ( $\sqrt{s} = 13$  TeV e  $pPb$  ( $\sqrt{s} = 8,1$  TeV no LHC .

presente nas previsões do formalismo de dipolos de cor para a produção de quarks pesados é pequena, implicando que uma futura medição deste observável é uma importante prova desta abordagem. Os correspondentes valores para as seções de choque total são apresentados nas Tabelas (5.1) e (5.2) considerando dois intervalos de rapidez. Em particular, mostramos nossos resultados para a região de rapidez analisada pelo experimento LHCb, o qual investiga a fotoprodução de quarks pesados no intervalo  $2 < Y < 4, 5$ , onde esperamos uma contribuição maior dos efeitos não lineares. As previsões para a região do LHCb são aproximadamente uma ordem de magnitude menor do que a região cinemática total considerada. No caso de colisões  $pp$  e  $pPb$ , a diferença entre o b-CGC e IP-Sat é  $\approx 10\%$ ( $20\%$ ) para a produção de charm(bottom).

### 5.3 Conclusão

Neste capítulo apresentamos nossas previsões para fotoprodução de quarks pesados em energias de HERA e do Run 2 do LHC, considerando colisões  $ep/eA$  e em colisões ultra-

	<b>Intervalo de rapidez</b>	<b>b-CGC</b>	<b>IP-Sat</b>	<b>rcBK</b>
<b>pp</b> ( $\sqrt{s} = 13$ TeV)	$-10 < Y < 10$	$4,0 \times 10^3$ nb	$4,4 \times 10^3$ nb	$4,3 \times 10^3$ nb
	$2 < Y < 4,5$	$8,0 \times 10^2$ nb	$8,9 \times 10^2$ nb	$8,6 \times 10^2$ nb
<b>pPb</b> ( $\sqrt{s} = 8,1$ TeV)	$-10 < Y < 10$	$4,7 \times 10^6$ nb	$4,8 \times 10^6$ nb	$4,6 \times 10^6$ nb
	$2 < Y < 4,5$	$6,6 \times 10^5$ nb	$7,7 \times 10^5$ nb	$6,9 \times 10^5$ nb

Tabela 5.1 - Seções de choque total para a fotoprodução inclusiva de charm em colisões  $pp/pPb$  em energias do Run 2 do LHC considerando dois intervalos de rapidez.

	<b>Intervalo de rapidez</b>	<b>b-CGC</b>	<b>IP-Sat</b>	<b>rcBK</b>
<b>pp</b> ( $\sqrt{s} = 13$ TeV)	$-10 < Y < 10$	$5,1 \times 10^1$ nb	$6,2 \times 10^1$ nb	$9,6 \times 10^1$ nb
	$2 < Y < 4,5$	$1,1 \times 10^1$ nb	$1,4 \times 10^1$ nb	$2,1 \times 10^1$ nb
<b>pPb</b> ( $\sqrt{s} = 8,1$ TeV)	$-10 < Y < 10$	$3,8 \times 10^4$ nb	$4,1 \times 10^4$ nb	$7,1 \times 10^4$ nb
	$2 < Y < 4,5$	$3,7 \times 10^3$ nb	$4,5 \times 10^3$ nb	$6,8 \times 10^3$ nb

Tabela 5.2 - Seções de choque total para a fotoprodução inclusiva de bottom em colisões  $pp/pPb$  em energias do Run 2 do LHC considerando dois intervalos de rapidez.

periféricas  $pp/pA$ . Neste cenário nossos resultados indicam que estes observáveis podem ser úteis para melhorar nossa compreensão das interações fortes, em particular sobre o tratamento da dinâmica QCD em altas energias. Além disso, demonstramos que as incertezas presentes nas previsões do formalismo de dipolos são pequenas, portanto estes processos inclusivos podem testar a descrição deste formalismo. Futuros dados experimentais podem sugerir quais melhorias na descrição da aproximação de dipolos de cor devem ser inclusas para a análise de processos induzidos por fótons.





## 6 Conclusões e Perspectivas

Embora nosso conhecimento sobre a dinâmica QCD em altas energias tenha tido um desenvolvimento fundamental nos últimos anos, ainda existem várias questões em aberto. Isto implica que os pressupostos subjacentes das diferentes abordagens ainda devem ser testados por comparação de suas predições com os futuros dados experimentais de processos a altas energias. Nesta dissertação estudamos as implicações dos efeitos não lineares da dinâmica QCD na produção de quarks pesados, visando determinar a região cinemática em que estes efeitos contribuem para os observáveis associados. Este estudo foi realizado utilizando a representação de dipolos de cor, que é uma ferramenta muito importante para tratar o regime de altas energias, e nos permite um melhor entendimento dos processos de espalhamento fóton-próton e fóton-núcleo. Neste trabalho focamos nossa análise na descrição de processos inclusivos, a fim de entender a dinâmica partônica no regime de pequeno  $x$  onde os efeitos não lineares surgem e devem ser levados em conta. Em particular, estes feitos são descritos pelo formalismo de dipolos de cor, através de modelos fenomenológicos da física de saturação da distribuição de glúons. Nesta teoria, a informação das interações fortes dos processos de espalhamento esta contida na seção de choque de interação dipolo-alvo. Uma das grandes motivações para este estudo reside na proposta da construção do futuro LHeC, o qual expandirá a região cinemática em  $x$  e  $Q^2$  e permitirá obter mais informações para discriminar entre os diferentes modelos para o tratamento do regime não linear da dinâmica QCD.

Nossas predições e comparações da seção de choque reduzida e razões nucleares foram baseadas nos modelos mais atualizados da amplitude de espalhamento dipolo-alvo, os quais incorporam os efeitos não lineares da dinâmica QCD e descrevem os dados de HERA para processos exclusivos e inclusivos. Como o LHeC investigará um regime maior de energia de centro de massa, a análise dos observáveis inclusivos neste colisor pode ser útil para testar o formalismo de dipolos de cor. Além disso, demonstramos que a análise de um experimento futuro para a seção de choque reduzida é oportuna para discriminar entre as predições dos modelos b-CGC e IP-Sat, que incluem efeitos de saturação, mas são baseados em dinâmicas distintas. Em particular, o estudo da produção de charm em pequeno  $x$  é sensível a transição entre o regime linear e não linear, que é abordado de diferentes formas por estes dois modelos.

A próxima energia disponível para o Run 2 do LHC fornecerá uma amostra de dados experimentais maior, permitindo estudar um conjunto de diferentes estados finais e uma melhor discriminação entre as descrições alternativas da dinâmica QCD. Esta possibilidade tem motivado a análise realizada neste trabalho, onde apresentamos um estudo da fotoprodução de quarks pesados inclusiva em colisões ultraperiféricas  $pp/pA$  usando

o formalismo de dipolos. Nossos resultados demonstram pequena incerteza e podem ser considerados como uma alternativa para provar a abordagem de dipolos de cor.

Nossas estimativas para as energias do LHC preveem altas taxas de produção de quarks pesados, sendo a maior para o caso do charm. Como uma análise futura, pretendemos investigar a distribuição de momentum transversal dos mésons  $D$  e  $B$  gerados a partir da fotoprodução de quarks charm e bottom, respectivamente. Além disso, pretendemos estender nossos resultados para colisões periféricas ( $b \simeq R_{h_1} + R_{h_2}$ ) e comparar com as previsões obtidas considerando a produção de quarks via interação forte. Resultados recentes [117] para a produção de mésons  $J/\Psi$  indicam que o espectro em momentum transversal é modificado pela presença de processos foto-induzidos. Tal efeito, se presente, também deve se manifestar na produção de quarks pesados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GONCALVES, V. P.; SANTOS, G. S.; SENA, C. R. Inclusive heavy quark photoproduction in  $pp$ ,  $pPb$  and  $PbPb$  collisions at Run 2 LHC energies. **Nucl. Phys.**, A 976, p. 33–45, 2018. 22, 79
- [2] \_\_\_\_\_. Probing the saturation effects in the inclusives observables at the future  $ep/eA$  collider at the LHC. **Submetido à publicação**, 2018. 22, 65
- [3] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon. **Phys. Rev.**, v. 185, n. 5, p. 1975–1982, Sept 1969. 23
- [4] CANAL, C. A.; DUCATI, M. B. G.; SIMÕES, J. A. M. Notes in deep inelastic scattering. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur. 1979. 93p. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, 15). 23
- [5] DOS SANTOS, G. S. **Investigando a produção de mésons vetoriais e fótons diretos em colisões envolvendo íons pesados no Large Hadron Collider**. Tese (Doutorado), Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, 2016. 23, 24, 28, 30, 35, 40, 46, 52, 53, 55
- [6] HALZEN F.; MARTIN, A. **Quarks and leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics**. John Wiley: New York, 1984. 23, 24, 25, 26, 29, 30, 35, 36, 37, 38
- [7] KUGERATSKI, M. S. **Dipolos de cor e interações a altas energias**. Tese (Doutorado), São Paulo: Curso de Pós-Graduação em Física - UPS, 2007. 24, 25, 36, 40, 46, 51, 52, 53
- [8] PIRES, D. S. **Espalhamento Compton Profundamente Virtual em Colisões Elétron-Próton e Elétron-Núcleo**. Dissertação (Mestrado), Pelotas: Instituto de Física e Matemática da UFPEL, 2014. 24, 26, 31, 34, 35, 36, 40, 41, 42, 44, 51, 54, 55, 56
- [9] GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. Wiley: [s.n.], 2008. 24, 25, 26, 30, 31, 32, 34
- [10] PREDAZZI, E.; BARONE, V. **High-Energy Particle Diffraction**. Springer: [s.n.], 2002. 25, 27, 28, 45, 51, 53, 54
- [11] KOVCHegov, Y.; LEVIN, E. **Quantum chromodynamics at high energy**. Cambridge University Press: [s.n.], 2012. 15, 25, 31, 32, 33, 51

- [12] THOMSON, M. **Modern Particle Physics**. Cambridge University Press: [s.n.], 2013. 25
- [13] LEADER E.; PREDAZZI, E. **An Introduction to gauge theories and the new physics**. Cambridge: [s.n.], 1982. 28
- [14] AVILA, Y. L. **Fotoprodução de quarks pesados em colisões próton-próton no Grande Colisor de Hádrons**. Dissertação (Mestrado), Pelotas: Instituto de Física e Matemática da UFPEL, 2014. 28, 40, 41, 79
- [15] MENESES, A. R. **Fotoprodução de quarks pesados em colisões próton-próton no Grande Colisor de Hádrons**. Dissertação (Mestrado), Pelotas: Instituto de Física e Matemática da UFPEL, 2011. 28, 41, 46, 56, 57, 79
- [16] BETEMPS, M. A. **Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor**. Tese (Doutorado), Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, 2007. 28, 55
- [17] CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-Energy electroproduction and constitution of the electric current. **Phys. Rev. Lett.**, v. 22, p. 156–159, Jan 1969. 30
- [18] BJORKEN, J. D. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum. **Phys. Rev.**, v. 179, p. 1547–1553, 1969. 30
- [19] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon. **Phys. Rev.**, v. 185, p. 1975–1982, 1969. 30
- [20] MUTA, T. **Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories**. World Scientific: [s.n.], 2010. 30, 31, 32, 34
- [21] GRENER W.;SCHAFFER, A. **Quantum chromodynamics**. New York: Springer-Verlag: [s.n.], 1994. 30
- [22] MOREIRA, B. D. S. **Produção de mésons vetoriais em processos foto-induzidos no LHC**. Tese (Doutorado), São Paulo: Curso de Pós-Graduação em Física - USP, 2017. 30, 34
- [23] MARTIN, A. D. Proton structure, Partons, QCD, DGLAP and beyond. **Acta Phys. Polon**, B 39, n. 9, p. 2025–2062, Sept 2008. 30
- [24] FRITZSCH, H.; GELL-MANN, M.; LEUTWYLER, H. Advantages of the color octetgluon picture. **Phys. Lett**, B 47, p. 365–368, 2012. 31

- [25] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. **Phys. Rev. Lett.**, v. 30, p. 1343–1346, 1973. 31
- [26] GROSS, D.; WILCZEK, F. Asymptotically free gauge theories. 2. **Phys. Rev.**, D 9, p. 980–993, 1974. 31
- [27] WEINBERG, S. Nonabelian Gauge Theories of the Strong Interactions. **Phys. Rev. Lett.**, v. 31, p. 494–497, 1973. 31
- [28] SALAM, G. P. Elements of QCD for hadron colliders. Proceeding of 2009 European School of High-energy Physics. 2010. 32
- [29] PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. **An Introduction to Quantum Field Theory**. Westview Press: [s.n.], 1995. 32, 35
- [30] FADDEEV, L. D.; POPOV, V. N. Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field. **Phys. Lett.**, B25, p. 29–30, 1967. 32
- [31] BERINGER, J. et al. Particle Data Group. **Phys. Rev. D**, v. 86, p. 010001, July 2012. 15, 35
- [32] DOKSHITZER, Y. Calculation of the Structure Functions for Deep inelastic scattering and  $e^+ e^-$  Annihilation by Perturbation Theory in Quantum chromodynamics. **Sov. Phys. JETP**, v. 46, p. 641–653, 1977. 35
- [33] GRIBOV, V.; LIPATOV, L. Deep inelastic  $e p$  scattering in perturbation theory. **Sov. J. Nucl. Phys**, v. 15, p. 438–450, 1972. 35
- [34] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. **Nucl. Phys.**, B126, p. 298–318, 1977. 35
- [35] YAMASAKI, M. K. **O processo Drell-Yan e o grande colisor de hádrons**. Dissertação (Mestrado), Santa Catarina: Centro de Ciências Físicas e Matemáticas (Departamento de Física) - UFSC, 2016. 35
- [36] CAZAROTO, E. R. **Espalhamento Inelástico Profundo em colisões Elétron-Íon**. Dissertação (Mestrado), São Paulo: Curso de Pós-Graduação em Física - UPS, 2009. 40, 57
- [37] GONCALVES, V. **A Cromodinâmica Quântica para sistemas densos**. Tese (Doutorado), Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, 2000. 40, 44
- [38] LAI, H. L.; GUZZI, M.; HUSTON, J.; LI, Z.; NADOLSKY, P. M.; PUMPLIN, J.; YUAN, C. New parton distributions for Collider physics. **Phys. Rev**, v. 82, n. 7, p. 074024, 2010. 40

- [39] BALL, R. D.; BERTONE, V.; CERUTTI, F.; DEBBIO, L. D.; FORTE, S.; GUFFANTI, A.; LATORRE, J. I.; ROJO, J.; UBIALI, M. Impact of heavy quark masses on parton distributions and LHC phenomenology. **Nucl. Phys.**, B849, n. 2, p. 296–363, 2011. 40
- [40] HARLAND-LANG, L. A.; MARTIN, A. D.; MOTYLINSKI, P.; THORNE, R. S. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs. **Eur. Phys. J. C**, v. 75, n. 5, p. 204, May 2015. 15, 40, 41
- [41] FADIN, V.; KURAEV, E.; LIPATOV, L. On the Pommeranchuk Singularity in Asymptotically Free Theories. **Phys. Lett**, B 60, p. 50–52, 1975. 44, 45
- [42] BALITSKY, I.; LIPATOV, L. The Pommeranchuk Singularity in Quantum chromodybamics. **Sov. J. Nucl. Phys**, v. 28, p. 822–829, 1978. 44, 45
- [43] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi - Reggeon Processes in the Yang-Mills Theory. **Sov. Phys. JETP**, v. 44, p. 443–450, 1976. 45
- [44] \_\_\_\_\_. The Pommeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. **Sov. Phys. JETP**, v. 45, p. 199–204, 1977. 45
- [45] FORSHAW, J.; ROSS, D. **Quantum chromodybamics and the pomeron**. Cambridge University Press: [s.n.], 1997. 45, 53
- [46] ASKEW, A. J.; KWIECINSKI, J.; MARTIN, A. D.; SUTTON, P. J. Properties of the BFKL equation and structure function predictions for HERA. **Phys. Rev**, D 49, p. 4402–4414, 1994. 45
- [47] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard processes in QCD. **Phys. Rev.**, v. 100, n. 1/2, p. 1–150, Nov. 1983.
- [48] MUELLER, A. H.; QIU, J. Gluon recombination and shadowing at small of  $x$ . **Nucl. Phys.**, B 268, n. 1/2, p. 427–452, May. 1986. 46
- [49] SOYEZ, G. Saturation in high-energy QCD. **Braz. J. Phys.**, v. 36, n. 4a, p. 1195–1203, Dec 2006. 15, 47
- [50] IANCU, E.; VENUGOPALAN, R. The Color glass condensate and high-energy scattering in QCD. **arXiv:hep-ph/0303204v3**, 2003. 47, 55
- [51] IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. D. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. 1. **Nucl. Phys**, A 692, p. 583–645, 2001. 47

- [52] \_\_\_\_\_. The Color glass condensate: An Introduction. **arXiv:hep-ph/0202270**, p. 73–145, 2002. 47
- [53] JALILIAN-MARIAN, J. The Color glass condensate at RHIC. **J.Phys**, G 30, p. S751–S758, 2004. 47, 55
- [54] JALILIAN-MARIAN, J.; KOVNER, A.; LEONIDOV, A.; WEIGERT, H. The BFKL equation from the Wilson renormalization group. **Nucl. Phys**, B 504, p. 415–431, 1997. 47
- [55] \_\_\_\_\_. The Wilson renormalization group for low  $x$  physics: Towards the high density regime. **Phys. Rev.**, D 59, p. 014014, 1998. 47
- [56] \_\_\_\_\_. The Wilson renormalization group for low  $x$  physics: Gluon evolution at finite parton density. **Phys. Rev.**, D 59, p. 014015, 1998. 47
- [57] WEIGERT, H. Unitarity at small Bjorken  $x$ . **Nucl. Phys.**, A 703, p. 823–860, 2002. 47
- [58] IANCU, E. QCD in heavy ion collisions. **arXiv:1205.0579**, 2014. 47
- [59] BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. **Nucl. Phys.**, B463, p. 99–160, 1996. 47
- [60] KOVCHegov, Y. Small  $x$  F(2) structure function of a nucleus including multiple pomeron exchanges. **Nucl. Rev.**, D 60, p. 034008, 1999. 47, 55
- [61] ALBACETE, J. L.; ARMESTO, N.; MILHANO, J. G.; SALGADO, C. A.; WIEDEMANN, U. A. Non-linear QCD meets data: A Global analysis of lepton-proton scattering with running coupling BK evolution. **Phys. Rev.**, D 80, p. 034031, 2009. 48, 72
- [62] ALBACETE, J. L.; ARMESTO, N.; MILHANO, J. G.; SALGADO, C. A. Numerical analysis of the Balitsky-Kovchegov equation with running coupling: Dependence of the saturation scale on nuclear size and rapidity. **Phys. Rev.**, D71, p. 014003, 2005. 48, 58
- [63] LEVIN, E.; TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density QCD. **Nucl. Phys.**, B 573, p. 833–852, 2000. 48, 56
- [64] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MCLERRAN, L. Geometric scaling above the saturation scale. **Nucl. Phys.**, A 708, n. 3, p. 327–352, 2002. 49

- [65] STASTO, A. M. Nonlinear evolution equations in QCD. **Acta Phys. Polon.**, B 35, p. 3069–3102, 2004. 49
- [66] STASTO, A. M.; GOLEC-BIERNAT, K. J.; KWIECINSKI, J. Geometric scaling for the total  $\gamma^* p$  cross-section in the low  $x$  region. **Phys. Rev. Lett.**, v. 86, p. 596–599, 2001. 49
- [67] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. On determination of the large  $1/x$  gluon distribution at HERA. **Phys. Lett.**, B 332, p. 184–190, 1994. 51
- [68] \_\_\_\_\_. The triple-pomeron regime and structure function of the pomeron in diffractive deep inelastic scattering at very small  $x$ . **Z. Phys.**, C 64, p. 631–651, 1994. 51
- [69] \_\_\_\_\_. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. **Z. Phys**, C 49, n. 4, p. 607–618, March 1991. 54
- [70] \_\_\_\_\_. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. **Z. Phys**, C53, n. 2, p. 331–346, Feb 1992. 54
- [71] NIKOLAEV, N.; ZAKHAROV, B. Scaling Properties of Nuclear Shadowing in Deep Inelastic Scattering. **Phys Lett**, B 260, p. 414–420, 1991. 54
- [72] BARONE, V.; GENOVESE, M.; NIKOLAEV, N. N.; PREDAZZI, E.; ZAKHAROV, B. G. Unitarization of structure functions at large  $1/x$ . **Phys. Lett**, B 326, p. 161–167, 1994. 54
- [73] GOLEC-BIERNAT K.; WUSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low and its implications on diffraction. **Phys. Rev.**, D 59, n. 1, p. 014017, Nov. 1998. 55
- [74] GOLEC-BIERNAT, K.; WUSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. **Phys. Rev.**, D 60, n. 11, p. 114023, Nov. 1998. 55
- [75] IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small- $x$ . **Phys. Lett.**, B 590, n. 3-4, p. 199–208, June. 2004. 55
- [76] BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. **Nucl. Phys**, B 463, p. 99–160, 1996. 55
- [77] KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. **Phys. Rev.**, D 74, p. 074016, 2006. 56, 57
- [78] KOWALSKI, H.; WATT, G. Impact parameter dependent color glass condensate dipole model. **Phys. Rev.**, D 78, p. 074016, 2008. 57



- [79] KOWALSKI, H.; TEANEY, D. Impact parameter dipole Saturation model. **Phys. Rev.**, D 68, p. 114005, 2003. 57
- [80] KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. **Phys. Rev.**, D74, p. 074016, 2006. 59
- [81] GRIBOV, V. N. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. **Sov. Phys. JETP.**, v. 29, n. 3, p. 483–487, 1969. 61
- [82] \_\_\_\_\_. Interaction of gamma quanta and electrons with nuclei at high-energies. **Sov. Phys. JETP.**, v. 30, n. 4, p. 709–717, 1970. 61
- [83] GLAUBER, R. J.; MATTHIAE, G. High-energy scattering of protons by nuclei. **Nucl. Phys.**, B 21, p. 135–157, 1970. 61
- [84] GLAUBER, R. J. **Lectures in Theoretical Physics**. New York: Interscience, 1984. 61
- [85] ARMESTO, N. A Simple model for nuclear structure functions at small  $x$  in the dipole picture. **Eur. Phys. J.**, C 26, p. 35–43, 2002. 61
- [86] TUCHIN, K. Coherent and incoherent diffractive hadron production in pA collisions and gluon saturation. **Phys. Rev.**, C 79, p. 055206, 2009. 61
- [87] WOODS, R. D.; SAXON, D. S. Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering. **Phys. Rev.**, v. 95, p. 577, July 1954. 61
- [88] DAINTON, J. B.; KLEIN, M.; NEWMAN, P.; PEREZ, E.; WILLEKE, F. Deep inelastic electron-nucleon scattering at the LHC. **JINST.**, v. 1, p. P10001, 2006. 16, 71
- [89] BOER, D. et al. Gluons and the quark sea at high energies: Distributions, polarization, tomography. **arXiv:1108.1713 [nucl-th]**, 2011. 71
- [90] ABRAMOWICZ, H. et al. Combination and QCD analysis of charm and beauty production cross-section measurements in deep inelastic  $ep$  scattering at HERA[ H1 and ZEUS Collaborations ]. **Eur. Phys. J.**, C 78, n. 6, p. 473, 2015. 16, 73, 74
- [91] KUGERATSKI, M. S.; GONCALVES, V. P.; NAVARRA, F. S. Probing the color glass condensate in an electron-ion collider. **Eur. Phys. J.**, C 46, p. 465–473, 2006. 75, 81
- [92] \_\_\_\_\_. Saturation in diffractive deep inelastic eA scattering. **Eur. Phys. J.**, C 46, p. 413–420, 2006. 75, 81

- [93] GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; MENESES, A. R. Heavy Quark Photoproduction in Coherent Interactions at High Energies. **Phys. Rev.**, D 80, p. 034021, 2009. 79
- [94] ADLOFF, C. et al. Measurement of open beauty production at HERA [H1 Collaboration]. **Phys. Lett.**, B 467, p. 156–164, 1999. 79
- [95] BREITWEG, J. et al. Measurement of  $D^{*\pm}$  production and the charm contribution to  $F_2$  in deep inelastic scattering at HERA [ZEUS Collaboration]. **Eur. Phys. J.**, C 12, p. 35–52, 2000. 79
- [96] ABELEV, B. et al. [ALICE Collaboration]. **Phys. Lett.**, B 718, p. 1273, 2013. 81
- [97] ABBAS, E. et al. [ALICE Collaboration]. **Eur. Phys. J.**, C 73, p. 2617, 2013. 81
- [98] AAIJ, R. et al. [LHCb Collaboration]. **J. Phys.**, C 40, p. 045001, 2013. 81
- [99] \_\_\_\_\_. [LHCb Collaboration], LHCb-CONF-2016-007. 81
- [100] KRYSHEN, E. L. [ALICE Collaboration]. **Nucl. Phys.**, A 967, p. 273, 2017. 81
- [101] KLEIN, S.; NYSTRAND, J. Exclusive vector meson production in relativistic heavy ion collisions. **Phys. Rev.**, C60, p. 014903, 1999. 81
- [102] GONCALVES, V. P.; BERTULANI, C. A. Peripheral heavy ion collisions as a probe of the nuclear gluon distribution. **Phys. Rev.**, C 65, p. 054905, 2002. 81
- [103] FRANKFURT, L.; STRIKMAN, M.; ZHALOV, M. Fading out of J / psi color transparency in high-energy heavy ion peripheral collisions. **Phys. Lett.**, B 540, p. 220–226, 2002. 81
- [104] KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Photoproduction of quarkonium in proton proton and nucleus nucleus collisions. **Phys. Rev. Lett.**, v. 92, p. 142003, 2004. 81
- [105] GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. The QCD pomeron in ultraperipheral heavy ion collisions. IV. Photonuclear production of vector mesons. **Eur. Phys. J.**, C 40, p. 519–529, 2005. 81
- [106] \_\_\_\_\_. Coherent photon-hadron interactions in p(A) collisions: Small-x physics after HERA. **Phys. Rev.**, C 73, p. 044902, 2006. 81
- [107] GONCALVES, V. P.; MOREIRA, B. D.; NAVARRA, F. S. Exclusive heavy vector meson photoproduction in hadronic collisions at the LHC: predictions of the Color Glass Condensate model for Run 2 energies. **Phys. Rev.**, D 95, n. 5, p. 054011, 2017. 81

- [108] KLUSEK-GAWENDA, M.; SZCZUREK, A. Exclusive muon-pair productions in ultrarelativistic heavy-ion collisions: realistic nucleus charge form factor and differential distributions. **Phys. Rev.**, C 82, p. 014904, 2010. 17, 82
- [109] FERMI, E. On the theory of the impact between atoms and electrically charged particles. **Z. Phys.**, v. 29, n. 1, p. 315–327, Dec 1924. 82
- [110] WEIZSACKER C, F. V. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. **Z. Phys.**, v. 88, n. 9-10, p. 612–625, Feb 1934. 82
- [111] WILLIAMS, E. J. Nature of the high energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. **Phys. Rev.**, v. 45, n. 9-10, p. 729–730, May 1934. 82
- [112] BERTULANI, C. A.; KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions. **Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.**, v. 55, p. 271–310, 2005. 82
- [113] GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Parton saturation approach in heavy quark production at high energies. **Mod. Phys. Lett.**, A 19, p. 2525, 2006. 83
- [114] NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. **Nucl. Phys.**, A 752, p. 470–479, 2005. 83
- [115] JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**. 3rd ed. edition. ed. New York, NY: [s.n.]. 83
- [116] BUDNEV, V. M.; GINZBURG, I. F.; MELEDIN, G. V.; SERBO, V. G. The Two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. **Phys. Rept.**, v. 15, p. 181–281, 1975. 83
- [117] ADAM, J. et al. Measurement of an Excess in the Yield of  $J/\psi$  at Very Low  $p_T$  in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2,76 \text{ TeV}$  [ALICE Collaboration]. **Phys. Rev. Lett.**, v. 116, p. 222301, 2016. 88

