

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

Título: Decaimento forte de mésons híbridos

Atael Matos Machado

Pelotas, 2018

Atael Matos Machado

Decaimento forte de mésons híbridos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Mário Luiz Lopes da Silva

Coorientador: Daniel Tavares da Silva

Pelotas, 2018

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

M149d Machado, Atael Matos

Decaimento forte de mésons híbridos / Atael Matos Machado ; Mario Luiz Lopes da Silva, orientador ; Daniel Tavares da Silva, coorientador. — Pelotas, 2018.

86 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

1. Glúon constituinte. 2. Modelo efetivo. I. Silva, Mario Luiz Lopes da, orient. II. Silva, Daniel Tavares da, coorient. III. Título.

CDD : 539.721

Atael Matos Machado

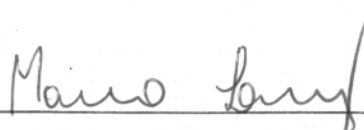
Título: Decaimento forte de mésons híbridos

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

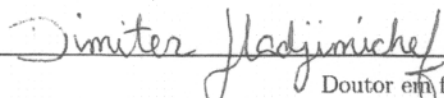
Data da Defesa: 17 de dezembro de 2018

Banca examinadora:

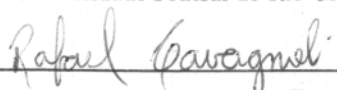
Mário Luiz Lopes da Silva (Orientador)


Doutor em ciências
Universidade Federal de Pelotas

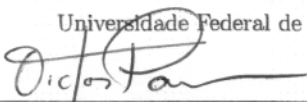
Dimiter Hadjimichef


Doutor em física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Rafael Cavagnoli


Doutor em física
Universidade Federal de Pelotas

Victor Paulo Barros Gonçalves


Doutor em ciências
Universidade Federal de Pelotas

À minha família, minha filha Mikaela e ao homem sem o qual esse sonho não seria uma realidade, onde todos os caminhos que percorri sua compreensão e seu amor sempre me motivaram a ir mais longe, a pessoa que mais admiro no mundo, meu pai Raimundo Guedes Machado ...

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus, por ter me dado forças e entendimento para completar esta jornada.

A minha família pelo apoio e compreensão quanto a minha ausência, principalmente a meu Pai Raimundo Guedes Machado e a minha mãe Maria Inês Lima da Silva.

A meu orientador, professor Dr. Mário Luiz Lopes da Silva, por toda paciência, amizade e principalmente por acreditar no meu trabalho.

A meu coorientador professor Dr. Daniel Tavares da Silva, pela amizade e os conhecimentos transmitidos a mim nas orientações e ajuda na linguagem de programação.

Agradeço a Jakeline Rabelo Lima pela amizade durante todos estes anos, pelas conversas agradáveis e brincadeiras.

A minha esposa Ilana Hellen da Silva Coelho e minha filha Mikaela Vitória da Silva Machado pela paciência durante o tempo que estive ausente, pelo carinho, apoio e pela companhia excepcional durante todos estes anos.

A coordenação do PPGFis da UFPEL e a CAPES.

À todos, obrigado.

RESUMO

MACHADO, Arael M. , **Decaimento forte de mésons híbridos** 2018, 88p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

Nos últimos anos inúmeras novas partículas vem sendo descobertas em experimentos ao redor do mundo. Isto se deve ao aumento na energia dos experimentos dedicados a espectroscopia hadrônica. Entre estas novas partículas existem algumas que ainda não foram completamente caracterizadas. Uma das formas de se estudar a estrutura das partículas é a partir de suas taxas de decaimento. Em médias energias essas taxas podem ser obtidas através de modelos fenomenológicos inspirados na QCD. Estes modelos são bastante utilizados devido ao fato que mesmo em baixas energias os hádrons não podem ser considerados como partículas fundamentais.

Neste trabalho, calculamos as taxas de decaimento de algumas ressonâncias que podem ser consideradas como mésons híbridos. Este estudo foi realizado empregando o modelo de glúon constituinte. Estudamos especificamente as ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$, pois é nessa região do espectro hadrônico que se espera que esteja o méson híbrido mais leve, com números quânticos $J^{PC} = 1^{-+}$. O modelo de glúons constituintes considera que o méson híbrido é formado por um par quark-antiquark e um glúon. Assim, o decaimento ocorre via a quebra do glúon em um par quark-antiquark. O modelo de glúon constituinte se estabelece na teoria da interação forte por meio do acoplamento entre campos de quarks e glúons, considerando que a força entre ambos é mediada via troca de glúons.

O potencial de criação de um par quark-antiquark é obtido a partir da aniquilação de um glúon, $V_{\mu\nu\sigma}$, que é necessário para o cálculo da amplitude de decaimento. O ponto de partida para este procedimento é um hamiltoniano de interação inspirado na QCD. Observamos, a partir do elemento de matriz, que o potencial se reduz à apenas dois diagramas que contribuem para o processo e não violam a conservação de cor. Estes dois termos fornecem, em módulo, valores iguais para a amplitude de decaimento.

Palavras Chave: méson híbrido, glúon constituinte, modelo efetivo

ABSTRACT

MACHADO, Atael M. , **Strong decay of hybrid mesons** 2018, 88p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

In the last years several new particles have been discovered in experiments around the world. This is due to the increase in energy of the experiments dedicated to hadronic spectroscopy. Among these new particles there are some that have not yet been fully established. One of the ways to study the structure of particles is from their decay rates. In medium energies these rates can be obtained through phenomenological models inspired by QCD. These models are widely used because even at low energies the hadrons can not be considered as fundamental particles.

In this work, we calculate the decay rates of some resonances that can be considered as hybrid mesons. This study was carried out using the constituent gluon model. We specifically studied the resonances $\pi_1(1400)$ and $\pi_1(1600)$, since the lightest hybrid meson, with quantum numbers $J^{PC} = 1^{-+}$, is expected to be in this region of hadronic spectrum. The constituent gluon model considers that the hybrid meson is composed by a quark-antiquark pair and a gluon. Thus, the decay occurs via the gluon breaking in a quark-antiquark pair. The constituent gluon model is established in the theory of strong interaction through the coupling between quarks and gluons fields, considering that the force between both is mediated by gluon exchange.

The potential for the creation of a quark-antiquark pair is obtained from the annihilation of a gluon, $V_{\mu\nu\sigma}$, which is necessary for the calculation of the decay amplitude. The starting point for this procedure is an interaction Hamiltonian inspired by QCD. We observe from the matrix element that the potential is reduced to only two diagrams that contribute to the process and do not violate color conservation. These two terms provide, in modulus, equal values for the decay amplitude.

Key-words: hybrid meson, constituent gluon, effective model

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1	INTRODUÇÃO	19
2	A FÍSICA DE MÉSONS E UMA REVISÃO SOBRE MÉSONS HÍBRIDOS	23
2.1	Introdução	23
2.2	Física de mésons	24
2.3	Mésons híbridos e seus números quânticos	27
2.4	QCD	28
2.5	Teoria de gauge na rede	30
2.5.1	Mésons híbridos pesados	31
2.5.2	Mésons híbridos leves	34
2.5.3	Mésons Híbridos de sabor aberto	35
2.6	Modelos alternativos	36
2.6.1	Modelo de bolsa ou sacola	36
2.6.2	Modelo tubo de fluxo	37
2.6.3	Modelo de glúon constituinte	37
2.7	Evidências experimentais de mésons híbridos	38
2.8	O detector GlueX	40
3	DECAIMENTO DO MÉSON HÍBRIDO	43
3.1	O modelo de glúon constituinte para mésons híbridos	43
3.2	O Hamiltoniano $H_{\mu\nu\sigma}$	45
3.2.1	A amplitude de decaimento a partir de $H_{\mu\nu\sigma}$	49
4	DECAIMENTO DOS MÉSONS ESCALARES π_1	53
4.1	Amplitudes e taxas de decaimento	53
4.1.1	Parte de cor	55
4.1.2	Parte de sabor	56
4.1.3	Parte de spin	56
4.1.4	Parte espacial	60

4.2	Resultados numéricos	63
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PRÓXIMOS PASSOS	69
A	APÊNDICE A - Elemento de matriz $\langle f H_I i\rangle$	71
B	APÊNDICE B - Função de onda do méson híbrido	75
C	APÊNDICE C - Parte de spin do potencial $V_{\mu\nu\sigma}$	81
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Ilustração para mésons e bárions.	20
1.2 Ilustração para glueball e mésons híbridos.	21
2.1 Aqui Q representa o quark pesado e \bar{q} o quark mais leve. No diagrama da figura a) mostra a troca de uma bóson W entre os quarks durante o processo. Em b) o estado $Q\bar{q}$ se aniquila gerando um glúon. Fonte: [9]	24
2.2 Produção de um méson híbrido a partir da aniquilação $N\bar{N}$ no estado fundamental via destruição de um par $Q\bar{Q}$. Fonte: [6].	24
2.3 Representação do noneto de mésons pseudo-escalar $J^{PC} = 0^{-+}$, distribuída em um octeto e um singleto. Fonte: [11]	25
2.4 espectro de massa do quark charme contendo os estados J^{PC} candidatos a mésons híbridos. Gráfico construído com uma média de 4,5 GeV. As caixas em vermelho representam os mésons híbridos mais leves. As de azul os mais pesados, enquanto que as de verde se designam a qualquer outro estado e as linhas em preto caracterizam massas experimentais. Fonte: [21]	31
2.5 Esquema da massa do méson híbrido de sabor aberto em função dos números quânticos J^{PC} . Fonte: [29]	36
2.6 Produção difrativa de um feixe de píons incidindo sobre um alvo (próton ou núcleo). Fonte: adaptado de [12]	39
2.7 Desenho esquemático do feixe de elétrons passando pelo radioador (figura da esquerda) e fótons marcados sendo emitidos posteriormente para o detector GlueX (figura da direita). Fonte: [40]	40
3.1 Diagrama do decaimento de uma partícula de momento \vec{P}_A e massa M_A em duas partículas de momento \vec{P}_B de massa M_B e \vec{P}_C de massa M_C	44
3.2 Diagramas do decaimento de um méson híbrido em dois mésons usuais construídos a partir da Eq. (3.44). As figuras a) e b) correspondem ao primeiro e segundo diagrama que não contribuem para este processo devido a violação na conservação de carga de cor, restando apenas as contribuições dos diagramas das figuras c) e d).	51
4.1 Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1400)$ a partir do modo QE em função de β_g	65
4.2 Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo QE em função de β_g	65

4.3	Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 0$ em função de β_g	66
4.4	Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 1$ em função de β_g	66
4.5	Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 2$ em função de β_g	67
4.6	Representação das taxas do decaimento $\pi_1(1600) \rightarrow b_1(1235) + \pi$ a partir do modo GE para diferentes L em função de β_g	67
4.7	Representação das taxas do decaimento $\pi_1(1600) \rightarrow f_1(1285) + \pi$ a partir do modo GE para diferentes L em função de β_g	68

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>	
2.1	Números quânticos J^{PC} admissíveis para mésons, e seus respectivos valores para momento angular L e spin S . Fonte: [12]	26
2.2	Tabela dos números quânticos J^{PC} de candidatos a mésons híbridos e seus respectivos nomes. O primeiro estado corresponde a isospin $I = 1$; o segundo a $I = 0$ e o terceiro a $I = \frac{1}{2}$. Os estados destacados em negrito correspondem a estados não admissíveis para um méson usual. Fonte [12]	28
2.3	Valores numéricos da massa do mésons híbridos charmônios. Fonte: retirada da ref. [19] que fez uma adaptação da ref. [21]	32
2.4	Valores numéricos da massa do charmônio. Fonte: adaptada de [22]	32
2.5	Valores numéricos da massa do bottômio. Fonte: adaptada de [22]	33
2.6	Valor numérico da taxa de decaimento do $\pi_1 \rightarrow b_1\pi$. Fonte: Adaptada de [28].	35
2.7	Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental charme-não-strange. Fonte: Adaptada de [29]	35
2.8	Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental charme-strange. Fonte: Adaptada de [29]	35
2.9	Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental bottom-não-strange. Fonte: Adaptada de [29]	35
2.10	Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental bottom-strange. Fonte: Adaptada de [29]	35
2.11	Largura de decaimentos do méson híbrido exótico e seus principais modos possíveis. Fonte [12]	39
4.1	Propriedades da ressonância $\pi_1(1400)$	53
4.2	Propriedades da ressonância $\pi_1(1600)$	54
4.3	Coefficientes de sabor dos diagramas d_1^f e d_2^f para os processos definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2).	57
4.4	Fatores de spin dos diagramas d_1^s e d_2^s para os processos definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2) em termos da contribuição de spin do potencial $V_{S_\mu S_\nu S_\sigma}$	58
4.5	Números quânticos para o $\pi_1(M)$ com o modo quark excitado $l_{q\bar{q}} = 1$ e modo glúon excitado $l_g = 1$ obtidos a partir da equação (4.29). Fonte: [46]	59
4.6	Notação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$	59
4.7	Valores atualizados para as massas das partículas envolvidas nos modos de decaimento definido nas Eqs. (4.1) e (4.2). Fonte: [45]	63
4.8	Valores experimentais para o $\pi_1(1400)$ extraídos de [45], onde as taxas são dadas em MeV.	63

4.9	Valores experimentais para o $\pi_1(1600)$ extraídos de [45], onde as taxas são dadas em MeV.	63
4.10	Taxas de decaimento (em MeV) calculadas para o $\pi_1(1400)$ utilizando os parâmetros: $\beta_q = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0.7$, $\omega = 0.4$ GeV e $\beta_g = 0,403$ GeV.	64
4.11	Taxas de decaimento (em MeV) calculadas para o $\pi_1(1600)$ utilizando os parâmetros: $\beta_q = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0.7$, $\omega = 0,4$ GeV e $\beta_g = 0,403$ GeV.	64

1 INTRODUÇÃO

Na busca de compreender as leis da natureza, uma questão que sempre foi feita era: “qual a estrutura da matéria?” Até então, acreditava-se que a menor partícula indivisível era o átomo. Após John Dalton descobrir que os mesmos eram diferentes para cada substância, desencadeou uma vasta busca científica pela compreensão da estrutura interna destes objetos. Esta busca acarretou em alguns modelos para interpretar a constituição do átomo, levando a descoberta do elétron e de outras partículas como o próton e o nêutron (hoje conhecidos como hádrons). Estes modelos, conhecidos como *modelos atômicos*, tiveram grande influência da mecânica quântica que começava a se desenvolver no início século XX.

A física clássica apresentava um problema que consistia em uma discordância com os modelos atômicos. Se o núcleo é composto por prótons e nêutrons, e os prótons em si, são carregados positivamente, portanto, repelem-se mutuamente, então, o que os manteria unidos no núcleo atômico? Evidentemente, deveria existir uma força de intensidade muito maior que a força elétrica de repulsão entre os prótons no núcleo. Os físicos da época, ingenuamente, nomearam esta como *força forte*. Esta força, devia ser de muito curto alcance, da dimensão do núcleo, já que ela não é sentida aos olhos comum.

A primeira teoria vigente apreciável foi proposta por Yukawa em 1934 [1]. Yukawa estipulou que a força que ligava os prótons no interior do núcleo era um tipo de campo quantizado, e que por seu curto alcance, indicava que a partícula mediadora da interação deveria ser muito massiva. Yukawa estimou que sua massa é 300 vezes a massa do elétron ou 6 vezes menor que a do próton. Por causa desta comparação, mais tarde, esta partícula veio a ser conhecida como o *méson* (que significa peso médio). Hoje em dia, sabemos através de estudos sobre partículas de raios cósmicos, que a partícula de Yukawa é o π (píon), produzido na atmosfera, mas se desintegra antes de alcançar a Terra.

Com a descoberta de que os prótons e nêutrons que compunham o núcleo eram constituídos de partículas ainda menores, os quarks, adveio a necessidade de uma teoria que fosse capaz de descrever a interação entre estas partículas constituintes. Esta necessidade, possibilitou a Fritzsch, Weinberg, Gross e seus colaboradores que, partindo da ideia da interação forte de Yukawa, propusessem uma teoria que é aceita até hoje como a teoria da interação forte, a *Cromodinâmica quântica*. É comum, no entanto, referir-se a esta teoria pela sigla inglesa QCD, que parte da expressão *Quantum Chromodynamics*. O mesmo acontece com a eletrodinâmica quântica, cuja a sigla é QED (*Quantum Electrodynamics*).

A QCD é a teoria quântica de campos que descreve a interação entre partículas que

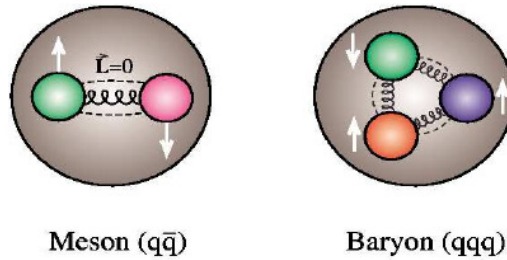


Figura 1.1 - Ilustração para mésons e bárions.

possuem uma propriedade chamada carga de cor. A carga de cor se assemelha em definição a carga elétrica de partículas carregadas. Nesse aspecto, a QCD é análoga a QED, onde partículas que possuem carga elétrica interagem. A interação em ambas as teorias ocorre através da troca de uma partícula de massa nula. Na QED, esta partícula é o fóton e na QCD o glúon. No entanto, há uma diferença notória entre estas teorias, marcada pela ausência de carga elétrica no fóton, enquanto que o glúon porta carga de cor. Assim, na QCD, o glúon pode interagir com outro glúon, diferentemente da QED em que os fótons interagem apenas com partículas carregadas e não interagem diretamente entre si. Diante disto, a QCD é categorizada como a teoria de interação entre quarks e glúons.

A física de mésons está inteiramente conectada com o estudo da interação forte, desde o estabelecimento do méson π , introduzido teoricamente por Yukawa e, posteriormente detectado experimentalmente por Lattes, Occhialini e Powell. Durante mais de quarenta anos, a QCD tem servido como um dos pilares do Modelo Padrão. Esta tem sido completamente bem sucedida no regime de altas energias ou perturbativo, porém, no regime de médias energias, seu comportamento continua enigmático. Esta dificuldade, levou ao desenvolvimento de modelos inspirados na QCD, dentre os quais está o modelo de *quarks constituintes*.

Quarks e glúons nunca foram encontrados, em condições normais, livres na natureza. Estes estão sempre confinados no interior dos hádrons (palavra que em grego significa forte). Os hádrons ditos usuais são os bárions e os mésons. Os bárions são estados formados por três quarks elementares, e os mésons, formados a partir de um quark e um antiquark, veja Figura 1.1. Para exemplificar, dentre os bárions mais comuns, estão os prótons e nêutrons, assim como o méson mais conhecido é o próprio pión. Praticamente tudo que sabemos sobre a estrutura hadrônica parte do modelo de quark constituinte. A espectroscopia de mésons e bárions é muito bem descrita quando consideramos estes formados a partir de quarks (conhecido como quarks de valência).

Além dos hádrons usuais, a QCD prevê a existência de hádrons em que os graus de

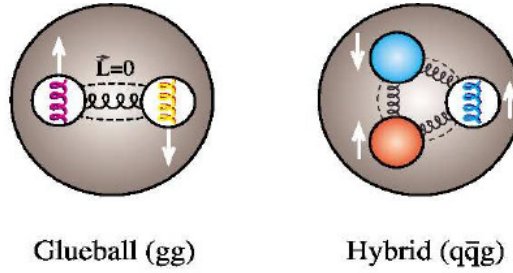


Figura 1.2 - Ilustração para glueball e mésons híbridos.

liberdade gluônica aparecem explicitamente. Os hádrons formados apenas por glúons, são chamados de *glueball*, que, apesar de serem hádrons, não possuem quarks em sua composição. Um outro tipo de hádron previsto em teoria é o méson híbrido, cuja a estrutura é composta por um par quark-antiquark constituinte na presença de um glúon. Tanto os glueballs quanto os mésons híbridos, representam a categoria de hádrons conhecido como *hádrons exóticos*, veja Figura 1.2.

Contudo, pesquisar sobre estes hádrons exóticos é uma tarefa muito difícil. A maioria dos dados a cerca de mésons híbridos, objeto deste trabalho, originam-se de alguns modelos, como por exemplo, a QCD na rede, o modelo de sacola, o modelo fluxo de tubo e o de glúon constituinte. Alguns destes modelos podem aferir estimativas tanto para as massas quanto para as larguras de decaimento destes hádrons exóticos. Em suma, um dos maiores interesses no estudo de mésons híbridos, bem como glueballs, decorrem destes estados assumirem números quânticos J^{PC} não admissíveis para mésons usuais.

A natureza do glúon no interior do méson híbrido ainda não é bem estabelecida. Talvez pelo fato de este possuir um duplo papel: mediador da interação entre os constituintes e como constituinte experimental a interação. Diante disso, há duas importantes previsões na literatura. A primeira considera o grau de liberdade gluônico como uma excitação do tubo de fluxo colorido que conecta o par quark-antiquark. A segunda, na qual se apoia este trabalho, admite que o méson híbrido é um estado formado por um par quark-antiquark e um glúon efetivo.

Nesta dissertação dispomos de um estudo sobre o decaimento de mésons híbridos em dois mésons usuais a partir do modelo de glúon constituinte. Analisamos as larguras de decaimento para os estados exóticos mais leves 1^{-+} , em especial, para os principais candidatos experimentais encontrados na literatura que pertencem a este canal, o $\pi_1(1400)$ e o $\pi_1(1600)$.

Sem dúvida, uma das maiores motivações deste trabalho consiste na instauração do exper-

imento chamado GlueX. O GlueX, é um grande detector montado no final do ano de 2014 no Hall D do Thomas Jefferson National Accelerator Facility (também conhecido como **Jefferson Lab** ou **JLab**) em resposta ao upgrade do acelerador para acelerar elétrons até uma energia de 12 GeV. O experimento consiste na produção de mésons a partir de eventos de fotoprodução, ou seja, são processos em que mésons são produzidos a partir da colisão de fótons sobre núcleos, e tem como objetivo principal pesquisar por mésons híbridos.

O GlueX nos traz a perspectiva de contar com dados experimentais mais precisos e que nos permitem compreender a natureza destes estados. O que se faz necessário ter em mãos um modelo teórico eficaz, que nos permita compreender e interpretar eventuais resultados experimentais. Acreditamos que o modelo de glúon constituinte se enquadra muito bem como um bom candidato para assumir tal requerimento.

No capítulo 2 contém uma revisão da física de mésons e seus números quânticos; uma revisão da literatura sobre mésons híbridos na QCD na rede juntamente com uma breve revisão sobre os principais modelos de decaimentos: o modelo de sacola, o modelo fluxo de tubo e o de glúon constituinte, e então é apresentada uma discussão sobre o experimento GlueX.

O terceiro capítulo contém detalhes da extensão do modelo de glúon constituinte para incorporar o decaimento de mésons híbridos e a derivação do potencial microscópico $V_{\mu\nu\sigma}$ necessário para o cálculo da amplitude de decaimento de um híbrido em dois mésons.

No quarto capítulo, apresentamos a aplicação do modelo para obter o decaimento das ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$ onde as taxas de decaimento em diversos canais são obtidas. Após o capítulo 4, apresentamos as conclusões, apêndices e bibliografia consultada.

2 A FÍSICA DE MÉSONS E UMA REVISÃO SOBRE MÉSONS HÍBRIDOS

2.1 Introdução

No modelo de quark da física de partículas, mésons são estados oriundos do confinamento de pares quark-antiquark ($q\bar{q}$), assim como bárions são estados formados por três quarks (qqq) ou três antiquarks ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$). Além destes hádrons, a QCD permite a existência de mésons exóticos como uma consequência natural do confinamento de partículas que portam carga de cor [2–5], já que glúons assim como quarks portam cor, segue-se que, se quarks são confinados, os glúons também devam ser [6]. Como um destes mésons exóticos, classificamos os mésons híbridos, estados exóticos que podem possuir números quânticos J^{PC} não acessíveis para um méson usual ($q\bar{q}$), como por exemplo, $0^{+-}, 0^{--}, 1^{-+} \dots$ que são estados ligados de um par quark-antiquark com um glúon ($q\bar{q}g$). Um aspecto relevante proveniente da QCD, é o fato que, apesar dela funcionar muito bem no regime de altas energias, onde métodos perturbativos podem ser adotados, ela se torna bastante difícil no regime não perturbativo. Sendo assim, devemos procurar um modelo que possa estimar a dinâmica de híbridos, pois verificar e determinar as propriedades destes estados podem explicar uma parte da QCD pouco entendida [7].

Após longos anos de utilização da QCD, alguns poucos trabalhos foram desenvolvidos sobre mésons híbridos. Em 1982, como uma possível maneira de observar experimentalmente mésons híbridos, Tanimoto propõe que estes podem ser produzidos através do decaimento radioativo do J/Ψ [8]. O autor afirma que deve surgir um estado ($q\bar{q}g$) a partir de tal decaimento devido a QCD prever que a taxa de decaimento $J/\Psi \rightarrow \gamma gg$ é a mesma que $J/\Psi \rightarrow \gamma q\bar{q}g$, com este méson podendo assumir as possibilidades de configuração ($s\bar{s}g$) ou $(u\bar{u}g + d\bar{d}g)/\sqrt{2}$.

Davies e Tyes [9] indicam a possibilidade de que mésons híbridos possam surgir a partir do decaimento do méson **B** (mésons formados por um antiquark bottom e um quark de sabor leve up, down ou strange, (para uma descrição detalhada veja [10])), através de um modelo non-spectator. O modelo non-spectator descreve o decaimento do méson **B** através do decaimento independente do quark pesado. Assim, o mecanismo non-spectator prevê a troca de um **W** (partículas mediadoras da interação fraca no modelo padrão) durante o processo de decaimento como ilustrado na Figura 2.1a.

Acredita-se que mésons híbridos possam ser formados se o glúon emitido no processo (Figura 2.1b) se unir em seguida a um par quark-antiquark. Assim, o méson **B** pode decair em um méson pesado e um híbrido.

Uma outra forma provável de criar mésons híbridos é avaliada por Gutsche, Dover e

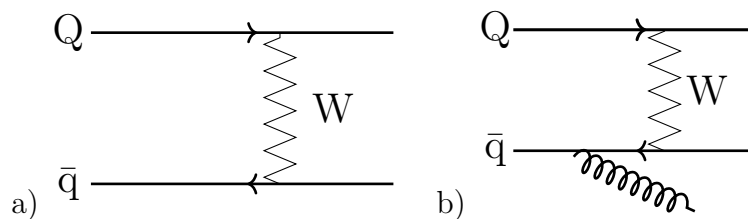


Figura 2.1 - Aqui Q representa o quark pesado e \bar{q} o quark mais leve. No diagrama da figura a) mostra a troca de uma bóson W entre os quarks durante o processo. Em b) o estado $Q\bar{q}$ se aniquila gerando um glúon. Fonte: [9]

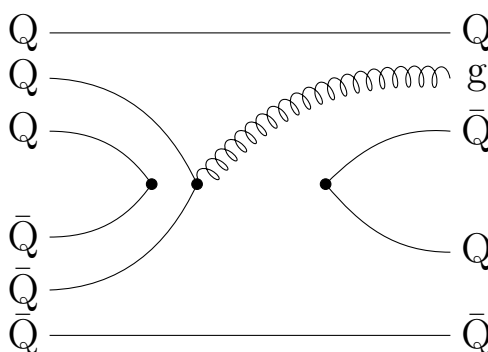


Figura 2.2 - Produção de um méson híbrido a partir da aniquilação $N\bar{N}$ no estado fundamental via destruição de um par $Q\bar{Q}$. Fonte: [6].

Faessler [6], através da aniquilação $N\bar{N}$. O diagrama para a produção do méson híbrido é apresentado na Figura 2.2, onde um nucleon (QQQ) e um antinucleon ($\bar{Q}\bar{Q}\bar{Q}$) estão envolvidos num processo em que um estado $Q\bar{Q}$ decai em um glúon que rapidamente se agrupa a um outro estado $Q\bar{Q}$. Desta forma, o que se obtém um estado $Q\bar{Q}g$ e um méson usual $Q\bar{Q}$.

2.2 Física de mésons

O Modelo Padrão é um teoria, consistente com a mecânica quântica e a relatividade, que descreve a interação das forças fundamentais e a natureza das partículas fundamentais. As partículas fundamentais são partículas que não possuem estrutura interna, ou que, não se sabe ou conhece que estas são compostas por uma porção de matéria ainda menor. Estas partículas são verdadeiramente elementares e estão agrupadas dentro da teoria em famílias. Neste contexto, temos a família dos léptons e a dos quarks, que são férmions de spin meio e obedecem o princípio de exclusão de Pauli. No âmbito dos quarks, temos 6 partículas que são diferenciadas uma das outras pelos números quânticos de sabor, up (u), down (d), strange (s), charme (c), bottom (b) e top (t). No domínio dos léptons, temos também 6 partículas, dentre estas o mais conhecido é o elétron, os restantes são o múon,

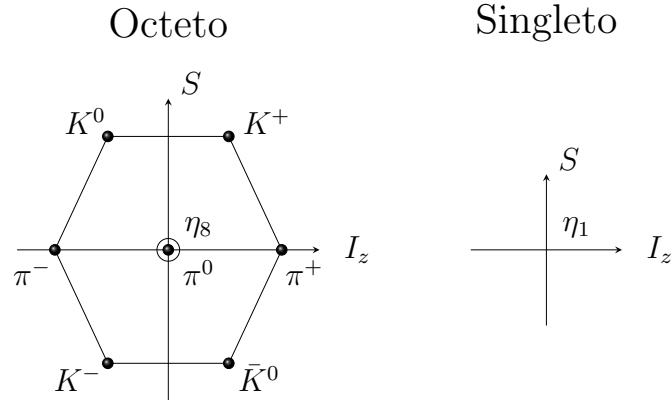


Figura 2.3 - Representação do noneto de mésons pseudo-escalar $J^{PC} = 0^{-+}$, distribuída em um octeto e um singleto. Fonte: [11]

tau, neutrino do elétron, neutrino do múon e neutrino do tau.

As interações fundamentais são mediadas no Modelo Padrão por bósons de calibre, partículas de spin inteiro. Em resumo, a partícula mediadora da interação forte é o glúon; da interação eletromagnética o fóton e da interação fraca os bósons Z e W.

Antes de começarmos a lidar com mésons híbridos, precisamos fazer uma breve discussão sobre a física de mésons.

As partículas fundamentais são descritas por uma pequena quantidade de números quânticos adicionais, tais como paridade P , conjugação de carga C e isospin I .

A paridade de um dado sistema é dado por

$$P = (-)^{L+1} \tag{2.1}$$

onde L é o momento angular orbital. Para um méson $q\bar{q}$, a paridade é sempre negativa, isto porque este estado contém uma partícula e uma antipartícula. O spin total de um méson é sempre $S = 0$ ou $S = 1$, devido aos quarks possuírem spin $\frac{1}{2}$. O momento angular total é definido por

$$J = L + S \tag{2.2}$$

obedecendo as regras usuais de soma do momento angular da mecânica quântica.

Os mésons possuem ainda uma paridade adicional extra, conhecida como conjugação de carga, na qual é a grandeza correspondente pela troca de uma partícula por sua an-

Tabela 2.1 - Números quânticos J^{PC} admissíveis para mésons, e seus respectivos valores para momento angular L e spin S . Fonte: [12]

L	S	J^{PC}	L	S	J^{PC}	L	S	J^{PC}
0	0	0^{-+}	1	0	1^{+-}	2	0	2^{-+}
0	1	1^{--}	1	1	0^{++}	2	1	1^{--}
			1	1	1^{++}	2	1	2^{--}
			1	1	2^{++}	2	1	3^{--}

tipartícula, definida como

$$C = (-)^{(L+S)}. \quad (2.3)$$

Os quarks de sabores mais leves (u e d), possuem um número quântico chamado isospin I com álgebra idêntica a de spin. Os quarks de sabor u tem isospin $I = \frac{1}{2}$ e $I_z = +\frac{1}{2}$ e os quarks de sabor d possui isospin $I = \frac{1}{2}$ e $I_z = -\frac{1}{2}$. Assim, mésons formados com estes dois sabores podem ter isospin total $I = 0$ ou $I = 1$ com $I_z = 0$ e $I_z = \pm 1$. Quando estes dois sabores são combinados com um quark estranho, o isospin total será $I = \frac{1}{2}$ e se ambos são estranhos, então será $I = 0$. A partir disto, é construído uma paridade que leva em conta a conservação de isospin, definida por

$$G = (-1)^{(L+S+I)}. \quad (2.4)$$

Os números quânticos dos mésons são habitualmente escritos na notação J^{PC} . Com esta notação, os números quânticos permitidos provenientes da combinação de um quark com um antiquark, estão listados na tabela 2.1.

A partir dos quarks de sabores mais leves, u,d e s, podemos formar nove combinações mesônicas, cada um com o mesmo número L , S e J . A família de mésons mais leves possui números quânticos 0^{-+} e são conhecidos como mésons pseudo-escalares. O noneto de mésons leves estão agrupados de acordo com a simetria $SU(3)$, numa distribuição de octeto e uma de singleto, como mostra o diagrama da Figura 2.3. Estas nove possibilidades podem ser construídas como segue

$$\begin{aligned}
 |K^0\rangle &= -|d\bar{s}\rangle, \quad |K^+\rangle = -|u\bar{s}\rangle \\
 |\pi^-\rangle &= |d\bar{u}\rangle, \quad |\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle), \quad |\pi^+\rangle = -|u\bar{d}\rangle \\
 |K^-\rangle &= |s\bar{u}\rangle, \quad |\bar{K}^0\rangle = -|s\bar{d}\rangle
 \end{aligned}$$

$$|\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) \quad , \quad |\eta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle). \quad (2.5)$$

É importante ressaltar que, os últimos dois estados $|\eta_8\rangle$ e $|\eta_1\rangle$ possuem isospin $I = 0$. Embora este fato implique numa quebra da simetria $SU(3)$, todavia eles podem ser misturados com um ângulo de mistura θ_p chamado ângulo pseudo-escalar. Desta forma, os estados resultantes são os mésons η e η' dado por

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos\theta_p |\eta_8\rangle - \sin\theta_p |\eta_1\rangle \\ |\eta'\rangle &= \sin\theta_p |\eta_8\rangle + \cos\theta_p |\eta_1\rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde a equação 2.6 pode ser reescrita na seguinte forma

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \left[\frac{\cos\theta_p}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \sin\theta_p \right] |n\bar{n}\rangle - \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\theta_p + \frac{\sin\theta_p}{\sqrt{3}} \right] |s\bar{s}\rangle \\ |\eta'\rangle &= \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\theta_p + \frac{\sin\theta_p}{\sqrt{3}} \right] |s\bar{s}\rangle + \left[\frac{\cos\theta_p}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \sin\theta_p \right] |n\bar{n}\rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde

$$|n\bar{n}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) \quad (2.8)$$

O valor do ângulo θ_p pode ser obtido através da comparação da largura de alguns canais de decaimento radiotivo do méson J/Ψ em mésons vetoriais e escalares ou da aniquilação $p\bar{p}$ originando um par de mésons vetorial e escalar. Este encontra-se no intervalo de -10° a -20° .

2.3 Mésons híbridos e seus números quânticos

A nomenclatura usual para mésons híbridos assim como de outras partículas exóticas é designada pelo Particle Data Group (PDG) [13]. À vista disso, os nomes das partículas são arranjados de acordo com a paridade e a conjugação de carga, com isso acabam recebendo o mesmo nome do méson usual correspondente ao J^{PC} equivalente, entretanto, com incremento de um subscrito diferencial estipulado pelo spin total [12]. Os números quânticos dos mésons híbridos estão esquematizados na tabela 2.2 com sua devida nomenclatura. Os estados exóticos tem paridade G oposta a do méson usual de mesmo número J^{PC} , e desta maneira, fornece um artifício para identificar se um determinado estado de isospin I tem número quântico exótico ou não. Com isso, vemos que os estados correspondentes a $I = \frac{1}{2}$ na tabela 2.2 não pode ter números exóticos. No entanto, os estados marcados em negrito agregam explicitamente números quânticos exóticos, e se enquadram devidamente

Tabela 2.2 - Tabela dos números quânticos J^{PC} de candidatos a mésons híbridos e seus respectivos nomes. O primeiro estado corresponde a isospin $I = 1$; o segundo a $I = 0$ e o terceiro a $I = \frac{1}{2}$. Os estados destacados em **negrito** correspondem a estados não admissíveis para um méson usual. Fonte [12]

N.Q.		Nomes					
J^{PC}	(I^G)		(I^G)			(I)	
1^{++}	(1^-)	a_1	(0^+)	f_1	f'_1	$(\frac{1}{2})$	K_1
1^{--}	(1^+)	ρ_1	(0^-)	ω_1	ϕ_1	$(\frac{1}{2})$	K_1^*
0^{-+}	(1^-)	π_0	(0^+)	η_0	η'_0	$(\frac{1}{2})$	K_0
1^{-+}	(1^-)	π_1	(0^+)	η_1	η'_1	$(\frac{1}{2})$	K_1^*
2^{-+}	(1^-)	π_2	(0^+)	η_2	η'_2	$(\frac{1}{2})$	K_2
0^{+-}	(1^+)	\mathbf{b}_0	(0^-)	\mathbf{h}_0	\mathbf{h}'_0	$(\frac{1}{2})$	K_0^*
1^{+-}	(1^+)	b_1	(0^-)	h_1	h'_1	$(\frac{1}{2})$	K_1
2^{+-}	(1^+)	\mathbf{b}_2	(0^-)	\mathbf{h}_2	\mathbf{h}'_2	$(\frac{1}{2})$	K_2^*

bem como candidatos a mésons híbridos.

2.4 QCD

A QCD baseia-se no postulado de simetria local (invariância de gauge) $SU(3)$ associada à carga de cor; a sua densidade Lagrangiana é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} \quad (2.9)$$

onde $\psi_\xi(x)$ é o campo de quarks, $\xi \equiv (t,s,c)$ é um índice compacto que representa sabor, spin e cor respectivamente; γ^μ são as matrizes de Dirac e m a matriz de massa dos quarks. Na expressão (2.9) os índices $\xi \equiv (t,s,c)$ foram suprimidos. A derivada covariante D_μ é

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \quad (2.10)$$

com ∂_μ sendo a derivada espaço-temporal, g a constante de acoplamento e

$$A_\mu = \frac{1}{2}\lambda^a A_\mu^a(x) \quad (2.11)$$

onde $A_\mu^a(x)$ ($a = 1, \dots, 8$) é o campo de glúons e λ^a as matrizes de Gell-Mann (foi utilizado a convenção de soma para índices repetidos). O tensor de campo glúônico é dado por

$$G_{\mu\nu}^a(x) = F_{\mu\nu}^a(x) - gf^{abc}A_\mu^b(x)A_\nu^c(x), \quad (2.12)$$

onde f^{abc} é a constante de estrutura do grupo $SU(3)$ e

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu A_\nu^a(x) - \partial_\nu A_\mu^a(x) \quad (2.13)$$

Pode-se mostrar que a densidade Lagrangiana da QCD de 3 sabores (2.9) no chamado limite quiral, isto é, $m_u = m_d = m_s = 0$, possui uma invariância global do tipo $U(3)_L \otimes U(3)_R$, onde L representa esquerdo (left) e R direito (right). Este grupo de simetria pode ser decomposto em componentes vetoriais e axiais obtendo

$$U(3)_L \otimes U(3)_R \equiv SU(3)_V \otimes SU(3)_A \otimes U(1)_V \otimes U(1)_A. \quad (2.14)$$

Pela conhecida anomalia axial de Adler-Bell-Jackiw [14], [15] a simetria $U(1)_A$ é quebrada no processo de quântização, não sendo portanto uma simetria da respectiva teoria quântica.

Afora esta anomalia acredita-se que a simetria quiral é espontaneamente quebrada como

$$U(3)_L \otimes U(3)_R / U(1)_A \rightarrow SU(3)_V \otimes U(1)_V \quad (2.15)$$

com o aparecimento de oito bósons de Goldstone, sem massa, que formam o octeto pseudoescalar de mésons: π^0 , π^\pm , η , K^0 , \bar{K}^0 , K^\pm . A simetria $SU(3)_V$ corresponde à conservação do isospin e da estranheza, nas interações fortes, enquanto que a simetria $U(1)_V$ está relacionada com a conservação do número bariônico.

A forma usual de tratar as teorias com interações locais é mediante a expansão em potências da constante de acoplamento. Porém este procedimento é infrutífero quando aplicado para a QCD, em baixas energias, pelo fato da interação ser caracterizada por um acoplamento grande e técnicas perturbativas não serem aplicáveis.

Entre as propriedades mais importantes da QCD de baixa energia estão a quebra dinâmica da simetria quiral e o confinamento da cor. Esses dois fenômenos são essencialmente não-perturbativos, não podem ser obtidos mesmo somando toda a série perturbativa, e estão relacionados com o fato do valor esperado do vácuo para certos operadores, que são funções escalares dos campos de glúons (condensado de glúons) e de quarks (condensado de quarks), ser diferente de zero. Na teoria de perturbação estes condensados seriam zero em qualquer ordem. Acredita-se que o fato do condensado de glúons ser diferente de zero está relacionado com o aumento da energia de interação com a distância, contrastando com o que acontece com a energia Coulombiana. O valor diferente de zero para o condensado de quarks dá origem aos bósons de Goldstone, e fornecem uma massa dinâmica aos quarks da ordem de centenas de MeV a qual, para os quarks de sabor u e d é muito maior que as correspondentes massas que aparecem na Lagrangiana da QCD que são da ordem de uma dezena de MeV.

Para entender o espectro de massa hadrônico a partir da QCD bem como as propriedades da interação entre os hádrons, é necessário saber algo sobre a força de curto alcance responsável pelo confinamento dos quarks nos mésons e bárions. No entanto, não existe nenhuma descrição completamente satisfatória para esta região da QCD. Algumas informações podem ser extraídas diretamente da formulação da QCD na rede. Nesta formulação, os quarks estão localizados nos sítios de uma rede do espaço-tempo, e os campos de gauge são associados às ligações entre sítios vizinhos. As simetrias de gauge do modelo são as rotações independentes do $SU(3)$ no sítios da rede. Apesar de em princípio não haver dificuldade em calcular qualquer propriedade hadrônica usando esta técnica, a limitação está na tecnologia atual dos supercomputadores que impedem o tamanho de redes de tamanhos realistas e impõe restrições ao alcance do método. Neste sentido, a construção de modelos fenomenológicos é parte essencial para o entendimento das interações fortes a baixas energias.

2.5 Teoria de gauge na rede

Em 1974, Wilson publicou um trabalho descrevendo uma teoria de gauge na rede para estudar o confinamento de quarks na QCD [16]. Neste estudo foi utilizada uma rede relacionada a um campo Euclidiano de espaço-tempo com espaçamento a , que defini a parte integral da lagrangiana do campo de gauge. Onde o inverso de a (a^{-1}) se comporta como um corte ultravioleta. Esta teoria nos fornece um quadro que possibilita avaliar a parte integral da QCD e determinar o espectro de massa dos hádrons. Concentrada na função de correlação analisada em tempos distintos, que deve ser integrada sobre todos os quarks e glúons [17]. Isto é chamado de “QCD na rede”. Os campos de quark e antiquark são manifestados na teoria como sites da rede x , enquanto que o bóson de calibre é denominado variável de link $U_\mu(x)$ que conecta os sites uns aos outros [18]. O valor esperado de um operador (função de correlação) usado por [18] é dada pela equação

$$\langle \Omega \rangle = \frac{1}{Z} \int \prod_{x,\mu} dU_\mu(x) \int \prod_x d\bar{\psi}(x) d\psi(x) \Omega e^{-S_G - S_F} \quad (2.16)$$

onde S_G e S_F são as ações de Yang-Mills e de quarks respectivamente. A integral funcional Z é obtida tomando $\langle 1 \rangle = 1$. Após integrar sobre todos os campos de quarks e glúons, leva a

$$\langle \Omega \rangle = \frac{1}{Z} \int \prod_{x\mu} dU_\mu(x) \prod_f \det(D + m_f) \Omega e^{-S_G} \quad (2.17)$$

onde D é o operador de rede de Dirac e m_f é a massa dinâmica do quark de sabor f .

Durante as últimas 4 décadas, inúmeros trabalhos foram realizados utilizando a teoria de gauge na rede, com o objetivo de calcular as massas e modos de decaimentos de hádrons

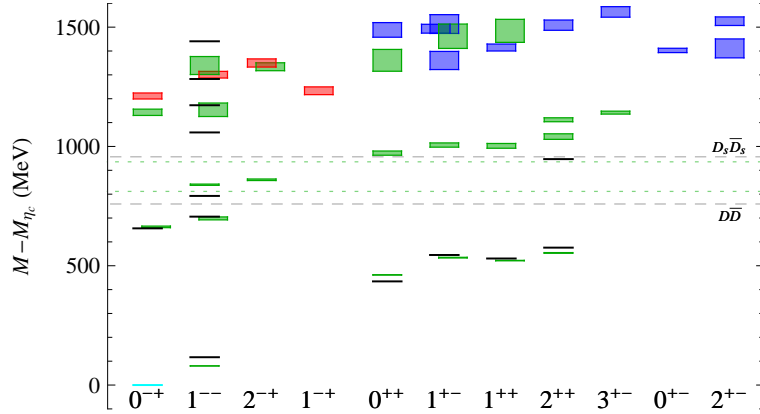


Figura 2.4 - espectro de massa do quark charme contendo os estados J^{PC} candidatos a mésons híbridos. Gráfico construído com uma média de 4,5 GeV. As caixas em vermelho representam os mésons híbridos mais leves. As de azul os mais pesados, enquanto que as de verde se designam a qualquer outro estado e as linhas em preto caracterizam massas experimentais. Fonte: [21]

e comparar com resultados experimentais. Em contrapartida, alguns problemas dificultaram o desempenho da teoria, tais como, os processadores da época, efeitos de quarks dinâmicos, quarks pesados e a dificuldade de calcular o determinante da Equação 2.17. Alguns cálculos foram feitos negligenciando o determinante nos algoritmos. Esse artefato técnico é conhecido como “aproximação quenched”, ou seja, os cálculos são realizados desprezando os efeitos dos quarks. Felizmente este enigma foi absorvido, o que permite simulações com diversos sabores de quark em códigos sofisticados que são condicionados em grandes colaborações [19]. Nesta seção será feita uma revisão sobre os valores preditos na literatura sobre a microscopia de mésons híbridos com base na QCD na rede.

2.5.1 Mésons híbridos pesados

Cálculos na rede contendo quarks de sabor charme e bottom são difíceis. Basicamente pelo fato de predições indicarem que a massa de repouso destes são muito altas (entre 4 a 5 GeV). Um cálculo realizado utilizando aproximação quenched mostrou que a massa de um méson híbrido charmônio com números quânticos 1^{-+} é de 4390(80) MeV e para híbridos de números quânticos 0^{+-} de 4610(110) MeV [20].

A Hadron Spectrum Collaboration realizou um cálculo unquenched (cálculos que envolvem os efeitos de quarks, ou seja, o determinante da Eq. (2.17) é calculado durante os cálculos) com QCD na rede em uma ampla base variacional [21]. Utilizando dois quarks dinâmicos leves e um dinâmico strange. Os resultados obtidos estão representados no gráfico da Figura 2.4. Construído em torno de uma energia média de 4,5 GeV. Os candidatos $J^{PC} = (0,1,2)^{-+}$ e 1^{-+} desenhados em vermelho, constituem os estados de mésons híbridos mais leves. Estes foram interpretados como estados não-exóticos acoplados a um

Tabela 2.3 - Valores numéricos da massa do mésons híbridos charmônios. Fonte: retirada da ref. [19] que fez uma adaptação da ref. [21]

J^{PC}	Massa (MeV)	
0^{-+}	4195(13)	
1^{-+}	4217(16)	
1^{--}	4285(14)	
2^{-+}	4334(17)	
1^{+-}	4344(38)	4477(30)
0^{+-}	4386(9)	
2^{+-}	4395(40)	4509(18)
1^{++}	4399(14)	
0^{++}	4472(30)	
2^{++}	4492(21)	
3^{+-}	4548(22)	

Tabela 2.4 - Valores numéricos da massa do charmônio. Fonte: adaptada de [22]

J^{PC}	Massa (GeV)
1^{--}	$3,36 \pm 0,15$
0^{-+}	$3,61 \pm 0,21$
1^{-+}	$3,70 \pm 0,21$
2^{-+}	$4,04 \pm 0,23$
0^{+-}	$4,09 \pm 0,23$
2^{++}	$4,45 \pm 0,27$
2^{+-}	$4,53 \pm 0,23$
1^{++}	$5,06 \pm 0,44$
0^{++}	$5,34 \pm 0,45$
0^{--}	$5,51 \pm 50$

campo gluônico cromomagnético (ou quase-partícula) $J^{PC} = 1^{+-}$ como mostra a equação (26) de [19]

$$J^{PC} = 1^{--} = (1^{+-})_{gluon} \times (0^{-+})_{quarks} \quad (2.18)$$

os estados de maiores massas registrado em azul na Figura 2.4 compreendem aos numeros $J^{PC} = (0,2,)^{+-}$. Os resultados numéricos da massa destes charmônios são listados na tabela 2.3.

Um cálculo mais recente foi feito por Steele, Richard e Zhu [22] utilizando a aproximação da regra de soma da QCD. Esta consiste em uma função de correlação de dois pontos mapeada por duas correntes hadrônicas. Rastreamos valores numéricos para a massa dos mésons exóticos híbridos charmônio e bottômio que são listados na tabela 2.4 e 2.5. Os canais mais leves $J^{PC} = (0,1,2)^{-+}$, 1^{--} e os mais pesados $J^{PC} = (0,1)^{+-}$, $(0,1,2)^{++}$ estão

Tabela 2.5 - Valores numéricos da massa do bottômio. Fonte: adaptada de [22]

J^{PC}	Massa (GeV)
1^{--}	$9,70 \pm 0,12$
0^{-+}	$9,68 \pm 0,29$
1^{-+}	$9,79 \pm 0,22$
2^{-+}	$9,93 \pm 0,21$
0^{+-}	$10,17 \pm 0,22$
2^{++}	$10,64 \pm 0,33$
2^{+-}	$10,70 \pm 0,53$
1^{++}	$11,09 \pm 0,60$
0^{++}	$11,20 \pm 0,48$
0^{--}	$11,48 \pm 75$

em acordo com outras aproximações. O valor alto da massa $J^{PC} = 0^{++}$ pode indicar um estado de charmônio puro.

O primeiro cálculo de transições envolvendo o limite de quark pesado na rede foi feito pela colaboração UKQCD [23], com ênfase principal no estado 1^{-+} . O trabalho rendeu em algumas restrições para as formas de decaimento. Assim dizendo, o decaimento em um méson de onda S ($Q\bar{q}$) + onda P ($q\bar{Q}$) é proibido porque a energia de excitação do méson de onda P é maior do que a do méson híbrido. Com isso, a principal estrutura proeminente no decaimento do méson exótico será em um par de quark-antiquark singlete em sabor. O processamento foi realizado com QCD na rede unquenched, utilizando dois quarks de massas próxima a do quark strange, resultando em uma amplitude de transição pequena para a produção de um méson pseudo escalar e uma muito grande para um escalar. Que interpretados em termos do bottomônio, reproduz

$$\Gamma[b\bar{b}g(1^{-+}) \rightarrow \eta_b \eta(s\bar{s})] \approx 1 \text{ MeV} \quad (2.19)$$

$$\Gamma[b\bar{b}g(1^{-+}) \rightarrow \chi_b S(s\bar{s})] \approx 60 \text{ MeV} \quad (2.20)$$

Uma análise mais recente com aproximações quenched, feita pela Hadron Spectrum Collaboration [24] sobre o exótico 1^{-+} , mostrou uma massa de 4300(50) MeV, que garante com quase certeza que este é um méson híbrido contendo um par charme-anticharme com um campo gluônico. A conjugação de carga deste exótico permite que seja possível o decaimento radiotivo deste estado. Nesse contexto, a investigação das transições deste tipo de processo, rendeu aos autores uma largura de

$$\Gamma[c\bar{c}g(1^{-+}) \rightarrow J/\Psi \gamma] = 115 \text{ keV} \quad (2.21)$$

$$\Gamma[c\bar{c}g(1^{-+}) \rightarrow \eta_c\gamma] = 42(18) \text{ keV} \quad (2.22)$$

que está em acordo com estimativas experimentais.

2.5.2 Mésons híbridos leves

Os primeiros cálculos com QCD na rede envolvendo mésons híbridos leves foram executados utilizando aproximações quenched. Estes indicam que o estado J^{PC} mais leve é o noneto 1^{-+} . No qual repousa em um intervalo de massa de 1,76 a 2,1 GeV [25, 26].

McNeile e Michael [27] examinaram o exótico 1^{-+} e constataram com base na rede que o mesmo possui uma massa relativamente pesada, cerca de 2,2 GeV. Os autores analisaram a transição deste possível méson híbrido ($\hat{\rho}$) em duas possibilidades de decaimento em outros dois mésons, com largura

$$\Gamma(\hat{\rho} \rightarrow b_1\pi)/k = 0,66 \pm 0,20 \quad (2.23)$$

$$\Gamma(\hat{\rho} \rightarrow f_1\pi)/k = 0,15 \pm 0,10 \quad (2.24)$$

onde k é o momento relativo do centro de massa. Se $\hat{\rho}$ tem massa fixa em 2,0 GeV, temos que $k = 0,611$ GeV e conseqüentemente

$$\Gamma(\hat{\rho} \rightarrow b_1\pi) = 400 \pm 120 \text{ MeV} \quad (2.25)$$

$$\Gamma(\hat{\rho} \rightarrow f_1\pi) = 90 \pm 60 \text{ MeV} \quad (2.26)$$

Há pouco tempo, uma pesquisa sobre as propriedades do J^{PC} exótico 1^{-+} elaborada por Huang et al. [28], estimou um valor numérico da massa deste resultando num intervalo de 1,72 a 2,60 GeV. Isto implica que esse resultado pode indicar que as ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$ não são estados puros de mésons híbridos, mas o $\pi_1(2015)$ suportado nesse alcance deve ser fortemente estudado experimentalmente. Devido a massa do sugerido méson híbrido 1^{-+} ser incerta, os autores adotaram três valores diferentes de massa para o cálculo da transição de estados de acordo com candidatos experimentais. Os valores numéricos estão listados na tabela 2.6. O termo π_1 refere-se ao méson híbrido e m_{π_1} a sua massa que assume os valores 1,6, 1,8 e 2,0 GeV com largura de decaimento 8-23, 32-86 e 52-151 MeV respectivamente. A análise numérica do modo $\pi_1 \rightarrow \rho\pi$ no trabalho, revelou que seu módulo é muito pequeno em magnitude e pode ser interpretado pela expansão do cone de luz.

Tabela 2.6 - Valor numérico da taxa de decaimento do $\pi_1 \rightarrow b_1\pi$. Fonte: Adaptada de [28].

$\Gamma(\pi_1 \rightarrow b_1\pi)/\text{MeV}$		
$m_{\pi_1} = 1,6 \text{ GeV}$	$m_{\pi_1} = 1,8 \text{ GeV}$	$m_{\pi_1} = 2,0 \text{ GeV}$
8-23	32-86	52-151

Tabela 2.7 - Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental charme-não-strange. Fonte: Adaptada de [29]

J^{PC}	massa GeV
$0^{+(+)}$	$4,55 \pm 0,43$
$0^{-(-)}$	$5,07 \pm 0,31$
$1^{-(-)}$	$4,40 \pm 0,19$
$1^{+(-)}$	$3,39 \pm 0,18$

Tabela 2.8 - Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental charme-strange. Fonte: Adaptada de [29]

J^{PC}	massa GeV
$0^{+(+)}$	$4,49 \pm 0,40$
$0^{-(-)}$	$4,98 \pm 0,39$
$1^{-(-)}$	$4,28 \pm 0,19$
$1^{+(-)}$	$3,15 \pm 0,14$

Tabela 2.9 - Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental bottom-não-strange. Fonte: Adaptada de [29]

J^{PC}	massa GeV
$0^{+(+)}$	$8,57 \pm 0,51$
$0^{-(+)}$	$7,01 \pm 0,21$
$1^{-(-)}$	$8,74 \pm 0,25$
$1^{+(-)}$	$8,26 \pm 0,41$

Tabela 2.10 - Resultado da massa do méson híbrido no estado fundamental fundamental bottom-strange. Fonte: Adaptada de [29]

J^{PC}	massa GeV
$0^{+(+)}$	$8,14 \pm 0,49$
$0^{-(+)}$	$6,79 \pm 0,29$
$1^{-(-)}$	$8,46 \pm 0,32$
$1^{+(-)}$	$8,02 \pm 0,59$

2.5.3 Mésons Híbridos de sabor aberto

Mésons híbridos de sabor aberto (que pode conter em sua composição um quark de sabor pesado e outro de sabor leve) tem recebido menos atenção que os de sabores fechados (os que possuem um par de quarks pesado-pesado ou leve-leve) . Talvez pelo fato de que estes não conservam a paridade C, e as vezes são classificados como não exóticos J^P . Recentemente, um trabalho foi realizado utilizando regra de soma de Laplace da QCD com um condensado de glúon 5d e 6d [29]. Este método consiste em utilizar quatro correntes distintas no cálculo da função de correlação. Os canais J^{PC} que foram estáveis nos resultados estão listados nas tabelas 2.7, 2.8, 2.9 e 2.10 com suas respectivas massas e apresentados na Figura 2.5. Apesar de mésons de sabor aberto não conterem numero quântico C bem definido, a comparação dos autores destes resultados para o setor de mésons híbridos leves-pesados com outros trabalhos, indica que a mistura com mésons convencionais é importante. Assim, deve contribuir para o aumento do espectro de massa.

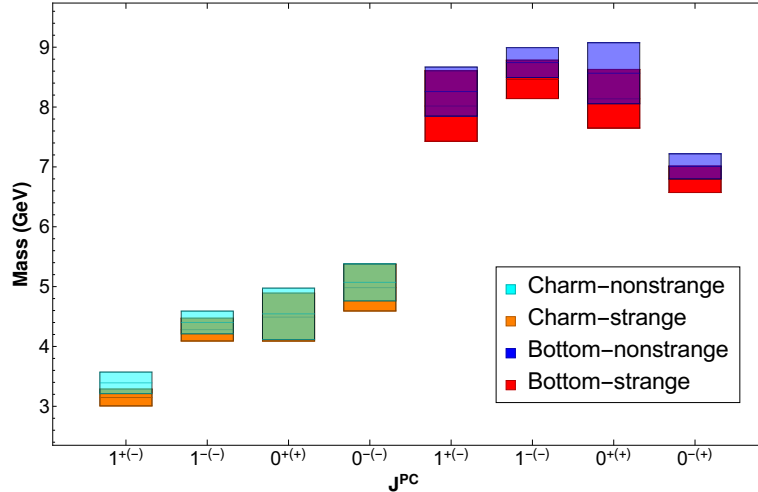


Figura 2.5 - Esquema da massa do méson híbrido de sabor aberto em função dos números quânticos J^{PC} .
Fonte: [29]

2.6 Modelos alternativos

Devido a deficiência da QCD em trabalhar com hádrons no estado fundamental, alguns modelos alternativos foram desenvolvidos no decorrer destas quatro décadas, para sanar esta lacuna da teoria. Tais modelos assumem um papel significativo para a interpretação de dados experimentais. Dentre estes, pautamos alguns presentes na literatura e faremos uma breve descrição nesta seção.

2.6.1 Modelo de bolsa ou sacola

O modelo de bolsa ou sacola MIT, primeiramente introduzido por Chodos [30] para delinear a estrutura hadrônica, consiste em quarks livres confinados em uma região esférica de raio a . Este modelo assume apenas uma constante de energia potencial positiva B e é invariante relativisticamente.

Os primeiros cálculos abrangendo a descrição de méson híbridos surgiram do modelo de sacola. Numa configuração que extrapola a forma original, apenas assumindo circunscrever um campo gluônico em uma bolha (bolsa, esfera), com condições de contorno apropriadas. O glúon do sistema possui um modo transversal magnético TM ($J^{PC} = 1^{--}$) e um elétrico TE ($J^{PC} = 1^{+-}$). Com isto, os números quânticos J^{PC} dos mésons híbridos que fornecem modos TMs são os $0^{++}, 1^{++}$ e 2^{++} e modo TEs são os $0^{-+}, 1^{-+}, 2^{-+}$ e 1^{--} . Sendo que os últimos quatro são preditos como sendo o noneto mais leve com um intervalo de massa de 1,2 a 2,5 GeV [31, 32].

2.6.2 Modelo tubo de fluxo

O modelo “tubo de fluxo” proposto inicialmente por Isgur e Paton [33], adota este nome, devido este incorporar um cenário no qual um méson é representado por um quark q conectado a um antiquark \bar{q} através de um tubo cilíndrica. O referido modelo é escrito com base na hamiltoniana da QCD na rede, em que, os campos de quarks são sites de rede e os glúons são variáveis de link da rede, com espaçamento de rede a e satisfazem a invariância de gauge local SU(3).

Uma aplicação do modelo tubo de fluxo foi feita para o decaimento de mésons híbridos na referência [34]. Nesta extensão, um estado quark-antiquark é conectado por um tubo de fluxo que porta carga de cor, formado por N pontos ligados um ao outro por meio de um potencial de corda não relativístico com tensão de corda b . A transição de estados ocorre quando o tubo de fluxo é quebrado em qualquer ponto da sua dimensão e cria no evento um par $q\bar{q}$.

Vale ressaltar aqui que o tubo de fluxo quando está no estado fundamental, necessariamente corresponde a mesons usuais. E, em acordo com os autores da referência mencionada acima, a amplitude de criação de tal estado mesônico tem a forma

$$\gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{y}_\perp) = A_{00}^0 \sqrt{\frac{fb}{\pi}} \exp\left(-\frac{fb}{2} \mathbf{y}_\perp^2\right) \quad (2.27)$$

em que f assume ser a espessura do tubo e \mathbf{y}_\perp a distribuição (coordenada) transversal. De forma análoga, quando o tubo está em algum estado excitado, leva a outros estados permitidos pela QCD, podendo ser um méson híbrido.

2.6.3 Modelo de glúon constituinte

O modelo de glúon constituinte, desenvolvido por Horn e Mandula [35], é explicitamente baseado na interação entre estado quark-glúon constituído por um potencial linear efetivo. Neste modelo assume-se que glúons não possuem massa e que a interação entre quarks e glúons se dá via troca de glúons. Assim, a hamiltoniana do modelo assume a forma

$$H_{efet.} = 2m_q + p_q^2/m_q + |\vec{p}_g| + G(|\vec{r}_q - \vec{r}_g| + |\vec{r}_{\bar{q}} - \vec{r}_g|) + V_0 \quad (2.28)$$

onde o valor numérico atribuído a G é $0,30 \text{ GeV}^2$. Um trabalho desenvolvido por Ishida [36] no cenário de glúon constituinte revelou que a massa das partículas com números quânticos não exóticos mais leves está no intervalo de $1,3\text{-}1,8 \text{ GeV}$, enquanto que o noneto de méson híbrido mais leve varia em torno de $1,8\text{-}2,2 \text{ GeV}$.

Swanson e Szczepaniak [37] estenderam o modelo de glúon constituinte para o domínio do calibre de Coulomb. Nesta concepção, o de ponto de partida do modelo é a hamiltoniana da QCD. Os quarks e glúons constituintes são criados a partir do vácuo por operadores criação, com propriedades idênticas ao do oscilador harmônico quântico que, portanto, permite que estados sejam construídos. Com esta descrição, o glúon conserva sua polarização transversa, mas em contraste, traz uma composição de massa em oposição a forma convencional deste modelo.

Neste trabalho, faremos alguns ajustes na extensão do modelo para calcular os canais de decaimento do méson híbrido, que será desenvolvido no capítulo seguinte.

2.7 Evidências experimentais de mésons híbridos

Com o advento de detectores modernos e o aumento da energia em grandes aceleradores de partículas, somado com estudos que dizem respeito ao mecanismo de produção, têm surgido uma enorme base de dados experimentais sobre estados exóticos.

Atualmente, consideramos três estados exóticos detectados experimentalmente reportados como bons candidatos a mésons híbridos. Todos correspondem aos mesmos números J^{PC} , 1^{-+} , rotulados $\pi_1(1400)$, $\pi_1(1600)$ e o $\pi_1(2015)$.

Para empenhar-se em descobrir a natureza de mésons híbridos, é essencial elucidar seus canais de decaimento [38]. Estes canais, como mencionado outrora, são calculados a partir de modelos. Alguns dos principais estão distribuídos na tabela 2.11 onde são mostrados as taxas de decaimentos obtidas a partir do modelo fluxo de tubo (IKP) de Isgur, Kokoski, Paton e Page e o modelo de glúon constituinte (PSS) de Swanson e Szczepaniak.

Dados sobre estes números quânticos exóticos podem ser obtidos de duas formas experimentais: da produção difrativa com feixe de píons incidente e da aniquilação antipróton-próton e aniquilação antipróton-neutro.

No processo de produção difrativa, um feixe de pión atinge um alvo que pode ser um próton ou um núcleo, o qual recua, seguindo uma troca de quadri-momentum no canal-t, conforme a Figura 2.6. Isto pode ser descrito em termos de duas amplitudes não interferentes: reflectida positiva $\varepsilon = +$ e reflectiva negativa $\varepsilon = -$. A projeção de spin no eixo z assume os valores $S = 0$ ou $S = 1$ [38]. É evidente que a paridade da partícula trocada pode ser retirada de ε . Deste modo, a troca de paridade natural (t.p.n), está associada a estados J^P igual a $0^+, 1^-, 2^+$ e a troca de paridade não natural (t.p.n.n) à $0^-, 1^+, 2^-$ [12].

Dentre os processos de aniquilação, a aniquilação antipróton-núcleo se destaca na busca

Tabela 2.11 - Largura de decaimentos do méson híbrido exótico e seus principais modos possíveis. Fonte [12]

Nome	J^{PC}	Largura total PSS	MeV IKP	Modos de decaimento
π_1	1^{-+}	81 – 168	117	$b_1\pi, \rho\pi, f_1\pi, a_1\eta,$ $\eta(1295)\pi, K_1^A K, K_1^B K$
η_1	1^{-+}	59 – 158	107	$a_1\pi, f_1\eta, \pi(1300)\pi,$ $K_1^A K, K_1^B K$
η_1'	1^{-+}	95 – 216	172	$K_1^B K, K_1^A K, K^* K$
b_0	0^{+-}	247 – 429	665	$\pi(1300)\pi, h_1\pi$
h_0	0^{+-}	59 – 262	94	$b_1\pi, h_1\eta, K(1460)K$
h_0'	0^{+-}	259 – 490	426	$K(1460)K, K_1^A K, h_1\eta$
b_2	2^{+-}	5 – 11	248	$a_2\pi, a_1\pi, h_1\pi$
h_2	2^{+-}	4 – 12	166	$b_1\pi, \rho\pi$
h_2'	2^{+-}	5 – 18	79	$K_1^B K, K_1^A K, K_2^* K, h_1\eta$

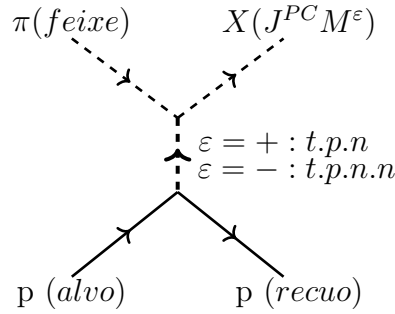


Figura 2.6 - Produção difrativa de um feixe de píons incidindo sobre um alvo (próton ou núcleo). Fonte: adaptado de [12]

por estados exóticos pelo fato de conter um estado inicial de isospin único $I = 0$ (estado puro). Para eventos $\bar{p}p$, o estado inicial de isospin assume $I = 0$ e $I = 1$ (estado misturado).

Analisando o isospin das partículas de estado inicial e final, deve-se constatar uma regra extra que delimita os possíveis estados iniciais de cada reação. Assim, por exemplo, no processo $\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ predominam estados 1S_0 , ou $J^{PC} 0^{-+}$; para $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^0\pi^-$, a restrição recai sobre estados iniciais de onda 3S_1 equivalente a $J^{PC} 1^{--}$.

Não mencionaremos aqui detalhes de cada experimento que diagnosticou estados $J^{PC} = 1^{-+}$ e suas ressonâncias ($\pi_1(1400)$, $\pi_1(1600)$ e o $\pi_1(2015)$) extraídas do mesmo. Para uma descrição completa de todos estes, consulte capítulo 5 de [38].

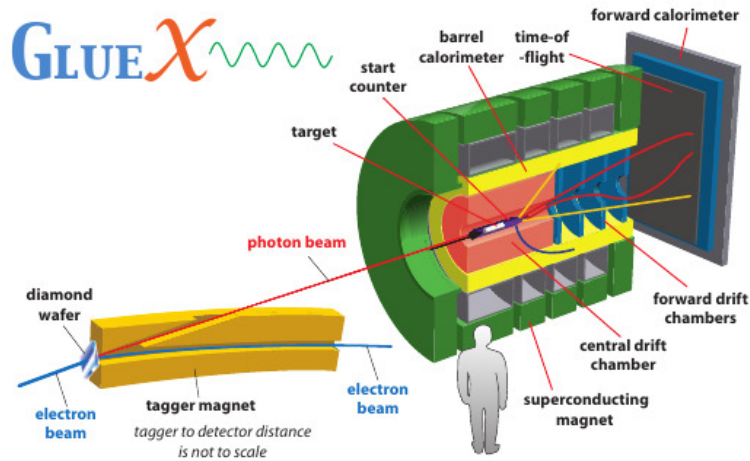


Figura 2.7 - Desenho esquemático do feixe de elétrons passando pelo radiador (figura da esquerda) e fótons marcados sendo emitidos posteriormente para o detector GlueX (figura da direita). Fonte: [40]

2.8 O detector GlueX

O GlueX é um detector montado no Thomas Jefferson (conhecido também como Jefferson lab ou Jlab) e se apresenta como um resultado direto do aperfeiçoamento do acelerador CEBAF (Continuous Beam Accelerator Facility) para uma energia de 12 GeV.

O CEBAF é um acelerador de feixe de elétrons que consiste de uma fonte injetora de elétrons polarizados e dois aceleradores supercondutores lineares conectados entre si por dois segmentos de arco. O feixe de elétrons acelerados, oriundo do CEBAF, encerra sua trajetória em quatro salas específicas do laboratório. Estas são denominadas Hall A, Hall B, Hall C e o recém construído Hall D. Cada sala é composta de um detector que mede os dados resultantes da colisão entre um feixe de elétrons/fótons sobre um alvo estacionário.

O experimento GlueX está localizado no Hall D e utiliza um feixe de fótons proveniente do feixe de elétrons acelerados a uma energia de 12 GeV pelo CEBAF. Este feixe de elétrons passa por um radiador, onde fótons são produzidos, denominado radiação de bremsstrahlung [39]. Uma ilustração do detector pode ser vista na Figura 2.7. O objetivo do GlueX é detectar e estudar as propriedades de mésons híbridos, no qual o campo gluônico age explicitamente na construção de números quânticos exóticos J^{PC} não concebíveis para um par $q\bar{q}$ [40].

O principal tipo de radiador de bremsstrahlung usado no experimento GlueX é o composto por cristais finos de diamante, alinhados para produzir radiação de bremsstrahlung com um pico energia de ≈ 9 GeV.

O GlueX entrou em funcionamento no final do ano de 2014 com previsão de análise dos

primeiros resultados no final de 2016. O primeiro resultado fora a medida da polarização dos fótons incidentes e novos resultados são esperados para 2019.

3 DECAIMENTO DO MÉSON HÍBRIDO

Neste capítulo faremos uma descrição do méson híbrido, dentro do modelo de glúon constituinte, onde consideramos este decaindo em dois mésons usuais. O primeiro passo consiste em aderir o potencial de criação de pares, do estado ligado de quark-antiquark e glúon, que promove tal decaimento. Em seguida, avaliamos a amplitude h_{fi} de decaimento a partir do elemento de matriz de transição.

3.1 O modelo de glúon constituinte para mésons híbridos

Ao longo dos últimos anos vários autores têm estudado o decaimento de hádrons considerando o modelo de criação de pares [41]. Para calcular o decaimento do méson híbrido utilizamos o modelo de glúon constituinte, mencionado na subseção 2.5.3. O decaimento ocorre quando o glúon constituinte é aniquilado no processo, produzindo um par quark-antiquark [42]. O operador de transição condiz com o acoplamento de quark-antiquark-glúon de primeira ordem da QCD.

A interpretação e classificação do decaimento de mésons híbridos a partir do modelo de glúon constituinte foi feita por Iddir, Yaouanc, Oliver, Raynal e Ono [43]. A notação que usaremos no decorrer deste trabalho resulta deste estudo, onde l_g é o momento angular do glúon em relação ao centro de massa $q\bar{q}$, $l_{q\bar{q}}$ é o momento angular relativo entre q e \bar{q} , $S_{q\bar{q}}$ é o spin do quark, J_g é o momento angular total do glúon e $L = l_{q\bar{q}} + J_g$.

Considerando que o glúon se move com relação ao centro de massa $q\bar{q}$, a paridade do méson híbrido será

$$\begin{aligned} P &= P(q\bar{q}).P(g).P(\text{relativo}) \\ P &= (-)^{l_{q\bar{q}}+1}.(-1).(-)^{l_g} \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde (-1) é a paridade intrínseca do glúon. Logo

$$P = (-)^{l_{q\bar{q}}+l_g} \quad (3.2)$$

e a conjugação de carga é dada por

$$C = (-)^{l_{q\bar{q}}+S_{q\bar{q}}+1}. \quad (3.3)$$

Para valores correspondentes à baixas excitações do momento angular, $l_{q\bar{q}}$ e l_g iguais a 0 ou 1, distinguem-se duas formas de estados de mésons híbridos: O modo *quark excitado* (QE) com $l_{q\bar{q}} = 1$ e $l_g = 0$ e o modo *glúon excitado* (GE) com $l_{q\bar{q}} = 0$ e $l_g = 1$. Assim,

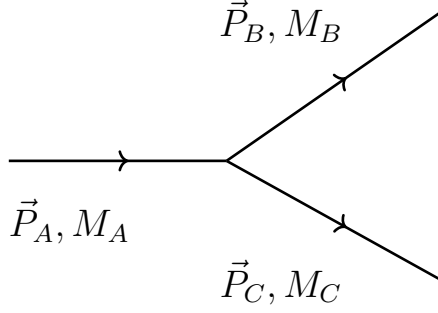


Figura 3.1 - Diagrama do decaimento de uma partícula de momento \vec{P}_A e massa M_A em duas partículas de momento \vec{P}_B de massa M_B e \vec{P}_C de massa M_C

para um méson pertencente ao canal $J^{PC} = 1^{-+}$ como o π_1 , por exemplo, implica que a paridade P deve ser ímpar e a conjugação de carga C deva ser par. Isto impõe a partir das Eqs. (3.2) e (3.3) que o modo QE se restringe a $l_{q\bar{q}} = 1$, $l_g = 0$, $S_{q\bar{q}} = 0$ e o modo GE a $l_{q\bar{q}} = 0$, $l_g = 1$, $S_{q\bar{q}} = 1$.

Estas condições iniciais, quanto aos números quânticos, leva o decaimento de um méson híbrido em dois mésons a uma regra de seleção vista na referência [44]. Em outras palavras, mésons híbridos-QE decaem em dois mésons de onda S, enquanto que mésons híbridos-GE decaem em um méson de onda P e outro de onda S.

Para determinar a taxa de decaimento de uma partícula de momento \vec{P}_A que decai em outras duas partículas de momento \vec{P}_B e \vec{P}_C como mostra a Figura 3.1, é preciso avaliar o elemento de matriz do Hamiltoniano efetivo, dado por

$$\langle BC | H_{efet.} | A \rangle = \delta(\vec{P}_A - \vec{P}_B - \vec{P}_C) h_{fi} \quad (3.4)$$

em que h_{fi} é a amplitude de decaimento.

A definição geral de uma taxa de decaimento é dada pela expressão

$$\Gamma = 2\pi P(\text{EF}) \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.5)$$

onde EF é o espaço de fase e Ω o ângulo sólido. Em muitos modelos de decaimento os cálculos apresentam uma geometria não relativística. Entretanto nos casos que possuem o momento de decaimento muito grande, o EF deve ser relativístico. Desse modo,

$$\text{EF} = \frac{M_B M_C}{M_A} \rightarrow \text{não-relativístico} \quad (3.6)$$

$$EF = \frac{E_B E_C}{M_A} \rightarrow \text{relativístico.} \quad (3.7)$$

A amplitude h_{fi} pode ser combinada com o espaço de fase relativístico para dar a taxa de decaimento, a qual é

$$\Gamma_{A \rightarrow B+C} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.8)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{P}_A &= 0 \\ P &= |\vec{P}_B| = |\vec{P}_C|. \end{aligned} \quad (3.9)$$

O momento P de decaimento pode ser avaliado de forma simples. Ele é o momento do sistema dos mésons B e C vistos do referencial (em repouso) do méson A . Assim, por conservação da energia relativística temos

$$E_A = E_B + E_C$$

$$\sqrt{\vec{P}_A^2 + m_A^2} = \sqrt{\vec{P}_B^2 + m_B^2} + \sqrt{\vec{P}_C^2 + m_C^2} \quad (3.10)$$

Usando a Eq. (3.9) e elevando a Eq. (3.10) ao quadrado, obtemos

$$m_A^2 = 2P^2 + m_B^2 + m_C^2 + 2\sqrt{(P^2 + m_B^2)(P^2 + m_C^2)} \quad (3.11)$$

a qual podemos isolar P após algumas manipulações algébricas simples, encontramos finalmente

$$P = \frac{\sqrt{[m_A^2 - (m_B + m_C)^2][m_A^2 - (m_B - m_C)^2]}}{2m_A} \quad (3.12)$$

3.2 O Hamiltoniano $H_{\mu\nu\sigma}$

Antes de iniciarmos nossos estudos sobre tal decaimento, estamos interessados em saber qual a forma do Hamiltoniano efetivo H_{efet} que descreve, microscopicamente, a dinâmica de acoplamento entre quark-antiquark-glúon. Para isso, vamos partir do Hamiltoniano de interação de mais baixa ordem da QCD,

$$H_I = g \int d^3x \psi^\dagger(x) \gamma^0 \gamma^i A_i^a(\vec{x}) \frac{\lambda^a}{2} \psi(\vec{x}) \quad (3.13)$$

onde o termo de acoplamento é explicitamente representado pela matriz de Gell-Mann ($\frac{\lambda^a}{2}$); g é a constante de acoplamento forte; $\psi(\vec{x})$ corresponde ao campo de quarks vinda da teoria de Dirac, dado por

$$\psi(\vec{x}) = \sum_s \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} [u(\vec{k},s)q(\vec{k},s) + v(-\vec{k},s)\bar{q}^\dagger(-\vec{k},s)]e^{i\vec{k}\vec{x}}, \quad (3.14)$$

com os operadores de criação e destruição de quark e antiquark representado por q^\dagger , \bar{q}^\dagger , q , \bar{q} e $A_i^a(\vec{x})$ representa o campo gluônico dado por

$$A_i^a(\vec{x}) = \sum_\lambda \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2w_{\vec{k}}}} \epsilon_i^a(\vec{k},\lambda) [a_i^a(\vec{k}) + a_i^{a\dagger}(-\vec{k})] e^{i\vec{k}\vec{x}} \quad (3.15)$$

em que a_i^a e $a_i^{a\dagger}$ correspondem aos operadores de criação e destruição de glúons.

O primeiro passo a ser feito é substituir as Eqs. (3.14) e (3.15) na Eq. (3.13). Assim, podemos escrever H_I na seguinte forma:

$$\begin{aligned} H_I = & g \int \frac{d^3x}{(2\pi)^{\frac{6}{2}}} \sum_{s,s'} \int d^3p d^3p' [u^\dagger(\vec{p},s)q^\dagger(\vec{p},s) + v^\dagger(-\vec{p},s)\bar{q}(-\vec{p},s)] e^{-i\vec{p}\vec{x}} \gamma^0 \gamma^i \\ & \times \sum_\lambda \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2w_{\vec{k}}}} \epsilon_i^a(\vec{k},\lambda) [a_i^a(\vec{k}) + a_i^{a\dagger}(-\vec{k})] e^{i\vec{k}\vec{x}} \frac{\lambda_{cc'}^a}{2} [u(\vec{p}',s')q(\vec{p}',s') \\ & + v(-\vec{p}',s')\bar{q}^\dagger(-\vec{p}',s')] e^{i\vec{p}'\vec{x}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} H_I = & \frac{g}{(2\pi)^{\frac{9}{2}}} \int d^3p d^3p' d^3k \sum_{s,s',\lambda} [u^\dagger(\vec{p},s)q^\dagger(\vec{p},s) + v^\dagger(-\vec{p},s)\bar{q}(-\vec{p},s)] \\ & \times \gamma^0 \gamma^i \epsilon_i^a(\vec{k},\lambda) [a_i^a(\vec{k}) + a_i^{a\dagger}(-\vec{k})] [u(\vec{p}',s')q(\vec{p}',s') + v(-\vec{p}',s')\bar{q}^\dagger(-\vec{p}',s')] \\ & \times \frac{\lambda_{cc'}^a}{2\sqrt{2w_{\vec{k}}}} \int d^3x e^{-i\vec{p}\vec{x}} e^{i\vec{k}\vec{x}} e^{i\vec{p}'\vec{x}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

No entanto, estamos procurando apenas termos que contenham a estrutura $q^\dagger \bar{q}^\dagger a$ que descreve a quebra de um glúon em um par quark-antiquark. Sendo assim, o termo que garante esta condição é

$$\begin{aligned} H_I = & \frac{g}{(2\pi)^{\frac{9}{2}}} \int d^3p d^3p' d^3k \sum_{s,s',\lambda} [u^\dagger(\vec{p},s)\gamma^0 \gamma^i v(-\vec{p},s') \epsilon_i^a(\vec{k},\lambda)] \\ & \times q^\dagger(\vec{p},s)\bar{q}^\dagger(-\vec{p}',s') a_i^a(\vec{k}) \frac{\lambda_{cc'}^a}{2\sqrt{2w_{\vec{k}}}} \int d^3x e^{-i(\vec{p}-\vec{p}'+\vec{k})\vec{x}}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Fazendo uma troca de variáveis

$$-\vec{p}' \rightarrow \vec{p}' \quad (3.19)$$

$$a \rightarrow g \quad (3.20)$$

obtemos

$$\begin{aligned} H_I &= \frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3p d^3p' d^3k \sum_{s,s',\lambda} [u^\dagger(\vec{p},s)\gamma^0\gamma^i v(\vec{p}',s')\epsilon_i^g(\vec{k},\lambda)] \\ &\times q^\dagger(\vec{p},s)\bar{q}^\dagger(\vec{p}',s')g_i^g(\vec{k})\frac{\lambda_{cc'}^g}{2\sqrt{2w_{\vec{k}}}} \int d^3x e^{-i(\vec{p}+\vec{p}'-\vec{k})\vec{x}}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde,

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x e^{-i(\vec{p}+\vec{p}'-\vec{k})\vec{x}} = \delta(\vec{p} + \vec{p}' - \vec{k}) \quad (3.22)$$

Substituindo a Eq. (3.22) na Eq. (3.21), obtemos,

$$\begin{aligned} H_I &= \frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3p d^3p' d^3k \sum_{s,s',\lambda} [u^\dagger(\vec{p},s)\gamma^0\gamma^i v(\vec{p}',s')\epsilon_i^g(\vec{k},\lambda)] \\ &\times q^\dagger(\vec{p},s)\bar{q}^\dagger(\vec{p}',s')g_i^g(\vec{k})\frac{\lambda_{cc'}^g}{2\sqrt{2w_{\vec{k}}}}\delta(\vec{p} + \vec{p}' - \vec{k}). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Introduzir a seguinte notação

$$\mu \rightarrow \begin{cases} \vec{p} \\ s \\ c \end{cases}, \quad \nu \rightarrow \begin{cases} \vec{p}' \\ s' \\ c' \end{cases}, \quad \text{e } \sigma \rightarrow k \quad (3.24)$$

o hamiltoniano H_I fica

$$\begin{aligned} H_I &= \frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sum_{s_\mu, s_\nu, \lambda} \int d^3p_\mu d^3p_\nu d^3p_\sigma [u^\dagger(\vec{p}_\mu, s)\gamma^0\gamma^i v(\vec{p}_\nu, s')\epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \lambda)] \\ &\times q^\dagger(\vec{p}_\mu, s_\mu)\bar{q}^\dagger(\vec{p}_\nu, s_\nu)g_i^g(\vec{p}_\sigma)\frac{\lambda_{c_\mu c_\nu}^g}{2\sqrt{2w_{\vec{p}_\sigma}}}\delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\sigma). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Vamos utilizar agora os espinores da equação de Dirac no regime não relativístico, que

são aproximadamente

$$u_{s_\mu}(\vec{p}_\mu) \approx \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2}\right) \chi_{s_\mu} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{2m} \chi_{s_\mu} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

e

$$v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \approx \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu}{2m_1} \chi_{s_\nu} \\ \left(1 - \frac{p_\nu^2}{8m_1^2}\right) \chi_{s'_\nu} \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Com a matriz

$$\gamma^0 \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

para calcular o produto $u^\dagger(\vec{p}_\mu, s_\mu) \gamma^0 \gamma^i v(\vec{p}_\nu, s_\nu)$ utilizando as Eqs. (3.26), (3.27) e (3.28). Logo,

$$\begin{aligned} [u^\dagger(\vec{p}_\mu, s_\mu) \gamma^0 \gamma^i v(\vec{p}_\nu, s_\nu)] &= \chi_{s_\mu}^\dagger \left[\begin{pmatrix} \left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2}\right) & -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{2m} \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu}{2m_1} \\ \left(1 - \frac{p_\nu^2}{8m_1^2}\right) \end{pmatrix} \right] \chi_{s_\nu}^c \\ &= \chi_{s_\mu}^\dagger \left[\begin{pmatrix} \left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2}\right) & -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{2m} \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma^i \left(1 - \frac{p_\nu^2}{8m_1^2}\right) \\ \sigma^i \left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu}{2m_1}\right) \end{pmatrix} \right] \chi_{s_\nu}^c \\ &= \chi_{s_\mu}^\dagger \left[\left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2} - \frac{p_\nu^2}{8m_1^2} - \frac{\vec{p}_\mu \cdot \vec{p}_\nu}{4mm_1}\right) \sigma^i \right] \chi_{s_\nu}^c \end{aligned} \quad (3.29)$$

Considerando somente a parte de spin da Eq. (3.29), temos que

$$[u^\dagger(\vec{p}_\mu, s_\mu) \gamma^0 \gamma^i v(\vec{p}_\nu, s_\nu)] = \chi_{s_\mu}^\dagger \sigma^i \chi_{s_\nu}^c \quad (3.30)$$

Ou ainda, em uma forma mais compacta

$$\chi_{s_\mu}^\dagger \sigma^i \chi_{s_\nu}^c = \sigma_{\mu\nu}^i \quad (3.31)$$

Podemos agora definir o hamiltoniano da seguinte forma

$$\begin{aligned} H_I &= \frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sum_{s_\mu, s_\nu, \lambda} \int d^3 p_\mu d^3 p_\nu d^3 p_\sigma \sigma_{\mu\nu}^i \epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \lambda) \\ &\times q^\dagger(\vec{p}_\mu, s_\mu) \bar{q}^\dagger(\vec{p}_\nu, s_\nu) g_i^g(\vec{p}_\sigma) \frac{\lambda_{c_\mu c_\nu}^g}{2\sqrt{2}w_{\vec{p}_\sigma}} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\sigma) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Finalmente, chegamos na expressão para o hamiltoniano na representação de momento

em função de um potencial (este potencial é comumente conhecido em alguns modelos como *potencial de criação de pares*) que reproduz a aniquilação de um glúon e viabiliza a construção de um par quark-antiquark,

$$H_I = H_{\mu\nu\sigma} = V_{\mu\nu\sigma} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger g_\sigma \quad (3.33)$$

onde

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu\sigma} &= \frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sum_{s_\mu, s_\nu, \lambda} \int d^3 p_\mu d^3 p_\nu d^3 p_\sigma \sigma_{\mu\nu}^i \epsilon_i^g(\lambda) \\ &\times \frac{\lambda_{c_\mu c_\nu}^g}{2\sqrt{2w_{\vec{p}_\sigma}}} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\sigma). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Na expressão 3.33 foi utilizada a convenção de soma sobre índices repetidos (soma e/ou integração).

3.2.1 A amplitude de decaimento a partir de $H_{\mu\nu\sigma}$

Em segunda quantização, o estado ligado de um par quark-antiquark e um glúon constituintes que formam o méson híbrido é

$$|i\rangle = \mathcal{M}_\gamma^\dagger |0\rangle, \quad (3.35)$$

onde $\mathcal{M}_\gamma^\dagger$ é o operador de criação de um méson híbrido no estado γ e $|0\rangle$ é o estado de vácuo, definido por

$$q_\kappa |0\rangle = \bar{q}_\varepsilon |0\rangle = g_\eta |0\rangle. \quad (3.36)$$

Nesta configuração, q_ξ representa o operador aniquilação de um quark com números quânticos representados por ξ , \bar{q}_ε representa o operador aniquilação de um antiquark com números quânticos ε e g_η o operador aniquilação de um glúon com números quânticos representados por η . O operador $\mathcal{M}_\gamma^\dagger$ é tomado como

$$\mathcal{M}_\gamma^\dagger = \Phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger g_\eta^\dagger. \quad (3.37)$$

Neste ajuste, $\Phi_\gamma^{\xi\varepsilon\eta}$ representa a função de onda do méson híbrido, sendo q_ξ^\dagger , $\bar{q}_\varepsilon^\dagger$ e g_η^\dagger os conjugados hermitianos de q_ξ , \bar{q}_ε e g_η . O subscrito γ representa de uma forma compacta os números quânticos do méson híbrido: $\gamma = \{\text{espaço, spin, cor e sabor}\}$. Os índices ξ, ε e η corresponde aos números quânticos de quark, antiquark e glúon respectivamente: $\xi, \varepsilon, \eta = \{\text{espaço, spin, cor e sabor}\}$.

Os operadores de quark e antiquark obedecem a regra de anticomutação canônica,

$$\begin{aligned}\{q_\xi, q_\varepsilon\} &= \{q_\xi, \bar{q}_\varepsilon\} = \{\bar{q}_\xi, \bar{q}_\varepsilon\} = \{q_\xi, \bar{q}_\varepsilon^\dagger\} = 0 \\ \{q_\xi, q_\varepsilon^\dagger\} &= \{\bar{q}_\xi, \bar{q}_\varepsilon^\dagger\} = \delta_{\xi\varepsilon}.\end{aligned}\quad (3.38)$$

Em correspondência, os operadores de criação e destruição de glúons g^\dagger e g respectivamente, obedecem a relações de comutação canônica,

$$\begin{aligned}[g_\sigma, g_\eta] &= [g_\sigma^\dagger, g_\eta^\dagger] = 0 \\ [g_\sigma, g_\eta^\dagger] &= \delta_{\sigma\eta}.\end{aligned}\quad (3.39)$$

Para avaliar o elemento de matriz da Eq. (3.4), definimos um estado final de dois mésons usuais $|f\rangle$, como

$$|f\rangle = \mathcal{M}_\alpha^\dagger \mathcal{M}_\beta^\dagger |0\rangle \quad (3.40)$$

onde

$$\mathcal{M}_\alpha^\dagger = \Phi_\alpha^{\rho\tau} q_\rho^\dagger \bar{q}_\tau^\dagger \quad (3.41)$$

e

$$\mathcal{M}_\beta^\dagger = \Phi_\beta^{\chi\xi} q_\chi^\dagger \bar{q}_\xi^\dagger \quad (3.42)$$

Assim, a expressão 3.40 pode ser expressa por

$$|f\rangle = \Phi_\alpha^{\rho\tau} \Phi_\beta^{\chi\xi} q_\rho^\dagger \bar{q}_\tau^\dagger q_\chi^\dagger \bar{q}_\xi^\dagger |0\rangle \quad (3.43)$$

Podemos agora calcular de maneira simples a amplitude de decaimento ao substituirmos as Eqs. (3.33), (3.35), (3.37) e (3.43) na Eq. (3.4) (para mais detalhes do cálculo, veja apêndice A), a qual se resume na expressão,

$$\begin{aligned}\langle f | H_{\mu\nu\sigma} | i \rangle &= (\phi_\alpha^{*\mu\nu} \phi_\beta^{*\rho\tau} + \phi_\alpha^{*\rho\tau} \phi_\beta^{*\mu\nu}) \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} \\ &- (\phi_\alpha^{*\mu\tau} \phi_\beta^{*\rho\nu} + \phi_\alpha^{*\rho\nu} \phi_\beta^{*\mu\tau}) \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma}\end{aligned}\quad (3.44)$$

Desta expressão obtemos quatro diagramas para o decaimento de um méson híbrido em dois mésons representados na Figura 3.2. Nesta figura, podemos ver explicitamente que o primeiro e o segundo diagrama não conservam carga de cor, e, não contribui para este

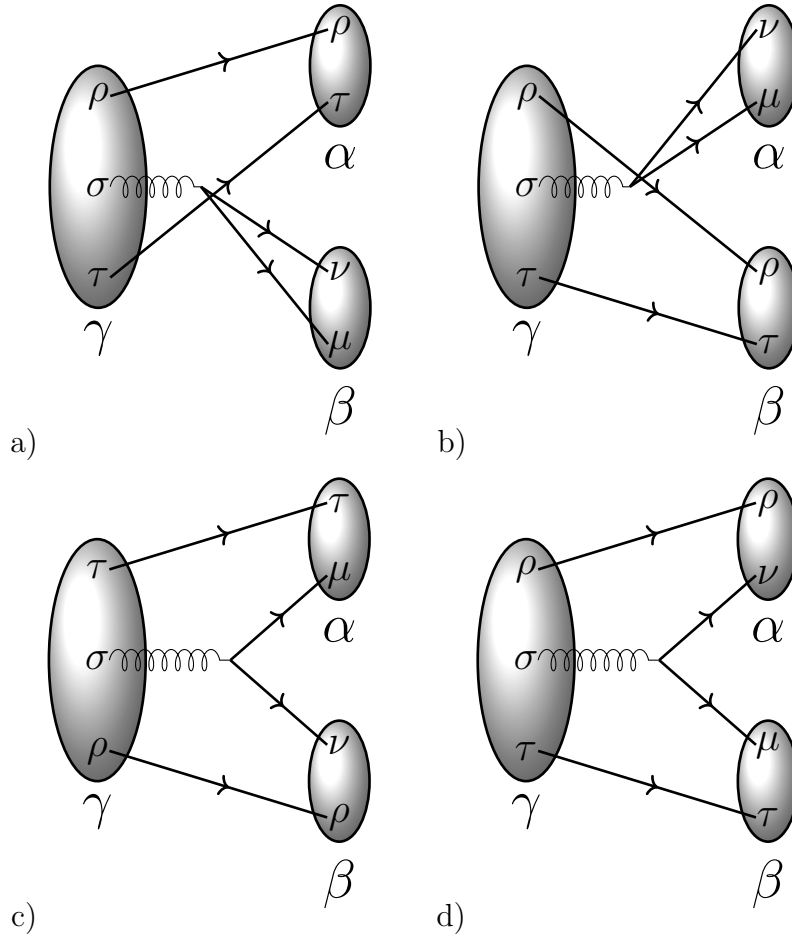


Figura 3.2 - Diagramas do decaimento de um méson híbrido em dois mésons usuais construídos a partir da Eq. (3.44). As figuras a) e b) correspondem ao primeiro e segundo diagrama que não contribuem para este processo devido a violação na conservação de carga de cor, restando apenas as contribuições dos diagramas das figuras c) e d).

processo. Sendo assim, iremos os desconsiderar nos cálculos posteriores, o que resulta em uma expressão final para $\langle f | H_{\mu\nu\sigma} | i \rangle$, dado por

$$\langle f | H_{\mu\nu\sigma} | i \rangle = - (\phi_{\alpha}^{*\mu\tau} \phi_{\beta}^{*\rho\nu} + \phi_{\alpha}^{*\rho\nu} \phi_{\beta}^{*\mu\tau}) \phi_{\gamma}^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma}. \quad (3.45)$$

Mostraremos no próximo capítulo, que, para os dois diagramas contribuintes neste processo, a amplitude de decaimento é a mesma. Assim, a amplitude total torna-se a soma das duas, o que é, equivalente, a multiplicar uma das, por 2.

4 DECAIMENTO DOS MÉSONS ESCALARES π_1

No capítulo anterior mostramos os detalhes do modelo de glúon constituinte para o mapeamento de mésons híbridos e obtivemos o Hamiltoniano $H_{\mu\nu\sigma}$ que descreve este processo de decaimento. Neste capítulo vamos aplicar este Hamiltoniano fenomenológico para descrever as amplitudes de decaimento das ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$.

4.1 Amplitudes e taxas de decaimento

Nesta seção vamos detalhar o cálculo das taxas de decaimento de mésons híbridos em dois mésons usuais. Inicialmente vamos destacar as propriedades dos mésons escalares $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$, resumidas nas Tabelas 4.1 e 4.2. Com base nestes dados, vamos definir os seguintes canais teóricos de decaimento:

$$\pi_1(1400) \rightarrow \begin{cases} \eta\pi^0 \\ \eta\pi^- \\ \eta'\pi \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\pi_1(1600) \rightarrow \begin{cases} \rho^0\pi^- \\ b_1(1235)\pi \\ \eta'(958)\pi^- \\ f_1(1285)\pi \end{cases} \quad (4.2)$$

Como visto anteriormente, a taxa de decaimento é proporcional ao quadrado da amplitude de decaimento h_{fi} . Para calcularmos a amplitude de decaimento devemos obter explicitamente as contribuições de cor, sabor, spin e espaço.

Tabela 4.1 - Propriedades da ressonância $\pi_1(1400)$

$\pi_1(1400)$		$I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$
Massa $m = 1354 \pm 25$ MeV		
$\Gamma_{\text{Total}} = 330 \pm 30$ MeV		
Modos de decaimento	Fração $\Gamma_i/\Gamma_{\text{total}}$	
$\eta\pi^0$	observado	
$\eta\pi^-$	observado	
$\eta'\pi$	- -	

Tabela 4.2 - Propriedades da ressonância $\pi_1(1600)$

$\pi_1(1600)$		$I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$
Massa $m = 1662 \pm 10$ MeV $\Gamma_{\text{Total}} = 241 \pm 40$ MeV		
Modos de decaimento	Fração $\Gamma_i/\Gamma_{\text{total}}$	
$\pi\pi\pi$	observado	
$\rho^0\pi^-$	observado	
$f_2(1270)\pi^-$	não-observado	
$b_1(1235)\pi$	observado	
$\eta'(1235)\pi^-$	observado	
$f_1(1285)\pi$	observado	

A obtenção das amplitudes de decaimento, para os canais definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2), passa pela avaliação do elemento de matriz (3.4), ou seja,

$$\langle f | H_{\mu\nu\sigma} | i \rangle = \delta(\vec{P}_\gamma - \vec{P}_\alpha - \vec{P}_\beta) h_{fi}. \quad (4.3)$$

O objetivo final consiste em descrever a transição $\mathcal{M}_\gamma \rightarrow \mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_\beta$ e para isto vamos considerar os seguintes estados inicial e final

$$\begin{aligned} |i\rangle &= \mathcal{M}_\gamma^\dagger |0\rangle \\ |f\rangle &= \mathcal{M}_\alpha^\dagger \mathcal{M}_\beta^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Da Eq. (3.45), vemos que o elemento de matriz resultante deste processo é

$$\langle f | H | i \rangle = - (\phi_\alpha^{*\mu\tau} \phi_\beta^{*\rho\nu} + \phi_\alpha^{*\rho\nu} \phi_\beta^{*\mu\tau}) \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma}. \quad (4.5)$$

ou ainda

$$\langle f | H_{FT} | i \rangle = d_1 + d_2 \quad (4.6)$$

onde d_1 e d_2 são dados por

$$d_1 = -\phi_\alpha^{*\mu\tau} \phi_\beta^{*\rho\nu} \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} \quad (4.7)$$

$$d_2 = -\phi_\alpha^{*\rho\nu} \phi_\beta^{*\mu\tau} \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} \quad (4.8)$$

Sendo $V_{\mu\nu\sigma}$ O potencial de interação definido de forma genérica por

$$V_{\mu\nu\sigma} = V_{f_\mu f_\nu} V_{c_\mu c_\nu c_\sigma}^c V_{s_\mu s_\nu s_\sigma}^s V_{e_\mu e_\nu e_\sigma}^e. \quad (4.9)$$

O cálculo das amplitudes de decaimento passa pela definição da função de onda. Considerando os graus de liberdade spin S , sabor f , cor C e espaço Φ como mostrado no apêndice B, a função de onda do méson pode ser escrita na forma

$$\Phi_\alpha^{\rho\tau} = \chi_{S_\alpha}^{S_1 S_2} f_{f_\alpha}^{f_1 f_2} C^{C_1 C_2} \phi_{nl}^{\vec{P}_\alpha - \vec{P}_1 - \vec{P}_2} \quad (4.10)$$

e, de forma similar, para o méson híbrido

$$\Phi_\gamma^{\kappa\epsilon\eta} = \chi_{S_\gamma}^{S_1 S_2 S_3} f_{f_\gamma}^{f_1 f_2} C^{C_1 C_2 C_3} \phi_{nl}^{\vec{P}_\gamma - \vec{P}_1 - \vec{P}_2 - \vec{P}_3}. \quad (4.11)$$

Podemos reescrever as Eqs. (4.7) e (4.8) usando a decomposição das funções de ondas, da seguinte forma

$$d_1 = d_1^c d_1^f d_1^s d_1^e \quad ; \quad d_2 = d_2^c d_2^f d_2^s d_2^e \quad (4.12)$$

onde os fatores de cor (c), sabor (f), spin (s) e espaço (e) ficam evidenciados.

4.1.1 Parte de cor

Sabemos de (B.7) e (B.8), que a função de onda de cor do méson e do méson híbrido são dadas respectivamente por

$$C^{C_1 C_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \delta^{C_1 C_2} \quad , \quad C^{C_1 C_2 C_3} = \frac{\lambda_{C_1 C_2}^{C_3}}{4}. \quad (4.13)$$

Introduzindo a definição da função de onda de cor nas Eqs. (4.7) e (4.8) e analisando somente a parte de cor, temos

$$\begin{aligned} d_1^c &= C^{c_\mu c_\tau} C^{c_\rho c_\nu} C^{c_\rho c_\tau c_\sigma} V_{c_\mu c_\nu c_\sigma}^c \\ d_2^c &= C^{c_\rho c_\nu} C^{c_\mu c_\tau} C^{c_\rho c_\tau c_\sigma} V_{c_\mu c_\nu c_\sigma}^c \end{aligned} \quad (4.14)$$

Neste modelo, temos que $V_{c_\mu c_\nu c_\sigma}^c$ é dado por

$$V_{c_\mu c_\nu c_\sigma}^c = \frac{\lambda_{c_\mu c_\nu}^{c_\sigma}}{2}. \quad (4.15)$$

Combinando as Eqs. (4.13), (4.14) e (4.15) temos

$$\begin{aligned}
d_1 &= \frac{1}{24} \sum_{c_\sigma, c_\tau, c_\rho} \lambda_{c_\rho c_\tau}^{c_\sigma} \lambda_{c_\mu c_\nu}^{c_\sigma} \delta_{c_\mu c_\tau} \delta_{c_\rho c_\nu} = \frac{1}{24} \sum_{c_\sigma} \lambda_{c_\nu c_\mu}^{c_\sigma} \lambda_{c_\nu c_\mu}^{c_\sigma} = \frac{2}{3} \\
d_2 &= \frac{1}{24} \sum_{c_\sigma, c_\tau, c_\rho} \lambda_{c_\rho c_\tau}^{c_\sigma} \lambda_{c_\mu c_\nu}^{c_\sigma} \delta_{c_\rho c_\nu} \delta_{c_\mu c_\tau} = \frac{1}{24} \sum_{c_\sigma} \lambda_{c_\nu c_\mu}^{c_\sigma} \lambda_{c_\nu c_\mu}^{c_\sigma} = \frac{2}{3}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Isto resulta em um fator de cor igual para os dois diagramas da amplitude de decaimento.

4.1.2 Parte de sabor

Quanto ao cálculo da parte de sabor, necessitamos saber a função de onda de sabor de cada um dos mésons. As funções de ondas são dadas no apêndice B. Assim, a análise da parte de sabor das expressões (4.7) e (4.8) resulta em

$$\begin{aligned}
d_1^f &= f_1^{f_\mu f_\tau} f_2^{f_\rho f_\nu} f_3^{f_\rho f_\tau} V_{f_\mu f_\nu}, \\
d_2^f &= f_1^{f_\rho f_\nu} f_2^{f_\mu f_\tau} f_3^{f_\rho f_\tau} V_{f_\mu f_\nu}.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Como não há interação que mude o sabor, o potencial de interação se resume a

$$V_{f_\mu f_\nu} = \delta_{f_\mu f_\nu} \tag{4.18}$$

Combinando as Eqs. (4.17) e (4.18), encontramos

$$\begin{aligned}
d_1^f &= f_1^{f_\mu f_\tau} f_2^{f_\rho f_\nu} f_3^{f_\rho f_\tau} \delta_{f_\mu f_\nu}, \\
d_2^f &= f_1^{f_\rho f_\nu} f_2^{f_\mu f_\tau} f_3^{f_\rho f_\tau} \delta_{f_\mu f_\nu}.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

ou ainda

$$\begin{aligned}
d_1^f &= f_1^{f_\nu f_\tau} f_2^{f_\rho f_\nu} f_3^{f_\rho f_\tau}, \\
d_2^f &= f_1^{f_\rho f_\mu} f_2^{f_\mu f_\tau} f_3^{f_\rho f_\tau}.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

A partir das Eqs. (4.20), (B.20) e (B.22) podemos calcular diretamente os coeficientes de sabor dos processos em que iremos estudar das Eqs.(4.1) e (4.2). Os resultados para estes cálculos estão mostrados na Tabela 4.3.

4.1.3 Parte de spin

O cálculo da parte de spin é um pouco mais complexo. Em (B.14) e (B.16) mostramos respectivamente o Clebsh-Gordan do estado de spin singleto e tripleto, $\chi_{S_\alpha}^{S_1 S_2}$, para um

Tabela 4.3 - Coeficientes de sabor dos diagramas d_1^f e d_2^f para os processos definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2).

$\pi_1(M) \rightarrow \alpha + \beta$	d_1^f	d_2^f
$\pi_1(1400) \rightarrow \eta + \pi^0$	c_1^η	c_1^η
$\pi_1(1400) \rightarrow \eta + \pi^-$	c_1^η	c_1^η
$\pi_1(1400) \rightarrow \eta' + \pi$	$c_1^{\eta'}$	$c_1^{\eta'}$
$\pi_1(1600) \rightarrow \rho + \pi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\pi_1(1600) \rightarrow b_1(1235) + \pi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\pi_1(1600) \rightarrow \eta'(958) + \pi^-$	$c_1^{\eta'}$	$c_1^{\eta'}$
$\pi_1(1600) \rightarrow f_1(1285) + \pi$	$c_1^{f_1}$	$c_1^{f_1}$

méson em seu estado fundamental. Isto implica que, assim como para o cálculo da parte de sabor, precisamos conhecer a função de onda de spin de cada méson contido nos canais de decaimento, definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2). No capítulo anterior foi visto que o spin referente a parte de quark, representado por $S_{q\bar{q}}$, para mésons híbridos no modo QE (quark excitado, $l_{q\bar{q}} = 1$ e $l_g = 0$) é zero e que mésons híbridos no modo GE (glúon excitado, $l_{q\bar{q}} = 0$ e $l_g = 1$) tem $S_{q\bar{q}} = 1$. Isto acarreta em estados tripletos de spin no estado inicial para o setor $q\bar{q}$ em decaimentos que envolve híbridos GE e em estados singletos de spin para decaimentos envolvendo híbridos QE. Estas funções estão especificadas no Apêndice B. Então a parte de spin das Eqs. (4.7) e (4.8) será dado por

$$d_1^s = \chi_1^{S_\mu S_\tau} \chi_2^{S_\rho S_\nu} \chi_3^{S_\tau S_\rho} V_{S_\mu S_\nu S_\sigma} \quad (4.21)$$

$$d_2^s = \chi_1^{S_\rho S_\nu} \chi_2^{S_\mu S_\tau} \chi_3^{S_\tau S_\rho} V_{S_\mu S_\nu S_\sigma} \quad (4.22)$$

onde $\chi_3^{S_\tau S_\rho}$ corresponde a função de onda de spin do setor de quarks do híbrido. O fator de spin resultante para cada processo a partir deste cálculo está exibido, na Tabela 4.4, em termos da contribuição de spin do potencial $V_{S_\mu S_\nu S_\sigma}$.

A natureza de spin do potencial depende do termo

$$\sigma_{\mu\nu}^i \cdot \epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \lambda) \quad (4.23)$$

onde os glúons com massa tem polarização transversal e longitudinal. Desta forma, podemos escrever os vetores de polarização transversal, com polarização circular

$$\epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \pm) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} \pm \hat{j}). \quad (4.24)$$

Tabela 4.4 - Fatores de spin dos diagramas d_1^s e d_2^s para os processos definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2) em termos da contribuição de spin do potencial $V s_\mu s_\nu s_\sigma$.

Modos	$\pi_1(M) \rightarrow \alpha + \beta$	d_1^s	d_2^s
QE	$\pi_1(1400) \rightarrow \eta + \pi^0$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
QE	$\pi_1(1400) \rightarrow \eta + \pi^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
QE	$\pi_1(1400) \rightarrow \eta' + \pi$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
QE	$\pi_1(1600) \rightarrow \rho + \pi$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
GE	$\pi_1(1600) \rightarrow b_1(1235) + \pi$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
QE	$\pi_1(1600) \rightarrow \eta'(958) + \pi^-$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$
GE	$\pi_1(1600) \rightarrow f_1(1285) + \pi$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}} V s_\mu s_\nu s_\sigma$

e polarização longitudinal por

$$\epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, 0) = \hat{k} \quad (4.25)$$

Portanto, associamos com $\epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \pm)$ a componente de spin ± 1 e $\epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, 0)$ a componente de spin 0, onde o eixo de quantização é escolhido ao longo da direção de propagação. Lembrando que

$$\sigma_{\mu\nu}^i = \chi_{s_\mu}^\dagger \sigma^i \chi_{s_\nu}^c \quad (4.26)$$

onde $\chi_{s_\nu}^c$ são os espinores de quarks e antiquarks mostrados no apêndice C. Podemos utilizar as Eqs. (4.24), (4.25) e (C.21) para calcular o produto contido na Eq. (4.23), ou seja,

$$\sigma_{\mu\nu}^i \cdot \epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, \pm) = \mp \sqrt{2}. \quad (4.27)$$

$$\sigma_{\mu\nu}^i \cdot \epsilon_i^g(\vec{p}_\sigma, 0) = -2. \quad (4.28)$$

No entanto, o cálculo da parte de spin ainda está incompleto. Temos considerado neste trabalho que o estado inicial $\pi_1(M)$ definido nas Eqs. (4.1) e (4.2) contém na sua estrutura interna um glúon somado a um par $q\bar{q}$. O efeito disto está na possibilidade de termos componente de spin tanto da parte de quarks quanto da parte de glúons e precisamos somar sobre todas as possibilidades. Fazendo uso da notação definida na seção 3.1, assumimos

Tabela 4.5 - Números quânticos para o $\pi_1(M)$ com o modo quark excitado $l_{q\bar{q}} = 1$ e modo glúon excitado $l_g = 1$ obtidos a partir da equação (4.29). Fonte: [46]

P	C	$l_{q\bar{q}}$	l_g	J_g	$S_{q\bar{q}}$	L	J
-	+	0	1	0	1	0	1
-	+	0	1	1	1	1	1
-	+	0	1	2	1	2	1
-	+	1	0	1	0	1	1

Tabela 4.6 - Notação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$.

Méson	$n^{2S+1}L_J$
π, η, η'	1^1S_0
ρ	1^3S_1
b_1	1^1P_1
f_1	1^3P_1

que esta soma será dada por

$$\langle l_g m_g 1, \mu_g | J_g M_g \rangle \langle l_{q\bar{q}} m_{q\bar{q}}, J_g M_g | L M_L \rangle \langle L M_L S_{q\bar{q}}, \mu_{q\bar{q}} | J M \rangle, \quad (4.29)$$

onde $\langle j_1 m_1, j_2 m_2 | j m \rangle$ são os coeficientes de Clebsh Gordan [45]. Em baixas excitações angulares obtemos a partir da Eq. (4.29) uma única configuração permitida para o modo quark excitado ($l_{q\bar{q}} = 1, S_{q\bar{q}} = 0, l_g = 0$ e $L = J_g = J = 1$) e três para o modo glúon excitado ($l_g = 1, l_{q\bar{q}} = 0, S_{q\bar{q}} = 1$ e $L = J_g = 0, 1, 2$) [46] como mostra a Tabela 4.5. Se estivermos, por exemplo, estudando decaimentos em que o méson híbrido se encontra no modo glúon excitado, a Eq. (4.29) se resume a $\frac{1}{\sqrt{3}}$, e para híbridos com modo quark excitado a $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. Por completeza, precisamos levar em conta os mésons do estado final na Eq. (4.29). Dito isso, podemos escrever

$$\begin{aligned} & \langle l_g m_g 1, \mu_g | J_g M_g \rangle \langle l_{q\bar{q}} m_{q\bar{q}}, J_g M_g | L M_L \rangle \langle L M_L S_{q\bar{q}}, \mu_{q\bar{q}} | J M \rangle \\ & \times \langle L_\alpha m_\alpha S_\alpha \mu_\alpha | J_\alpha M_\alpha \rangle \langle L_\beta m_\beta S_\beta \mu_\beta | J_\beta M_\beta \rangle. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Uma outra informação importante para o cálculo que iremos realizar se refere à representação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$. Pois estes números quânticos são relevantes para a parte espacial (B.26) e de spin (4.30) da função de onda e estão resumidos na Tabela 4.6.

4.1.4 Parte espacial

Assumimos que a função de onda da parte espacial d_1^e é do tipo oscilador harmônico simples. Fazendo uso das definições de ondas espaciais contidas na Eq. (B.25), a parte de espaço é dada por

$$\begin{aligned}
d_1^e &= -\frac{g}{(2\pi^{\frac{3}{2}})} \int d^3p_\mu d^3p_\nu d^3p_\sigma d^3p_\rho d^3p_\tau \frac{1}{\sqrt{2\omega(\vec{p}_\sigma)}} \varphi_\beta(\vec{p}_\beta - \vec{p}_\mu - \vec{p}_\tau) \\
&\times \varphi_\alpha(\vec{p}_\alpha - \vec{p}_\rho - \vec{p}_\nu) \varphi_{\gamma(q\bar{q})}(\vec{p}_\rho - \vec{p}_\tau) \\
&\times \varphi_{\gamma(g)}(\vec{p}_\sigma - \vec{p}_\rho - \vec{p}_\tau) \delta^3(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\sigma) \delta^3(\vec{p}_\beta - \vec{p}_\mu - \vec{p}_\tau) \\
&\times \delta^3(\vec{p}_\alpha - \vec{p}_\rho - \vec{p}_\nu) \delta^3(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_\sigma - \vec{p}_\rho - \vec{p}_\tau).
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Utilizando as deltas para resolver as integrais no espaço de momento e tomando o méson em repouso no estado inicial, ou seja, $\vec{p}_\gamma = 0$. Isto implica que, por conservação de momento, temos para os mésons do estado final $|\vec{P}_\alpha| = |\vec{P}_\beta| = |\vec{P}|$. Desta forma, a parte espacial (afora a delta global) será dada por

$$\begin{aligned}
d_1^e &= -\frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k d^3q \frac{1}{\sqrt{2\omega(\vec{k})}} \varphi_\beta(\vec{P} + 2\vec{q} + 2\vec{k}) \varphi_\alpha(\vec{P} + 2\vec{q}) \\
&\times \varphi_{\gamma(q\bar{q})}(2\vec{q} + \vec{k}) \varphi_{\gamma(g)}(\vec{k})
\end{aligned} \tag{4.32}$$

onde $\vec{k} = \vec{P}_\sigma$ e $\vec{q} = \vec{P}_\rho$. A expressão para d_1^e é obtida mediante a troca de $\vec{P} \rightarrow -\vec{P}$. No cálculo analítico, a ser realizado a seguir, será considerado também que o glúon possui massa, isto é, a energia do glúon terá um valor fixo que será ajustado no momento do cálculo numérico, ou seja

$$\omega_{\vec{k}} = \omega. \tag{4.33}$$

As funções de onda (gaussianas) das partículas envolvidas nos diversos canais definidos nas Eqs. (4.1) e (4.2), são caracterizadas pelo parâmetro de largura β . Assim, cada partícula pode ter a sua própria largura distinta, por exemplo, a do pión será β_π , do η será β_η e assim por diante. Entretanto, consideramos que os mésons $\pi_1(M)$ sejam dotados de duas larguras diferentes, uma para o setor $q\bar{q}$, denominada de β_q , e outra para o setor gluônico g que chamaremos de β_g . Como este é um estudo que trata apenas decaimentos de mésons de sabores leves, assumiremos no cálculo a mesma largura β_q para todas as partículas envolvidas nos estados finais de cada processo.

Os resultados analíticos para as amplitudes de decaimento foram calculados usando computação algébrica e estão listados abaixo:

$\pi_1 \rightarrow \eta' + \pi$:

Modo QE,

$$h_{\pi_1 \rightarrow \eta + \pi} = \frac{g \ 32\sqrt{2}c_1^{\eta'} \beta_g^{\frac{3}{2}} \sqrt{\beta_q} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} \vec{P}Y_{1,-1}(\Omega_{\vec{P}})}{81(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{3}{2}} \pi \sqrt{\omega}}$$

Modo GE:

$$\begin{aligned} h_{\pi_1 \rightarrow \eta' + \pi}(L = 0) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \eta' + \pi}(L = 1) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \eta' + \pi}(L = 2) &= 0 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$\pi_1 \rightarrow \eta + \pi$:

Modo QE,

$$h_{\pi_1 \rightarrow \eta + \pi} = \frac{g \ 32\sqrt{2}c_1^\eta \beta_g^{\frac{3}{2}} \sqrt{\beta_q} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} \vec{P}Y_{1,-1}(\Omega_{\vec{P}})}{81(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{3}{2}} \pi \sqrt{\omega}}$$

Modo GE,

$$\begin{aligned} h_{\pi_1 \rightarrow \eta + \pi}(L = 0) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \eta + \pi}(L = 1) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \eta + \pi}(L = 2) &= 0 \end{aligned} \tag{4.35}$$

$\pi_1 \rightarrow \rho + \pi$:

Modo QE,

$$h_{\pi_1 \rightarrow \rho + \pi} = -\frac{g \ 32\beta_g^{\frac{3}{2}} \sqrt{\beta_q} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} \vec{P}Y_{1,0}(\Omega_{\vec{P}})}{81(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{3}{2}} \pi \sqrt{\omega}}$$

Modo GE,

$$\begin{aligned} h_{\pi_1 \rightarrow \rho + \pi}(L = 0) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \rho + \pi}(L = 1) &= 0 \\ h_{\pi_1 \rightarrow \rho + \pi}(L = 2) &= 0 \end{aligned} \tag{4.36}$$

$\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi$

Modo QE,

$$h_{\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi} = 0$$

Modo GE,

$$\begin{aligned} h_{\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi}(L=0) &= \frac{g \, 64 \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{27(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \\ h_{\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi}(L=1) &= \frac{g \, 32 \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{9\sqrt{3}(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \\ h_{\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi}(L=2) &= \frac{g \, 64 \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{9\sqrt{5}(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \end{aligned} \quad (4.37)$$

$\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi$

Modo QE,

$$h_{\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi} = 0$$

Modo GE,

$$\begin{aligned} h_{\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi}(L=0) &= -\frac{g \, 64 c_1^{f_1} \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{27(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \\ h_{\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi}(L=1) &= -\frac{g \, 32 c_1^{f_1} \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{9\sqrt{3}(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \\ h_{\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi}(L=2) &= \frac{g \, 32 c_1^{f_1} \beta_g^{\frac{5}{2}} \beta_q^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{P^2}{12\beta_q^2}} Y_{0,0}(\Omega_{\vec{P}})}{27\sqrt{5}(2\beta_g^2 + \beta_q^2)^{\frac{5}{2}} \pi \sqrt{\omega}} \end{aligned} \quad (4.38)$$

As expressões referente as taxas de decaimento para as diversas amplitudes, listadas acima, são facilmente extraídas a partir da Eq. (3.8), ou seja,

$$\Gamma_{A \rightarrow B+C} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (4.39)$$

e utilizando a relação de ortonormalidade dos harmônicos esféricos,

$$\int Y_{lm}(\Omega) Y_{l'm'}(\Omega) d\Omega = \delta_{mm'} \delta_{ll'}. \quad (4.40)$$

Tabela 4.7 - Valores atualizados para as massas das partículas envolvidas nos modos de decaimento definido nas Eqs. (4.1) e (4.2). Fonte: [45]

$\pi_1(1400)$	1354 ± 25 MeV	$\pi_1(1600)$	1662_{-9}^{+8} MeV
η	$547,862 \pm 0,017$ MeV	$\eta'(958)$	$957,78 \pm 0,06$ MeV
π^0	$134,9770 \pm 0,0005$ MeV	π^-	$139,57061 \pm 0,00024$ MeV
ρ	$775,26 \pm 0,25$ MeV	$b_1(1235)$	$1229,5 \pm 3,2$ MeV
$f_1(1285)$	$1281,9 \pm 0,5$ MeV		

Tabela 4.8 - Valores experimentais para o $\pi_1(1400)$ extraídos de [45], onde as taxas são dadas em MeV.

Γ_{tot}	$\Gamma_{\eta'\pi}/\Gamma_{\eta\pi^0}$
330 ± 35	$< 0,80$

Tabela 4.9 - Valores experimentais para o $\pi_1(1600)$ extraídos de [45], onde as taxas são dadas em MeV.

Γ_{tot}	$\Gamma_{f_1(1285)\pi}/\Gamma_{\eta'(958)\pi^-}$
241 ± 40	$3,80 \pm 0,78$

4.2 Resultados numéricos

Nesta seção, iremos apresentar e discutir os resultados obtidos para as taxas de decaimentos das ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$. Como foi visto na Eq. (3.12), o momento P de cada processo é dado em função das massas das partículas envolvidas tanto no estado inicial quanto final. Deste modo, usamos no nosso estudo valores atualizados para as massas dos mésons extraídos do PDG [45] e listadas na Tabela 4.7.

O primeiro passo para a obtenção dos resultados é definir o valor de alguns parâmetros primordiais do modelo. A constante de acoplamento g será fixada como $g^2 = 4\pi\alpha_s$. Os mésons dos estados finais que possuem isospin zero $I = 0$ como o η , η' e o $f_1(1285)$ usaremos os seguintes valores para as constantes da parte de sabor: $c_1^\eta = 0,561469$, $c_1^{\eta'} = 0,429829$ e $c_1^{f_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Entre os resultados que, além das massas, podem ser extraídos do PDG estão as taxas de decaimento total dos mésons em estudo e a razão entre as taxas de decaimentos para determinados canais. Estes resultados experimentais estão listados nas Tabelas 4.8 e 4.9. Para se fazer um ajuste confiável é importante que se tenha dados precisos para as taxas de decaimento de cada processo. Isto não acontece para as ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$, como visto nas Tabelas 4.8 e 4.9. Há somente dados sobre razões de decaimento de alguns processos, o que não gera um bom ajuste para ajustar o modelo.

Tabela 4.10 - Taxas de decaimento (em MeV) calculadas para o $\pi_1(1400)$ utilizando os parâmetros: $\beta_q = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,7$, $\omega = 0,4$ GeV e $\beta_g = 0,403$ GeV.

$\pi_1(M)$	Modo	canal	$\Gamma(L = 0)$	$\Gamma(L = 1)$	$\Gamma(L = 2)$
$\pi_1(1400)$	QE	$\eta\pi^0$	–	9,664	–
$\pi_1(1400)$	QE	$\eta\pi^-$	–	9,638	–
$\pi_1(1400)$	QE	$\eta'\pi$	–	3,008	–
$\Gamma(total)$			–	22,311	–

Tabela 4.11 - Taxas de decaimento (em MeV) calculadas para o $\pi_1(1600)$ utilizando os parâmetros: $\beta_q = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,7$, $\omega = 0,4$ GeV e $\beta_g = 0,403$ GeV.

$\pi_1(M)$	Modo	canal	$\Gamma(L = 0)$	$\Gamma(L = 1)$	$\Gamma(L = 2)$
$\pi_1(1600)$	QE	$\rho^0\pi^-$	–	33,991	–
$\pi_1(1600)$	QE	$\eta'\pi^-$	–	7,960	–
$\pi_1(1600)$	GE	$b_1\pi$	193,714	145,285	348,685
$\pi_1(1600)$	GE	$f_1\pi$	40,344	30,258	2,017
$\Gamma(total)$			234,058	217,496	350,702

A etapa seguinte consiste na escolha adequada para os parâmetros da teoria. Nesta escolha, alguns parâmetros ficam restritos à alguns valores específicos, como por exemplo, a largura da função de onda gaussiana do setor de quarks para mésons leves β_i se encontra situado numa faixa de 0,35 a 0,4 GeV [47]. Outro parâmetro que podemos restringir é a constante de acoplamento da interação forte α_s que é tomada aproximadamente igual a 0.7. Um dos parâmetros pouco estudados na literatura e portanto será considerado livre em nosso modelo é o ω e β_g . Estes correspondem a energia e a largura da gaussiana referente ao constituinte gluônico das ressonâncias $\pi_1(M)$.

Os resultados obtidos para o $\pi_1(1600)$ de canais que decaem a partir do modo GE foram ajustados utilizando os valores para $L = 1$. Dessa maneira, tanto para esta ressonância quanto para o $\pi_1(1400)$ obtivemos, após a variação dos parâmetros, o melhor ajuste para os seguinte valores: $\beta_q = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,7$ e $\beta_g = 0,403$ GeV, mostrado nas Tabelas 4.10 e 4.11.

Analisando os resultados obtidos na Tabela 4.11 podemos ver que para $L = 1$ a largura total do $\pi_1(1600)$ ficou dentro da faixa experimental. A razão $\Gamma_{f_1(1285)\pi}/\Gamma_{\eta'(958)\pi^-}$ obtida no modelo foi 3,80. Como podemos observar na Tabela 4.9 este valor está dentro do faixa experimental.

Os resultados concedidos ao $\pi_1(1400)$ são exibidos na Tabela 4.10. A razão $\Gamma_{\eta'\pi}/\Gamma_{\eta\pi^0}$ obtida no modelo foi aproximadamente 0,3. Este valor se encontra dentro da expectativa

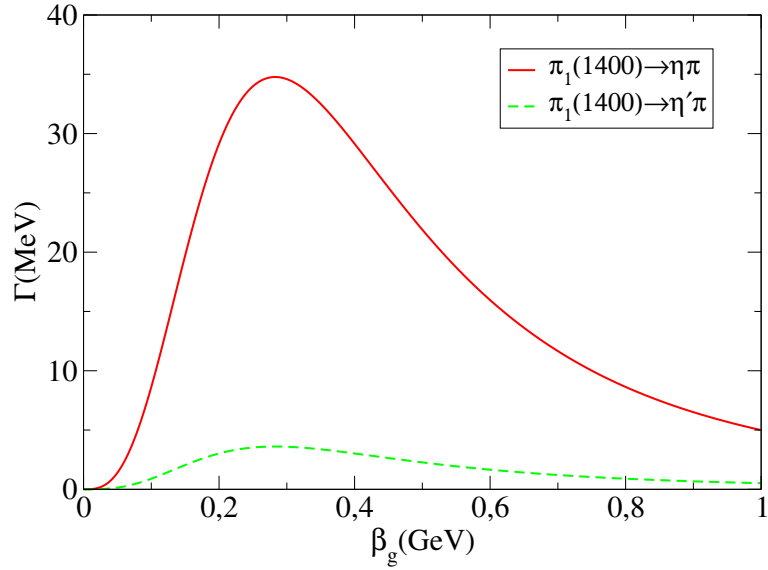


Figura 4.1 - Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1400)$ a partir do modo QE em função de β_g .

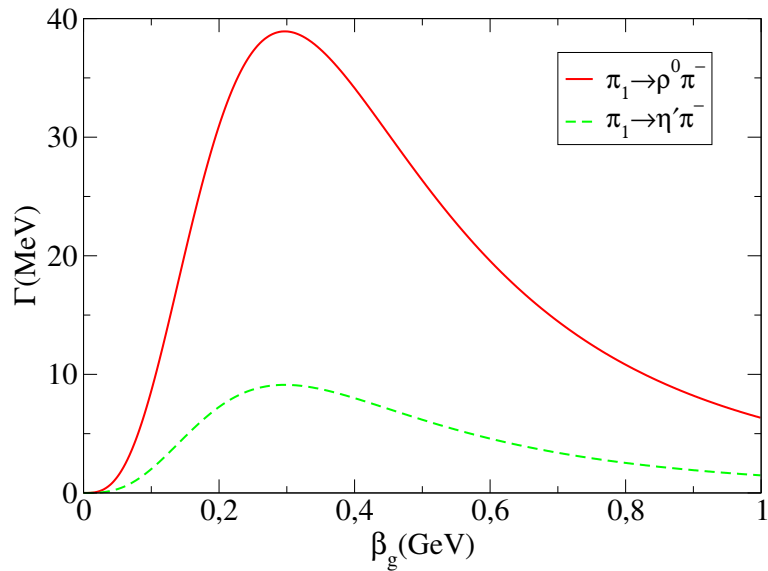


Figura 4.2 - Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo QE em função de β_g .

experimental conferido na Tabela 4.8, onde mostra que essa razão deva ser menor que 0,8. Entretanto a taxa total de decaimento se mostrou bem abaixo do valor obtido experimentalmente. Em parte, esta discrepância se deve a falta de dados experimentais mais precisos para estas ressonâncias, ou seja, podem haver outros modos de decaimento que não consideramos aqui. Pois a nossa escolha dos canais de decaimento para a ressonância $\pi_1(1400)$ se restringiu aos canais vistos experimentalmente. Todavia a carência de dados experimentais para este setor pressupõe que podem haver outros canais para esta ressonância, ainda não identificados experimentalmente. O que implica neste valor

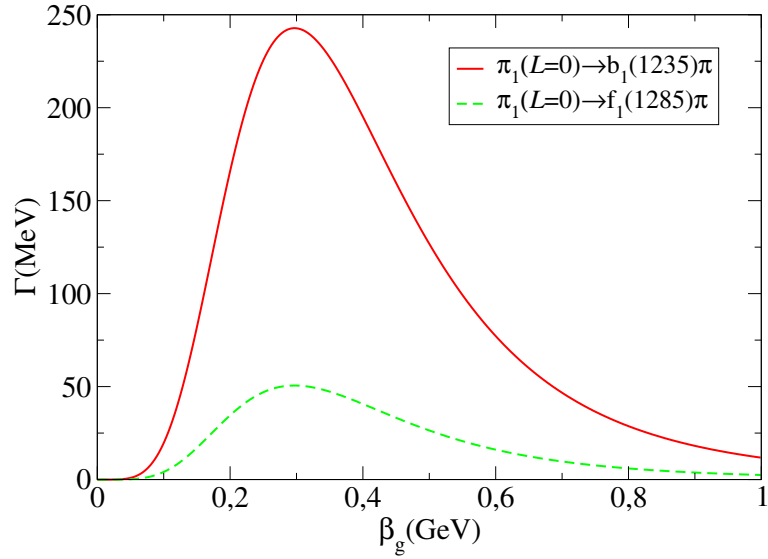


Figura 4.3 - Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 0$ em função de β_g .

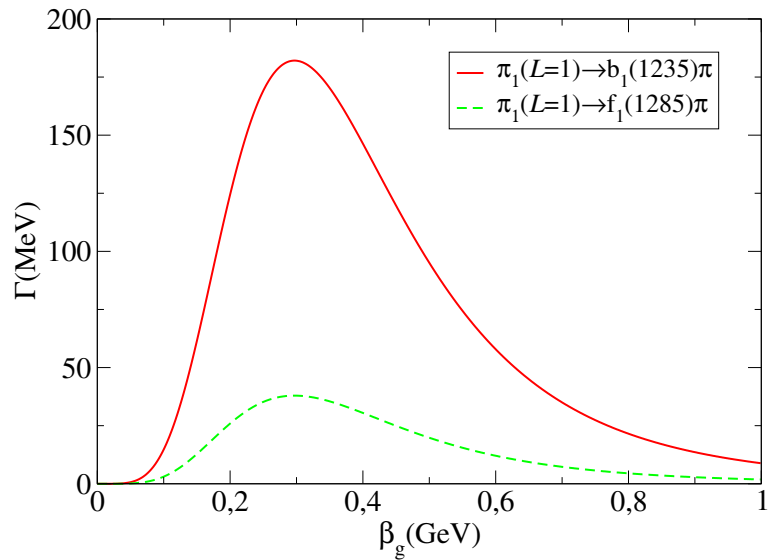


Figura 4.4 - Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 1$ em função de β_g .

da largura total bem abaixo do esperado.

As Figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 mostram as taxas de decaimento como uma função de β_g para as ressonâncias $\pi_1(M)$ decaindo em diferentes canais. Nas Figuras 4.1 e 4.2 mostramos os gráficos para os canais de decaimento a partir do modo QE. Estes gráficos retratam a predominância do canal $\eta\pi$ para o $\pi_1(1400)$ e o canal $\rho^0\pi^-$ para o $\pi_1(1600)$. As Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 correspondem aos gráficos da ressonância $\pi_1(1600)$ para aos

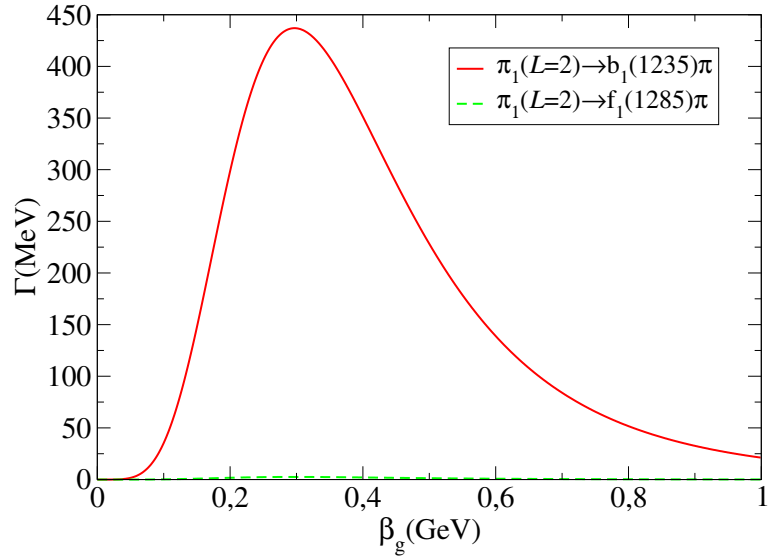


Figura 4.5 - Representação das taxas de decaimento do $\pi_1(1600)$ a partir do modo GE para $L = 2$ em função de β_g .

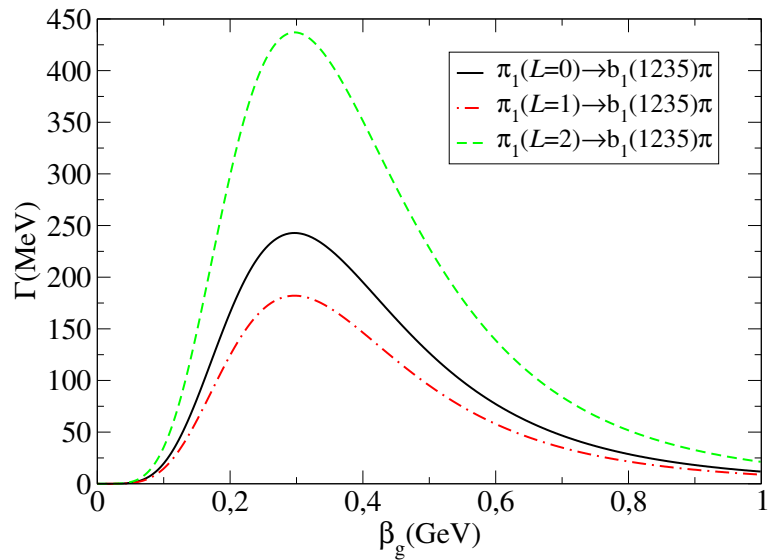


Figura 4.6 - Representação das taxas do decaimento $\pi_1(1600) \rightarrow b_1(1235) + \pi$ a partir do modo GE para diferentes L em função de β_g .

canais de decaimento a partir do modo GE para $L = 0$, $L = 1$ e $L = 2$ respectivamente. Constatamos a dominância do canal $b_1(1235)\pi$ para todas as possibilidades de L .

Por fim, as Figuras 4.6 e 4.7 mostram a diferença entre as taxas de decaimento para diferentes L no modo GE, para os processos $\pi_1(1600) \rightarrow b_1(1235)\pi$ e $\pi_1(1600) \rightarrow f_1(1285)\pi$ respectivamente. Ao analisarmos os gráficos, observamos um comportamento distinto para as taxas de decaimento de acordo com L , ou seja, para o canal $b_1(1235)\pi$ a magnitude

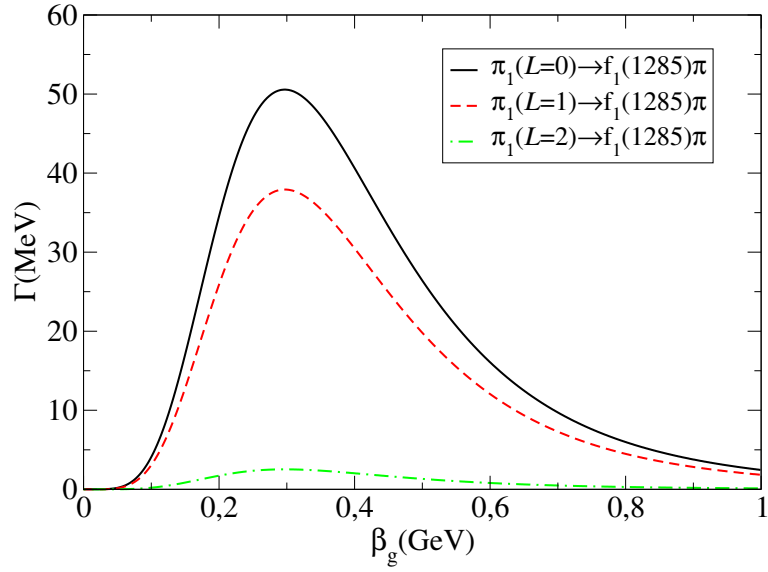


Figura 4.7 - Representação das taxas do decaimento $\pi_1(1600) \rightarrow f_1(1285) + \pi$ a partir do modo GE para diferentes L em função de β_g .

da amplitude segue a seguinte ordem $L = 2 > L = 0 > L = 1$, enquanto para o canal $f_1(1285)\pi$ o comportamento da amplitude segue a ordem $L = 0 > L = 1 > L = 2$.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PRÓXIMOS PASSOS

Ao longo deste trabalho realizamos os cálculos para as expressões analíticas das amplitudes de decaimento de um méson híbrido em dois mésons usuais. Mostramos aqui como se deriva o potencial de interação, $V_{\mu\nu\sigma}$, que delinea tal processo a partir do modelo de glúon constituinte. Aplicamos o modelo para calcular o decaimento das ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$ que podem ser consideradas como mésons híbridos. Observamos que neste modelo o méson híbrido pode apresentar duas configurações de estados: o modo quark excitado QE e glúon excitado GE. Nossas previsões indicam que híbridos QE decaem em dois mésons de onda S e híbridos GE decaem em um méson de onda P e outro de onda S . Assim, os resultados que encontramos mostrou que o $\pi_1(1600)$ no modo GE apresenta uma predominância do canal $b_1\pi$ e no modo QE o canal $\rho^0\pi^-$ é dominante. Para o $\pi_1(1400)$ verificamos que o canal $\eta\pi$ é preferencial, mas que tanto a nossa escolha dos canais de decaimento quanto a falta de dados experimentais para esta ressonância compeliu em uma largura total abaixo do valor experimental. Nossas estimativas para o $\pi_1(1400)$ sugere que existam outros modos de decaimentos ainda não vistos experimentalmente. A detecção experimental destes canais juntamente com resultados precisos para suas taxas de decaimento é crucial para fazermos um ajuste fino no modelo, pois nossos resultados mostraram que a amplitude de decaimento é bastante sensível com relação a β_g .

O modelo de tubo de fluxo considera que mésons híbridos são estados formados por um par quark-antiquark que se move sobre uma superfície adiabática gerada por um tubo de fluxo colorido. Diferentemente de nosso modelo, não há glúons constituintes. Os graus de liberdade gluônicos são tratados como excitações singulares do tubo colorido [48]. No entanto, o estudo da referencia [48] rejeita a hipótese de que as ressonâncias $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$ sejam estados híbrido. Isto porque a largura experimental é maior para o $\pi_1(1400)$ do que para o $\pi_1(1600)$ o que pelo modelo deve ser oposto.

A partir de nossas análises concluímos que tanto o $\pi_1(1400)$ quanto o $\pi_1(1600)$ são bons candidatos a mésons híbridos, porém a ressonância $\pi_1(1400)$ fica restrita à observação experimental de outros canais a mais de decaimento.

Uma das grandes motivações para este estudo reside na construção do detector Gluex instalado no Hall D do Jlab que entrou em funcionamento no final do ano de 2014. Com o principal objetivo de pesquisar e detectar hádrons exóticos e principalmente mésons híbridos. Tais estados, se comprovados a existência, serão de grande importância para a consolidação da QCD e o modelo de quarks, pois estes prevêm a possibilidade destes estados existirem. Neste contexto, são necessários estudos teóricos para nortear os

resultados experimentais existentes e a serem obtidos. Para colaborar com este propósito, como uma análise futura, pretendemos ampliar este modelo para a representação de Fock-Tani e averiguar as correções de estado ligado e/ou correções de ortogonalidade.

A APÊNDICE A - Elemento de matriz $\langle f|H_I|i\rangle$

Partindo do Hamiltoniano

$$H_I = V_{\mu\nu\sigma} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger g_\sigma \quad (\text{A.1})$$

Vamos considerar a transição $\mathcal{H}_\gamma \rightarrow M_\alpha + M_\beta$

$$\begin{aligned} |i\rangle &= \mathcal{H}_\gamma^\dagger |0\rangle \\ |f\rangle &= M_\alpha^\dagger M_\beta^\dagger |0\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Assim temos o elemento de matriz

$$\begin{aligned} \langle f|H_I|i\rangle &= V_{\mu\nu\sigma} \langle 0| M_\alpha M_\beta q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger g_\sigma \mathcal{H}_\gamma^\dagger |0\rangle \\ &= \phi_\alpha^{\star\rho\tau} \phi_\beta^{\star\chi\xi} \phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} V_{\mu\nu\sigma} \langle 0| \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\tau q_\rho q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger g_\sigma q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger g_\eta^\dagger |0\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Vamos avaliar o elemento de matriz de A.3

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \bar{q}_\xi^\dagger q_\chi^\dagger \bar{q}_\tau^\dagger q_\rho^\dagger q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger g_\sigma q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger g_\eta^\dagger | 0 \rangle &= \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\tau q_\rho q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger g_\sigma g_\eta^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\tau q_\rho q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\tau \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle - \delta_{\sigma\eta} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\tau q_\mu^\dagger q_\rho \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle - \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\tau q_\rho^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\chi q_\mu^\dagger \bar{q}_\tau q_\rho \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\chi\kappa} \langle 0 | \bar{q}_\xi \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle - \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\kappa^\dagger q_\chi \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \langle 0 | \bar{q}_\xi \bar{q}_\nu^\dagger q_\chi \bar{q}_\tau q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \langle 0 | \bar{q}_\xi \bar{q}_\tau q_\rho \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle - \delta_{\sigma\eta} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\mu^\dagger q_\chi \bar{q}_\tau q_\rho \bar{q}_\nu^\dagger q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\chi\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\xi\nu} \langle 0 | q_\chi \bar{q}_\tau q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\tau\nu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\rho q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \langle 0 | \bar{q}_\xi \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\tau q_\rho q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\chi\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\xi\nu} \langle 0 | q_\chi q_\kappa^\dagger \bar{q}_\tau \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\rho\kappa} \langle 0 | \bar{q}_\xi \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle + \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\tau\nu} \langle 0 | \bar{q}_\xi q_\kappa^\dagger q_\rho \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\xi\nu} \langle 0 | \bar{q}_\tau q_\rho q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\chi\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\xi\nu} \delta_{\chi\kappa} \langle 0 | \bar{q}_\tau \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\rho\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\xi\nu} \delta_{\rho\kappa} \langle 0 | \bar{q}_\tau \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle - \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\xi\nu} \langle 0 | \bar{q}_\tau q_\kappa^\dagger q_\rho \bar{q}_\varepsilon^\dagger | 0 \rangle \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\chi\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} - \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\xi\nu} \delta_{\chi\kappa} \delta_{\tau\varepsilon} \\
&- \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\tau\nu} \delta_{\rho\kappa} \delta_{\xi\varepsilon} + \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\xi\nu} \delta_{\rho\kappa} \delta_{\tau\varepsilon} \\
&= \delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\chi\kappa} (\delta_{\tau\nu} \delta_{\xi\varepsilon} - \delta_{\xi\nu} \delta_{\tau\varepsilon}) \\
&+ \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\rho\kappa} (\delta_{\xi\nu} \delta_{\tau\varepsilon} - \delta_{\tau\nu} \delta_{\xi\varepsilon})
\end{aligned} \tag{A.4}$$

ou seja

$$\begin{aligned}
\langle f | H_{FT} | i \rangle &= \phi_\alpha^{*\rho\tau} \phi_\beta^{*\chi\xi} \phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} V_{\mu\nu\sigma} [\delta_{\sigma\eta} \delta_{\rho\mu} \delta_{\chi\kappa} (\delta_{\tau\nu} \delta_{\xi\varepsilon} - \delta_{\xi\nu} \delta_{\tau\varepsilon}) + \delta_{\sigma\eta} \delta_{\chi\mu} \delta_{\rho\kappa} (\delta_{\xi\nu} \delta_{\tau\varepsilon} - \delta_{\tau\nu} \delta_{\xi\varepsilon})] \\
&= \phi_\alpha^{*\mu\nu} \phi_\beta^{*\chi\xi} \phi_\gamma^{\chi\xi\sigma} V_{\mu\nu\sigma} + \phi_\alpha^{*\rho\tau} \phi_\beta^{*\mu\nu} \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} \\
&- \phi_\alpha^{*\mu\tau} \phi_\beta^{*\chi\nu} \phi_\gamma^{\chi\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} - \phi_\alpha^{*\rho\nu} \phi_\beta^{*\mu\xi} \phi_\gamma^{\rho\xi\sigma} V_{\mu\nu\sigma}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

ou ainda, trocando os índices de quarks temos

$$\begin{aligned}
 \langle f | H_{FT} | i \rangle &= (\phi_\alpha^{*\mu\nu} \phi_\beta^{*\rho\tau} + \phi_\alpha^{*\rho\tau} \phi_\beta^{*\mu\nu}) \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma} \\
 &- (\phi_\alpha^{*\mu\tau} \phi_\beta^{*\rho\nu} + \phi_\alpha^{*\rho\nu} \phi_\beta^{*\mu\tau}) \phi_\gamma^{\rho\tau\sigma} V_{\mu\nu\sigma}
 \end{aligned}
 \tag{A.6}$$

B APÊNDICE B - Função de onda do méson híbrido

Em segunda quantização, temos o operador de criação de um méson híbrido definido por

$$|\gamma\rangle = \mathcal{M}_\gamma^\dagger |0\rangle = \Phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} q_\kappa^\dagger \bar{q}_\varepsilon^\dagger g_\eta^\dagger |0\rangle \quad (\text{B.1})$$

e a de um méson usual por

$$|M_\alpha\rangle = \Phi_\alpha^{\rho\tau} q_\rho^\dagger \bar{q}_\tau^\dagger |0\rangle \quad (\text{B.2})$$

onde $\Phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta}$ e $\Phi_\alpha^{\rho\tau}$ é a função de onda do méson híbrido e do méson usual respectivamente, normalizada na forma

$$\langle\beta|\gamma\rangle = \Phi_\beta^{*\kappa\varepsilon\eta} \Phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} = \delta_{\beta\gamma}. \quad (\text{B.3})$$

e

$$\langle\xi|\alpha\rangle = \Phi_\xi^{*\rho\tau} \Phi_\alpha^{\rho\tau} = \delta_{\xi\alpha}. \quad (\text{B.4})$$

Considerando os graus de liberdade spin, sabor, cor e espaço, a função de onda do méson híbrido pode ser escrita na forma

$$\Phi_\gamma^{\kappa\varepsilon\eta} = \chi_{S_\gamma}^{S_1 S_2 S_3} f_{f_1 f_2} C^{C_1 C_2 C_3} \phi_{nl}^{\vec{P}_\gamma - \vec{P}_1 - \vec{P}_2 - \vec{P}_3} \quad (\text{B.5})$$

e de forma análoga para o méson usual

$$\Phi_\alpha^{\rho\tau} = \chi_{S_\alpha}^{S_1 S_2} f_{f_\alpha} C^{C_1 C_2} \phi_{nl}^{\vec{P}_\alpha - \vec{P}_1 - \vec{P}_2} \quad (\text{B.6})$$

A função de onda de cor para um méson usual será

$$C^{C_1 C_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \delta^{C_1 C_2} \quad (\text{B.7})$$

enquanto que, a função de onda de cor do híbrido é dada em termos da matriz de acoplamento λ^a , normalizada na forma

$$C^{C_1 C_2 C_3} = \frac{\lambda_{C_1 C_2}^{C_3}}{4} \quad (\text{B.8})$$

As funções de onda de spin de um méson, $\chi_{S_\alpha}^{S_1 S_2}$, são dadas pelo coeficiente de Clebsch-

Gordan correspondente aos estados de spin do méson, onde S_1 e S_2 são as projeções de spin do quark e do antiquark ($s = 1 \rightarrow \uparrow \equiv +\frac{1}{2}$ e $s = 2 \rightarrow \downarrow \equiv -\frac{1}{2}$). O índice S_α é um índice que denota o méson específico. Desta forma se estivermos calculando, por exemplo, o decaimento $\pi_1 \rightarrow \eta + \pi$

$$\begin{aligned}
 S_\alpha &= 1 \rightarrow \pi_1 \\
 S_\alpha &= 2 \rightarrow \eta \\
 S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi
 \end{aligned}
 \tag{B.9}$$

Os outros processos a serem estudados nesta dissertação serão

$\pi_1 \rightarrow \eta' + \pi$:

$$\begin{aligned}
 S_\alpha &= 1 \rightarrow \pi_1 \\
 S_\alpha &= 2 \rightarrow \eta \\
 S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi
 \end{aligned}
 \tag{B.10}$$

$\pi_1 \rightarrow b_1 + \pi$:

$$\begin{aligned}
 S_\alpha &= 1 \rightarrow \pi_1 \\
 S_\alpha &= 2 \rightarrow b_1 \\
 S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi
 \end{aligned}
 \tag{B.11}$$

$\pi_1 \rightarrow \rho + \pi$

$$\begin{aligned}
 S_\alpha &= 1 \rightarrow \pi_1 \\
 S_\alpha &= 2 \rightarrow \rho \\
 S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi
 \end{aligned}
 \tag{B.12}$$

$\pi_1 \rightarrow f_1 + \pi$

$$\begin{aligned}
 S_\alpha &= 1 \rightarrow \pi_1 \\
 S_\alpha &= 2 \rightarrow f_1 \\
 S_\alpha &= 3 \rightarrow \pi
 \end{aligned}
 \tag{B.13}$$

O estado de singlete de spin ($S = 0; S_z = 0$) é dado por:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (\text{B.14})$$

Assim,

$$\chi_{S_\alpha}^{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \chi_{S_\alpha}^{21} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{B.15})$$

O estado de tripleto de spin ($S = 1; S_z = 1, 0, -1$) são representados por

$$\begin{aligned} &|\uparrow\uparrow\rangle \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ &|\downarrow\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Desta forma

$$\begin{aligned} \chi_{S_\alpha}^{11} &= 1 \\ \chi_{S_\alpha}^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \chi_{S_\alpha}^{21} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \chi_{S_\alpha}^{22} &= 1. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Explicitamente as funções de onda de spin para os processos que estudaremos são

$S = 1$

$$\pi_1(\text{GE}), f_1, \rho \rightarrow \begin{cases} |\uparrow\bar{\uparrow}\rangle & ; \quad S_z = +1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle + |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle) & ; \quad S_z = 0 \\ |\downarrow\bar{\downarrow}\rangle & ; \quad S_z = -1 \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

e

$S = 0$

$$\pi_1(\text{QE}), \eta, \eta', \pi, b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle - |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle). \quad (\text{B.19})$$

A função de onda de sabor $f_{f_\gamma}^{f_\mu f_\nu}$ segue a mesma lógica que a de spin ($f_\mu = 1 \rightarrow u$, $f_\mu = 2 \rightarrow d$ e $f_\mu = 3 \rightarrow s$). Considerando os estados físicos contidos na equação (4.1), temos como componente de sabor:

$I = 1$

$$\pi_1, \pi, b_1 \rightarrow \begin{cases} -|\bar{d}u\rangle & ; I_z = +1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) & ; I_z = 0 \\ |d\bar{u}\rangle & ; I_z = -1 \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

com valores para $f_{f_\gamma}^{f_\mu f_\nu}$

$$\begin{aligned} f_{f_\gamma}^{f_1 f_2} &= -1 & ; I_z &= +1 \\ f_{f_\gamma}^{f_1 f_1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} = -f_{f_\gamma}^{f_2 f_2} & ; I_z &= 0 \\ f_{f_\gamma}^{f_1 f_2} &= 1 & ; I_z &= -1 \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$I = 0$

$$\begin{aligned} \eta &\rightarrow c_1^\eta |n\bar{n}\rangle + c_2^\eta |s\bar{s}\rangle \\ \eta' &\rightarrow c_1^{\eta'} |n\bar{n}\rangle + c_2^{\eta'} |s\bar{s}\rangle \\ f_1 &\rightarrow c_1^{f_1} |n\bar{n}\rangle + c_2^{f_1} |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

com

$$f_{f_\gamma}^{f_1 f_2} = f_{f_\gamma}^{f_1 f_3} = f_{f_\gamma}^{f_2 f_1} = f_{f_\gamma}^{f_2 f_3} = f_{f_\gamma}^{f_3 f_1} = f_{f_\gamma}^{f_3 f_2} = 0 \quad (\text{B.23})$$

e

$$f_{f_\gamma}^{f_1 f_1} = f_{f_\gamma}^{f_2 f_2} = c_1^i, \quad f_{f_\gamma}^{f_3 f_3} = c_2^i \quad (\text{B.24})$$

onde c_j^i representa os coeficientes $c_1^\eta, c_2^\eta, c_1^{\eta'}, c_2^{\eta'}, c_1^{f_1}$ e $c_2^{f_1}$ que serão fixados no momento do cálculo numérico.

A parte espacial da função de onda é do tipo oscilador harmônico

$$\phi_{nl}^{\vec{P}_\alpha - \vec{P}_1 - \vec{P}_2} = \delta(\vec{P}_\alpha - \vec{P}_1 - \vec{P}_2) \phi_{nl}(\vec{P}_1, \vec{P}_2) \quad (\text{B.25})$$

onde $\phi_{nl}(\vec{P}_i, \vec{P}_j)$ é dada por

$$\begin{aligned} \phi_{nl}(\vec{P}_i, \vec{P}_j) &= \left(\frac{1}{2\beta}\right)^l N_{nl} |\vec{p}_i - \vec{p}_j|^l \exp\left[-\frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{8\beta^2}\right] \\ &\times \mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}\left[\frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{4\beta^2}\right] Y_{lm}(\Omega_{\vec{p}_i - \vec{p}_j}) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

a constante de normalização N_{nl} depende dos números quânticos radiais e orbitais n e l ,

$$N_{nl} = \left[\frac{2(n!)}{\beta^3 \Gamma(n+l+3/2)}\right]. \quad (\text{B.27})$$

Os polinômios de Laguerre são dados por

$$\mathcal{L}^{l+\frac{1}{2}}(p) = \sum_{k=0}^n \frac{(-)^k \Gamma(n+l+3/2)^{(n-k)!}}{k! \Gamma(k+l+3/2)} p^k \quad (\text{B.28})$$

Os mésons que serão estudados são mésons leves não estranhos com $L_{q\bar{q}} = 0$ e $L_{q\bar{q}} = 1$. Desta forma

$L_{q\bar{q}=0}$

$$\varphi(\vec{p}) \equiv \phi_{00}(\vec{p}) = \frac{1}{\pi^{3/4} \beta^{3/2}} \exp\left[-\frac{p^2}{8\beta^2}\right] \quad (\text{B.29})$$

$L_{q\bar{q}} = 1$

$$\phi_{1m}(\vec{p}) = \phi(\vec{p}) Y_{1m}(\Omega_{\vec{p}}) \quad (\text{B.30})$$

onde

$$\phi(\vec{p}) = \left[\frac{2}{3\sqrt{\pi}\beta^5}\right]^{\frac{1}{2}} \vec{p} \exp\left[-\frac{p^2}{8\beta^2}\right] \quad (\text{B.31})$$

C APÊNDICE C - Parte de spin do potencial $V_{\mu\nu\sigma}$

Neste apêndice iremos mostrar o cálculo da parte de spin do potencial $V_{\mu\nu\sigma}$ utilizado no decorrer deste trabalho. As matrizes de Puli são dadas por

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Os espinores são definidos

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \chi_2^c = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

A parte de spin do potencial é dada por

$$\sum_{s,s'} \chi_{s'}^* \vec{\sigma} \chi_s^c \quad (\text{C.3})$$

e para isto sabemos que

$$\vec{\sigma} = \sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}$$

De posse dessas duas relações, temos que

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'} \chi_{s'}^* \vec{\sigma} \chi_s^c &= \chi_1^* \vec{\sigma} \chi_1^c + \chi_1^* \vec{\sigma} \chi_2^c + \chi_2^* \vec{\sigma} \chi_1^c + \chi_2^* \vec{\sigma} \chi_2^c \\ &= \chi_1^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c + \chi_1^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c \\ &+ \chi_2^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c + \chi_2^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Calculando termo a termo, temos: *O primeiro termo $\chi_1^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c$ é dado por

$$\begin{aligned} \chi_1^* (\sigma^1) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^2) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= -i
\end{aligned} \tag{C.6}$$

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^3) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.7}$$

Assim

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c &= 1 \hat{i} - i \hat{j} + 0 \hat{k} \\
&= \hat{i} - i \hat{j}
\end{aligned} \tag{C.8}$$

O segundo termo $\chi_1^ (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c$ é dado por

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^1) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.9}$$

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^2) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^3) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= -1
\end{aligned} \tag{C.11}$$

Assim,

$$\begin{aligned}
\chi_1^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c &= 0 \hat{i} + 0 \hat{j} + 1 \hat{k} \\
&= -\hat{k}
\end{aligned} \tag{C.12}$$

O terceiro termo $\chi_2^ (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c$ é dado por

$$\begin{aligned}
\chi_2^* (\sigma^1) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.13}$$

$$\begin{aligned}
\chi_2^* (\sigma^2) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.14}$$

$$\begin{aligned}
\chi_2^* (\sigma^3) \chi_1^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
&= -1
\end{aligned} \tag{C.15}$$

Logo

$$\begin{aligned}\chi_2^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_1^c &= 0 \hat{i} + 0 \hat{j} - 1 \hat{k} \\ &= -\hat{k}\end{aligned}\tag{C.16}$$

E por fim, o quarto termo $\chi_2^ (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c$ é dado por

$$\begin{aligned}\chi_2^* (\sigma^1) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= -1\end{aligned}\tag{C.17}$$

$$\begin{aligned}\chi_2^* (\sigma^2) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix} \\ &= -i\end{aligned}\tag{C.18}$$

$$\begin{aligned}\chi_2^* (\sigma^3) \chi_2^c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= 0\end{aligned}\tag{C.19}$$

Assim

$$\begin{aligned}\chi_2^* (\sigma^1 \hat{i} + \sigma^2 \hat{j} + \sigma^3 \hat{k}) \chi_2^c &= 1 \hat{i} + i \hat{j} + 0 \hat{k} \\ &= -\hat{i} - i \hat{j}\end{aligned}\tag{C.20}$$

e finalmente, levando as equações C.8, C.12, C.16 e C.20 em C.4 obtemos

$$\sum_{s,s'} \chi_{s'}^* \vec{\sigma} \chi_s^c = -2(\hat{k} + i \hat{j})\tag{C.21}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. 19
- [2] HASENFRATZ, P.; HORGAN, R.; KUTI, J.; RICHARD, J. The effects of coloured glue in the qcd motivated bag of heavy quark-antiquark systems. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 95, n. 2, p. 299–305, 1980. 23
- [3] DIEKMANN, B. Spectroscopy of mesons containing light quarks (u, d, s) or gluons. **Physics Reports**, Elsevier, v. 159, n. 3, p. 99–199, 1988. 23
- [4] ISHIDA, S.; SAWAZAKI, H.; ODA, M.; YAMADA, K. Decay properties of hybrid mesons with a massive constituent gluon and search for their candidates. **Physical Review D**, APS, v. 47, n. 1, p. 179, 1993. 23
- [5] CHETYRKIN, K.; NARISON, S. Light hybrid mesons in qcd. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 485, n. 1-3, p. 145–150, 2000. 23
- [6] GUTSCHE, T.; DOVER, C. B.; FAESSLER, A. Production of qqg hybrid mesons in nn annihilation. **Nuclear Physics A**, Elsevier, v. 558, p. 63–72, 1993. 15, 23, 24
- [7] HEDDITCH, J.; LASSCOCK, B.; LEINWEBER, D.; WILLIAMS, A.; ZANOTTI, J. Flic mesons: hybrids and exotics. **Nuclear Physics B-Proceedings Supplements**, Elsevier, v. 141, p. 43–46, 2005. 23
- [8] TANIMOTO, M. Decay patterns of qqg hybrid mesons. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 116, n. 2-3, p. 198–202, 1982. 23
- [9] DAVIES, C. T.; TYE, S.-H. Neutral b-meson decay and the search for hybrid mesons. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 154, n. 4, p. 332–337, 1985. 15, 23, 24
- [10] BROWDER, T. E.; HONSCHIED, K. B mesons. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Elsevier, v. 35, p. 81–219, 1995. 23
- [11] CREDE, V.; MEYER, C. The experimental status of glueballs. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Elsevier, v. 63, n. 1, p. 74–116, 2009. 15, 25
- [12] MEYER, C. A.; HAARLEM, Y. V. Status of exotic-quantum-number mesons. **Physical Review C**, APS, v. 82, n. 2, p. 025208, 2010. 15, 17, 26, 27, 28, 38, 39
- [13] AMSLER, C.; DEGRAND, T.; KRUSCHE, B. Quark model. 2008. 27

- [14] ADLER, S. Axial-vector vertex n spinor electrodynamics. **Physical Review**, v. 177, n. 5, p. 2426–2438, 1969. 29
- [15] BELL J.; JACKIW, R. A pcac puzzle: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ in the σ -model. **Nuovo. Cim. A**, v. 60, n. 1, p. 47–61, 1969. 29
- [16] WILSON, K. G. Confinement of quarks. **Physical Review D**, APS, v. 10, n. 8, p. 2445, 1974. 30
- [17] OLSEN, S. L.; SKWARNICKI, T.; ZIEMINSKA, D. Non-standard heavy mesons and baryons, an experimental review. **arXiv preprint arXiv:1708.04012**, 2017. 30
- [18] WITTIG, H. Lattice gauge theory. **arXiv preprint hep-ph/9911400**, 1999. 30
- [19] LEBED, R. F.; MITCHELL, R. E.; SWANSON, E. S. Heavy-quark qcd exotica. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Elsevier, v. 93, p. 143–194, 2017. 17, 31, 32
- [20] BERNARD, C.; HETRICK, J. E.; DEGRAND, T. A.; WINGATE, M.; DETAR, C.; MCNEILE, C.; GOTTLIEB, S.; HELLER, U. M.; RUMMUKAINEN, K.; SUGAR, B. et al. Exotic mesons in quenched lattice qcd. **Physical Review D**, APS, v. 56, n. 11, p. 7039, 1997. 31
- [21] LIU, L.; MOIR, G.; PEARDON, M.; RYAN, S. M.; THOMAS, C. E.; VILASECA, P.; DUDEK, J. J.; EDWARDS, R. G.; JOÓ, B.; RICHARDS, D. G. et al. Excited and exotic charmonium spectroscopy from lattice qcd. **Journal of High Energy Physics**, Springer, v. 2012, n. 7, p. 126, 2012. 15, 17, 31, 32
- [22] CHEN, W.; HO, J.; STEELE, T.; KLEIV, R.; BULTHUIS, B.; HARNETT, D.; RICHARDS, T.; ZHU, S.-L. Exotic hadron states. In: **WORLD SCIENTIFIC. PARTICLE AND ASTROPARTICLE PHYSICS, GRAVITATION AND COSMOLOGY: PREDICTIONS, OBSERVATIONS AND NEW PROJECTS: Proceedings of XXXth International Workshop on High Energy Physics**. [S.l.], 2015. p. 137–143. 17, 32, 33
- [23] MCNEILE, C.; MICHAEL, C.; PENNANEN, P. Hybrid meson decay from the lattice. **Physical Review D**, APS, v. 65, n. 9, p. 094505, 2002. 33
- [24] DUDEK, J. J.; EDWARDS, R. G.; THOMAS, C. E. Exotic and excited-state radiative transitions in charmonium from lattice qcd. **Physical Review D**, APS, v. 79, n. 9, p. 094504, 2009. 33

- [25] LACOCK, P.; MICHAEL, C.; BOYLE, P.; ROWLAND, P. Hybrid mesons from quenched qcd. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 401, n. 3-4, p. 308–312, 1997. 34
- [26] HEDDITCH, J. N.; KAMLEH, W.; LASSCOCK, B. G.; LEINWEBER, D.; WILLIAMS, A.; ZANOTTI, J. 1^{-+} exotic meson at light quark masses. **Physical Review D**, APS, v. 72, n. 11, p. 114507, 2005. 34
- [27] MCNEILE, C.; MICHAEL, C. Decay width of light quark hybrid meson from the lattice. **Physical Review D**, APS, v. 73, n. 7, p. 074506, 2006. 34
- [28] HUANG, Z.-R.; JIN, H.-Y.; STEELE, T. G.; ZHANG, Z.-F. The Mass and Decay Properties of the 1^{-+} Light Hybrid Meson. In: **20th High-Energy Physics International Conference in Quantum Chromodynamics (QCD 17) Montpellier, France, July 3-7, 2017**. [S.l.: s.n.], 2017. 17, 34, 35
- [29] HO, J.; HARNETT, D.; STEELE, T. Masses of open-flavour heavy-light hybrids from qcd sum-rules. **Journal of High Energy Physics**, Springer, v. 2017, n. 5, p. 149, 2017. 15, 17, 35, 36
- [30] CHODOS, A.; JAFFE, R.; JOHNSON, K.; THORN, C. B.; WEISSKOPF, V. New extended model of hadrons. **Physical Review D**, APS, v. 9, n. 12, p. 3471, 1974. 36
- [31] BARNES, T. Coloured quark and gluon constituents in the mit bag model: A model of mesons. **Nuclear Physics B**, Elsevier, v. 158, n. 1, p. 171–188, 1979. 36
- [32] FLENSBURG, M.; PETERSON, C.; SKÖLD, L. Applications of an improved bag model. **Zeitschrift für Physik C Particles and Fields**, Springer, v. 22, n. 3, p. 293–300, 1984. 36
- [33] ISGUR, N. N. isgur and j. paton, phys. rev. d 31, 2910 (1985). **Phys. Rev. D**, v. 31, p. 2910, 1985. 37
- [34] KOKOSKI, R.; ISGUR, N. Meson decays by flux-tube breaking. **Physical Review D**, APS, v. 35, n. 3, p. 907, 1987. 37
- [35] HORN, D. D. horn and j. mandula, phys. rev. d 17, 898 (1978). **Phys. Rev. D**, v. 17, p. 898, 1978. 37
- [36] ISHIDA, S.; SAWAZAKI, H.; ODA, M.; YAMADA, K. Decay properties of hybrid mesons with a massive constituent gluon and search for their candidates. **Phys. Rev.**, D47, p. 179–198, 1993. 37
- [37] SWANSON, E. S.; SZCZEPANIAK, A. P. Heavy hybrids with constituent gluons. **Physical Review D**, APS, v. 59, n. 1, p. 014035, 1998. 38

- [38] MEYER, C. A.; SWANSON, E. Hybrid mesons. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Elsevier, v. 82, p. 21–58, 2015. 38, 39
- [39] STEVENS, J.; BARBOSA, F.; BESSUILLE, J.; CHUDAKOV, E.; DZHYGADLO, R.; FANELLI, C.; FRYE, J.; HARDIN, J.; KELSEY, J.; PATSYUK, M. et al. The gluex dire project. **Journal of Instrumentation**, IOP Publishing, v. 11, n. 07, p. C07010, 2016. 40
- [40] COLLABORATION, G.; GHOUL, H. A.; ANASSONTZIS, E.; BARBOSA, F.; BARNES, A.; BEATTIE, T.; BENNETT, D.; BERDNIKOV, V.; BLACK, T.; BOEGLIN, W. et al. First results from the gluex experiment. In: AIP PUBLISHING. **AIP Conference Proceedings**. [S.l.], 2016. v. 1735, n. 1, p. 020001. 15, 40
- [41] GEIGER, P.; SWANSON, E. S. Distinguishing among strong decay models. **Physical Review D**, APS, v. 50, n. 11, p. 6855, 1994. 43
- [42] IDDIR, F.; SEMLALA, L. Hybrid states from constituent glue model. **International Journal of Modern Physics A**, World Scientific, v. 23, n. 32, p. 5229–5250, 2008. 43
- [43] IDDIR, F.; YAOUANC, A. L.; OLIVER, L.; PENE, O.; RAYNAL, J.; ONO, S. qqg hybrid and qqqq diquonium interpretation of the gams 1-+ resonance. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 205, n. 4, p. 564–568, 1988. 43
- [44] IDDIR, F.; SAFIR, A. S. The Decay of the observed $J^{*}PC = 1^{-+} (1400)$ and $J^{*}PC = 1^{-+} (1600)$ hybrid candidates. **Phys. Lett.**, B507, p. 183–192, 2001. 44
- [45] TANABASHI, M. Particle data group. **Phys. Rev. D**, v. 98, n. 030001, 2018. 17, 18, 59, 63
- [46] IDDIR, F.; SAFIR, A. The decay of the observed $jpc = 1^{-+}(1400)$ and $jpc = 1^{-+}(1600)$ hybrid candidates. **Physics Letters B**, Elsevier, v. 507, p. 183–192, 2001. 17, 59
- [47] ACKLEH, E.; BARNES, T.; SWANSON, E. On the mechanism of open-flavor strong decays. **Physical Review D**, APS, v. 54, n. 11, p. 6811, 1996. 64
- [48] DONNACHIE, A.; PAGE, P. R. Interpretation of experimental jpc exotic signals. **Physical Review D**, APS, v. 58, n. 11, p. 114012, 1998. 69