



## Queda de corpos em diferentes curvaturas: o plano inclinado de Galileu

**Objetivos:** Esse experimento analisa qualitativamente a queda de corpos em rampas de diferentes curvaturas e formatos. Espera-se que ao final do experimento, os alunos saibam identificar e diferenciar o comportamento de cada rampa, assim como explicar o porquê o mesmo acontece, relacionando-o com a gravidade.

**Pré Requisitos:** Esse experimento possui uma vasta aplicação de conceitos que podem ser abordados dependendo do nível de conhecimento do aluno. Abaixo está listado um possível enfoque deste experimento para cada nível escolar.

Ensino Básico (4º/5º ano): perceber que os corpos caem com uma velocidade, e que essa velocidade pode ser diferente para cada corpo, aumentando ou diminuindo.

Ensino Fundamental (6º- 9º ano): compreender que a gravidade é uma aceleração, que ela varia a velocidade de corpos caindo verticalmente. Quanto mais alto um corpo estiver, mais rápido ele estará quando tocar no chão.

Ensino Médio: entender que a gravidade só atua na vertical com sentido para o chão, sentidos contrários frearão o movimento. Conhecer as energias cinética e potencial, e como estão relacionadas.

## Fundamentos Teóricos

Provavelmente você já escutou que: o caminho mais curto entre dois pontos, é uma linha reta. Mas, por ser o caminho mais curto, ele é o mais rápido de ser percorrido? Caso estejamos falando de um movimento que possua uma altura, onde um objeto esteja caindo, ao mesmo tempo que varia sua posição horizontalmente (caindo sobre uma rampa com inclinação), então o caminho em linha reta (a rampa mais linear) não é o mais rápido.

Esse experimento foi inspirado no famoso experimento do plano inclinado de Galileu, que o realizou em 1604. [4]

Nesse experimento conseguimos perceber que corpos são acelerados enquanto caem. Atualmente, essa conclusão pode parecer óbvia, mas Galileu montou esse experimento por se opor as ideias de Aristóteles, que eram consideradas verdades na época.

Aristóteles estudou a queda de corpos dentro da água, com viscosidade envolvida, e concluiu que: corpos de massas diferentes caíam a velocidades diferentes, mas nenhum deles acelerava durante a queda. Isso contraria a existência da gravidade, já que a mesma é uma aceleração, e portanto uma variação da velocidade.

Segundo Nussenzweig, Galileu foi o primeiro a definir o conceito de aceleração [5]. Mesmo a gravidade só tendo sido postulada por Newton em 1687 [7] (83 anos depois do experimento com o plano

inclinado), Galileu já havia descrito em uma equação, a variação uniforme da velocidade de corpos em queda, causada pela gravidade.

$$d = t^2 \quad (1)$$

Equação de Galileu, onde: "A distância percorrida por um objeto depende do quadrado do tempo em que ele se acelera"[2].

$$d = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Equação moderna, derivada da equação de Galileu.

A partir do plano inclinado de Galileu, surgiu o intitulado "problema da Braquistócrona" criado por Johann Bernoulli em 1696. [6] Nele era discutido qual era a curvatura perfeita a que um corpo atingiria o menor tempo de queda. Muitos cientistas tentaram resolver esse problema, primeiramente foi considerado o arco de círculo como sendo a curva perfeita, mas logo o problema foi solucionado sendo a cicloide "curva descrita por um ponto de um círculo que gira, sem deslizar, sobre uma reta fixa"[1] intitulada Braquistócrona.

## Energias envolvidas na queda

Para compreendermos os diferentes tempos de queda de cada curva podemos analisar as energias envolvidas. A energia potencial (U) está associada a altura de um objeto, quando há uma diferença de altura por uma movimentação temos:

$$\Delta U = mg\Delta y \quad (3)$$

$\Delta U$  é a variação da energia potencial entre duas alturas,  $m$  é a massa do objeto,  $g$  é a força gravitacional e  $\Delta y$  é a altura da movimentação (medida verticalmente).

Como todas as rampas possuem a mesma altura inicial e final, a energia potencial inicial e final de todos os corpos será a mesma.

Ao soltarmos os corpos a gravidade exerce força sobre eles, acelerando-os, como a energias se conservam, a energia potencial se transforma em energia cinética (K) que é associada a existência de velocidade

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

onde  $m$  é a massa do objeto e  $v$  é a velocidade do mesmo.

Por ser uma queda somente com influência da gravidade a energia cinética varia pelo trabalho realizado pela gravidade

$$\Delta K = W_g \quad (5)$$

com

$$W_g = mgd\cos\theta \quad (6)$$

onde  $\Delta K$  é a variação da energia cinética,  $W_g$  é o trabalho realizado pela gravidade,  $m$  é a massa do objeto em queda,  $g$  é a força gravitacional,  $\cos\theta$  é o cosseno da inclinação em que a queda está

acontecendo e  $d$  é a distância percorrida naquela inclinação.

Com a equação (6) percebemos a dependência do trabalho gravitacional com a inclinação de queda, por conta disso, curvas com diferentes inclinações possuirão aceleração maior ou menor em diferentes partes do deslocamento, mas a velocidade final de todas será a mesma, já que a energia potencial final é a mesma.

Ao somarmos todos os trabalhos da gravidade nas diferentes inclinações para uma mesma rampa, temos que:

$$\Delta U = -W_g \quad (7)$$

a variação da energia potencial é igual ao inverso do trabalho realizado pela gravidade [3], de acordo com o princípio de conservação da energia. Todas as curvas possuem energias inicial e final iguais, variando somente durante a queda.

## Material Utilizado

- Bolas/esferas de mesmo peso e tamanho.
- Rampas de diferentes inclinações. Para fabricação das rampas:
- Papelão.
- Trena ou fita métrica.
- Régua.
- Tesoura/faca/estilete.

## Procedimentos Experimentais

É recomendado que as esferas sejam bolas de gude ou bolinhas emborrachadas, por não serem muito grandes e possuírem um bom peso para o experimento.

As rampas de diferentes inclinações podem ser fabricadas de vários materiais, um dos mais fáceis de encontrar é o papelão.

Passo a passo para fabricar as rampas em papelão:

1. Usamos uma caixa grande, de preferência feita de um papelão duro, abrimos ela pela junção das laterais coladas como a da figura a).

2. Com a caixa aberta, decidimos a largura da pista e das paredes. É necessário saber o diâmetro das esferas que serão utilizadas. Em nosso caso, usamos bolas de gude com cerca de 1,5cm de diâmetro. Portanto, decidimos fazer uma pista com 3cm de largura e paredes de 2,3cm. Para a largura de nossa caixa, isso resultou em 3 rampas.

3. Fizemos as marcações das larguras e cortamos com o auxílio de uma régua e uma faca, podendo ser usados estiletos ou tesouras.

4. Após cortar a largura de cada rampa, separando-as, cortamos superficialmente as marcações das paredes, **somente na parte interna da pista**, para facilitar a dobragem das paredes.

5. É possível criar um apoio para as rampas, também de papelão. Quanto mais alto for o apoio, maior a inclinação das rampas e mais rápido as esferas cairão. Mas atenção, quanto mais inclinado, maior precisará ser o comprimento das pistas (maior precisarão serem as caixas).

Agora temos a estrutura básica da nossa rampa. Você pode criar rampas com várias formas: retas, arcos de círculos, rampas com descidas e subidas, e até mesmo a Braquistócrona. Quanto maior o número de curvas diferentes, mais profundo e visual será o estudo da influência da gravidade nas quedas.

## Observações:

- As esferas precisam ser de mesma massa, para não influenciarem na velocidade.

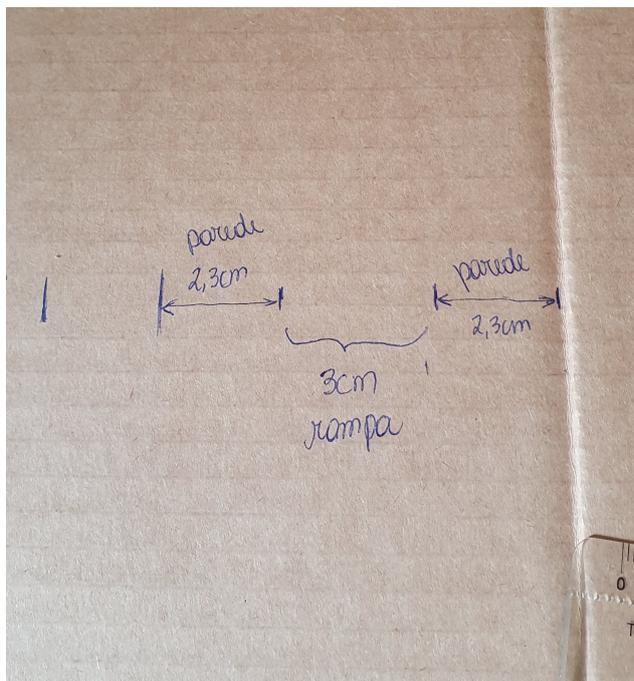


(a)



(b)

Figura 1: Preparação para marcação das caixas. (a) Laterais coladas. (b) Caixa aberta.



(a)



(b)

Figura 2: Marcando e começando os cortes. (a) Medidas escolhidas para a rampa, 3cm na parte central e 2,3 cm nas paredes laterais. (b) Cortando a caixa utilizando uma régua e uma faca.

- Rampas que cobrem uma distância maior facilitam a visualização nas diferenças de velocidade. Faça rampas compridas.

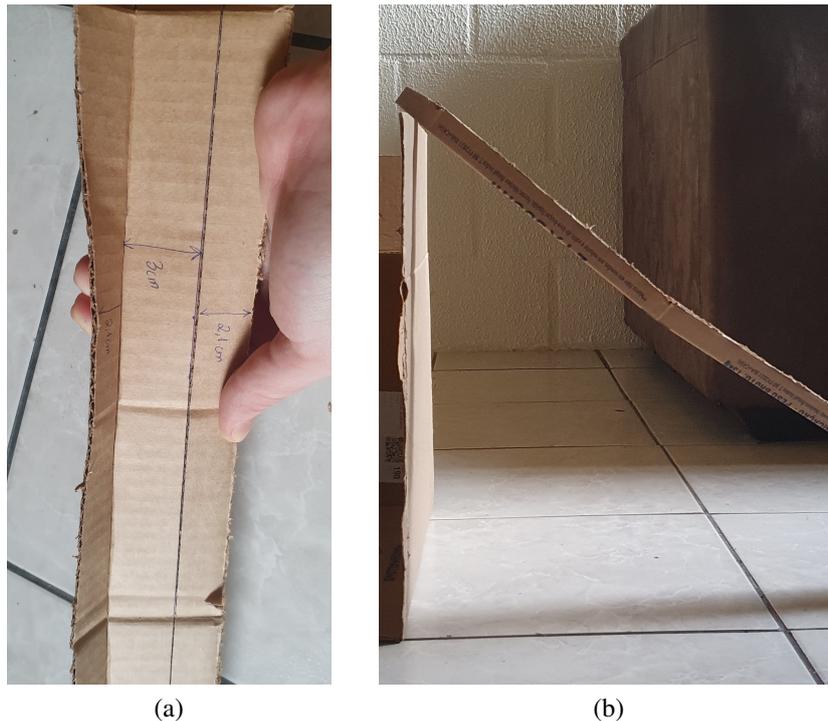


Figura 3: Dobras e apoio. (a) Corte superficial interno para dobragem das paredes. (b) Apoio para as rampas.

- Rampas com curvaturas precisarão de um comprimento maior de papelão. É interessante definir a distância total por sua rampa mais curvada. Rampas retas precisarão de menos papelão para obterem comprimento igual.
- O ponto inicial e final de lançamento precisam estar a uma mesma altura, ou seja, todas as rampas precisam começar e terminar na mesma altura.
- É importante que a rampa seja o mais lisa possível, para não interferir na velocidade das esferas.
- A rampa precisa suportar o peso da esfera sem se mover.
- Por conta dos itens acima, é aconselhado reforçar as rampas com cola e papel, isso também ajuda a uniformizar a superfície.

## Atividades

1. Escolher as curvas que serão utilizadas e posicioná-las no apoio.
2. Medir o comprimento de cada curva, usando uma trena ou fita métrica posicionada sobre a curva.
3. Posicionar as esferas no topo das rampas, soltá-las e perceber o seu movimento.
4. Anotar quais curvas as esferas caíram com maior e menor velocidades.

5. Deixar cair uma esfera, da mesma altura inicial das curvas, verticalmente (sem usar nenhuma rampa, em queda livre) e perceber se chegou ao chão mais rápido que as outras.
6. Recomenda-se utilizar um celular para gravar a queda das esferas.

## Questões

1. A esfera que caiu em queda livre chegou primeiro ao chão do que as que percorreram as rampas? Por que isso aconteceu?
2. A gravidade atua em qual direção e sentido? Por que?
3. É certo dizer que o comprimento mais curto será o caminho mais rápido? Justifique.
4. Qual foi a rampa em que a esfera chegou primeiro ao chão? E qual era o comprimento dela?
5. Considerando a conservação de energia e que todas as esferas foram lançadas da mesma altura (mesma energia potencial), a energia cinética das esferas no final é a mesma? E no meio do caminho?

## Referências

- [1] *Cicloide*. Dicionário Online de Português. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/cicloide/>. Acesso em: 02/07/2023.
- [2] CREASE, Robert P. *Os dez mais belos experimentos científicos*, tradução Maria Inês Duque Estrada; Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.
- [3] HALLIDAY, D.; RESNICK, R. *Fundamentos de Física - 10. ed.* - Rio de Janeiro: LTC, 2016, vol. 1.
- [4] Manual do Mundo. *O caminho mais rápido não é o que parece*. YouTube, 29/01/2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=alzphVrX3dU>. Acesso em: 02/07/2023.
- [5] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. *Curso de Física básica - 4. ed.* - São Paulo: Edgard Blucher, 2002, vol.1.
- [6] PEDROSO, Hermes A.; PRECIOSO, Juliana C. *Aspectos históricos sobre a cicloide: a curva que desafia a intuição*. C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática, Bauru, v. 3, p. 17-34, dez. 2014. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/revistacqd/index.jsp>. Acesso em: 02/07/2023.
- [7] VEIGA, Edson. *Como a gravidade era explicada antes de Newton*. BBC News Brasil, 03/06/2023. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/c10q3z5rr4zo>. Acesso em: 02/07/2023.