

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

# Fotoprodução de Pares de Léptons em Colisões Próton-Núcleo e Núcleo-Núcleo no Grande Colisor de Hádrons\*

Bruno Duarte da Silva Moreira

Dissertação realizada sob orientação do Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves e co-orientação do Dr. João Thiago de Santana Amaral apresentada ao Instituto de Física e Matemática da UFPel em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Pelotas  
2012

---

\* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Este trabalho é dedicado

A todos os físicos que  
ao logo dos tempos vêm  
abrindo caminhos para com-  
preendermos o universo e a  
todos que compartilharam sa-  
beres e experiências comigo.

# Agradecimentos

- À minha família por ter me incentivado para o estudo, desde a minha infância. Em especial, a minha mãe Cláudia, com quem dividi momentos bons e difíceis que surgiram durante a graduação e o mestrado;
- Ao meu orientador, Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves por ser um exemplo profissional a ser seguido, pelos conhecimentos compartilhados e pela paciência durante a minha orientação;
- Ao meu co-orientador, Dr. João Thiago de Santana Amaral pela disponibilidade e contribuição nos estudos relacionados ao mestrado;
- Aos professores do Departamento de Física da UFPel pela concreta contribuição em minha formação;
- Aos meus amigos pelos bons momentos vividos nestes últimos anos, especialmente, aos que fiz durante a graduação e que vêm enfrentando comigo todas as dificuldades inerentes a um curso de Física.

# Resumo

Um dos primeiros problemas abordados pela Eletrodinâmica Quântica foi a produção de pares elétron-pósitron em colisões fóton - núcleo e núcleo - núcleo. Estes estudos demonstraram que a seção de choque é elevada e correções coulombianas associadas à múltipla troca de fótons tornam-se importantes quando núcleos pesados estão presentes. Mais recentemente, com o advento dos aceleradores RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) e LHC (*Large Hadron Collider*), que colidem íons pesados, este problema foi abordado por diversos autores, os quais estenderam os estudos anteriores para a produção de pares de múons e estimaram os efeitos de unitariedade no regime considerado pelos aceleradores. Nosso objetivo neste trabalho é revisar a produção de pares de léptons em colisões ultraperiféricas considerando a aproximação de Weizsäcker-Williams e o formalismo de dipolos e estimar a taxa de produção de pares de léptons em colisões próton - núcleo e núcleo - núcleo para as energias de RHIC e LHC. Em particular, estimamos pela primeira vez a produção de pares de taus em colisões  $AA$  e de pares de léptons pesados em colisões  $pA$ . Nossos estudos apontam que as correções coulombianas são grandes para a produção de elétrons em colisões  $pA$  e  $AA$ , pequenas para a produção de léptons pesados em colisões  $AA$  e desprezíveis para a produção dos mesmos em colisões  $pA$ . Além disso, nossos resultados demonstram que a produção de múons é considerável em colisões próton-núcleo, o que permite a sua análise experimental no detector LHCb.

# Abstract

One of the first issues addressed by Quantum Electrodynamics was the production of electron-positron pairs in photon - nucleus and nucleus - nucleus collisions. These studies demonstrated that the cross section is large and that Coulomb corrections associated with multiple exchange of photons become important when heavy nuclei are present. More recently, with the advent of the accelerators RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) and LHC (Large Hadron Collider), which collide heavy ions, this problem was addressed by several authors, which extended the previous studies for the production of muon pairs and estimated the effects of unitarity in the kinematical regime of the accelerators. Our goal in this dissertation is to review the production of lepton pairs in ultraperipheral collisions considering the Weizsacker-Williams approach and the dipole formalism and estimate the rate of lepton pair production in proton - nucleus and nucleus - nucleus collisions for the RHIC and LHC energies. In particular, we estimate, for the first time, the production of taus AA in collisions and heavy leptons pairs leptons in pA collisions. Our studies show that the Coulomb corrections are large for the production of electron in pA and AA collisions, small for the production of heavy leptons in AA collisions and negligible in pA collisions. Furthermore, our results demonstrate that the muon pair production is large in proton - nucleus collisions, which implies that the experimental analysis of this process is feasible in the LHCb experiment.

# Índice

|   |    |
|---|----|
| <b>Introdução</b> . . . . .   | 1  |
| <b>1. Eletrodinâmica Quântica</b> . . . . .   | 4  |
| 1.1 Eletrodinâmica Quântica e Teoria Quântica de Campos . . . . .                                     | 4  |
| 1.2 Regras de Feynman da QED . . . . .  | 6  |
| 1.3 Aniquilação de Pares de Léptons em Dois Fótons . . . . .  | 9  |
| 1.4 Criação de Pares de Léptons por Dois Fótons . . . . .   | 12 |
| 1.5 Conclusão . . . . .   | 14 |
| <b>2. Aproximação de Fótons Equivalentes</b> . . . . .  | 15 |
| 2.1 Derivação Clássica do Espectro de Fótons Equivalentes . . . . .                                   | 16 |
| 2.1.1 Transformações dos Campos Eletromagnéticos . . . . .  | 17 |
| 2.1.2 Cálculo do Espectro de Fótons Equivalentes . . . . .  | 19 |
| 2.2 Derivação Quântica do Espectro de Fótons Equivalentes . . . . .                                   | 23 |
| 2.3 Conclusão . . . . .   | 28 |
| <b>3. Fotoprodução de Pares de Léptons</b> . . . . .  | 29 |
| 3.1 Cálculo da seção de choque total no nível de Born na aproximação de Weiszäcker-Williams . . . . . | 31 |
| 3.1.1 Fatores de forma e distribuição nuclear . . . . .   | 33 |
| 3.2 Cálculo da Seção de Choque de Fotoprodução no Formalismo de Dipolo . . . . .                      | 35 |
| 3.2.1 Modelo de Glauber para Múltiplos Espalhamentos . . . . .  | 37 |
| 3.3 Seção de choque de fotoprodução e correções coulombianas . . . . .                                | 44 |
| 3.4 Conclusão . . . . .   | 46 |
| <b>4. Produção de pares de léptons em colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo</b> . . . . .            | 48 |
| 4.1 Predições para produção de léptons leves . . . . .  | 50 |
| 4.2 Predições para produção de léptons pesados . . . . .  | 52 |
| 4.3 Taxas de produção . . . . .   | 54 |
| 4.4 Conclusão . . . . .   | 55 |
| <b>Conclusão</b> . . . . .  | 56 |

---

Referências Bibliográficas . . . . . 57

# Relação de Figuras

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 0.1 | Interação ultraperiférica entre íons pesados gerando um par de leptons.. . . .  | 2  |
| 1.1 | Vértice fundamental da QED. . . . .   | 7  |
| 1.2 | Diagramas de Feynman para a aniquilação de pares em dois fótons. . . . .  | 9  |
| 1.3 | Processo de aniquilação de pares no referencial de laboratório. . . . .   | 10 |
| 1.4 | Diagramas de Feynman para a criação de pares devido à interação de dois fótons. . . . .   | 13 |
| 2.1 | Campo eletromagnético de uma carga em repouso (à esquerda) e com velocidade próxima a da luz (à direita). . . . .   | 15 |
| 2.2 | Espalhamento pela troca de um fóton virtual. . . . .  | 16 |
| 2.3 | Absorção de um fóton real. . . . .  | 16 |
| 2.4 | (a) Partícula de carga $q$ movendo-se com velocidade $v$ no eixo $x_1$ . (b) Partícula passando por um sistema S e (c) pulsos de radiação equivalentes [8, 11]. . . .   | 19 |
| 2.5 | Comportamento da componente $E_1$ do campo elétrico. . . . .  | 20 |
| 2.6 | Comportamento da componente $E_2$ do campo elétrico. . . . .  | 21 |
| 2.7 | Espectro de fótons equivalentes em função de $x = \omega b/\gamma v$ . . . . .  | 22 |
| 2.8 | Colisão entre dois fótons. . . . .  | 26 |
| 2.9 | Espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia. . . . .   | 27 |
| 3.1 | Diagrama de Feynman para a fotoprodução de pares de léptons na aproximação de Born. . . . .   | 30 |
| 3.2 | Possível diagrama de Feynman para uma correção (de ordem superior) coulombiana relativa à fotoprodução de pares de léptons . . . . .  | 31 |
| 3.3 | Comportamento do quadrado do fator de forma simplificado vs. $QR$ para ouro usando o fator de forma realístico (curva sólida) e fatores de forma simplificados com $\Lambda = 80MeV$ (curva tracejada) e $90MeV$ (curva tracejada e pontilhada) [12]. . . . . | 34 |
| 3.4 | Comparação da seção de choque no nível de Born para $\Lambda = 80MeV$ e $90MeV$ para colisão fóton-ouro. . . . .  | 35 |
| 3.5 | Amplitude de espalhamento elástica para a fotoprodução de um par de léptons. 36   |    |
| 3.6 | Representação do núcleo. . . . .  | 37 |
| 3.7 | (a) Parte real e (b) imaginária de $\Gamma^{\bar{l}p}$ , correspondentes aos dois primeiros termos da expansão em $\alpha$ . . . . .  | 39 |
| 3.8 | Diagrama com $b' \approx B \gg b$ . . . . .   | 42 |



|      |   |    |
|------|---|----|
| 3.9  | Comparação da seção de choque para produção de múons em colisões $\gamma - Au$ usando o formalismo de dipolo (linha sólida) e o formalismo desenvolvido na seção anterior na aproximação de Born e considerando suas correções coulombianas. (linha tracejada). . . . .   | 43 |
| 3.10 | Seção de choque de fotoprodução de pares de múons com $\Lambda = 80\text{MeV}$ . . . . .  | 45 |
| 3.11 | Seção de choque de fotoprodução de pares de múons com $\Lambda = 90\text{MeV}$ . . . . .  | 46 |
| 3.12 | Comparação da seção de choque com correções coulombianas para $\Lambda = 80\text{MeV}$ e $90\text{MeV}$ para ouro. . . . .  | 46 |
| 4.1  | Interação ultraperiférica com criação de um par de léptons devido à interação de dois fótons. . . . .   | 48 |
| 4.2  | Diagramas que contribuem para a amplitude de espalhamento dos processos $pA$ e $AA$ . Em (a), temos o diagrama que corresponde ao nível de Born. Os diagramas (b) e (c) estão associados com os múltiplos espalhamentos do par criado com os núcleos $Z_2$ e $Z_1$ , respectivamente. O diagrama (d) está associado às chamadas correções de unitaridade. . . . . | 49 |

# Relação de Tabelas

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Interações fundamentais. . . . .   | 4  |
| 4.1 | Predições para produção de elétrons em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo usando a fórmula de Racah. . . . .   | 51 |
| 4.2 | Predições para produção de elétrons em colisões próton-ouro e próton-chumbo usando a fórmula de Racah. . . . . | 51 |
| 4.3 | Predições para produção de múons para $\Lambda = 80MeV$ em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo. . . . .         | 53 |
| 4.4 | Predições para produção de múons para $\Lambda = 80MeV$ em colisões próton-ouro e próton-chumbo. . . . .       | 53 |
| 4.5 | Predições para produção de taus para $\Lambda = 80MeV$ em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo. . . . .          | 53 |
| 4.6 | Predições para produção de taus para $\Lambda = 80MeV$ em colisões próton-ouro e próton-chumbo. . . . .        | 54 |
| 4.7 | Parâmetros e limites cinemáticos para processos projétil-alvo em RHIC e LHC [33]. . . . .                      | 55 |
| 4.8 | Taxas de produção de léptons em colisões ouro-ouro no RHIC e próton-chumbo e chumbo-chumbo no LHC. . . . .     | 55 |

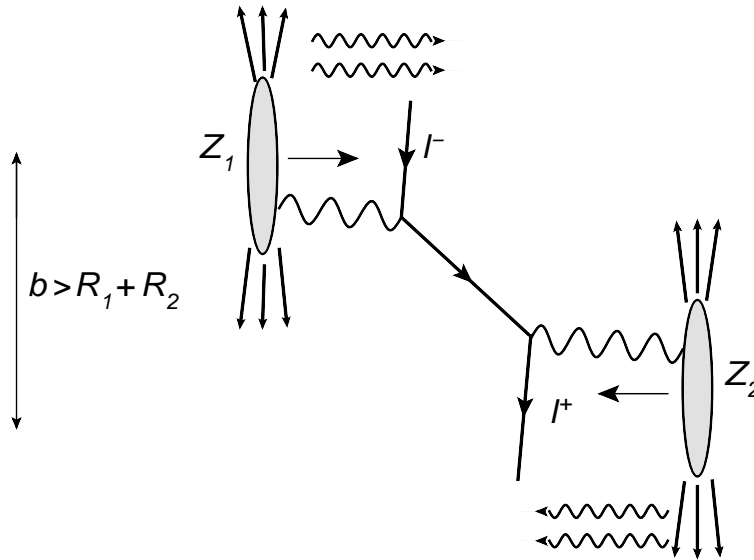
# Introdução

Atualmente existem grandes colisores de partículas relativísticos capazes de acelerar prótons e núcleos a altas energias, motivando o estudo de colisões envolvendo íons pesados em energias que não podiam ser atingidas em colisores antigos possibilitando novas condições físicas para processos já conhecidos e até mesmo a investigação do surgimento de nova física. Hoje, dois colisores de grande destaque para o estudo de física em altas energias são o RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) e o LHC (*Large Hadron Collider*). Íons pesados possuem um grande número de prótons ( $Z$ ) e por isso geram campos eletromagnéticos intensos, os quais possibilitam o estudo de efeitos não lineares associados à múltipla troca de fótons em processos descritos pela eletrodinâmica quântica (QED). O entendimento de processos desse tipo é importante para uma estimativa precisa da produção de pares de léptons. Além disso, a precisão de cálculos perturbativos é determinada pelo parâmetro  $\alpha Z$ , onde  $\alpha (\approx 1/137)$  é a chamada constante de acoplamento eletromagnética. Para colisões que envolvam íons pesados, a condição  $\alpha Z \approx 1$  pode ser facilmente alcançada. Portanto, cálculos exatos válidos para todas as ordens no parâmetro  $\alpha Z$  se fazem necessárias, dando origem a um grande desafio teórico.

Processos puramente eletromagnéticos podem ser estudados através das chamadas interações ultraperiféricas (Fig.0.1) onde a interação forte é suprimida. Nessa figura, ocorre uma colisão de dois íons com cargas  $Z_1$  e  $Z_2$  e raios  $R_1$  e  $R_2$ . Para garantir que o processo seja puramente eletromagnético, o parâmetro de impacto  $b$ , que é a distância entre as trajetórias originais dos íons, deve ser maior do que a soma de seus raios. Se os íons são relativísticos, isto é, se possuem altas velocidades, pode-se associar a estes um fluxo de fótons virtuais ou fótons induzidos o qual é descrito pela aproximação de Weizsäcker-Williams (também conhecida como aproximação de fótons virtuais). A figura mostra que da interação de dois fótons, ocorre a criação de um par lépton-antilépton  $l^-l^+$ .

O estudo de interações ultraperiféricas possui uma grande importância, pois um processo eletromagnético é caracterizado pelo fato dos hádrons incidentes permanecerem intactos, fazendo com que no detector somente estejam presentes as partículas criadas no processo e por intervalos de rapidez (regiões do detector onde não existem partículas) entre este estado criado e os hádrons emergentes. Em contraste em um processo hadrônico, em geral os hádrons dissociam-se na interação e, como consequência, no estado final existem partículas produzidas na interação e o resíduo dos hádrons. Além disso, o cálculo de processos eletromagnéticos não apresenta incertezas associadas aos constituintes dos hádrons as quais devem ser levadas em conta nas interações fortes.

Desta forma, um conhecimento preciso das seções de choque ( $\sigma$ ) para criação de pares, as quais são da ordem de quilobarn (kb) para produção de elétrons e de barn (b) para produção de múons (onde  $1\text{b} = 10^{-24}\text{cm}^2$ ), pode servir como um monitor da luminosidade



**Fig. 0.1:** *Interação ultraperiférica entre íons pesados gerando um par de léptons..*

dos aceleradores. A luminosidade ( $\mathcal{L}$ ) pode ser definida como o número de partículas que passam em uma linha por unidade de área e unidade de tempo e é um parâmetro ajustável do experimento. O conhecimento de  $\sigma$  e a medida da taxa de eventos  $N$  (número de partículas criadas por unidade de tempo) permite a determinação de  $\mathcal{L}$  através de  $N = \mathcal{L}\sigma$ . Portanto, o conhecimento de  $\sigma$  é de grande interesse experimental.

Outro fator de relevância experimental, surge no estudo da captura de léptons com carga negativa em colisores de íons pesados [1]. Dentro dos colisores, os feixes de partículas são acelerados por campos elétricos e magnéticos. Após a produção dos pares de léptons é esperado que alguns núcleos do feixe capturem um lépton de carga negativa, alterando desta forma a sua carga e mudando sua trajetória em relação a trajetória do feixe original gerando assim uma perda de focalização e conseqüente degradação do feixe. A fim de maximizar a eficiência do acelerador, tal efeito deve ser controlado e por isso, a seção de choque deste processo deve ser conhecida precisamente.

Um dos elementos básicos para o cálculo da seção de choque de produção de léptons em colisões hadrônicas é a seção de choque fóton-núcleo ( $\sigma_{\gamma Z}$ ). A seção de choque fóton-núcleo para a criação de elétrons em altas energias foi obtida a muitos anos atrás por Bethe e Heitler [2] utilizando a aproximação de Born (mais baixa ordem em teoria de perturbação) e corrigida por Bethe e Maximon [3] através da implementação de correções de ordem superior, chamadas de correções coulombianas. A seção de choque de produção de elétrons na aproximação de Born devido à interação de núcleos pesados, foi obtida em 1934 por Landau e Lifshitz [4] e em 1937 um cálculo corrigido foi obtido por Racah [5].

Mais recentemente, motivados pela perspectiva do início de funcionamento de colisores de íons pesados, a produção de léptons foi revisada e estudos mais detalhados foram realizados por diversos autores (vários formalismos são revisados nas Refs. [6, 7]). Entretanto, a taxa de produção de taus em colisões de íons pesados e de léptons em colisões próton - núcleo ainda é uma questão em aberto.

Neste trabalho, fazemos um estudo da produção de pares de léptons em colisões fóton-núcleo, próton-núcleo e núcleo-núcleo, para núcleos pesados, considerando que a interação presente seja puramente eletromagnética. Nosso objetivo é estimar as seções de choque de interação próton-núcleo e núcleo-núcleo no nível de Born e considerando correções coulombianas. Para isso utilizamos a aproximação de fótons equivalentes, a qual nos permite fatorizar o processo hádron-hádron em termos do fluxo de fótons equivalentes e da seção de choque fóton-hádron [8, 9, 10, 11].

Apresentamos nossas previsões para produção de múons em colisões núcleo-núcleo, confrontamos com resultados presentes na literatura e apresentamos nossas estimativas para a produção de taus, utilizando o formalismo usado em [12] para múons. Entretanto, nossa principal contribuição são nossas previsões para produção de pares de léptons pesados em colisões próton-núcleo, generalizando as equações utilizadas para interação núcleo-núcleo. Para isso fazemos previsões das seções de choque de produção de pares de léptons para energias dos aceleradores RHIC e LHC no nível de Born e implementando correções coulombianas.

A dissertação está estruturada da seguinte forma: no primeiro capítulo apresentamos uma revisão da eletrodinâmica quântica (QED), discutindo brevemente o formalismo e o procedimento para o cálculo de seções de choque. Em um segundo momento enunciamos as regras de Feynman para a QED e calculamos os processos de aniquilação e criação de pares de léptons em mais baixa ordem.

No capítulo 2, apresentamos a aproximação de fótons equivalentes, mostrando as equações básicas e dando ênfase na derivação do espectro de fótons equivalentes gerados por partículas pontuais e posteriormente apresentando equações para partículas com estrutura interna. Este método será utilizado para o cálculo dos processos de interesse.

No capítulo 3, discutimos a fotoprodução de pares de léptons (devido à interação fóton-núcleo) no nível de Born e considerando correções coulombianas na aproximação de Weizsäcker - Williams. Além disso, revisamos em detalhe a produção de léptons no formalismo de dipolos, recentemente proposto em [13]. Nesse capítulo apresentamos resultados para a seção de choque de fotoprodução de pares de múons e comparamos estes dois formalismos.

No capítulo 4, apresentamos o procedimento para a obtenção da seção de choque para a produção de pares de léptons em colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo. Logo após apresentamos nossos resultados para o RHIC (colisões próton-ouro e ouro-ouro) e para o LHC (colisões próton-chumbo e chumbo-chumbo).

Por fim, apresentamos nossas conclusões e perspectivas.

Os resultados apresentados nesta dissertação foram apresentados nos seguintes eventos: XIII Encontro de Pós-Graduação da UFPel (2011), no XXXII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (2011) e na XII Hadron Physics (2012) e são objeto de um artigo em elaboração.

## Capítulo 1

# Eletrodinâmica Quântica

De acordo com o modelo vigente da física de partículas, existem quatro interações (forças) fundamentais na natureza: gravitacional, eletromagnética, forte e fraca. Uma força é um agente que altera o estado de movimento de um corpo. Em física de partículas as interações estão relacionadas às propriedades da matéria como massa (força gravitacional), carga elétrica (força eletromagnética), cor (força forte) e sabor (força fraca) e ocorrem através da troca de partículas mediadoras. A tabela abaixo nos mostra uma comparação entre as intensidades relativas destas forças e suas respectivas partículas mediadoras.

| Força           | Intensidade | Partícula Mediadora   |
|-----------------|-------------|-----------------------|
| Forte           | 1           | Glúons                |
| Eletromagnética | $10^{-3}$   | Fóton                 |
| Fraca           | $10^{-14}$  | $W^+$ , $W^-$ e $Z^0$ |
| Gravitacional   | $10^{-43}$  | Gráviton              |

**Tab. 1.1:** *Interações fundamentais.*

A força eletromagnética é a interação que ocorre entre partículas como elétrons, prótons, quarks e etc. Além disso é a segunda mais intensa das quatro, como mostra a tabela 1.1. Classicamente as interações eletromagnéticas são descritas pelo eletromagnetismo de Maxwell. A teoria quântica das interações eletromagnéticas é chamada de eletrodinâmica quântica (QED) e foi desenvolvida na década de 40 por Tomonaga, Feynman e Schwinger (ver Refs.[14, 15, 16]). Neste capítulo iremos apresentar alguns conceitos básicos da QED que nos proporcionarão as ferramentas necessárias para cálculos de seções de choque de vários processos, em particular da criação de pares de léptons devido à interação de dois fótons.

## 1.1 Eletrodinâmica Quântica e Teoria Quântica de Campos

Em teoria quântica de campos, a QED é descrita pela seguinte densidade lagrangeana [17, 18]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{E.M.} + \mathcal{L}_{Int.} . \quad (1.1)$$

Na equação acima, o termo  $\mathcal{L}_{Dirac}$  descreve partículas de spin- $\frac{1}{2}$  (como por exemplo elétrons, múons e quarks), o termo  $\mathcal{L}_{E.M.}$  descreve partículas de spin-1 (como fótons) e o termo  $\mathcal{L}_{Int.}$  está associado à interação entre o campo de Dirac e o eletromagnético. A densidade lagrangeana de Dirac é dada por

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi , \quad (1.2)$$

onde  $\psi$  é o chamado espinor de Dirac, o qual é solução da equação de Dirac,  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac e  $\bar{\psi}$  o espinor adjunto, definido por  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$  (ver Ref.[19]). A densidade lagrangeana para o campo eletromagnético é expressa por

$$\mathcal{L}_{E.M.} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} , \quad (1.3)$$

sendo  $F^{\mu\nu}$  o tensor de campo eletromagnético definido por

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

e  $A^\mu$  o quadripotencial (ver Ref.[8]). A densidade lagrangeana de interação é dada por

$$\mathcal{L}_{Int.} = -e : \bar{\psi} \gamma_\mu \psi A^\mu : , \quad (1.4)$$

onde os pontos indicam que estamos tomando o ordenamento normal dos campos [18]. Formalmente, a seção de choque de um dado processo pode ser calculada através da matriz de espalhamento (matriz  $S$ ), que é um operador linear o qual transforma um estado inicial de um processo de espalhamento  $|i\rangle$  num instante de tempo  $t = -\infty$  em um estado final  $|f\rangle$  em  $t = \infty$ , ou seja, [18, 20]

$$S|i\rangle = |f\rangle . \quad (1.5)$$

A matriz  $S$  é calculada através da série de Dyson por

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n T (\mathcal{H}_{Int.}(x_1) \cdots \mathcal{H}_{Int.}(x_n)) . \quad (1.6)$$

A equação acima é uma expansão perturbativa com ordem dada por  $n$ , onde  $\mathcal{H}_{Int.}$  é a densidade hamiltoniana de interação (na representação de interação) dada por

$$\mathcal{H}_{Int.} = -\mathcal{L}_{Int.} = e : \bar{\psi} \gamma_\mu \psi A^\mu : \quad (1.7)$$

e  $T$  representa o produto de densidades hamiltonianas ordenadas no tempo. Esta expansão é realizada em potências da constante de acoplamento eletromagnética  $\alpha$ . Como a constante de acoplamento possui um valor menor que a unidade ( $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/137$ ), expansões

em baixas ordens, em geral, já fornecem resultados razoáveis tendo em vista que ordens superiores devem ser suprimidas.

Consideremos um processo de espalhamento com duas partículas no estado inicial e  $n$  partículas no estado final, de forma que seus quadrimomenta respeitem a seguinte relação  $p_1 + p_2 \rightarrow p'_1 + p'_2 + \dots + p'_n$ . O elemento de matriz  $S$  é definido por [10, 18]

$$S_{fi} = \langle f|S|i \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4 \left( p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i \right) M_{fi} \prod_{i=1}^2 \sqrt{\frac{N_i}{2E_i (2\pi)^3}} \prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{N'_i}{2E'_i (2\pi)^3}}, \quad (1.8)$$

onde  $N_i$  depende do tipo de normalização usada e dos tipos de partículas envolvidas ( $N_i = 1$  para fótons e  $N_i = 2m$  para partículas de spin- $\frac{1}{2}$ ). O fator  $M_{fi}$  é a chamada amplitude invariante, ou amplitude de espalhamento, a qual contém a dinâmica do processo. A seção de choque pode ser expressa em termos do módulo quadrado da amplitude de espalhamento, do fluxo incidente e do produto do espaço de fase das partículas do estado final, sendo dada por

$$d\sigma = \frac{\zeta}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} N_1 N_2 (2\pi)^4 \delta^4 \left( p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i \right) |M_{fi}|^2 \prod_{i=1}^n \frac{N'_i d^3 p'_i}{2E'_i (2\pi)^3}. \quad (1.9)$$

Nesta equação, a raiz quadrada é o fator de fluxo incidente  $I$ , definido pela velocidade relativa das partículas incidentes. A função delta garante a conservação de energia-momentum e  $\zeta$  é um fator de degenerescência que deve ser incluído se o estado final possui partículas idênticas ( $\zeta = \prod_k 1/(g_k!)$ , onde  $g_k$  conta a multiplicidade de partículas da espécie  $k$ ).

Se o estado final for formado também por duas partículas, podemos escrever a seção de choque no referencial do centro de massa da seguinte forma [9]

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi} |M_{fi}|^2 \frac{dt d\phi}{I^2 2\pi} \quad (1.10)$$

onde  $t$  é o quadrado do quadrimomentum transferido do processo.

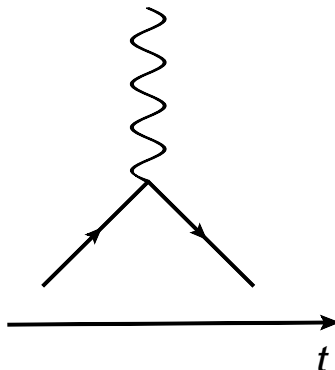
Na próxima seção vamos discutir as regras de Feynman da QED. Estas regras nos possibilitam a obtenção da amplitude invariante e conseqüentemente o cálculo da seção de choque de um dado processo.

## 1.2 Regras de Feynman da QED

Neste momento vamos descrever as regras de Feynman para a QED necessárias para descrever um processo de interação eletromagnética entre partículas (ver Ref.[19]). Iremos nos deter nos diagramas em mais baixa ordem os quais possuem dois vértices. Nas próximas seções, vamos aplicar estas regras à aniquilação de pares de elétrons e partindo desta obter a seção de choque para a criação de pares como realizado em [10].

A Fig. 1.1 é o chamado vértice fundamental e consideramos o tempo como uma linha horizontal que cresce da esquerda para direita. Devemos interpretar a linha reta como uma partícula carregada e a linha em forma de onda como um fóton. Além disso interpretamos eventuais partículas se propagando para trás no tempo como antipartículas se





**Fig. 1.1:** *Vértice fundamental da QED.*

propagando para frente no tempo. Podemos descrever este diagrama da seguinte forma: uma partícula carregada incidente, emite ou absorve um fóton e emerge com momentum alterado. Entretanto, como mencionado anteriormente, os diagramas de mais baixa ordem possíveis possuem dois vértices, pois um único vértice (tal como o vértice fundamental) viola a conservação de energia-momentum. Portanto para processos físicos devemos ter a combinação de dois ou mais vértices fundamentais.

A seguir vamos enunciar as regras de Feynman para elétrons (que pode ser estendido para outras partículas de spin- $\frac{1}{2}$  carregadas) e fótons. Denotaremos  $u(p, s)$  e  $v(p, s)$  (e seus adjuntos) como os espinores do elétron e do pósitron, respectivamente, os quais satisfazem a equação de Dirac para partícula livre no espaço de momentum. Além disso usaremos também os vetores polarização do fóton  $\epsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda)$ . Aqui  $p$  e  $s$  são o quadrimomentum e o spin do elétron (pósitron) e  $\mathbf{k}$  e  $\lambda$  o momentum e estado de polarização do fóton.

### Regras de Feynman :

1. Para a  $n$ -ésima ordem em teoria de perturbação devemos desenhar todos os possíveis diagramas topologicamente distintos.
2. **Linhas externas.** Temos os seguintes fatores associados a cada tipo de linha externa:

- elétron incidente :  $u(p, s)$
- pósitron incidente :  $\bar{v}(p, s)$
- fóton incidente :  $\epsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda)$
- elétron emergente :  $\bar{u}(p, s)$
- pósitron emergente :  $v(p, s)$
- fóton emergente :  $\epsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda)$

3. **Vértices.** Cada vértice contribui com um fator do tipo

$$ie\gamma^\mu.$$

Para cada vértice devemos também associar uma função delta do tipo

$$(2\pi)^4 \delta^4 (P_1 + P_2 + P_3)$$

onde os  $P$ 's são os quadrimomenta do vértice em questão. Convencionamos que partículas entrando no vértice possuem quadrimomentum positivo enquanto que partículas saindo do vértice possuem quadrimomentum negativo.

4. **Linhas internas (propagadores).** Cada linha interna (que representam partículas virtuais, ou seja, não detectadas) contribui com os seguintes fatores:

- elétrons e pósitrons :

$$\frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2}$$

- fótons :

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$$

onde, definimos  $\not{q} = q_\mu \gamma^\mu$  e  $g_{\mu\nu}$  como o tensor métrico do espaço de Minkowski [8]. Além disso  $q$  denota um quadrimomentum interno.

5. **Momentum interno.** Para cada momentum interno, devemos ter uma integração de um fator do tipo

$$\frac{d^4q}{(2\pi)^4} \tag{1.11}$$

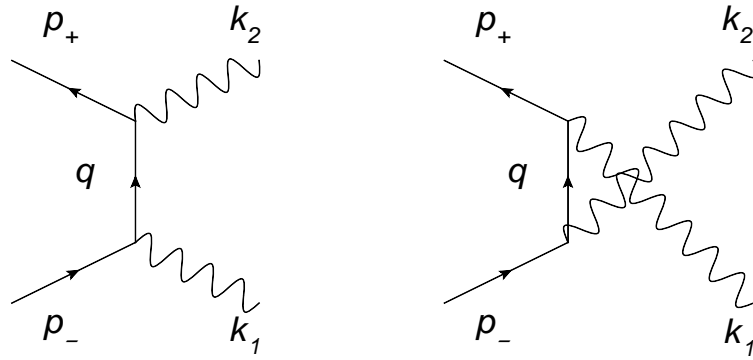
6. **Amplitude de espalhamento.** O resultado deste cálculo possuirá uma função delta global do tipo:

$$(2\pi)^4 \delta^4 (P_1 + P_2 + \dots + P_n) ,$$

Fatorando este termo e multiplicando o resultado por  $i$  obtemos a amplitude invariante  $M_{fi}$ .

7. **Amplitude total.** Quando temos mais de um diagrama possível para a mesma ordem de perturbação, devemos somá-los. Entretanto devemos incluir um sinal de menos entre diagramas os quais diferem apenas na troca de dois elétrons (pósitrons) incidentes (emergentes), ou de um elétron incidente com um pósitron emergente (e vice-versa).

Partindo das regras de Feynman descritas acima, vamos calcular na próxima seção a seção de choque do processo de aniquilação de pares de elétrons em fótons ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ) e logo após o processo de criação de pares de elétrons devido à interação de dois fótons ( $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ ), o qual é objeto de estudo desta dissertação.



**Fig. 1.2:** Diagramas de Feynman para a aniquilação de pares em dois fótons.

### 1.3 Aniquilação de Pares de Léptons em Dois Fótons

Na Fig. 1.2, apresentamos os diagramas para o processo de aniquilação em mais baixa ordem. Denotamos por  $p_-(p_+)$  o quadrimomento do elétron (pósitron) e  $k_1$  e  $k_2$  os quadrimomenta dos fótons emergentes. A amplitude invariante do primeiro diagrama é dada por

$$M_{fi}^{(1)} = e^2 \bar{v}(p_+, s_+) \left[ \not{\epsilon}_2 \frac{\not{p}_- - \not{k}_1 + m}{-2p_- \cdot k_1} \not{\epsilon}_1 \right] u(p_-, s_-)$$

e a do segundo é

$$M_{fi}^{(2)} = e^2 \bar{v}(p_+, s_+) \left[ \not{\epsilon}_1 \frac{\not{p}_- - \not{k}_2 + m}{-2p_- \cdot k_2} \not{\epsilon}_2 \right] u(p_-, s_-) .$$

A amplitude total é dada pela soma de cada amplitude :

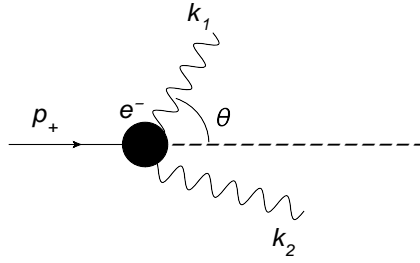
$$M_{fi} = e^2 \bar{v}(p_+, s_+) \left[ \not{\epsilon}_2 \frac{\not{p}_- - \not{k}_1 + m}{-2p_- \cdot k_1} \not{\epsilon}_1 + \not{\epsilon}_1 \frac{\not{p}_- - \not{k}_2 + m}{-2p_- \cdot k_2} \not{\epsilon}_2 \right] u(p_-, s_-) . \quad (1.12)$$

Devemos usar este resultado na Eq.(1.9). Neste caso temos  $N_1$  e  $N_2$  iguais a  $2m$ . No referencial de laboratório com o elétron em repouso temos  $p_- = (m, \mathbf{0}) = (E_-, \mathbf{0})$  e  $p_+ = (E_+, \mathbf{p}_+)$ , que nos leva à

$$\sqrt{(p_+ \cdot p_-)^2 - m^2 m^2} = m |\mathbf{p}_+| = E_- E_+ |\mathbf{v}_{\text{rel}}| \quad (1.13)$$

onde  $|\mathbf{v}_{\text{rel}}| = |\mathbf{p}_+|/E_+$  é a velocidade relativa entre o par. Desta forma a seção de choque fica:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{E_+ E_-} \frac{(4\pi)^2}{|\mathbf{v}_{\text{rel}}|} \int \delta^4(k_1 + k_2 - p_+ - p_-) |\epsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \epsilon_1^\nu|^2 \frac{d^3 k_1}{2\omega_1} \frac{d^3 k_2}{2\omega_2} \quad (1.14)$$



**Fig. 1.3:** Processo de aniquilação de pares no referencial de laboratório.

onde definimos

$$|M_{fi}|^2 = |\epsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \epsilon_1^\nu|^2 . \quad (1.15)$$

Realizando a integração em  $d^3k_2$  e em  $d\omega_1$  (onde  $d^3k_1 = \omega_1^2 d\omega_1 d\Omega_{k_1}$ ) resulta:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}} = \alpha^2 \frac{\omega_1^2}{m(m+E_+)} \frac{m}{|\mathbf{p}_+|} |\epsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \epsilon_1^\nu|^2 \quad (1.16)$$

A energia do fóton 1 ( $\omega_1$ ) é dada por

$$\omega_1 = \frac{m(m+E_+)}{m+E_+ - |\mathbf{p}_+| \cos \theta} \quad (1.17)$$

e a Fig. 1.3 mostra o ângulo de espalhamento  $\theta$ .

Neste cálculo estamos interessados num processo onde as partículas envolvidas não possuem um estado de polarização particular. Desta forma devemos fazer uma média sobre os estados de spin do par  $e^+e^-$  e uma soma dos estados de polarização do fóton. Tomando primeiramente a média sobre os spins:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} = \frac{1}{4} \sum_{s_-, s_+} \frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}} (s_+, s_-, \lambda_1, \lambda_2) . \quad (1.18)$$

Usando as seguintes relações de completeza entre os espinores [10]

$$\sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) = \frac{\not{p} + m}{2m}$$

e

$$\sum_s v(p, s) \bar{v}(p, s) = -\frac{(-\not{p} + m)}{2m}$$

obtemos

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} = -\frac{1}{4} \alpha^2 \frac{\omega_1^2}{m(m+E_+)} \frac{m}{|\mathbf{p}_+|} S \quad (1.19)$$

com  $S$  sendo o seguinte traço (para cálculos de traços ver [10, 17, 19])

$$S = Tr \left[ \frac{-\not{p}_+ + m}{2m} \left( \frac{\not{\epsilon}_2 \not{k}_1 \not{\epsilon}_1}{2p_- \cdot k_1} + \frac{\not{\epsilon}_1 \not{k}_2 \not{\epsilon}_2}{2p_- \cdot k_2} \right) \frac{\not{p}_- + m}{2m} \left( \frac{\not{\epsilon}_1 \not{k}_1 \not{\epsilon}_2}{2p_- \cdot k_1} + \frac{\not{\epsilon}_2 \not{k}_2 \not{\epsilon}_1}{2p_- \cdot k_2} \right) \right]. \quad (1.20)$$

Com auxílio da condição de calibre transversa onde

$$\epsilon_1 \cdot p_- = \epsilon_2 \cdot p_- = 0 \quad (1.21)$$

a Eq.(1.20) se reduz à

$$S = \frac{2}{4m^2} \left[ -\frac{k_2 \cdot p_-}{k_1 \cdot p_-} - \frac{k_1 \cdot p_-}{k_2 \cdot p_-} + 4(\epsilon_2 \cdot \epsilon_1)^2 - 2 \right]. \quad (1.22)$$

Desta forma a seção de choque diferencial fica:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_2, \lambda_1) = \frac{1}{8} \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{m(m + E_+)}{(m + E_+ - |\mathbf{p}_+| \cos \theta)^2} \frac{m}{|\mathbf{p}_+|} \left[ \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} + 2 - 4(\epsilon_2 \cdot \epsilon_1)^2 \right]. \quad (1.23)$$

A soma sobre os estados de polarização dos fótons nos leva à

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_2, \lambda_1) \rightarrow \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_2, \lambda_1). \quad (1.24)$$

tomando a média dos estados de polarização no calibre de radiação (onde  $\epsilon_i = (0, \epsilon_i)$ ) onde

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2=1}^2 |\epsilon(\lambda_1) \cdot \epsilon(\lambda_2)|^2 = (\cos^2 \theta + 1) \quad (1.25)$$

teremos que a seção de choque diferencial do processo será

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{m(m + E_+)}{(m + E_+ - |\mathbf{p}_+| \cos \theta)^2} \frac{m}{|\mathbf{p}_+|} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} + \sin^2 \tilde{\theta} \right), \quad (1.26)$$

onde  $\tilde{\theta}$  é o ângulo entre  $\mathbf{k}_1$  e  $\mathbf{k}_2$ .

Podemos agora calcular a seção de choque total do processo. Até o presente momento, não mencionamos o fato das duas partículas do estado final serem indistinguíveis. Então para evitar dupla contagem destas partículas, devemos tomar o fator  $\zeta$  na Eq.(1.9) igual a 1/2 na integração da Eq.(1.26). Desta forma

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \int d\Omega_{k_1} \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} \quad (1.27)$$

e usando a relação entre os ângulos  $\theta$  e  $\tilde{\theta}$  dada por

$$\frac{\sin \theta}{|\mathbf{k}_2|} = \frac{\sin \tilde{\theta}}{|\mathbf{p}_-|}$$

obtemos a seguinte expressão para a seção de choque total do processo no referencial de laboratório ( $|\mathbf{p}_+| = |\mathbf{p}|$ )

$$\bar{\sigma} = \frac{\alpha^2 \pi}{m|\mathbf{p}|^2(E+m)} \left[ (E^2 + 4mE + m^2) \ln \frac{E + |\mathbf{p}|}{m} - (E + 3m)|\mathbf{p}| \right] . \quad (1.28)$$

Para obter este resultado no referencial do centro de massa (CM), vamos relacionar a energia  $E$  e o momentum  $\mathbf{p}$  da Eq.(1.28) com a velocidade  $v$  das partículas incidentes no referencial do centro de massa. Esta relação pode ser obtida através do quadrado da energia do centro de massa  $s$  definido por

$$s = (p_+ + p_-)_{lab}^2 = (p_+ + p_-)_{CM}^2 . \quad (1.29)$$

No referencial de laboratório, obtemos

$$E = \frac{s}{2m} - m ,$$

enquanto que no referencial CM

$$E' = \frac{\sqrt{s}}{2} .$$

Aqui,  $E'$  é a energia de cada partícula, neste referencial. Além disso, como a velocidade do par no CM é dada por  $v = |\mathbf{p}'|/E'$ , então ( $|\mathbf{p}'|$  é o módulo do momentum de cada partícula incidente)

$$s = \frac{4m^2}{1-v^2} . \quad (1.30)$$

Portanto obtemos

$$E = m \frac{1+v^2}{1-v^2} , |\mathbf{p}| = m \frac{2v}{1-v^2} . \quad (1.31)$$

Levando a Eq.(1.31) na Eq.(1.28) obtemos a seção de choque total para a aniquilação de pares no CM

$$\bar{\sigma} = \frac{\pi \alpha^2}{4 m^2} \frac{1-v^2}{v^2} \left[ (3-v^4) \ln \frac{1+v}{1-v} - 2v(2-v^2) \right] . \quad (1.32)$$

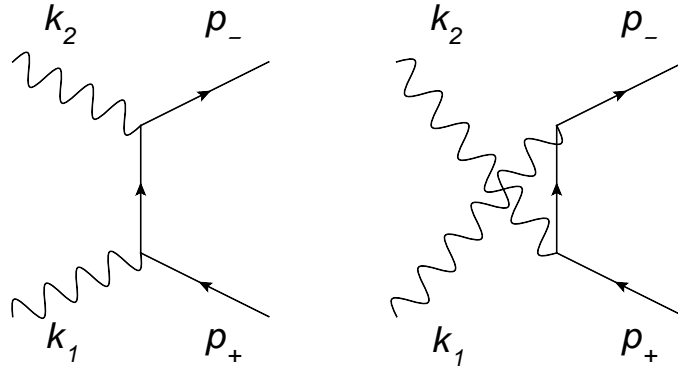
Na próxima seção, vamos discutir o processo de criação de pares de léptons.

## 1.4 Criação de Pares de Léptons por Dois Fótons

A Fig. 1.4 mostra os dois diagramas de Feynman para o processo de criação em mais baixa ordem. Este processo é inverso da aniquilação de pares e podemos relacioná-los pela chamada simetria de cruzamento. Esta simetria nos diz que os processos

$$A + B \rightarrow C + D,$$

$$A + \bar{D} \rightarrow C + \bar{B}$$



**Fig. 1.4:** Diagramas de Feynman para a criação de pares devido à interação de dois fótons.

(onde letras com barra denotam antipartículas), possuem amplitudes de espalhamento relacionadas pela seguinte regra de substituição de seus quadrimomenta

$$p_B \rightarrow -p_D$$

$$p_D \rightarrow -p_B .$$

Desta forma para o presente caso teríamos as seguintes substituições

$$p_- \rightarrow -p_+; p_+ \rightarrow -p_-; k_1 \rightarrow -k_1; k_2 \rightarrow -k_2 , \quad (1.33)$$

lembrando que o fóton é a sua própria antipartícula. Assim, é fácil mostrar que o módulo quadrado das amplitudes de espalhamento dos dois processos são iguais. Podemos então escrever a seção de choque de criação  $\bar{\sigma}_c$  em termos da seção de choque de aniquilação  $\bar{\sigma}_a$ . Isto pode ser feito de forma simples usando a Eq.(1.10) da seção de choque no referencial do CM. Devido à simetria destes problemas, temos que suas seções de choque diferem apenas pelo fator de fluxo. O quadrado dos fatores de fluxo para a aniquilação e criação são, respectivamente

$$I_a^2 = \frac{s}{4} (s - 4m^2) \quad (1.34)$$

e

$$I_c^2 = \frac{s^2}{4} \quad (1.35)$$

com  $s = (p_+ + p_-)^2 = (k_1 + k_2)^2$ . De acordo com a Eq.(1.10), temos

$$d\bar{\sigma}_c = \frac{I_a^2}{I_c^2} d\bar{\sigma}_a$$

onde, devido à Eq.(1.30), obtemos  $I_a^2/I_c^2 = v^2$  e portanto

$$d\bar{\sigma}_c = v^2 d\bar{\sigma}_a . \quad (1.36)$$

Na integração da seção de choque de aniquilação, incluímos o fator 1/2 devido ao estado final conter duas partículas idênticas (dois fótons). Entretanto, ao integrarmos a seção de choque para a criação de pares, este fator não deve ser levado em conta, já que o estado final (elétron e pósitron) não é composto por partículas idênticas. Desta forma a seção de choque total para criação de pares fica

$$\bar{\sigma}_c = 2v^2 \bar{\sigma}_a = \frac{\pi}{2} \frac{\alpha^2}{m^2} (1 - v^2) \left[ (3 - v^4) \ln \frac{1 + v}{1 - v} - 2v(2 - v^2) \right] . \quad (1.37)$$

Para fechar este capítulo, vamos mostrar como obter a Eq.(1.37) num referencial arbitrário. Em um referencial qualquer em que os dois fótons se movam em direções opostas, a invariância de  $k_1 \cdot k_2$  fornece

$$\omega_1 \omega_2 = \omega'^2 , \quad (1.38)$$

onde  $\omega'$  é a energia de cada fóton no CM. Mas pela conservação da energia, temos

$$E' = \omega' = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}} .$$

onde  $E'$  é a energia do pares no CM. Isolando  $v$  e usando Eq.(1.38), obtemos

$$v = \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega_1 \omega_2}} . \quad (1.39)$$

Levando esta velocidade na Eq.(1.37) podemos escrever a seção de choque de criação de pares num referencial qualquer.

## 1.5 Conclusão

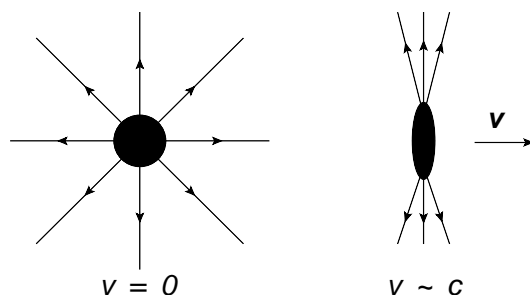
Neste capítulo fizemos uma breve revisão da QED, dando ênfase ao cálculo dos processos de aniquilação de pares de léptons em dois fótons e o de criação de pares de léptons por dois fótons através das regras de Feynman da QED. O segundo processo citado acima é um cálculo simples que serve como base para a compreensão dos processos fóton-núcleo, próton-núcleo e núcleo-núcleo, que serão estudados nesta dissertação.



## Capítulo 2

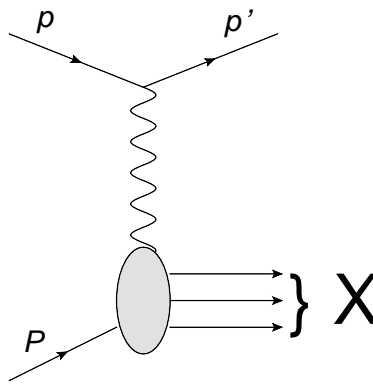
# Aproximação de Fótons Equivalentes

A aproximação de fótons equivalentes é um método aproximado para o cálculo de seções de choque para vários processos eletromagnéticos. O método consiste em descrever interações eletromagnéticas de duas partículas como a interação de uma com o fluxo de fótons equivalentes da outra. Para isso, precisamos conhecer as expressões do fluxo de fótons equivalentes das partículas, que será o objeto de estudo deste capítulo, bem como as seções de choque para criação de pares de léptons devido à interação fóton-núcleo (que será o tema do próximo capítulo).

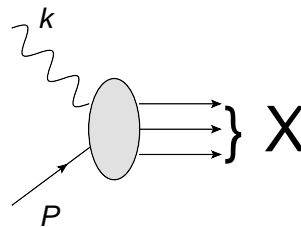


**Fig. 2.1:** *Campo eletromagnético de uma carga em repouso (à esquerda) e com velocidade próxima a da luz (à direita).*

Enrico Fermi foi um dos primeiros físicos a supor este método [21]. Ele observou que o campo eletromagnético de uma partícula carregada em altas velocidades se comportava como a radiação eletromagnética. A Fig.2.1 mostra o campo eletromagnético de uma carga em repouso e de uma carga com velocidade próxima a da luz. Esta idéia foi usada por Weizsäcker [22] e Williams [23] em um cálculo semiclássico da interação entre partículas carregadas (ver Ref.[8]). A Fig. 2.2 mostra o processo de espalhamento de duas partículas carregadas mediado por um fóton virtual. Podemos utilizar este diagrama para descrever o espalhamento entre um elétron de quadrimomenta inicial e final dados por  $p = (E, \mathbf{p})$  e  $p' =$



**Fig. 2.2:** *Espalhamento pela troca de um fóton virtual.*



**Fig. 2.3:** *Absorção de um fóton real.*

$(E', \mathbf{p}')$ , respectivamente, o qual emite um fóton que colide com o alvo de quadrimomentum  $P$ . Esta colisão produz um estado final  $X$ .

Para baixas virtualidades (altas energias e pequenos ângulos de espalhamento) fótons virtuais podem se comportar como fótons reais. Desta forma, para partículas carregadas ultra-relativísticas, podemos associar um fluxo de fótons equivalentes.

A Fig. 2.3 mostra a absorção de um fóton real de quadrimomentum  $k$  por um alvo carregado de quadrimomentum  $P$  produzindo um estado final  $X$ . Nosso objetivo é encontrar uma relação entre as seções de choque calculadas através dos processos representados nas figuras 2.2 e 2.3, tal como realizada em [8, 11] (derivação clássica) e em [10] (derivação quântica).

## 2.1 Derivação Clássica do Espectro de Fótons Equivalentes

Na presente seção, apresentamos o cálculo clássico do espectro de fótons equivalente [8, 11]. Para isso analisamos o comportamento dos campos elétricos e magnéticos de uma partícula relativística carregada (subseção 2.1.1). Em seguida, obtemos uma relação entre os chamados pulsos de radiação equivalentes devido aos campos da carga e o número de fótons equivalentes emitidos pela mesma (subseção 2.1.2).

### 2.1.1 Transformações dos Campos Eletromagnéticos

Nesta seção vamos discutir as transformações de Lorentz para o campos eletromagnéticos. Sejam dois referenciais inerciais  $K$  e  $K'$  (Fig.2.4). Vamos considerar que os eixo  $x_1$  e  $x'_1$  são paralelos e que  $\vec{v} = v\hat{x}_1$  é a velocidade de  $K'$  em relação a  $K$ . Nestas condições, as transformações de Lorentz ficam [8, 11]:

$$\begin{aligned} E'_1 &= E_1 ; B'_1 = B_1 \\ E'_2 &= \gamma[E_2 - \beta B_3] ; B'_2 = \gamma[B_2 + \beta E_3] \\ E'_3 &= \gamma[E_3 + \beta B_2] ; B'_3 = \gamma[B_3 - \beta E_2] . \end{aligned} \quad (2.1)$$

As transformações inversas são obtidas fazendo  $\beta \rightarrow -\beta$  ( $\beta = v/c$ ) e trocando os campos com linha pelos sem linha e vice-versa. Temos:

$$\begin{aligned} E_1 &= E'_1 ; B_1 = B'_1 \\ E_2 &= \gamma[E'_2 + \beta B'_3] ; B_2 = \gamma[B'_2 - \beta E'_3] \\ E_3 &= \gamma[E'_3 - \beta B'_2] ; B_3 = \gamma[B'_3 + \beta E'_2] . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Nosso objetivo é saber como um observador percebe o campo eletromagnético criado por uma partícula carregada movendo-se com velocidade constante em relação a ele [Fig.2.4(a)]. A Fig.2.4(b), mostra a carga passando por um sistema  $S$  e a Fig.2.4(c) mostra os pulsos de radiação equivalentes associados aos campos. No referencial de repouso da carga  $K'$  os campos em  $P$  ficam [Fig.2.4(a)]

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= \frac{q\vec{r}}{(r)^3} \\ &= \frac{-qvt\hat{x}_1 + qb\hat{x}_2}{(r)^3} \end{aligned} \quad (2.3)$$

que levam a

$$E'_1 = -\frac{qvt}{r^3} ; E'_2 = \frac{qb}{r^3} ; E'_3 = 0 \quad (2.4)$$

e como a carga está em repouso neste referencial

$$B'_1 = B'_2 = B'_3 = 0 . \quad (2.5)$$

Pela Fig.2.4(a), temos  $r = \sqrt{b^2 + (vt')^2}$ . Em termos das coordenadas de  $K$ , temos para o ponto  $P$ :

$$\begin{aligned} x'_1 &= 0 = x_1 \\ x'_2 &= b \\ x'_3 &= 0 \\ t' &= \gamma \left[ t - \left( \frac{v}{c^2} x_1 \right) \right] \rightarrow t' = \gamma t . \end{aligned} \quad (2.6)$$

Isto nos leva as seguintes expressões

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} ; E'_2 = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} . \quad (2.7)$$

Usando as transformações dos campos [Eqs.(2.1) e (2.2)], os campos eletromagnético não nulos são:

$$\begin{aligned} E_1 &= E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_2 &= \gamma E'_2 = \frac{\gamma qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ B_3 &= \gamma\beta E'_2 = \beta E_2 . \end{aligned} \quad (2.8)$$

Neste momento vamos analisar o comportamento dos campos para  $\beta \rightarrow 1$ . Facilmente notamos que a indução magnética na direção  $x_3$  ( $B_3$ ) se reduz a componente  $E_2$  do campo elétrico. Além disso, o valor de  $E_2$  para  $t = 0$  é  $E_2(t = 0) = \gamma q/b^2$ . Os campos (2.8) possuem valores relevantes em  $P$  quando os dois termos dos denominadores de  $E_1$  e  $E_2$  possuem mesma ordem de grandeza. Isto nos leva ao intervalo de tempo

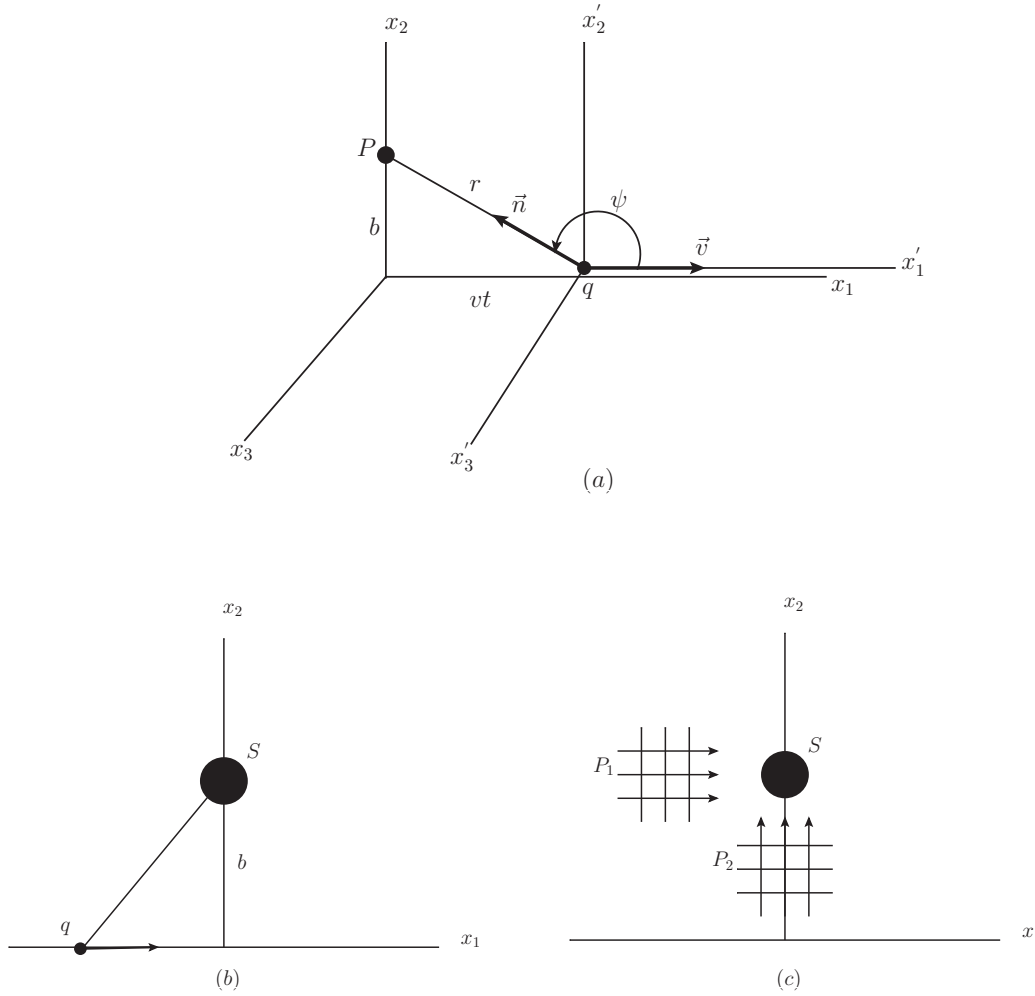
$$\Delta t \approx \frac{b}{\gamma v} . \quad (2.9)$$

As Figs. 2.5 e 2.6 mostram os comportamentos das componentes  $E_1$  e  $E_2$  do campo elétrico. Ressaltamos neste momento que um aumento no fator de Lorentz  $\gamma$  implica num aumento do pico de  $E_2$  e num decrescimento de  $\Delta t$ . Se aumentamos ainda mais o fator de Lorentz de forma que  $\gamma \rightarrow \infty$ , o comportamento de  $E_2$  seria do tipo de uma função  $\delta$  de Dirac. Isto ocorre porque a área sob a curva da Fig.2.6 é constante. Portanto para valores menores de  $\gamma$  temos curvas mais suaves.

Agora, começaremos a justificar o método da aproximação de fótons equivalentes. Para  $\beta \approx 1$  a carga estará se movendo a uma velocidade próxima a da luz, de forma que  $B_3 \approx E_2$ . Neste caso um observador em  $P$  percebe estes campos transversais à direção de movimento e perpendiculares entre si. Portanto, este observador não consegue distinguir o campo de uma partícula carregada movendo-se na velocidade da luz e o campo de radiação plana polarizada que se propaga na mesma direção da partícula.

Vamos agora interpretar os pulsos da Fig.2.4(c). Os campos  $E_2$  e  $B_3$  podem ser representados pelo pulso  $P_1$  que se desloca na direção  $x_1$ . Por outro lado, a componente longitudinal do campo elétrico  $E_1$  não é acompanhada pelo correspondente campo magnético. Neste caso, o pulso  $P_2$  da Fig.2.4(c) não é representado completamente por este campo. Entretanto, os efeitos de  $E_1$  são de menor relevância quando  $v \approx c$  [24]. Como seu correspondente campo magnético será da ordem de  $vE_1/c$ , que será menor ou igual a  $E_1$ , podemos acrescentar esta componente magnética nas equações dos campos e tratar  $P_2$  como um pulso de onda plana.

Na próxima subseção fazemos a derivação do espectro de fótons equivalentes através do eletromagnetismo clássico.



**Fig. 2.4:** (a) Partícula de carga  $q$  movendo-se com velocidade  $v$  no eixo  $x_1$ . (b) Partícula passando por um sistema  $S$  e (c) pulsos de radiação equivalentes [8, 11].

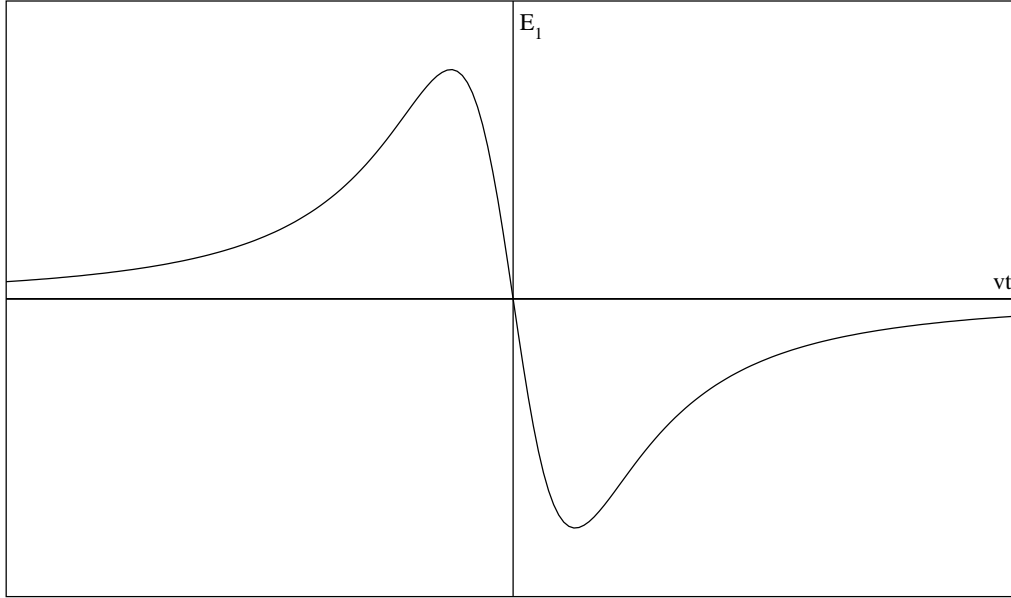
### 2.1.2 Cálculo do Espectro de Fótons Equivalentes

Na seção anterior, interpretamos os campos eletromagnéticos como os pulsos de radiação  $P_1$  e  $P_2$ . Podemos, então, calcular a quantidade de energia incidente sobre o alvo por unidade de área e por intervalo de frequência, através de [8, 11]

$$\frac{dI(\omega, b)}{d\omega} = \frac{c}{2\pi} |E(\omega)|^2, \quad (2.10)$$

onde  $E(\omega)$  é a transformada de Fourier do campo elétrico do pulso dada por

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (2.11)$$



**Fig. 2.5:** Comportamento da componente  $E_1$  do campo elétrico.

Os espectros de frequência dos pulsos  $P_1$  e  $P_2$  são, respectivamente

$$\begin{aligned} \frac{dI_1(\omega, b)}{d\omega} &= \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2 \\ \frac{dI_2(\omega, b)}{d\omega} &= \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2 . \end{aligned} \quad (2.12)$$

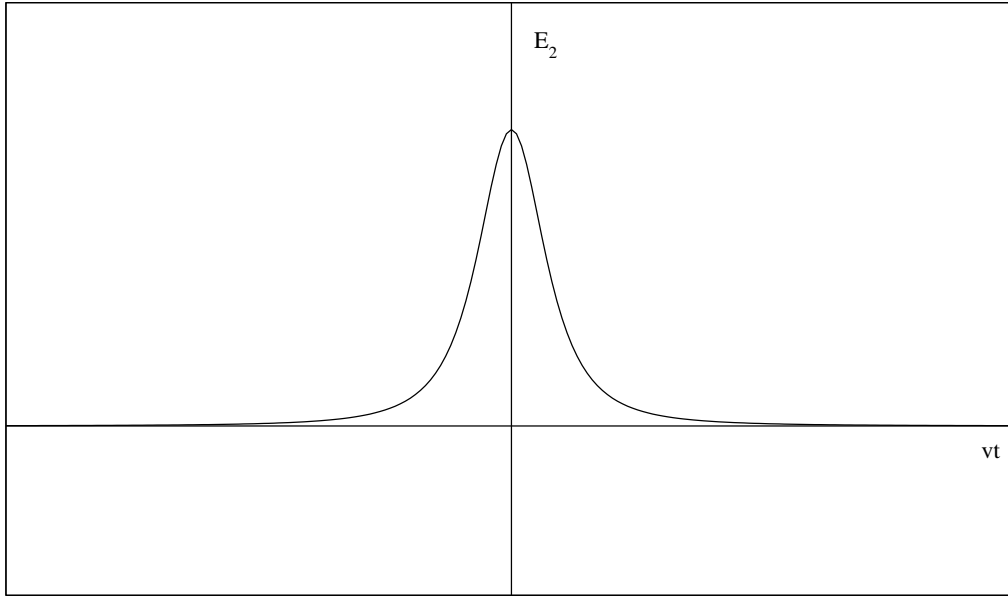
Levando as expressões para os campos obtidas na seção anterior, nas equações acima, obtemos

$$\frac{dI_1(\omega, b)}{d\omega} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[ \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)^2 K_1^2\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) \right] \quad (2.13)$$

e

$$\frac{dI_2(\omega, b)}{d\omega} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[ \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right)^2 K_0^2\left(\frac{\omega b}{\gamma v}\right) \right] , \quad (2.14)$$

onde  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas.



**Fig. 2.6:** Comportamento da componente  $E_2$  do campo elétrico.

O espectro de frequência presente na radiação equivalente é obtido integrando sobre todos os parâmetros de impacto possíveis:

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega} = 2\pi \int_{b_{min}}^{\infty} \left[ \frac{dI_1(\omega, b)}{d\omega} + \frac{dI_2(\omega, b)}{d\omega} \right] b db , \quad (2.15)$$

com o seguinte vínculo imposto pelo princípio de incerteza

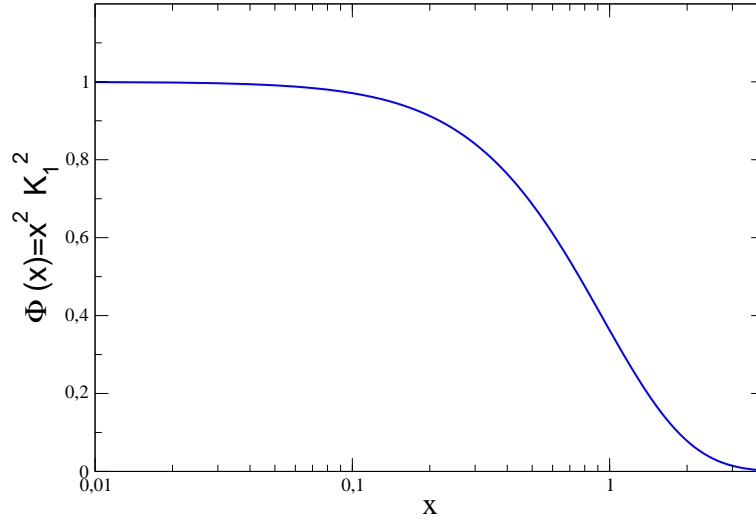
$$b_{min} \sim \frac{\hbar}{p_{max}} ,$$

onde  $p_{max}$  é o máximo momento transferido na colisão.

A probabilidade de que um certo processo eletromagnético ocorra devido uma colisão relativística ultraperiférica pode ser obtida em termos da seção de choque deste mesmo processo gerado por um pulso de luz induzido [24]:

$$P(b) = \int I(\omega, b) \sigma_{\gamma}(\hbar\omega) d(\hbar\omega) = \int N(\omega, b) \sigma_{\gamma}(\omega) \frac{d\omega}{\omega} , \quad (2.16)$$

onde  $\sigma_{\gamma}$  é a seção de choque de fotoprodução do processo com energia  $E_{\gamma} = \hbar\omega$ . A integração deve ser realizada sobre todo o espectro de frequências da radiação induzida. Além disso,



**Fig. 2.7:** Espectro de fótons equivalentes em função de  $x = \omega b/\gamma v$ .

$N(\omega, b)$  é interpretado como o número de fótons equivalentes incidentes no alvo por unidade de área. Usando as equações (2.15) e (2.16), obtemos

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\hbar c} \left(\frac{q}{\pi}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\gamma v}\right)^2 \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[ K_1^1(x) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(x) \right], \quad (2.17)$$

sendo  $x = \omega b/\gamma v$ . Na Eq.(2.17), o primeiro termo entre colchetes está associado ao pulso  $P_1$  e o segundo ao pulso  $P_2$ , o qual possui contribuição desprezível para  $\gamma \gg 1$ . A Fig.2.7, mostra a distribuição de fótons devido ao pulso  $P_1$ . Para  $x > 1$  a função  $\Phi(x) = x^2 K_1^2(x)$  possui valores muito pequenos. Portanto, uma colisão com parâmetro de impacto  $b$  terá fótons com energia máxima dada por

$$k_{max} = \frac{\gamma \hbar c}{b}. \quad (2.18)$$

Isto implica que em colisões ultraperiféricas, apenas estados com energia igual ou menor podem ser excitados.

A seção de choque do processo eletromagnético de colisão relativística de dois hádrons é obtida através da integração da Eq.(2.16) sobre os parâmetros de impacto entre  $b = R$  até  $b = \infty$ , pois estamos tratando de uma colisão ultraperiférica. O valor de  $R$  depende do processo. Para colisões ultraperiféricas,  $R$  é a soma dos raios dos hádrons. Portanto

$$\sigma = \int_R^\infty 2\pi b P(b) db = \int n(\omega) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (2.19)$$

com

$$n(\omega) = \int_R^\infty 2\pi b N(\omega, b) db = \frac{2}{\pi} \frac{q^2}{\hbar c} \left(\frac{c}{v}\right)^2 \left[ \xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \frac{v^2 \xi^2}{2c^2} (K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)) \right] \quad (2.20)$$



e  $\xi = \omega R/\gamma v$ .

Na próxima seção apresentamos a versão quântica da derivação do espectro de fótons equivalentes.

## 2.2 Derivação Quântica do Espectro de Fótons Equivalentes

Nesta seção faremos uma derivação quântica do espectro de fótons equivalentes devido à partículas pontuais [10]. Inicialmente vamos calcular a seção de choque relativa ao diagrama da Fig. 2.2. Seja um elétron (com massa  $m$ ) de alta energia inicialmente com quadrimomentum  $p = (E, \mathbf{p})$  espalhado num estado final com  $p' = (E', \mathbf{p}')$ , que emite um fóton com quadrimomentum  $k = p - p'$ . Se o alvo for um férmion de massa  $M$  e o estado final  $X$  consistir em  $N$  férmions, a seção de choque do processo será:

$$d\bar{\sigma} = \frac{mM}{\sqrt{(p \cdot P)^2 - m^2 M^2}} \overline{|M_{fi}|^2} (2\pi)^4 \delta^4(P_X + p' - P - p) \frac{m d^3 p'}{(2\pi)^3 E'} \prod_{n=1}^N \frac{m_n d^3 P'_n}{(E'_n)} . \quad (2.21)$$

O módulo quadrado da amplitude de espalhamento média é dado por

$$\overline{|M_{fi}|^2} = (4\pi)^2 \frac{e^2}{(k^2)^2} L^{\mu\nu} H_{\mu\nu} ,$$

onde  $L^{\mu\nu}$  é o tensor leptônico devido ao elétron e  $H_{\mu\nu}$  é um tensor, análogo a  $L^{\mu\nu}$ , associado ao fermion de massa  $M$ . Iremos deter nossa atenção no tensor  $H_{\mu\nu}$ , o qual possui a forma:

$$H^{\mu\nu} = \sum_{spins} J_{fi}^{\mu*}(P'_n, P) J_{fi}^{\nu}(P'_n, P) . \quad (2.22)$$

Aqui,  $J_{fi}^{\mu}$  é a corrente de transição do alvo.

Assumindo que o alvo esteja em repouso, isto é,  $P = (M, \mathbf{0})$ , temos

$$d\bar{\sigma} = \int \frac{d^3 p'}{|\mathbf{p}| E'} \frac{\alpha}{2\pi^2} \left(\frac{1}{k^2}\right)^2 \left(2p^\mu p^\nu + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} k^2\right) H^{\mu\nu} 2\pi d\Gamma \quad (2.23)$$

e  $d\Gamma$  é o volume do espaço de fase do estado final do alvo

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - k) \prod_{n=1}^N \frac{m_n d^3 P'_n}{(E'_n)} .$$

Vamos agora calcular a seção de choque referente ao diagrama da Fig. 2.3 (seção de choque de fotoprodução), a qual denotaremos por  $\bar{\sigma}_\gamma$ . Obtemos

$$d\bar{\sigma}_\gamma = \frac{2M4\pi}{4\sqrt{(k \cdot P)^2}} \overline{|\epsilon \cdot J_{fi}|^2} (2\pi)^4 \delta^4(P_X - P - k) \prod_{n=1}^N \frac{m_n d^3 P'_n}{(E'_n)}$$

que pode ainda ser reduzida à

$$d\bar{\sigma}_\gamma = \frac{1}{2\omega} 2\pi(-H_\mu^{0\mu})d\Gamma, \quad (2.24)$$

onde o índice 0 no tensor hadrônico indica que o cálculo está sendo realizado para fótons reais. Além disso, nesta equação

$$H_\mu^{0\mu} = \sum_{spin} J_{fi\mu}^*(P'_n, P) J_{fi}^\mu(P'_n, P) .$$

Neste momento vamos buscar relações entre os tensores  $H_{\mu\nu}$  (fótons virtuais) e  $H_{\mu\nu}^o$  (fótons reais). Temos que fótons reais satisfazem a relação

$$k^2 = \omega^2 - \mathbf{k}^2 = 0 \quad (2.25)$$

que é a condição para que estejam na camada de massa, enquanto que para fótons virtuais não existe uma relação fixa desta forma. Precisamos encontrar em quais condições estes tensores são proporcionais. Para isso vamos tratar o problema no calibre de Coulomb ( $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ ), para o qual graus de liberdade não físicos não se fazem presentes. Além disso, vamos tratar o problema na ausência de fontes externas, ou seja,  $A_0 = 0$  e  $\epsilon = (0, \epsilon)$ . Com estas condições, a seção de choque de fotoprodução fica

$$d\bar{\sigma}_\gamma = \frac{1}{2\omega} 2\pi H_{ii}^{0\perp} d\Gamma, \quad (2.26)$$

onde o símbolo de perpendicular ( $\perp$ ) indica que devido ao calibre de Coulomb, o tensor  $H$  é transverso em 3D e  $i = 1, 2, 3$ .

Por outro lado, a seção de choque do espalhamento envolvendo o elétron no calibre de Coulomb será

$$d\bar{\sigma} = \int \frac{d^3p'}{|\mathbf{p}|E'} \frac{\alpha}{2\pi^2} \left(\frac{1}{k^2}\right)^2 \left(2p_i p_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}k^2\right) H_{ij}^\perp 2\pi d\Gamma \quad (2.27)$$

com

$$H_{ij}^\perp = \left(\delta_{ik} - \frac{k_i k_k}{\mathbf{k}^2}\right) \left(\delta_{jl} - \frac{k_j k_l}{\mathbf{k}^2}\right) H_{kl} .$$

Para altas energias e pequenos ângulos de espalhamento, a integração do tensor hadrônico no ângulo azimutal é dada por

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} H_{ij}^\perp \simeq \frac{\mathbf{p}^2 \mathbf{p}'^2}{2\mathbf{k}^2} \sin^2 \theta \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} H_{ii}^\perp$$

levando à seguinte seção de choque

$$d\bar{\sigma} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \int \frac{d^3p'}{EE'} \left(\frac{1}{k^2}\right)^2 \left(-\frac{k^2}{2} + \frac{E^2 E'^2}{\mathbf{k}^2} \sin^2 \theta\right) H_{ii}^\perp 2\pi d\Gamma . \quad (2.28)$$

Neste caso  $k^2 \approx 0$  (baixas virtualidades) e negligenciamos o fato que a corrente de transição seja calculada para fótons fora da camada de massa. Esta condição nos permite escrever

$$H_{ii}^\perp \simeq H_{ii}^{\perp 0} .$$

Comparando as Eqs.(2.26) e (2.28), obtemos

$$d\bar{\sigma} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \int \frac{d^3 p'}{EE'} \left( \frac{1}{k^2} \right)^2 \left( -\frac{k^2}{2} + \frac{E^2 E'^2}{\mathbf{k}^2} \sin^2 \theta \right) 2\omega d\bar{\sigma}_\gamma . \quad (2.29)$$

Usando

$$k^2 = 2m^2 - 2EE' + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'| \cos \theta \quad (2.30)$$

podemos escrever

$$\int d^3 p' \simeq 2\pi \int_0^E dE' E'^2 \frac{1}{2EE'} \int_{k_+^2}^{k_-^2} dk^2 \quad (2.31)$$

onde  $k_+$  é o máximo quadrimomentum transferido ( $\theta = \pi$ )

$$k_+^2 \simeq -4EE' \quad (2.32)$$

e  $k_-$  o mínimo ( $\theta = 0$ )

$$k_-^2 \simeq -m^2 \frac{\omega^2}{EE'} . \quad (2.33)$$

A Eq.(2.33) fornece que a região angular com maior contribuição para a seção de choque é

$$\theta \sim \frac{m\omega}{EE'} \ll 1 .$$

Levando estes resultados na Eq.(2.29), obtemos a equação básica da aproximação de fótons equivalentes:

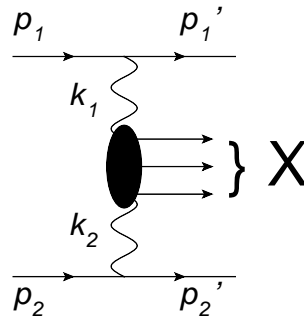
$$d\bar{\sigma} = \int_0^E \frac{d\omega}{\omega} N(\omega) d\bar{\sigma}_\gamma(\omega) \quad (2.34)$$

onde definimos o espectro de fótons equivalentes como

$$N(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\omega^2}{E^2} \int_{k_+^2}^{k_-^2} dk^2 \left( \frac{1}{k^2} \right)^2 \left( -\frac{k^2}{2} + \frac{E^2 E'^2}{\mathbf{k}^2} \sin^2 \theta \right) . \quad (2.35)$$

Para que nossa derivação esteja completa, devemos obter uma expressão para o espectro de fótons equivalentes. Com auxílio da Eq.(2.30) e usando o fato de que para energias relativísticas  $m \ll EE'$ ,  $p^2 \simeq E^2$  e  $p'^2 \simeq E'^2$  a Eq.(2.35) se reduz a

$$N(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\omega^2}{E^2} \int_{k_+^2}^{k_-^2} dk^2 \left( \frac{1}{k^2} \right)^2 \left( -\frac{k^2}{2} + \frac{-m^2\omega^2 - \frac{1}{4}k^4 - k^2 EE'}{\omega^2 - k^2} \right) .$$



**Fig. 2.8:** Colisão entre dois fótons.

Integrando a equação acima, podemos obter uma expressão fechada para o espectro de fótons equivalentes

$$N(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{E^2} \left[ (E^2 + E'^2) \ln \frac{2E}{m} + \frac{1}{2} (E - E')^2 \ln \frac{E'}{E - E'} + \frac{1}{2} (E + E')^2 \ln \frac{E'}{E + E'} - EE' \right] \quad (2.36)$$

Para energias ultrarelativísticas,  $N(\omega)$  é dominado por  $\ln 2E/(m)$ . Por outro lado os termos restantes dependem da perda de energia do elétron  $E'/E$ .

Este método pode ainda ser generalizado para a interação entre dois fótons. Neste caso podemos pensar em dois elétrons interagindo numa situação onde cada um emite um fóton. A Fig. 2.8 mostra dois elétrons interagindo pela troca de dois fótons. A interação destes fótons geram um estado final  $X$ . Desta forma devemos associar um espectro de fótons equivalentes para cada fóton emitido. Seja  $\bar{\sigma}(ee \rightarrow eeX)$  a seção de choque de interação entre os elétrons e  $\bar{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow X)$  é a seção de choque para a criação de  $X$  devido a colisão de dois fótons reais. Então, generalizando a Eq.(2.34) para este caso, temos

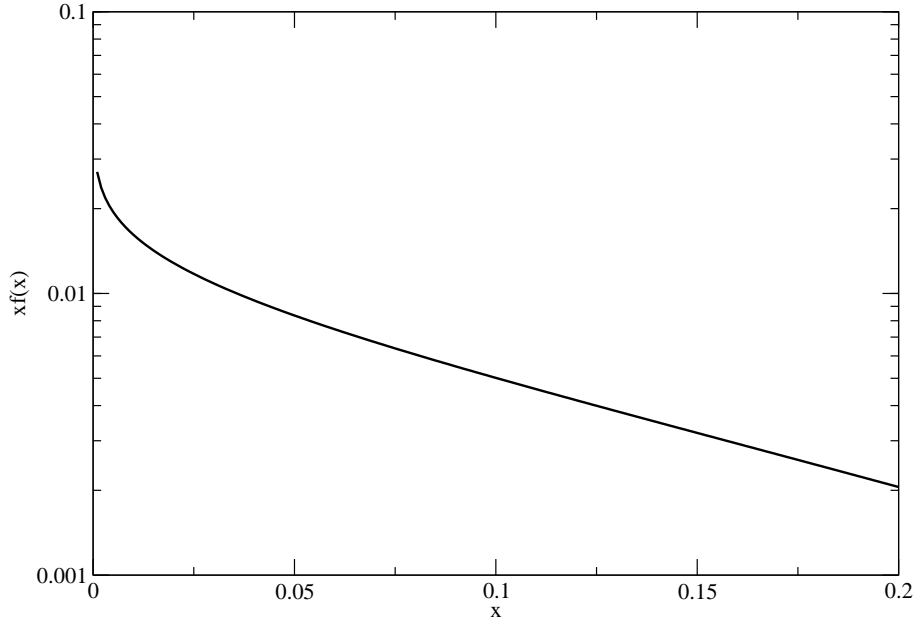
$$\bar{\sigma}(ee \rightarrow eeX) = \int_0^{E_1} \frac{d\omega_1}{\omega_1} N(\omega_1) \int_0^{E_2} \frac{d\omega_2}{\omega_2} N(\omega_2) \bar{\sigma}(\gamma\gamma \rightarrow X) . \quad (2.37)$$

Devemos ressaltar que as equações (2.34) e (2.37) foram derivadas para cargas pontuais. O espectro de fótons equivalentes para partículas com estrutura interna como prótons e íons é escrito em termos do fator de forma da partícula emissora [25]

$$f(x) = \frac{dN}{dx} = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1 - x + 1/2x^2}{x} \int_{Q_{min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2 , \quad (2.38)$$

com

$$\omega \frac{dN}{d\omega} = xf(x) ; \quad x = \frac{\omega}{E} ,$$



**Fig. 2.9:** *Espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia.*

onde  $\omega$  é a energia do fóton,  $E$  e  $F(Q^2)$  são respectivamente a energia e o fator de forma da partícula que age como fonte de fótons equivalentes e  $x$  é a fração de energia do hádron portada pelo fóton. Além disso,  $Q^2$  é o quadrimomentum transferido do projétil e

$$Q_{min}^2 = (xM_A)^2/(1-x) ,$$

onde  $M_A$  é a massa do projétil.

O espectro de fótons equivalentes de prótons de altas energias, utilizando um fator de forma de dipolo elétrico

$$F_E(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/0,71GeV^2)^2}$$

é dado por [26]

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1-x + 1/2x^2}{x} \left[ \ln(\Omega) - \frac{11}{6} + \frac{3}{\Omega} - \frac{3}{2\Omega^2} + \frac{1}{3\Omega^3} \right] , \quad (2.39)$$

com  $\Omega = 1 + (0.71GeV^2)/Q_{min}^2$ . A Fig.2.9, mostra o comportamento do fluxo de fótons descrito pela Eq.(2.39). Podemos observar que o espectro diminui com o aumento da energia do fóton, ou seja, existem menos fótons com alta energia em comparação com a quantidade de fótons com baixa energia.

No caso de um núcleo, temos que o espectro de fótons equivalentes é dado por [8]

$$f(x) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1}{x} \left[ 2Y K_0(Y) K_1(Y) - Y^2 (K_1^2(Y) - K_0^2(Y)) \right] . \quad (2.40)$$

onde  $Y = x M_A b_{min}$  e  $b_{min}$  é o parâmetro de impacto mínimo. Esse resultado é equivalente ao resultado clássico derivado na seção anterior.

## 2.3 Conclusão

Neste capítulo revisamos a aproximação de fótons equivalentes, a qual é uma ferramenta extremamente poderosa para vários cálculos de processos eletromagnéticos. Ela nos possibilita escrever a seção de choque de interação de duas partículas carregadas em termos da seção de choque de interação de uma partícula com o fluxo de fótons induzidos da outra partícula. Como veremos no que segue, o método descrito neste capítulo pode ser diretamente aplicado para a produção de pares de léptons em colisões núcleo-núcleo e próton-núcleo. Entretanto, antes se faz necessário compreender a interação fóton-núcleo, a qual será estudada no capítulo seguinte.

## Capítulo 3

# Fotoprodução de Pares de Léptons

Neste capítulo vamos estudar o cálculo de seções de choque de fotoprodução, ou seja, processos do tipo

$$\gamma Z \rightarrow l^+ l^- Z ,$$

o qual descreve a criação de um par de léptons devido uma interação fóton-núcleo.

A seção de choque de fotoprodução de pares de elétrons devido a interação de um fóton de alta energia em um campo coulombiano intenso (no nosso caso, caracterizado pelo grande número de prótons  $Z$  no núcleo) já foi calculada a muitos anos atrás por Bethe e Heitler [2] e posteriormente foram consideradas correções a este cálculo devidas à Bethe e Maximon [3]. A fórmula de Bethe e Heitler para a seção de choque de fotoprodução de elétrons foi obtida através da aproximação de Born de ondas planas (a qual corresponde à aproximação em mais baixa ordem) [9]

$$\sigma_{tot}^{\gamma Z} = \frac{28}{9} \frac{\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \ln \frac{2\omega}{m_e} - \frac{109}{42} \right) . \quad (3.1)$$

Por outro lado, a aproximação de Born é válida para

$$Z\alpha \ll 1 , \quad (3.2)$$

onde  $Z$  é a carga do núcleo. Portanto, quando  $Z$  é muito grande, caso que ocorre para os íons estudados neste trabalho ( $\alpha Z \sim 1$ ), efeitos de ordem superior devem ser levados em conta. Esses efeitos estão ligados com o fato de que o par de léptons criado interage eletromagneticamente com o núcleo.

A correção na fórmula de (3.1), devida a Bethe e Maximon, é obtida ao considerarmos ondas coulombianas no cálculo da amplitude de espalhamento em vez do uso de ondas planas (ver [9]). As ondas coulombianas levam em consideração a distorção causada pelo potencial do tipo  $1/r$ . A forma assintótica destas ondas são dadas por (no sistema internacional de unidades) [10]

$$\exp[-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} + i\eta \ln(pr - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})] = \exp[-ipr \cos\theta + i\eta \ln(2pr \sin^2\theta/2)] , \quad (3.3)$$

onde  $\eta = Z\alpha/v$  e  $v$  é a velocidade das partículas do par criado . Notamos que para  $\alpha Z \ll 1$ , esta onda se reduz à uma onda plana. A fórmula de Bethe e Maximon é dada por [9]

$$\sigma_{tot}^{\gamma Z} = \frac{28}{9} \frac{\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \ln \frac{2\omega}{m_e} - \frac{109}{42} - f(\alpha Z) \right) , \quad (3.4)$$

com

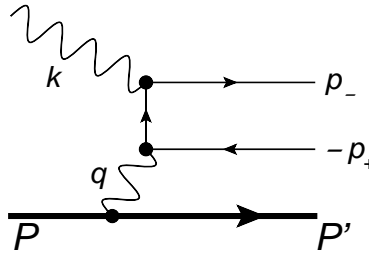
$$f(\alpha Z) = Z^2 \alpha^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + \alpha^2 Z^2)}$$

$$f(79\alpha) = 0,313 \quad ; \quad f(82\alpha) = 0,332 \quad . \quad (3.5)$$

A princípio, ao se utilizar funções de onda coulombianas, obtemos uma expressão exata para a seção de choque, equivalente a somar os diagramas de todas as ordens em  $\alpha Z$ . Entretanto as equações (3.1) e (3.4) levam em consideração o núcleo como uma partícula pontual ao tratar o campo gerado pelo mesmo como um campo coulombiano.

Neste trabalho, consideramos modelos para a seção de choque de fotoprodução que levem em consideração a estrutura nuclear e considerem as correções coulombianas associadas a estes processos para produção de pares de léptons. Para colisões com núcleos pesados, o parâmetro de expansão a ser considerado no cálculo perturbativo é  $\alpha Z$ , o qual para ouro e chumbo é aproximadamente 0,6. Este valor não é muito menor que 1 e portanto, para obtermos valores precisos para a seção de choque, devemos considerar correções de ordem superior. Nesta dissertação, usaremos a seguinte expressão para a seção de choque para a produção de um único par:

$$\sigma_{\gamma Z} = \sigma_{Born} + \sigma_{Coulomb} \quad . \quad (3.6)$$

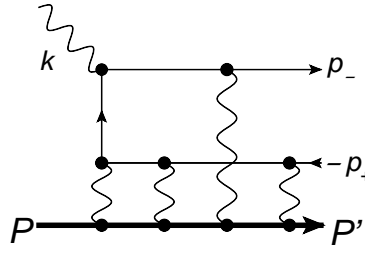


**Fig. 3.1:** Diagrama de Feynman para a fotoprodução de pares de léptons na aproximação de Born.

Aqui,  $\sigma_{Born}$  corresponde à seção de choque calculada através da aproximação de Born (Fig. 3.1) e  $\sigma_{Coulomb}$  corresponde à correção coulombiana, que é uma correção de ordem superior que ocorre devido às múltiplas interações do par criado com o núcleo emergente (Fig. 3.2).

Estes cálculos serão apresentados em mais detalhes nas próximas seções.





**Fig. 3.2:** Possível diagrama de Feynman para uma correção (de ordem superior) coulombiana relativa à fotoprodução de pares de léptons .

### 3.1 Cálculo da seção de choque total no nível de Born na aproximação de Weiszäcker-Williams

Nesta seção, vamos calcular a seção de choque para o seguinte processo :

$$\gamma(k) + Z(P) \rightarrow l^+(p_+) + l^-(p_-) + Z(P') , \quad (3.7)$$

seguindo o formalismo proposto em [12]. Esse processo corresponde à fotoprodução de léptons pela interação de um fóton real com energia  $\omega$  e de um íon com carga  $Ze$  e massa  $M$ . Neste processo assumimos que um fóton real com quadrimomentum  $k$  interage com um fóton virtual de quadrimomentum  $q(= P - P')$  com virtualidade

$$Q^2 = -q^2 > 0$$

produzindo um par de léptons. A massa invariante ao quadrado do par é dada por

$$W^2 = (k + q)^2 = 2k \cdot q - Q^2 . \quad (3.8)$$

Além disso o quadrado da energia do centro de massa deste processo é definida por (considerando o íon em repouso):

$$s = (k + P)^2 = M^2 + 2\omega M . \quad (3.9)$$

Vamos definir ainda um parâmetro constante com dimensão de seção de choque  $\sigma_0$  que será útil mais tarde

$$\sigma_0 = \frac{Z^2 \alpha^3}{m^2} , \quad (3.10)$$

onde  $m$  é a massa do lépton.

A seção de choque exata no nível de Born pode ser calculada em termos de duas seções de choque  $\sigma_T(W^2, Q^2)$  e  $\sigma_S(W^2, Q^2)$  as quais estão relacionadas respectivamente com os seguintes processos virtuais

$$\gamma\gamma_T^* \rightarrow l^+l^-$$

$$\gamma\gamma_S^* \rightarrow l^+l^-$$

onde  $\gamma$  denota o fóton real incidente,  $\gamma_T^*$  é o fóton virtual transverso (com helicidade  $\lambda_T = \pm 1$ ) e  $\gamma_S^*$  é o fóton virtual escalar (com  $\lambda_S = 0$ ). Desta forma

$$d\sigma_{Born} = \sigma_T(W^2, Q^2)dn_T(W^2, Q^2) + \sigma_S(W^2, Q^2)dn_S(W^2, Q^2) . \quad (3.11)$$

Na Eq.(3.11),  $dn_T$  é o número de fótons transversos e  $dn_S$  o número de fótons escalares, ambos gerados pelo núcleo.

As seções de choque  $\sigma_T$  e  $\sigma_S$  são dadas por (ver Ref.[27]) :

$$\begin{aligned} \sigma_T = & \frac{4\pi\alpha^2}{W^2 + Q^2} \left\{ \left[ 1 + \frac{4m^2W^2 - 8m^2 - 2Q^2W^2}{(W^2 + Q^2)^2} \right] L - \right. \\ & \left. - \left[ 1 + \frac{4m^2W^2 - 4Q^2W^2}{(W^2 + Q^2)^2} \right] v \right\} , \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\sigma_S = \frac{16\pi\alpha^2Q^2W^2}{(W^2 + Q^2)^3} \left[ v - \frac{2m^2}{W^2}L \right] , \quad (3.13)$$

onde

$$v = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{W^2}} ; \quad L = 2 \ln \left[ \frac{W}{2m} (1 + v) \right] . \quad (3.14)$$

O número de fótons é dado por (ver Ref.[27])

$$\begin{aligned} dn_T = & \frac{Z^2\alpha}{\pi} \left( 1 - y - \frac{M^2y^2}{Q^2} \right) F^2(Q^2) \frac{dW^2}{W^2 + Q^2} \frac{dQ^2}{Q^2} \\ dn_S = & \frac{Z^2\alpha}{\pi} \left( 1 - y - \frac{1}{4}y^2 \right) F^2(Q^2) \frac{dW^2}{W^2 + Q^2} \frac{dQ^2}{Q^2} , \end{aligned} \quad (3.15)$$

e  $y$  é uma variável adimensional definida como

$$y = \frac{k \cdot q}{k \cdot P} = \frac{W^2 + Q^2}{2\omega M} . \quad (3.16)$$

Para obtermos a seção de choque total, devemos integrar a Eq.(3.11) em  $Q^2$  na região  $Q_{min}^2 \leq Q^2 \leq Q_{max}^2$  com (ver Ref.[9])

$$\begin{aligned} Q_{min,max}^2 = & B \mp \sqrt{B^2 - C} , \\ 2B = & \frac{2M^6 - M^4W^2 - M^2W^4}{(2M^2 + W^2)s} + s - 2M^2 - W^2 \\ \approx & 2 \frac{2\omega^2 - W^2(1 - \omega/M)}{1 + \omega/M} , \\ C = & \frac{M^2W^4}{s} , \end{aligned} \quad (3.17)$$

e em  $W^2$  na região  $2m \leq W \leq \omega$ .

Se os fótons possuem altas energias ( $\omega \gg 2m$ ) as contribuições mais importantes para a seção de choque ocorrem para fótons de baixas virtualidades ( $Q^2 \ll W^2$ ). Isto significa que podemos desprezar a contribuição de fótons escalares, obtendo desta forma a expressão da aproximação de fótons equivalentes para este processo.

Na Eq.(3.15) para o espectro de fótons gerados pelo íon temos a presença do chamado fator de forma  $F(Q^2)$  (em contraste com a Eq.(2.36)). O fator de forma contém toda a informação relativa à distribuição de carga do íon e se faz presente no espectro de fótons equivalentes quando o emissor possui estrutura interna (caso de íons e prótons). Na subseção 3.1.1, iremos apresentar algumas propostas para fatores de forma.

### 3.1.1 Fatores de forma e distribuição nuclear

O fator de forma nuclear pode ser definido como:

$$F(\mathbf{q}^2) = \frac{1}{N} \int \rho(r) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d^3r \quad , \quad N = \int \rho(r) d^3r \quad , \quad (3.18)$$

onde  $\mathbf{q}^2 \approx Q^2$ , sendo  $\mathbf{q}$  a parte espacial do quadrivetor  $q$  do fóton,  $\rho(r)$  é a densidade volumétrica de carga do núcleo e  $N$  é a carga do núcleo.

Para um **fator de forma realístico**, a distribuição de carga nuclear é do tipo fermiônica e é dada por [12]

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R)/a]} \quad . \quad (3.19)$$

Aqui  $a = 2,30/(4\ln 3)\text{fm}$ ,  $R = 6,55\text{fm}$  para o ouro (Au) e  $R = 6,647\text{fm}$  para o chumbo (Pb). Estes valores fornecem para o raio quadrático médio

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3}{5} \left[ 1 + \frac{7}{3} \left( \frac{\pi a}{R} \right)^2 \right]} R \quad , \quad (3.20)$$

os seguintes valores para Au e Pb

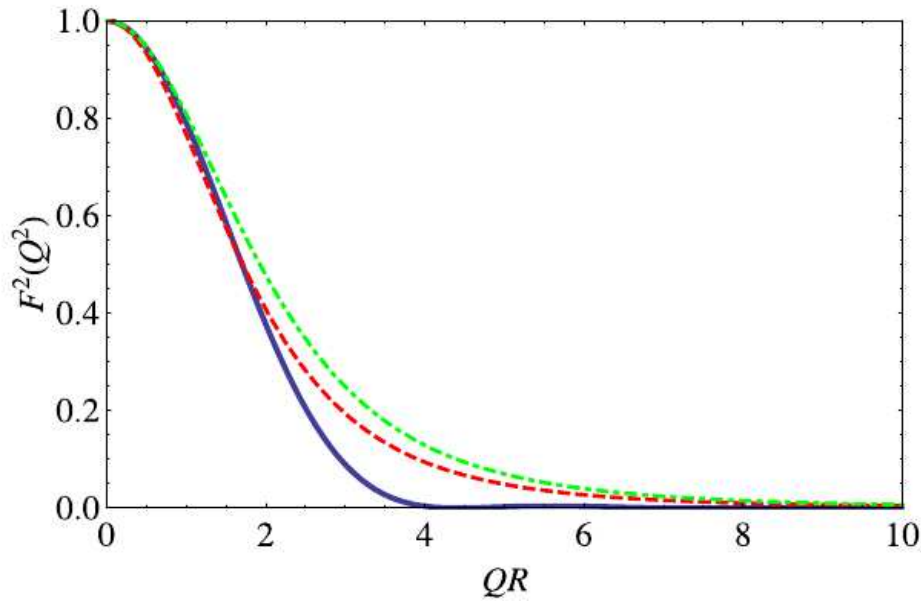
$$\left( \sqrt{\langle r^2 \rangle} \right)_{\text{Au}} = 5,4338\text{fm} \quad , \quad \left( \sqrt{\langle r^2 \rangle} \right)_{\text{Pb}} = 5,5041\text{fm} \quad . \quad (3.21)$$

Para um **fator de forma simplificado**, usaremos uma aproximação de um fator de forma de um monopolo. Esta aproximação nos leva a um fator de forma dado por

$$F(Q^2) = \frac{1}{1 + Q^2/\Lambda^2} \quad (3.22)$$

Este fator de forma foi também usado em [12, 28, 29, 30] . Em [12, 29, 30] o valor de  $\Lambda$  usado foi

$$\Lambda = 80\text{MeV} \quad (3.23)$$



**Fig. 3.3:** *Comportamento do quadrado do fator de forma simplificado vs.  $QR$  para ouro usando o fator de forma realístico (curva sólida) e fatores de forma simplificados com  $\Lambda = 80\text{MeV}$  (curva tracejada) e  $90\text{MeV}$  (curva tracejada e pontilhada) [12].*

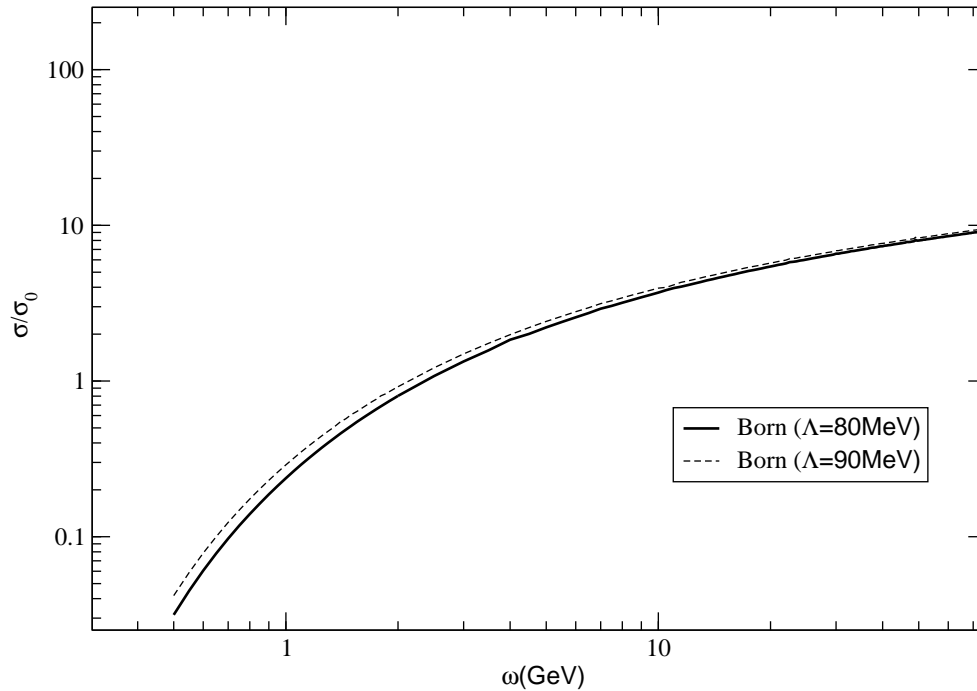
para chumbo e ouro. Outra possibilidade é a de usar a relação entre  $\Lambda$  e  $\langle r^2 \rangle$ , que para chumbo e ouro fornece:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{6}{\langle r^2 \rangle}} \approx 90\text{MeV} . \quad (3.24)$$

A Fig. 3.3 mostra o comportamento do quadrado do fator de forma simplificado versus a variável adimensional  $QR$  para um fator de forma realístico (curva sólida) e para fatores de forma simplificados com  $\Lambda = 80\text{MeV}$  (curva tracejada) e  $90\text{MeV}$  (curva tracejada e pontilhada). Percebemos que para os três fatores de forma, as curvas coincidem para altas e baixas virtualidades e apresentam um pequeno desvio para valores intermediários de  $Q$ . Nesta dissertação usaremos os fatores de forma simplificados.

A Fig. 3.4 mostra o comportamento da seção de choque no nível de Born para os dois valores de  $\Lambda$  estudados em colisões  $\gamma\text{Au}$  para a fotoprodução de pares de múons. Para  $\omega \sim 1\text{GeV}$  as curvas para  $\Lambda = 80\text{MeV}$  e  $\Lambda = 90\text{MeV}$  possuem uma diferença da ordem de 19%, enquanto que para  $\omega \sim 10\text{GeV}$  esta diferença cai para ordem de 7%. Percebemos que com o aumento da energia, estas diferenças diminuem, tornando-se desprezíveis para altas energias.

Na seção 3.3, vamos apresentar nossos resultados para as seções de choque do processo (3.7) no nível de Born e com correções coulombianas.



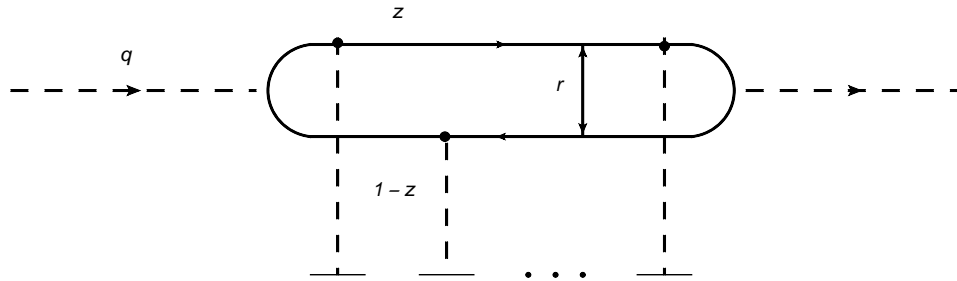
**Fig. 3.4:** Comparação da seção de choque no nível de Born para  $\Lambda = 80 \text{ MeV}$  e  $90 \text{ MeV}$  para colisão fóton-ouro.

## 3.2 Cálculo da Seção de Choque de Fotoprodução no Formalismo de Dipolo

Recentemente K. Tuchin propôs na Ref. [13] a aplicação do formalismo de dipolos, amplamente utilizado para descrição do processo de espalhamento profundamente inelástico ( $ep \rightarrow eX$ ) para a produção eletromagnética de pares de léptons (ver, por exemplo [20]). Considerando que este formalismo reproduz resultados conhecidos e forma uma imagem simplificada do processo, vamos nesta seção revisar a derivação presente em [13]. Além disso comparamos os seus resultados com aqueles do formalismo revisado na seção anterior e demonstramos que suas previsões coincidem no regime de altas energias.

O formalismo de dipolos é motivado pela simples fatorização espacial do decaimento do fóton projétil no par de léptons e da posterior interação desse par com o núcleo, justificada quando calcula-se o comprimento de coerência, o qual excede o tamanho do núcleo no regime de altas energias. Nosso objetivo é calcular a seção de choque referente ao diagrama da Fig.3.5. Neste diagrama, as linhas tracejadas denotam fótons e linhas sólidas denotam férmions. A elipse está associada à amplitude de espalhamento dipolo-núcleo. Além disso,  $q$  denota o fóton projétil o qual irá interagir com o núcleo.

No formalismo de dipolo, a seção de choque é escrita em uma representação em termos



**Fig. 3.5:** Amplitude de espalhamento elástica para a fotoprodução de um par de léptons.

da separação do dipolo ( $r$ ) e momentum longitudinal ( $z$  e  $1 - z$ ). Para o diagrama da Fig.3.5, no limite de altas energias, a seção de choque é dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{\gamma Z}(s) &= \frac{1}{2} \int \frac{d^2r}{2\pi} \int_0^1 dz \Phi(\mathbf{r}, z) \sigma_{tot}^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, s) \\ &= \int d^2r \int_0^1 dz \Phi(\mathbf{r}, z) \int d^2B \text{Im} \langle i\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle . \end{aligned} \quad (3.25)$$

A equação acima é a transformada de Fourier da expressão da amplitude de espalhamento  $i\Gamma^{\bar{l}lZ}$ , que descreve o espalhamento do par pelo núcleo, no espaço de momentum. Além disso,  $\mathbf{r}$  é um vetor transverso ao eixo de colisão cujo módulo representa a distância entre o par,  $z$  é a fração de momentum de cone de luz do fóton projétil portada por um dos léptons do par e  $1 - z$  a fração portada pelo outro lépton do par. A Fig.3.5 ilustra estas variáveis.

A função  $\Phi(\mathbf{r}, z)$  pode ser interpretada como o quadrado da função de onda do fóton projétil somada sobre as helicidades dos léptons e com média feita sobre as polarizações dos fótons. Sua expressão é dada por

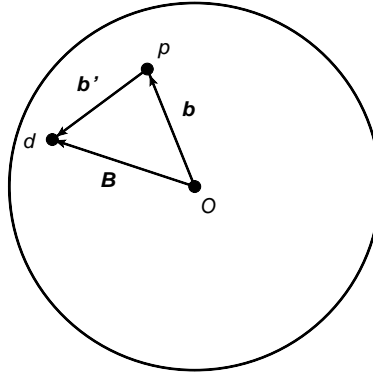
$$\Phi(\mathbf{r}, z) = \frac{2\alpha m^2}{\pi} \left\{ K_1^2(rm)[z^2 + (1 - z)^2] + K_0^2(rm) \right\} . \quad (3.26)$$

onde  $m$  é a massa do lépton produzido e as funções  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas.

Além disso, na equação (3.25), usamos o teorema óptico para calcular a seção de choque dipolo-núcleo

$$\sigma_{tot}^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, s) = 2 \int d^2B \text{Im} \langle i\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle , \quad (3.27)$$

onde  $i\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)$  é a amplitude de espalhamento dipolo-próton e o símbolo  $\langle \rangle$  representa a média sobre as possíveis posições dos prótons no núcleo.



**Fig. 3.6:** Representação do núcleo.

No limite de altas energias, podemos desconsiderar a dependência da seção de choque dipolo-núcleo em  $z$ . Integrando a Eq.(3.25), obtemos

$$\sigma_{tot}^{\gamma Z}(s) = \frac{\alpha m^2}{\pi} \int \frac{d^2 r}{2\pi} \left[ \frac{2}{3} K_1^2(rm) + K_0^2(rm) \right] \sigma_{tot}^{l\bar{l}Z}(\mathbf{r}, s) . \quad (3.28)$$

A Fig.3.6 mostra o interior do núcleo com algumas variáveis que descrevem a geometria da colisão dipolo-núcleo. Nesta figura,  $p$  é um próton do núcleo,  $d$  é o centro de massa do dipolo e  $O$  é o centro do núcleo.

Da Eq.(3.25) podemos interpretar o processo  $\gamma Z$  em dois estágios separados. O primeiro consiste na flutuação do fóton num par de léptons ( $\gamma \rightarrow l\bar{l}$ ), e o segundo na interação do par com o núcleo. A maior contribuição para a seção de choque ocorre para o maior intervalo de tempo possível da flutuação  $\gamma \rightarrow l\bar{l}$  o qual se relaciona com o chamado comprimento de coerência  $l_c$  [9, 13]. Por outro lado, a duração da interação do dipolo com o núcleo é da ordem de  $2R$  no referencial de repouso do núcleo (onde  $R$  é o raio do núcleo). Para altas energias do fóton projétil,  $l_c \gg 2R$ , permitindo que ocorra uma fatorização temporal desses dois estágios. Assim, a função de onda do fóton que descreve sua flutuação no dipolo de léptons é separada da amplitude de espalhamento  $\Gamma^{l\bar{l}Z}$  a qual descreve a interação do dipolo com o núcleo. Essa fatorização temporal que justifica a Eq.(3.25).

Nosso próximo passo, será descrever a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo em termos da amplitude de espalhamento dipolo-próton através do modelo de Glauber.

### 3.2.1 Modelo de Glauber para Múltiplos Espalhamentos

O modelo de Glauber caracteriza-se por expressar o espalhamento entre o par de léptons e o núcleo em termos dos espalhamentos que este par sofre com cada próton do núcleo. Vamos mostrar que esta relação entre estes dois processos pode ser feita ao considerarmos os prótons

nucleares como centros espalhadores independentes, atacando o cálculo da amplitude de espalhamento como um problema de dois corpos [13, 31]. Consideraremos espalhamentos ultrarelativísticos com íons. Íons deste tipo são produzidos no RHIC e LHC.

O estado quântico do núcleo é descrito por  $\psi_A$  que é função das posições transversal  $\mathbf{b}_a$  e longitudinal  $z_a$  de cada um dos  $Z$  prótons. O índice  $a$  rotula o próton considerado. Se a amplitude de espalhamento  $i\Gamma^{\bar{l}lZ}$  é conhecida, sua média nas possíveis posições de um próton é dada por

$$\langle i\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle = \int \prod_{a=1}^Z d^2\mathbf{b}_a dz_a |\psi_A(\mathbf{b}_1, z_1, \mathbf{b}_2, z_2, \dots)|^2 \times \Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_1, z_1, \mathbf{B} - \mathbf{b}_2, z_2, \dots, s) . \quad (3.29)$$

A amplitude de espalhamento e o elemento de matriz de espalhamento  $S$  se relacionam por  $\Gamma(s, \mathbf{B}) = 1 - S(s, \mathbf{B})$ . Além disso, o elemento de matrix  $S$  pode ser representado em termos de uma fase  $\chi$ . Desta forma, podemos escrever a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo como

$$\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_1, z_1, \mathbf{B} - \mathbf{b}_2, z_2, \dots, s) = 1 - \exp \left\{ -i\chi^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_1, z_1, \mathbf{B} - \mathbf{b}_2, z_2, \dots, s) \right\} \quad (3.30)$$

No limite de altas energias, as interações do dipolo com cada próton nuclear são independentes, considerando que os prótons não se sobrepõem na direção longitudinal, reduzindo o problema a interações entre dois corpos e suprimindo os efeitos de interações de muitos corpos. Neste caso, a mudança fase  $\chi^{\bar{l}lZ}$  referente ao processo dipolo-núcleo passa a ser dada pela soma das mudanças de fase  $\chi^{\bar{l}lp}$  referente a interação dipolo-próton

$$\Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_1, z_1, \mathbf{B} - \mathbf{b}_2, z_2, \dots, s) = 1 - \exp \left\{ -i \sum_a \chi^{\bar{l}lp}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_a, s) \right\} . \quad (3.31)$$

Neste momento, observamos que o cálculo da amplitude de espalhamento de  $Z$  prótons se reduz ao cálculo da amplitude de espalhamento do dipolo num único próton. Desprezando efeitos de correlação entre os prótons no espaço dos parâmetros de impacto, temos  $\langle e^{-i\chi} \rangle = e^{-i\langle \chi \rangle}$ .

Usando a relação de opacidade  $\exp(-i\chi^{\bar{l}lp}) = 1 - \Gamma^{\bar{l}lp}$ , a Eq.(3.31) pode ser reescrita como

$$\Gamma^{\bar{l}lZ} = 1 - \prod_{a=1}^Z (1 - \Gamma_a^{\bar{l}lp}) , \quad (3.32)$$

ou, desprezando efeitos de correlação entre os prótons temos

$$\Gamma^{\bar{l}lZ} = 1 - \left( 1 - \Gamma^{\bar{l}lp} \right)^Z , \quad (3.33)$$

encontrando, desta forma, uma relação entre  $\chi^{\bar{l}lZ}$  e  $\Gamma^{\bar{l}lZ}$ . Podemos escrevê-la como

$$\begin{aligned} -i\chi^{\bar{l}lZ} &= Z \ln \left( 1 - \Gamma^{\bar{l}lp} \right) \\ &= -Z \left[ \Gamma^{\bar{l}lp} - \frac{1}{2} (\Gamma^{\bar{l}lp})^2 + \dots \right] . \end{aligned} \quad (3.34)$$



Na equação acima, o primeiro termo da expansão é da ordem de  $\alpha Z$  que é da ordem de 1 para núcleos pesados. O segundo termo é da ordem de  $\alpha^2 Z \sim \alpha$  que é muito menor que 1. Desprezando o segundo termo, temos

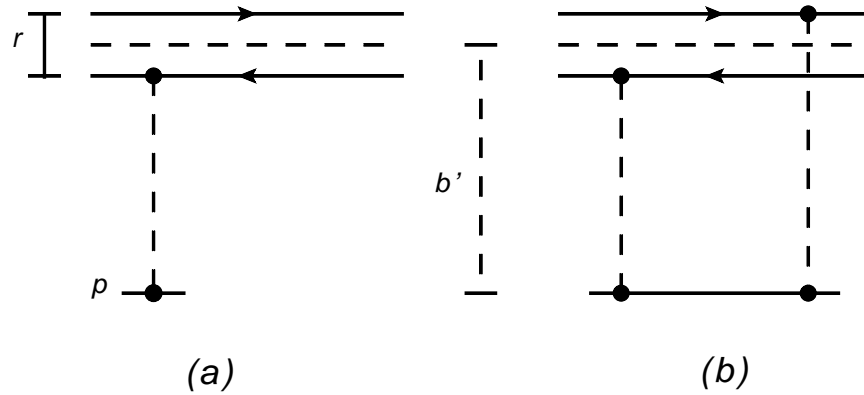
$$i\chi^{\bar{l}lZ} = Z\Gamma^{\bar{l}lp} ,$$

obtendo, de forma explícita, a seguinte expressão

$$\langle \Gamma^{\bar{l}lZ}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle \approx 1 - \exp \left\{ -Z \langle \Gamma^{\bar{l}lp}(\mathbf{r}, \mathbf{B} - \mathbf{b}_a, s) \rangle \right\} , \quad (3.35)$$

a qual mostra como podemos relacionar a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo com a amplitude de espalhamento dipolo-próton.

Vamos agora calcular a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo. Consideramos que em altas energias, os fótons coulombianos do canal  $t$  são quase reais, ou seja  $l^2 \approx -\mathbf{l}^2$ . Isto leva à aproximação de Weiszäcker-Williams, a qual é utilizada na realização destes cálculos.



**Fig. 3.7:** (a) Parte real e (b) imaginária de  $\Gamma^{\bar{l}lp}$ , correspondentes aos dois primeiros termos da expansão em  $\alpha$ .

A Fig.3.7 mostra os diagramas correspondentes aos dois primeiros termos da expansão de  $\Gamma^{\bar{l}lp}$  em  $\alpha$ . O diagrama da Fig.3.7(a) representa, mais precisamente,  $Re[i\Gamma^{\bar{l}lp}]$  e o da Fig.3.7(b) representa  $iIm[i\Gamma^{\bar{l}lp}]$ .

A parte real da amplitude de espalhamento dipolo-próton é dada por

$$Re[i\Gamma^{\bar{l}lp}] = \frac{\alpha}{\pi} \int \frac{d^2l}{l^2} \left[ e^{i[\mathbf{b}' + (1/2)\mathbf{r}] \cdot \mathbf{l}} - e^{i[\mathbf{b}' - (1/2)\mathbf{r}] \cdot \mathbf{l}} \right] , \quad (3.36)$$

onde  $\mathbf{l}$  é o vetor momentum transferido. Usaremos a seguinte normalização para a densidade nuclear por

$$\int d^2b dz \rho(\mathbf{b}, z) = Z . \quad (3.37)$$

Tomando a média da parte real da amplitude de espalhamento sobre as possíveis posições do próton, obtemos (considerando  $\rho \approx$  constante)

$$\langle \text{Re}[i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle = \frac{2\alpha}{Z} \int d^2\rho 2\sqrt{R^2 - b^2} \ln \frac{|\mathbf{b}' - \frac{1}{2}\mathbf{r}|}{|\mathbf{b}' + \frac{1}{2}\mathbf{r}|}, \quad (3.38)$$

com  $\mathbf{b}' = \mathbf{B} - \mathbf{b}$ .

A parte imaginária da amplitude de espalhamento dipolo-proton é dada por

$$Im[i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{b}', s)] = \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \int \frac{d^2l}{\mathbf{l}^2} \int \frac{d^2l'}{\mathbf{l}'^2} (e^{i[\mathbf{b}'+(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}} - e^{i[\mathbf{b}'-(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}}) (e^{-i[\mathbf{b}'+(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}'} - e^{-i[\mathbf{b}'-(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}'}) . \quad (3.39)$$

Fazendo a média sobre as posições do próton e usando novamente a condição de normalização, obtemos

$$\begin{aligned} \langle [iIm\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle &= \frac{1}{Z} \int d^2b \rho 2\sqrt{R^2 - b^2} \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \int \frac{d^2l}{\mathbf{l}^2} \\ &\int \frac{d^2l'}{\mathbf{l}'^2} (e^{i[\mathbf{b}'+(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}} - e^{i[\mathbf{b}'-(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}}) \\ &(e^{-i[\mathbf{b}'+(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}'} - e^{-i[\mathbf{b}'-(1/2)\mathbf{r}]\cdot\mathbf{l}'}) . \end{aligned} \quad (3.40)$$

Para que a aproximação de Weizsäcker-Williams permaneça válida, devemos ter um momentum transferido mínimo  $l_{min}$  tal que

$$l_{min} = \frac{M(2m)^2}{s}, \quad (3.41)$$

onde  $M$  é a massa do próton e  $m$  a massa do lépton. Este valor de momentum mínimo corresponde a um parâmetro de impacto máximo dado por  $b'_{max} \sim 1/l_{min}$ .

Neste momento, vamos considerar a aproximação de Born do processo, na qual devemos levar em conta apenas termos dominantes em  $\alpha$ . Expandindo o expoente na Eq.(3.35), obtemos

$$\langle \Gamma^{\bar{l}Z}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle = Z \langle \Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle - \frac{1}{2} Z^2 \langle \Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle^2 + \dots \quad (3.42)$$

A parte real de  $i\Gamma^{\bar{l}p}$  corresponde a um diagrama com troca de único fóton, enquanto sua parte imaginária corresponde a um diagrama com dupla troca de fótons. Em mais baixa ordem em  $\alpha$ , a parte imaginária desta amplitude dá uma contribuição da ordem de  $Z\alpha^2 \sim \alpha$  para a seção de choque. Já a parte real de  $(i\Gamma^{\bar{l}p})^2$  corresponde, em ordem dominante, ao produto dos dois diagramas da Fig.3.7(a) possíveis com única troca de fótons, o qual é da ordem  $\alpha^2 Z^2 \sim 1$ . Então a aproximação de Born fornece

$$\sigma_{tot,B}^{\bar{l}Z}(\mathbf{r}, s) = 2 \int d^2B \left\{ \frac{1}{2} Z^2 \langle \text{Re} [i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle^2 + Z \langle \text{Im} [i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle \right\} . \quad (3.43)$$

O resultado acima é extremamente geral e válido para meios nucleares [13]. Entretanto vamos particularizar para um núcleo único.

Vamos analisar a região  $b' \approx B \gg b$  (Fig.3.8), a qual possui a contribuição de grande logarítmo para a seção de choque da Eq.(3.43). Nesta região, a Eq.(3.38) fica

$$\begin{aligned} \langle \text{Re} [i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle &\approx 2\alpha \ln \frac{|\mathbf{B} - (1/2)\mathbf{r}|}{|\mathbf{B} + (1/2)\mathbf{r}|} \frac{1}{Z} \int d^2b \rho 2\sqrt{R^2 - b^2} \\ &= 2\alpha \ln \frac{|\mathbf{B} - (1/2)\mathbf{r}|}{|\mathbf{B} + (1/2)\mathbf{r}|} . \end{aligned} \quad (3.44)$$

Analogamente, para a Eq.(3.40), obtemos

$$\langle \text{Im} [i\Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s)] \rangle = 2\alpha^2 \ln^2 \frac{|\mathbf{B} - (1/2)\mathbf{r}|}{|\mathbf{B} + (1/2)\mathbf{r}|} . \quad (3.45)$$

Considerando apenas a ordem dominante em  $\alpha$ , podemos desprezar efeitos de absorção associados com a parte imaginária de  $\Gamma^{\bar{l}p}$ . Além disso, usando que  $B \gg r/2$ , a amplitude de espalhamento dipolo-próton fica

$$\langle \Gamma^{\bar{l}p}(\mathbf{r}, \mathbf{B}, s) \rangle \approx i2\alpha \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{B}^2} . \quad (3.46)$$

Combinando a equação acima com as Eqs.(3.25) e (3.43) e tomando o caso particular de elétrons, obtemos no limite de altas energias

$$\sigma_{tot,B}^{\gamma Z \rightarrow e^+e^-X} = \frac{28}{9} \frac{\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \ln \frac{s}{2Mm_e} , \quad (3.47)$$

que é a fórmula de Bethe e Heitler para altas energias, reproduzindo a dependência logarítmica na energia conforme a Eq.(3.1).

Usando o teorema óptico [Eq.(3.27)], a Eq.(3.35) e a Eq.(3.46), obtemos

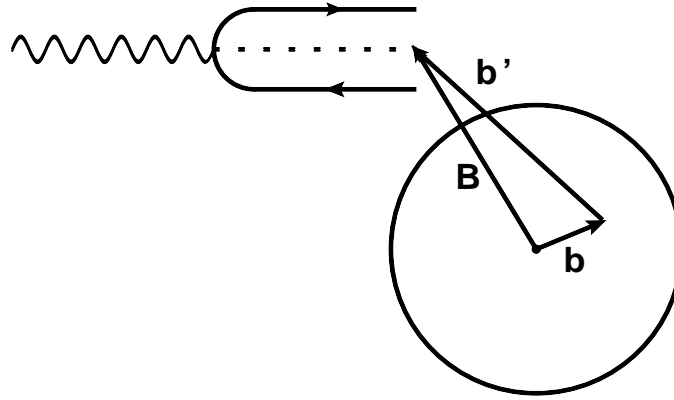
$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{\bar{l}Z} &= 2 \int d^2B \left( 1 - \cos \left\{ 2Z\alpha \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{B}^2} \right\} \right) \\ &= 4\pi \int_0^{B_{max}} dB B \left[ 1 - J_0 \left( \frac{2Z\alpha r}{B} \right) \right] . \end{aligned} \quad (3.48)$$

Levando a Eq.(3.48) na Eq.(3.28), obtemos

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{\gamma Z} &= \frac{\alpha^3 Z^2}{9m^2 \zeta^3} \left( 2\zeta - 28\zeta^3 \ln(2\zeta) \right. \\ &\quad \left. + \left\{ -3\sqrt{1+\zeta^2} + 24\zeta^2 \sqrt{1+\zeta^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cosh \left[ 3 \ln \left( \zeta + \sqrt{1+\zeta^2} \right) \right] \right\} \ln \left( \zeta + \sqrt{1+\zeta^2} \right) \right) , \end{aligned} \quad (3.49)$$

onde  $\zeta = \alpha Z / (B_{max} m)$  é uma variável adimensional.

A Fig.3.9 mostra uma comparação da seção de choque de fotoprodução de múons em colisões  $\gamma - Au$  no formalismo de dipolos e com o formalismo desenvolvido na seção anterior



**Fig. 3.8:** Diagrama com  $b' \approx B \gg b..$

com correções coulombianas (as quais serão apresentadas na próxima seção). Podemos observar que a seção de choque no formalismo de dipolo descreve bem o problema em altas energias, o que é um resultado esperado, tendo em vista que este formalismo é válido no regime de altas energias. Por outro lado, observamos uma divergência das curvas para baixas energias, que demonstra o limite de validade do formalismo. Neste regime, o comprimento de coerência torna-se da ordem do raio do núcleo, invalidando a fatorização presente no modelo do Tuchin.

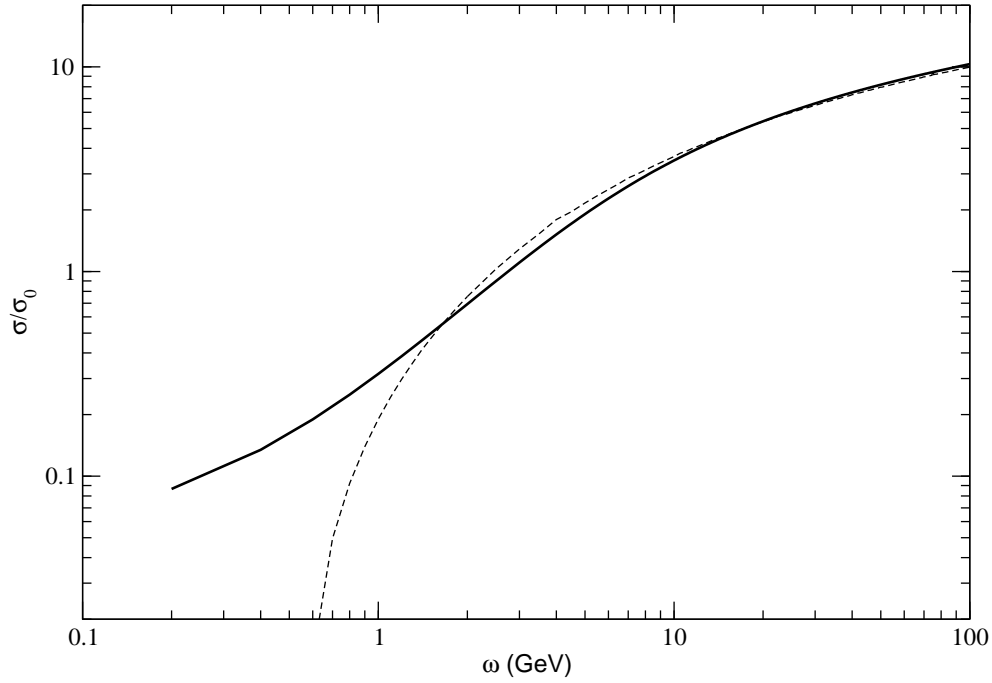
Para finalizar esta seção, vamos mostrar que este formalismo conduz à fórmula de Bethe e Maximon. Vamos reescrever a Eq.(3.48) de forma a reproduzir termos sub-dominantes independentes da energia na seção de choque total. Para isso, devemos seguir um caminho análogo ao que usamos para obter a Eq.(3.49). Entretanto, neste caso usaremos a expressão exata da parte real da amplitude de espalhamento dipolo-próton [Eq.(3.45)] e novamente desprezamos efeitos de absorção. Desta forma

$$\sigma_{tot}^{\gamma Z} = \frac{\alpha m^2}{\pi} \int \frac{d^2 r}{2\pi} \left[ \frac{2}{3} K_1^2(rm) + K_0^2(rm) \right] 2 \int d^2 B \left\{ 1 - \cos \left[ 2\alpha Z \ln \frac{|\mathbf{B} - \mathbf{r}/2|}{|\mathbf{B} + \mathbf{r}/2|} \right] \right\} . \quad (3.50)$$

Definindo a variável  $\mathbf{R} = \mathbf{B} + \mathbf{r}/2$ , a equação acima fica

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{\gamma Z}(s) &= \frac{\alpha m^2}{\pi} \int \frac{d^2 r}{2\pi} \left[ \frac{2}{3} K_1^2(rm) + K_0^2(rm) \right] 2 \int d^2 R \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}{R} \right)^{2i\alpha Z} - \frac{1}{2} \left( \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}{R} \right)^{-2i\alpha Z} \right\} . \end{aligned} \quad (3.51)$$

Neste momento iremos focar nossa atenção no cálculo das correções de ordem superior



**Fig. 3.9:** Comparação da seção de choque para produção de múons em colisões  $\gamma - Au$  usando o formalismo de dipolo (linha sólida) e o formalismo desenvolvido na seção anterior na aproximação de Born e considerando suas correções coulombianas. (linha tracejada).

$\Delta\sigma_{tot}^{\gamma Z}$ , dadas por

$$\Delta\sigma_{tot}^{\gamma Z} = \sigma_{tot}^{\gamma Z} - \sigma_{tot,B}^{\gamma Z} , \quad (3.52)$$

onde  $\sigma_{tot}^{\gamma Z}$  é a seção de choque total corrigida e  $\sigma_{tot,B}^{\gamma Z}$  é a seção de choque no nível de Born que é obtida expandindo a Eq.(3.51) para pequeno  $\alpha Z$ . Desta forma, obtemos

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{tot}^{\gamma Z} = & 2\frac{\alpha m^2}{\pi} \int \frac{d^2r}{2\pi} \left[ \frac{2}{3}K_1^2(rm) + K_0^2(rm) \right] 2 \int d^2R \\ & \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}{R} \right)^{2i\alpha Z} - \frac{1}{2} \left( \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}{R} \right)^{-2i\alpha Z} - 4(\alpha Z)^2 \ln^2 \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}{R} \right\} . \end{aligned} \quad (3.53)$$

Calculando as integrais acima, obtemos

$$\Delta\sigma_{tot}^{\gamma Z} = -\frac{28}{9m^2} \alpha^3 Z^2 \frac{1}{2} [\psi(1 - i\alpha Z) + \psi(1 + i\alpha Z) - 2\psi(1)] , \quad (3.54)$$

onde  $\psi$  é a derivada logarítmica da função  $\Gamma$ , ou seja  $\psi(\tau) = \Gamma'(\tau)/\Gamma(\tau)$ . A Eq.(3.54) é a correção que deve ser feita na seção de choque do nível de Born para efeitos de ordem superior em  $\alpha Z$ .

A seção de choque referente ao nível de Born é dada pela fórmula de Bethe e Heitler

$$\sigma_{tot,B}^{\gamma Z} = \frac{28}{9} \frac{\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \ln \frac{2\omega}{m_e} - \frac{109}{42} \right), \quad (3.55)$$

em que  $\omega$  é a energia do fóton.

Definindo

$$f(\alpha Z) = \frac{1}{2} [\psi(1 - i\alpha Z) + \psi(1 + i\alpha Z) - 2\psi(1)], \quad (3.56)$$

obtemos

$$\sigma_{tot}^{\gamma Z} = \frac{28}{9} \frac{\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \ln \frac{2\omega}{m_e} - \frac{109}{42} - f(\alpha Z) \right) \quad (3.57)$$

que é a fórmula de Bethe e Maximon a qual fornece a solução exata para a produção de pares no caso ultra-relativístico em um campo coulombiano. Portanto, este formalismo reproduz resultados conhecidos, como as fórmulas de Bethe-Heitler e de Bethe-Maximon e pode também ser aplicado para o estudo de meios nucleares (ver [13]). A fórmula de Bethe-Maximon, foi também derivada em [28], o qual obtém ainda expressões de correções coulombianas para campos não coulombianos, utilizando o fator de forma da Eq.(3.22). Na seção 3.3, apresentamos nossas previsões para criação de pares em colisões fóton-núcleo, considerando correções coulombianas.

### 3.3 Seção de choque de fotoprodução e correções coulombianas

Nesta seção, vamos apresentar os resultados obtidos para  $\sigma_{\gamma Z}$  [Eq.(3.6)] no limite de altas energias por Ivanov e Melnikov em [28] e apresentado também em [12]. Ivanov e Melnikov utilizam a chamada representação de fatores de impacto para a amplitude de espalhamento. Através da soma de termos dominantes da série perturbativa eles obtiveram uma fórmula para a amplitude de espalhamento válida para todas as ordens em  $\alpha Z$  e para um campo nuclear não coulombiano levando em conta fatores de forma do tipo monopolar. A seguir apresentamos alguns resultados para a seção de choque total de fotoprodução para os diferentes valores de  $\Lambda$  estudados.

De acordo com [12, 28], usando a Eq.(3.22) no limite de altas energias com o parâmetro  $\Lambda^2/(2m)^2 \ll 1$ , as quais são válidas para múons e taus (para pares de múons, os valores de  $\Lambda^2/(2m)^2$  são 0,14 para  $\Lambda = 80MeV$  e 0,18 para  $\Lambda = 90MeV$ ), obtemos as seguintes expressões analíticas para a primeira correção ( $\sim \Lambda^2/(2m)^2$ )

$$\sigma_{\gamma Z} = \sigma_{Born} + \sigma_{Coulomb} \quad (3.58)$$

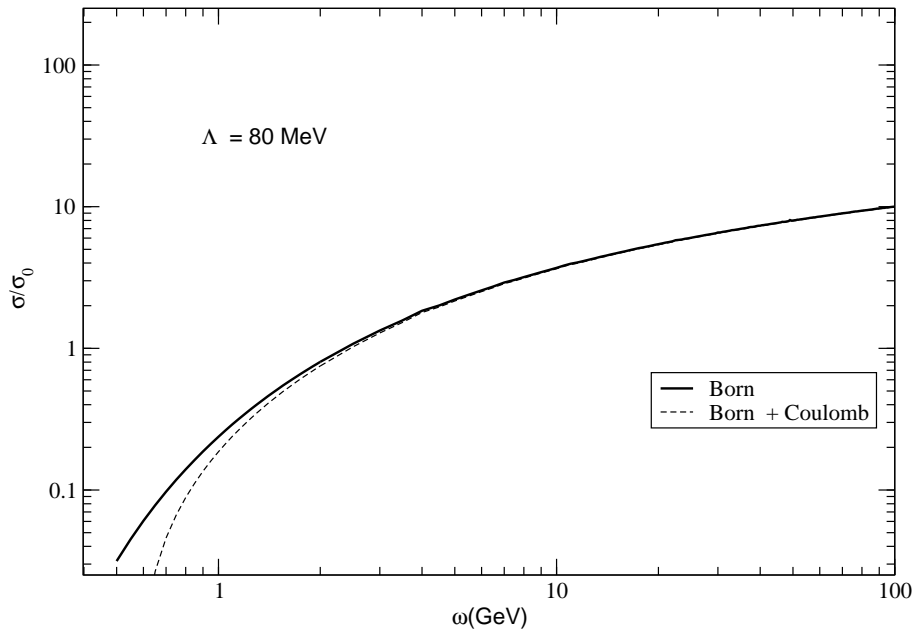
$$\sigma_{Born} = \frac{28}{9}\sigma_0 \left[ \ln\left(\frac{2\omega\Lambda}{m^2}\right) - \frac{57}{14} - C_1 \right] \quad (3.59)$$

$$\sigma_{Coulomb} = -\frac{28}{9}\sigma_0 C_2, \quad (3.60)$$

onde

$$C_1 = \frac{12}{35} \left(\frac{\Lambda}{2m}\right)^2, \quad C_2 = 0.928(Z\alpha)^2 C_1. \quad (3.61)$$

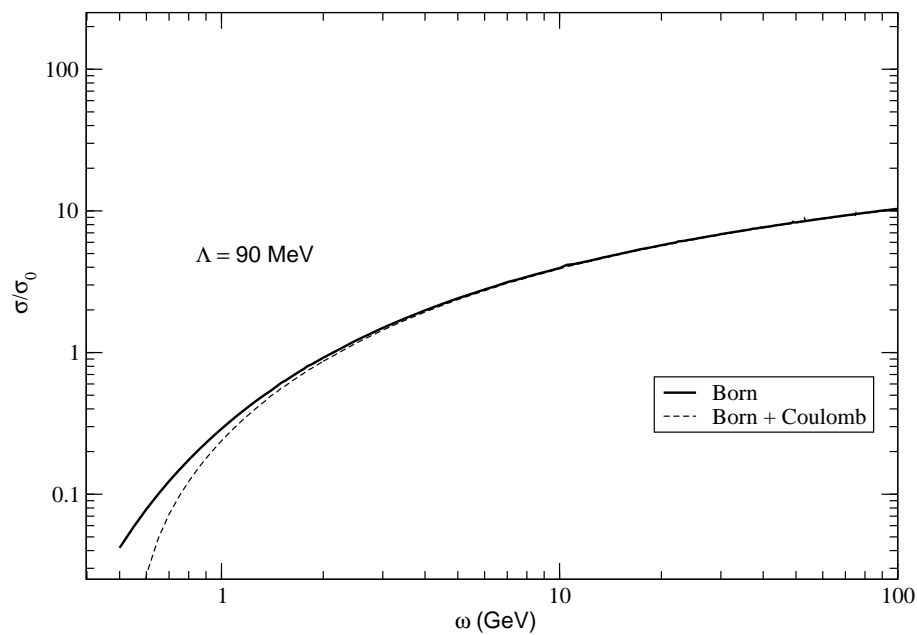
Em nossos resultados apresentados a seguir, utilizamos a seção de choque no nível de Born como descrita na seção 3.1 e as correções coulombianas dadas pela Eq.(3.60).



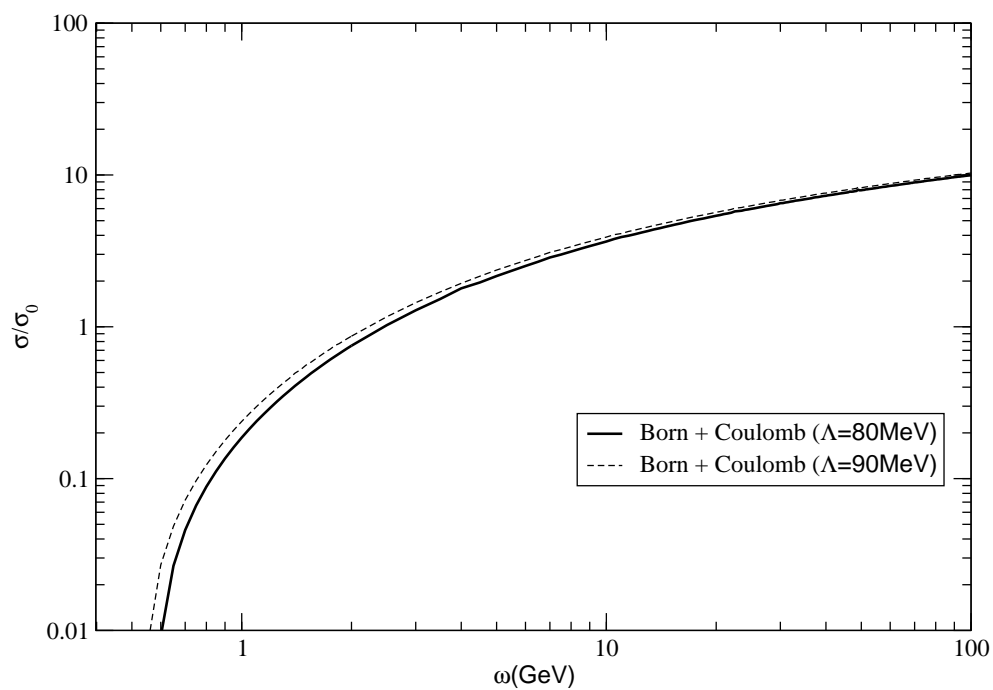
**Fig. 3.10:** Seção de choque de fotoprodução de pares de múons com  $\Lambda = 80\text{MeV}$ .

As Figs. 3.10 e 3.11 mostram o comportamento das seções de choque de fotoprodução de múons com e sem correções coulombianas. Podemos observar que para um mesmo  $\Lambda$  o comportamento destas seções de choque diferem em baixas energias. Para  $\Lambda = 80\text{MeV}$  e  $\omega \sim 1\text{GeV}$ , a diferença entre as curvas é da ordem de 24% e para  $\omega \sim 10\text{GeV}$  a diferença cai para ordem de 1%, enquanto que para  $\Lambda \sim 90\text{MeV}$  com  $\omega \sim 1\text{GeV}$  a diferença entre as curvas é da ordem de 19% e para  $\omega \sim 10\text{GeV}$  a diferença é da ordem de 1%. Isto mostra que para baixas energias as correções coulombianas possuem influências consideráveis, enquanto que para altas energias, as mesmas possuem influências desprezíveis.

A Fig. 3.12 compara a seção de choque de fotoprodução de pares de múons com correções coulombianas para os diferentes valores de  $\Lambda$  estudados. Para  $\omega \sim 1\text{GeV}$  temos um desvio da ordem de 23% entre  $\Lambda = 80$  e  $90\text{MeV}$ , enquanto para  $\omega \sim 10\text{GeV}$ , esta diferença cai para 6%. Assim como para a Fig. 3.4, percebemos que estas diferenças caem com o aumento da energia, tornando-se desprezíveis para altas energias.



**Fig. 3.11:** *Seção de choque de fotoprodução de pares de múons com  $\Lambda = 90\text{MeV}$ .*



**Fig. 3.12:** *Comparação da seção de choque com correções coulombianas para  $\Lambda = 80\text{MeV}$  e  $90\text{MeV}$  para ouro.*

### 3.4 Conclusão

Neste capítulo, revisamos formalismos para o cálculo de seções de choque de fotoprodução através da aproximação de Weiszäcker-Williams [12], o qual fornece a seção de choque no

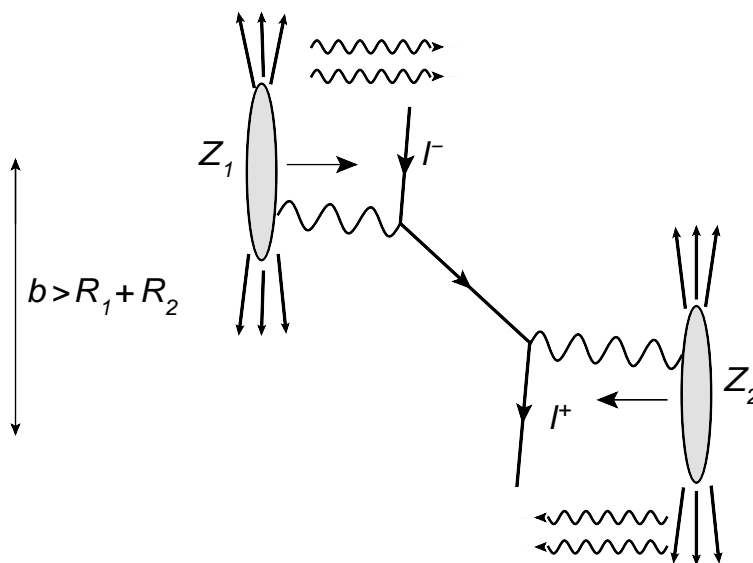


nível de Born e considerando correções coulombianas e pelo formalismo de dipolos [13]. Além disso mostramos que estes dois formalismos concordam no regime de altas energias. Nossos resultados para as seções de choque de produção de léptons em colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo, os quais serão apresentados no próximo capítulo, são calculados a partir dos formalismos revisados nos capítulo 2 e 3, os quais se referem à aproximação de fótons equivalentes e ao cálculo da seção de choque de fotoprodução.

## Capítulo 4

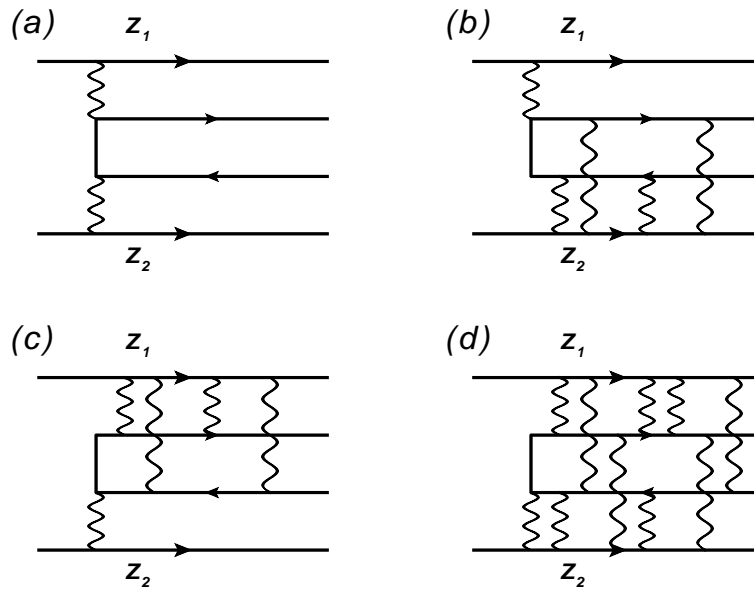
# Produção de pares de léptons em colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo

Neste capítulo apresentamos nossos resultados para as seções de choque de produção de pares através da interação de dois hádrons. O processo o qual estamos interessados é descrito pela Fig.4.1, que representa uma interação ultraperiférica.



**Fig. 4.1:** Interação ultraperiférica com criação de um par de léptons devido à interação de dois fótons.

Em particular, estamos interessados na produção de pares de léptons em dois casos: (i) na interação entre dois núcleos pesados e iguais (interações  $AA$ ) com  $Z_1 = Z_2 = Z$  onde  $Z = 79$  para ouro (no RHIC) e  $Z = 82$  para chumbo (no LHC) e (ii) na interação próton-núcleo (interações  $pA$ ) onde  $Z_1 = 1$  e  $Z_2 = 79$  (no RHIC) ou  $82$  (no LHC).



**Fig. 4.2:** Diagramas que contribuem para a amplitude de espalhamento dos processos  $pA$  e  $AA$ . Em (a), temos o diagrama que corresponde ao nível de Born. Os diagramas (b) e (c) estão associados com os múltiplos espalhamentos do par criado com os núcleos  $Z_2$  e  $Z_1$ , respectivamente. O diagrama (d) está associado às chamadas correções de unitaridade.

A Fig.4.2, mostra os diagramas que contribuem para a amplitude de espalhamento. Para o caso (i) citado acima, todos os diagramas devem contribuir e para o caso (ii) o diagrama (c) deve ser suprimido, pois neste caso os efeitos de múltiplos espalhamentos com o próton possuem uma contribuição desprezível. Além disso, nesta dissertação, o diagrama (d), associados às chamadas correções de unitaridade não será abordado. Resultados presentes na literatura para colisões núcleo-núcleo (ver [12, 29] e suas referências) apontam que as correções de unitaridade devem ser pequenas para criação de elétrons e grandes (correspondente a aproximadamente 50% da seção de choque no nível de Born em colisões  $Pb - Pb$ ) para a criação de múons.

Nas próximas seções apresentamos nossos resultados para a produção de pares de léptons em colisões  $AA$  e  $pA$ . Na seção 4.1, apresentamos resultados presentes na literatura para a produção de pares de elétrons em colisões  $AA$  [5, 7, 12] e apresentamos nossas estimativas para a produção de pares de elétrons em colisões  $pA$ . Na seção 4.2, reproduzimos resultados presentes na literatura [12] como a produção de múons em colisões  $AA$ . Além disso, apresentamos nossas previsões para a produção de pares de taus em colisões  $AA$  e para a produção de múons e taus em colisões  $pA$ .

Nas tabelas que serão apresentadas a seguir usamos a seguinte notação:  $\sigma_{Born}$  é a seção de choque calculada no nível de Born e  $\sigma_{corrigida}$  é a soma da seção de choque no nível de

Born com as correções coulombianas.

## 4.1 Predições para produção de léptons leves

Nesta seção vamos apresentar e discutir alguns resultados referentes à criação de pares de elétrons em interações  $pA$  e  $AA$ .

A seção de choque de produção de elétrons no nível de Born para interações  $AA$  foi obtida em 1934 por Landau e Lifshitz [4]. Entretanto o resultado completo para a produção de elétrons em colisões  $AA$  foi obtido em 1937 por Racah [5]. A fórmula de Racah é dada por [7]

$$\sigma_{Born}^{e^+e^-} = \frac{28}{27}\sigma_0 (L^3 - 2, 2L^2 + 3, 8L - 1, 63)$$

$$\sigma_0 = \frac{(Z_1 Z_2 \alpha^2)^2}{\pi m_l^2} ; L = \ln \gamma_1 \gamma_2 ; \gamma_i = \frac{E_i}{M_i} (i = 1, 2) , \quad (4.1)$$

onde  $E_1, E_2$  e  $M_1, M_2$  são, respectivamente, as energias e massas das partículas incidentes na colisão.

Vamos neste momento discutir as correções coulombianas para produção de elétrons (ver Ref.[32]). Podemos associar uma amplitude de espalhamento para cada diagrama da Fig.4.2. A amplitude no nível de Born  $M_{Born}$  está associada ao diagrama (a),  $M_1[\tilde{M}_1]$  está associada ao diagrama (b)[(c)] e  $M_2$  para o diagrama (d). A amplitude de espalhamento total ( $M$ ) e a seção de choque total ( $\sigma$ ) são, respectivamente

$$M = M_{Born} + M_1 + \tilde{M}_1 + M_2$$

$$M_1 = \sum_{n' \geq 2} M_{1n'} , \tilde{M}_1 = \sum_{n \geq 2} M_{n1} , M_2 = \sum_{n, n' \geq 2} M_{nn'} \quad (4.2)$$

e

$$\sigma = \sigma_{Born} + \sigma_1 + \tilde{\sigma}_1 + \sigma_2 . \quad (4.3)$$

De acordo com [32], as razões entre as correções e a seção de choque no nível de Born são dadas por

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{Born}} = \frac{\tilde{\sigma}_1}{\sigma_{Born}} \approx \frac{(Z\alpha)^2}{L} , \quad (4.4)$$

e

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{Born}} = \frac{(Z\alpha)^2}{L^2} < 0,4\% \text{ para energias do RHIC e do LHC} . \quad (4.5)$$

Negligenciando  $\sigma_2$ , a seção de choque total fica

$$\sigma = \sigma_{Born} + \sigma_1 + \tilde{\sigma}_1 . \quad (4.6)$$

As correções  $\sigma_1$  e  $\tilde{\sigma}_1$  são dadas por

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= -\frac{28}{9}\sigma_0 f(\alpha Z_2)L^2 \\ \tilde{\sigma}_1 &= -\frac{28}{9}\sigma_0 f(\alpha Z_1)L^2 \ ,\end{aligned}\tag{4.7}$$

onde  $f(\alpha Z)$  é dada por (3.5). Para o caso (i), temos [ $Z_1 = Z_2 = Z$ ] as correções coulombianas são dadas por

$$\sigma_{Coulomb} = \sigma_1 + \tilde{\sigma}_1 = -\frac{56}{9}\sigma_0 f(\alpha Z_1)L^2\tag{4.8}$$

e para o caso (ii) [ $Z_1 = 1$  e  $Z_2 = Z$ ]

$$\sigma_{Coulomb} = \sigma_1 = -\frac{28}{9}\sigma_0 f(\alpha Z)L^2 \ .\tag{4.9}$$

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{e^+e^-}(kb)$ | $\sigma_{corrigida}^{e^+e^-}(kb)$ |
|------------------|----|-----------------|------------------------------|-----------------------------------|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 35,68753                     | 31,23524                          |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 225,23349                    | 209,20781                         |

**Tab. 4.1:** *Predições para produção de elétrons em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo usando a fórmula de Racah.*

A tabela 4.1, mostra o resultado para  $\sigma_{Born}$  (calculada pela fórmula de Racah) e  $\sigma_{corrigida}$  para produção de elétrons em colisões  $AA$ . Como essas seções de choque são da ordem de  $kb$ , esperamos que muitos pares de elétrons sejam criados. Observamos que estas seções de choque crescem com um fator de aproximadamente 6 com o aumento da energia de  $200GeV$  para  $5500GeV$ . Além disso, a diferença entre  $\sigma_{Born}$  e  $\sigma_{corrigida}$  é da ordem de 13% para o RHIC e de 7% para o LHC.

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{e^+e^-}(b)$ | $\sigma_{corrigida}^{e^+e^-}(b)$ |
|------------------|----|-----------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 5,71824                     | 5,00484                          |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 33,49695                    | 31,11360                         |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 8800            | 40,04554                    | 37,37330                         |

**Tab. 4.2:** *Predições para produção de elétrons em colisões próton-ouro e próton-chumbo usando a fórmula de Racah.*

Nossas predições para a produção de elétrons em colisões  $pA$ , são mostradas na tabela 4.2. Observamos uma diferença entre  $\sigma_{Born}$  e  $\sigma_{corrigida}$  da ordem de 13% para o RHIC e de 7% para  $\sqrt{s} = 5500GeV$  e  $8800GeV$  para o LHC. Da forma em que estimamos  $\sigma_{Born}$ , temos

$$\sigma_{Born}^{pA} = \frac{\sigma_{Born}^{AA}}{Z_2^2} \ ,\tag{4.10}$$

onde  $\sigma_{Born}^{pA}$  é a seção de choque de interação  $pA$  e  $\sigma_{Born}^{AA}$  é a seção de choque de interação  $AA$ . Entretanto, em nossas estimativas para  $pA$ , não levamos em conta o fato de que os fluxos de fótons equivalentes do núcleo e do próton são diferentes. Na próxima seção tratamos da produção de léptons pesados e levamos esse fato em consideração em nossas estimativas.

## 4.2 Predições para produção de léptons pesados

Nesta seção vamos apresentar nossas predições para a produção de pares de léptons pesados (múons e taus) devido às interações  $AA$  e  $pA$ . Para isso, vamos novamente explorar a Fig.4.1. Essa figura mostra dois hádrons ultrarelativísticos (com número de prótons  $Z_1$  e  $Z_2$ ) interagindo, aos quais podemos associar fluxos de fótons equivalentes [conforme visto no capítulo 2]. Da interação destes fótons é produzido um par de léptons ( $l^+l^-$ ). Portanto o processo pode ser fatorizado em dois estágios: o primeiro relacionado com a emissão de fótons pelos hádrons e o segundo a criação de um par devido à interação fóton-hádron. Nesse caso a distribuição de rapidez, que é um cálculo da distribuição angular do processo (em altas energias, a rapidez  $Y$  se reduz a pseudorapidez  $\eta$  a qual se relaciona com o ângulo de espalhamento  $\theta$  através de [20]  $\eta = -\ln[\tan(\theta/2)]$ ), é dada para o caso (i), por

$$\frac{d\sigma}{dY}(h_1h_2 \rightarrow l^+l^-) = \omega \left( \frac{dN}{d\omega} \right)_{h_1} \sigma(\gamma h_2 \rightarrow l^+l^-) + \omega \left( \frac{dN}{d\omega} \right)_{h_2} \sigma(\gamma h_1 \rightarrow l^+l^-) , \quad (4.11)$$

onde  $h_i (i = 1, 2)$  representa o hádron  $i$  e  $l^+l^-$  é o par de léptons criado. Além disso,  $\omega$  é a energia do fóton,  $\left( \frac{dN}{d\omega} \right)_{h_i}$  é o fluxo de fótons associado ao hádron  $i$  e  $\sigma(\gamma h_2 \rightarrow l^+l^-)$  é a seção de choque de fotoprodução de léptons, devido a interação fóton-hádron. A seção de choque total é obtida pela integração da distribuição de rapidez

$$\sigma(h_1h_2 \rightarrow l^+l^-) = \int dY \frac{d\sigma}{dY}(h_1h_2 \rightarrow l^+l^-) . \quad (4.12)$$

Como queremos estimar efeitos de múltiplos espalhamentos do fóton projétil com os prótons do núcleo, a distribuição de rapidez para a interação próton( $p$ )-núcleo( $A$ ) [caso (ii)] fica

$$\frac{d\sigma}{dY}(pA \rightarrow l^+l^-) = \omega \left( \frac{dN}{d\omega} \right)_p \sigma(\gamma A \rightarrow l^+l^-) , \quad (4.13)$$

Para a obtenção das distribuições de rapidez (4.11) e (4.13), usamos os formalismos desenvolvidos no Cap.2 e nas seções 3.1 e 3.3 para a produção de múons e taus utilizando o fator de forma monopolar. Tendo em vista que pela Fig.3.3 o fator de forma monopolar para  $\Lambda = 80MeV$  se aproxima mais do fator de forma realístico do que para  $\Lambda = 90MeV$  (confirmado por [12]), apresentamos nossos resultados para este valor de  $\Lambda = 80MeV$ .

A tabela 4.3, mostra nossas predições para produção de múons em colisões  $AA$ . Com o aumento da energia, observamos um aumento das seções de choque por um fator de aproximadamente 9. A diferença entre  $\sigma_{Born}$  e  $\sigma_{corrigida}$  é da ordem de 2% para o RHIC

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{\mu^+\mu^-} (b)$ | $\sigma_{corrigida}^{\mu^+\mu^-} (b)$ |
|------------------|----|-----------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 0,24569                          | 0,24106                               |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 2,19882                          | 2,17753                               |

**Tab. 4.3:** *Predições para produção de múons para  $\Lambda = 80MeV$  em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo.*

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{\mu^+\mu^-} (mb)$ | $\sigma_{corrigida}^{\mu^+\mu^-} (mb)$ |
|------------------|----|-----------------|-----------------------------------|--|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 7,59451                           | 7,53259                                |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 1618,85                           | 1612,10                                |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 8800            | 3164,63                           | 3152,36                                |

**Tab. 4.4:** *Predições para produção de múons para  $\Lambda = 80MeV$  em colisões próton-ouro e próton-chumbo.*

e de 1% para o LHC. Nossos resultados estão em boa concordância com os de [12], para produção de múons.

A tabela 4.4 mostra nossas predições para a produção de múons em colisões  $pA$ . Observamos uma diferença entre  $\sigma_{Born}$  e  $\sigma_{corrigida}$  da ordem de 1% para o RHIC e menor do que 1% para as energias do LHC. Além disso, observamos que nesse caso, como usamos a expressão correta para o fluxo de fótons associado ao próton, a relação

$$\sigma_{Born}^{pA} = \frac{\sigma_{Born}^{AA}}{Z_2^2},$$

não é verificada. Isto ocorre devido ao fato de que o fluxo de fótons associado ao próton é maior do que o fluxo devido ao núcleo em regiões de altas energias dos fótons.

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{\tau^+\tau^-} (nb)$ | $\sigma_{corrigida}^{\tau^+\tau^-} (nb)$ |
|------------------|----|-----------------|-------------------------------------|--|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 1,65748                             | 1,64829                                  |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 1141,55                             | 1141,41                                  |

**Tab. 4.5:** *Predições para produção de taus para  $\Lambda = 80MeV$  em colisões ouro-ouro e chumbo-chumbo.*

A tabela 4.5, mostra nossas predições para produção de taus em colisões  $AA$ . Observamos um aumento de aproximadamente 690 com o aumento da energia. Temos uma diferença entre  $\sigma_{Born}$  e  $\sigma_{corrigida}$  menor que 1% para o RHIC e desprezível para o LHC.

A tabela 4.6 mostra nossas predições para a produção de taus em colisões  $pA$ . Obtemos diferenças desprezíveis neste caso para as três energias tratadas.

| Núcleo           | Z  | $\sqrt{s}(GeV)$ | $\sigma_{Born}^{\tau^+\tau^-}(nb)$ | $\sigma_{corrigida}^{\tau^+\tau^-}(nb)$ |
|------------------|----|-----------------|------------------------------------|---|
| <i>Au</i> (RHIC) | 79 | 200             | 0,712482                           | 0,712147                                |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 5500            | 1200,71                            | 1200,66                                 |
| <i>Pb</i> (LHC)  | 82 | 8800            | 2641,13                            | 2641,03                                 |

**Tab. 4.6:** *Predições para produção de taus para  $\Lambda = 80MeV$  em colisões próton-ouro e próton-chumbo.*

Neste momento, enfatizamos que os resultados para a criação de taus em colisões  $AA$  e a produção de léptons pesados em colisões  $pA$  são resultados inéditos. Na próxima seção vamos apresentar as taxas de produção de léptons para o LHC.

### 4.3 Taxas de produção

Nesta seção vamos apresentar as taxas de produção de léptons para o RHIC em colisões  $Au - Au$  com  $\sqrt{s} = 200GeV$  e para o LHC em colisões  $Pb - Pb$  com  $\sqrt{s} = 5500GeV$  e colisões  $pPb$  com  $\sqrt{s} = 8800GeV$ . Essas taxas são calculadas por

$$N = \mathcal{L}\sigma \quad , \quad (4.14)$$

onde  $N$  é a taxa de produção do lépton considerado,  $\mathcal{L}$  é a luminosidade e  $\sigma$  é a seção de choque de produção do lépton em questão.

A Tab.4.7 mostra valores de luminosidades de RHIC e LHC em suas diferentes configurações ( $\mathcal{L}_{AB}$ ), energias de centro de massa núcleon-núcleon ( $\sqrt{s_{NN}}$ ), fatores de Lorentz ( $\gamma_L = \sqrt{s_{NN}}/2m_p$ ), energias de centro de massa  $\gamma A$  máxima por núcleon ( $\sqrt{s_{\gamma N}} = W_{\gamma N} = [2k_{max}\sqrt{s_{NN}}]^{1/2}$ ), energias máximas do fóton ( $k_{max} = \gamma_L \hbar c/R_A$ ) e energias de centro de massa  $\gamma\gamma$  máximas ( $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ ) para colisões  $AA$ ,  $pA$  e  $pp$  em LHC e  $AuAu$  e  $pp$  em RHIC. Podemos notar, por exemplo, que  $\sqrt{s_{\gamma N}^{max}} = 8390GeV$  para colisões  $pp$  e  $\sqrt{s_{\gamma N}^{max}} = 950GeV$  para  $PbPb$  em LHC, valores até agora não explorados experimentalmente.

As taxas são apresentadas na tabela 4.8 e foram obtidas através da tabela 4.7 onde podemos encontrar valores das luminosidades para diferentes processos e das seções de choque corrigidas ( $\sigma_{corrigidas}$ ) obtidas nas seções anteriores.

Na tabela 4.8,  $N^{e^+e^-}$ ,  $N^{\mu^+\mu^-}$  e  $N^{\tau^+\tau^-}$  representam as taxas de produção de elétrons, múons e taus, respectivamente. Para colisões  $Au - Au$  no RHIC,  $N^{e^+e^-}$  é um fator da ordem de  $10^6$  maior do que  $N^{\mu^+\mu^-}$  e  $10^{11}$  maior do que  $N^{\tau^+\tau^-}$  e para  $Pb - Pb$ ,  $N^{e^+e^-}$  é um fator da ordem de  $10^5$  maior do que  $N^{\mu^+\mu^-}$  e  $10^8$  maior do que  $N^{\tau^+\tau^-}$ . Em colisões  $p - Pb$ , temos que  $N^{e^+e^-}$  é um fator  $10^4$  maior do que  $N^{\mu^+\mu^-}$  e  $10^7$  maior do que  $N^{\tau^+\tau^-}$ . Além disso,  $N^{e^+e^-}$  cresce um fator de  $10^3$  do processo  $Pb - Pb$  para o processo  $p - Pb$ , enquanto  $N^{\mu^+\mu^-}$  e  $N^{\tau^+\tau^-}$  crescem um fator de  $10^4$ . Observamos, portanto que a produção de elétrons é muito maior que a de múons e taus. Entretanto os valores obtidos para taxas de produção de muons e taus não são desprezíveis em interações próton-núcleo no LHC, o que torna possível o estudo experimental deste processo. Em particular, espera-se que o detector LHCb realize medidas



| AB          | $\mathcal{L}_{AB}$<br>( $mb^{-1}s^{-1}$ ) | $\sqrt{s_{NN}}$<br>( $TeV$ ) | $\gamma_L$ | $k_{max}$<br>( $GeV/c$ ) | $\sqrt{s_{\gamma N}^{max}}$<br>( $GeV$ ) | $\sqrt{s_{\gamma\gamma}^{max}}$<br>( $GeV$ ) |
|-------------|---|------------------------------|------------|--------------------------|--|--|
| <b>RHIC</b> |   |                              |            |                          |  |  |
| Au + Au     | 0.4                                       | 0.2                          | 106        | 3.0                      | 34.7                                     | 6.0  |
| pp          | 6000                                      | 0.5                          | 266        | 87                       | 296                                      | 196  |
| <b>LHC</b>  |   |                              |            |                          |  |  |
| O + O       | 160                                       | 7                            | 3730       | 243                      | 1850                                     | 486  |
| Ar + Ar     | 43  | 6.3                          | 3360       | 161                      | 1430                                     | 322  |
| Pb + Pb     | 0.42                                      | 5.5                          | 2930       | 81                       | 950                                      | 162  |
| pO          | 10000                                     | 9.9                          | 5270       | 343                      | 2610                                     | 686  |
| pAr         | 5800                                      | 9.39                         | 5000       | 240                      | 2130                                     | 480  |
| pPb         | 420                                       | 8.8                          | 4690       | 130                      | 1500                                     | 260  |
| pp          | $10^7$                                    | 14                           | 7455       | 2452                     | 8390                                     | 4504   |

**Tab. 4.7:** *Parâmetros e limites cinemáticos para processos projétil-alvo em RHIC e LHC [33].*

| Núcleo                | $\sqrt{s}(GeV)$ | $N^{e^+e^-}(s^{-1})$  | $N^{\mu^+\mu^-}(s^{-1})$ | $N^{\tau^+\tau^-}(s^{-1})$ |
|-----------------------|-----------------|-----------------------|--------------------------|----------------------------|
| <i>Au - Au</i> (RHIC) | 200             | $1,25 \times 10^7$    | $9,64 \times 10$         | $6,59 \times 10^{-4}$      |
| <i>Pb - Pb</i> (LHC)  | 5500            | $8,79 \times 10^7$    | $9,14 \times 10^2$       | $4,79 \times 10^{-1}$      |
| <i>p - Pb</i> (LHC)   | 8800            | $1,57 \times 10^{10}$ | $1,32 \times 10^6$       | $1,11 \times 10^3$         |

**Tab. 4.8:** *Taxas de produção de léptons em colisões ouro-ouro no RHIC e próton-chumbo e chumbo-chumbo no LHC.*

experimentais da produção de pares de múons em colisões próton-chumbo no início de 2013 [34]. Tal análise é possível dadas as características deste detector, o qual correntemente está medindo a produção eletromagnética de múons em colisões próton-próton.

## 4.4 Conclusão

Neste capítulo apresentamos nossos resultados para criação de léptons em colisões  $pA$  e  $AA$ , os quais são o objetivo central desta dissertação. Nossos resultados levam em conta o cálculo de seções de choque em mais baixa ordem (nível de Born) e correções de ordem superior (correções coulombianas). Em particular, destacamos nossos resultados para colisões  $pA$ , as quais não são muito exploradas na literatura. O estudo da produção de léptons em colisões  $pA$  podem ganhar relativa atenção tendo em vista que futuramente o LHC deverá estar fazendo colisões próton-chumbo.

# Conclusão

Neste trabalho calculamos seções de choque para a produção de pares de léptons em colisões ultraperiféricas próton-núcleo e núcleo-núcleo para núcleos pesados. Núcleos pesados (grande  $Z$ ) produzem campos eletromagnéticos intensos, levando à necessidade da implementação de correções de ordem superior (correções coulombianas e de unitaridade) para cálculos precisos de seções de choque. Realizamos nossas estimativas utilizando a fórmula de Racah para a produção de elétrons e a aproximação de Weizsäcker-Williams para a produção de léptons pesados e consideramos as correções coulombianas associadas aos processos [28, 32]. Revisamos também o formalismo de dipolo para a obtenção da seção de choque de fotoprodução [13] e mostramos que este reproduz resultados exatos para altas energias.

Nossos estudos apontam que a produção de elétrons e múons são consideráveis. Obtemos também que as correções coulombianas são grandes para a produção de elétrons em colisões  $pA$  e  $AA$ , pequenas para a produção de léptons pesados em colisões  $AA$  e desprezíveis para a produção dos mesmos em colisões  $pA$ . Além disso, os processos eletromagnéticos os quais estudamos, são caracterizados pela presença de dois gaps de rapidez e por serem processos limpos, comparados a processos onde ocorre a quebra das partículas. Portanto nossos resultados podem ser testados experimentalmente.

Futuramente, pretendemos incluir em nossas estimativas as correções de unitaridade para os processos estudados e considerar a produção de múltiplos pares de léptons no estado final. Pretendemos ainda realizar cálculos mais precisos, especialmente no cálculo da produção de elétrons em colisões  $pA$  considerando o fluxo de fótons associado ao próton e considerando fatores de forma realísticos no cálculo da produção de léptons pesados. Além disso, poderemos utilizar outros formalismos que descrevam os processos estudados [6, 30].

# Bibliografia

- [1] KLEIN, S. R. Localized beam pipe heating due to  $e^-$  capture and nuclear excitation in heavy ion colliders, *Nucl. Instrum. Meth. A*, v.459, p.51. 2001 .
- [2] BETHE, H. and HEITLER, W. , On the Stopping of fast particles and on the creation of positive electrons, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, v.146, p.83, 1934.
- [3] H. A. BETHE and L. C. MAXIMON, Theory of Bremsstrahlung and Pair Production. 1. Differential Cross Section, *Phys. Rev.* v.93, p.768, 1954.
- [4] LANDAU, L. ; LIFSHITZ, E. *Phys. Z. Sowjet.* v.6, p.244, 1934.
- [5] RACAH, G. *Nuovo Cim.* v.14, p.93, 1937.
- [6] BAUR, G.; HENCKEN, K. ; TRAUTMANN, D. Electron- positron pair production in ultrarelativistic heavy ion collisions, *Phys. Rept.* v.453, p.1, 2007.
- [7] ARBUZOV, G.; BYTEV, V. ; KURAEV, E. ; TOMASI-GUSTAFSSON, E; BYSTRITSKIY, Y. Processes with heavy-ion collisions, *Phys. Part. Nucl.* v.42, p.55, 2011.
- [8] JACKSON, J. D. *Classical Eletrodynamics*. John - Wiley, 1975.
- [9] BERESTETSKII, V. B.; LIFSHITZ, E., M ; PITAEVSKII, L. P. *Quantum Electrodynamics*. Burlington : Elsevier, 1982.
- [10] GREINER, W.; REINHARDT, J. *Quantum Electrodynamics*. New York: Springer, 2002.
- [11] CARUZO, C. Sobre o Método de Weizsäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações. Monografia apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF 2009.
- [12] JENTSCHURA, U. D.;SERBO, V. G. Nuclear form factor, validity of the equivalent photon aproximaion and Coulomb corrections to muon pair production in photon-nucleus and nucleus-nucleus collisions. *Eur. Phys. J.C*, v. 64, p. 309, 2009.
- [13] TUCHIN, K. Multiphoton interactions in lepton photoproduction on nuclei at high energies. *Phys. Rev. D*, v. 80, p. 093006, 2009.
- [14] TOMONAGA, S. On a relativistically invariant formulation on the quantum theory of wave fields. *Progress of Theoretical Physics*, v. 1, p. 27, 1946.

- [15] FEYNMAN, R. P. The theory of positrons. *Phys. Rev.*, v. 76, p. 749, 1949.
- [16] SCHWINGER, J. On quantum-electrodynamics and the magnetic momentum of the electron. *Phys. Rev.*, v. 73, p. 416, 1948.
- [17] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks & Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley, 1984.
- [18] GREINER, W.; REINHARDT, J. *Field Quantization*. New York: Springer, 2002.
- [19] GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley, 1987.
- [20] BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy Particle Diffraction*. New York: Springer, 2001.
- [21] FERMI, E. On the Theory of Collisions Between Atoms and Elastically Charged Particles. *Zeitschrift für Physik*, v.29, p. 315, 1924.
- [22] WEIZSÄCKER, C., F. Radiation emitted in collisions with very fast electrons. *Z. Phys.*, v. 88, p. 612, 1934.
- [23] WILLIAMS, E., J. Correlation of Certain Collisions Problems with Radiation Theory. *Mat.-Fys. Meddel*, v.13, p.4, 1935.
- [24] BERTULANI, C. A.; BAUR, G. Electromagnetic Processes in Relativistic Heavy Ion Collisions. *Phys. Rept.*, v.163, p.299, 1988.
- [25] NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. *Nucl. Phys. A* v.752, p.470, 2005.
- [26] DREES, M. and ZEPPEFELD, D. Elastic Production of Supersymmetric Particles at  $e p$  Colliders, *Phys. Rev.*, D, v.39, p.2536, 1989.
- [27] BUDNEV, V. M.; GINZBURG, I. F.; MELEDIN, G. V. ; SERBO, V. G. The Two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Phys. Rept.*, v.15, p. 181, 1975.
- [28] IVANOV, D.; MELNIKOV, K. Lepton pair production by a high-energy photon in a strong electromagnetic field. *Phys. Rev.*, D, v.57, p. 4025, 1998.
- [29] HENCKEN, K.; KURAEV, E. A; SERBO, V. Exclusive and inclusive muon pair production in collisions of relativistic nuclei. *Phys. Rev. C*, v.75, p.034903, 2007.
- [30] BALTZ, A. J. Higher-order QED calculation of ultrarelativistic heavy-ion production of  $\mu^+\mu^-$  pairs. *Phys. Rev. C*, v.80, p. 034901, 2009.
- [31] GLAUBER, R. J. *Geometrical Pictures in Hadronic Collisions*, S. Y. Lo, 1987.
- [32] IVANOV, D.; SCHILLER, A.;SERBO, V. Large Coulomb corrections to  $e^+e^-$  pair production at relativistic heavy ion colliders, *Phys. Lett. B*, v.454, p.155, 1999.

- 
- [33] HENCKEN, K. *et al.* The Physics of Ultraperipheral Collisions at the LHC. *Phys. Rept.*, v. 458, p. 1, 2008.
- [34] RANGEL, M. Comunicação privada, julho de 2012.