

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Dissertação

**Título: Simulações PIC de Plasmas com Funções de  
Distribuição de Velocidades do Tipo Kappa**

**Andrew Welvis Silva de Oliveira**

Pelotas, 2018



**Andrew Welvis Silva de Oliveira**

**Simulações PIC de Plasmas com Funções de Distribuição de  
Velocidades do Tipo Kappa**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Fernando Jaques Ruiz Simões Junior

Pelotas, 2018



**Andrew Welvis Silva de Oliveira**

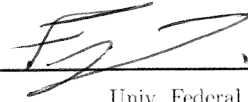
Título: Simulações PIC de Plasmas com Funções de Distribuição de Velocidades do Tipo Kappa

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 19 de fevereiro de 2018

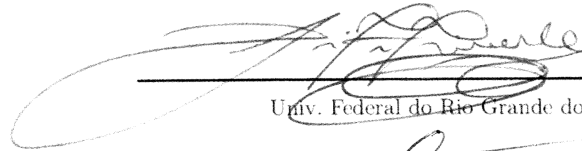
Banca examinadora:

Fernando Jaques Ruiz Simões Junior (Orientador)



Univ. Federal de Pelotas

Luiz Fernando Ziebell



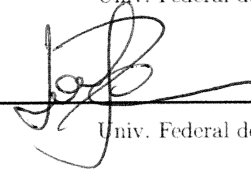
Univ. Federal do Rio Grande do Sul

Alexandre Diehl



Univ. Federal de Pelotas

Joel Pavan



Univ. Federal de Pelotas



*À minha mãe ...*





## AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais por sempre acreditarem na importância do estudo e por me ajudar sempre que preciso.

Ao meu orientador, professor Dr. Fernando Jaques Ruiz Simões Junior, por esclarecer minhas dúvidas sempre que o procurava.

Aos professores Adan, Israel, Gabriel e Samuel pelo incentivo e apoio para a continuação dos estudos.

À Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo auxílio financeiro por meio da bolsa de Mestrado.

Ao Curso de Pós-Graduação em Física pela oportunidade de estudo e utilização de suas instalações que possibilitou a realização deste trabalho.

Aos meus amigos pelos momentos de descontração durante esse tempo longe da família.



## RESUMO

OLIVEIRA, Andrew Welvis Silva, **Simulações PIC de Plasmas com Funções de Distribuição de Velocidades do Tipo Kappa** 2018, 96p. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

Observações *in situ* do plasma do meio interplanetário indicam a presença de partículas que apresentam funções de distribuição de velocidades com caudas não térmicas e frequentes anisotropias, que não são descritas corretamente por funções de distribuição Maxwelliana ou bi-Maxwelliana. Tais fatores não térmicos são usualmente descritos por distribuições que apresentam uma lei de potência em suas caudas, representadas pela família de funções de distribuição de velocidade do tipo Kappa. Em geral, as funções de distribuição Kappa são utilizadas de forma empírica para a realização de ajustes de dados observacionais. Basicamente, grande parte da teoria de propagação de ondas em plasmas foi desenvolvida utilizando funções de distribuição de velocidades Maxwelliana, a descrição do plasma por uma função de distribuição diferente pode modificar os modos normais de propagação no plasma. Neste trabalho, utilizamos um método de simulação que utiliza a técnica de partícula na célula - PIC, relativístico para investigar os modos normais de propagação em plasmas cujas populações de elétrons são descritas por funções Kappa isotrópicas e anisotrópicas. Modificamos o código para incluir como função de distribuição de velocidades inicial as funções Kappa, tal como os efeitos relativísticos. Realizamos simulações para plasmas não magnetizados, em que as velocidades das partículas seguem as formas de funções Kappa isotrópicas e anisotrópicas amplamente utilizadas em plasmas espaciais para estudos de instabilidades. Os resultados obtidos através das simulações coincidem com a previsão teórica, sendo que ao adotar valores pequenos para o índice espectral  $\kappa$  a emissão do modo de Langmuir obtido via simulações PIC ocorre para pequenos números de onda, à medida que o índice  $\kappa$  aumenta a emissão passa a ocorrer para números de onda maiores.

**Palavras Chave:** Funções Kappa. Simulação PIC. Ondas em Plasmas



## ABSTRACT

OLIVEIRA, Andrew Welvis Silva, **Plasma PIC Simulations with Type Kappa Distribution Functions** 2018, 96p. Dissertation (Master Degree in Physics) - Programa de Pós-Graduação em Física, Departamento de Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2018.

In situ observations of plasma of the interplanetary medium consistently show the presence of particles that have velocity distribution functions with non-thermal tails, and frequently with anisotropies that are not well described by Maxwellian or Bi-Maxwellian distribution functions. These observed non-thermal features are usually described by distributions featuring power-law tails, represented by the so called Kappa distributions. In general, the Kappa distribution functions have been used empirically for the realization of fitting observational data. Basically, the theory of plasma wave propagation was developed using Maxwellian velocity distribution functions, the description of plasma by a different distribution function, can modify the dispersion relation of the normal modes of wave propagation in plasma. In this work, we use one simulation method with use particle in cell - PIC, relativistic to investigate the dispersion relation of normal modes of waves propagation in plasmas that electron populations are described by isotropic and anisotropic Kappa functions. We have modified the code to include the Kappa functions as initial velocity distribution function of the particles, as well as relativistic effects. We perform simulations for nonmagnetized plasmas, where the velocities of the particles follow the forms of isotropic and anisotropic Kappa functions widely used in plasmas in space environment for studies of instabilities processes. The results obtained through the simulations coincide with the theoretical results, and when adopting small values for the spectral index  $\kappa$  the emission of the Langmuir mode obtained through PIC simulations occurs for small wavenumber, as the index  $\kappa$  increases the emission occurs for larger wavenumber.

**Key-words:** Kappa Functions. PIC Simulation. Plasmas Waves



## SUMÁRIO

Pág.

### LISTA DE FIGURAS

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>ONDAS EM PLASMAS</b>	<b>27</b>
2.1	Ondas de Alta Frequência	28
2.2	Ondas de Baixa Frequência	31
<b>3</b>	<b>FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES</b>	<b>35</b>
3.1	Função de Distribuição t-student	35
3.2	Funções de Distribuição de Velocidades Kappa	36
3.2.1	Tipos de Anisotropia	39
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS</b>	<b>49</b>
4.1	Grade Espacial e Grade Temporal	51
4.2	Equações de Movimento	52
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>59</b>
5.1	Casos Isotrópicos	59
5.2	Casos Anisotrópicos	73
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>87</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>89</b>





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne para diferentes valores do índice espectral $\kappa$ , $v_j$ representa uma das componentes de $\vec{v}$ e $v_t$ a velocidade térmica, $v_t = \sqrt{2T_\beta/m_\beta}$ . Para $\kappa \rightarrow \infty$ obtemos uma FDV Maxwelliana. . . . .	23
1.2 FDV- $\kappa$ de Leubner para diferentes valores do índice espectral $\kappa$ , $v_j$ representa uma das componentes de $\vec{v}$ e $v_t$ a velocidade térmica, $v_t = \sqrt{2T_\beta/m_\beta}$ . Para $\kappa \rightarrow \infty$ obtemos uma FDV Maxwelliana. . . . .	24
2.1 Localização da velocidade de fase de oscilações de Langmuir muito maior que a velocidade térmica. . . . .	29
2.2 Relação de dispersão para o modo de Langmuir para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$ de Leubner. . . . .	31
2.3 Relação de dispersão das ondas íon-acústicas para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne. . . . .	33
2.4 Relação de dispersão das ondas íon-acústicas para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$ de Leubner. . . . .	33
3.1 Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes de $\vec{v}$ . . . . .	37
3.2 Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne. . . . .	38
3.3 Valores gerados pela função de distribuição t-student para uma componente de $\vec{v}$ para FDV- $\kappa$ de Leubner. . . . .	38
3.4 Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para FDV- $\kappa$ de Leubner. . . . .	39
3.5 Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente $x$ das velocidades. . . . .	40
3.6 Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente $y$ das velocidades. . . . .	41
3.7 Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente $z$ das velocidades. . . . .	41

3.8	Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$ dada pela Equação (3.6). . . . .	42
3.9	Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente paralela das velocidades. . . . .	43
3.10	Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes perpendiculares de $\vec{v}$ . . . . .	43
3.11	Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a distribuição BK. . . . .	44
3.12	Comparação entre a FDV- $\kappa$ unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente paralela de $\vec{v}$ . . . . .	46
3.13	Comparação entre a FDV- $\kappa$ unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes perpendiculares de $\vec{v}$ . . . . .	46
3.14	Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a distribuição PBK. . . . .	47
3.15	Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente $x$ das velocidades. . . . .	47
3.16	Comparação entre a FDV- $\kappa$ de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente $j = y, z$ das velocidades. . . . .	48
3.17	Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$ dada pela Equação (3.14). . . . .	48
4.1	Diagrama espaço-temporal das regiões onde os código MHD, híbrido e por partículas podem ser utilizados, baseados em parâmetros típicos da magnetosfera. . . . .	50
4.2	Ciclo típico de uma programa de simulação em um passo temporal. Os subíndices $i$ representam as partículas ( $i = 1, 2, 3, \dots, N_{\text{total}}$ ). . . . .	51
4.3	Grade espacial utilizada pelo KEMPO1, para o cálculo das componentes dos campos, densidade de corrente e para a densidade de carga das partículas. Os quadrados marcam os pontos inteiros e os círculos marcam os pontos intermediários. . . . .	52
4.4	Grade temporal utilizada pelo KEMPO1, mostrando a evolução das quantidades físicas da simulação. . . . .	53
4.5	Evolução temporal das equações de movimento. . . . .	54
4.6	Grade temporal utilizada pelo KEMPO1, mostrando a evolução das quantidades físicas da simulação. . . . .	57

4.7	Método de conservação de carga no cálculo da densidade de corrente. . . . .	58
5.1	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 1. . . . .	60
5.2	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 2. . . . .	61
5.3	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 3. . . . .	61
5.4	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 1. . . . .	62
5.5	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 2. . . . .	63
5.6	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 3. . . . .	64
5.7	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 1. A relação de dispersão foi obtido para o instante final da simulação. . . . .	65
5.8	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 2. A relação de dispersão foi obtido para o instante final da simulação. . . . .	65
5.9	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 3. A relação de dispersão foi obtido para o instante final da simulação. . . . .	66
5.10	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 4. . . . .	67
5.11	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 5. . . . .	67
5.12	Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 6. . . . .	68
5.13	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 4. . . . .	69
5.14	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 5. . . . .	70
5.15	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 6. . . . .	71

5.16	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 4. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	72
5.17	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 5. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	72
5.18	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 6. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	73
5.19	Espaço de velocidades para o Caso 7, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	74
5.20	Espaço de velocidades para o Caso 8, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	74
5.21	Espaço de velocidades para o Caso 9, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	75
5.22	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 7. . . . .	76
5.23	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 8. . . . .	77
5.24	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 9. . . . .	78
5.25	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 7. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	78
5.26	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 8. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	79
5.27	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 9. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. . . . .	79
5.28	Espaço de velocidade para o Caso 10, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	80
5.29	Espaço de velocidades para o Caso 11, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	81
5.30	Espaço de velocidades para o Caso 12, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação. . . . .	81

5.31	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 10. . . . .	82
5.32	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 11. . . . .	83
5.33	Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 12. . . . .	84
5.34	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 10. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. .	85
5.35	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 11. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. .	85
5.36	Diagrama $\omega \times k$ obtido a partir da componente $E_x$ do campo elétrico para o Caso 12. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação. .	86



# 1 INTRODUÇÃO

Funções de distribuição de velocidades do tipo Kappa (FDVs- $\kappa$ ) têm se tornado cada vez mais importantes em Física de Plasmas Espaciais. Observações realizadas no ambiente espacial mostram partículas que apresentam distribuição de velocidades com caudas supertérmicas e frequentes anisotropias que não são bem descritas por distribuições Maxwellianas ou bi-Maxwellianas. Estes fatores observados são bem descritos pelas famílias de FDVs- $\kappa$  que seguem uma lei de potência em suas caudas.

Após Vasyliunas [1] introduzir uma expressão empírica para descrever os fatores não térmicos observados na função de distribuição de velocidades (FDV), numerosos estudos sobre populações não térmicas de plasmas espaciais, isto é, que não são bem descritas por funções Maxwellianas, têm sido realizados utilizando FDVs- $\kappa$ . Entre tais estudos podemos citar trabalhos referentes a heliosfera interna (*inner heliosphere*) no qual se inclui a coroa solar [2–7], vento solar [8–12], explosões solares [13–15] e espectro solar [16, 17]. Ainda, estudos referentes a magnetosferas planetárias, no qual se inclui a *magnetosheath* [18, 19], *magnetotail* [20], lâmina de plasma [21, 22] e magnetosferas de planetas gigantes [23], como Júpiter [24, 25], Saturno [26], Netuno [27] e Urano [28].

Na literatura é possível encontrar trabalhos relacionados a estudos teóricos sobre a origem, estrutura e propriedades básicas das FDVs- $\kappa$  [29–33]. Enquanto a distribuição Maxwelliana é geralmente explicada devido a difusão no espaço de velocidades, uma explicação para a distribuição Kappa foi sugerida por Hasegawa [34], no qual plasmas imersos em um campo de radiação supertérmico sofrem uma ampliação da difusão no espaço de velocidades, resultando em partículas relativamente mais energéticas, formando assim uma distribuição do tipo Kappa. Outra proposta foi dada por Collier [35], no qual o processo de difusão poderia envolver uma lei de potência na função probabilidade, a qual também poderia proporcionar partículas com altas energias.

As FDVs- $\kappa$  têm uma base termodinâmica sólida na Mecânica Estatística não extensiva [36–38]. Na formulação da Mecânica Estatística Clássica, também conhecida como Estatística de Boltzmann-Gibbs, o espaço-tempo é considerado contínuo e não fracional, enquanto que em plasmas espaciais o espaço-tempo pode ser considerado multifractal [38]. Em um sistema não fracional, sistemas termodinâmicos podem ser considerados em equilíbrio térmico, no qual a estatística de Boltzmann-Gibbs é válida, o que remete à distribuição de velocidades Maxwelliana. No entanto, para plasmas espaciais uma abordagem não extensiva deve ser utilizada de forma a considerar uma descrição adequada da termodinâmica, pois plasmas espaciais estão geralmente fora do equilíbrio térmico [32, 39]. Livadiotis e McComas [39] fornecem em seu trabalho uma descrição completa da ter-

modinâmica não extensiva e geração da distribuição Kappa. Em seguida, Livadiotis [40] apresenta aspectos importantes da origem estatística de distribuição Kappa, bem como o desenvolvimento teórico e aplicações, tal como o conceito de temperatura, o significado físico do índice espectral  $\kappa$ , a descrição de  $N$  partículas e a generalização do espaço de fase de um hamiltoniano com potencial nulo.

Com base em dados observacionais dos satélites OGO1 e OGO3, Vasyliunas [1] foi o primeiro a propor uma FDV empírica que segue uma lei de potência. Em seu trabalho, Vasyliunas propõe uma FDV na forma

$$f(\vec{v}) = \frac{N}{\omega_0^3(\pi\kappa)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa\omega_0^2}\right)^{-\kappa-1}, \quad (1.1)$$

onde  $N$  é o número total de densidade,  $\omega_0$  a velocidade mais provável,  $\kappa$  o expoente do fluxo diferencial em altas energias, mais conhecido na literatura como índice espectral kappa, e  $\Gamma$  a função Gamma. Em seguida, Summers e Thorne [41], estudando a função de dispersão de plasma de Fried e Conte [42] modificada, propõem que a velocidade mais provável  $\omega_0$  está relacionada a uma velocidade térmica dependente do índice espectral  $\kappa$ , sendo esta velocidade dada por  $\theta = [(2\kappa - 3)/\kappa]^{1/2}(T_\beta/m_\beta)^{1/2}$ , onde  $T_\beta$  é a temperatura em unidades de energia e  $m_\beta$  é a massa da espécie  $\beta$ .

Entretanto Mace e Hellberg [43], com base na função de dispersão de plasma [42], utilizam uma função de dispersão semelhante à função de dispersão modificada de Summers e Thorne [41], a qual chamam em seu trabalho de função de dispersão especial. Utilizando as propriedades de funções hipergeométricas gaussianas [44], mostram que a função de dispersão modificada de Summers e Thorne equivale a uma aproximação da função de dispersão especial, no qual o índice  $\kappa$  deve assumir apenas valores inteiros, enquanto que a função de dispersão especial permite que o índice  $\kappa$  assumira qualquer valor real. A função de distribuição de velocidades do tipo Kappa (FDV- $\kappa$ ) de Summers e Thorne [45] possui a velocidade térmica  $\theta$  dada por  $\theta = [(2\kappa - 3)/\kappa]^{1/2}(k_B T_\beta/m_\beta)^{1/2}$ , onde a temperatura  $T_\beta$  não é expressa em unidades de energias e  $k_B$  é a constante de Boltzmann, como apresentado no trabalho de Mece e Hellberg. No entanto, adotamos uma velocidade térmica não dependente do índice espectral  $\kappa$ , dada por  $v_{th} = (T_\beta/m_\beta)^{1/2}$ , com  $T_\beta$  expresso em unidades de energia. Assim, podemos reescrever  $\theta = [(2\kappa - 3)/\kappa]^{1/2}v_{th}$ . A FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne é escrita como:

$$f(\vec{v}) = \frac{N}{(\pi\kappa\theta^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa\theta^2}\right)^{-\kappa-1}, \quad (1.2)$$

o índice espectral  $\kappa$  na FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne pode assumir qualquer valor contido



no intervalo  $3/2 < \kappa < \infty$ , sendo que quando  $\kappa \rightarrow \infty$ , a FDV- $\kappa$  recai em uma FDV Maxwelliana, como mostra a Figura 1.1.

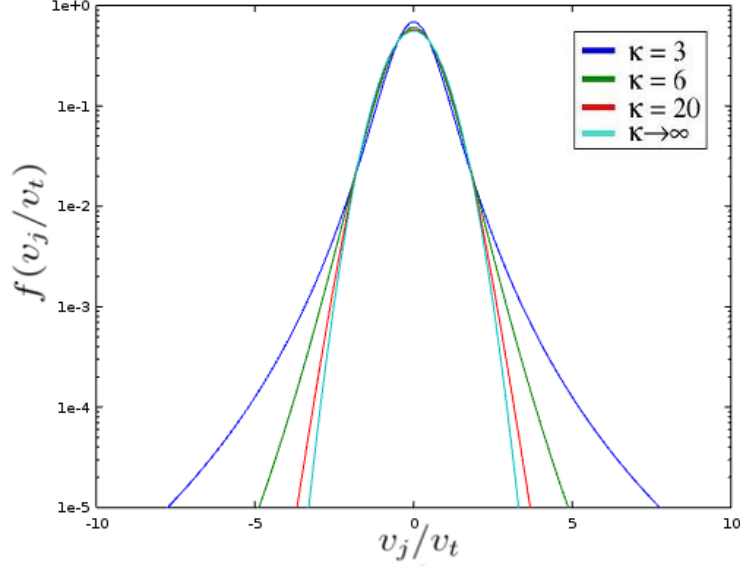


Figura 1.1 - FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne para diferentes valores do índice espectral  $\kappa$ ,  $v_j$  representa uma das componentes de  $\vec{v}$  e  $v_t$  a velocidade térmica,  $v_t = \sqrt{2T_\beta/m_\beta}$ . Para  $\kappa \rightarrow \infty$  obtemos uma FDV Maxwelliana.

Leubner [46], a procura de uma justificativa teórica para o uso das FDVs- $\kappa$ , relaciona as FDVs obtidas a partir da entropia generalizada de Tsallis [47] da Mecânica Estatística não extensiva e FDVs- $\kappa$  propostas a partir de dados observacionais de plasmas espaciais, ele propõe uma FDV [48] dependente do índice espectral  $\kappa$ , chamada aqui de FDV- $\kappa$  de Leubner, na forma

$$f(\vec{v}) = \frac{N}{(\pi\kappa v_t^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma(\kappa - 3/2)} \left[ 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{|\vec{v} - \vec{v}_s|^2}{v_t^2} \right]^{-\kappa}, \quad (1.3)$$

no qual  $v_t$  é uma velocidade térmica dada por  $v_t = \sqrt{2}v_{th}$  e  $\vec{v}_s$  é a velocidade de deriva. A FDV- $\kappa$  de Leubner constitui uma lei de potência diferente da FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, com expoente  $-\kappa$  ao invés de  $-\kappa - 1$ , nesse caso o índice espectral  $\kappa$  pode assumir qualquer valor no intervalo  $5/2 < \kappa < \infty$ . A Figura 1.2 apresenta o gráfico da FDV- $\kappa$  de Leubner na ausência de velocidade de deriva,  $v_s = 0$ , para diferentes valores do índice espectral  $\kappa$ .

Ambas as formas mencionadas acima são amplamente utilizadas para a análise e ajuste de dados observacionais de plasmas espaciais. Existem versões modificadas de FDVs- $\kappa$  [25, 49], sugeridas com definições diferentes do índice espectral  $\kappa$ .

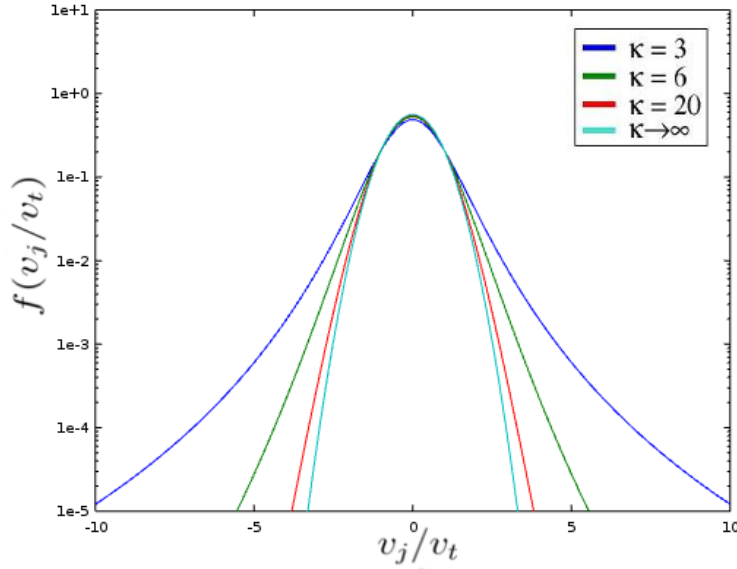


Figura 1.2 - FDV- $\kappa$  de Leubner para diferentes valores do índice espectral  $\kappa$ ,  $v_j$  representa uma das componentes de  $\vec{v}$  e  $v_t$  a velocidade térmica,  $v_t = \sqrt{2T_\beta/m_\beta}$ . Para  $\kappa \rightarrow \infty$  obtemos uma FDV Maxwelliana.

Como citado anteriormente, dados observacionais mostram constante anisotropia em suas funções de distribuição de velocidades com fatores não térmicos, tais distribuições anisotrópicas são geralmente descritas por duas formas: Uma quando alguma componente da velocidade térmica, que está associada a temperatura, é diferente em relação a outra componente qualquer, no qual se destaca a chamada função de distribuição de velocidades bi-Kappa (BK), que apresenta a temperatura da componente paralela ao campo magnético ambiente  $T_{\parallel}$  diferente da componente perpendicular  $T_{\perp}$ ,  $T_{\parallel} \neq T_{\perp}$ . Outra forma de anisotropia surge independente da temperatura, quando a distribuição de velocidades das partículas é representada pelo produto entre FDVs- $\kappa$ . Neste tipo de anisotropia, pode-se escolher índices espectrais  $\kappa$  diferentes para cada componente da FDVs- $\kappa$ . Também, é possível incluir a anisotropia na temperatura caso necessário. A função de distribuição de velocidades que é descrita pelo produto de funções do tipo Kappa, que descreve o segundo tipo de anisotropia apresentada, é a chamada função de distribuição de velocidades produto bi-Kappa (PBK).

É possível encontrar também trabalhos analíticos sobre instabilidades em plasmas descritos por FDVs- $\kappa$ , pois, quando a FDV que descreve o plasma é alterada, deve-se calcular novamente a relação de dispersão e o tensor dielétrico [50].

Thorne e Summers [51] utilizam a função de dispersão modificada proposta por Summers e Thorne [41] para analisar o amortecimento de Landau de ondas de Langmuir e ondas íon-acústicas em um plasma quente, não magnetizado e modelado pela FDV- $\kappa$

expressa pela Equação (1.2). Comparando seus resultados com um plasma descrito por uma FDV Maxwelliana, os autores concluem que a presença das partículas supertérmicas conduz a um aumento na taxa de amortecimento para grandes comprimentos de onda. Em contraste, a presença de íons quentes tem um papel importante nas características de propagação e dispersão de ondas íon-acústicas.

Mace e Hellberg [29] realizam uma pesquisa sobre os modos de Langmuir generalizados em plasmas magnetizados, descrito por uma FDV híbrida (Kappa-Maxwelliana) proposta por Hellberg e Mace [52], considerando os regimes fortemente e fracamente magnetizados. Em seu trabalho, os autores sugerem que interpretações de ondas em plasmas observados baseadas em uma previsão a partir de um modelo de plasma bi-Maxwelliano, podem levar a conclusões incorretas.

Lazar e Poedts [53] estudam as propriedades de dispersão da instabilidade de *firehose* em um plasma descrito por uma função de distribuição de velocidades anisotrópica,  $T_{\parallel} > T_{\perp}$ , do tipo BK. A relação de dispersão utilizada é derivada da função de dispersão modificada [41]. Os autores concluem que enquanto a taxa de crescimento máximo diminui ligeiramente a instabilidade se estende para grandes números de onda, devido a presença de partículas supertérmicas.

Lazar et al. [54] realizam estudos sobre plasmas anisotrópicos modelados por uma PBK para analisar a instabilidade devido aos modos *whister*-cíclotron em condições tipicamente encontradas na magnetosfera e diferentes regiões do vento solar, obtendo que a instabilidade estimula a emissão ciclotrônica dos elétrons. Esse tipo de emissão é amplamente encontrado em experimentos astrofísicos e de plasmas de fusão. Em plasmas modelados por uma função de distribuição bi-Maxwelliana ou BK esse tipo de emissão não é comum, pois ocorre supressão neste tipo de instabilidade.

Dos Santos et al. [55] investigam a relação de dispersão para ondas eletromagnéticas de baixa frequência, propagantes ao longo do campo magnético ambiente, considerando que a distribuição dos íons e elétrons seguem uma função de distribuição anisotrópica do tipo PBK. Ao comparar com resultados obtidos para uma distribuição anisotrópica bi-Maxwelliana, obtém que pequenas diferenças na função de distribuição podem conduzir diferenças significativas na magnitude das taxas de crescimento da chamada instabilidade de *firehose* íon.

Ziebell e Gaelzer [56] analisam numericamente a relação de dispersão para ondas íon-cíclotron, propagantes ao longo da direção do campo magnético ambiente, considerando diferentes formas das funções Kappa isotrópicas e anisotrópicas para descrever os elétrons

e íons. Como resultado, ao considerar pequenos valores do índice espectral  $\kappa$ , obtém-se que as caudas supertérmicas das distribuições de velocidades para ambas as espécies de partículas (elétrons e íons), alteram a taxa de crescimento das instabilidades íon-cíclotron.

Neste trabalho, temos como objetivo a realização de simulações computacionais para investigar os modos de propagação em plasmas descritos por FDVs- $\kappa$ , utilizando a técnica de simulação por partícula PIC (do inglês, Particle in Cell) [57, 58]. As simulações serão realizadas para plasmas descritos por FDVs- $\kappa$  isotrópicas e anisotrópicas, a fim de entender como cada uma das formas das FDVs- $\kappa$  podem alterar os modos de propagação. No Capítulo 2 é apresentado os resultados analíticos para os modos normais de propagação, através das aproximações eletrostáticas para ondas de alta e baixa frequência, considerando FDVs- $\kappa$ .

Para a realização das simulações PIC foi desenvolvido um método para a implementação das distribuições do tipo Kappa no código KEMPO1. Esse método será apresentado no Capítulo 3. No Capítulo 4 é discutido sobre as descrições de simulações computacionais em Física de Plasmas, assim como o formalismo do código utilizado para a realização das simulações. No Capítulo 5 analisamos os resultados das simulações computacionais realizadas, para diferentes valores do índice espectral  $\kappa$ . Finalmente, no Capítulo 6 apresentamos as conclusões e as perspectivas de trabalho futuros.

## 2 ONDAS EM PLASMAS

No estudo de ondas em plasmas necessitamos conhecer a função de distribuição. Neste capítulo, iremos apresentar os resultados analíticos obtidos da relação de dispersão para diferentes formas de funções de distribuição de velocidades, fazendo aproximações eletrostáticas para ondas de alta e baixa frequências. Nesta aproximação são ignoradas as interações de curto alcance, isto é, supõe-se que os tempos de colisões são muito pequenos quando comparados aos tempos de oscilações do plasma.

Este capítulo está baseada no capítulo 8 de Krall [50], que descreve detalhadamente os modos de propagação para um plasma descrito por uma função de distribuição do tipo Maxwelliana, e em Ziebell et al. [59] - faremos referência a este artigo como ZGS - que apresenta de forma analítica os resultados da relação de dispersão para plasmas descritos por funções de distribuição do tipo Kappa.

Para estudarmos os modos eletrostáticos que podem se propagar em um plasma, é necessário resolver a chamada *relação de dispersão*, expressa por

$$1 - \sum_{\beta} \frac{\omega_{p\beta}^2}{k^2} \left( 1 + i\omega_i \frac{\partial}{\partial \omega_r} \right) \left[ \int \frac{\partial F_{\beta 0}(u)/\partial u}{u - \omega_r/|\vec{k}|} du + \pi i \left( \frac{\partial F_{\beta 0}(u)}{\partial u} \right)_{u=\omega_r/|\vec{k}|} \right] = 0, \quad (2.1)$$

onde  $\omega_{p\beta}$  é a frequência de plasma para a espécie  $\beta$ ,  $\vec{k}$  é o vetor número de onda, e  $\omega_r$  e  $\omega_i$  representam a parte real e imaginária da frequência da onda  $\omega$ , respectivamente, de modo que  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ . A função  $F_{\beta 0}(u)$ , introduzida por simplicidade, é expressa por

$$F_{\beta 0}(u) \equiv \int f_{\beta 0}(\vec{v}) \delta \left( u - \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{|\vec{k}|} \right) dv. \quad (2.2)$$

Assim, é utilizado a notação  $u$ , ao invés de  $u_{\parallel}$ , para descrever a velocidade paralela em relação ao número de onda. Desta forma, essa quantidade não deve ser confundida com o módulo do vetor velocidade. A Equação (2.1) é válida somente para plasmas na ausência de campos elétricos ou magnéticos no seu estado de equilíbrio  $f_{\beta 0}$ .

A relação de dispersão para ondas eletrostáticas que se propagam paralelamente ao campo magnético ambiente obtida por ZGS [59] é dada por

$$1 - \frac{1}{\ell^2} \sum_{\beta} \frac{\omega_{p\beta}^2}{\Omega_{*}^2} \frac{1}{n_{\beta 0}} (I - J(0,0,2; f_{\beta})) = 0, \quad (2.3)$$

onde  $J(0,0,2; f_{\beta})$  é uma forma integral genérica, válida para ambientes magnetizados e

não magnetizados, expressa como

$$J(n,m,h; f_\beta) \equiv \ell \int d^3u \frac{u_{\parallel}^h u_{\perp}^{2(m-1)} u_{\perp} L(f_\beta)}{\ell - nr_\beta - q_{\parallel} u_{\parallel}}, \quad (2.4)$$

e  $I$  é definido como

$$I = \int d^3u \frac{u_{\parallel}}{u_{\perp}} \mathcal{L}(f_\beta), \quad (2.5)$$

onde  $L$  e  $\mathcal{L}$  são operadores diferenciais, definidos como

$$L = \left[ \left( 1 - \frac{q_{\parallel}}{\ell} u_{\parallel} \right) \frac{\partial}{\partial u_{\perp}} + \frac{q_{\parallel}}{\ell} u_{\perp} \frac{\partial}{\partial u_{\parallel}} \right], \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L} = \left( u_{\parallel} \frac{\partial}{\partial u_{\perp}} - u_{\perp} \frac{\partial}{\partial u_{\parallel}} \right). \quad (2.7)$$

Nestas expressões foram definidas variáveis adimensionais,

$$\ell = \frac{\omega}{\Omega_*}, \quad u_{\parallel, \perp} = \frac{v_{\parallel, \perp}}{v_*}, \quad q_{\parallel} = \frac{k_{\parallel} v_*}{\Omega_*} \quad \text{e} \quad r_\beta = \frac{\Omega_\beta}{\Omega_*},$$

onde  $\Omega_\beta$  é a frequência de ciclotron para a espécie  $\beta$ ,  $\Omega_*$  e  $v_*$  são a frequência angular e velocidade característica, respectivamente, e os subíndices  $\parallel$  e  $\perp$  representam as componentes paralela e perpendicular ao campo magnético ambiente, respectivamente. Além disso,  $\omega_{p\beta}$  é a frequência de plasma e  $f_\beta$  a FDV, para partículas da espécie  $\beta$ . Neste trabalho é conveniente assumirmos  $\Omega_* = \omega_{pe}$  e  $v_* = v_{the}$ , a frequência de plasma e a velocidade térmica dos elétrons, respectivamente. Definimos a velocidade térmica para as partículas da espécie  $\beta$  como  $v_{th\beta} = \sqrt{T_\beta/m_\beta}$ , tal como é definido no KEMPO1.

## 2.1 Ondas de Alta Frequência

Consideremos a solução da relação de dispersão no limite de alta frequência, também conhecida como oscilações de Langmuir, para ambas as FDVs. As ondas de alta frequência estão no limite onde a velocidade das partículas é considerada muito maior que a velocidade térmica,  $\omega/|\vec{k}| \gg v_{th}$ , como apresentado na Figura 2.1. No limite de altas frequências podemos ignorar a contribuição dos íons, devido a sua massa ser muito maior que a do elétron,  $m_e/m_i \ll 1$ .

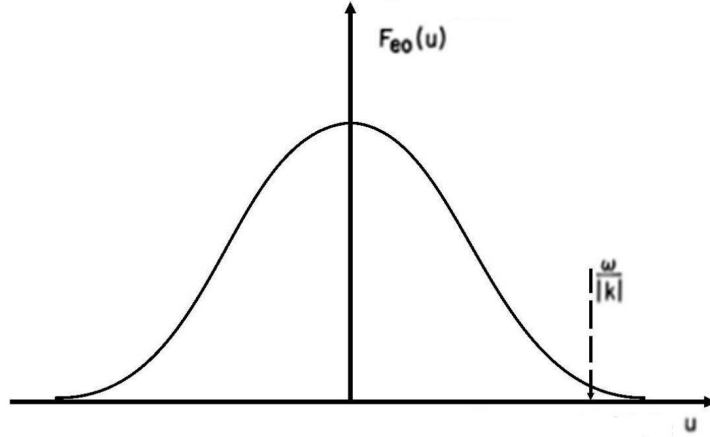


Figura 2.1 - Localização da velocidade de fase de oscilações de Langmuir muito maior que a velocidade térmica.

Fonte: Adaptado de [50].

Assim, ao assumir  $\omega/k \gg v_{th}$  podemos expandir a primeira integral da Equação 2.1 em série de Taylor

$$- \int \frac{\partial F_{\beta 0} / \partial u}{u - \omega_r / |\vec{k}|} du = \int \frac{\partial F_{\beta 0}}{\partial u} \left[ \frac{1}{\omega_r / |\vec{k}|} + \frac{u}{(\omega_r / |\vec{k}|)^2} + \frac{u^2}{(\omega_r / |\vec{k}|)^3} + \dots \right] du . \quad (2.8)$$

Para uma função de distribuição Maxwelliana,

$$F_{e0} = \left( \frac{m_e}{\pi k_B T_e} \right)^{1/2} \exp \left( - \frac{m_e u^2}{2 k_B T_e} \right) , \quad (2.9)$$

e negligenciando os termos referentes aos íons, podemos escrever a integral

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{\omega_{pe}^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial F_{e0} / \partial u}{u - \omega_r / |\vec{k}| - i\epsilon} du = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} + 3 \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_r^4} k^2 \lambda_{De}^2 + \dots + i \frac{\pi \omega_{pe}^2}{k^2} \frac{\partial}{\partial u} F_{e0}(u) \Big|_{u=\omega_r / |\vec{k}|} . \quad (2.10)$$

Logo, usando a Equação (2.10) na Equação (2.8), obtemos a relação de dispersão para o limite de alta frequência, conhecida como relação de dispersão de Bohm-Gross. Resolvendo para a parte real de  $\omega$ , tal relação é expressa como

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 (1 + 3k^2 \lambda_{De}^2) , \quad (2.11)$$

onde  $\lambda_{De}$  é o comprimento de Debye, dado pela razão entre a velocidade térmica e a frequência de plasma para os elétrons,  $\lambda_{De} = v_{the}/\omega_{pe}$ . Na Equação (2.11) escrevemos  $\omega$  puramente real, obtendo assim a relação entre a frequência  $\omega$  e o vetor número de onda  $\vec{k}$ . A Equação (2.11) é também chamada de modo de Langmuir, um dos modos fundamentais de propagação [60], sendo igual aquela obtida ao estudar o plasma pela teoria de fluidos [61].

Agora vamos utilizar a relação de dispersão dada pela Equação (2.3) para estudarmos os modos de propagação em um plasma descrito por FDVs- $\kappa$ . Como dito anteriormente, estamos seguindo os cálculos realizados por ZGS [59]. Considerando a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, Equação (1.2), obtemos

$$1 - \sum_{\beta} \frac{\omega_{p\beta}^2}{\omega^2} \left( 1 + 3 \frac{k^2 v_{th\beta}^2}{\omega^2} \right) = 0. \quad (2.12)$$

Negligenciando os efeitos dos íons na relação de dispersão dada pela Equação (2.12), simplificamos para ondas de Langmuir. A relação de dispersão é aproximada como

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left( 1 + 3 \frac{k^2 v_{the}^2}{\omega^2} \right) = 0, \quad (2.13)$$

esta por sua vez pode ser reescrita como

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 (1 + 3k^2 \lambda_{De}^2). \quad (2.14)$$

Logo, a relação de dispersão para as ondas de Langmuir, considerando a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, é igual à obtido quando se considera uma FDV Maxwelliana. O modo de Langmuir não depende do índice espectral  $\kappa$ , ou seja, não sofre alteração seja qual for o valor adotado por  $\kappa$ .

Vamos analisar as ondas de altas frequências considerando a FDV- $\kappa$  de Leubner, Equação (1.3). Utilizando a Equação (2.3) obtemos

$$1 - \sum_{\beta} \frac{\omega_{p\beta}^2}{\omega^2} \left( 1 + 3 \frac{\kappa}{\kappa - 5/2} \frac{k^2 v_{th\beta}^2}{\omega^2} \right) = 0. \quad (2.15)$$

Negligenciando os efeitos causados pelo íons, obtemos a relação de dispersão aproximada de altas frequências, expressa por

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 \left( 1 + 3 \frac{\kappa}{\kappa - 5/2} k^2 \lambda_{De}^2 \right). \quad (2.16)$$



Este resultado é diferente dos obtidos para os casos anteriores, não correspondendo à relação de dispersão convencional para ondas de Langmuir. ZGS chamam a Equação (2.16) de relação de dispersão de Kappa-Bohm-Gross. Tal relação de dispersão é dependente do índice espectral  $\kappa$ , de forma a recair na relação de dispersão de Bohm-Gross quando  $\kappa \rightarrow \infty$ , como apresentado na Figura 2.2.

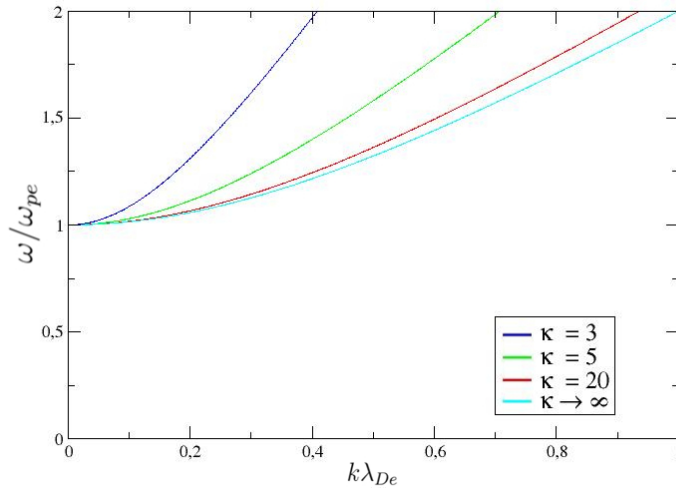


Figura 2.2 - Relação de dispersão para o modo de Langmuir para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Leubner.

## 2.2 Ondas de Baixa Frequência

Quando existe uma predominância de elétrons quentes,  $T_e \gg T_i$ , os íons passam a ter um papel importante na relação de dispersão para ondas de baixa frequência, no intervalo

$$\left(\frac{k_B T_i}{m_i}\right)^{1/2} < \frac{\omega}{k} < \left(\frac{k_B T_e}{m_e}\right)^{1/2}. \quad (2.17)$$

As propriedades destas ondas são exploradas encontrando os zeros da Equação (2.1). A Equação (2.17) nos permite usar expressões separadas para as integrais de velocidade dos íons e elétrons. As aproximações apropriadas ao considerar um plasma descrito por uma FDV Maxwelliana para a integral para os íons é

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial F_{i0}/\partial u}{\omega_r/|\vec{k}| - u} du \approx \int \frac{\partial F_{i0}}{\partial u} \left( \frac{|\vec{k}|}{\omega} + \frac{k^2 u}{\omega^2} + \frac{|\vec{k}|^3 |u|^2}{\omega^3} + \frac{k^4 u^3}{\omega^4} \right) du, \quad (2.18)$$

enquanto que para os elétrons

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial F_{e0}/\partial u}{\omega_r/|\vec{k}| - u} du \approx - \int_{-\infty}^{+\infty} 2 \frac{\partial F_{e0}}{\partial u^2} du . \quad (2.19)$$

Resolvendo para  $\omega$  real [50], obtemos

$$\omega^2 = \frac{k^2 C_s^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} , \quad (2.20)$$

onde  $C_s$  é chamada de velocidade íon-acústica, definida por  $C_s \equiv (kT_e/m_i)^{1/2}$  ou simplesmente  $C_s = \omega_{pi} \lambda_{De}$ , no qual  $\omega_{pi}$  é a frequência de plasma dos íons. As ondas que seguem a Equação (2.20) são chamadas de ondas íon-acústicas, que no limite  $k\lambda_{De} \ll 1$  se propagam com velocidade  $C_s$ . Novamente, os resultados obtidos são consistentes com os resultados obtidos ao utilizar a teoria de fluidos [61].

O resultado anterior se referia a um plasma descrito por uma função de distribuição Maxwelliana. Entretanto, quando consideramos uma FDVs- $\kappa$  podemos obter alterações nas equações que descrevem as ondas de baixas frequências. Considerando a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, ZGS obtiveram através da relação de dispersão dada pela Equação (2.3) o modo de propagação íon-acústico, expresso por

$$\omega^2 = \frac{k^2 C_s^2}{(\kappa - 1/2)/(\kappa - 3/2) + k^2 \lambda_{De}^2} . \quad (2.21)$$

Assim, verificamos que para ondas de baixa frequência ocorre uma alteração na relação de dispersão, passando a depender do índice espectral  $\kappa$ , o que não ocorre para as ondas de alta frequência. Quando  $\kappa \rightarrow \infty$  na Equação (2.21), obtemos a forma usual das ondas íon-acústicas. A relação entre as ondas íon-acústicas, representada pela Equação (2.21) e pela Equação (2.20), é apresentada na Figura 2.3.

Agora, considerando a FDV- $\kappa$  de Leubner na relação de dispersão proposta por ZGS, Equação (2.3), obtemos a relação de dispersão para os modos de baixa frequência

$$\omega^2 = \frac{k^2 C_s^2}{(\kappa - 3/2)/\kappa + k^2 \lambda_{De}^2} . \quad (2.22)$$

A expressão da relação de dispersão para o plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Leubner é diferente da relação de dispersão para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, assim como pela FDV Maxwelliana. A partir da Equação (2.22) podemos observar que o modo íon-acústico depende do índice espectral  $\kappa$ , sendo que o mesmo recai na

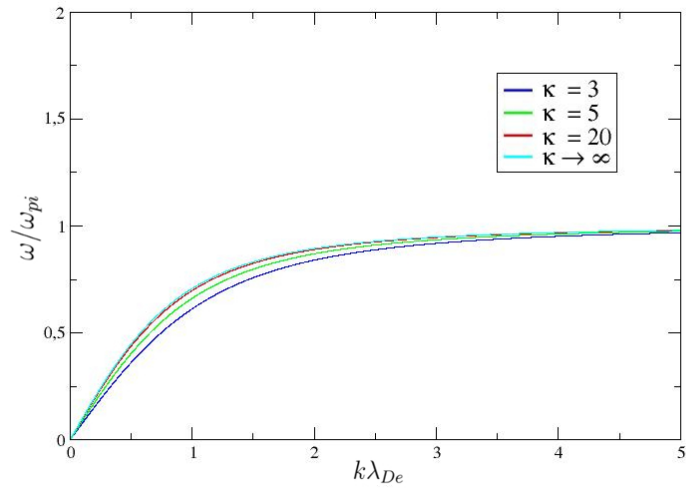


Figura 2.3 - Relação de dispersão das ondas íon-acústicas para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne.

expressão convencional das ondas íon-acústicas, quando  $\kappa \rightarrow \infty$ , como apresentada na Figura 2.4.

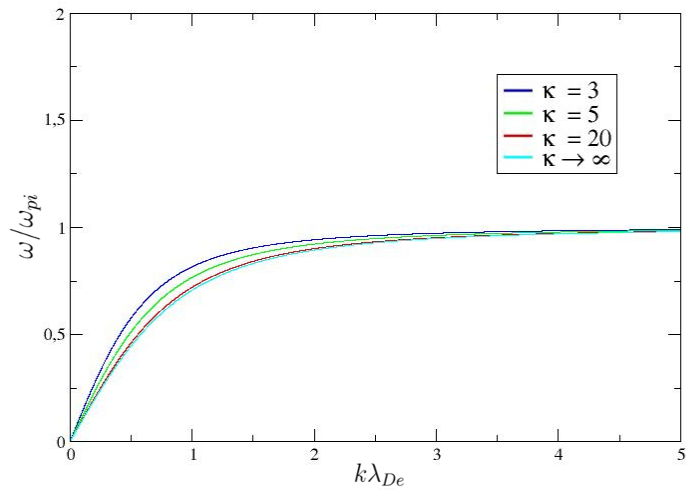


Figura 2.4 - Relação de dispersão das ondas íon-acústicas para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Leubner.



### 3 FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES

Neste capítulo iremos apresentar o método de geração de números aleatórios, distribuídos pelas funções de distribuição que serão utilizadas para o desenvolvimento do projeto. A partir do método baseado na proposta de Abdul e Mace [62] e da técnica desenvolvida neste trabalho é possível implementarmos as funções de distribuição de velocidade do tipo Kappa mais encontradas na literatura para a utilização de simulações PIC.

#### 3.1 Função de Distribuição t-student

Para introduzir as funções de distribuição Kappa no código de simulação utilizamos o método de geração de valores aleatórios proposto por Abdul e Mace [62]. Através deste método, os autores conseguiram gerar valores aleatórios para a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne com grande precisão, a partir da função de distribuição t-student multiderivativa [63], apresentada neste trabalho como uma função de distribuição de velocidades  $d$ -dimensional, expressa como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{|R|^{1/2}(\pi\nu)^{d/2}} \frac{\Gamma[(\nu + d)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \left[ 1 + \frac{(\vec{v} - \vec{\mu})^T R^{-1}(\vec{v} - \vec{\mu})}{\nu} \right]^{-\frac{\nu+d}{2}}, \quad (3.1)$$

onde  $\nu$  é o número de graus de liberdade,  $\vec{\mu}$  é a velocidade de deriva,  $R$  é uma matriz de correlação  $d \times d$  e  $(\vec{v} - \vec{\mu})$  é dada por uma matriz coluna. Esta função multiderivativa é conhecida por ser uma forma generalizada de outras funções estatísticas muito utilizadas na Mecânica Estatística. Se  $d = 1$ ,  $\vec{\mu} = \vec{0}$  e  $R = 1$ , a Equação (3.1) torna-se a função de distribuição univariante com  $\nu$  graus de liberdade. Se  $d = 2$ , a Equação (3.1) torna-se uma versão modificada da superfície bidimensional de Pearson [64]. Se  $(\nu + d)/2 = m$ , sendo  $m$  um número inteiro, a Equação (3.1) torna-se a distribuição de Pearson  $d$ -variante de tipo VII. Se  $\nu = 1$ , a Equação (3.1) torna-se a distribuição de Cauchy  $d$ -variante. Estas e outras variações da função de distribuição t-student multivariante são discutidas por Kotz e Nadarajah [65].

Definindo os valores apropriados para a matriz de correlação  $R$ , podemos constituir a função de distribuição de velocidades do tipo Kappa mediante a utilização da função de distribuição t-student, Equação (3.1). Este método é uma forma de se obter FDVs- $\kappa$  tridimensionais que tomam como base o trabalho de Abdul e Mace [66]. Com base nesse trabalho, foi possível obter valores aleatórios de velocidades para a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional.

Neste método os valores aleatórios de  $\vec{v}$  são produzidos combinando valores aleatórios

padrão, seguindo uma distribuição uniforme no intervalo de 0 à 1, dados por  $\vec{Z}$ , com os valores obtidos pela distribuição qui-quadrada,  $\chi^2$ . Assim, as velocidades são definidas por

$$\vec{v} = \vec{\mu} + \sqrt{\frac{\nu}{\chi_\nu^2}} A \vec{Z}, \quad (3.2)$$

onde  $\vec{v} = (v_1, \dots, v_d)$  é um vetor aleatório a partir da distribuição t-student, ou seja, a Equação (3.2) nos fornece  $d$  valores aleatórios  $(v_1, \dots, v_d)$ , um para cada dimensão da FDV t-student. As outras variáveis na Equação (3.2) são  $\vec{Z} = (Z_1, \dots, Z_d)$  o vetor de valores aleatórios padrão  $d$ -dimensional,  $\chi_\nu^2$  denota os valores aleatórios de uma distribuição qui-quadrada com  $\nu$  graus de liberdade e  $A$  é obtido de forma que  $R = AA^T$ .

Para produzir aleatoriamente os valores das velocidades das partículas, cuja distribuição seja uma FDV- $\kappa$ , utilizamos o programa de distribuição livre Octave [67], que possui um pacote chamado STATISTICS que incorpora nativamente a função t-student multi-derivativa. Essa função gera os valores aleatórios das componentes das velocidades para serem introduzidas na simulação como as velocidades iniciais das partículas. Os valores aleatórios gerados por este método são números absolutos, os quais serão normalizados no momento de input no código de simulação.

### 3.2 Funções de Distribuição de Velocidades Kappa

Livadiotis e McComas [68], estudando sobre as FDVs- $\kappa$  para plasmas espaciais e suas relações com a Mecânica Estatística não extensiva, propõem uma FDV- $\kappa$  isotrópica capaz de gerar as FDVs- $\kappa$  de Summers e Thorne e de Leubner. Tal FDV- $\kappa$  é expressa como

$$f(\vec{v}) = \frac{N}{[\pi(2\kappa - d)v_{th}^2]^{d/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - d/2 + 1)} \left( 1 + \frac{|\vec{v} - \vec{\mu}|^2}{(2\kappa - d)v_{th}^2} \right)^{-\kappa - 1}. \quad (3.3)$$

A FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional pode ser obtida integrando a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne em duas componentes da velocidade, ou, a partir da Equação (3.3), definindo  $d = 1$  e um novo índice espectral Kappa dado por  $\kappa' = \kappa + 1$ . Com essas definições a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional pode ser escrita como

$$f(\vec{v}) = \frac{N}{[\pi(2\kappa' - 3)v_{th}^2]^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa')}{\Gamma(\kappa' - 1/2)} \left( 1 + \frac{|\vec{v} - \vec{\mu}|^2}{(2\kappa' - 3)v_{th}^2} \right)^{-\kappa'}. \quad (3.4)$$

Para estudar as ondas de Bernstein eletrostáticas através de simulações utilizando o método PIC (partícula na célula) para plasmas descritos pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne ou por uma FDV Maxwelliana, Abdul e Mace [62] introduzem a FDV- $\kappa$  de Sum-

mers e Thorne através da FDV t-student, Equação (3.1). Ao definir a matriz de correlação  $R = \sigma^2 I$  e  $d = 3$ , sendo  $I$  a matriz identidade, obtém-se a função de distribuição t-student na forma

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{(\pi\nu\sigma^2)^{3/2}} \frac{\Gamma[(\nu + 3)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \left[ 1 + \frac{|\vec{v} - \vec{\mu}|^2}{\nu\sigma^2} \right]^{-\frac{\nu+3}{2}}. \quad (3.5)$$

Comparando a Equação (3.5) com a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, dada pela Equação (1.2), vemos que ambas são equivalentes através de certas conversões de parâmetros, do tipo  $\nu = 2\kappa - 1$  e  $\sigma^2 = \kappa\theta^2/(2\kappa - 1)$ , obtendo assim, as velocidades da FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne. A Figura 3.1 apresenta a comparação dos valores aleatórios gerados pela função de distribuição t-student, para  $\kappa = 3$  e  $v_{th} = 1$  (em verde), com a FDV- $\kappa$  teórica de Summers e Thorne unidimensional (em azul). A relação entre as componentes das velocidades está representada na Figura 3.2.

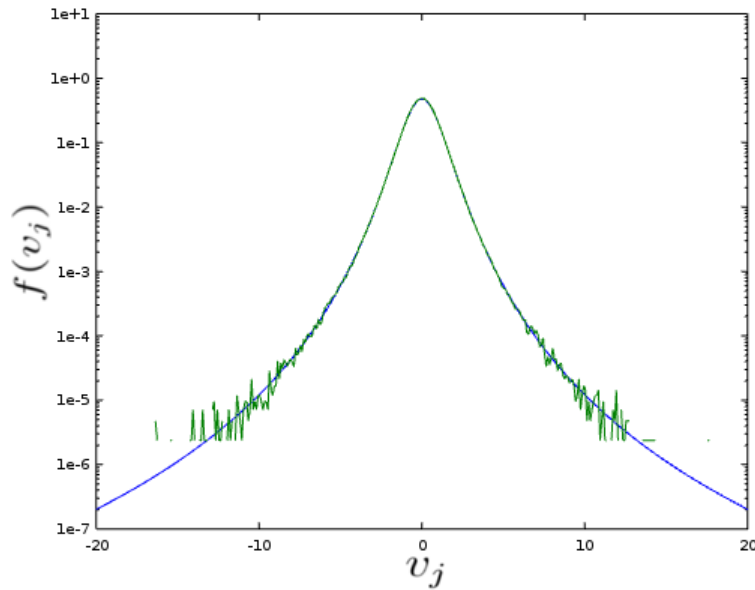


Figura 3.1 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes de  $\vec{v}$ .

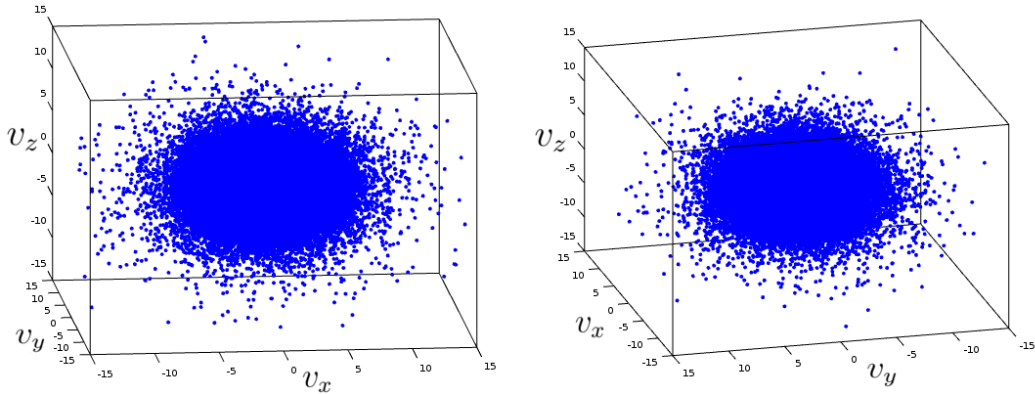


Figura 3.2 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne.

Da mesma forma, se comparamos a Equação (3.5) com a FDV- $\kappa$  de Leubner, obtemos valores de velocidades seguindo a FDV- $\kappa$  de Leubner através da mudança  $\nu = 2\kappa - 3$  e  $\sigma^2 = \kappa v_t^2 / (2\kappa - 3)$ . Na Figura 3.3 mostramos os valores aleatórios gerados para os mesmos parâmetros da Figura 3.1. No entanto, não é realizada a comparação com sua forma unidimensional, uma vez que suas formas não se ajustam [48, 69], diferente do que ocorre com a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne. A relação entre as componentes das velocidades está representada na Figura 3.4.

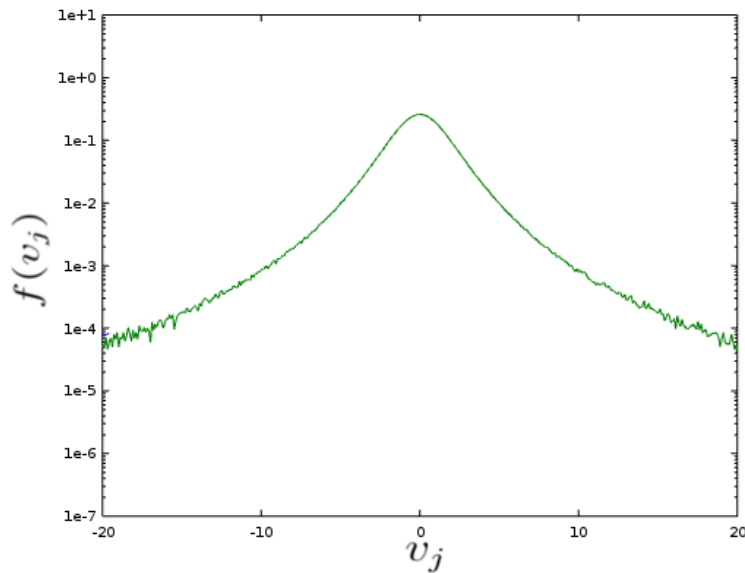


Figura 3.3 - Valores gerados pela função de distribuição t-student para uma componente de  $\vec{v}$  para FDV- $\kappa$  de Leubner.



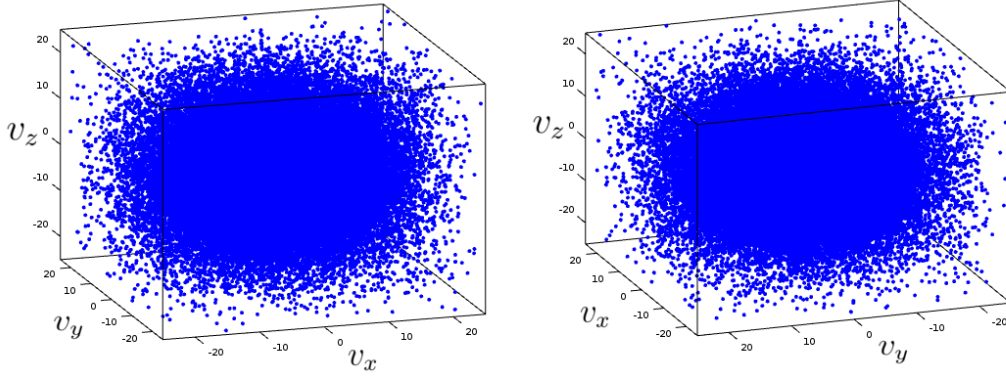


Figura 3.4 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para FDV- $\kappa$  de Leubner.

### 3.2.1 Tipos de Anisotropia

Um tipo de anisotropia nas funções de distribuição de velocidades acontece quando a energia térmica não está distribuída igualmente entre as populações do plasma. Livadiotis [33] apresenta diferentes tipos de anisotropias que podem ocorrer na FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne. Um dos casos de anisotropia que serão abordados neste trabalho ocorre quando as componentes das velocidades estão correlacionadas [33]. Neste caso, a FDV- $\kappa$  é dada por

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{[\pi(2\kappa - 3)]^{3/2} v_{thx} v_{thy} v_{thz}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left[ 1 + \frac{1}{2\kappa - 3} \sum_i \frac{|\vec{v}_i - \vec{\mu}_i|^2}{v_{thi}^2} \right]^{-\kappa-1}, \quad (3.6)$$

onde o subíndice  $i$  representa a componente da velocidade ( $i = x, y, z$ ). Os valores aleatórios para a Equação (3.6) são obtidos a partir da Equação (3.1), quando consideramos o caso tridimensional  $d = 3$  e uma matriz de correlação  $R$  dada por

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{pmatrix},$$

de forma que a Equação (3.1) pode ser reescrita como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{(\pi\nu)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \frac{\Gamma[(\nu + 3)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \left[ 1 + \frac{1}{\nu} \sum_i \frac{|\vec{v}_i - \vec{\mu}_i|^2}{\sigma_i^2} \right]^{-\frac{\nu+3}{2}}. \quad (3.7)$$

Comparando a Equação (3.7) com a Equação (3.6) podemos observar que ambas são equivalentes quando consideramos  $\nu = 2\kappa - 1$  e  $\sigma_i^2 = (2\kappa - 3)v_{thi}^2/(2\kappa - 1)$ . A relação entre

os valores de velocidades gerados pela Equação (3.7) para  $\kappa = 3$  e a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional, para a componente  $x$  com  $v_{thx} = 1,5$ , está representada na Figura 3.5, para a componente  $y$  com  $v_{thy} = 1,0$  na Figura 3.6 e para a componente  $z$  com  $v_{thz} = 0,5$  na Figura 3.7. A relação entre as componentes das velocidades está representada na Figura 3.8.

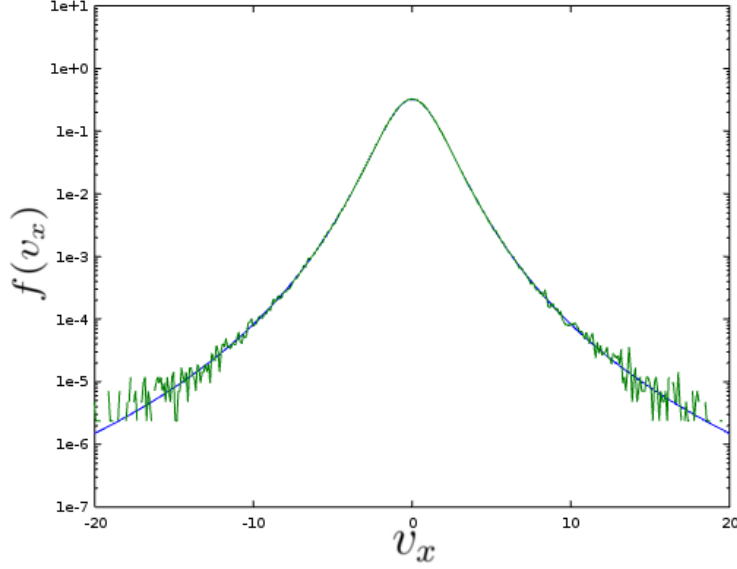


Figura 3.5 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente  $x$  das velocidades.

Outra forma de anisotropia apresentada por Livadiotis [33] ocorre quando há uma correlação entre as projeções da velocidade em uma certa direção e em seu plano perpendicular, conhecida na literatura como distribuição bi-Kappa (BK). Neste caso, a FDV- $\kappa$  é escrita como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{[\pi(2\kappa - 3)]^{3/2} v_{th\parallel} v_{th\perp}^2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \times \left\{ 1 + \frac{1}{2\kappa - 3} \left[ \frac{|\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel}|^2}{v_{th\parallel}^2} + \frac{|\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp}|^2}{v_{th\perp}^2} \right] \right\}^{-\kappa-1}. \quad (3.8)$$

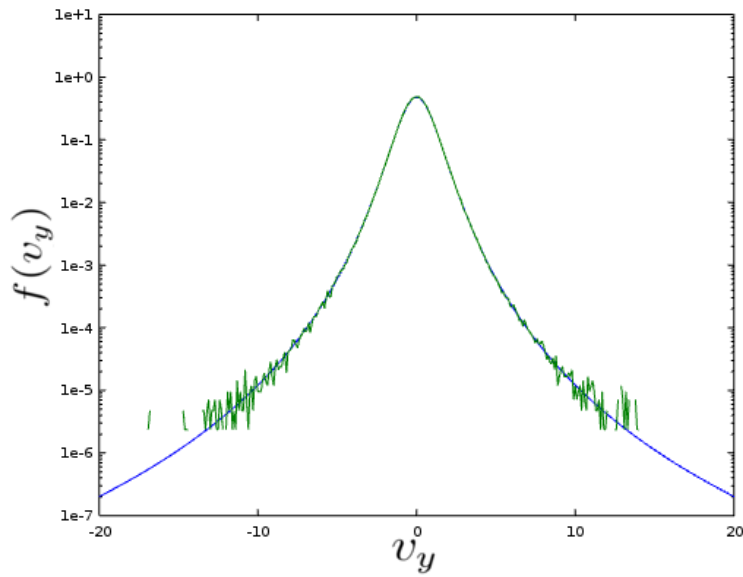


Figura 3.6 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente  $y$  das velocidades.

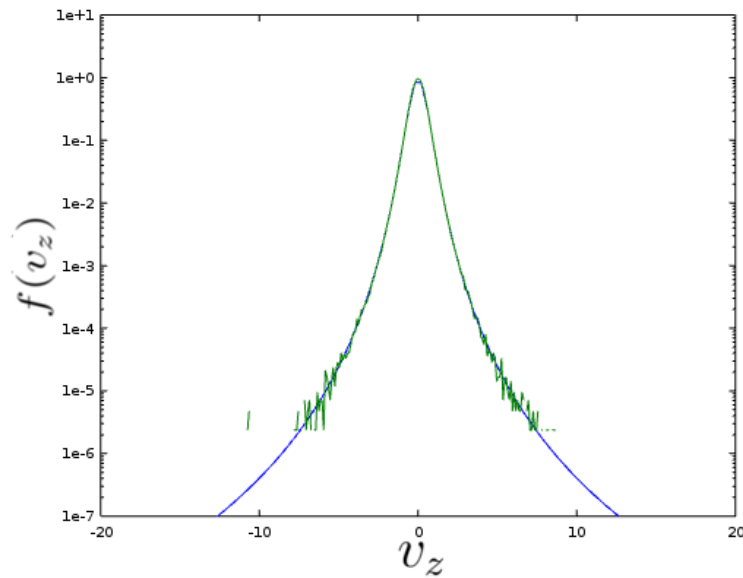


Figura 3.7 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente  $z$  das velocidades.

Os valores aleatórios para a Equação (3.8) são obtidos quando consideramos o caso tridimensional ( $d = 3$ ) e uma matriz de correlação  $R$ , dada por

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\perp}^2 \end{pmatrix}.$$

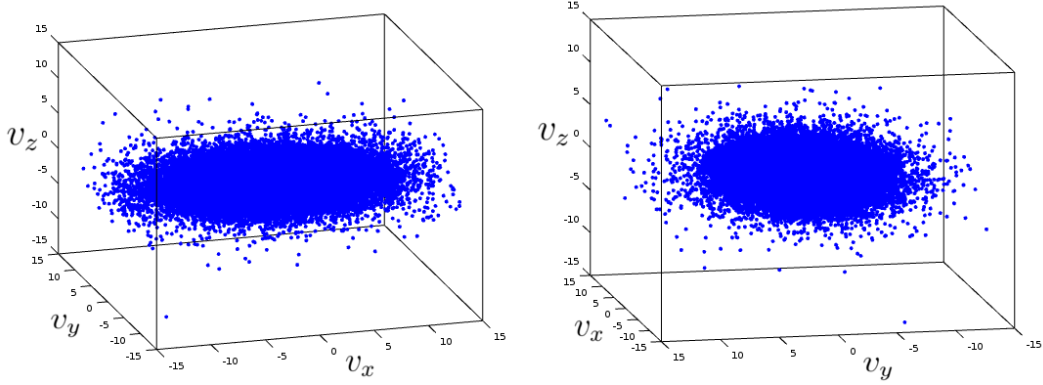


Figura 3.8 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$  dada pela Equação (3.6).

Com isso, reescrevemos a Equação (3.1) como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{(\pi\nu)^{3/2}\sigma_{\parallel}\sigma_{\perp}^2} \frac{\Gamma[(\nu+3)/2]}{\Gamma(\nu/2)} \left\{ 1 + \frac{1}{\nu} \left[ \frac{|\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel}|^2}{\sigma_{\parallel}^2} + \frac{|\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp}|^2}{\sigma_{\perp}^2} \right] \right\}^{-\frac{\nu+3}{2}}. \quad (3.9)$$

Comparando a Equação (3.9) com a Equação (3.8), vemos que ambas são equivalentes quando definimos  $\nu = 2\kappa - 1$  e  $\sigma_i^2 = (2\kappa - 3)v_{thi}^2/(2\kappa - 1)$ , onde  $i = \parallel, \perp$ . Os valores obtidos através da Equação (3.9) para  $\kappa = 3$  (em verde) estão relacionados com a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul), para a componente paralela com  $v_{th\parallel} = 1,5$ , como representado na Figura 3.9. A relação dos valores obtidos para a componente perpendicular com  $v_{th\perp} = 0,75$  está representado na Figura 3.10, onde decompos a componente perpendicular de modo que  $v_{\perp}^2 = v_{\perp 1}^2 + v_{\perp 2}^2$ . A relação entre as componentes das velocidades está representadas na Figura 3.11.

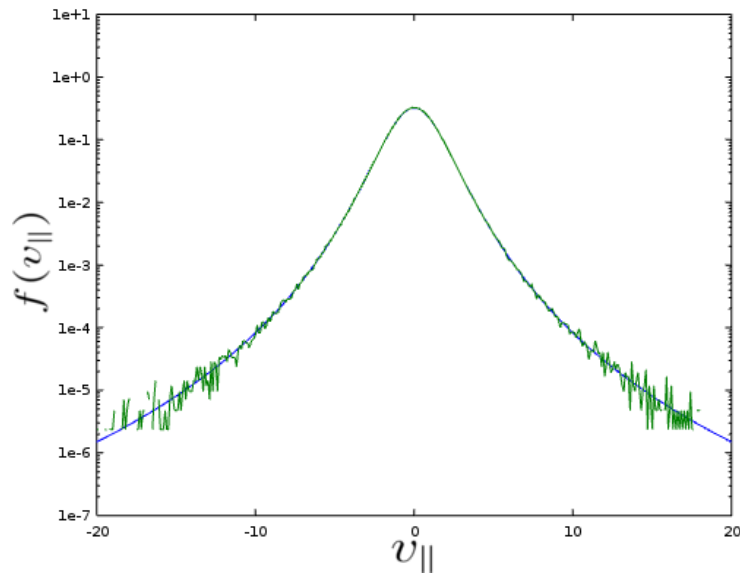


Figura 3.9 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente paralela das velocidades.

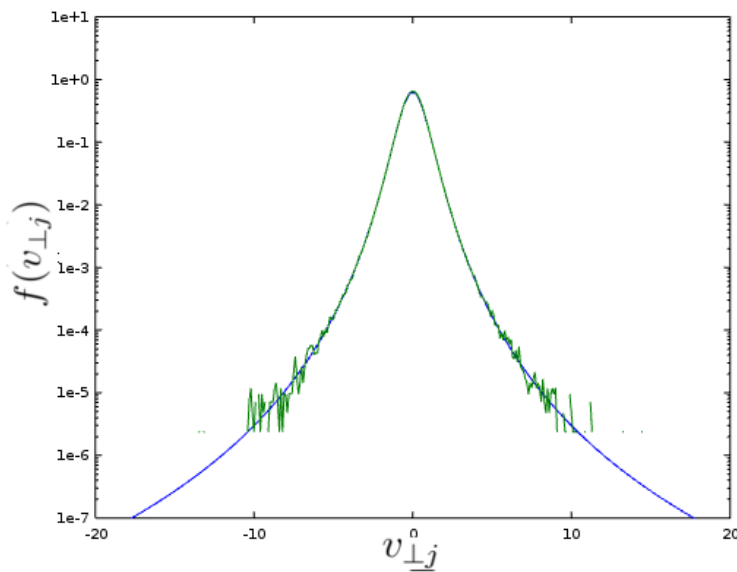


Figura 3.10 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes perpendiculares de  $\vec{v}$ .

Outras formas anisotrópicas das FDVs- $\kappa$  são obtidas quando escrevemos uma FDV- $\kappa$  tridimensional como um produto de FDV- $\kappa$ . Tais formas anisotrópicas ocorrem devido a própria estrutura das FDVs- $\kappa$ . Escrevendo uma FDV- $\kappa$  como o produto de uma FDV- $\kappa$  unidimensional para a componente paralela e uma FDV- $\kappa$  bidimensional para as componentes perpendiculares, obtemos uma forma anisotrópica chamada de produto bi-Kappa

(PBK), dada por

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{\pi^{3/2} \kappa_{\parallel}^{1/2} \theta_{\parallel}} \frac{1}{\kappa_{\perp} \theta_{\perp}^2} \frac{\Gamma(\kappa_{\parallel} + 1)}{\Gamma(\kappa_{\parallel} + 1/2)} \frac{\Gamma(\kappa_{\perp} + 1)}{\Gamma(\kappa_{\perp})} \left(1 + \frac{1}{\kappa_{\parallel}} \frac{|\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel}|^2}{\theta_{\parallel}^2}\right)^{-\kappa_{\parallel}-1} \times \left(1 + \frac{1}{\kappa_{\perp}} \frac{|\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp}|^2}{\theta_{\perp}^2}\right)^{-\kappa_{\perp}-1}, \quad (3.10)$$

onde  $\theta_{\parallel}^2 = (2\kappa_{\parallel} - 1)v_{th\parallel}^2/\kappa_{\parallel}$  e  $\theta_{\perp}^2 = (2\kappa_{\perp} - 2)v_{th\perp}^2/\kappa_{\perp}$ . Para obter os valores aleatórios das velocidades para o produto bi-Kappa necessitamos escrever a FDV t-student tridimensional como um produto de duas FDVs t-student, uma para a componente paralela e outra para as componentes perpendiculares da velocidade. Assim, utilizando a Equação (3.1), obtemos

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{|R_{\parallel}|^{1/2} (\pi\nu_{\parallel})^{d_{\parallel}/2}} \frac{1}{|R_{\perp}|^{1/2} (\pi\nu_{\perp})^{d_{\perp}/2}} \frac{\Gamma[(\nu_{\parallel} + d_{\parallel})/2]}{\Gamma(\nu_{\parallel}/2)} \frac{\Gamma[(\nu_{\perp} + d_{\perp})/2]}{\Gamma(\nu_{\perp}/2)} \times \left[1 + \frac{(\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel})^T R_{\parallel}^{-1} (\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel})}{\nu_{\parallel}}\right]^{-\frac{\nu_{\parallel} + d_{\parallel}}{2}} \left[1 + \frac{(\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp})^T R_{\perp}^{-1} (\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp})}{\nu_{\perp}}\right]^{-\frac{\nu_{\perp} + d_{\perp}}{2}}. \quad (3.11)$$

Definindo  $d_{\parallel} = 1$ ,  $d_{\perp} = 2$ ,  $R_{\parallel} = \sigma_{\parallel}^2 I_{1 \times 1}$  e  $R_{\perp} = \sigma_{\perp}^2 I_{2 \times 2}$ , sendo  $I_{1 \times 1}$  e  $I_{2 \times 2}$  a matriz identidade para uma e duas dimensões, respectivamente. Assim, podemos reescrever a Equação (3.11) como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{\pi^{3/2} \nu_{\parallel}^{1/2} \sigma_{\parallel}} \frac{1}{\nu_{\perp} \sigma_{\perp}^2} \frac{\Gamma[(\nu_{\parallel} + 1)/2]}{\Gamma(\nu_{\parallel}/2)} \frac{\Gamma[(\nu_{\perp} + 2)/2]}{\Gamma(\nu_{\perp}/2)} \left[1 + \frac{|\vec{v}_{\parallel} - \vec{\mu}_{\parallel}|^2}{\nu_{\parallel} \sigma_{\parallel}^2}\right]^{-\frac{\nu_{\parallel} + 1}{2}} \times \left[1 + \frac{|\vec{v}_{\perp} - \vec{\mu}_{\perp}|^2}{\nu_{\perp} \sigma_{\perp}^2}\right]^{-\frac{\nu_{\perp} + 2}{2}}. \quad (3.12)$$

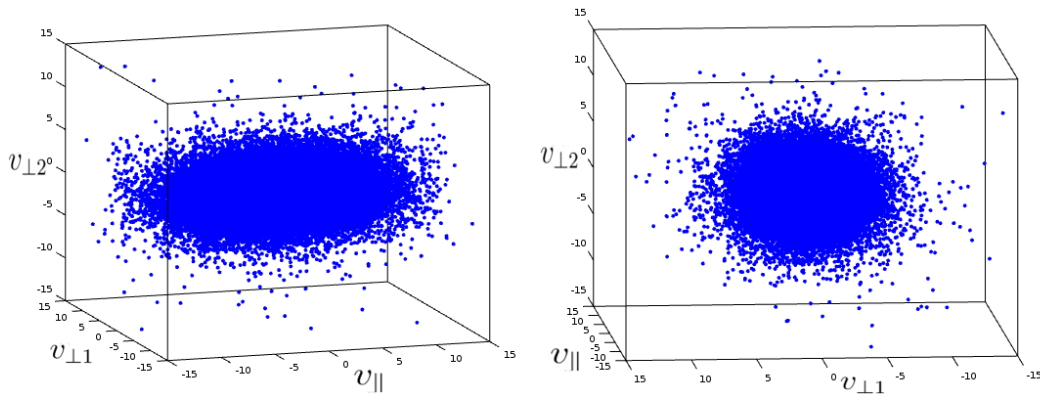


Figura 3.11 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a distribuição BK.

Como antes, vemos que a Equação (3.12) é semelhante à Equação (3.10), considerando  $\nu_{\parallel} = 2\kappa_{\parallel} + 1$ ,  $\nu_{\perp} = 2\kappa_{\perp}$ ,  $\sigma_{\parallel}^2 = \kappa_{\parallel}\theta_{\parallel}^2/(2\kappa_{\parallel} + 1)$  e  $\sigma_{\perp}^2 = \kappa_{\perp}\theta_{\perp}^2/2\kappa_{\perp}$ . A projeção da componente paralela da relação entre os valores gerados para  $\kappa_{\parallel} = 3$  e  $\kappa_{\perp} = 4,5$  pela função de distribuição t-student, Equação (3.12) (em verde), com a FDV- $\kappa$  unidimensional (em azul), dada por

$$f(v) = \frac{N}{[\pi(2\kappa - 1)v_{th}^2]^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa + 1/2)} \left( 1 + \frac{(v - \mu)^2}{(2\kappa - 1)v_{th}^2} \right)^{-\kappa-1}, \quad (3.13)$$

para a componente paralela com  $v_{th\parallel} = 1,5$ , está representada na Figura 3.12. A relação obtida para a componente perpendicular com  $v_{th\perp} = 0,75$  está representada na Figura 3.13, seguindo as mesmas considerações da Figura 3.10. A relação entre as componentes das velocidades está representada na Figura 3.14.

Agora, se escrevermos a FDV- $\kappa$  tridimensional como o produto entre três FDVs- $\kappa$  unidimensionais, obtemos

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{[\pi(2\kappa - 3)]^{3/2} v_{thx} v_{thy} v_{thz}} \frac{\Gamma^3(\kappa)}{\Gamma^3(\kappa - 1/2)} \left[ 1 + \frac{1}{2\kappa - 3} \frac{|\vec{v}_x - \vec{\mu}_x|^2}{v_{thx}^2} \right]^{-\kappa} \times \left[ 1 + \frac{1}{2\kappa - 3} \frac{|\vec{v}_y - \vec{\mu}_y|^2}{v_{thy}^2} \right]^{-\kappa} \left[ 1 + \frac{1}{2\kappa - 3} \frac{|\vec{v}_z - \vec{\mu}_z|^2}{v_{thz}^2} \right]^{-\kappa}. \quad (3.14)$$

Tal anisotropia ocorre devido à existência de correlação entre as projeções das velocidades [33]. Para implementar a FDV- $\kappa$  dada pela Equação (3.14), necessitamos escrever a FDV t-student tridimensional como o produto de três FDVs t-student unidimensionais,

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{|R_x|^{1/2} (\pi\nu)^{1/2}} \frac{1}{|R_y|^{1/2} (\pi\nu)^{1/2}} \frac{1}{|R_z|^{1/2} (\pi\nu)^{1/2}} \frac{\Gamma^3[(\nu + 1)/2]}{\Gamma^3(\nu/2)} \times \left[ 1 + \frac{(\vec{v}_x - \vec{\mu}_x)^T R_x^{-1} (\vec{v}_x - \vec{\mu}_x)}{\nu} \right]^{-\frac{\nu+1}{2}} \left[ 1 + \frac{(\vec{v}_y - \vec{\mu}_y)^T R_y^{-1} (\vec{v}_y - \vec{\mu}_y)}{\nu} \right]^{-\frac{\nu+1}{2}} \times \left[ 1 + \frac{(\vec{v}_z - \vec{\mu}_z)^T R_z^{-1} (\vec{v}_z - \vec{\mu}_z)}{\nu} \right]^{-\frac{\nu+1}{2}}. \quad (3.15)$$

Definindo as matrizes de correlação como  $R_x = \sigma_x^2 I_{1 \times 1}$ ,  $R_y = \sigma_y^2 I_{1 \times 1}$  e  $R_z = \sigma_z^2 I_{1 \times 1}$ , a

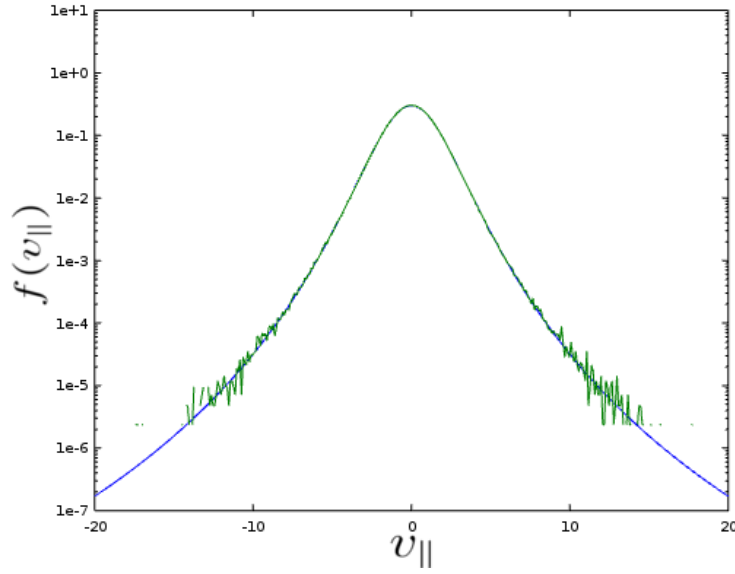


Figura 3.12 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente paralela de  $\vec{v}$ .

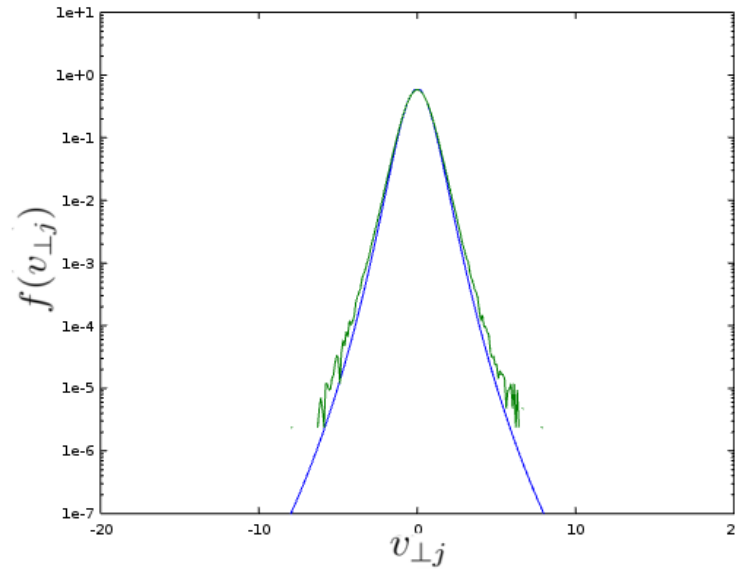


Figura 3.13 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para uma das componentes perpendiculares de  $\vec{v}$ .

Equação (3.15) pode ser reescrita como

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{(\pi\nu)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z} \frac{\Gamma^3[(\nu+1)/2]}{\Gamma^3(\nu/2)} \left[1 + \frac{|\vec{v}_x - \vec{\mu}_x|^2}{\nu\sigma_x^2}\right]^{-\frac{\nu+1}{2}} \times \left[1 + \frac{|\vec{v}_y - \vec{\mu}_y|^2}{\nu\sigma_y^2}\right]^{-\frac{\nu+1}{2}} \left[1 + \frac{|\vec{v}_z - \vec{\mu}_z|^2}{\nu\sigma_z^2}\right]^{-\frac{\nu+1}{2}}. \quad (3.16)$$



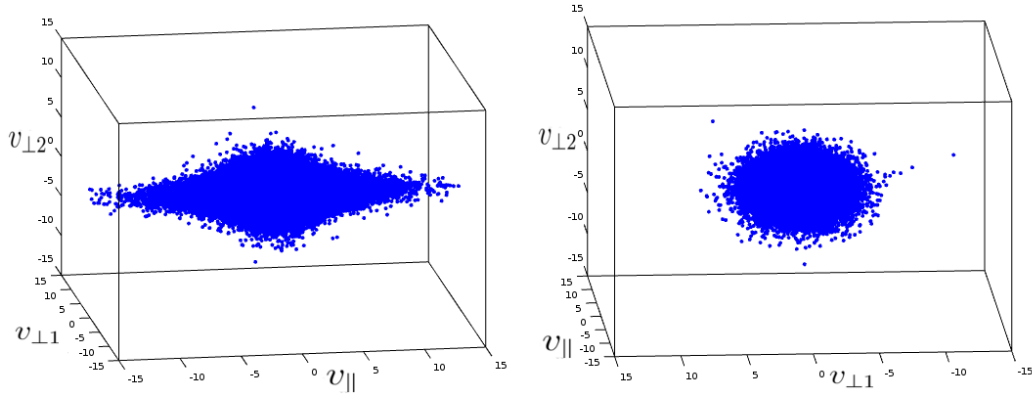


Figura 3.14 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a distribuição PBK.

Comparando a Equação (3.16) com a Equação (3.14) podemos observar que ambas são equivalentes quando são consideradas as relações  $\nu = 2\kappa - 1$  e  $\sigma_i^2 = (2\kappa - 3)v_{thi}/(2\kappa - 1)$ , sendo  $i = x, y, z$ . A componente unidimensional da FDV- $\kappa$ , obtida a partir do gerador aleatório para os valores gerados considerando  $\kappa = 3$  na Equação (3.16) (em verde) e a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional, para a componente  $x$  da velocidade com  $v_{thx} = 1,5$  (em azul), está representada na Figura 3.15. As componentes  $y$  e  $z$  da FDV- $\kappa$  com  $v_{thy} = v_{thz} = 0,75$  estão representadas na Figura 3.16. A relação entre as componentes das velocidades estão apresentadas na Figura 3.17.

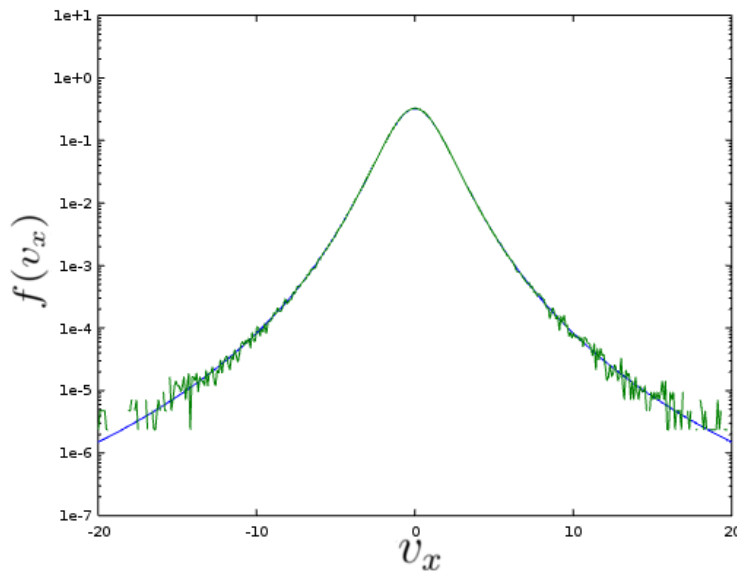


Figura 3.15 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente  $x$  das velocidades.

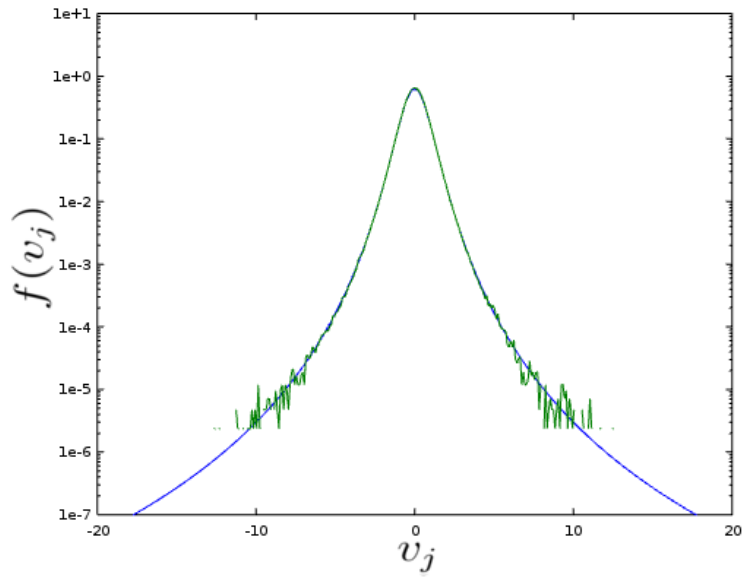


Figura 3.16 - Comparação entre a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne unidimensional (em azul) e os valores gerados pela função de distribuição t-student (em verde), para a componente  $j = y, z$  das velocidades.

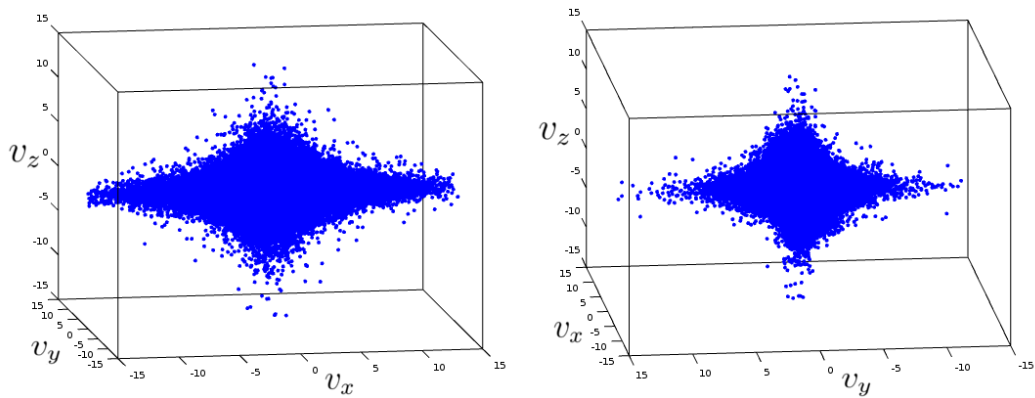


Figura 3.17 - Espaço de velocidades 3D, representando a relação entre as componentes das velocidades para a FDV- $\kappa$  dada pela Equação (3.14).

Neste capítulo apresentamos o método e os testes que foram realizados para termos certeza que as simulações computacionais iniciam com as FDV- $\kappa$  desejadas. Estas funções formam a condição do plasma que será estudado via simulações, já que as diferentes condições iniciais (funções Kappa) são consideradas no início das simulações.

## 4 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Existem duas principais descrições para simulações de plasmas: a de fluidos e a cinética. A escolha de qual descrição será utilizada depende das dimensões do problema a ser investigado. A descrição de fluidos trata o plasma como um fluido, ou multifluidos magnetizados [70], e é utilizada para analisar fenômenos de larga escala temporal e espacial. A principal formulação teórica na descrição de fluido é a aproximação MagnetoHidroDinâmica (MHD). Já a descrição cinética é mais aplicada nas regiões de pequenas escalas, utilizando uma abordagem onde são resolvidas as equações de Vlasov ou de Fokker-Plank, também pode-se utilizar uma abordagem de simulação por partícula, onde as equações de Maxwell e de movimento são resolvidas de modo autoconsistente, considerando o efeito discreto das partículas que representam o plasma na simulação.

Para um melhor entendimento de qual descrição utilizamos, de acordo com as escalas de tempo e espaço, sendo a escala temporal dada em relação a frequência de cíclotron e a escala espacial dada em relação ao raio de cíclotron, vamos utilizar como exemplo a Figura 4.1 do trabalho de Winske e Omidi [71], baseado em parâmetros típicos da magnetosfera terrestre ( $N_e = N_i = 50 \text{ cm}^{-3}$ ,  $B = 50nT$  e  $T_e = T_i = 100 \text{ eV}$ , onde os subíndices  $i$  representam os íons e  $e$  os elétrons). Através desta imagem, podemos observar as regiões onde cada modelo numérico é mais apropriado de acordo com as características físicas do sistema. Para sistemas cujas dimensões temporais e espaciais são da ordem de  $T > 10^2 \text{ s}$  e  $L > 10^4 \text{ km}$  a aproximação MHD é a mais apropriada, como por exemplo em estudos da interação do vento solar com a magnetosfera terrestre. Em sistemas onde as escalas temporais e espaciais estão compreendidas entre  $1 < T < 10^2 \text{ s}$  e  $10^2 < L < 10^4 \text{ km}$  os códigos híbridos são os mais adequados, como por exemplo os choques não colisionais que ocorrem na região do arco de choque da magnetosfera terrestre. Quando as dimensões consistem de pequenos períodos de plasma e poucos comprimentos de Debye, a aproximação por partícula é mais apropriada, como em estudos sobre a emissão de elétrons e íons, emissão de rádio, entre outros [71].

Após determinar as escalas temporais e espaciais que melhor adaptam-se ao modelo à ser estudado, o mecanismo para a realização da simulação de partículas consiste em seguir a trajetória de um grande número de partículas no tempo e no espaço, de acordo com as equações de movimento e as equações de Maxwell [72]. Para a resolução das equações utilizamos uma discretização dos operadores diferenciais, de modo a serem realizadas centradas no tempo e espaço, visando preservar as simetrias no espaço-tempo.

Na Figura 4.2 apresentamos um ciclo típico de um programa de simulação por partícula, durante de um passo temporal ( $\Delta t$ ). No início da simulação, a força ( $\mathbf{F}_i$ ) exercida sobre

cada partícula é obtida através dos campos elétricos e magnéticos obtidos nos pontos discretos da grade,  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})_j$ , calculada utilizando uma função de ponderação por meio de uma interpolação feita a partir da grade, alterando a velocidade  $(\mathbf{v}_i)$  e a posição a posição  $(\mathbf{x}_i)$  das partículas. A partir dos valores das velocidades e posições das partículas obtém-se as densidades de carga e corrente na grade,  $(\rho, \mathbf{J})_j$ , que por sua vez serão utilizados para calcular os campos na grade. Este ciclo segue durante toda a simulação.

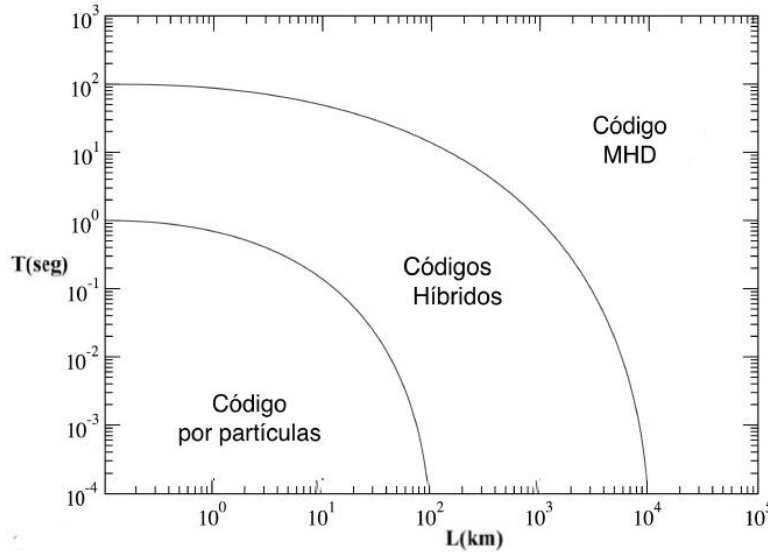


Figura 4.1 - Diagrama espaço-temporal das regiões onde os códigos MHD, híbrido e por partículas podem ser utilizados, baseados em parâmetros típicos da magnetosfera.

Fonte: Adaptado de [71]

A simulação segue usando o método numérico que garante a estabilidade e a precisão numérica suficiente a cada passo  $\Delta t$ . Tal condição é atingida quando  $\omega_p \Delta t \ll 1$ . Com isto, o passo temporal será pequeno quando comparado ao período de plasma. O ciclo se inicia em  $t = 0$  com as condições iniciais apropriadas para as posições e velocidades das partículas e campos, quando for o caso. Para termos precisão nos cálculos precisamos que o espaçamento da grade seja pequeno quando comparado com o menor comprimento de onda de interesse,  $k\Delta x$ . Este ciclo segue durante toda a simulação [73, 74].

Para este projeto de Mestrado foi utilizado o KEMPO1 (acrônimo derivado da expressão em inglês *Kyoto university's ElectroMagnetic Particle cOde*) [57], adaptado para a versão relativística [75]. O KEMPO1 é um código eletromagnético unidimensional no espaço de configuração e tridimensional em velocidades, campos e correntes, desenvolvido para estudar vários tipos de instabilidades em plasmas espaciais, tais como micro-instabilidades

e processos não lineares. Este código é explícito e consiste de um conjunto de subrotinas, cada uma delas desenvolvendo uma tarefa específica na simulação. Como já mencionado no Capítulo 3, foi necessário alterar determinadas subrotinas para implementar as FDVs- $\kappa$  como as velocidades iniciais das partículas.

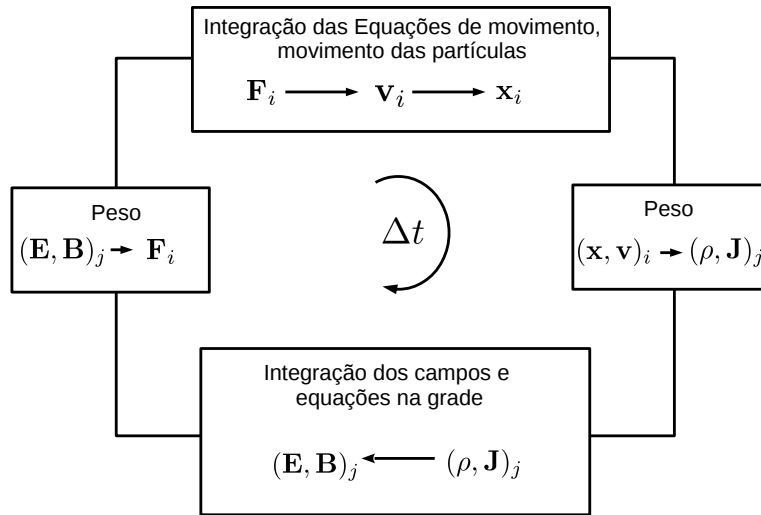


Figura 4.2 - Ciclo típico de um programa de simulação em um passo temporal. Os subíndices  $i$  representam as partículas ( $i = 1, 2, 3, \dots, N_{\text{total}}$ ).

Fonte: Adaptado de [71]

#### 4.1 Grade Espacial e Grade Temporal

No código KEMPO1 são definidas duas grades de simulação: uma espacial e outra temporal. Na grade espacial são definidos pontos inteiros em  $j\Delta x$  e pontos intermediários em  $(j + 1/2)\Delta x$ , onde  $j = 1, 2, 3, \dots, N_x$ . Estas definições são usadas de forma a facilitar a interpolação de diferenças finitas centradas para as derivadas espaciais. A Figura 4.3 representa a grade espacial. Desta forma, as componentes  $E_y$ ,  $B_y$ ,  $J_y$  e a densidade de corrente  $\rho$  são obtidas nos pontos inteiros da grade espacial, enquanto que as componentes  $E_x$ ,  $E_z$ ,  $B_z$ ,  $J_x$  e  $J_z$  são obtidas nos pontos intermediários da grade.

Na grade temporal são definidos pontos inteiros e intermediários da mesma forma que na grade espacial, tal que os pontos inteiros são  $n\Delta t$  e intermediários são  $(n + 1/2)\Delta t$ , onde  $\Delta t$  é um passo temporal. Os campos são integrados pelo método de *leap-frog*, sendo o campo elétrico nos pontos inteiros e o campo magnético nos pontos intermediários da grade. No entanto, em um passo  $\Delta t$  o campo magnético  $\mathbf{B}$  é calculado duas vezes por

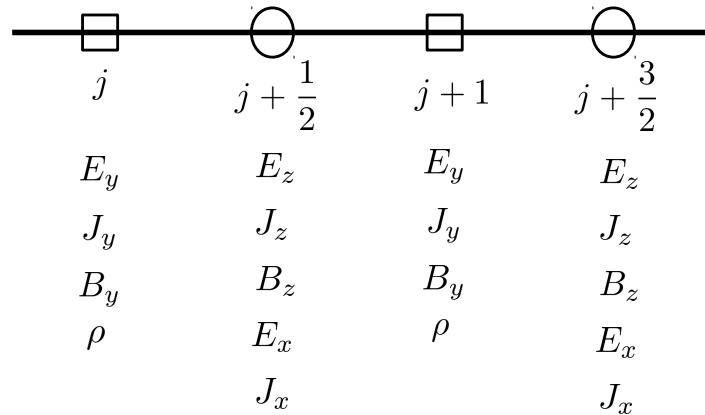


Figura 4.3 - Grade espacial utilizada pelo KEMPO1, para o cálculo das componentes dos campos, densidade de corrente e para a densidade de carga das partículas. Os quadrados marcam os pontos inteiros e os círculos marcam os pontos intermediários.

Fonte: Adaptado de [57]

meio passo  $\Delta t/2$ , pois após o primeiro passo seu valor é utilizado para movimentar as partículas. As posições e velocidades também são obtidas pelo método de *leap-frog* nos pontos inteiros e intermediários da grade, respectivamente. As posições das partículas são calculadas duas vezes com meio passo  $\Delta t/2$ , uma vez que após o primeiro cálculo o valor é utilizado para obter a densidade de corrente  $\mathbf{J}$  nos pontos intermediários da grade. Este processo está representado na Figura 4.4.

## 4.2 Equações de Movimento

Uma partícula com massa  $m$  e carga  $q$  que constitui o plasma está sujeita às equações de movimento

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4.1)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x. \quad (4.2)$$

Resolvendo as equações acima por meio de diferenças finitas centradas obtemos

$$m \frac{\mathbf{v}^{t+\Delta t/2} - \mathbf{v}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \mathbf{F}^t, \quad (4.3)$$

$$\frac{\mathbf{x}^{t+\Delta t} - \mathbf{x}^t}{\Delta t} = \mathbf{v}^{t+\Delta t/2}. \quad (4.4)$$

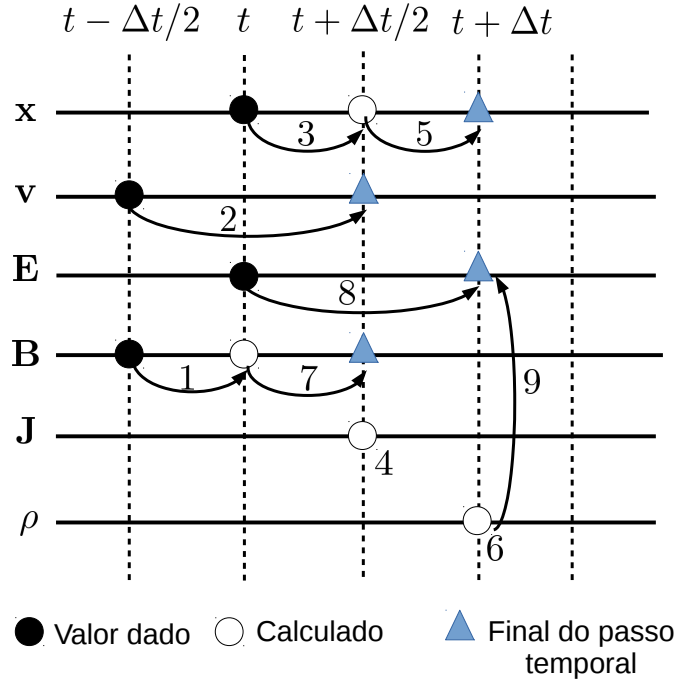


Figura 4.4 - Grade temporal utilizada pelo KEMPO1, mostrando a evolução das quantidades físicas da simulação.

Fonte: Adaptado de [57]

Estas equações representam a evolução temporal da posição e velocidade da partícula. A Figura 4.5 mostra a evolução temporal para as equações acima. Vemos que a posição e velocidade são obtidas em instantes de tempos diferentes na simulação.

Uma vez que estamos interessados no comportamento das funções de distribuição de velocidades que contemplam a informação de partículas supertérmicas, isto é, partículas que podem assumir velocidades relativísticas, é necessário modificar o código KEMPO1 para incorporar efeitos relativísticos. Assim, para considerar partículas com velocidades próximas a velocidade da luz, vamos definir  $m = \gamma m_0$ , sendo  $m_0$  a massa em repouso e  $\gamma$  o fator de Lorentz, dado por  $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ . Definindo  $\mathbf{u} = \gamma \mathbf{v}$  e resolvendo para  $\mathbf{v}$  obtemos

$$\mathbf{v} = \frac{c}{\sqrt{c^2 + |\mathbf{u}|^2}} \mathbf{u} . \quad (4.5)$$

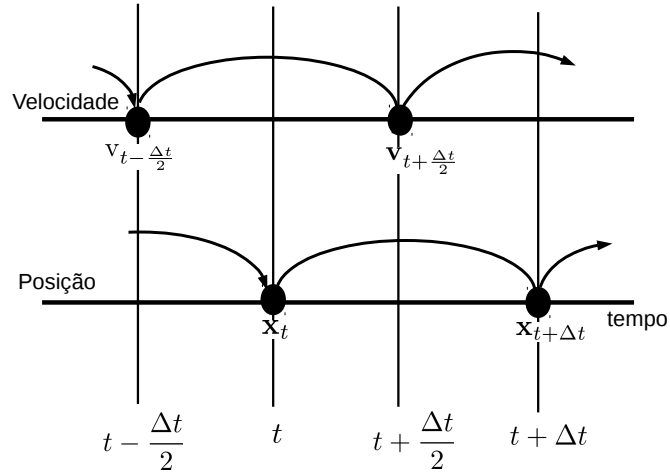


Figura 4.5 - Evolução temporal das equações de movimento.

Fonte: Adaptado de [74]

Assim, podemos reescrever a Equação (4.1) como,

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{q}{m_0}(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_u), \quad (4.6)$$

onde definimos um campo magnético modificado  $\mathbf{B}_u = (c/\sqrt{c^2 + |\mathbf{u}|^2})\mathbf{B}$ . Resolvendo a Equação (4.6) pelo método de diferenças finitas centradas obtemos

$$\frac{\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} - \mathbf{u}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m_0} \left( \mathbf{E}^t + \frac{\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} + \mathbf{u}^{t-\Delta t/2}}{2} \times \mathbf{B}_u^t \right). \quad (4.7)$$

Para realizamos a solução da Equação (4.7) aplicamos o método de Buneman-Boris, através de sete passos [74, 75],

$$\mathbf{u}^{t-\Delta t/2} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - |\mathbf{v}^{t-\Delta t/2}|^2}} \mathbf{v}^{t-\Delta t/2}, \quad (4.8)$$

$$\mathbf{u}_1^t = \mathbf{u}^{t-\Delta t/2} + \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B}_u^t = \frac{c}{\sqrt{c^2 + |\mathbf{u}_1^t|^2}} \mathbf{B}^t, \quad (4.10)$$



$$\mathbf{u}^{t'} = \mathbf{u}_1^t + \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u}_1^t \times \mathbf{B}_u^t, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{u}_2^t = \mathbf{u}_1^t + \frac{2}{1 + [\mathbf{B}_u^t(q/m_0)(\Delta t/2)]^2} \mathbf{u}^{t'} \times \mathbf{B}_u^t \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2}, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} = \mathbf{u}_2^t + \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (4.13)$$

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t/2} = \frac{c}{\sqrt{c^2 + |\mathbf{u}^{t+\Delta t/2}|^2}} \mathbf{u}^{t+\Delta t/2}. \quad (4.14)$$

Para partículas não relativísticas ( $v \ll c$ ) o método de Buneman-Boris é reduzido para quatro passos:

$$\mathbf{v}_1^t = \mathbf{v}^{t-\Delta t/2} + \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{v}^{t'} = \mathbf{v}_1^t + \mathbf{v}_1^t \times \mathbf{B}^t \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2}, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{v}_2^t = \mathbf{v}_1^t + \frac{2}{1 + [\mathbf{B}^t(q/m_0)(\Delta t/2)]^2} \mathbf{v}^{t'} \times \mathbf{B}^t \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2}, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t/2} = \mathbf{v}_2^t + \frac{q}{m_0} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t. \quad (4.18)$$

Os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  que descrevem os processos eletromagnéticos que ocorrem em um plasma são obtidos pelas Equações de Maxwell,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (4.19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (4.22)$$

onde  $\rho$ ,  $\mathbf{J} \equiv (J_x, J_y, J_z)$ ,  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  e  $c$  são a densidade de carga, densidade de corrente, permissividade elétrica no vácuo, permeabilidade magnética no vácuo e a velocidade da luz, respectivamente. Tomando um sistema unidimensional ao longo do eixo  $x$ , temos da Equação (4.19) que o campo elétrico deve satisfazer a condição inicial dada pela equação de Poisson

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (4.23)$$

e da Equação (4.20) temos que o campo magnético deve satisfazer a condição inicial dada

por

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0. \quad (4.24)$$

Assim, temos que  $B_x$  mantêm-se constante no espaço e no tempo durante toda a simulação, pois não obtemos termos não nulos contendo  $B_x$  nas Equações (4.21) e (4.22). Em uma simulação podemos definir os valores da permissividade  $\epsilon_0$  e da permeabilidade  $\mu_0$  de forma arbitrária, contanto que satisfaçam a relação  $\epsilon_0\mu_0 = c^{-2}$ . Para a simplificação dos cálculos no código de simulação é definido  $\epsilon_0 = 1$ , de modo que

$$\mu_0 = \frac{1}{c^2}. \quad (4.25)$$

Para resolver as Equações (4.21) e (4.22) discretizadas, utilizando o método de diferenças finitas centradas, temos que avançar as equações dos campos em diferentes passos temporais. Assim, as componentes dos campos  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  e densidade de corrente  $\mathbf{J}$  são calculadas em pontos diferente do espaço [58]. A forma discretizada da Equação (4.21), para cada uma de suas componentes é dada por

$$\frac{B_{y,i}^{t+\Delta t/2} - B_{y,i}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{E_{z,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{z,i-1/2}^{t+\Delta t}}{\Delta x}, \quad (4.26)$$

$$\frac{B_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2} - B_{z,i+1/2}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = -\frac{E_{y,i+1}^{t+\Delta t} - E_{y,i}^{t+\Delta t}}{\Delta x}, \quad (4.27)$$

onde os índices subscritos estão associados à grade espacial e os índices sobrescritos à grade temporal.

A forma discretizada da Equação (4.22) para cada uma de suas componentes é dada por

$$\frac{E_{x,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{x,i+1/2}^t}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} J_{x,i+1/2}^{t+\Delta t/2}, \quad (4.28)$$

$$\frac{E_{y,i+1}^{t+\Delta t} - E_{y,i+1}^t}{\Delta t} = -c^2 \frac{B_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2} - B_{z,i-1/2}^{t+\Delta t/2}}{\Delta x} - \frac{1}{\epsilon_0} J_{y,i+1}^{t+\Delta t/2}, \quad (4.29)$$

$$\frac{E_{z,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{z,i+1/2}^t}{\Delta t} = c^2 \frac{B_{y,i+1}^{t+\Delta t/2} - B_{y,i}^{t+\Delta t/2}}{\Delta x} - \frac{1}{\epsilon_0} J_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2}. \quad (4.30)$$

A densidade de carga é calculada com base nas superpartículas. No código KEMPO1 elas são consideradas na forma quadrada com largura  $\Delta x$ , como mostra a Figura 4.6. As superpartículas representam um grande número de partículas reais do plasma. Uma superpartícula centrada em uma posição  $x_j$  tem uma distribuição de densidade de carga

$q/\Delta x$  localizada no intervalo  $x_j - \Delta x/2 \leq x_j \leq x_j + \Delta x/2$ . No entanto, cada ponto  $X_i$  na grade tem um intervalo entre  $X_i - \Delta x/2 \leq X_i \leq X_i + \Delta x/2$ . Assim, uma superpartícula dentro do intervalo  $X_i \leq x_j \leq X_{i+1}$  tem sua carga distribuída entre o território dos pontos adjacentes da grade. A distribuição de carga no território da superpartícula é atribuída aos pontos da grade adjacente para formar a densidade de carga  $\rho$  que é definida nos pontos inteiros da grade. Numericamente,  $q(x_j - X_i)/\Delta x$  é atribuído à  $\rho(X_{i+1})$  e  $q(X_{i+1} - x_j)/\Delta x$  é atribuído à  $\rho(X_i)$ .

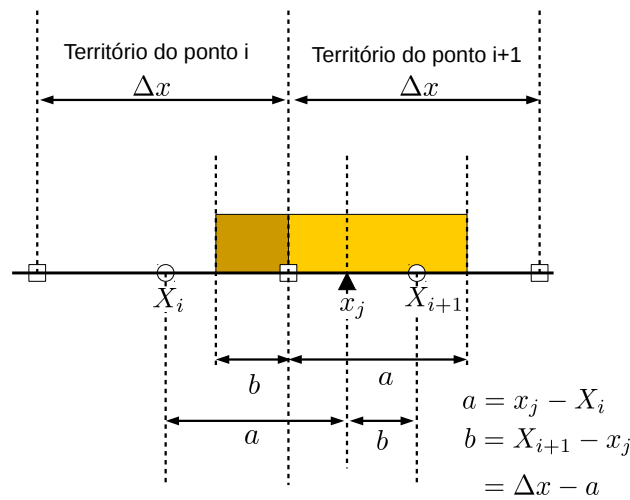


Figura 4.6 - Grade temporal utilizada pelo KEMPO1, mostrando a evolução das quantidades físicas da simulação.

Fonte: Adaptado de [57]

A densidade de corrente é calculada de forma semelhante à densidade de carga, levando em conta a posição e velocidades das partículas, como mostra a Figura 4.7.

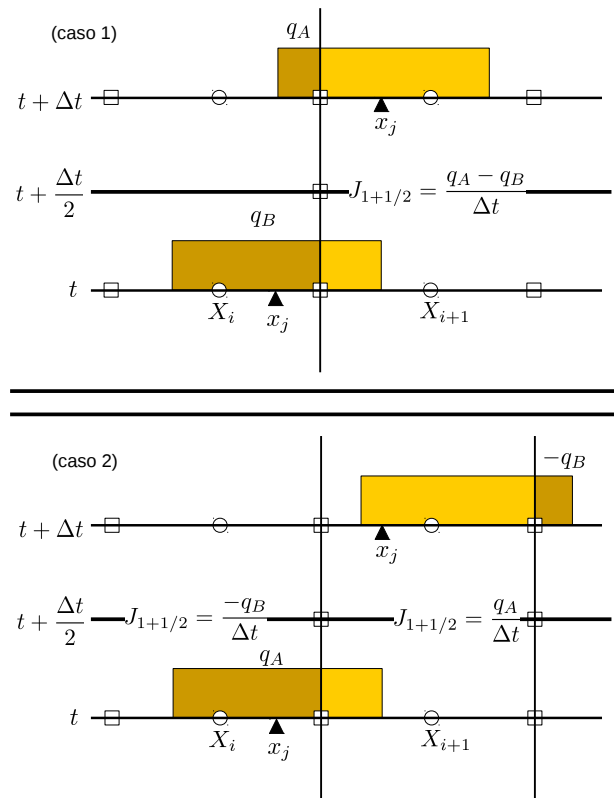


Figura 4.7 - Método de conservação de carga no cálculo da densidade de corrente.

Fonte: Adaptado de [57]

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo analisamos os resultados obtidos pelas simulações computacionais via método PIC, com o objetivo principal de estudar o comportamento do modo de Langmuir em plasmas descritos por FDVs- $\kappa$  isotrópicas e anisotrópicas. Alguns resultados são comparados com os resultados teóricos obtidos por ZGS [59].

Como dito anteriormente, neste trabalho utilizamos o código KEMPO1 [57] modificado para que as simulações iniciem com as partículas representadas por FDVs- $\kappa$ , como também para suportar o comportamento relativístico das partículas.

A vantagem de um código por partículas está associada a descrição realista do comportamento físico do plasma, sendo que todas as quantidades são obtidas a partir da resolução das equações de movimento e de Maxwell de forma autoconsistente, no qual se considera o efeito discreto das partículas na simulação.

Os valores do índice espectral  $\kappa$  utilizados para as simulações foram selecionados com base em observações *in situ*, sendo  $\kappa = 3$  para magnetosferas planetárias e na lâmina de plasma [21],  $\kappa = 5$  para uma distância de 1 UA (unidade astronômica) [76] e  $\kappa = 20$  para representar o plasma quando a FDV- $\kappa$  se aproxima a uma distribuição Maxwelliana. Estes e outros valores do índice espectral  $\kappa$  para diferentes regiões do meio interplanetário são apresentados na Tabela 1 presente no trabalho de Livadiotis [33].

Para realizar as simulações utilizamos um sistema com comprimento  $L = 4096\lambda_D$  e espaçamento na grade dado por  $\Delta x = 2\lambda_D$ . Todas as frequências e velocidades são normalizadas pela frequência de plasma,  $\omega_{pe}$ , e velocidade térmica dos elétrons,  $v_{the}$ , respectivamente. Cada simulação é realizada durante 16384 passos temporais, onde cada passo é dado por  $\Delta t = 0,02\omega_{pe}^{-1}$ . O sistema evolui até  $\omega_{pe}t = 327,68$  períodos de plasma. Consideramos a velocidade térmica igual a 1,25% da velocidade da luz,  $v_{the} = 0,0125c$  e 2048 superpartículas por ponto na grade, totalizando 4194304 partículas no sistema de simulação. Os íons são considerados imóveis e participam apenas da neutralidade de carga do sistema.

### 5.1 Casos Isotrópicos

Em primeiro lugar, iremos apresentar os resultados obtidos ao considerar um plasma cujas velocidades das partículas são representadas pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, Equação (1.2). Para facilitar a análise, consideramos três casos: Caso 1, no qual foi definido  $\kappa = 3$ ; Caso 2, para  $\kappa = 5$  e Caso 3,  $\kappa = 20$ , quando se considera que a FDV é praticamente uma distribuição Maxwelliana. As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam a função de distribuição de

velocidades inicial, considerada no código para o Caso 1, Caso 2 e Caso 3, respectivamente. Nestas figuras, podemos observar a variação das caudas energéticas para cada função de distribuição que iremos considerar, tomadas como condição inicial das simulações em  $\omega_{pe}t = 0$ . Uma vez que as velocidades das partículas foram devidamente distribuídas na grade de simulação, seguindo assim as características das funções de distribuições desejadas, podemos dar início as simulações.

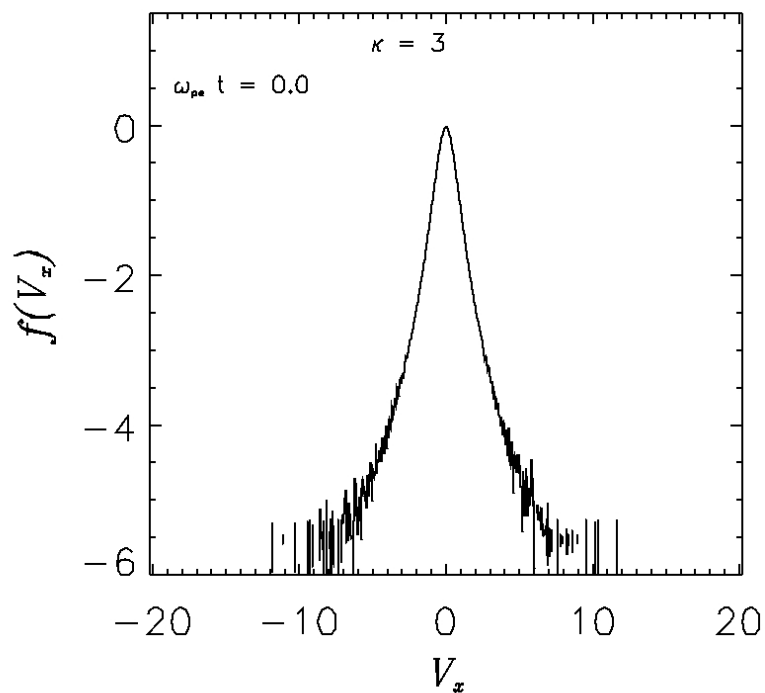


Figura 5.1 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 1.

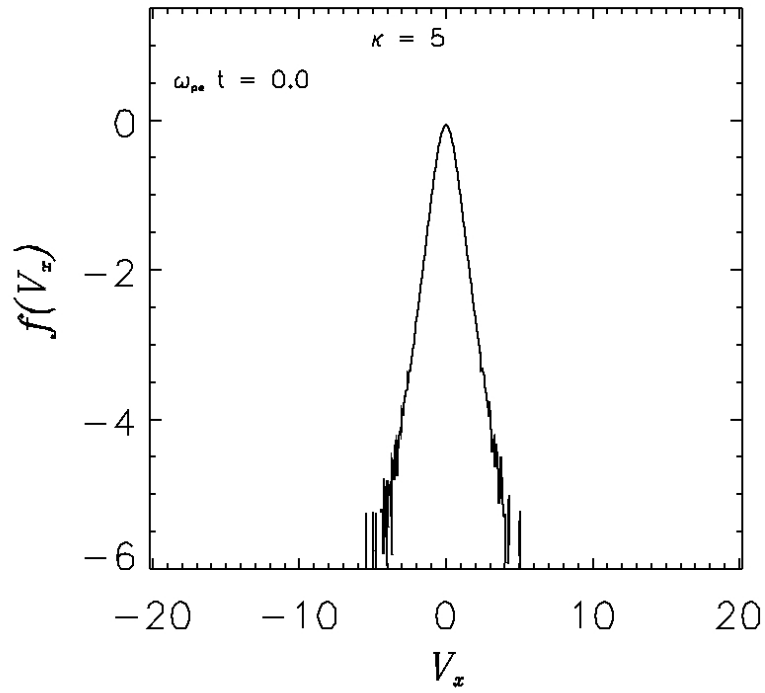


Figura 5.2 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 2.

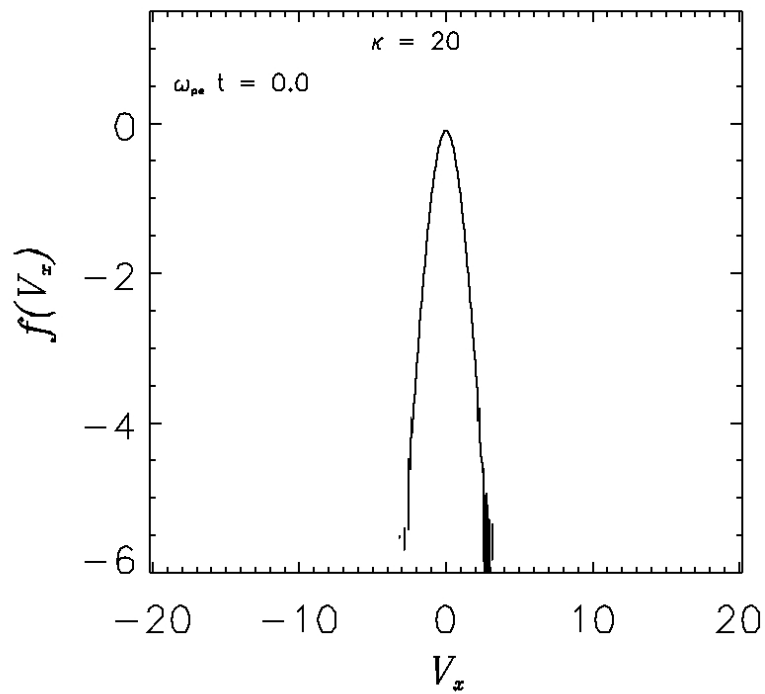


Figura 5.3 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 3.

A Figura 5.4 apresenta a evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 1. Podemos observar que no instante inicial da simulação não havia ondas no sistema. Esse fato está associado a ausência de energia elétrica. Como pode ser observado no quadro de energia elétrica, a medida que a simulação evolui observamos um aumento gradual da energia elétrica, também podemos observar um pequeno aumento da energia cinética das partículas associado a instabilidade numérica presente na simulação. A energia magnética se mantém praticamente constante, enquanto a energia total, que representa a soma das energias elétrica, magnética e cinética apresenta um pequeno aumento devido a instabilidade numérica presente no sistema. Esse tipo de instabilidade numérica é comum em códigos PIC e não inviabiliza os resultados obtidos.

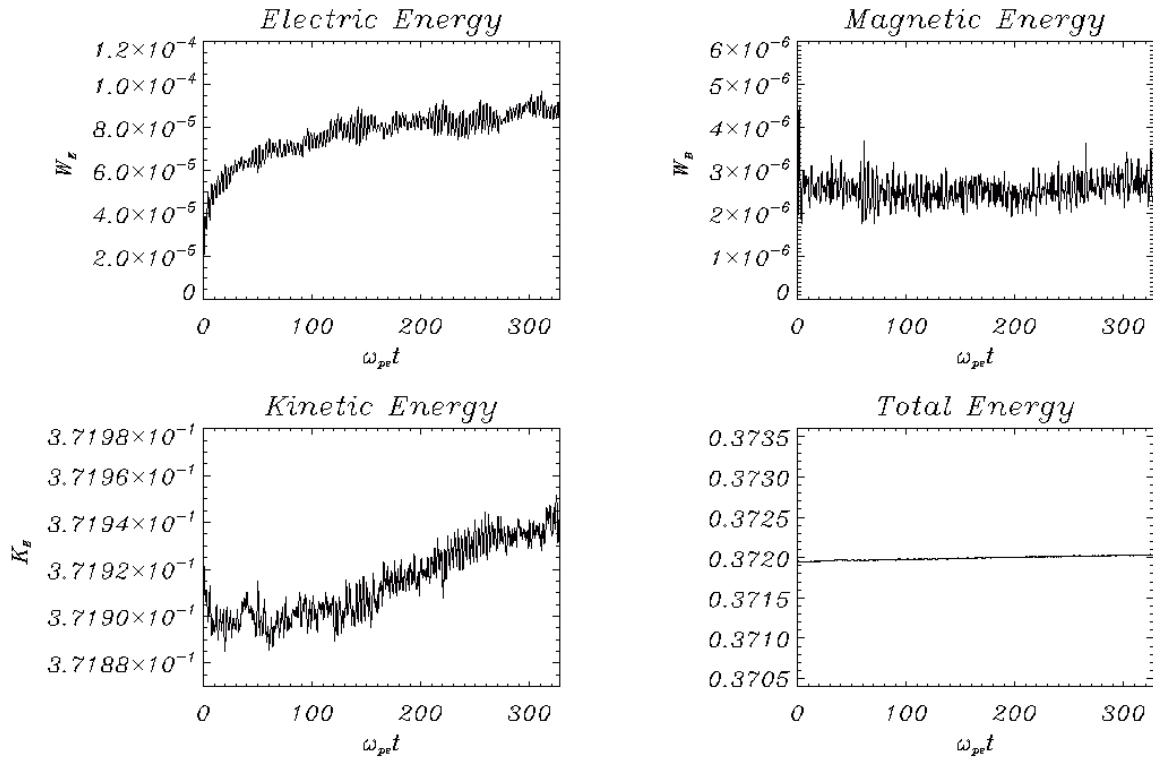


Figura 5.4 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 1.

A Figura 5.5 apresenta a evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 2. As energias para o Caso 2 são semelhantes ao Caso 1. No entanto, apresentam um valor maior na energia cinética, aumentando assim a energia total do sistema. Este comportamento pode ser atribuído à dependência com o índice espectral  $\kappa$ .



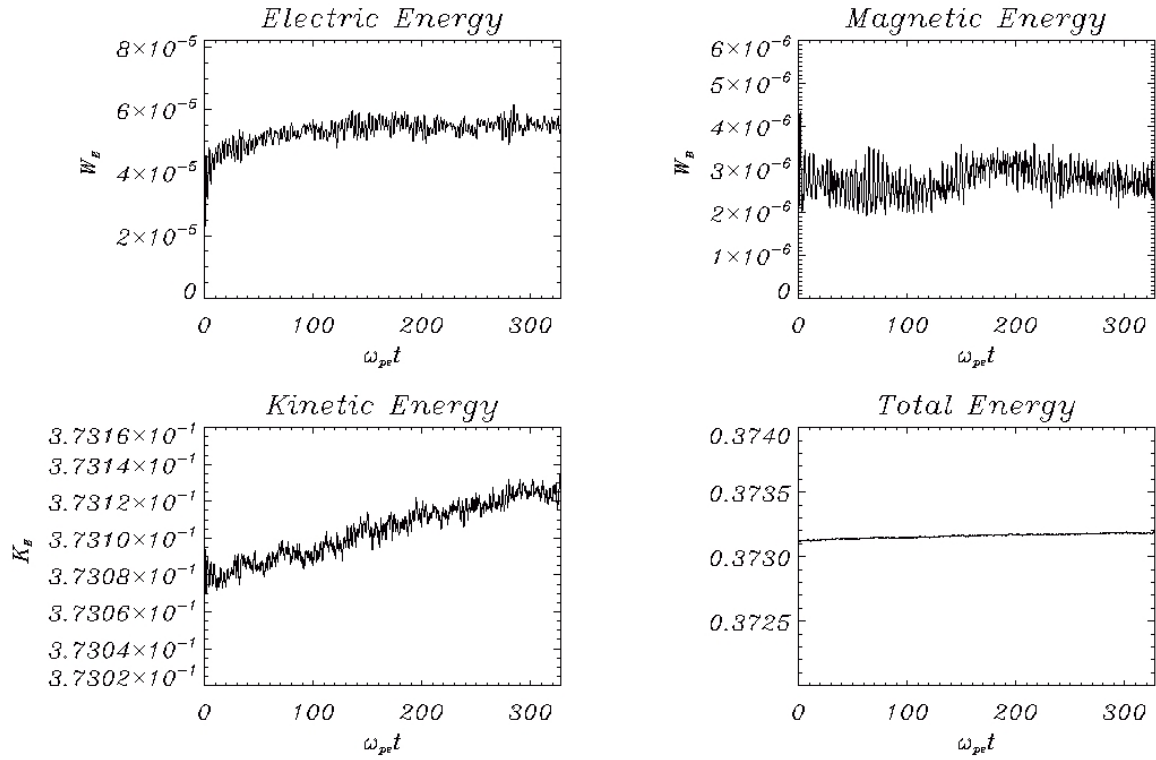


Figura 5.5 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 2.

Ao comparar a evolução temporal das energias elétrica, magnéticas, cinética e total dos Casos 1 e 2 com o Caso 3, apresentado pela Figura 5.6, notamos que a energia cinética para o Caso 3 é maior que o Caso 1 e menor que o Caso 2. Tais resultados nos mostram que a energia do sistema possui uma certa dependência com o índice espectral  $\kappa$ .

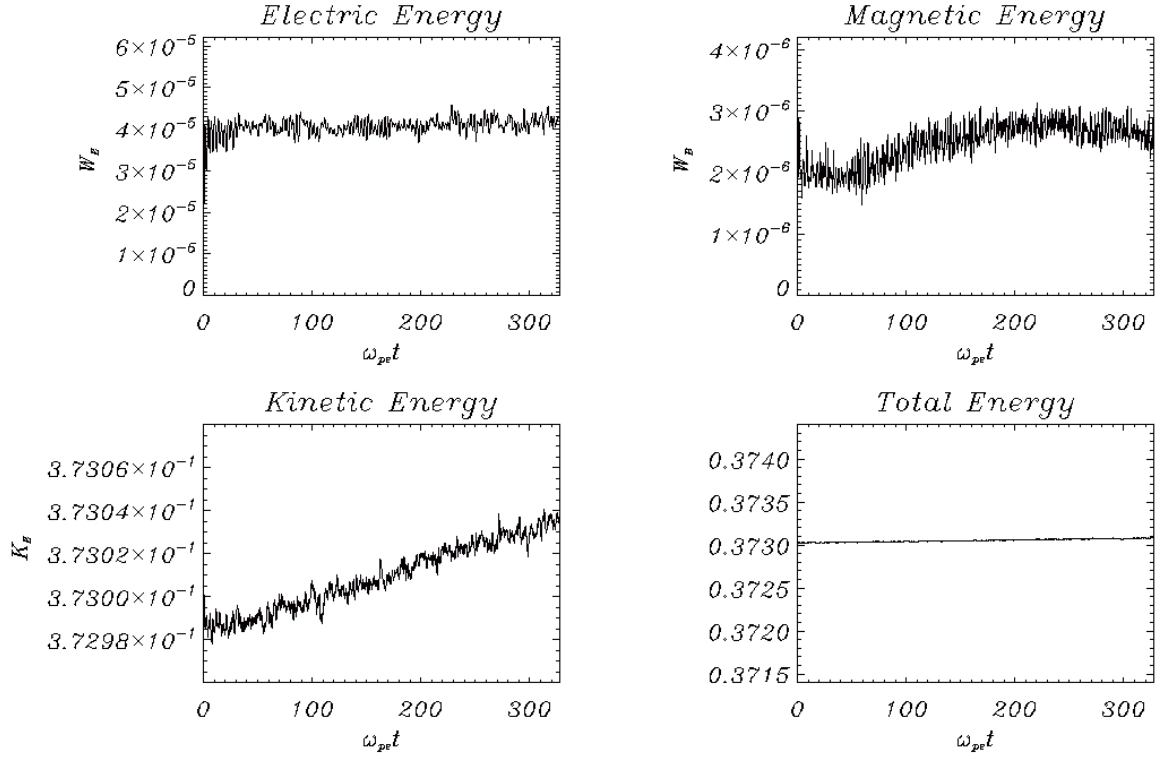


Figura 5.6 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 3.

As Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, apresentam os diagramas  $\omega \times k$  para a componente  $E_x$  do campo elétrico para os Casos 1, 2 e 3, respectivamente. O diagrama é obtido através da transformada de Fourier no espaço, ao longo do eixo  $x$ , e no tempo. Tal diagrama apresenta o comportamento dos modos de propagação presentes no plasma. Para uma melhor análise dos resultados, representamos por uma linha pontilhada o modo de Langmuir teórico, Equação (2.14), obtido para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne. Observamos que o modo representado pela curva teórica é idêntico ao modo de Langmuir obtido por uma FDV Maxwelliana. A escala de cores no diagrama  $\omega \times k$  está relacionada com a intensidade, em escala arbitrária, da componente do campo.

Através dos gráficos das relações de dispersão para o modo de Langmuir para os Casos 1, 2 e 3 podemos observar que a emissão do modo de Langmuir via simulação apresenta maior concentração sob o modo teórico para pequenos valores de  $k\lambda_{De}$ . Para números de onda maiores ocorre uma dispersão da emissão. A concentração da emissão sob o modo teórico é dependente do índice  $\kappa$ , no qual, para valores menores de  $\kappa$ , ocorre somente para  $k\lambda_{De} < 0,1$ . A medida que o índice  $\kappa$  aumenta (Caso 3), podemos observar que os

resultados de simulação apresentam concentração maior sob a curva analítica também para números de onda maior. Ainda, podemos observar que para  $\kappa$  maiores ocorre a presença de ruído em valores de  $\omega/\omega_{pe} < 1$ .

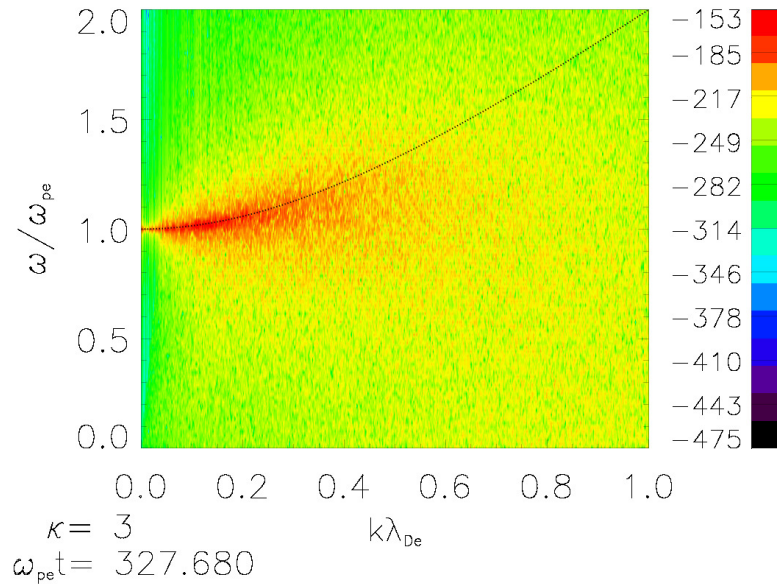


Figura 5.7 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 1. A relação de dispersão foi obtido para o instante final da simulação.

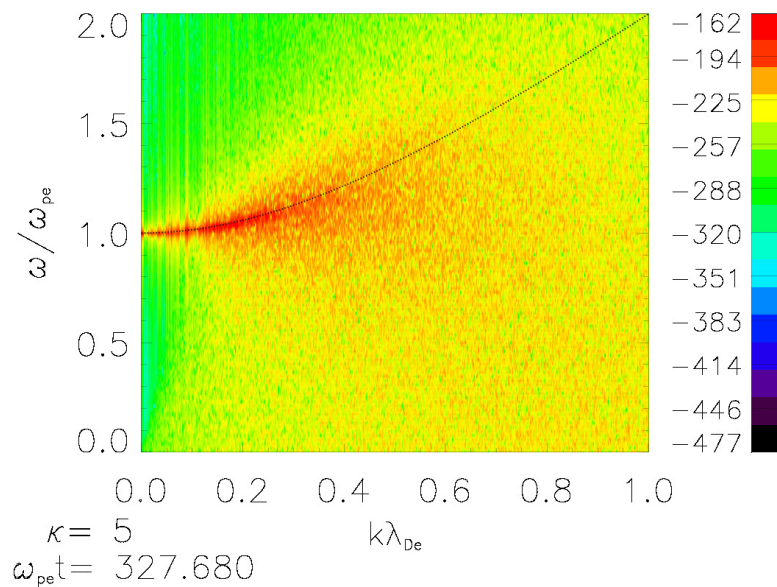


Figura 5.8 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 2. A relação de dispersão foi obtido para o instante final da simulação.

Agora vamos considerar um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Leubner, Equação (1.3). Para esta descrição consideramos o Caso 4 para  $\kappa = 3$ , o Caso 5 para  $\kappa = 5$  e o Caso 6 para  $\kappa =$



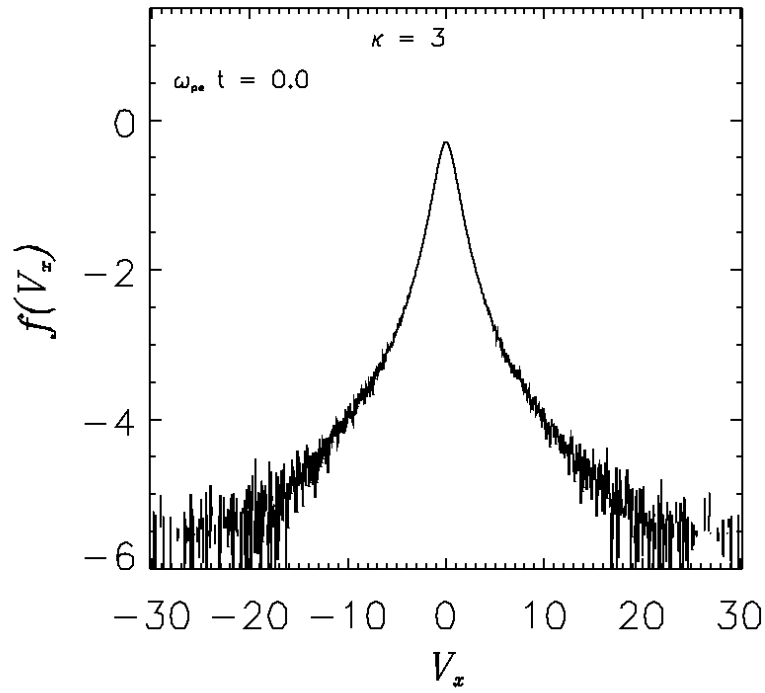


Figura 5.10 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 4.

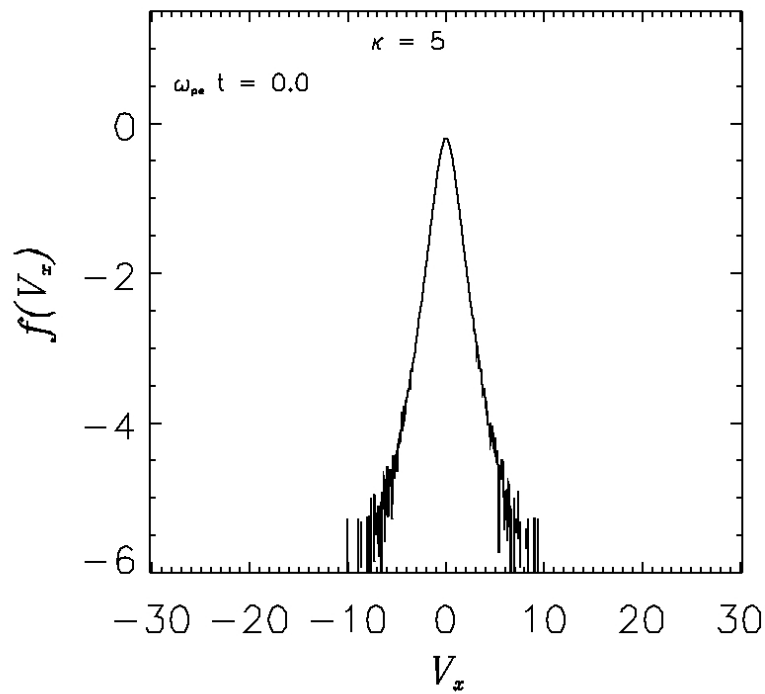


Figura 5.11 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 5.

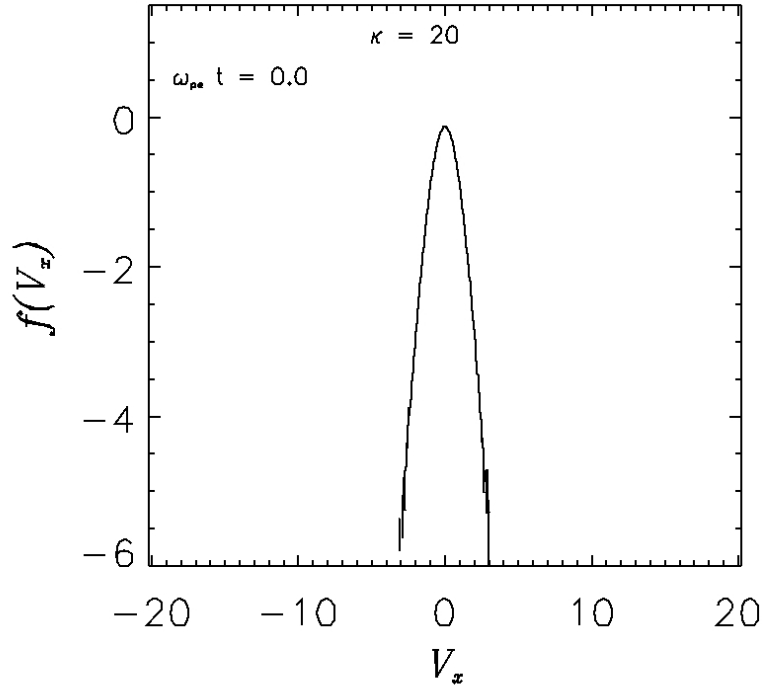


Figura 5.12 - Função de distribuição de velocidades inicial para o Caso 6.

A evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 4 estão representadas na Figura 5.13. A energia elétrica cresce às custas da energia cinética, ambas variando com mesma ordem de grandeza. A energia magnética permanece praticamente constante durante a simulação, enquanto a energia total apresenta diminuição durante a simulação evidenciando a presença de instabilidade numérica, que é comum em simulações PIC.

É possível notar também que a energia total para o Caso 4 é muito maior que a energia presente nos Casos anteriores para um plasma descrito pela FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne. Essa energia maior está associada à presença das partículas supertérmicas que contribuem significativamente para a energia cinética do sistema.

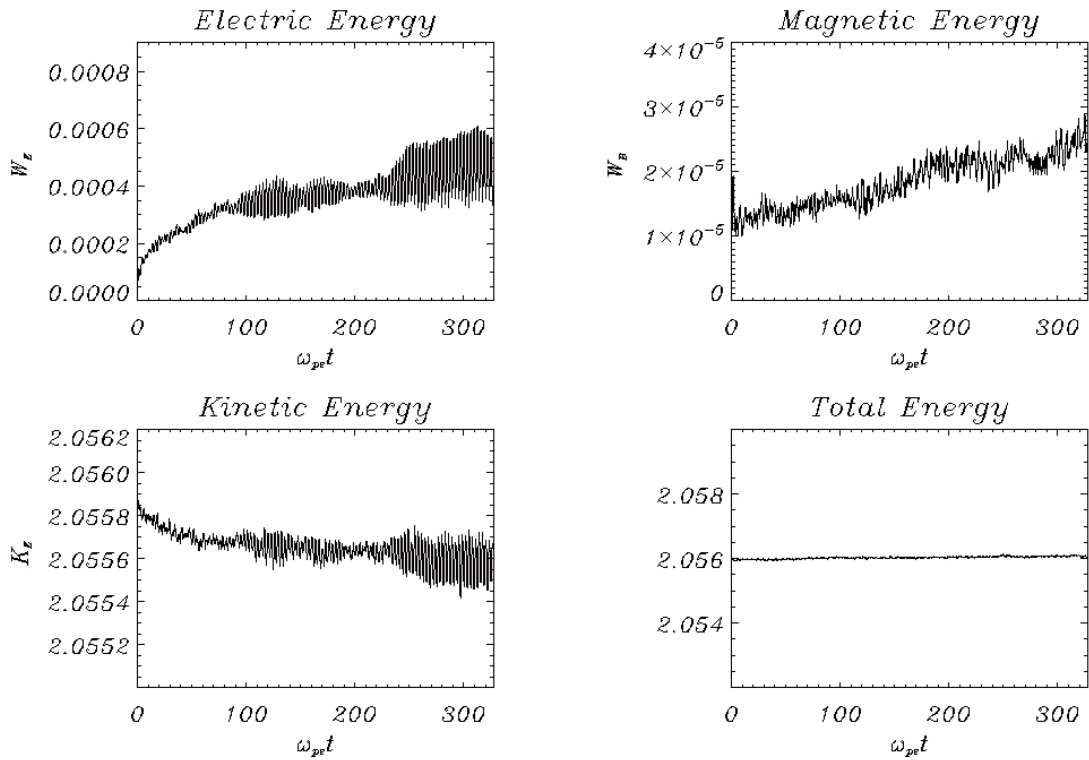


Figura 5.13 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 4.

A Figura 5.14 apresenta a evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 5. Temos que a variação das energias são semelhantes ao Caso 4. No entanto, a energia cinética é menor, em função da estrutura da FDV devido à dependência associada ao índice espectral  $\kappa$

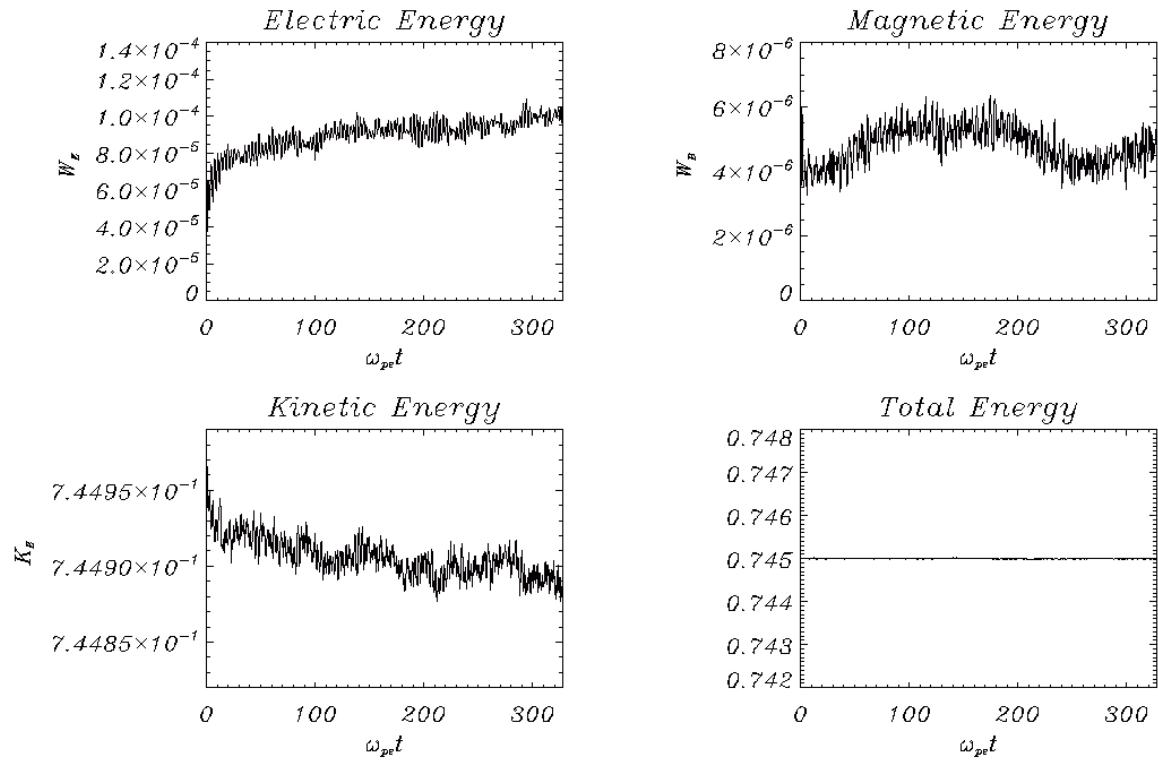


Figura 5.14 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 5.

A evolução temporal das energias para o Caso 6 está representada na Figura 5.15. As energias possuem comportamento semelhante aos Casos 4 e 5, mantendo-se praticamente constante. Comparando os resultados da evolução temporal das energias para os Casos 4, 5 e 6, observamos que a energia cinética do sistema diminui conforme aumentamos o índice espectral  $\kappa$ .



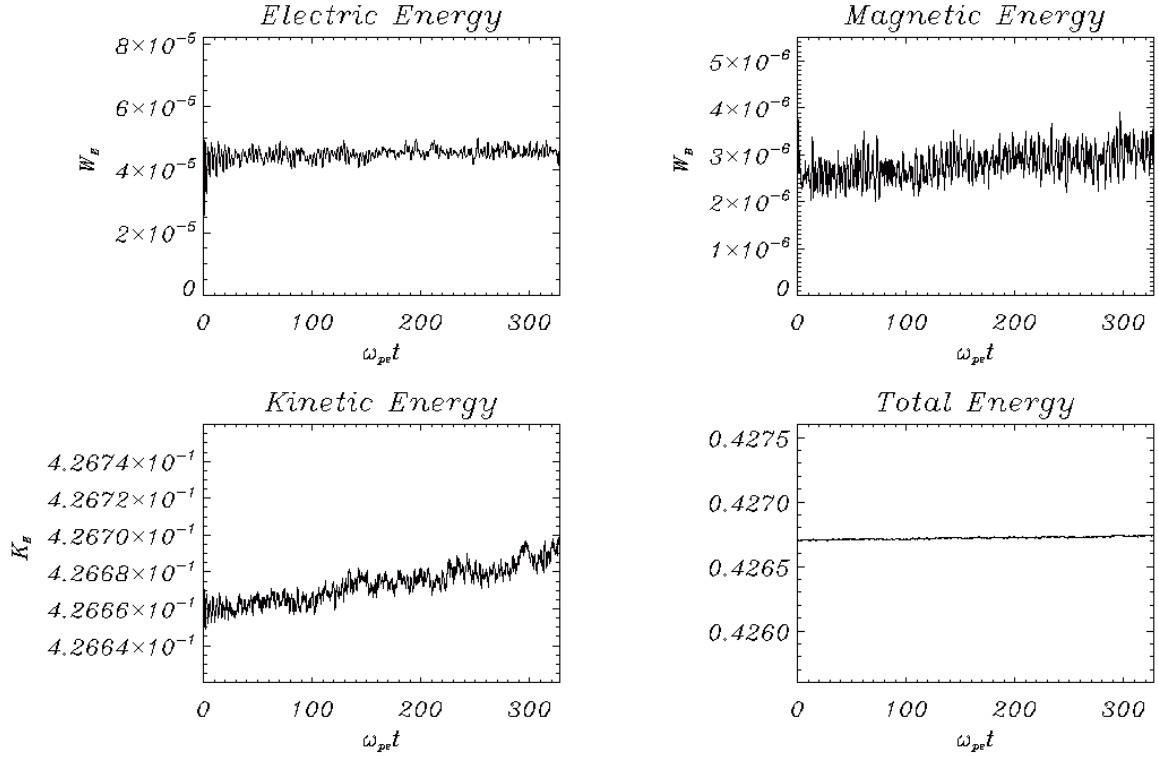


Figura 5.15 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 6.

As relações de dispersão, diagramas  $\omega \times k$ , para os Casos 4, 5 e 6 estão apresentadas nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18, respectivamente. Também apresentamos as relações de dispersão das equações analíticas para o modo de Langmuir, obtido a partir da FDV- $\kappa$  de Leubner, Equação (2.16) (linha contínua), e relação de dispersão analítica, obtida a partir da FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne, Equação(2.14) (linha pontilhada).

A partir da Figura 5.16 podemos observar que a emissão ocorre para regiões de pequenos números de onda. A medida que o índice  $\kappa$  aumenta a emissão ocorre para números de onda maiores, como pode ser observado nas Figuras 5.17 e 5.18. Também, podemos observar que a FDV- $\kappa$  de Leubner apresenta uma relação de dispersão que é dependente do índice  $\kappa$ , comportamento que é confirmado pelos resultados PIC. A medida que o valor de  $\kappa$  aumenta, a emissão utilizando a função de distribuição de Leubner se aproxima do modo de Langmuir, obtido por uma FDV Maxwelliana ou a FDV- $\kappa$  de Summers e Thorne.

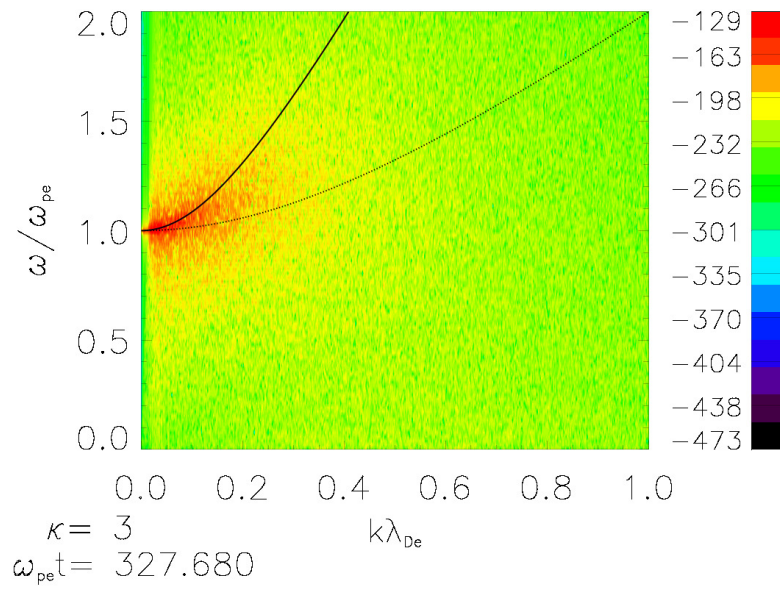


Figura 5.16 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 4. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

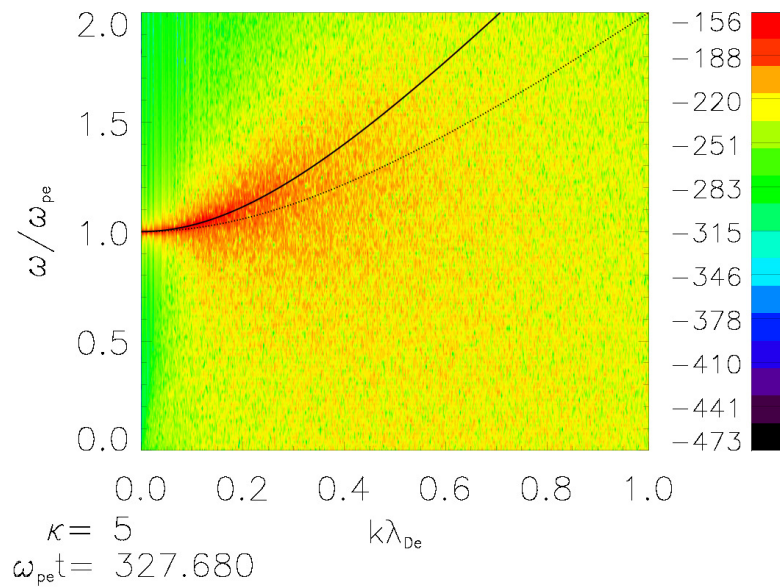


Figura 5.17 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 5. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

Deste modo, através de simulações PIC, notamos que quando  $\kappa \rightarrow \infty$  o modo de Langmuir se aproxima do caso Maxwelliano, seguindo a previsão teórica prevista na literatura [59].

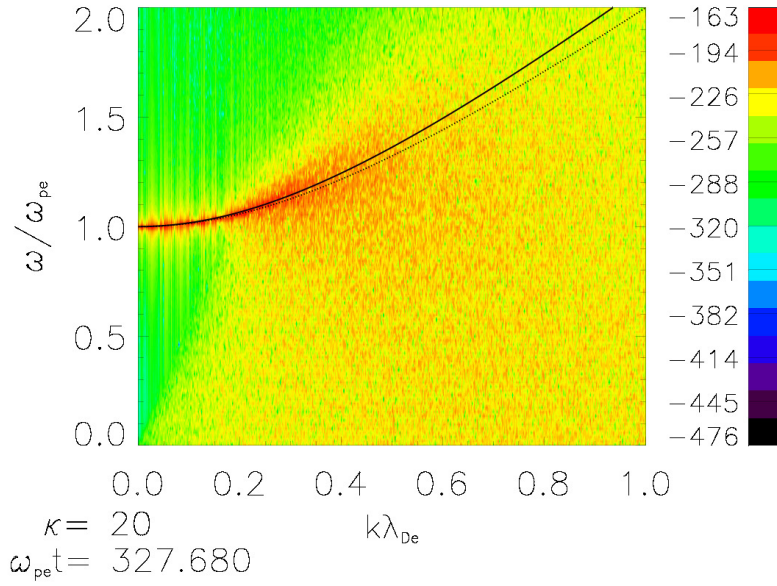


Figura 5.18 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 6. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

## 5.2 Casos Anisotrópicos

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos para diferentes formas de anisotropia que ocorrem na função de distribuição de velocidades. As simulações foram realizadas para os dois tipos principais de anisotropias discutidos na literatura, isto é, anisotropia associada a distribuições bi-Kappa (BK), representada pela Equação (3.8), e anisotropia associada a distribuições obtidas pelo produto bi-Kappa (PBK), representado pela Equação (3.10).

Considerando um plasma descrito pela BK, realizamos a simulação com anisotropia onde a razão entre as velocidades térmicas é dada por  $v_{the\parallel}/v_{the\perp} = 4$ , mantendo a velocidade térmica total  $v_{the} = 0,0125c$ , desta forma, a velocidade térmica paralela é dada por  $v_{the\parallel} = 0,025c$ , enquanto que a velocidade térmica perpendicular é dada por  $v_{the\perp} = 0,00625c$ . Assim, como nos casos isotrópicos, separamos as simulações em diferentes valores do índice espectral  $\kappa$ , a fim de analisar possíveis alterações no modo de Langmuir: Caso 7, para  $\kappa = 3$ ; Caso 8, para  $\kappa = 5$  e Caso 9, para  $\kappa = 20$ .

As Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 apresentam o gráfico da velocidade perpendicular,  $v_{perp}$ , em função da velocidade paralela,  $v_{par}$ , mostrando a anisotropia no espaço de velocidades no código de simulação, nos instantes inicial e final para os Casos 7, 8 e 9, respectivamente. Lembrando que as simulações são realizadas sem a presença de um campo magnético externo, adotamos a direção paralela como sendo a direção  $x$  enquanto a direção perpen-

dicular é composta pelas direções  $y$  e  $z$ .

A partir das Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 podemos observar que a forma anisotrópica é mantida durante toda a simulação, uma vez que o código mantém a simetria do sistema.

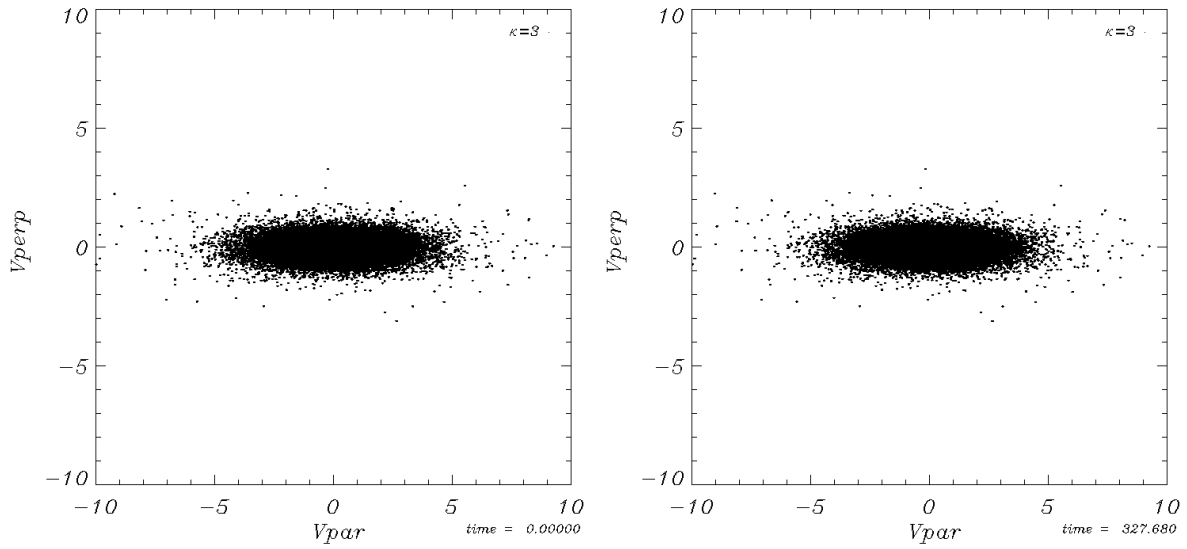


Figura 5.19 - Espaço de velocidades para o Caso 7, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

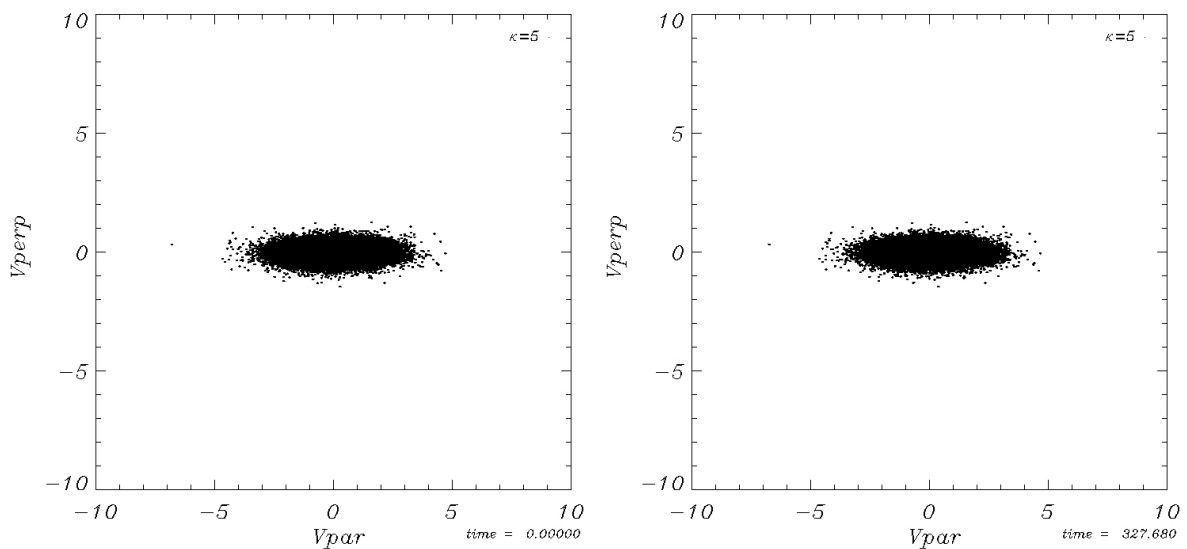


Figura 5.20 - Espaço de velocidades para o Caso 8, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

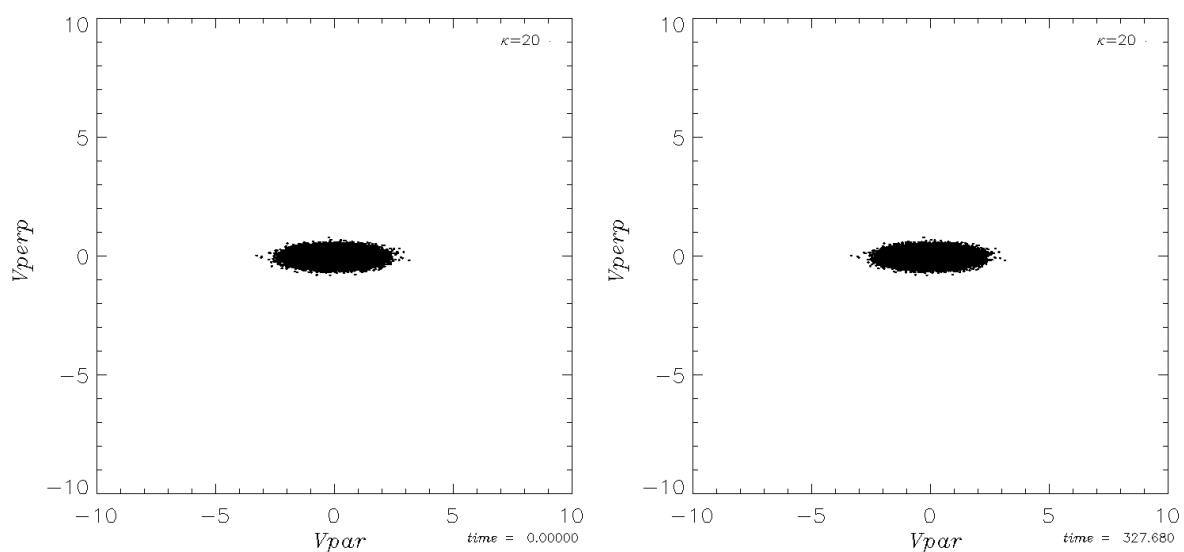


Figura 5.21 - Espaço de velocidades para o Caso 9, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

Observamos que o espaço de velocidades para distribuição anisotrópica, BK, está de acordo com a literatura [77]. Notamos também que a anisotropia apresentada pela Figura 5.21,  $\kappa = 20$ , se aproxima daquela obtida para uma distribuição bi-Maxwelliana, como esperado.

A evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 7 são apresentadas na Figura 5.22. A energia elétrica cresce com uma taxa de crescimento de  $\gamma_{W_E} = 1,703 \times 10^{-3}$  as custas da energia cinética. A energia magnética permanece constante durante a simulação, enquanto que a energia total, soma das energias elétrica, magnética e cinética, mantém-se praticamente constante.

Ao comparar a Figura 5.22 com o resultado obtido para o Caso 1, Figura 5.4, que representa a forma isotrópica também para  $\kappa = 3$ , notamos que a energia cinética no Caso 7 é maior. Isso ocorre devido a anisotropia introduzir energia livre no sistema [33].

A evolução temporal das energias para o Caso 8, representada na Figura 5.23, é semelhante ao Caso 7. No entanto, possui energia cinética menor. Notamos que os sistemas anisotrópicos também apresentam uma dependência com o índice espectral  $\kappa$ . Comparando a evolução temporal das energias do Caso 8 com o Caso 4 (Figura 5.13), podemos observar que assim como o caso anterior a energia cinética é maior devido à energia livre presente no sistema com anisotropia.

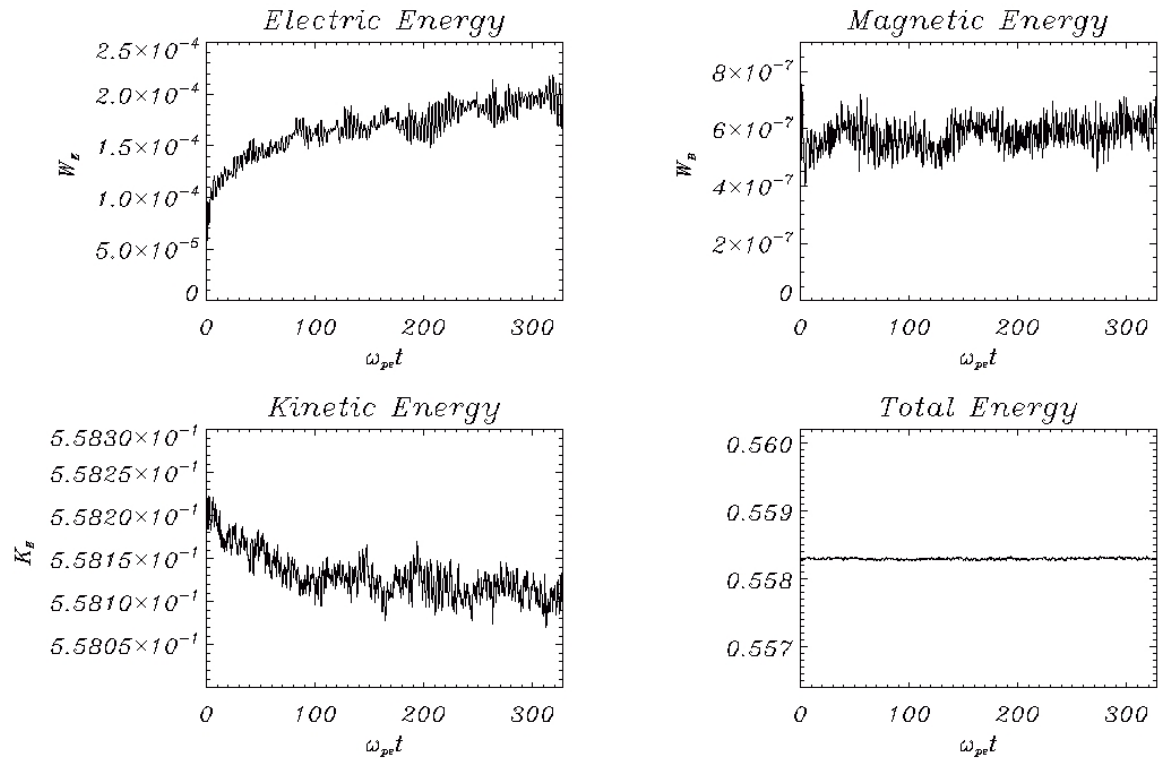


Figura 5.22 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 7.

Na Figura 5.24 apresentamos a evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 9. Notamos que a variação das energias têm mesma ordem que os Casos 7 e 8. Entretanto, apresentam energia cinética maior.

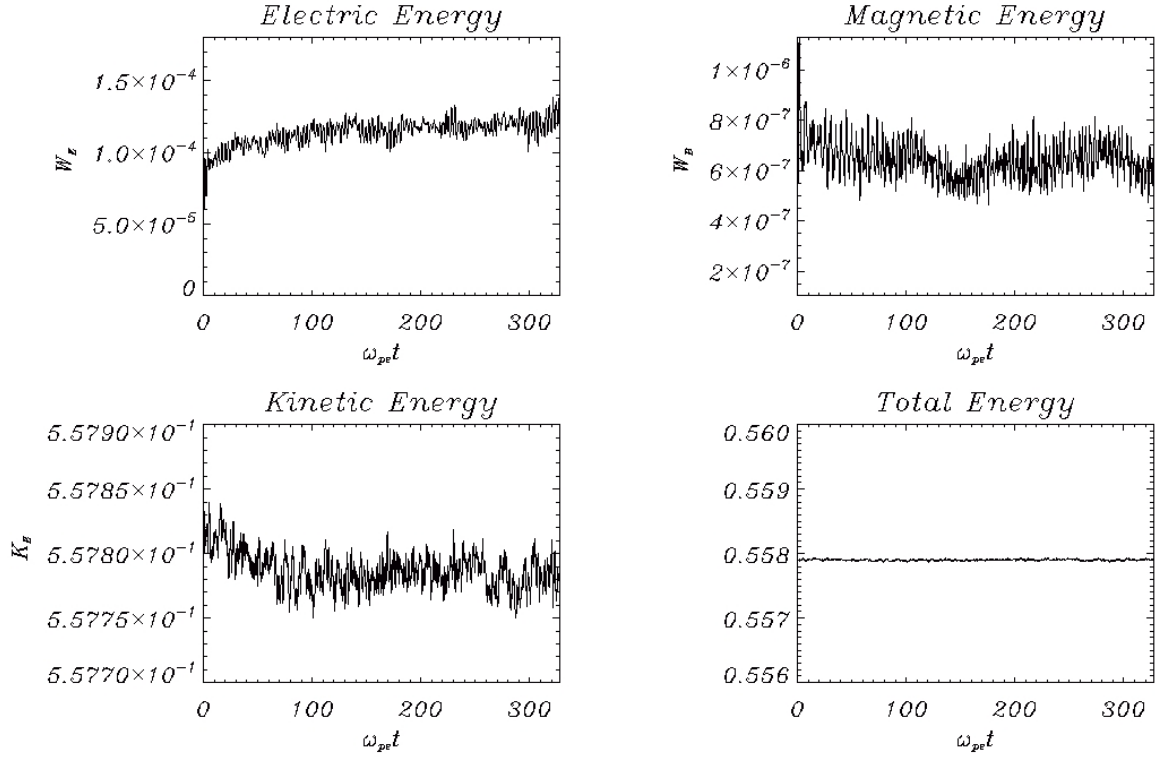


Figura 5.23 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 8.

Os diagramas  $\omega \times k$  para os Casos 7, 8 e 9 são apresentados nas Figuras 5.25, 5.26 e 5.27, respectivamente. Para realizarmos uma melhor análise do modo de Langmuir, apresentamos juntamente nas figuras a solução analítica (linha pontilhada) obtida por ZGS [59],

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 (1 + 3k^2 \lambda_{De\parallel}^2), \quad (5.1)$$

onde  $\lambda_{De\parallel} = v_{the\parallel} / \omega_{pe}$ . Note que esta expressão é a mesma obtida para o caso de uma distribuição bi-Maxwelliana.

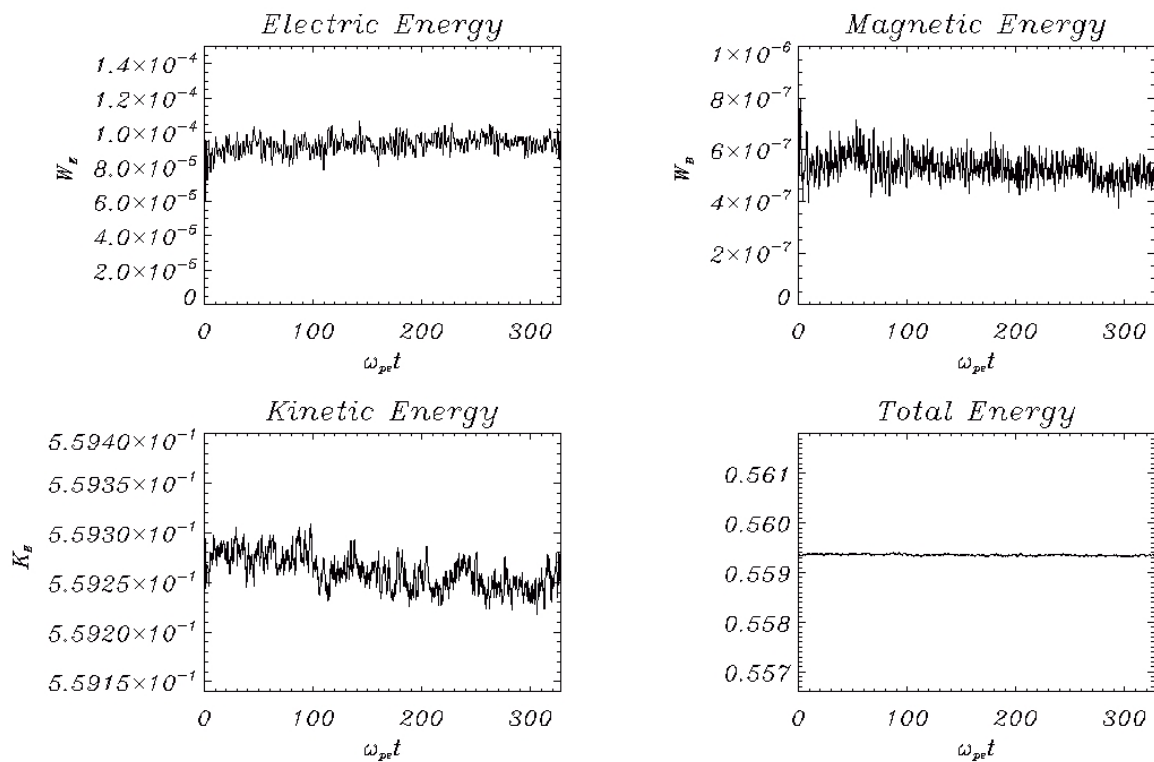


Figura 5.24 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 9.

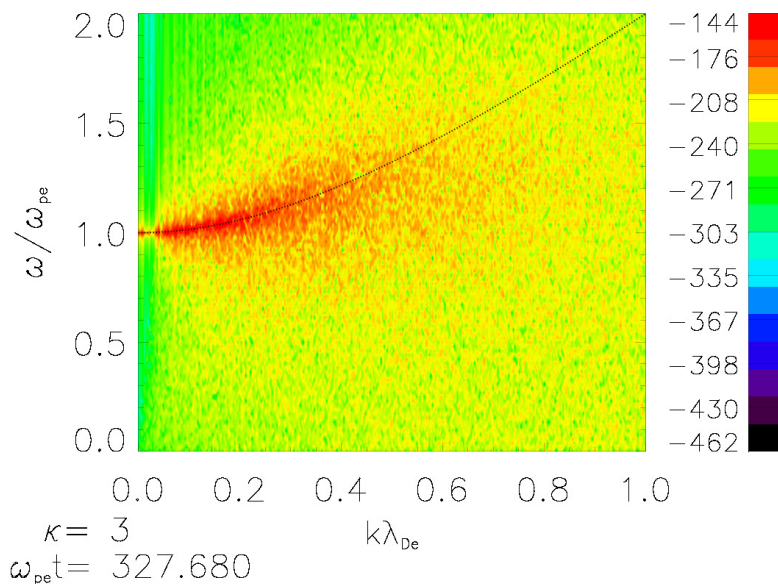


Figura 5.25 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 7. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.



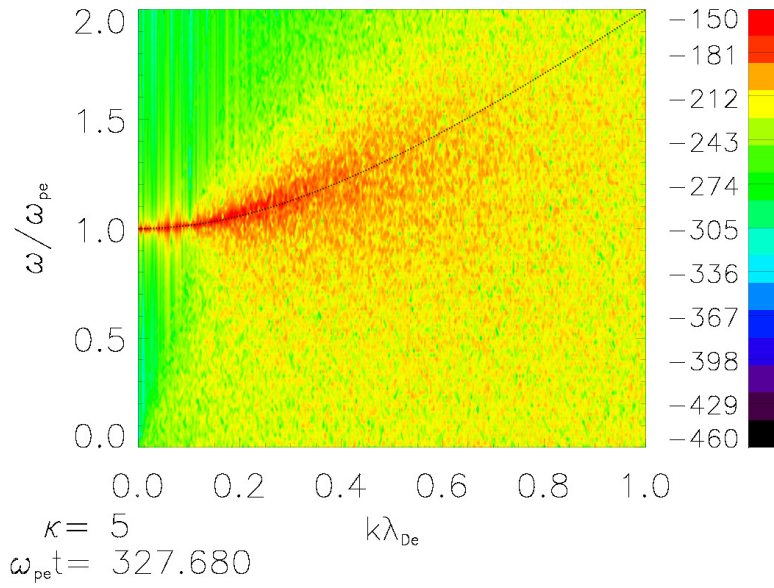


Figura 5.26 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 8. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

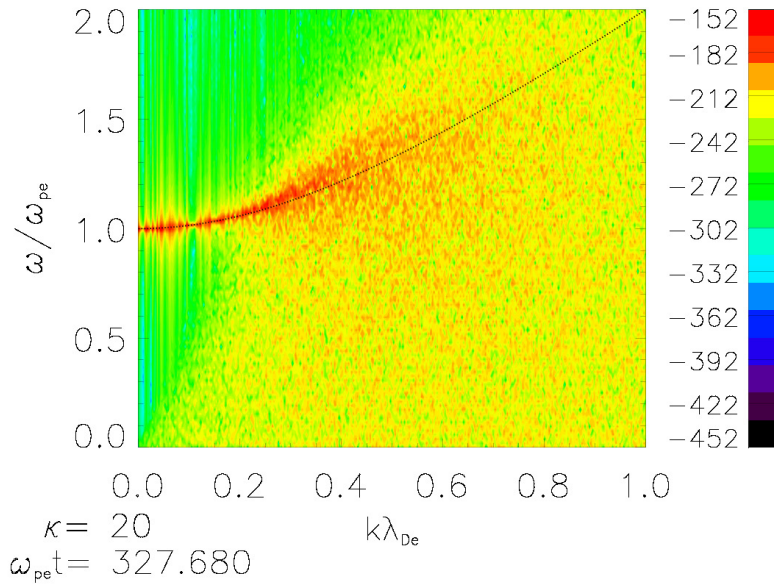


Figura 5.27 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 9. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

Assim, como nos casos anteriores, podemos observar nas Figuras 5.25, 5.26 e 5.27 que a emissão PIC ocorre mais próxima da curva analítica para pequenos valores do número de onda, quando  $\kappa = 3$ . À medida que o índice  $\kappa$  cresce, a emissão passa a ocorrer também para valores maiores do número de onda. Quando comparamos os resultados obtidos nos Casos anisotrópicos 7, 8 e 9 com os casos isotrópicos 1, 2 e 3, percebemos que para  $\kappa = 3$  e 5 não há diferenças significativas no modo de Langmuir. Entretanto, para  $\kappa = 20$ , as

simulações anisotrópicas apresentam emissão mais intensa para os valores que seguem a relação de dispersão analítica, como pode ser observado comparando a Figura 5.27 com a Figura 5.9

Agora, para analisar os resultados obtidos para um plasma descrito pela PBK, Equação (3.10), consideramos um sistema com anisotropia  $v_{the\parallel}/v_{the\perp} = 4$ , mesmo caso adotado para a descrição BK, ou seja,  $v_{the\parallel} = 0,025c$  e  $v_{the\perp} = 0,00625c$ , mantendo assim a velocidade térmica total,  $v_{the} = 0,0125c$ , como adotado para as simulações anteriores, e  $\kappa_{\parallel} = \kappa_{\perp} = \kappa$ . Consideramos novamente três casos, nos quais definimos valores diferentes para o índice espectral  $\kappa$ :  $\kappa = 3$ , para o Caso 10;  $\kappa = 5$ , para o Caso 11 e  $\kappa = 20$ , para o Caso 12.

As Figuras 5.28, 5.29 e 5.30 mostram o espaço de velocidades para os Casos 10, 11 e 12, respectivamente, nos instantes inicial e final da simulação. Vemos que a anisotropia é representada em forma de cristal, característica da anisotropia associada ao PBK [77]. Note que no Caso 12, Figura 5.30, o espaço de velocidades apresenta anisotropia semelhante a uma bi-Maxwelliana, tal como o Caso 9 discutido anteriormente.

Podemos observar também que a anisotropia é mantida durante a simulação, assim como os casos para a descrição BK apresentados anteriormente.

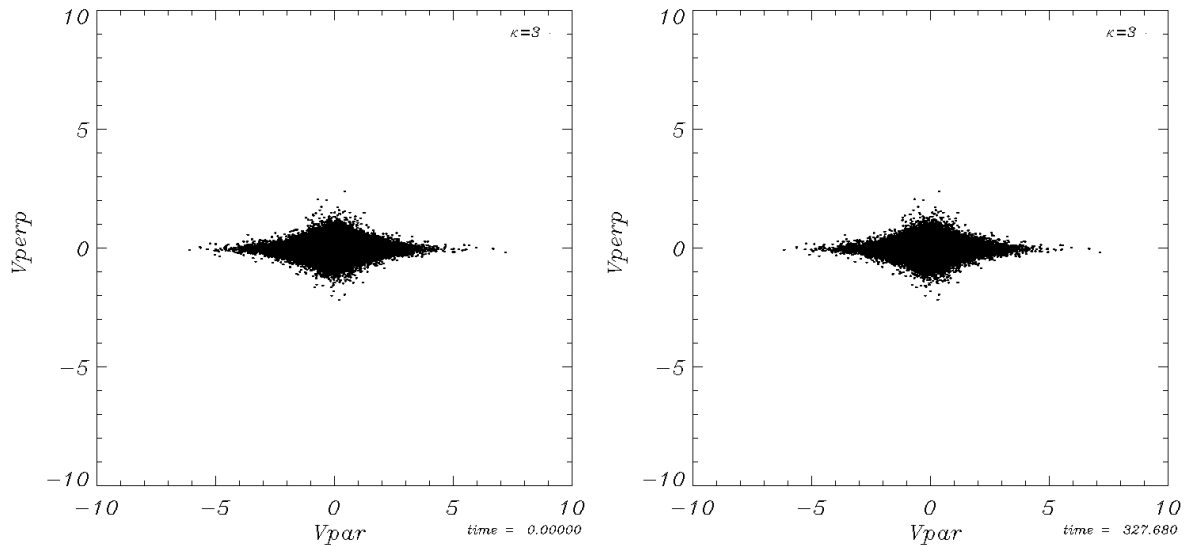


Figura 5.28 - Espaço de velocidade para o Caso 10, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

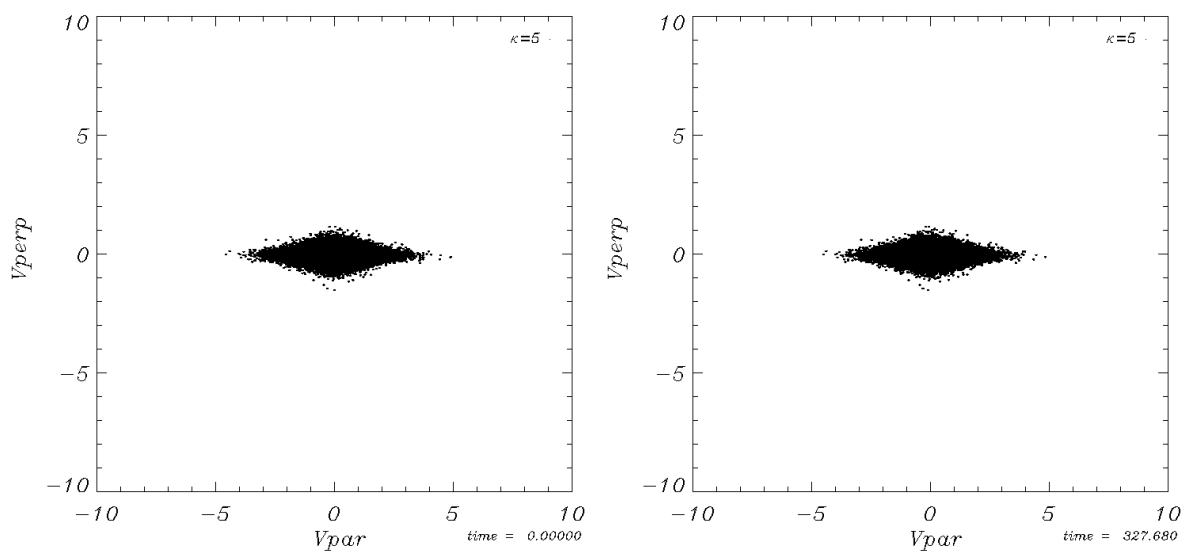


Figura 5.29 - Espaço de velocidades para o Caso 11, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

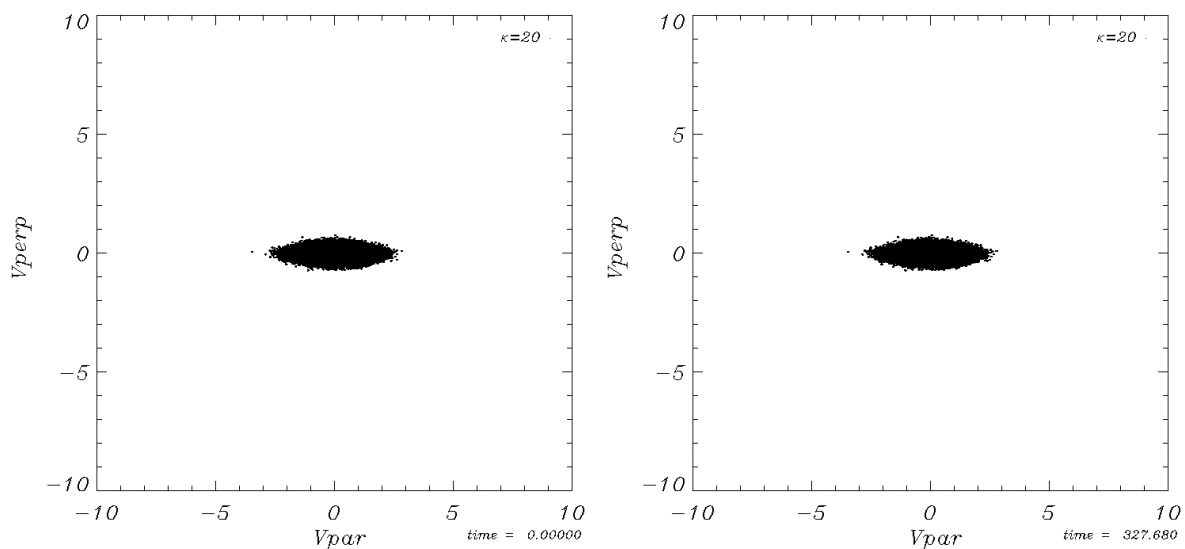


Figura 5.30 - Espaço de velocidades para o Caso 12, nos instantes inicial (quadro esquerdo) e final (quadro direito) da simulação.

A evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 10 é apresentada na Figura 5.31. As energias possuem o comportamento semelhante ao Caso 7, mas com energia cinética menor. Ao comparar as formas anisotrópicas representadas para os Casos 7 e 10, notamos que a forma PBK ao considerar  $\kappa = 3$ , possui maior energia cinética que a forma BK, este efeito pode ser associado à quantidade de energia livre no

sistema. Assim, a forma PBK introduz uma maior quantidade de energia livre disponível que a forma BK.

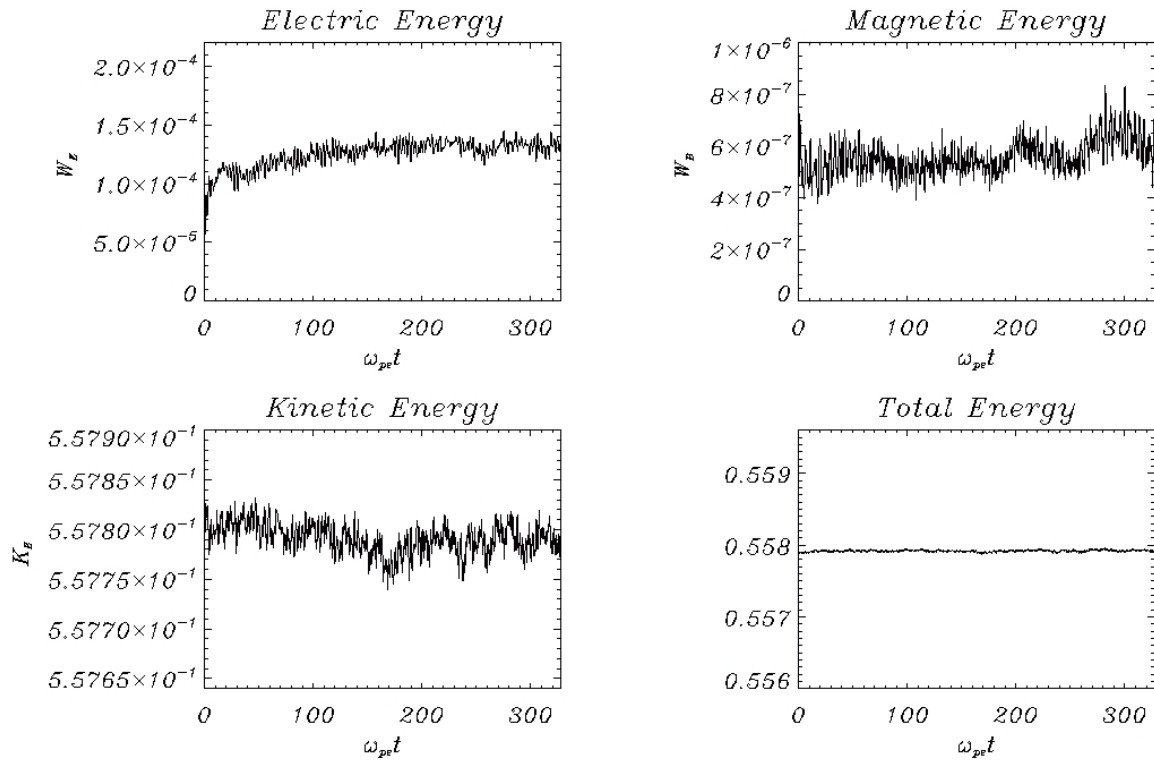


Figura 5.31 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 10.

A evolução temporal das energias para o Caso 11 é apresentada na Figura 5.32. As energias possuem variação semelhante ao Caso 8 que utiliza a forma BK. No entanto, apresenta um valor maior para a energia cinética. Comparando a evolução temporal das energias na forma PBK representada pelos Caso 11 e Caso 10, notamos que a energia cinética possui um valor maior, efeito contrário ao que acontece na forma BK, Casos 7 e 8.

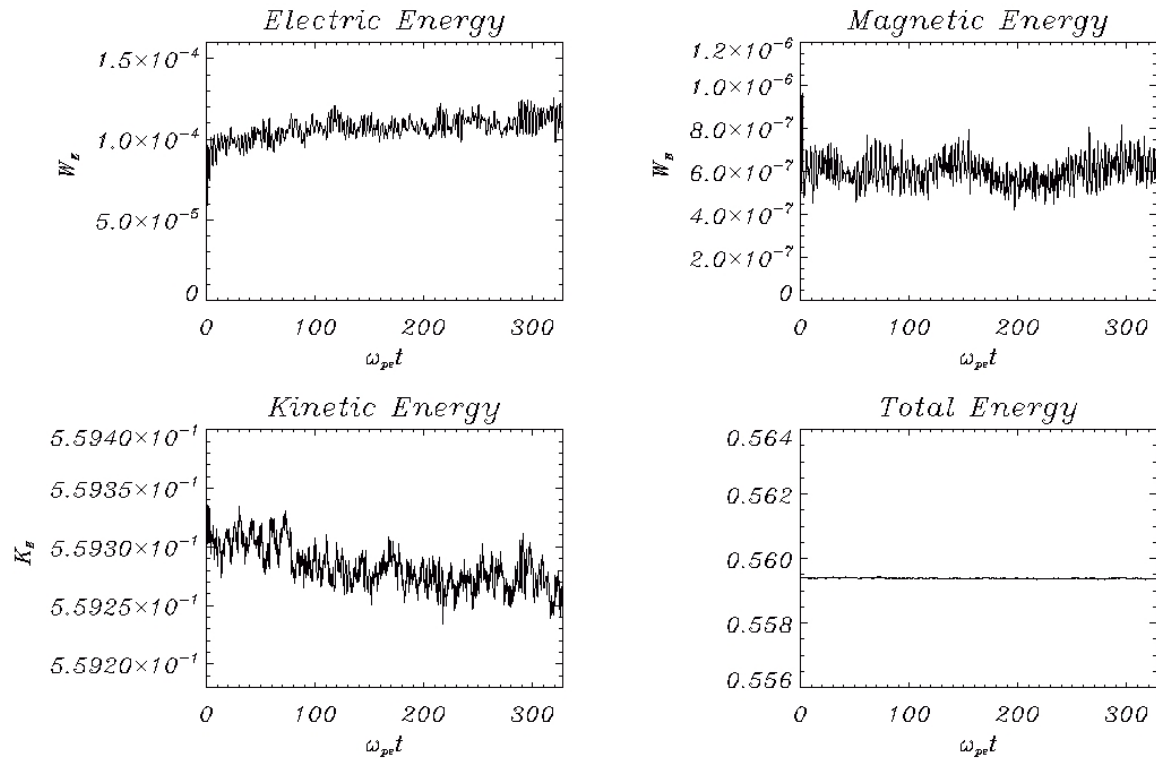


Figura 5.32 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 11.

Na Figura 5.33 é apresentada a evolução temporal das energias elétrica, magnética, cinética e total para o Caso 12. A variação de energia para o Caso 12 é semelhante à variação encontrada no Caso 9, mas com um valor maior na energia cinética. Também é possível notar que a energia cinética para o Caso 12 possui um valor menor que no Caso 11 e maior que no Caso 10, realizando assim o efeito contrário do obtido para os Casos 7, 8 e 9 que são descritos pela BK.

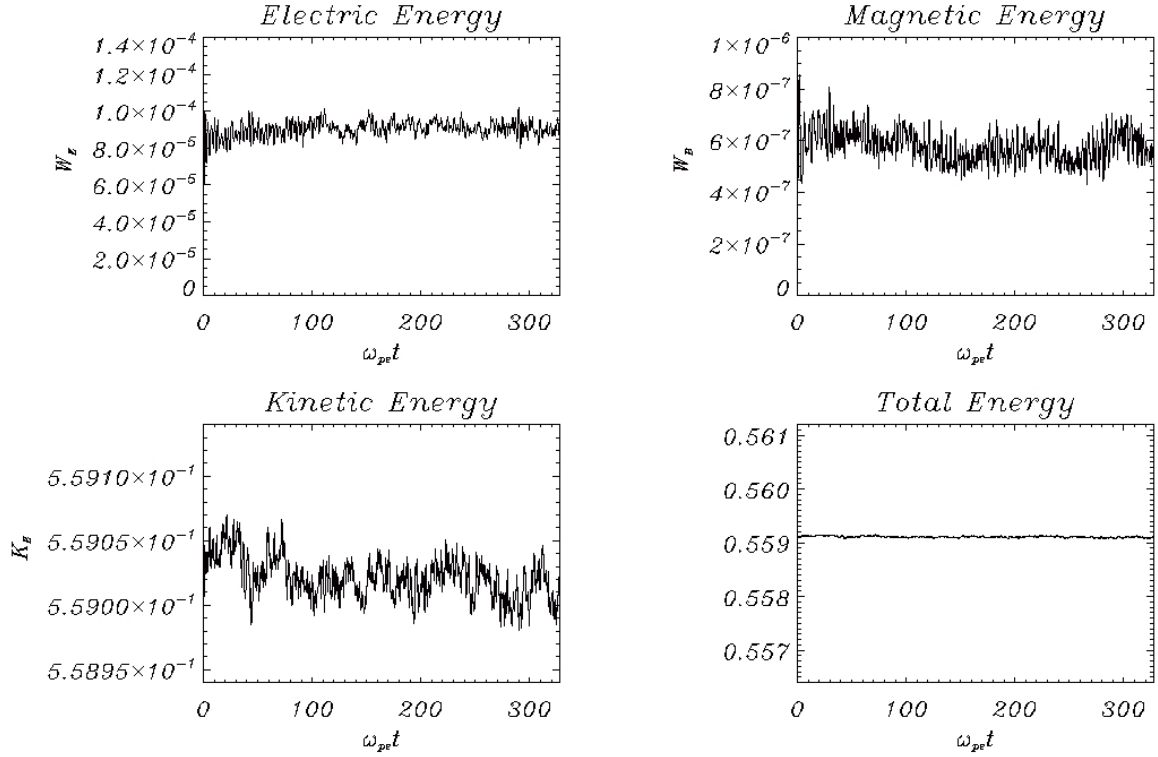


Figura 5.33 - Evolução temporal da energia do campo elétrico total (quadro superior esquerdo), campo magnético total (quadro superior direito), energia cinética total (quadro inferior esquerdo) e energia total do sistema (quadro inferior direito) para o Caso 12.

Nas Figuras 5.34, 5.35 e 5.36 são apresentados os diagramas  $\omega \times k$  para os Casos 10, 11 e 12, respectivamente. Para uma melhor visualização dos modos que se propagam no plasma, representamos por uma linha tracejada o modo de Langmuir teórico, para um plasma em que as velocidades seguem um PBK obtido por ZGS, expressa por

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2(1 + 3k^2\lambda_{De\parallel}^2) .$$

Notamos que o modo de Langmuir é o mesmo que o obtido para BK.

Podemos perceber que os resultados de simulação PIC, para um plasma descrito pela PBK, apresentam emissão que segue a relação de dispersão para o modo de Langmuir que segue a previsão analítica para um plasma com FDV Maxwelliana, conforme [59]. Como nos casos anteriores, podemos perceber que para valores do índice espectral  $\kappa$  menores a emissão ocorre para pequenos números de onda. À medida que o índice  $\kappa$  aumenta, a emissão passa a ocorrer para números de onda maiores.

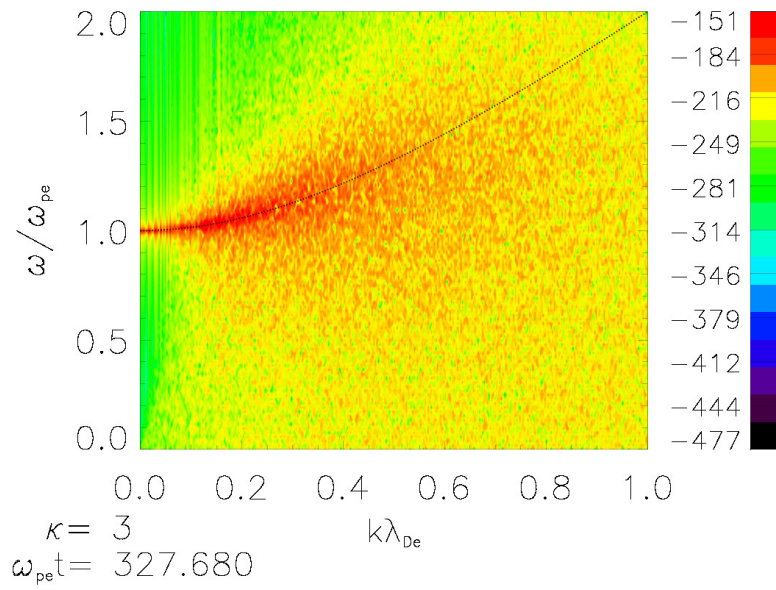


Figura 5.34 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 10. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

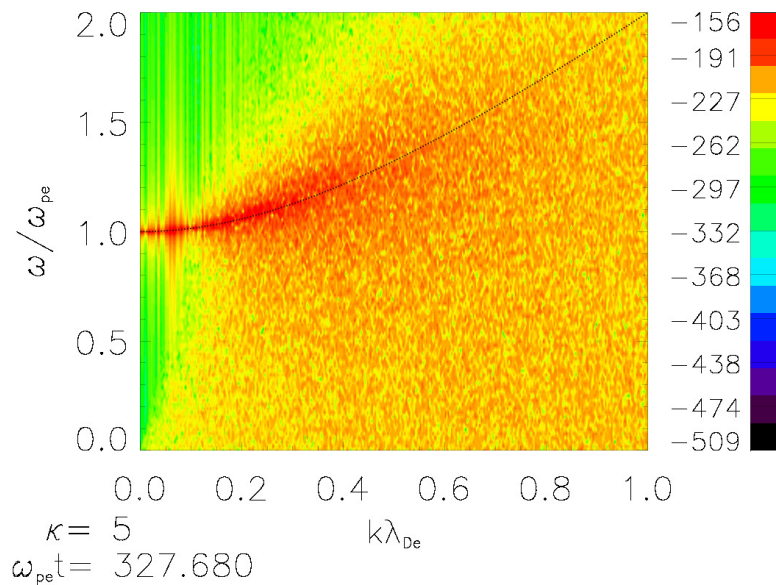


Figura 5.35 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 11. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.

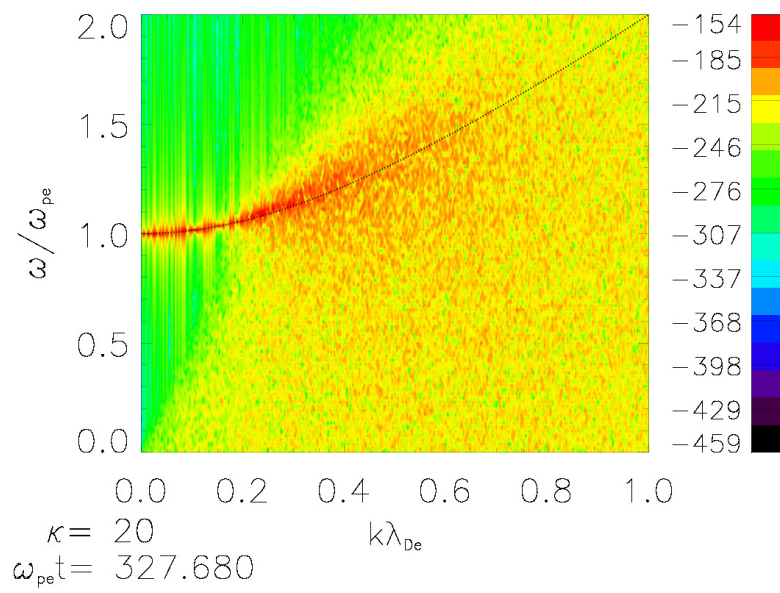


Figura 5.36 - Diagrama  $\omega \times k$  obtido a partir da componente  $E_x$  do campo elétrico para o Caso 12. A relação de dispersão foi obtida para o instante final da simulação.



## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, utilizamos métodos computacionais para analisar os modos de Langmuir para as diferentes formas das funções de distribuição de velocidades do tipo Kappa. Estas funções vêm sendo utilizadas para realizar ajustes de dados observacionais para plasmas espaciais de forma empírica, mostrando-se de grande importância para a comunidade de física espacial e astrofísica.

As simulações foram realizadas utilizando código PIC 1D (KEMPO1). Como parte do trabalho, o código foi modificado para incluir como condição inicial das partículas as FDVs- $\kappa$ , assim como incluir efeitos relativísticos, necessários para o estudo de funções de distribuição supertérmicas. Estes tipos de distribuições possuem partículas energéticas que podem chegar a grandes velocidades, no qual, efeitos relativísticos não podem ser desconsiderados.

Para introduzir as FDVs- $\kappa$  foi necessário criar um método de geração de valores aleatórios que utilizou as funções t-student, produzindo um fator de correlação entre as funções t-student e as função Kappa. Tal método foi baseado no trabalho de Abdul e Mace [62]. Com a implementação do algoritmo para gerar as funções Kappa conseguimos reproduzir as funções de distribuição de velocidades mais encontradas na literatura. Foram consideradas FDVs- $\kappa$  isotrópicas e anisotrópicas, sendo que nestas últimas as FDV foram dadas pelas bi-Kappas e produto de bi-Kappas.

Com a modificação no código de simulação foram realizadas simulações computacionais com espécies de elétrons descritos por FDVs- $\kappa$  isotrópicas e anisotrópicas, considerando diferentes valores para o índice espectral  $\kappa$ . No início, para plasmas descritos por duas FDVs- $\kappa$  isotrópicas, utilizando a FDV- $\kappa$  proposta por Summers e Thorne [41] e a outra proposta por Leubner [46]. Os resultados das simulações considerando FDV- $\kappa$  de Summer e Thorne, casos 1, 2 e 3, mostram que para o índice espectral  $\kappa = 3$  a emissão do modo de Langmuir ocorre para pequenos números de onda. A medida que o índice  $\kappa$  aumenta, a emissão passa a ocorrer para números de onda maiores. Quando  $\kappa = 20$  percebemos que os resultados PIC reproduzem o modo de Langmuir de acordo com a previsão teórica proposta por ZGS [59].

Os resultados das simulações para FDV- $\kappa$  de Leubner, casos 5, 6 e 7, mostram que o modo de Langmuir passa a ser dependente do índice  $\kappa$ . Esses resultados confirmam àqueles obtidos analiticamente por ZGS [59].

Os resultados da evolução temporal ao considerar a FDV- $\kappa$  de Leubner mostraram uma possível relação entre a energia total disponível no sistema com o índice espectral  $\kappa$ , uma

vez que quanto menor for o valor de  $\kappa$  maior é a energia total do sistema.

A anisotropia na temperatura introduz energia livre no sistema, gerando instabilidades. As simulações para as formas anisotrópicas no espaço de velocidades foram realizadas para as duas mais utilizadas na literatura, as distribuições bi-Kappa (BK) e produto bi-Kappa (PBK). Em ambas as formas anisotrópicas observamos que o modo de Langmuir apresenta emissão para pequenos números de onda, quando  $\kappa$  é pequeno, e tende para o modo de Langmuir de uma distribuição bi-Maxwelliana, quando o índice  $\kappa = 20$ . Quanto aos resultados da evolução temporal das energias, podemos notar que a forma PKB introduz maior quantidade de energia livre no sistema que a forma BK.

Assim, observamos que os resultados obtidos utilizando simulações PIC relativísticas coincidem com os resultados analíticos previstos, tanto para funções de distribuição de velocidades isotrópicas quanto anisotrópicas. Através da análise dos resultados das relações de dispersão, observamos que na região de interesse,  $k\lambda_{De} \ll 1$ , o modo de Langmuir praticamente não sofre alterações independentemente do tipo de função de distribuição de velocidades considerada.

O método introduzido para a geração das funções Kappa também mostrou-se eficiente, proporcionando a possibilidade de estudo de outros modos de propagação e melhoria na compreensão de emissão eletrostáticas para situações mais realistas, uma vez que as funções do tipo Kappa são mais apropriadas para a descrição de plasmas espaciais.

Futuramente, pretendemos estudar outros modos de propagação, incluindo efeitos magnéticos e propagação perpendicular, com o objetivo de verificar como as funções de distribuição de velocidades alteram outros modos de propagação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] VASYLIUNAS, V. M. A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with OGO 1 and OGO 3. **Journal of Geophysical Research**, Wiley Online Library, v. 73, n. 9, p. 2839–2884, 1968. 21, 22
- [2] OWOCKI, S. P.; SCUDDER, J. D. The effect of a non-Maxwellian electron distribution on oxygen and iron ionization balances in the solar corona. **The Astrophysical Journal**, v. 270, p. 758–768, 1983. 21
- [3] SCUDDER, J. D. Why all stars should possess circumstellar temperature inversions. **The Astrophysical Journal**, v. 398, p. 319–349, 1992. 21
- [4] MAKSIMOVIC, M.; PIERRARD, V.; LEMAIRE, J. F. A kinetic model of the solar wind with kappa distribution functions in the corona. **Astronomy and Astrophysics**, v. 324, p. 725–734, 1997. 21
- [5] DORELLI, J. C.; SCUDDER, J. D. Electron heat flow carried by kappa distributions in the solar corona. **Geophysical Research Letters**, Wiley Online Library, v. 26, n. 23, p. 3537–3540, 1999. 21
- [6] VOCKS, C.; MANN, G.; RAUSCHE, G. Formation of suprathermal electron distributions in the quiet solar corona. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 480, n. 2, p. 527–536, 2008. 21
- [7] CRANMER, S. R. Suprathermal electrons in the solar corona: can nonlocal transport explain heliospheric charge states? **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 791, n. 2, p. L31, 2014. 21
- [8] SCUDDER, J. D. On the causes of temperature change in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas. **The Astrophysical Journal**, v. 398, p. 299–318, 1992. 21
- [9] CHOTOO, K.; SCHWADRON, N. A.; MASON, G. M.; ZURBUCHEN, T. H.; GLOECKLER, G.; POSNER, A.; FISK, L. A.; GALVIN, A. B.; HAMILTON, D. C.; COLLIER, M. R. The suprathermal seed population for corotating interaction region ions at 1 au deduced from composition and spectra of H<sup>+</sup>, He<sup>++</sup>, and He<sup>+</sup> observed on Wind. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 105, n. A10, p. 23107–23122, 2000. 21
- [10] DIALYNAS, K.; KRIMIGIS, S. M.; MITCHELL, D. G.; HAMILTON, D. C.; KRUPP, N.; BRANDT, P. C. Energetic ion spectral characteristics in the saturnian

- magnetosphere using Cassini/MIMI measurements. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 114, n. A1, 2009. 21
- [11] PIERRARD, V.; PIETERS, M. Coronal heating and solar wind acceleration for electrons, protons, and minor ions obtained from kinetic models based on kappa distributions. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 119, n. 12, p. 9441–9455, 2014. 21
- [12] PAVLOS, G. P.; MALANDRAKI, O. E.; PAVLOS, E. G.; ILIOPOULOS, A. C.; KARAKATSANIS, L. P. Non-extensive statistical analysis of magnetic field during the March 2012 ICME event using a multi-spacecraft approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 464, p. 149–181, 2016. 21
- [13] MANN, G.; WARMUTH, A.; AURASS, H. Generation of highly energetic electrons at reconnection outflow shocks during solar flares. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 494, n. 2, p. 669–675, 2009. 21
- [14] BIAN, N. H.; EMSLIE, A. G.; STACKHOUSE, D. J.; KONTAR, E. P. The formation of kappa-distribution accelerated electron populations in solar flares. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 796, n. 2, p. 142, 2014. 21
- [15] JEFFREY, N. L. S.; FLETCHER, L.; LABROSSE, N. First evidence of non-Gaussian solar flare EUV spectral line profiles and accelerated non-thermal ion motion. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 590, p. A99, 2016. 21
- [16] DZIFČÁKOVÁ, E.; DUDÍK, J. H to Zn ionization equilibrium for the non-Maxwellian electron  $\kappa$ -distributions: Updated calculations. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, IOP Publishing, v. 206, n. 1, p. 6, 2013. 21
- [17] DZIFČÁKOVÁ, E.; DUDÍK, J.; KOTRČ, P.; FÁRNÍK, F.; ZEMANOVÁ, A. Kappa: A package for synthesis of optically thin spectra for the non-Maxwellian  $\kappa$ -distributions based on the Chianti database. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, IOP Publishing, v. 217, n. 1, p. 14, 2015. 21
- [18] FORMISANO, V.; HEDGECOCK, P. C. Solar wind interaction with the Earth's magnetic field: 3. On the Earth's bow shock structure. **Journal of Geophysical Research**, Wiley Online Library, v. 78, n. 19, p. 3745–3760, 1973. 21
- [19] OGASAWARA, K.; ANGELOPOULOS, V.; DAYEH, M. A.; FUSELIER, S. A.; LIVADIOTIS, G.; MCCOMAS, D. J.; MCFADDEN, J. Characterizing the dayside magnetosheath using energetic neutral atoms: IBEX and THEMIS observations. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 118, n. 6, p. 3126–3137, 2013. 21

- [20] GRABBE, C. Generation of broadband electrostatic waves in Earth's magnetotail. **Physical Review Letters**, APS, v. 84, n. 16, p. 3614, 2000. 21
- [21] KLETZING, C. A.; SCUDDER, J. D.; DORS, E. E.; CURTO, C. Auroral source region: Plasma properties of the high-latitude plasma sheet. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 108, n. A10, 2003. 21, 59
- [22] WANG, C.-P.; LYONS, L. R.; CHEN, M. W.; TOFFOLETTO, F. R. Modeling the transition of the inner plasma sheet from weak to enhanced convection. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 109, n. A12, 2004. 21
- [23] CARBARY, J. F.; KANE, M.; MAUK, B. H.; KRIMIGIS, S. M. Using the kappa function to investigate hot plasma in the magnetospheres of the giant planets. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 119, n. 10, p. 8426–8447, 2014. 21
- [24] COLLIER, M. R.; HAMILTON, D. C. The relationship between kappa and temperature in energetic ion spectra at Jupiter. **Geophysical Research Letters**, Wiley Online Library, v. 22, n. 3, p. 303–306, 1995. 21
- [25] MAUK, B. H.; MITCHELL, D. G.; MCENTIRE, R. W.; PARANICAS, C. P.; ROELOF, E. C.; WILLIAMS, D. J.; KRIMIGIS, S. M.; LAGG, A. Energetic ion characteristics and neutral gas interactions in Jupiter's magnetosphere. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 109, n. A9, 2004. 21, 23
- [26] LIVI, R.; GOLDSTEIN, J.; BURCH, J. L.; CRARY, F.; RYMER, A. M.; MITCHELL, D. G.; PERSON, A. M. Multi-instrument analysis of plasma parameters in Saturn's equatorial, inner magnetosphere using corrections for spacecraft potential and penetrating background radiation. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 119, n. 5, p. 3683–3707, 2014. 21
- [27] KRIMIGIS, S. M.; ARMSTRONG, T. P.; AXFORD, W. I.; BOSTROM, C. O.; CHENG, A. F.; GLOECKLER, G.; HAMILTON, D. C.; KEATH, E. P.; LANZEROTTI, L. J.; MAUK, B. H. et al. Hot plasma and energetic particles in Neptune's magnetosphere. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 246, n. 4936, p. 1483–1489, 1989. 21
- [28] MAUK, B. H.; KRIMIGIS, S. M.; KEATH, E. P.; CHENG, A. F.; ARMSTRONG, T. P.; LANZEROTTI, L. J.; GLOECKLER, G.; HAMILTON, D. C. The hot plasma and radiation environment of the Uranian magnetosphere. **Journal of Geophysical**

- Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 92, n. A13, p. 15283–15308, 1987.  
21
- [29] MACE, R. L.; HELLBERG, M. A. Generalized Langmuir waves in a magnetized plasma with a Maxwellian–Lorentzian distribution. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 10, n. 1, p. 21–28, 2003. 21, 25
- [30] \_\_\_\_\_. A new formulation and simplified derivation of the dispersion function for a plasma with a kappa velocity distribution. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 16, n. 7, p. 072113, 2009. 21
- [31] HAU, L.-N.; FU, W.-Z.; CHUANG, S.-H. Response to 'Comment on 'Mathematical and physical aspects of kappa velocity distribution' '[phys. plasmas 16, 094701 (2009)]. **Physics of Plasmas**, v. 16, n. 9, 2009. 21
- [32] LIVADIOTIS, G.; MCCOMAS, D. J. Beyond kappa distributions: Exploiting Tsallis statistical mechanics in space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 114, n. A11, 2009. 21
- [33] LIVADIOTIS, G. Introduction to special section on origins and properties of kappa distributions: Statistical background and properties of kappa distributions in space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 120, n. 3, p. 1607–1619, 2015. 21, 39, 40, 45, 59, 75
- [34] HASEGAWA, A.; MIMA, K.; DUONG-VAN, M. Plasma distribution function in a superthermal radiation field. **Physical Review Letters**, APS, v. 54, n. 24, p. 2608, 1985. 21
- [35] COLLIER, M. R. On generating kappa-like distribution functions using velocity space Lévy flights. **Geophysical Research Letters**, v. 20, n. 15, p. 1531–1534, 1993. 21
- [36] TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. **Journal of Statistical Physics**, Springer, v. 52, n. 1-2, p. 479–487, 1988. 21
- [37] TSALLIS, C.; MENDES, R.; PLASTINO, A. R. The role of constraints within generalized nonextensive statistics. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 261, n. 3, p. 534–554, 1998. 21
- [38] TSALLIS, C. Nonextensive statistics: theoretical, experimental and computational evidences and connections. **Brazilian Journal of Physics**, SciELO Brasil, v. 29, n. 1, p. 1–35, 1999. 21

- [39] LIVADIOTIS, G.; MCCOMAS, D. J. Understanding kappa distributions: A toolbox for space science and astrophysics. **Space Science Reviews**, Springer, v. 175, n. 1-4, p. 183–214, 2013. 21
- [40] LIVADIOTIS, G. Statistical origin and properties of kappa distributions. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2017. v. 900, n. 1, p. 012014. 22
- [41] SUMMERS, D.; THORNE, R. M. The modified plasma dispersion function. **Physics of Fluids B: Plasma Physics**, AIP, v. 3, n. 8, p. 1835–1847, 1991. 22, 24, 25, 87
- [42] FRIED, B. D.; CONTE, S. D. Book. **The plasma dispersion function**. [S.l.]: N.Y. : Academic Press, 1961. 22
- [43] MACE, R. L.; HELLBERG, M. A. A dispersion function for plasmas containing superthermal particles. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 2, n. 6, p. 2098–2109, 1995. 22
- [44] ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables**. [S.l.]: Dover, 1965. 22
- [45] HELLBERG, M.; MACE, R.; CATTART, T. Effects of superthermal particles on waves in magnetized space plasmas. **Space Science Reviews**, Springer, v. 121, n. 1, p. 127–139, 2005. 22
- [46] LEUBNER, M. P. A nonextensive entropy approach to kappa-distributions. **Astrophysics and Space Science**, Springer, v. 282, n. 3, p. 573–579, 2002. 23, 87
- [47] TSALLIS, C. Non-extensive thermostatics: brief review and comments. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 221, n. 1, p. 277–290, 1995. 23
- [48] LEUBNER, M. P. Fundamental issues on kappa-distributions in space plasmas and interplanetary proton distributions. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 11, n. 4, p. 1308–1316, 2004. 23, 38
- [49] HAWKINS, S. E.; CHENG, A. F.; LANZEROTTI, L. J. Bulk flows of hot plasma in the Jovian magnetosphere: A model of anisotropic fluxes of energetic ions. **Journal of Geophysical Research: Planets**, Wiley Online Library, v. 103, n. E9, p. 20031–20054, 1998. 23

- [50] KRALL, N. A.; TRIVELPIECE, A. W. Principles of plasma physics. **Inc., New York**, McGraw-Hill Book Company, 1973. 24, 27, 29, 32
- [51] THORNE, R. M.; SUMMERS, D. Landau damping in space plasmas. **Physics of Fluids B: Plasma Physics**, AIP, v. 3, n. 8, p. 2117–2123, 1991. 24
- [52] HELLBERG, M.; MACE, R. L. Generalized plasma dispersion function for a plasma with a kappa-Maxwellian velocity distribution. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 9, n. 5, p. 1495–1504, 2002. 25
- [53] LAZAR, M.; POEDTS, S. Firehose instability in space plasmas with bi-kappa distributions. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 494, n. 1, p. 311–315, 2009. 25
- [54] LAZAR, M.; POEDTS, S.; SCHLICHEISER, R. Proton firehose instability in bi-kappa distributed plasmas. **Astronomy & Astrophysics**, EDP Sciences, v. 534, p. A116, 2011. 25
- [55] SANTOS, M. S. D.; ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R. Ion firehose instability in plasmas with plasma particles described by product bi-kappa distributions. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 21, n. 11, p. 112102, 2014. 25
- [56] ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R. On the influence of the shape of kappa distributions of ions and electrons on the ion-cyclotron instability. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 24, n. 10, p. 102108, 2017. 25
- [57] OMURA, Y.; MATSUMOTO, H. KEMPO1: Technical Guide to One-Dimensional Electromagnetic Particle Code. In: MATSUMOTO, H.; OMURA, Y. (Ed.). **Computer Space Plasma Physics: Simulation Techniques and Software**. [S.l.]: Terra Scientific Publishing Company, 1993. p. 21–65. 26, 50, 52, 53, 57, 58, 59
- [58] SIMÕES JR, F. J. R.; COSTA JR, E.; ALVES, M. V.; CARDOSO, F. R. Física de plasma espacial utilizando simulação computacional de partículas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 33, n. 1, p. 1310, 2011. 26, 56
- [59] ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R.; SIMÕES, F. J. R. Dispersion relation for electrostatic waves in plasmas with isotropic and anisotropic Kappa distributions for electrons and ions. **Journal of Plasma Physics**, Cambridge University Press, v. 83, n. 5, 2017. 27, 30, 59, 72, 77, 84, 87
- [60] BITTENCOURT, J. A. **Fundamentals of Plasma Physics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. 30



- [61] CHEN, F. F. **Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1984. 30, 32
- [62] ABDUL, R. F.; MACE, R. L. One-dimensional particle-in-cell simulations of electrostatic bernstein waves in plasmas with kappa velocity distributions. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 22, n. 10, p. 102107, 2015. 35, 36, 87
- [63] HOFERT, M. On sampling from the multivariate t distribution. **R Journal**, v. 5, n. 2, 2013. 35
- [64] PEARSON, K. On non-skew frequency surfaces. **Biometrika**, JSTOR, p. 231–244, 1923. 35
- [65] KOTZ, S.; NADARAJAH, S. **Multivariate t-distributions and their applications**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. 35
- [66] ABDUL, R.; MACE, R. A method to generate kappa distributed random deviates for particle-in-cell simulations. **Computer Physics Communications**, Elsevier, v. 185, n. 10, p. 2383–2386, 2014. 35
- [67] EATON, J. W.; BATEMAN, D.; HAUBERG, S.; WEHBRING, R.; OCTAVE, G. **GNU Octave: Scientific Programming Language**. 2017. <https://www.gnu.org/software/octave/>. Online; accessed 13 July 2017. 36
- [68] LIVADIOTIS, G.; MCCOMAS, D. J. Invariant kappa distribution in space plasmas out of equilibrium. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 741, n. 2, p. 88, 2011. 36
- [69] LEUBNER, M. P.; VÖRÖS, Z. A nonextensive entropy approach to solar wind intermittency. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 618, n. 1, p. 547, 2005. 38
- [70] NICHOLSON, D. R.; NICHOLSON, D. R. **Introduction to plasma theory**. [S.l.]: Wiley New York, 1983. 49
- [71] WINSKE, D.; OMIDI, N. A nonspecialist’s guide to kinetic simulations of space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 101, n. A8, p. 17287–17303, 1996. 49, 50, 51
- [72] POTTER, D. **Computational physics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1973. 49
- [73] DAWSON, J. M. Particle simulation of plasmas. **Reviews of Modern Physics**, v. 55, n. 2, p. 403–447, Apr. 1983. 50

- [74] BIRDSALL, C. K.; LANGDON, A. B. **Plasma Physics via Computer Simulation**. 2. ed. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1991. 50, 54
- [75] OMURA, Y. One-dimensional electromagnetic particle code. In: **Proceedings of ISSS**. [S.l.: s.n.], 2005. v. 7, p. 26–31. 50, 54
- [76] MAKSIMOVIC, M.; ZOUGANELIS, I.; CHAUFRAY, J.-Y.; ISSAUTIER, K.; SCIME, E. E.; LITTLETON, J. E.; MARSCH, E.; MCCOMAS, D. J.; SALEM, C.; LIN, R. P. et al. Radial evolution of the electron distribution functions in the fast solar wind between 0.3 and 1.5 au. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 110, n. A9, 2005. 59
- [77] LAZAR, M.; POEDTS, S.; SCHLICKEISER, R. Instability of the parallel electromagnetic modes in kappa distributed plasmas–i. Electron whistler-cyclotron modes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, The Royal Astronomical Society, v. 410, n. 1, p. 663–670, 2011. 75, 80